



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Instituto de ciencias básicas e ingeniería

Maestría en ciencias matemáticas y didáctica

TESIS:

Uso de diversas formas de interpretación y representación para la enseñanza de fracciones en educación básica

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN CIENCIAS MATEMÁTICAS Y DIDÁCTICA**

PRESENTA:

Valery Thania Meneses López

DIRECTOR:

Dr. Isidro Jesús González Hernández

CO-DIRECTOR:

Dr. Agustín Alfredo Torres Rodríguez

COMITÉ TUTORIAL:

Dr. Agustín Alfredo Torres Rodríguez

Dr. Isidro Jesús González Hernández

Dra. María Guadalupe Simón Ramos

Dr. Carlos Arturo Soto Campos

Pachuca de Soto, Hidalgo, México, 2026



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

School of Engineering and Basic Sciences

Área Académica de Matemáticas y Física

Mineral de la Reforma, Hgo., a 23 de abril de 2026

Número de control: ICBI-AAMyF/2080/2026

Asunto: Autorización de impresión de tesis.

MTRA. OJUKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO
DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UA EH

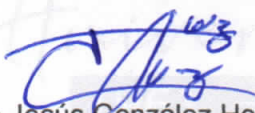
El Comité Tutorial de la tesis titulada "Uso de diversas formas de interpretación y representación para la enseñanza de fracciones en educación básica", realizada por la sustentante Valery Thania Meneses López, con número de cuenta 318205, perteneciente a la Maestría en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica, una vez que se ha revisado, analizado y evaluado el documento recepcional de acuerdo a lo estipulado en el Artículo 110 del Reglamento de Estudios de Posgrado, tiene a bien extender la presente:

AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

Por lo que el sustentante deberá cumplir los requisitos del Reglamento de Estudios de Posgrado y con lo establecido en el proceso de grado vigente.

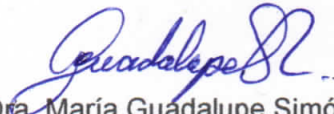
Atentamente
"Amor, Orden y Progreso"

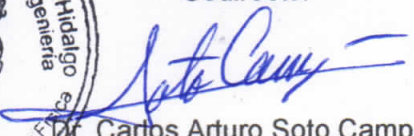
El Comité Tutorial


Dr. Isidro Jesús González Hernández
Director




Dr. Agustín Alfredo Torres Rodríguez
Codirector


Dra. María Guadalupe Simón Ramos
Miembro del comité


Dr. Carlos Arturo Soto Campos
Miembro del comité

UJGH/EPC

"Amor, Orden y Progreso"



Ciudad del Conocimiento, Carretera Pachuca-Tulancingo
Km. 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo,
México. C.P 42184

Teléfono: 52 (771) 71 720 00 Ext. 40124, 40119
aamyf_icbi@uaeh.edu.mx

uaeh.edu.mx

Dedicatoria

A mi familia, especialmente a mi compañero de vida y a mi hija, por su paciencia durante este proceso, a pesar de las dificultades.

A mi mamá, por su apoyo incondicional.

Agradecimientos

A Dios, por las infinitas posibilidades que ha puesto en mi vida.

A mi director de tesis, el Dr. Isidro de Jesús González Hernández, y a mi codirector, el Dr. Agustín Alfredo Torres Rodríguez, por su guía, compromiso y valiosas aportaciones durante el desarrollo de este trabajo.

A todos los doctores que formaron parte de mi formación, en especial al Dr. Fernando Barrera y al Dr. Aarón Reyes, quienes, con su pasión por la disciplina y la experiencia compartida, transformaron mi perspectiva profesional.

Asimismo, agradezco al coordinador, el Dr. Marcos Campos Nava, por su paciencia, orientación y acompañamiento constante a lo largo de este proceso, lo que hizo posible la culminación de esta meta.

Finalmente, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo brindado mediante la beca de posgrado otorgada durante mi formación académica.

Tabla de contenido

Resumen	1
Abstract	2
Capítulo I. Construcción del Objeto de Estudio	3
1.1 Introducción	3
1.2 Revisión de la literatura	5
1.3 Planteamiento del problema	10
1.4 Justificación	12
1.5 objetivos de la investigación	14
1.6 Supuestos	14
1.7 Alcances y limitaciones	15
1.8 Descripción general de la estructura de la tesis	16
Capítulo II. Marco de investigación	18
2.1 Introducción	18
2.2 Características de los marcos de investigación	19
2.3 Fundamentos	20
2.4 Registros y representaciones semióticas	23
2.5 Interpretación o concepción de fracciones	25
Capítulo III. Marco metodológico	28
3.1 Investigación cualitativa	28
3.2 Diseño de la investigación	29
3.2.1 Estudio de casos	29
3.2.2 Participantes en la investigación	30
3.2.4 Triangulación metodológica	34
3.3 Propuesta del procedimiento metodológico (recapitulación)	35
Capítulo IV. Resultados	39
4.1 Introducción	39

4.2 Análisis resultados.....	39
4.3 Síntesis del análisis de datos	40
4.3.1 Cuestionario de preguntas abiertas (Alumnos)	41
4.3.2 Cuestionario de preguntas abiertas (Docentes)	48
4.3.3 Entrevistas Semiestructuradas	55
Capítulo V. Discusiones y conclusiones.....	75
5.1 Introducción	75
5.2 Respuesta a las preguntas de investigación	75
5.3 Limitación y alcance	77
5.4 Reflexiones personales y discusión.....	78
Referencias bibliográficas.....	80
Apéndice A: Transcripción de entrevistas.....	89
Apéndice B: Producciones escritas	104

Índice de Tablas

Tabla 1. Resumen de revisión de la literatura.....	7
Tabla 2. Representación de objetos matemáticos, elaboración propia con base en (Duval, 1993), (Goldin, 2002) y (Ministerio de Educación de Chile, 2012).....	24
Tabla 3. Diferentes interpretaciones de una fracción (Lamon, 2020).....	27
Tabla 4. Categorías y subcategorías de caracterización de los resultados.....	40
Tabla 5. Respuesta a la pregunta 1 (alumnos).....	41
Tabla 6. Respuestas presentadas a las preguntas 2 y 3 del cuestionario para alumnos. .	43
Tabla 7. Respuestas preguntas 4 y 5 (alumnos)	45
Tabla 8. Respuestas del cuestionario de preguntas abiertas (docentes)	49
Tabla 9. Categorías de representaciones semióticas	55
Tabla 10. Conceptualización de fracciones	62
Tabla 11. Representaciones semióticas	66
Tabla 12. Interpretaciones de fracciones mencionadas en la entrevista	72
Tabla 13. Interpretaciones de fracciones mencionadas en los cuestionarios de alumnos	72

Índice de Figuras

Figura 1. Interpretación o concepción de fracciones por diferentes autores.	26
---	----

Resumen

En el presente trabajo se analizan los componentes de representación y conceptualización de la fracción que los docentes de tercer grado de primaria consideran al introducir por primera vez la enseñanza de este concepto. El estudio se llevó a cabo mediante entrevistas semiestructuradas y producciones escritas de tres docentes con amplia experiencia en educación primaria, así como con un grupo de doce estudiantes, con el propósito de realizar una triangulación metodológica de la información obtenida. El análisis de los datos recabados se realizó a partir de un marco conceptual que integra fundamentos didácticos, metodológicos y ontológicos, apoyado principalmente en la teoría de las representaciones semióticas propuesta por Raymond Duval, así como en los aportes teóricos de Susan Lamon sobre las diferentes formas de conceptualizar una fracción. Entre los hallazgos más relevantes se identificó que la interpretación predominante del concepto de fracción en las aulas participantes corresponde al significado **parte-todo**. Asimismo, las representaciones más utilizadas por los docentes y reconocidas por los estudiantes son la representación simbólica numérica (numerador y denominador) y la representación esquemática o gráfica, particularmente mediante figuras como círculos y rectángulos, lo que evidencia la centralidad de estas formas de representación en la enseñanza inicial de las fracciones.

Palabras clave: interpretación de fracción, representaciones semióticas, conceptualización, estrategias didácticas, educación Primaria.

Abstract

This study analyzes the components of representation and conceptualization of fractions that third-grade elementary school teachers consider when introducing this concept for the first time. The research was conducted through semi-structured interviews and written productions from three teachers with extensive experience in primary education, as well as from a group of twelve students, in order to carry out a methodological triangulation of the collected information. The analysis of the collected data was carried out within a conceptual framework that integrates didactic, methodological, and ontological foundations, mainly supported by the theory of semiotic representations proposed by Raymond Duval, as well as the theoretical contributions of Susan Lamon regarding the different ways of conceptualizing fractions. Among the most relevant findings, it was identified that the predominant interpretation of fractions in the participating classrooms corresponds to the **part-whole meaning**. Likewise, the representations most frequently used by teachers and recognized by students are the symbolic numerical representation (numerator and denominator) and schematic or graphical representations, particularly through figures such as circles and rectangles, highlighting the central role of these representations in the initial teaching of fractions.

Keywords: fraction interpretation, semiotic representations, fraction conceptualization, teaching strategies, primary education.

Capítulo I. Construcción del Objeto de Estudio

1.1 Introducción

Las matemáticas son una ciencia presente desde la infancia en la vida del ser humano, contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico, abstracción, creatividad, etc. Para algunos la importancia de aprender matemáticas tiene más que ver con la adquisición de instrumentos matemáticos para resolver problemas cotidianos (Pais, 2013) y específicos de disciplinas que requieren de los saberes matemáticos para ser aplicadas y comprendidas como las áreas de ingeniería y economía.

La investigación en didáctica de las matemáticas ha identificado diferentes problemáticas de aprendizaje en esta área disciplinar, dentro de las que se han caracterizado en la literatura de investigación se encuentra la falta de comprensión de conceptos fundamentales o de ideas matemáticas que permiten acceder a esos conceptos (Dañiel, 2022).

Un aspecto importante es que el origen de las dificultades no es la falta de capacidad intelectual de los estudiantes, sino el desinterés o rechazo hacia las matemáticas originado, en algunos casos por una percepción social negativa hacia la disciplina (Singh *et al.*, 2002), además de la falta de capacidad para identificar la utilidad y la relación de las matemáticas en la vida cotidiana del estudiante aun cuando resulta complicado hallar una ciencia o una disciplina en donde no estén presentes las matemáticas (Lucas y Miraval, 2019).

En este sentido y como un ejemplo valioso de un tema aplicable de manera directa a la vida cotidiana, el cual se puede observar en diferentes contextos se encuentran las fracciones, que se sitúa dentro de los problemas más comunes en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas básicas, aun cuando las dificultades comienzan desde la introducción del concepto hasta la clasificación de las fracciones y el desarrollo de las operaciones en educación básica, estas problemáticas persisten en grados más avanzados, lo que representa un obstáculo para el progreso en matemáticas y otras disciplinas que dependen de las matemáticas en posteriores niveles educativos (Singh *et al.*, 2020).

En los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2008), se menciona que la habilidad con las fracciones es fundamental para adquirir habilidades matemáticas que van encadenadas al desarrollo del cálculo mental y la apropiación del sentido numérico. Sin embargo, las fracciones representan uno de los objetos matemáticos de mayor complejidad cognitiva, debido a la multiplicidad de significados que integran el número racional y a las diversas formas de representación necesarias para su comprensión ya que representa un desafío para muchos estudiantes, y las dificultades asociadas con el aprendizaje de fracciones han sido ampliamente documentadas.

Bajo este contexto, en México el tema de fracciones hasta julio de 2023 establecía la introducción el tema de fracciones en 3° grado de primaria de manera conceptual, dentro de los aprendizajes esperados en estudiantes de 8-9 años se plantea que realicen operaciones de suma y resta de fracciones con denominador común y que puedan interpretar y utilizar los resultados como forma de representación de cantidades (SEP, 2017). Las fracciones son uno de los conceptos que mayor tiempo ocupan en la enseñanza en los subsistemas de primaria y secundaria. El tema es abordado de manera explícita en primaria, así como en primer grado de secundaria y de manera implícita en los demás años. Por lo anterior, el aprendizaje de fracciones es un tema clave en el nivel básico y debe ser dominado e incluido con especial interés en el sistema educativo (Reséndiz *et al.*, 2018).

Considerando lo anterior y retomando lo que sugiere el plan de estudios (SEP, 2017) sobre la adquisición de métodos de representación matemática, autores como Duval (2006, 2016) han realizado investigaciones relacionadas a la importancia de las representaciones matemáticas. Por ejemplo, el National Council of Teachers Mathematics (NCTM) menciona que algunas formas de representación, como diagramas, gráficas y expresiones simbólicas, han sido parte de la enseñanza de las matemáticas escolares durante largo tiempo. Sin embargo, estas representaciones suelen enseñarse y aprenderse como fines en sí mismos, en lugar de ser consideradas herramientas esenciales para favorecer la comprensión de los conceptos y las relaciones matemáticas por parte de los estudiantes (NCTM, 2008). Por su parte, autores como Kieren (1976), Mancera (1992) y Lamon (2022) han

descrito distintas formas de interpretar las fracciones, entre ellas: parte-todo, cociente de dos enteros, medida, punto en la recta numérica, operador y razón, entre otras. Dichas interpretaciones permiten vincular el concepto de fracción con los contextos en los que se origina y le otorgan significado, facilitando que los estudiantes construyan una comprensión más concreta y clara del mismo (FONDEF-CONICYT, s.f.). Sin embargo, diversos estudios han evidenciado que las dificultades en el aprendizaje de las fracciones no se limitan a errores procedimentales, sino que responden principalmente a una comprensión conceptual fragmentada, en la cual los estudiantes tienden a asociar la fracción casi exclusivamente con la relación parte–todo de la cual se hablará a profundidad en las siguientes secciones.

1.2 Revisión de la literatura

En las últimas décadas, la investigación en educación matemática ha abordado las dificultades asociadas al aprendizaje de las fracciones, destacando tanto los problemas de conceptualización como el papel de las representaciones en la construcción del significado matemático. Diversos estudios coinciden en señalar que la interpretación parte–todo constituye el significado predominante con el que estudiantes y docentes se aproximan al concepto de fracción, lo que limita el desarrollo de una comprensión más amplia.

Desde la perspectiva de las interpretaciones conceptuales, Lamon (2022), fundamentándose en los sub-constructos propuestos por Kieren, evidenció que una enseñanza centrada en la fracción como cociente $\frac{a}{b}$ $b \neq 0$ favorece la consolidación de significados no enseñados explícitamente, permitiendo a los estudiantes utilizar sus conocimientos en situaciones nuevas. Estos hallazgos contrastan con investigaciones como las de Gabriel et al. (2013) y Čadež et al. (2018), quienes documentaron que incluso después de varios años de escolaridad los estudiantes mantienen una comprensión frágil del concepto de fracción, principalmente asociada al esquema parte–todo, con dificultades para operar con fracciones impropias y para reconocer la igualdad en las particiones de una unidad.

De manera similar, estudios centrados en docentes y futuros profesores (Wilkie y Roche, 2022; Basturk, 2016; Mamede y Pinto, 2013) muestran que las estrategias de enseñanza tienden a privilegiar representaciones circulares y esquemáticas asociadas a la división de una unidad en partes iguales, así como una preferencia por interpretaciones intuitivas frente a enfoques más abstractos como la fracción como medida u operador. En conjunto, estas investigaciones sugieren que las prácticas docentes refuerzan una visión restringida del concepto de fracción desde sus primeras etapas de enseñanza.

Paralelamente, desde el enfoque de los registros de representación semiótica, Duval (2004, 2006) establece que la comprensión matemática depende de la coordinación entre múltiples sistemas de representación y de la capacidad de los estudiantes para realizar conversiones entre ellos. Estudios empíricos como los de Arzarello et al. (2009), Valeiro et al. (2021) y Chahine (2013) evidencian que el uso de paquetes semióticos multimodales, los cuales integran lenguaje verbal, gestos, representaciones visuales y simbólicas, favorece procesos de comprensión más profundos en diversos contenidos matemáticos.

En el ámbito específico de las fracciones, investigaciones como las de Lipovec (2017), Viseu et al. (2021) y Bouck et al. (2018) destacan la relevancia de las representaciones pictóricas, manipulativas y gráficas para apoyar la construcción conceptual del número racional, aunque también señalan que dichas representaciones por sí solas no garantizan comprensión si no se articulan con significados matemáticos sólidos.

En conjunto, la literatura revisada permite identificar dos tendencias centrales: por un lado, la persistencia de una conceptualización limitada de las fracciones centrada en la relación parte–todo; por otro, la evidencia de que el uso articulado de múltiples registros de representación apoya la comprensión matemática. Sin embargo, se observa una escasez de estudios que analicen de manera integrada cómo las interpretaciones conceptuales de las fracciones se relacionan con las representaciones semióticas empleadas en la enseñanza inicial del concepto, particularmente en contextos de educación primaria.

A partir de los trabajos revisados, se presenta la Tabla 1, la cual reúne una síntesis de la literatura analizada e integra los parámetros más relevantes de los doce artículos considerados fundamentales para esta revisión.

Tabla 1. Resumen de revisión de la literatura.

Artículo	Autor	Componentes de representación y/o interpretación de fracciones identificadas (Hallazgos)	Objetivo	Marco de referencia utilizado
Presenting and representing from fractions to rational numbers	Lamon, 2022	Fracción como a/b (cociente)	Tipo de investigación mixta, aplicación de cuestionarios y clase frente al grupo	Cuatro subconstructos medida (relación parte-todo), razón, división indicada y operador. Kieren (1976, 1980).
Primary teachers' preferred fraction models and manipulatives for solving fractions tasks and for teaching	Wilkie & Roche (2022)	Modelo representativo circular, presentación de fracciones en una recta numérica y unidades rectangulares.	Tipo de investigación mixta, análisis escala Likert y aplicación de cuestionarios.	Cuatro subconstructos medida (relación parte-todo), razón, división indicada y operador. Kieren (1976, 1980).
A componential view of children's difficulties in learning fractions	Florence et al. (2013)	Parte-todo	Tipo de investigación mixta, aplicación de cuestionarios.	Interpretaciones o subconstructos de una fracción Kieren (1980), Lamon (2020).

How fifth-grade pupils reason about fractions: a reliance on part-whole subconstructs	Cadez et al. (2018)	Parte-todo	Tipo de investigación cualitativa, observación de lecciones.	Interpretaciones o subconstructos de una fracción Kieren, 1980, Lamon 1999.
Primary student teachers' perspectives of the teaching of fractions	Basturk (2016)	Parte todo, división, medida, operador y razón. Representaciones semióticas pictóricas y esquemáticas.	Tipo de investigación descriptiva	Interpretaciones o subconstructos de una fracción Kieren, 1980.
Pre-service elementary school teachers' ideas about fractions	Mamede y Pinto (2013)	Cociente, parte-todo y operador	Tipo de investigación cualitativa, estudio de caso.	Interpretación de una fracción, Susan Lamon 1999.
Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom	Arzarello et al. (2009)	Gestos y expresión oral	Tipo de investigación cualitativa, clases impartidas por los investigadores.	Registros de representación semiótica, 2006.
Ordenamiento de los registros semióticos en la didáctica del álgebra en la escuela secundaria.	Valeiro et al. (2021)	Visuales, auditivas, verbales y escritas.	Tipo de investigación cualitativa, con estudio de casos, entrevistas y observaciones de clase.	Registros de representación semiótica, de Duval (2006).
Student's representation of fractions and exponentiation	Lipovec (2017)	Visual	Tipo de investigación cuantitativa, con aplicación de cuestionarios.	Hiebert.
The impact of using multiple modalities on student's acquisition of fractional knowledge: An international study in embodied mathematics across semiotic cultures	Chahine (2013)	Gestos, expresión verbal, escritas.	Tipo de investigación mixta, observaciones en clase, entrevistas y pruebas escritas.	Conjunto semiótico de Arzarello et Al. (2009) y teorema en acción de Vergnaud (1988).

Semiotic representations in the learning of rational numbers by 2nd. Grade portuguese students	Viseu et al. (2021)	Pictórica, lenguaje natural y gráfico.	Tipo de investigación cualitativa.	Registros de representación semiótica, de Duval (2006).
Adding it up: Comparing concrete and app-based manipulatives to support students with disabilities with adding fractions.	Bouck et al. (2018)	Manipulativa, pictórica y escrita	Tipo de investigación cualitativa.	Registros de representación semiótica, de Duval (2006).
Aprendizaje de números racionales a partir de representaciones semióticas.	Aguilar et al. (2022)	Verbal, numérica, gráfico y algebraico.	Tipo de investigación mixta.	Registros de representación semiótica, de Duval (2006).

De acuerdo con el anterior análisis se encontró que de los trabajos relacionados con conceptualización de una fracción predomina la interpretación parte-todo los autores refieren este concepto como el más común, siguiendo con el de cociente de la forma a/b , también las investigaciones relacionadas a representaciones semióticas sobre el tema de fracciones y otros trabajos generales realizados en educación básica, muestran los hallazgos que se busca incluir un paquete semiótico más robusto, aunque las representaciones semióticas más mencionadas fueron la verbal o lenguaje natural, visual y escrita.

1.3 Planteamiento del problema

La comprensión del concepto de fracción es uno de los problemas más persistentes en las matemáticas básicas, debido a su carácter abstracto y a la diversidad de significados que subyacen de esta. Diversas investigaciones han documentado que, desde los primeros acercamientos al tema, los estudiantes suelen construir una noción limitada de lo que es una fracción. Las formas en que se representan los conceptos matemáticos son fundamentales para su comprensión y aplicación. Cuando los estudiantes acceden a diversas representaciones y a las ideas que éstas comunican, disponen de un conjunto de herramientas que amplía significativamente su capacidad de pensar matemáticamente (NCTM, 2008).

A partir de la revisión de la literatura, se identificó que, en los trabajos analizados sobre la conceptualización de las fracciones, desde la perspectiva de maestros, estudiantes o profesores en formación, hay una constante en sus resultados (la mención de dos conceptualizaciones principales): la predominantemente interpretación como parte–todo, la cual es asociada con la limitación de la capacidad para operar con fracciones impropias y comprenderlas como medida u operador. Seguida de la interpretación como cociente (Lamon, 2022; Wilkie y Roche, 2022; Florence et al., 2013; Čadež et al., 2018; Basturk, 2016; Mamede, 2013).

Paralelamente, desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, se ha evidenciado que el aprendizaje matemático depende en gran medida de la articulación entre distintos sistemas de representación —simbólicos, pictóricos, verbales, gráficos y manipulativos— (Arzarello et al., 2009; Valeiro et al., 2021; Lipovec, 2017; Chahine, 2013; Viseu et al., 2021; Bouck et al., 2018; Aguilar et al., 2022), y de la capacidad del estudiante para realizar conversiones entre ellos.

No obstante, aunque existe abundante literatura sobre las representaciones semióticas en distintos contenidos matemáticos, así como investigaciones específicas sobre las interpretaciones de las fracciones, ambos enfoques han sido abordados mayoritariamente de forma separada y bajo características específicas,

tal es el caso de que la mayoría han sido desarrolladas en contextos cuyos enfoques curriculares difieren del mexicano.

Además, estos estudios no abordan necesariamente la enseñanza inicial de las fracciones, ya que suelen centrarse en grupos específicos, como estudiantes de mayor edad, profesores en formación, alumnos con alguna discapacidad o entornos de enseñanza rurales multigrado, etc. Esta situación contrasta con la presente investigación, cuyo interés se orienta hacia la introducción formal del concepto de fracción en tercer grado de primaria, momento en que se inicia su enseñanza de acuerdo al plan de estudios de SEP (2016, 2022), pero desde el hecho ya mencionado de la ausencia de estudios integradores que generan una brecha teórica y didáctica relevante: se desconoce qué combinaciones de representaciones e interpretaciones favorecen una comprensión más amplia y flexible del concepto de fracción en su etapa inicial de enseñanza. Como consecuencia, las prácticas docentes suelen centrarse en procedimientos algorítmicos y en representaciones basadas en conocimientos personales o las sugerencias de los elementos didácticos de su alcance, lo que contribuye a la persistencia de errores conceptuales documentados en niveles educativos posteriores.

Por tanto, surge la necesidad de investigar de manera sistemática las representaciones semióticas y las interpretaciones de fracción presentes en las estrategias didácticas de los docentes de tercer grado de primaria, así como aquellas reconocidas y utilizadas por los estudiantes, con el fin de caracterizar los patrones predominantes y analizar el posible impacto en la comprensión conceptual del número fraccionario.

Desde esta perspectiva, el problema de investigación se centra en comprender cómo se articula la relación entre representación y significado en la enseñanza inicial de las fracciones, y en identificar qué elementos didácticos pueden contribuir a una construcción más robusta de este concepto. Por tal motivo para esta investigación se plantearon las siguientes preguntas, siendo la principal: ¿Qué representaciones semióticas e interpretaciones de fracciones utilizan los docentes de tercer grado para enseñar el tema de fracciones? y una secundaria:

¿Qué representaciones semióticas e interpretaciones conceptuales son necesarias para favorecer la comprensión del concepto de fracción?

1.4 Justificación

La enseñanza de las fracciones constituye un área importante dentro de la educación matemática debido a la persistencia de dificultades didácticas de estas a lo largo de la educación básica e incluso media superior y superior. Diversas investigaciones nacionales e internacionales han documentado que, aun cuando los estudiantes avanzan de grado, continúan presentando errores conceptuales y procedimentales en torno al significado y uso de las fracciones, lo cual evidencia que su comprensión temprana no se logra de manera eficiente. Esta problemática no solo limita el desarrollo del pensamiento matemático, sino que también afecta el aprendizaje de otros contenidos que dependen del manejo adecuado de los números racionales.

Además, los resultados de evaluaciones nacionales e internacionales, como PLANEA y PISA, muestran consistentemente que la resolución de problemas que involucran números fraccionarios constituye uno de los principales retos para los estudiantes mexicanos, lo que subraya la necesidad de fortalecer tanto los procesos de enseñanza como los de aprendizaje desde los primeros grados en que este contenido aparece. Estas evidencias refuerzan la importancia de investigar no sólo qué estrategias implementan, sino también cómo las representaciones e interpretaciones de fracción empleadas por el docente pueden favorecer o limitar la comprensión conceptual de los alumnos.

De acuerdo con el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, en su informe del 2019 y con base en los resultados de la prueba PLANEA 2018, las estadísticas muestran que, en primaria, en Matemáticas de sexto grado, el 59% de los alumnos se encuentran ubicados en el nivel I; 18%, en el nivel II; 15%, en el nivel III; y sólo 8% se ubica en el nivel IV. De manera concreta los reactivos de la prueba que evalúan las fracciones califican el aprovechamiento en los niveles III y IV, que estadísticamente no son alcanzados por la mayoría de los estudiantes (INEE, 2019).

Por otra parte, la prueba PISA (2022) indica que los estudiantes mexicanos obtuvieron un puntaje por debajo del promedio de los países que integran la OCDE en las áreas de lectura, matemáticas y ciencias. Además de manera general en México, solo el 1% de los estudiantes obtuvo un desempeño alto (nivel 5 o 6) en al menos un área (Promedio OCDE: 16%), y el 35% de los estudiantes no obtuvo un nivel mínimo de competencia (Nivel 2) en las 3 áreas que evalúa la prueba, que además en comparación con los resultados del año 2018, se observa decadencia en matemáticas y ciencias lo que coloca a México en una situación similar a la de hace una década.

A partir de estos resultados se puede reafirmar que existe una problemática generalizada en la comprensión de las matemáticas en niveles básicos de educación en México, además especialmente en los reactivos que tienen que ver con las fracciones en las pruebas que se realizaban en México como es el caso de PLANEA, se registra una deficiencia del manejo y comprensión del tema 73% de los estudiantes evaluados en 2018, lo cual representa un área de oportunidad en los temas de investigación de didáctica de las matemáticas.

En este sentido, la presente investigación resulta pertinente al integrar ambos marcos teóricos para analizar la enseñanza inicial de las fracciones en contextos reales de aula. Este enfoque permite no solo describir las prácticas docentes, sino también comprender los mecanismos didácticos y componentes semióticos que intervienen en la construcción del significado matemático del concepto, lo que constituye un aporte relevante al campo de la educación matemática. Lo que puede contribuir al desarrollo de prácticas pedagógicas más coherentes con los procesos cognitivos implicados en el aprendizaje de fracciones desde los primeros grados escolares.

Asimismo, la investigación posee relevancia metodológica al emplear un enfoque cualitativo basado en estudios de caso y triangulación de datos, lo que permite un análisis profundo de las dinámicas de enseñanza y aprendizaje en contextos específicos. Este tipo de aproximación enriquece la comprensión de fenómenos didácticos complejos que difícilmente pueden captarse mediante métodos exclusivamente cuantitativos.

Finalmente, desde una perspectiva social y educativa, los hallazgos de esta investigación pueden contribuir como base para futuras investigaciones en las que se pueda sugerir de manera justificada en resultados empíricos, pero con fundamentos teóricos sólidos, una manera de enseñar de tal forma que el concepto de fracción tenga un significado para el estudiante.

1.5 objetivos de la investigación

Objetivo general

Analizar la articulación entre los registros de representación semiótica y tipos de interpretación que los docentes de tercer grado de primaria emplean en sus estrategias didácticas para la enseñanza de fracciones. Con el fin de caracterizar y sugerir los elementos de representación e interpretación necesarios para la apropiación del concepto de fracción en educación básica.

Objetivos específicos

1. Examinar las interpretaciones conceptuales de fracción (parte–todo, cociente, operador y medida) presentes en las estrategias didácticas y en las producciones de los estudiantes, de acuerdo con el modelo de Lamon.
2. Analizar la relación entre los tipos de representaciones empleadas y las interpretaciones conceptuales que emergen en los estudiantes durante la enseñanza inicial de las fracciones.
3. Identificar patrones didácticos que favorecen o limitan la comprensión conceptual del número fraccionario en contextos de aula.

1.6 Supuestos

Conocer los principales tipos de representación semiótica e interpretación o conceptualización de una fracción presentes en las estrategias didácticas comúnmente utilizadas por docentes en nivel primaria, permitirá seleccionar elementos que complementen y contribuyan a la apropiación del concepto de fracción por parte de los alumnos en el primer acercamiento formal al tema.

1.7 Alcances y limitaciones

Alcances

La presente investigación se enmarca en el campo de la didáctica de las matemáticas y se centra en el análisis de la enseñanza inicial del concepto de fracción en el nivel de educación primaria, específicamente en el tercer grado, etapa en la cual se introduce formalmente este contenido de acuerdo con el currículo vigente en México (SEP, 2023).

El estudio se desarrolla bajo un enfoque cualitativo y la metodología de estudio de casos, considerando la participación de tres docentes de educación primaria pertenecientes a dos instituciones del estado de Hidalgo (una escuela pública y una escuela privada), así como un grupo de estudiantes de tercer grado. La selección de los casos responde a criterios de accesibilidad y pertinencia didáctica, y no pretende representar estadísticamente a la población docente, sino ofrecer una comprensión profunda de las prácticas de enseñanza en contextos específicos.

La investigación se delimita al análisis de las estrategias didácticas empleadas para introducir el concepto y uso de fracciones, así como a las representaciones semióticas asociadas como: simbólicas, pictóricas, verbales, gráficas, manipulativas y esquemáticas, así como a las interpretaciones conceptuales de fracción definidas en el marco teórico (parte-todo, cociente, operador y medida). No se aborda de manera exhaustiva el desarrollo de algoritmos formales de operación con fracciones ni su enseñanza en grados posteriores.

En cuanto al alcance, el estudio busca caracterizar y analizar la articulación entre representaciones e interpretaciones presentes en la enseñanza inicial del concepto, identificar patrones didácticos relevantes y generar orientaciones fundamentadas para fortalecer la práctica docente. Los resultados no pretenden establecer generalizaciones de carácter estadístico, sino aportar conclusiones importantes con base en la exploración detallada de los elementos mencionados,

que contribuya al campo de la educación matemática y sirva como referencia para investigaciones futuras y procesos de formación docente.

1.8 Descripción general de la estructura de la tesis

La presente tesis se organiza en cinco capítulos que desarrollan de manera progresiva los fundamentos conceptuales, la metodología propuesta, el análisis de los datos recabados y la interpretación crítica de los resultados con base en los marcos seleccionados.

Capítulo I “Construcción del Objeto de Estudio”, se realizará la revisión de la literatura, con la que se realizará el planteamiento del problema, se establecerán los objetivos de investigación y se visualizan el impacto, importancia y limitaciones que se presentarán en el desarrollo del trabajo.

Capítulo II: “Marco de investigación”, en esta sección se describirán ampliamente los fundamentos teóricos en los que se basa la investigación, se presentarán los conceptos, metodología a emplear, el marco referencial con los fundamentos ontológicos epistemológicos y didácticos bajo los cual se rige este trabajo.

Capítulo III: “Propuesta de Intervención o Metodología”, en este apartado se presenta el estudio de casos y las respuestas de las entrevistas semiestructuradas realizadas, así como el análisis de los elementos de representación e interpretación contenidos en un cuestionario aplicado a docentes y alumnos participantes en la investigación con base a las clasificaciones presentadas por Duval (2006) y Lamon (2020).

Capítulo IV: “Resultados”, se presentará el análisis de los datos recabados en las entrevistas semi estructuradas y los cuestionarios de preguntas abiertas, resaltando los puntos de similitud y los hallazgos más importantes de acuerdo con

los marcos de análisis antes mencionados, además de la presentación de una triangulación de resultados que será presentada en la sección final del capítulo.

Capítulo V: “Conclusiones y discusión”, en el cual se realiza la interpretación y reflexión de los resultados presentados en el capítulo anterior, a partir de su contraste con el marco teórico y los antecedentes de investigación revisados. En este capítulo se analizan los principales hallazgos del estudio en relación con las preguntas de investigación planteadas, se presentan las conclusiones generales derivadas del análisis realizado y se discuten las implicaciones del estudio, así como sus alcances y limitaciones, y posibles líneas de investigación futuras.

Capítulo II. Marco de investigación

2.1 Introducción

En este apartado se describen los elementos del marco conceptual de la investigación que permiten dar sentido a los datos empíricos, al incorporarlos en una estructura de conceptos y relaciones, de modo que esta estructura de pie a describir, explicar y predecir ciertas conexiones y coincidencias en los significados, inmersos en la información empírica asociada con el fenómeno de interés. Esta información es de utilidad para caracterizar en las estrategias didácticas utilizadas por los docentes los elementos de representación e interpretación para introducir por primera vez el concepto de fracción a estudiantes de tercer grado de primaria, enfatizando los fundamentos ontológicos, epistemológicos y didácticos en los que se basa esta investigación.

Considerando que en una investigación, los datos empíricos son el sustento de las afirmaciones que constituyen los resultados, mostrando convincentemente que los datos ocurrieron debido a los procesos descritos en el marco, y no accidentalmente o coincidentemente (Lester, 2005), se estableció la siguiente estructura: características de los marcos de investigación, fundamentos (ontológico, epistemológico y didáctico), seguido de la descripción de la teoría de registros de representación semiótica propuesto por Duval (2006), posteriormente la clasificación de interpretación o concepción de fracciones propuesto por Lamon, (2020) y las teorías relacionadas a estas.

Desde esta perspectiva, el presente marco conceptual conjunta dos núcleos teóricos centrales para el análisis de conceptos matemáticos de educación básica y sobre los números racionales: la teoría de los registros de representación semiótica de Duval, que explica los procesos cognitivos implicados en la comprensión matemática, y las interpretaciones conceptuales de las fracciones propuestas por Lamon, que describen los significados fundamentales de una fracción. La integración de ambos enfoques permite analizar no sólo cómo se

representan las fracciones en el aula, sino qué significados matemáticos se construyen a partir de dichas representaciones.

2.2 Características de los marcos de investigación

La función de un marco teórico es una guía en la investigación que se basa en una teoría formal y establecida que está ampliamente fundamentada, como las teorías epistemológicas de Piaget y Vigotsky. El objetivo de utilizar este tipo de marco es ampliar o modificar la teoría, también ubicar el objeto de investigación dentro del conjunto de las teorías existentes con el propósito de precisar bajo qué corriente de pensamiento se investiga (Rivera, 1998), se opta por seguir todas las convenciones aceptadas de argumentación y experimentación asociadas con la teoría (Lester, 2005).

El marco práctico es otro tipo de marco que guía la investigación utilizando "lo que funciona" en la experiencia por parte de quien está directamente involucrado en el o los procesos, este no está basado en la teoría formal sino por el conocimiento práctico, el resultado de investigaciones previas y puntos de vista ofrecidos por la opinión pública, debido a estas bases el tipo de preguntas de investigación se derivan de estos conocimientos y los resultados se utilizan para respaldar, ampliar o revisar la práctica (Lester, 2005).

Por otro lado, existe otro tipo de marco clasificado como: marco conceptual que autores como Jabareen (2009) lo define como una red de elementos o conceptos que en conjunto proporcionan una comprensión integral de un fenómeno o fenómenos. Estos conceptos se apoyan entre sí, articulan la justificación al problema que explican. Un marco conceptual posee supuestos ontológicos, epistemológicos y otros característicos de la disciplina que se estudie, para el caso de este proyecto de tesis también se considera el fundamento didáctico.

Un marco conceptual también es un argumento de que los conceptos seleccionados para la investigación son apropiados y útiles dado el problema de investigación que se está estudiando. Los marcos conceptuales se basan en investigaciones previas, pero se construyen a partir de una variedad de fuentes, a diferencia de los marcos teóricos, puesto que puede basarse en diferentes teorías

y diversos aspectos del conocimiento dependiendo de lo que el investigador pueda argumentar que será relevante e importante abordar acerca de un problema de investigación (Lester, 2005). En investigaciones en didáctica de las matemáticas, el uso de marcos conceptuales resulta particularmente pertinente debido a la naturaleza de los problemas de investigación que abarca la disciplina. Estos procesos no pueden ser explicados de manera suficiente desde una única perspectiva teórica, sino que requieren la integración de diversos enfoques que permitan comprender tanto la dimensión conceptual del aprendizaje como las mediaciones representacionales y pedagógicas que lo posibilitan.

De esta manera se seleccionó el uso de un marco conceptual como sustento para el presente estudio, por las características que posee, tomando puntos de importancia para la caracterización de los elementos de conceptualización (interpretación y la representación semiótica) que se utiliza para enseñar fracciones principalmente basado en la teoría de representaciones semióticas y los constructos de representación y conceptualización para fracciones, además de otros puntos que convergen y son útiles en la justificación de los resultados esperados posteriores al estudio de los casos que se llevarán a cabo.

2.3 Fundamentos

Esencialmente para este trabajo se utilizaron tres fundamentos que sustentan las bases teóricas seleccionadas para esta investigación, estos determinan la forma en que se conceptualiza a las matemáticas, cómo se enseña y aprende matemáticas y finalmente cómo se genera el conocimiento en matemáticas. Considerando estos fundamentos se determina la manera en la que se plantean las tareas y el escenario instruccional, el cual incluye las interacciones entre docente, estudiantes y los objetos del conocimiento.

En esta sección se menciona la perspectiva de los fundamentos ontológico que describe la concepción que se adopta respecto a lo que son las matemáticas, epistemológico refiere a cómo se conceptualiza el conocimiento y didácticos hace referencia a la forma en que se llevan a cabo los procesos de aprendizaje y enseñanza en la práctica educativa.

A lo largo del tiempo las ideas de cómo surge el conocimiento, han sido diversas sin embargo en los ámbitos educativos las teorías de Piaget y Vigotsky han enmarcado las investigaciones, los avances y la práctica educativos en general. La teoría constructivista dice que las personas construyen conocimientos por sí mismos y el aprendizaje se logra cuando encuentran un significado este aprendizaje, según esta teoría, implica el uso mediadores como el lenguaje a su vez también es contextual, las personas no aprenden a través de hechos aislados y teorías de piezas abstractas de información, separadas del resto de sus vidas más bien aprenden en relación con lo que saben, lo que creen, sus prejuicios, etc. ya que es un proceso activo que requiere que los estudiantes utilicen sus entradas sensoriales y construyan significado a partir de ellas. También es una actividad social, que fomenta el aprendizaje a través de interacciones con compañeros, maestros u otras personas. Además, el aprendizaje se produce a lo largo del tiempo, razón por la que los estudiantes necesitan revisar y volver a examinar las ideas que han construido y jugar con la idea repetidamente a lo largo de nuevas experiencias (Zain et al., 2012).

En el presente trabajo, se acepta que el conocimiento se construye a partir de la interacción del sujeto con los mediadores y se asume que estos mediadores son construcciones sociales. Por otro lado sobre el aprendizaje de las matemáticas existen corrientes distintas aceptadas en menor o mayor medida sobre cómo se logra que suceda el aprendizaje, siguiendo la idea de que el conocimiento se construye, para el presente trabajo se acepta que este proceso sucede cuando existe "el entendimiento", sin embargo para identificar una verdadera comprensión se espera descifrarlo a partir de si un estudiante muestra un dominio de las matemáticas enseñadas, como si existiera algún fenómeno interno, llamado "entendimiento", que puede ser una "comprensión correcta" o una "comprensión incorrecta", lo cual dificulta la identificación de este proceso ya que "entender algo" es proceso individual propia de los elementos implicados para esta construcción personal (Lerman,1989).

Sobre el aprendizaje con entendimiento: Autores como Barrera y Reyes, 2014 mencionan que este surge cuando se tiene la capacidad de elaborar sus

propios procedimientos o herramientas para resolver problemas y cuando se construye el significado de los conceptos a partir de las experiencias en el aula cuando se abordan actividades problemáticas.

También, otros autores describen al aprendizaje con entendimiento como el hecho de hacer conexiones entre ideas que facilitan la transferencia de conocimientos previos a situaciones nuevas, enfatizando que esta actividad es esencial porque la mayoría de los problemas matemáticos requieren de una estrategia conocida previamente. Carpenter y Lehrer (1999) proponen 5 puntos en los que relacionan la actividad mental cuando surge el entendimiento matemático: (a) construir relaciones, (b) extender y aplicar conocimientos matemáticos, (c) reflexionar sobre conocimientos previos, (d) articular los conocimientos previos y (e) apropiarse del conocimiento matemático. Los autores mencionados refieren que cuando se alcanza el entendimiento en matemáticas se logra aplicar el conocimiento, aprender nuevos temas y resolver problemas, caso contrario cuando no hay entendimiento y se comprende los temas como como tópicos aislados, los cuales no permiten extender el aprendizaje. Respecto a las herramientas el aprendizaje con entendimiento requiere del uso de representaciones variadas, con las que se puedan establecer conexiones entre sí, por lo que esta aceptación lleva a percibir a las matemáticas como una ciencia que promueve el desarrollo de los procesos antes mencionados (capacidad de resolución de problemas, reflexión, conectar e identificar relaciones, patrones, etc.) y que tiene implicaciones cognitivas específicas de la disciplina.

Para el contexto específico del aprendizaje de las fracciones, este entendimiento mencionado se puede manifestar cuando los estudiantes logran coordinar distintas representaciones del objeto matemático y reconocer sus diversos significados conceptuales, lo que refuerza la pertinencia de analizar conjuntamente los registros semióticos y las interpretaciones de fracción en la enseñanza inicial.

2.4 Registros y representaciones semióticas

El primer componente de este marco de investigación es la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006), en la que se establece que la comprensión de los conceptos matemáticos depende de las diferentes relaciones que un estudiante pueda establecer entre las diferentes representaciones de un objeto matemático, así como las transformaciones que sea capaz de efectuar dentro de un mismo registro y entre diferentes *registros de representación*. Para Duval (2016), la meta de la enseñanza de las matemáticas en primaria y secundaria es “contribuir al desarrollo general de las capacidades de razonamiento, análisis y visualización de los estudiantes” (p. 63). El principio fundamental de las representaciones semióticas, según Duval, es que sólo se puede acceder a los objetos matemáticos a través de signos. Estos signos no deben confundirse con los propios objetos matemáticos, ya que son meras representaciones de objetos matemáticos, que pueden representarse en diferentes sistemas semióticos, denominados registros (Marmur et al., 2019).

Se admite que la pluralidad de sistemas semióticos permite diversificar las representaciones de un mismo objeto, y de esta forma, se amplían las capacidades cognitivas de los sujetos por consiguiente también sus representaciones mentales (Tamayo, 2006).

Para un sólo registro de representación de objetos matemáticos, pueden existir más de una representación, el ejemplo de las fracciones en la que con el registro “parte-todo”, se puede obtener múltiples representaciones como se muestra en la siguiente Tabla 2.1.

Tabla 2. Representación de objetos matemáticos, elaboración propia con base en (Duval, 1993), (Goldin, 2002) y (Ministerio de Educación de Chile, 2012)

Tipo de Representación	Descripción	Ejemplos
Simbólica (algebraica)	Uso de símbolos y letras para expresar relaciones matemáticas.	$x + 3 = 7$, $a^2 + b^2 = c^2$
Gráfica	Representación visual de funciones, datos o relaciones.	Gráfica de una parábola, diagrama de barras.
Tabular	Organización de datos o valores en forma de tabla.	Tabla de valores de una función.
Verbal (lingüística)	Expresión de ideas matemáticas con palabras.	"El doble de un número..."
Númerica	Uso directo de números o cantidades específicas.	2, 5.5, $-1\frac{5}{3}$
Pictórica o icónica	Uso de imágenes o dibujos para representar conceptos.	Partes de un pastel para fracciones, diagramas.
Manipulativa (concreta)	Uso de objetos físicos para representar ideas matemáticas.	Ábaco, regletas Cuisenaire, bloques base 10.
Gestual o corporal	Uso de gestos o movimientos para representar ideas.	Contar con los dedos, gestos para operaciones.
Computacional o dinámica	Uso de herramientas digitales para representar o simular conceptos.	GeoGebra, calculadora gráfica, simuladores.

En la tabla anterior se mencionan algunas representaciones semióticas comúnmente utilizadas en la práctica docente y mencionadas en la literatura, algunas tienden a relacionarse o utilizarse para describirse entre sí, por ejemplo, cuando se utiliza una representación icónica para representar algo en matemáticas, suceso que ocurre comúnmente en el nivel educativo de primaria, también se hace uso de la representación oral y el lenguaje natural, para la comprensión y relación de la representación icónica.

Otro aspecto importante en esta teoría son las transformaciones de las representaciones, las cuales existen dos tipos:

- Transformaciones de las representaciones de un mismo registro (*tratamiento*). Son transformaciones de representaciones que ocurren dentro de un mismo registro: por ejemplo: realizar un cálculo permaneciendo

estrictamente en el mismo sistema de notación para representar números, resolver una ecuación o sistema de ecuaciones, completar una figura usando criterios perceptuales de conectividad o simetría, etc. Tomando un papel intrínseco de los sistemas semióticos en procesos matemáticos. Los tratamientos que se pueden realizar dependen principalmente de las posibilidades de transformación semiótica, que son específicas al registro utilizado (Duval, 2006).

- Transformaciones entre diferentes registros de representación (*conversión*). Consisten en cambiar un registro sin cambiar los objetos matemáticos que se denotan, por ejemplo: pasar de la notación algebraica de una ecuación a su representación gráfica, pasar del enunciado en lenguaje natural de una relación con su notación mediante letras, etc. La conversión es más compleja que el tratamiento porque todo cambio de registro requiere primero el reconocimiento del mismo objeto representado entre dos representaciones cuyos contenidos en ocasiones no tienen nada en común (Duval, 2006).

Para el presente estudio se considera que las representaciones pictóricas, simbólicas, verbales y manipulativas constituyen los principales medios mediante los cuales los docentes introducen el concepto. La capacidad de los estudiantes para reconocer una fracción como el mismo objeto matemático a través de estas diferentes representaciones resulta fundamental para la construcción de su significado matemático, lo que justifica el uso de esta teoría como eje analítico de este proyecto.

2.5 Interpretación o concepción de fracciones

Existen diferentes estudios que presentan clasificaciones de fracciones de acuerdo con las diferentes formas de conceptualizar o interpretar una fracción, estudios como el realizado por Mancera (1992) menciona la clasificación que proponen diferentes autores, como se muestra en la Figura 1.



Figura 1. Interpretación o concepción de fracciones por diferentes autores.

La figura anterior es un conjunto de interpretaciones o conceptualizaciones que se han utilizado a lo largo del tiempo para formar un concepto de lo que es una fracción, existen diversos estudios con coincidencias entre las formas de interpretar una fracción, en esta línea de investigación se ha buscado homogeneizar en una sola clasificación a todos los tipos de interpretaciones para una fracción.

Para este proyecto de tesis se toma como referencia la clasificación propuesta por Lamon (2020) quien establece que una fracción se puede interpretar de cuatro diferentes formas: (i) Parte-todo, (ii) cociente, (iii) operador y (iv) medida, ver Tabla 2.2.

Tabla 3. *Diferentes interpretaciones de una fracción* (Lamon, 2020).

Interpretación	Descripción
Parte-todo	Asigna la división en partes iguales de la unidad, ya sea de área, o longitud y toma las partes solicitadas.
Cociente	Se aprecia como el resultado de una división
Operador	Consiste en tomar a la fracción como función, que determina si reduce y amplía, contrae, expande o multiplica y divide.
Medida	Suele ser la medida asignada a algún intervalo o región, dependiendo de un modelo unidimensional (distancia de un punto de la recta al cero) o bidimensional (determinada área).

En la tabla anterior se describe brevemente las características sobre las diferentes conceptualizaciones de fracción propuestos por la autora Lamon (2020) que especifica que la enseñanza temprana de fracciones debería desarrollarse a partir de diferentes interpretaciones cuando se utilizan ejemplos concretos para ayudar a los niños a comprender significados, notación y operaciones, debido a que los fenómenos que dan origen a las fracciones son diversos. Especialmente los niños prestan atención a esas diferencias e ignorarlas a menudo causa confusión y falta de comunicación, el tema de fracciones sin embargo se relaciona como un tema que es aplicable a la vida cotidiana y que puede ser materializado en un entorno en que las matemáticas sirven para representar y manipular cantidades presentes en la vida real.

También la predominancia de una única interpretación parte–todo, ha sido señalada en múltiples investigaciones como una de las causas principales de las dificultades conceptuales en el aprendizaje de las fracciones. Por ello, la incorporación consciente de diversas interpretaciones en la enseñanza temprana resulta fundamental para evitar una comprensión fragmentada del concepto y favorecer una construcción conceptual más robusta.

Capítulo III. Marco metodológico

En el presente capítulo se detallan los elementos metodológicos que se utilizaron en este estudio, comenzando por la descripción de investigación de tipo cualitativa, que es el enfoque en el cual se basa este trabajo, así como los argumentos que sustentan la elección del estudio de casos basado en entrevistas semiestructuradas y pruebas escritas como instrumentos de recolección de datos. Posteriormente se describe a los participantes, el proceso de implementación de la entrevista y la explicación detallada del cuestionario aplicado en dos versiones (para estudiantes y profesores).

3.1 Investigación cualitativa

La investigación en educación matemática se fundamenta en diversas perspectivas relevantes relacionadas con aspectos cognitivos, didácticos y matemáticos, con el propósito de contribuir al análisis de problemas o situaciones de interés. Este estudio se abordó desde un enfoque cualitativo, orientado a la descripción profunda de un fenómeno para comprenderlo y explicarlo mediante la aplicación de métodos y técnicas (Sánchez, 2019).

La construcción de objetos de conocimiento dentro de la investigación cualitativa obedece a un proceso de esclarecimiento progresivo en el curso de cada investigación particular, compuesto de aspectos como la interacción del investigador con los actores de los procesos y realidades socioculturales y personales con el objeto estudiado, así como del análisis de la documentación relacionada, se consideran constructos y teorías que pueden facilitar la comprensión conceptual del problema y al mismo tiempo pensar en los aportes prácticos de la recopilación de datos, etc. (Jackson et al. 2007). Estos procesos de investigación cualitativa son análogos a un espiral por su característica que obedecen a una modalidad de diseño semiestructurado y flexible, por ejemplo, las hipótesis son emergentes puesto que se espera que las mismas evolucionarán dentro de una dinámica heurística y no establecida, por lo que cada hallazgo o descubrimiento se convierte en el punto de partida de un posible tema nuevo de

investigación dentro de un mismo proceso. Sobre los resultados de la investigación cualitativa se validan generalmente por dos vías: el consenso o la interpretación de evidencias (Sandoval, 1996).

En la literatura de la disciplina se puede encontrar investigaciones con diferentes características metodológicas, predominan sin embargo las investigaciones de tipo cualitativa, la razón es que los objetos de estudio y los casos de interés tienen un sentido de análisis profundo más que hallar generalidades o conclusiones absolutas o contribuir con estudios estadísticos. El objetivo de las investigaciones en la didáctica de las matemáticas es analizar en muchos casos los procesos, cognitivos, didácticos, pedagógicos, pero desde un enfoque con particularidades y escenarios específicos que contribuyan a dar respuestas a las preguntas de investigación seleccionadas, como es el caso de la presente investigación.

3.2 Diseño de la investigación

En esta sección se describe la importancia, características y tipos de los estudios de caso, así como el proceso de obtención de datos a partir de la aplicación de entrevistas semiestructuradas y la aplicación de cuestionarios elaborados en una versión para docentes y una versión para estudiantes.

3.2.1 Estudio de casos

El estudio de casos es una estrategia metodológica que busca dar respuesta a una o más preguntas de investigación (Medina et al., 2014), por medio del análisis intensivo de una familia, grupo, organización o individuo (Stake, 1995), con el componente importante de que el fenómeno analizado está ligado ampliamente con su contexto a diferencia por ejemplo de una investigación de laboratorio, puesto que uno de los objetivos es comprender cómo el comportamiento del objeto estudiado está influenciado por este entorno (Cassel y Symon, 2004).

De acuerdo con Yin (2009), un estudio de casos tiene al menos 4 aspectos en común, necesarios para la aplicación correcta de este método de recolección de datos:

1. Definición y selección de el/los casos para el estudio de caso.
2. Uso de más de un caso como parte de un mismo estudio de caso.
3. Fortalecimiento de la evidencia encontrada |en el estudio de caso.
4. Análisis de la evidencia.

Cada uno de estos pasos con particularidades que engloban aspectos prácticos y sustantivos (Yin, 2009), el primero tiene que ver con la identificación de la falta de relevancia de los datos del estudio, acceso limitado a las personas que se consideraron clave para la investigación, entre otras que podrían ser motivo de replantear el estudio de caso, por lo que es recomendable el análisis previo o de ser posible una prueba piloto. Los aspectos sustantivos están ligados a la originalidad de lo que se está estudiando y por tanto las particularidades que hacen que el estudio de caso sea sobresaliente y en ocasiones sea complemento de investigaciones previas.

3.2.2 Participantes en la investigación

En el presente estudio participaron tres docentes, de dos escuelas del estado de Hidalgo, una pública y una privada, de los municipios de Pachuca y Zempoala respectivamente. Cada docente tiene la formación de Lic. en ciencias de la educación y experiencia impartiendo clases en niveles básicos, se seleccionaron a los tres profesores con la seguridad de que se encuentran impartiendo el tercer grado de primaria o lo han impartido por lo menos una vez a lo largo de su trayectoria como docentes, puesto que el tema de investigación se desarrolla en este grado académico, según el plan de estudios (SEP, 2017). Durante la aplicación de la entrevista semiestructurada, se informó previamente y durante la ejecución que la conversación será grabada, para realizar un análisis posterior, además de informar que sus nombres e instituciones en donde se desempeñan como profesoras no serán revelados en ningún momento del estudio, también se informó que posteriormente se proporcionará un cuestionario para recolectar pruebas escritas, las cuales se detallaran en los siguientes capítulos.

Caso del docente A: Imparte clases en una escuela semiurbana pública, con 6 años de experiencia en primaria, por políticas institucionales únicamente se aplicó el cuestionario formulado para docente y la entrevista semiestructurada grabada en audio.

Caso del docente B: Imparte clases en una escuela semiurbana pública, con 5 años de experiencia en primaria, por políticas institucionales únicamente se aplicó el cuestionario formulado para docente y la entrevista semiestructurada grabada en audio.

Caso del docente C: Imparte clases en una escuela urbana privada, con 9 años de experiencia en primaria, se aplicó el cuestionario para docente y la entrevista semiestructurada grabada en audio. La institución otorgó el permiso de aplicación del cuestionario en versión para estudiante, en una sesión de aproximadamente 25 minutos se aplicó a 12 estudiantes a los cuales se informó que sus respuestas son anónimas y los datos personales no son presentados en ningún apartado de esta investigación, esto con el objetivo de recopilar cuestionarios escritos y a su vez lograr una triangulación metodológica entre la perspectiva del alumno y la perspectiva del maestro, este hecho será descrito posteriormente.

3.2.3 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

En la investigación cualitativa, las características fundamentales del proceso de recolección de datos son definidas por el propio investigador ya que es responsable de la obtención de la información. En este tipo de investigación autores como Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2014) refiere que los instrumentos no son estandarizados, se trabaja con múltiples fuentes de datos, como entrevistas, observaciones directas, documentos, material audiovisual, etc. Asumiendo que el verdadero reto consiste en captar datos que permitan la comprensión profunda del fenómeno estudiado.

Uno de los instrumentos de recolección de datos seleccionados para este trabajo de tesis es la entrevista semiestructurada, entendida como un tipo de conversación guiada entre el entrevistador y el entrevistado que permite obtener información en profundidad mediante preguntas abiertas que pueden adaptarse

durante su desarrollo, condición que la hace especialmente útil en investigaciones cualitativas (Leavy, 2020). Una entrevista semiestructurada tiene como objetivo principal obtener información sobre un proceso a partir de las descripciones del entrevistado, con el fin de interpretar los fenómenos estudiados (DeJonckheere & Vaughn, 2019).

Previo a la aplicación de la entrevista semiestructurada, de la cual se presentan los resultados en el siguiente capítulo se realizó una prueba con 5 preguntas planteadas inicialmente, las cuales fueron de importancia para realizar un ajuste en las preguntas y para completar este cuestionario, en la versión final. Los resultados fueron relevantes e interesantes, los cuales se analizaron, pero no con la profundidad del cuestionario en el cual se basan los resultados de la investigación.

Las preguntas se formularon con la intención de propiciar el diálogo sobre el tema de fracciones, con una redacción sencilla sin el uso de terminologías específicas que se han descrito en esta investigación. Las siguientes 7 preguntas son la guía de la entrevista, sin embargo, cada una de estas aplicadas a cada caso de los participantes, es única y cuenta con particularidades, puesto que estos ajustes están permitidos cuando se usa este tipo de instrumento de recolección de datos.

1. *¿Me podría contar cómo enseña fracciones a los alumnos de tercer grado?*
2. *¿Qué tipo de fracciones y operaciones con fracciones se enseña a los estudiantes de tercer grado?*
3. *¿Qué materiales utiliza para enseñar fracciones?*
4. *¿Qué dificultades tienen los estudiantes para entender las operaciones con fracciones?*
5. *¿Qué retos o problemáticas ha enfrentado para enseñar fracciones a estudiantes de tercer grado?*
6. *¿Cómo identifica que un estudiante entendió el concepto de fracción?*
7. *¿Cómo identifica que un estudiante tiene dificultades con fracciones?*

El segundo instrumento de recolección de datos seleccionado son los cuestionarios escritos, estos son una serie de preguntas abiertas que funcionan como guía, pero las cuales dan la total libertad de escribir una respuesta desde la perspectiva de los participantes, se proporciona la hoja con el cuestionario y en este caso particular se describe que tipo de respuesta se plantea obtener (escrita o esquemática).

A continuación, se presentan las preguntas de este instrumento, en dos versiones la versión para los docentes y la versión para los alumnos, cuyo contenido es similar, pero esta descrito y enfocado a obtener elementos conceptuales y de representación semiótica específicos respectivamente, el lenguaje utilizado en cada uno es otra de las características que los diferencian.

Cuestionario maestro

¿Qué definición o concepto de fracción presenta a los alumnos de tercer grado?

¿Cómo presenta la solución de una operación de suma de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/3 + 1/5$?

¿Cómo presenta la solución de una operación de suma de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/5 \times 3/2$?

¿Cómo presenta la solución de una operación de suma de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/6 \times 2/4$?

¿Qué figuras, esquemas o símbolos utiliza usualmente para representar fracciones, por ejemplo $1/8$?

¿Qué figuras, esquemas o símbolos utiliza usualmente para representar fracciones, por ejemplo $7/3$?

Cuestionario alumno

¿Qué es una fracción?

Resuelve la operación $1/3 + 1/5$, en el siguiente recuadro

Resuelve la operación $1/6 \times 2/4$ en el siguiente recuadro

¿Cómo dibujas $1/8$?

¿Cómo dibujas $7/3$?

Una de las razones por la cual las anteriores preguntas son breves y específicas, es que se busca obtener una respuesta sencilla por parte de los alumnos y maestros participantes. También tiene la característica de no ser ambiguas para obtener las respuestas esperadas, por ejemplo, en las preguntas 4 y 5 de ambos cuestionarios explícitamente se solicita que se realice un dibujo (caso alumnos) y un esquema, símbolo, dibujo, representación en forma de imagen (para caso de maestros). También la pregunta número uno se enfoca a obtener información acerca de la conceptualización con la que los participantes cuentan, dicha característica está relacionada con la teoría seleccionada para la caracterización de los conceptos de fracciones conocidos por los docentes y como se plantean a los alumnos. Las dos preguntas restantes tienen el enfoque de hallar posibles algoritmos (representaciones simbólicas), métodos de solución con fracciones equivalentes, conceptos e incluso esquemas o dibujos, que pueden relacionarse tanto con las representaciones semióticas y también a su vez con la interpretación de una fracción, dichos componentes son el foco principal en el que se basa este proyecto de tesis.

3.2.4 Triangulación metodológica

Es un proceso para obtener datos de diferentes fuentes y/o métodos de recolección. Su importancia en la investigación cualitativa es que algunos autores remarcan que se obtiene una mayor riqueza, amplitud y profundidad en los datos recolectados si provienen de diferentes actores del proceso, de distintas fuentes o de formas variadas de recolección con diferentes instrumentos (Hernández et al., 2014).

La triangulación también se comprende como un procedimiento que disminuye la posibilidad de malentendidos, al producir información redundante durante la recolección de datos que esclarece significados y verifica la repetibilidad en un proceso (Benavides y Gómez, 2005). En este trabajo la triangulación será útil para identificar las diversas formas en que un fenómeno puede ser observado o comprendido en un mismo contexto (en este caso la escuela), pero de dos enfoques diferentes comprendidos por los sujetos de estudio (maestros y alumnos).

3.3 Propuesta del procedimiento metodológico (recapitulación)

Tipo de proyecto

La presente tesis se clasifica como investigación básica en educación matemática, ya que su finalidad principal es generar conocimiento teórico y empírico sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones, sin centrarse en la implementación inmediata de una intervención educativa específica. De acuerdo con Hernández Sampieri et al. (2014), la investigación básica busca ampliar el conocimiento científico sobre fenómenos educativos y comprender sus dinámicas fundamentales, lo cual resulta pertinente cuando se analizan procesos cognitivos y didácticos complejos.

En el campo de la didáctica de las matemáticas, este tipo de estudios permite profundizar en la comprensión de los significados matemáticos construidos por los estudiantes y de las mediaciones didácticas que los favorecen o limitan (Artigue, 2014).

Propósito o alcance de la investigación

El estudio presenta un alcance descriptivo–analítico con carácter exploratorio. Es descriptivo en tanto se orienta a caracterizar las estrategias didácticas utilizadas por los docentes y las representaciones semióticas e interpretaciones conceptuales que emergen en la enseñanza de las fracciones. Según Hernández Sampieri et al. (2014), los estudios descriptivos permiten detallar fenómenos educativos tal como se presentan en contextos reales.

Asimismo, posee un componente analítico al examinar las relaciones entre las representaciones empleadas y los significados matemáticos construidos por los estudiantes, lo cual responde a un nivel de análisis interpretativo propio de la investigación cualitativa (Miles, Huberman & Saldaña, 2014).

Se considera además exploratorio, ya que existen escasas investigaciones que integren simultáneamente las perspectivas de representaciones semióticas e interpretaciones conceptuales en la enseñanza inicial de las fracciones,

particularmente en contextos educativos mexicanos, lo cual justifica un primer acercamiento sistemático a esta problemática (Hernández Sampieri et al., 2014).

Enfoque o método de investigación

La investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo, orientado a comprender los fenómenos educativos desde la perspectiva de los participantes y en sus contextos naturales. De acuerdo con Denzin y Lincoln (2018), la investigación cualitativa permite interpretar los significados que las personas atribuyen a sus prácticas y experiencias, lo cual resulta esencial para analizar procesos didácticos y cognitivos en el aula.

En educación matemática, este enfoque ha sido ampliamente utilizado para estudiar la construcción del conocimiento matemático, las interacciones en el aula y las estrategias de enseñanza, debido a su capacidad para capturar la complejidad de los procesos de aprendizaje (Cobb et al., 2003).

Dentro de este enfoque se adopta un diseño de estudio de casos, el cual permite analizar en profundidad fenómenos educativos situados en contextos específicos. Según Stake (1995) y Yin (2009), el estudio de casos resulta especialmente útil cuando se busca comprender cómo se desarrollan determinadas prácticas en escenarios reales y cómo interactúan los diversos actores involucrados. En didáctica de las matemáticas, este diseño posibilita examinar detalladamente las estrategias docentes y las respuestas estudiantiles en torno a un contenido matemático particular.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Entrevistas semiestructuradas: Se emplearon entrevistas semiestructuradas con docentes de educación primaria, las cuales permiten obtener información profunda sobre experiencias, percepciones y prácticas pedagógicas, manteniendo al mismo tiempo una guía flexible de temas a explorar. De acuerdo con Kvale y Brinkmann (2015), este tipo de entrevista favorece la construcción conjunta de significados

entre entrevistador y entrevistado, permitiendo profundizar en fenómenos complejos.

En investigaciones educativas, las entrevistas semiestructuradas son ampliamente utilizadas para analizar prácticas docentes y procesos de enseñanza (Leavy, 2020).

Cuestionarios de preguntas abiertas y producciones escritas: Se aplicaron cuestionarios abiertos a docentes y estudiantes con el propósito de obtener respuestas escritas y representaciones gráficas relacionadas con la conceptualización y representación de fracciones. Según Cohen, Manion y Morrison (2018), las preguntas abiertas permiten explorar el pensamiento de los participantes sin restringir sus respuestas a categorías predeterminadas.

El análisis de producciones escritas es una técnica recurrente en educación matemática para examinar los significados matemáticos construidos por los estudiantes y los tipos de representaciones que utilizan (Goldin, 2000).

Procedimiento para el análisis de datos

El análisis de la información se desarrolló siguiendo principios del análisis cualitativo propuesto por Miles, Huberman y Saldaña (2014), el cual comprende procesos sistemáticos de reducción, organización e interpretación de datos.

- **Organización y transcripción:** Las entrevistas fueron grabadas y transcritas de manera textual, permitiendo un análisis riguroso del discurso docente (Kvale & Brinkmann, 2015).
- **Categorización:** Se establecieron categorías teóricas a priori basadas en los marcos conceptuales de Duval (registros de representación semiótica) y Lamon (interpretaciones conceptuales de fracción), lo que corresponde a un enfoque de codificación teóricamente guiada (Saldaña, 2016).
- **Análisis interpretativo:** Se examinaron las relaciones entre las categorías, identificando patrones didácticos y conceptuales emergentes, en

concordancia con los principios del análisis temático cualitativo (Braun & Clarke, 2006).

- **Triangulación:** Se contrastaron los datos provenientes de entrevistas y producciones escritas para fortalecer la credibilidad de los hallazgos. La triangulación metodológica es reconocida como una estrategia clave para aumentar la validez en investigaciones cualitativas (Denzin, 1978; Hernández Sampieri et al., 2014).

Capítulo IV. Resultados

4.1 Introducción

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos a partir de las entrevistas semiestructuradas aplicadas y los cuestionarios de preguntas abiertas respondidos por los docentes y estudiantes de tercer grado de primaria. El análisis se organiza con base en las categorías teóricas establecidas en el marco conceptual: los registros de representación semiótica propuestos por Duval y las interpretaciones conceptuales de las fracciones planteadas por Lamon.

Los hallazgos se presentan primero de manera descriptiva y posteriormente de forma analítica, identificando patrones, similitudes y contrastes entre los casos estudiados, con el propósito de comprender cómo se articulan las representaciones y los significados de las fracciones en la enseñanza inicial de este concepto matemático.

4.2 Análisis resultados

El análisis de los resultados implica mirar de acuerdo con los fundamentos ontológicos y epistemológicos del investigador o investigadora, es decir, es explicar de una nueva forma la realidad que se pretende comprender. Para el análisis de los datos cualitativos, algunos autores recomiendan tres etapas para su desarrollo. En el primero, de naturaleza descriptiva, para identificar categorías. Strauss y Corbin definen las categorías como aquellos "conceptos que representan fenómenos". En el segundo momento analítico, se relacionan las categorías con las subcategorías (aquellos conceptos clarificadores incluidos dentro de una categoría) y en el tercero se completan las descripciones, se refinan las categorías, se integran y se identifica la categoría central, permitiendo al investigador formar un todo explicativo (Carrillo et. Al, 2011).

Categorías de análisis

Como se mencionó anteriormente, la enseñanza de las fracciones en la educación primaria representa un desafío en el aprendizaje matemático, debido a la complejidad conceptual que implica su comprensión. En este sentido, las categorías consideradas en este trabajo corresponden a las descritas en el marco de referencia: la primera se basa en las representaciones semióticas propuestas por Duval y la segunda en las interpretaciones de las fracciones planteadas por Susan Lamón. Asimismo, se establecen subcategorías derivadas de estas, las cuales se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 4. Categorías y subcategorías de caracterización de los resultados

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
Representaciones semióticas	Gráfica
	Pictórica
	Esquemática
	Numérica
	Tabular
	Verbal
	Manipulativa
	Otras
Concepto o interpretación de fracciones	FcPT (Parte-todo)
	FCM (Medida)
	FcC (Cociente)
	FcO (Operador)

4.3 Síntesis del análisis de datos

En esta sección se presentan algunos de los datos que se consideran relevantes para la construcción de una respuesta a las preguntas de investigación en las que se basa el presente estudio. De este cuestionario se realizaron dos versiones (Alumnos y maestros), como se mencionó en el capítulo de la metodología, con el que se quieren obtener indicios de los conocimientos de representación que los

alumnos poseen con base en los conceptos y las representaciones que los docentes presentan.

4.3.1 Cuestionario de preguntas abiertas (Alumnos)

Respuestas de la pregunta 1.

En el caso de la pregunta uno ¿Qué es una fracción?, se pensó incluir una pregunta sencilla y concreta en el cuestionario para el alumno, en este caso 9 alumnos plasmaron su respuesta en donde se indicó, la primera pregunta tenía como objetivo identificar el concepto que el alumno conoce o formó sobre lo que es una fracción.

Tabla 5. Respuesta a la pregunta 1 (alumnos)

Se dio una respuesta que se asemeja a alguna categoría de caracterización	1. ¿Qué es una fracción? Las fracciones son el equivalente de una cosa al dividirla en varias partes
	1. ¿Qué es una fracción? Una Fracción es ALGO que muestra las partes seleccionadas de un entero, que es el numerador, y el denominador son las partes contadas 2. Resuelve la operación $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ en el siguiente recuadro 1. ¿Qué es una fracción? Es una forma de decir las partes en la que se parte un objeto ejemplo  = partirlo en 8 y comer 4 pedazos = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ p la mitad del entero
Se dio un ejemplo como respuesta	1. ¿Qué es una fracción? Una fracción XD $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5+3}{15} = \frac{8}{15}$
	1. ¿Qué es una fracción? No sé como escribirlo pero puedo poner las partes 1 Denominador 2 Numerador: lo que se suma
	1. ¿Qué es una fracción? Así es en no  $\frac{1}{4}$

	1. ¿Qué es una fracción? Es un número que se divide por ejemplo $\frac{1}{6}$ eso es una fracción
Se dio respuesta nula o incorrecta	1. ¿Qué es una fracción? Una fracción es como para sacar resultados como por ejemplo no sabes en cuando dividir tu pastel. 1. ¿Qué es una fracción? Son porciones, ejemplo quiero $\frac{1}{3}$ del pastel  1. ¿Qué es una fracción? una fracción es cuando divides algo en partes ejemplo $\frac{8}{8} = 1$ y te tomas $\frac{1}{8}$

En la fila uno de esta tabla en la que se busca identificar la conceptualización se observa que se encuentran ausentes tres de las subcategorías para la interpretación de fracciones. Al igual que en otras investigaciones este es un resultado coincidente en que solo se encuentra presente la subcategoría de “parte todo”, como se indica en la primera fila de la tabla anterior (Tossavainen & Helenius, 2024), puesto que la respuesta indica el conocimiento de dividir un entero (un todo, una unidad) y tomar partes de ella.

Para el caso de la fila dos en que los estudiantes no pueden expresar concretamente que es una fracción eligieron colocar un ejemplo e indicar las partes que conocen (numerador y denominador), en los tres casos presentados no se incluye unidades compuestas o fracciones impropias, aunque se puede notar que justamente el concepto que comprende está relacionado con la interpretación de parte todo en la que nuevamente dividen una unidad y toman parte de ella.

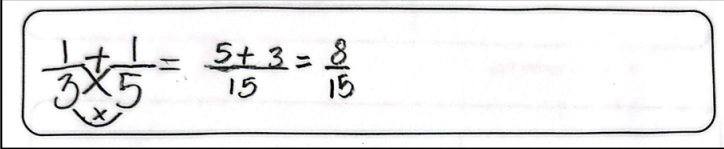
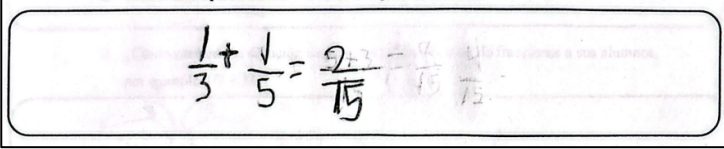
La tercera fila se definió como “nula o incorrecta”, para los casos en que los estudiantes no hubiesen contestado nada, lo cual no sucedió en la primera pregunta. Es de importancia resaltar que, aunque en dos de las respuestas que se

colocaron en esta fila, podríamos intuir que los alumnos conocen la interpretación “parte-todo”, esta idea se descarta al analizar que en las respuestas no se observa la comprensión del concepto del todo y que gráficamente no se cumple la característica de dividir en secciones iguales para tomar partes de esta unidad, puesto que está ausente en los esquemas y las fracciones presentadas.

Respuestas pregunta 2 y 3

Para las preguntas 2 y 3 se pide que se realicen operaciones sencillas con fracciones, derivado de lo que sugiere el plan de estudios de SEP (2017) y el plan de la NEM (2023), en que indican que los alumnos a partir de tercer grado de primaria podrán realizar operaciones sencillas con fracciones, identificarlas en su entorno real y usarlas para representar y resolver problemas que impliquen su uso, entre otras cosas. Lo que se buscaba encontrar con esta pregunta son posibles respuestas en las que los estudiantes usarán algún tipo de recta, números, esquemas, dibujos o cualquier otra representación conocida por ellos para resolverla, cabe mencionar que este cuestionario no está centrado en la observación del proceso de solución o método algorítmico utilizado, incluso no es de importancia calificar si los resultados de la operación presentadas son correctos o incorrectos, puesto que estos aspectos no están directamente relacionados con las preguntas de investigación del presente trabajo.

Tabla 6. Respuestas presentadas a las preguntas 2 y 3 del cuestionario para alumnos.

Aspecto que identificar	Respuesta
Se dio una respuesta que incluye por lo menos una representación semiótica para escribir las operaciones y/o resultado	 

	$\frac{1}{6} \times \frac{2}{4} = \frac{4 \times 12}{24} = \frac{48}{24} = \frac{24}{12} = \frac{12}{6} = \frac{6}{3}$
	$\frac{1}{6} \times \frac{2}{4} = \frac{4 \times 12}{24} = \frac{48}{24}$
	$\frac{1}{3} + \frac{5}{5} = \frac{5+3}{15} = \frac{8}{15}$
Respuestas nulas o incorrectas	Con método no me acuerdo
	No.

En la tabla anterior se mostraron algunas de las respuestas dadas a las preguntas 2 y 3 del cuestionario aplicado a los alumnos participantes, no se incluyeron todas las respuestas en la tabla ya que no se consideró de relevancia para mostrar en esta sección debido a que se presentaron similitudes en las respuestas, por tal motivo solo se seleccionaron las que son pertinente para este análisis.

En la fila 1 se identificó únicamente el uso de la representación numérica para el objeto matemático en análisis, tanto al expresar la fracción como al indicar el resultado. Se observaron respuestas correctas e incorrectas en la solución de las operaciones, así como el empleo de distintos procedimientos, principalmente algoritmos y el uso de fracciones equivalentes para efectuar la suma. Este tipo de abordaje ha sido ampliamente documentado en la literatura, donde se señala que tanto docentes como estudiantes suelen recurrir a la aplicación mecánica de algoritmos convencionales, priorizando el procedimiento sobre la comprensión conceptual del significado de la operación (Newton, 2008). En concordancia con estos hallazgos, los resultados de este estudio reflejan una tendencia similar, en la

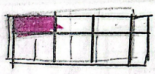
que la representación numérica y el uso de algoritmos se mantienen como estrategias predominantes para resolver la suma de fracciones, lo que sugiere una formación centrada en el dominio procedimental más que en la comprensión de las distintas representaciones del propio concepto.

Para el caso de la fila 2, solo se muestran algunas de las respuestas en las que no es posible analizar, ya que no hubo respuesta por parte de los estudiantes.

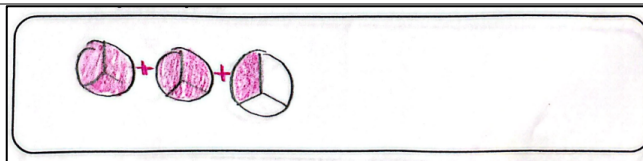
Respuestas 4 y 5

Las preguntas 4 y 5 tienen como objetivo identificar las representaciones gráficas, pictóricas y visuales que los alumnos conozcan, para ello se solicitó dibujar una fracción. En la pregunta 4, se solicitó representar $\frac{1}{8}$ (fracción propia) y la pregunta 5 en la que se pidió dibujar la fracción $\frac{7}{3}$ (fracción impropia).

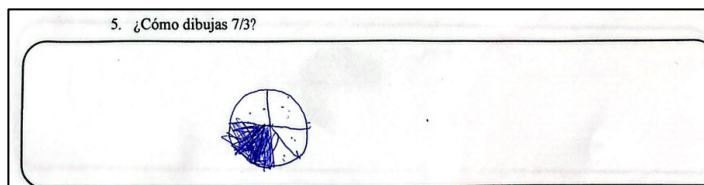
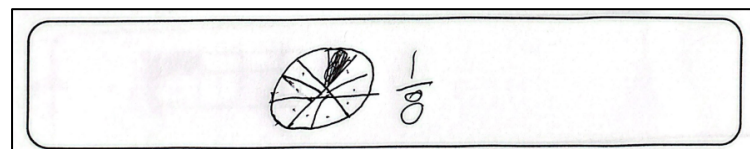
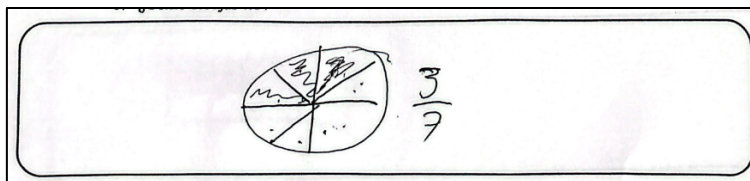
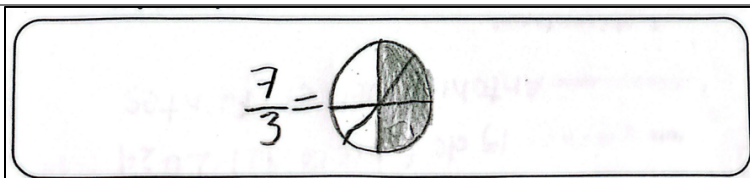
Tabla 7. Respuestas preguntas 4 y 5 (alumnos)

Tipo de representación gráfica o pictórica utilizada	Respuesta
Para fracción propia	$\frac{1}{8} =$ 
	
	
	

Para fracción impropia



Respuestas incorrectas o nulas



No sé XD

La tabla anterior muestra algunas respuestas dadas por los estudiantes, no se incluyeron todas las respuestas ya que no se encontraron diferencias o contrastes relevantes para el análisis.

En la fila uno se observan similitudes en que los estudiantes usan la representación numérica y para representar de manera visual las figuras predominantes son los círculos y en menos casos también se usaron los rectángulos. En el caso de un estudiante utiliza una representación pictórica de una pizza.

En la fila 2 que es la opción donde se solicitó representar una fracción impropia, solamente en uno de los cuestionarios se observó una respuesta correcta a pesar de los intentos observados en los demás cuestionarios para la pregunta 5, no se observaron diferencias, ya que solo se usaron las figuras circulares para representar. Algo de interés es que a partir de esta pregunta también se reafirman los hallazgos de la pregunta uno, en que los estudiantes no tienen claro alguna conceptualización de fracción al no poder representar correctamente la fracción impropia.

Para la fila número 3 se observa que en especial la pregunta 5 causó dificultades, en esta sección se observaron las representaciones semióticas ya mencionadas, pero se colocaron separado de las filas 1 y 2 porque las respuestas son incorrectas sobre todo cuando se trató de representar la fracción impropia.

En conclusión, los resultados del cuestionario aplicado a los estudiantes evidencian una predominancia casi exclusiva de la interpretación de fracción como parte-todo. En la mayoría de las respuestas, los alumnos definieron la fracción como una división de una unidad en partes iguales de las cuales se toma una cantidad determinada, lo que coincide con hallazgos previos que señalan esta conceptualización como la más frecuente en educación primaria.

Las demás interpretaciones (cociente, medida y operador) estuvieron prácticamente ausentes, lo que sugiere una comprensión restringida del concepto de fracción desde sus primeras etapas de aprendizaje. Incluso en los casos donde los estudiantes ofrecieron ejemplos en lugar de definiciones formales, estos continuaron reflejando la lógica parte-todo, sin evidencia de otros significados matemáticos del número racional.

En el caso de las representaciones semióticas y específicamente en la resolución de las operaciones con fracciones, los estudiantes recurrieron casi exclusivamente a la representación numérica, utilizando algoritmos convencionales o fracciones equivalentes. No se identificó el uso de representaciones gráficas, pictóricas o esquemáticas para apoyar la comprensión del procedimiento.

Este hallazgo refleja una enseñanza centrada en el dominio procedimental, donde el énfasis se coloca en la aplicación de reglas algorítmicas más que en la

comprensión conceptual del significado de las operaciones con fracciones, este proceso ha sido ampliamente documentado en la literatura documentada.

Finalmente es pertinente mencionar que las representaciones visuales de fracciones propias, predominó el uso de figuras circulares y, en menor medida, rectangulares, lo cual coincide con los modelos más comúnmente empleados en la enseñanza escolar. En contraste, la representación de fracciones impropias presentó mayores dificultades, observándose respuestas incorrectas o incompletas en la mayoría de los casos.

Este resultado reafirma que los estudiantes poseen una noción limitada de fracción asociada principalmente a la división de una única unidad, lo que dificulta la comprensión de cantidades mayores que uno y evidencia una conceptualización incompleta.

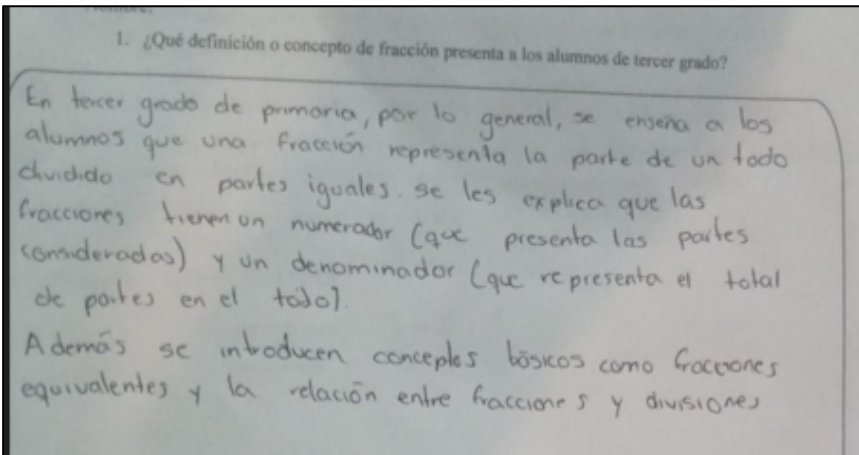
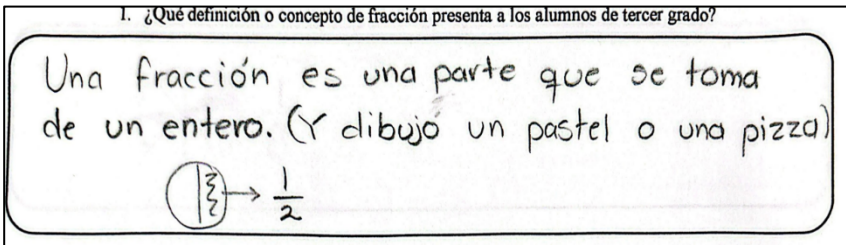
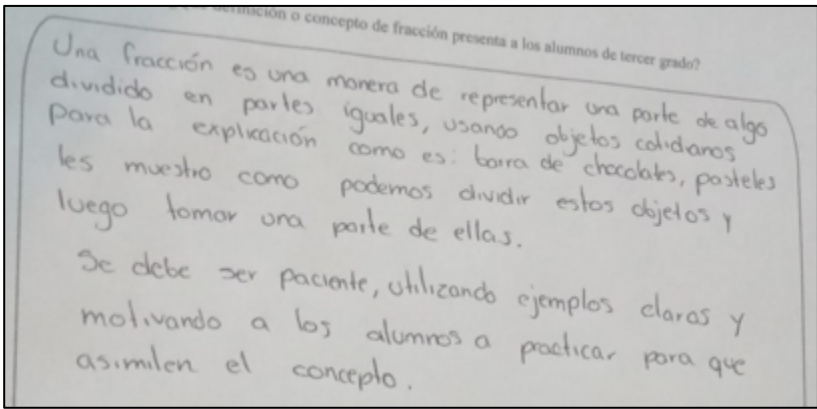
Para profundizar en el análisis de estos resultados del cuestionario, se realizaron también entrevistas semiestructuradas con los estudiantes, el propósito fue robustecer los resultados presentados, en las siguientes secciones de este capítulo.

4.3.2 Cuestionario de preguntas abiertas (Docentes)

Para el análisis de las respuestas presentadas por los docentes se aplicó un cuestionario de 5 preguntas que buscan identificar aspectos específicos de representación e interpretación de fracciones, con lo que se busca identificar diferencias y semejanzas entre sí. Para esta sección se presenta la tabla 4.4 que contiene la totalidad de las respuestas obtenidas, en una misma tabla a diferencia de la sección 4.3.1 del presente capítulo en que por la cantidad de participantes se omitieron algunas respuestas que en esencia eran iguales para generalizar la presentación de los resultados.

Es de importancia recordar que las preguntas de ambos cuestionarios aplicados fueron diseñadas con el objetivo específico de conocer profundamente la conceptualización y los recursos con los que un docente cuenta para representar fracciones y por ende mostrarlas a sus alumnos, en especial cuando se introduce el tema por primera vez.

Tabla 8. Respuestas del cuestionario de preguntas abiertas (docentes)

Aspecto que identificar	Respuesta
Interpretación/es de fracción mencionada	Respuesta 1    Respuesta 2 y 3
Representaciones semióticas presentes en las respuestas de operaciones con fracciones	

¿Cómo presenta la solución de una operación de suma de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/3 + 1/5$?

- 1- Explicar el concepto de fracción, numerador y denominador.
- 2- Encontrar un denominador común de 3 y 5, Explicar que para sumar fracción con diferente denominador se debe encontrar un denominador común.
- 3- Convertir fracciones con el mismo denominador $3 \times 5 = 15$
- 4- Realizar la suma $\frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$
- 5- Simplificar si es necesario.

¿Cómo presenta la solución de una multiplicación de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/5 \times 3/2$?

- 1- Recordar conceptos de fracciones (conocimientos previos)
 - 2- Explicar que para multiplicar fracciones simplemente se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí.
 - 3- Mostrar las fracciones $\frac{1}{5} \times \frac{3}{2}$ puedes utilizar dos colores para diferenciar.
- Numeradores $1 \times 3 = 3$
denominador $5 \times 2 = 10$

¿Cómo presenta la solución de una operación de una multiplicación de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/5 \times 3/2$?

- * Se explica al alumno mediante una representación en el pizarrón.
- $\frac{1}{5} \times \frac{3}{2}$
- Numerador
→ Denominador.
- $\frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$
- * Se multiplica numerador y denominador de forma lineal.

2. ¿Cómo presenta la solución de una operación de suma de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/3 + 1/5$?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{3+5}{15} = \frac{8}{15}$$

Con método mariposa

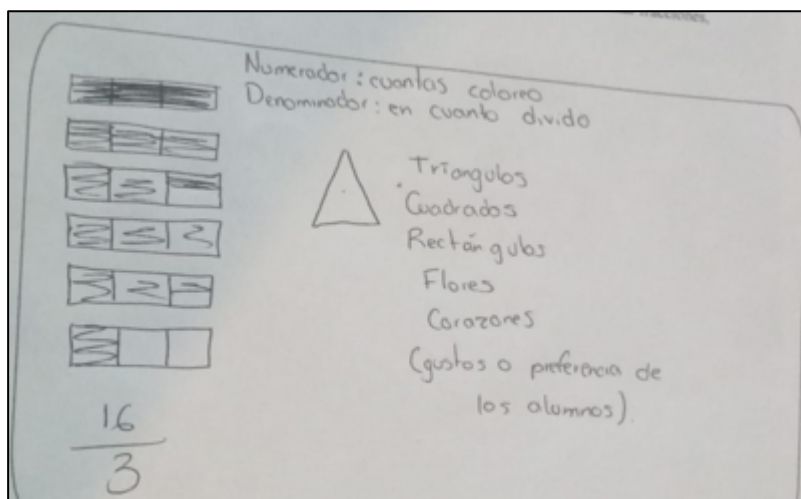
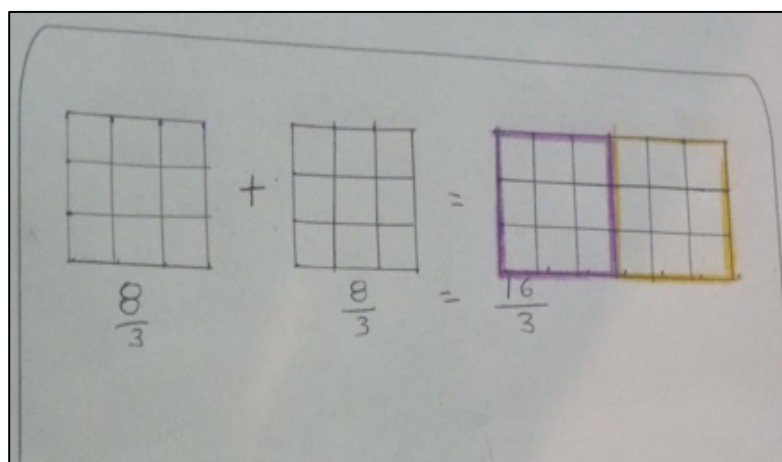
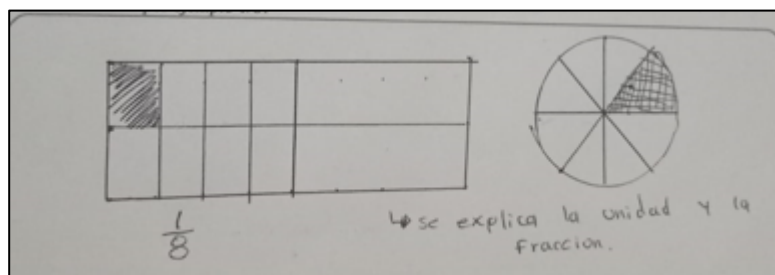
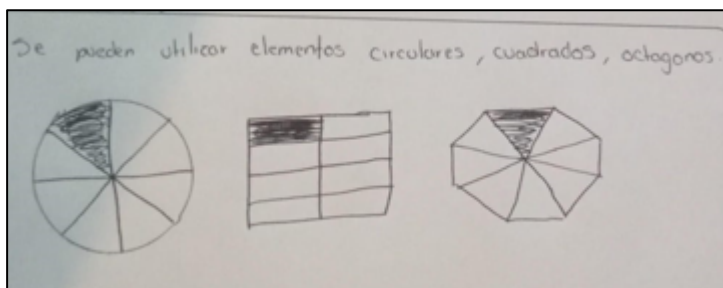
3. ¿Cómo presenta la solución de una operación de una multiplicación de fracciones a sus alumnos, por ejemplo $1/5 \times 3/2$?

Por lo regular no representó la multiplicación de fracciones, pero puedo usar flechas.

Representaciones

semióticas (pictóricas, esquemáticas), para la representación de fracciones propias e impropias

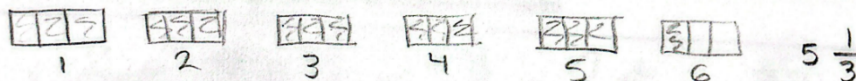
Respuestas 4 y 5



4. ¿Qué figuras, esquemas o símbolos utiliza usualmente para representar fracciones, por ejemplo $\frac{1}{8}$?



5. ¿Qué figuras, esquemas o símbolos utiliza usualmente para representar fracciones, por ejemplo $\frac{16}{3}$?



De la fila uno de la tabla anterior correspondiente a la pregunta 1, obtenemos que en las tres respuestas obtenidas se menciona la interpretación de fracción (concepto) de *parte todo*, están totalmente ausentes las otras 3 subcategorías de interpretación de fracciones. Específicamente una de las respuestas se hace mención explícitamente de esta interpretación refiriéndose a la fracción como “la parte de un todo”. Sin embargo, en las otras dos respuestas a diferentes niveles de especificidad se refieren a la fracción como: “tomar algunas partes de algo” y “Tomar partes de la unidad”, con lo que se puede generalizar a que estas respuestas caen en la subcategoría única de FcPT. Al igual que en México, en países como Australia el currículo y los libros de texto se centran en la interpretación de la fracción como relación parte–todo. De acuerdo con el estudio realizado por Tossavainen & Helenius, 2024, esta tendencia se confirma en el análisis de las prácticas de enseñanza observadas durante su investigación. Los autores señalan que, si bien dicha interpretación es la más común, los resultados académicos obtenidos evidencian que no constituye el método más adecuado para promover una comprensión profunda del concepto de fracción.

Para la fila dos, se presentan las respuestas a las preguntas 2 y 3 en conjunto porque estas preguntas persiguen un doble propósito: identificar las representaciones empleadas por los docentes y explorar si durante su aplicación se

evidencia alguna interpretación de la fracción. Sin embargo, en este caso no se encontraron indicios de comprensión conceptual, ya que las respuestas sobre la multiplicación se limitan a la ejecución del procedimiento sin justificar el funcionamiento del algoritmo. Este hallazgo coincide con lo señalado por diversos autores, quienes han documentado que las operaciones con fracciones suelen abordarse de manera predominantemente algorítmica, enfatizando el resultado numérico por encima del significado conceptual (Newton, 2008). En la misma línea Charalambous y Pitta-Pantazi (2006) destacan que las representaciones de las fracciones tienden a centrarse en procedimientos algorítmicos, lo cual limita la comprensión conceptual de la fracción.

De manera específica de estas respuestas se obtiene que una de las contestaciones hace referencia al termino *fracción* con la palabra representación, a lo que cae en una representación numérica, que está presente en todos los casos sin ser específicos en las respuestas, también hubo una respuesta en que se menciona el uso de un algoritmo para la solución de la operación de suma al cual se refieren como el “método mariposa”, que entra en la clasificación de una representación esquemática. Como ya se mencionó estas preguntas tienen doble objetivo, por una parte conocer algunas representaciones que utilizan los docentes participantes, pero también encontrar si están utilizando alguna interpretación de la fracción durante su aplicación, aunque en este caso no se encontró puesto que de manera clara en la realización de la operación de multiplicación, ninguna de las respuestas busca justificar por qué el algoritmo de la multiplicación funciona, únicamente se ocupan mostrarlo y aplicarlo en un ejemplo, lo cual permite verificar la ausencia de algún concepto que refuerce la comprensión de lo que son las fracciones.

De acuerdo con lo anterior, los resultados obtenidos reflejan una práctica similar, donde el uso de algoritmos y representaciones numéricas predomina, evidenciando una enseñanza centrada en la ejecución procedimental más que en la construcción del significado.

Lo presentado en la fila 3, correspondiente a las respuestas 4 y 5 del cuestionario, en las que se enfatizó en conocer las representaciones gráficas,

esquemáticas y pictóricas que los docentes conocen. En la literatura existe evidencia de que los docentes optan por figuras geométricas sencillas como círculos o rectángulos para representar fracciones, y que cuando utilizan objetos o ejemplos concretos, se inclinan por casos tan intuitivos como el pastel o la pizza. Por ejemplo, Wilkie y Roche (2023) señalan que en su estudio sobre las preferencias de los docentes en realizado en Australia reporta que los modelos de fracción de región geométrica (círculos, rectángulos) y representaciones manipulativas basadas en objetos cotidianos son de los más usados en la enseñanza inicial de las fracciones. Lo cual fue coincidente con lo contestado por los tres docentes participantes, que explícitamente eligieron representar las fracciones propias con círculos y las impropias con rectángulos, aunque en uno de los casos se mencionó que en el aula también se deja a criterio del alumno la posibilidad de usar alguna otra figura que sea de su preferencia.

De lo anterior es interesante que incluso se habla de la representación como flores o corazones, que analizado desde la perspectiva de la conceptualización de fracciones y tomando la subcategoría de FcPT estará contradiciendo el principio de que las partes de un todo deben de ser exactamente iguales para que la fracción tenga sentido, es decir el uso de un corazón para representar una unidad debería ser manejado con extremo cuidado al solicitar que se divida y tomen las partes de él, ya que puede causar confusión o dificultad en el concepto que el alumno pueda crear si se forma la idea errónea de que puedes dividir una fracción en las partes que te indica el denominador y tomar las que te indica el numerador, sin considerar la semejanza que debe existir entre estás partes.

A partir de los resultados descritos con anterioridad al igual que lo descrito en el cuestionario aplicado a alumnos En las respuestas de los docentes se identificó una predominancia de la interpretación de fracción como parte-todo en los tres casos analizados. Las demás interpretaciones —cociente, medida y operador— aparecieron de manera ocasional y generalmente como ejemplos secundarios, no como ejes centrales de la enseñanza.

Este patrón sugiere que la enseñanza inicial de las fracciones se estructura fundamentalmente en torno a la división de una unidad en partes iguales, reforzando una visión restringida del concepto matemático.

Por otro lado, respecto a los hallazgos respecto a las representaciones semióticas, los docentes mencionaron principalmente el uso de representaciones numéricas e icónicas, acompañadas en algunos casos por materiales manipulativos. No se observaron diferencias sustanciales entre los casos, lo que indica una práctica relativamente homogénea centrada en figuras geométricas simples, símbolos fraccionarios (numerador y denominador) y objetos presentes en la vida cotidiana.

4.3.3 Entrevistas Semiestructuradas

Para el análisis de las entrevistas semiestructuradas aplicadas a los tres docentes de primaria participantes en este estudio, se utilizaron las categorías presentadas en la sección 4.1 del presente capítulo, para las transcripciones se enumeraron los renglones de cada una de las entrevistas y se propusieron los siguientes puntos a identificar en ellas, usando un código de colores para resaltar cada aspecto. En algunos casos lo mencionado en las transcripciones caía dentro de más de un punto a identificar, pero se seleccionó el de mayor importancia para clasificarlo. Estas transcripciones se encuentran en el apéndice A.

Tabla 9. Categorías de representaciones semióticas

Categoría	Subcategoría	Color
Representaciones semióticas	● Gráfica ● Pictórica ● Esquemática ● Numérica ● Tabular ● Verbal ● Manipulativa ● Otras	

Interpretaciones de fracciones	● Parte todo ● Cociente ● Operador ● Medida
Otros aspectos de importancia o de interés	N/A

La presentación de estos resultados encontrados fue dividida de manera individual siendo un total de 3 entrevistas con duraciones de entre 14-18 minutos, en las cuales se resaltan los aspectos que se consideran más importantes para dar respuesta a las preguntas que guían esta investigación, para finalmente presentar las similitudes y el análisis de convergencias, así como de diferencias significativas respectivamente (ver sección 4.4.4).

Elementos de representación e interpretación de fracciones (Docente 1)

Se comenzó la primera de tres entrevistas, con la participación de un profesor de escuela pública con 8 años de experiencia, que cuenta con un grado formativo de doctorado en educación, el primer componente en que se centró la atención fue la identificación de las interpretaciones o conceptos de fracción que presenta a sus estudiantes cuando explica el tema de fracciones, obteniendo las siguientes respuestas (renglones 38-42).

“eh... con fruta, traemos fruta, traemos, eh, una gelatina de un entero y a partir de ahí, nosotros vamos generando cuestiones: ¿De cuánto es un medio?, ¿Cuánto es un cuarto? Eh... ¿Si sumo un medio más un cuarto, cuánto porcentaje me da?”

Los renglones anteriores son de interés porque se menciona el uso de porcentaje, lo cual lo clasifica como la interpretación de FcO , que se puede identificar de la manera que se presentó en las líneas anteriores. Sin embargo, la FcO también ha sido documentada en investigaciones como el uso de operaciones para resolver problemas en las que la unidad presentada no es el 1. Por ejemplo, al

calcular un cuarto de 16, lo cual puede expresarse como la multiplicación $\frac{1}{4}$ por 16 (Getenet & Callingham, 2019).

También se menciona implícitamente que se usan unidades comunes para los estudiantes para identificar fracciones propias como medios y cuartos. En repetidas ocasiones con otros ejemplos se mencionó la importancia del concepto de FcPT, enfatizando en la división de la unidad en partes iguales y reconociendo que hay unidades más pequeñas a uno, lo cual representan el todo “que se puede fraccionar de manera equivalente” (mencionado en el renglón 111).

Por otro lado, en la parte de representaciones semióticas se mencionó una gran cantidad de ejemplos que caen en las clasificaciones de la representación manipulativa usando objetos concretos como (frutas, el cuerpo humano), esquemáticas y visuales como; figuras geométricas, pizzas, dibujos en el pizarrón, también las escritas, orales y numéricas cuando se hace uso de decimales, números enteros y de la representación habitual con el numerador y denominador. Por ejemplo, en los renglones 38-42:

“Y él sabe, eh, entiende la conversión de fracciones a decimales, teniendo números enteros y números este fraccionarios como son los decimales y lo que a su vez sigue siendo fracciones”.

Dentro de las respuestas de la entrevista se identificaron aspectos interesantes sobre la enseñanza de las fracciones. Se menciona que en el currículo de tercer grado de primaria tiene como objetivo mostrar al estudiante que el uso de fracciones es imprescindible en la vida cotidiana y que justamente debería la enseñanza de estas estar encaminada a estos objetivos (renglones 56-58). También, se comenta que considera que es responsabilidad del profesor de primaria prepararse para los temas de matemáticas puesto que los docentes trabajan en función del conocimiento personal que tienen sobre los temas y justamente las matemáticas son una materia en la que existen áreas de oportunidad para los profesores en general (renglones 127-129). Algo no menos importante es que el profesor participante menciona que personalmente en su práctica docente identifica

que los temas de matemáticas deben ser “unificados” ya que los contenidos no pueden separarse o verse como individuales en los diferentes grados escolares y un tema que lo ejemplifica son las fracciones (renglones 96-99).

Elementos de representación e interpretación de fracciones (Docente 2)

La profesora es egresada de una maestría en educación con 13 años de experiencia. Respecto al primer enfoque bajo el cual se analizaron las respuestas de la entrevista (Interpretación de fracciones), se encontró la mención única del concepto de *FcPT* de la siguiente manera (renglón 14-17).

“que partir de que el niño se consiente o que entienda lo que es un entero, un todo y de esa totalidad. Él tiene que aprender a que si yo lo voy dividiendo el denominador me va diciendo en cuántas partes y eso va a ser como que la parte central y el numerador, cuántas partes estoy tomando de ahí”.

Posteriormente se menciona nuevamente la conceptualización *FcPT* de manera concreta y más adelante de manera menos específica (renglones 56-57)

Sobre representaciones semióticas mayormente se mencionan las representaciones visuales a lo largo de la entrevista, en algunas respuestas de manera específica, ejemplo:

“tratar de que sean didácticos y visuales” (renglón 121).

En distintos momentos de la entrevista se hace referencia a la representación visual, mencionando el uso de dibujos, tarjetas y rectas, entre otros recursos. También se alude a la representación manipulativa mediante el empleo de objetos como frijoles, pan o frutas, así como a la representación numérica al mencionar los términos *numerador* y *denominador*. En cuanto a las interpretaciones de fracción, resulta relevante que se haya identificado una distinta a la *FcPT*, ya que, como se ha señalado, esta es la más frecuente entre los participantes. En este caso, el docente 2 mencionó el uso de rectas numéricas y medidas del círculo, como áreas y diámetros, lo cual corresponde a la interpretación *FcM*, dado que, como se explicó

en el capítulo 2 de este trabajo, el uso de rectas y de áreas de figuras se incluye dentro de esta categoría.

Dentro de la conversación que se tuvo en la entrevista hay aspectos de interés entre los que destacan que la docente 2, menciona que con base en su experiencia las matemáticas son una materia en las que hay menos rendimiento académico y reconoce la idea de que las matemáticas no son una materia en que la “enseñanza tradicional” funcione, que presentar solo símbolos no permite que se llegue a un nivel de razonamiento (renglones 81-83). También se hace mención sobre que el trabajar con fracciones resulta confuso para los estudiantes en todos los grados de primaria, puesto que operar de una manera diferente a lo que conocían ya que en general el concepto de lo que significan las fracciones no es claro y no logran dar un sentido a los símbolos presentados (renglones 86-89 y 117-120).

Elementos de representación e interpretación de fracciones (Docente 3)

La profesora 3 se desempeña como docente en un colegio privado de Mineral de la Reforma, se ha desempeñado en diferentes colegios de la región en el estado de Hidalgo y en el estado de Tabasco, cuenta con la licenciatura en ciencias de la educación y una estancia en el extranjero durante su formación académica de la licenciatura.

Sobre la interpretación de las fracciones que se trató en la pregunta número uno de la entrevista, se obtuvo la siguiente respuesta:

“he implementado como rectas numéricas de papel grande, o sea, papel América grande para que ellos vayan dividiendo en varias partes o en una hoja blanca que vayan dividiendo un cuarto, un octavo y así sucesivamente” (renglones 21-23).

Es interesante que en las respuestas clasificadas dentro de la categoría de interpretaciones de fracciones en la cual se está basando este análisis, en este caso sí se mencionó de manera implícita la conceptualización de *FcPT* especialmente

mencionando ejemplos que pudiera utilizar como un pastel, pero enfatizando que es importante que se divida en partes iguales para tomar la parte de la fracción que corresponda, pero también se menciona que se hace uso de rectas numéricas que se puede clasificar dentro de la interpretación de *FcM*. Y por otra parte también se identificó otra manera en que se presenta a los estudiantes a las fracciones: como resultados de divisiones lo cual entra en la clasificación de *FcO* (renglones 74 y 75).

Para el caso de las representaciones que mencionó como las que utiliza frecuentemente, son coincidentes con las de los profesores 1 y 2 previamente descritas, por ejemplo, se mencionó lo siguiente:

“... les dejó muy claro cuál es el numerador, el denominador este, en qué casos de la vida diaria usamos fracciones y hago dibujos este para representarlas. Y también escribió las fracciones de manera numérica”. (renglones 17-19).

En este párrafo se identifican las representaciones: icónica, numéricas (decimales y expresadas como numerador y denominador) y con objetos concretos para representar de forma manipulativa (plastilina, alimentos, material didáctico armable de madera, etc.), visuales con el uso del pizarrón, dibujos y videos y en ciertos casos la representación escrita y oral al pedir la práctica de la lectura de las fracciones (ejemplo mencionado dieciseisavos).

Dentro de las particularidades de esta entrevista se destacan aspectos concretos sobre las dificultades que enfrentan los alumnos en el aula. A pesar del conocimiento y la apropiación de las sugerencias para enseñar fracciones, la profesora 3 comenta: “les cuesta mucho trabajo entender igual porque el cuarto está más grande que el octavo y se los he explicado, pero pienso que a lo mejor no he tenido la estrategia correcta para que lo entiendan” (Renglón 79). Esta dificultad refleja lo señalado por Lamon (2007) y Kieren (1980, 1993), quienes indican que los errores al comparar fracciones suelen originarse en la transferencia de propiedades de los números naturales a los números racionales. Según estos autores, una comprensión conceptual adecuada de las fracciones como cantidades o cocientes es esencial para razonar correctamente sobre relaciones de mayor o menor.

Asimismo, la docente reconoce la importancia de que los alumnos comprendan que algunas fracciones impropias pueden representar más de una unidad.

La profesora también enfatiza la relevancia de conectar los significados matemáticos con el contexto y la vida cotidiana de los estudiantes. Además, menciona que este proceso debería involucrar a los padres de familia, ya que el tema de las fracciones suele no quedar completamente claro en la educación primaria.

Patrones y regularidades en las entrevistas

La siguiente tabla presenta un análisis comparativo que permite la triangulación entre los hallazgos obtenidos en este estudio, los planteamientos teóricos y estudios previos revisados, así como la perspectiva de la investigadora. Este formato de presentación es tomado de la propuesta de Bertely (2000), que permite una visualización de las relaciones existentes entre los datos empíricos y el marco de referencia, destacando diferencias y patrones en el análisis de los resultados.

Tabla 10. Conceptualización de fracciones

Hallazgo	Hallazgos en datos recabados	Hallazgos en la literatura	Opinión desde la perspectiva de análisis
La interpretación de fracción como parte todo	(ejemplo) Docentes: “Según Piaget es un niño que ya está en operaciones concretas, entonces el niño ya tiene una concientización y tengo que partir de que entienda lo que es un entero, un todo y de esa totalidad tomar partes iguales”. Alumnos: “Una fracción es algo que muestra las partes seleccionadas de un entero.”	Cuando hablamos de "fracciones" en primaria, nos referimos a partes de un todo dado, donde el todo puede ser un conjunto de objetos o un solo objeto que se puede dividir en partes iguales (Čadež, et al, 2018).	La conceptualización de fracción más mencionada en las 3 entrevistas realizadas fue la fracción como parte-todo (FcPT), pienso que una razón importante de este hecho es que el currículo de la educación básica en México establece la mayoría de ejemplos, ejercicios y objetivos de aprendizaje sobre el tema de tal manera que te encaminan a que este tipo de representación sea la predominante, puesto que las otras representaciones consideradas para este estudio, son revisadas en temas posteriores de manera aislada.

Interpretación de fracción como cociente	Docentes: “Cuando se enseña fracciones, se introducen conceptos como fracciones equivalentes y la relación que hay entre fracciones y divisiones”.	En la interpretación de fracción como cociente se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada). Dicho de otra manera, es dividir una cantidad en un número de partes iguales dadas, lo cual relaciona directamente esta interpretación con la interpretación de FcPT. En estudios como el de Ruiz (2013) se dice que lo más importante es que las operaciones sean “construidas” por los propios estudiantes mediante su propia actividad, verbalización, conocimiento informal y utilizando modelos de apoyo, en el que la FcC es ideal.	Como experiencia personal en mi práctica docente y tomando como base los resultados del presente estudio, he identificado que la interpretación de FcC, es en cierta medida común y si está presente en las clases convencionales de matemáticas, sin embargo, está considerado como un tema distinto del aprendizaje de fracciones, un número racional está representado de la forma: $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ dicha definición es la definición general utilizada para referirse a una fracción en este estudio, dado que el resultado de esta división indicada por $\frac{a}{b}$, no es presentada generalmente como una definición de fracción, debido a que en educación básica los alumnos y maestros dan el nombre de “número decimal”.
Interpretación de fracción como medida	Docentes: “Para el tema de fracciones he implementado rectas numéricas de papel grande (papel	Se sugiere que el uso de la recta numérica parece ser más beneficioso para el aprendizaje de fracciones en los niños. Estas se representan como	Respecto a la interpretación de la FcM Actualmente algunas editoriales como Santillana, en sus libros de la NEM (Plan de

Alumnos:

3. Resuelve la operación $1/6 \times 2/4$ en el siguiente recuadro

$$\frac{1 \times 2}{6 \times 4} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

América grande), para que ellos vayan dividiendo en varias partes “.		magnitudes integradas, en la recta numérica como una sola marca, cuya distancia al punto cero corresponde a la magnitud de la fracción del denominador y el numerador. Este proceso puede ayudar a mitigar el sesgo de los niños hacia los números enteros, que se produce cuando los estudiantes consideran a las fracciones números “diferentes” (Tian et al, 2021).	estudios SEP-2023) libro pi.esente , integra esta interpretación en el tema de números fraccionarios, presenta bastantes ejercicios en los que el objetivo principal es coincidente con las mencionadas en la literatura, ya que los ejercicios consisten en ubicar de manera indistinta números en una recta numérica tanto de la forma $\frac{a}{b}$, como enteros y cocientes, lo cual considero importante y pienso que puede complementarse con la mención de que cualquier número (racional) puede ser considerado una fracción incluso si el resultado de su cociente es entero, como fue el caso de la respuesta dada por un alumno participante al momento de responder el cuestionario, se muestra en columna 2, fila 3.
Alumnos: Ausente.			
Interpretación de fracción como operador	Docentes: “¿Si sumo un medio más un cuarto, cuánto porcentaje me da? Y a partir de ello eh ... los alumnos empiezan a entender que pues a un entero se le puede fraccionar”	En algunos estudios con futuros maestros de primaria, como en el de Del Mar López-Martín et al. (2022) sugieren que al conceptualizar la FcO, puede existir una subcategoría con dos tipos de estrategias: duplicador/reductor. En la que en general se encuentra que la representación de la fracción como operador es complicada de integrar y dentro de esta se destacan una mayor presencia del uso como “reductor” en comparación al “duplicador” debido al	De manera similar a la anterior interpretación presentada en la anterior columna, considero que la FcO si se encuentra presente en las clases de matemáticas de educación básica, aunque es presentada de forma en que no se conecta la idea de este proceso en que la fracción significa tener un total de elementos y dividir entre el número de partes dadas, para posteriormente multiplicar por el número
	Alumnos: AUSENTE		

hecho de que la duplicación de una cantidad exige un mayor esfuerzo cognitivo.

de partes indicadas, siendo este proceso aplicado en el cálculo de porcentajes.

Ejemplo:

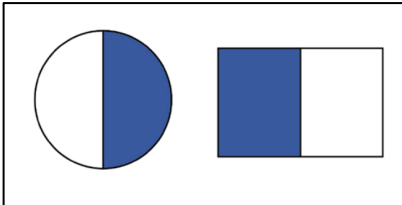
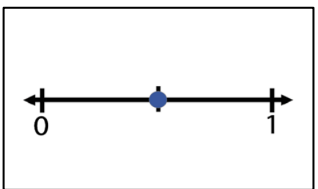
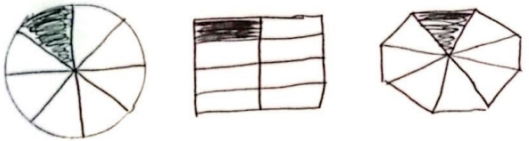
200 → 100%

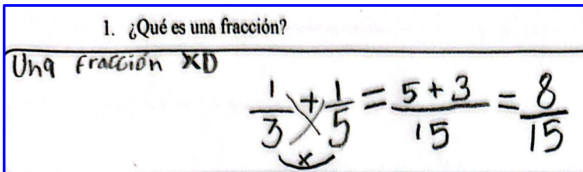
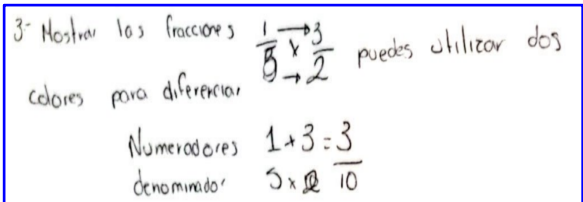
x → 50%

Siguiendo la idea de FcO, tomaríamos el total dado (200) y se divide por el total de partes (100) y finalmente se multiplica por las partes indicadas (50), obteniendo un resultado de 100. De manera similar se presenta como:

$\frac{1}{2}$ de 200, lo cual, si es presentado a los alumnos, pero en el caso de esta investigación solo uno de los docentes participantes hizo mención del cálculo de porcentajes para referirse a una fracción de manera indistinta.

Tabla 11. Representaciones semióticas

Hallazgo	Hallazgos en datos recabados	Hallazgos en la literatura	Opinión desde la perspectiva de análisis
Representación icónica Alumnos	¿Cómo dibujas $1/8$? 	En el estudio de Rau y Matthews (2017) sobre las representaciones de fracciones se menciona que para que los conceptos matemáticos complejos sean accesibles a los estudiantes, se recurre a representaciones visuales, en el caso de fracciones en este artículo refiere que las más comunes son las siguientes:  	Pienso que el uso de dibujos y esquemas para representar objetos matemáticos es importante sobre todo en los primeros años de educación como una herramienta que los profesores utilizan para ilustrar conceptos matemáticos en el caso de las fracciones desde mi perspectiva utilizó para representar fracciones usualmente figuras circulares y rectangulares, de igual manera que en mi práctica docente he observado coincidencias, en cuanto a los datos recabados en este estudio y lo encontrado en la literatura, también estas figuras son las más representativas, yo pienso que esto se debe a las características de las figuras (simplicidad), opuesto que poden ser dividida en partes iguales de manera más sencilla y porque típicamente son figuras que se presentan en los libros de texto y el uso de algunos otros esquemas pero que coinciden con
Docente:	Se pueden utilizar elementos circulares, cuadrados, oct 		

			esta forma, ejemplo Pizzas y galletas, barras de chocolate, etc.
Representación numérica	Alumnos:  Docentes: 	En un estudio presentado por Abdullah (2014), sobre división de fracciones en que se pretendía observar el uso de diferentes representaciones, los participantes (futuros docentes) mostraron éxito en las fracciones con expresiones verbales o simbólicas (numéricas). Sin embargo, se observó muy poco éxito al representar fracciones mediante modelos o rectas numéricas. El mayor éxito de los futuros docentes en las representaciones simbólicas puede atribuirse al hecho de que se utilizan métodos de enseñanza tradicionales en el aprendizaje y esta representación es la más común en ellos.	Pienso que la representación numérica de los conceptos matemáticos es importante para la comprensión de estos además de ser la más común porque es necesaria para representar y hacer correspondencia con algún otro tipo de representación. Como los datos de este estudio y lo revisado en los artículos relacionados a la representación semántica numérica regularmente se acompaña de la representación icónica, verbal y manipulativa cuando se requiere expresar una fracción de manera cuantificable, sobre todo en la enseñanza tradicional de las fracciones.
Representación manipulativa	Alumnos: “una fracción es como algo que te sirve cuando quieres dividir tu pastel” Docentes: “Un ejemplo claro, puede ser, con fruta, traemos fruta, una gelatina, de un entero” (Docente 1)	En cuestión a las representaciones manipulativas existen diversos estudios que hablan sobre la importancia de usar materiales concretos en la enseñanza y el aprendizaje algunas de estas ideas provienen de la relación con la tercera etapa del desarrollo cognitivo planteado por Piaget (de	Los esfuerzos para incluir materiales que se puedan manipular en la enseñanza de las matemáticas principalmente en educación básica, es un tema de interés en que se pretende que este tipo de representación sea apoyo para el aprendizaje de temas matemáticos del

“Pues tenemos materiales didácticos, a partir de fichas, dominó de fracciones, tenemos también estas tarjetas donde vas uniendo a modo de completar un entero” (Docente 2).

“También puede ser que la otra vez, simplemente que trajeran un pan y se fueran cortando los panes en las diferentes fracciones. Y si les daba la instrucción de que se comieran un tercio, un cuarto y ya lo iban haciendo para que fuera como más representativo”. (Docente 3).

7 a 11 años), (Farra et al., 2024). En general, el uso de materiales manipulativos es una estrategia de enseñanza se suele sugerir como un método eficaz para mejorar el rendimiento matemático de los estudiantes (Vivar & Salcedo, 2023).

También instituciones como la NCTM, (2000) dice que el hecho de que los estudiantes utilicen materiales manipulativos concretos y apuntes, y realicen proyectos matemáticos con ellos, e interactuar físicamente con objetos de su vida real para aprender nuevos conceptos matemáticos, lo cual resulta más útil y productivo.

currículo, con base a mi experiencia el uso de manipulativos en fracciones es importante, ya que esta representación brinda oportunidades que captan la atención de los estudiantes y permiten en muchos casos incluir diferentes tipos de representación. Por otro lado, la oportunidad de que en la enseñanza de las matemáticas incluye materiales concretos en la etapa correcta considero que es beneficioso desde el punto de vista de las teorías educativas constructivistas en las cuales se basa la parte epistemológica del presente estudio.

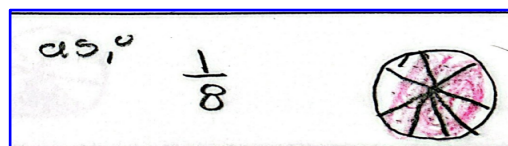
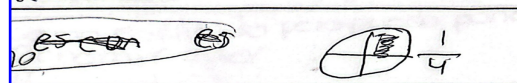
Representación más mencionada Alumnos

Numérica e icónica

Una fracción XD

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5+3}{15} = \frac{8}{15}$$

¿Qué es una fracción?



Resultado coincidente con el de los profesores.

Representación más mencionada por docentes

Numérica e icónica

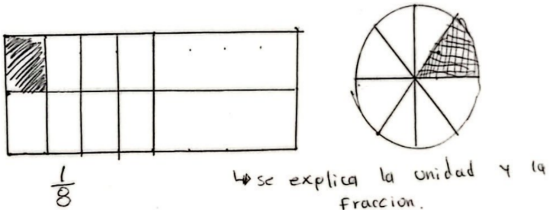
Docente 1.

4. ¿Qué figuras, esquemas o símbolos utiliza usualmente para representar fracciones, por ejemplo 1/8?



Docente 2.

4. ¿Qué figuras, esquemas o símbolos utiliza usualmente para representar fracciones, por ejemplo 1/8?



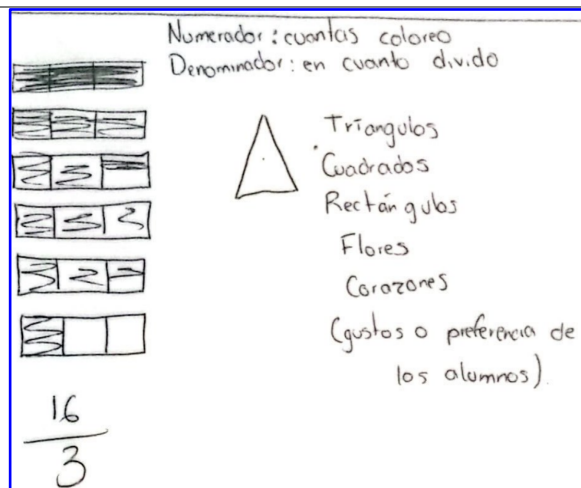
Docente 3.

Hay algunos estudios en que se ha investigado la preferencia de representación, en este caso en el de tal con docentes en formación, se tuvieron resultados en los que existe una tendencia clara sobre la afinidad que se muestra al representar fracciones de una manera numérica, llamada para el estudio “simbólica”.

	Verbal	Number line	Symbol	Model
Most preferred	18	18	50	14

Tomada de (Abdullah, 2014).

En las anteriores filas de esta columna ya se ha mencionado algunas de ,las posibles causas por las que tanto alumnos y docentes muestran una preferencia de representación , que para este estudio se encuentra dentro de la subcategoría de representación semiótica icónica que es amplia y para el caso de las fracciones a sido analizada por investigadores con diferentes objetivos y la representación numérica que ha sido documentada o utilizada como un marco referencial o teórico en temas de fracciones, aunque regularmente si documentado para temas de educación básica, como el presente.



Importancia de la inclusión de diferentes representaciones de fracciones en la enseñanza

“Es de suma importancia, qué materiales se utilizar, tratar de que sean didácticos visuales, que sean cosas donde pueda salir, es más donde pueda salir donde distribuyes en el patio de la escuela, si tienes el espacio y que ahí ejemplifiques que entre mismos compañeros, le digas a ver, tú vas a representar tal color y tu color representa un medio y tú vas a representar un cuarto a modo de que ellos tengan esa unión a lo mejor esté la socialización, todo eso te va a llevar a que el niño comprenda cómo funciona una fracción.”

Aunque ninguna representación puede representar todos los aspectos de un concepto matemático, en la enseñanza se suele utilizar múltiples representaciones. Existen investigaciones que intentan probar que las representaciones múltiples pueden tener beneficios para el aprendizaje. Pero también algunas investigaciones advierten que las representaciones múltiples pueden no mejorar el aprendizaje de los estudiantes si no se utilizan correctamente (Rau y Matthews, 2017).

A partir de los datos revisados en el estudio tanto en el marco conceptual seleccionado así como en los datos encontrados en la aplicación de las entrevistas y cuestionarios, he construido la idea personal de que el uso de diferentes representaciones semióticas para un mismo concepto u objeto matemático, fortalece el entendimiento de estos, debido a que es posible mirar la misma idea desde diferentes perspectivas, que pueden resultar unas más sencillas que otras dependiendo del individuo y los conocimientos previos e incluso sus

propias experiencias para entender y adoptar alguna de las representaciones como la más comprensible, sin embargo la capacidad del docente de presentar más de una representación es un hecho que requiere de trabajo y preparación puesto que está directamente relacionado con su propio conocimiento.

Durante la aplicación de las entrevistas semiestructuradas y el análisis de los cuestionarios de preguntas abiertas aplicadas a los docentes que participaron en este estudio, se identificaron aspectos similares en la descripción de su práctica docente respecto a la enseñanza de fracciones y algunos de estos aspectos ya han sido documentados previamente en la literatura relacionada, lo cual nos da un indicio de la confirmación de lo encontrado en estudios similares al presente aunque realizados en otros países y con otros enfoques. Sin embargo, también existieron diferencias, las cuales pueden atribuirse al contexto en que se desempeñan profesionalmente, la edad, los grados académicos e incluso la afinidad por impartir la materia de matemáticas.

Tabla 12. Interpretaciones de fracciones mencionadas en la entrevista

Entrevista	Parte-todo	Cociente	Operador	Medida
Docente 1	X		x	x
Docente 2	X			x
Docente 3	X	x		x

Por otra parte, respecto a esta categoría, pero referente a los estudiantes, se tiene lo siguiente:

Tabla 13. Interpretaciones de fracciones mencionadas en los cuestionarios de alumnos

Entrevista	Parte-todo	Cociente	Operador	Medida
Alumno 1	X			
Alumno 2	X			
Alumno 3	X	X		
Alumno 4	X			
Alumno 5	X	X		
Alumno 6	X			
Alumno 7	X	X		
Alumno 8	X	X		
Alumno 9	X	X		

De acuerdo con la tabla anterior se observó que las respuestas de los nueve estudiantes abarcan únicamente dos de las cuatro interpretaciones establecidas en el marco de referencia. La interpretación correspondiente a la **FcPT** fue la predominante, lo cual, como se ha señalado anteriormente, puede atribuirse a que en la enseñanza de las fracciones tanto en el currículo escolar vigente como en los anteriores FcPT es la forma de representación más frecuentemente utilizada. Esta recurrencia podría tener relación con el conocimiento matemático que los docentes de educación primaria construyen durante su formación profesional y con el nivel de familiaridad que mantienen con dicha conceptualización.

También en relación con las representaciones semióticas, se identificaron ejemplos que pudieron clasificarse dentro de las categorías previamente establecidas. No se observaron diferencias significativas entre los tres casos analizados, ya que en todos ellos se mencionaron las mismas representaciones (numérica, verbal, pictórica o icónica y manipulativa), aunque con distinta frecuencia. No obstante, pienso que no es posible determinar con precisión la causa de dicha variación, puesto que, en gran medida, esta podría depender de los ejemplos o experiencias que los participantes lograron evocar durante el desarrollo de la entrevista.

En cuanto a la interpretación de fracciones, se observó que los tres docentes utilizan principalmente el concepto de fracción como parte-todo (FcPT). Otras interpretaciones se presentan con menor frecuencia, generalmente como ejemplos, lo anteriormente mencionado se registra en la siguiente tabla.

Finalmente, en conjunto los resultados muestran similitudes generalizadas entre docentes y estudiantes en torno a una conceptualización de la fracción como parte-todo y al uso predominante de representaciones numéricas e icónicas. Las interpretaciones de fracción como cociente, medida y operador aparecen de manera escasa, tanto en las prácticas docentes como en las producciones escritas de los estudiantes.

Asimismo, aunque se emplean diversas representaciones semióticas, estas no se articulan de manera sistemática para favorecer una comprensión conceptual

amplia del número racional, sino que se utilizan principalmente como apoyos visuales para procedimientos algorítmicos.

Capítulo V. Discusiones y conclusiones

5.1 Introducción

En este último capítulo, se resumen los hallazgos obtenidos en el análisis de los datos empíricos más relevantes presentados en el capítulo anterior. Se abordan las preguntas de investigación planteadas y se identifican tanto las fortalezas como las debilidades, se reflexiona sobre los alcances y limitaciones del estudio y se exponen las implicaciones didácticas derivadas de los resultados. Finalmente, se presentan consideraciones que pueden orientar futuras investigaciones relacionadas a la presente línea de investigación.

5.2 Respuesta a las preguntas de investigación

Este estudio se centró en dos preguntas de investigación. La primera, ¿Qué representaciones semióticas e interpretaciones de fracciones utilizan los docentes de tercer grado para enseñar el tema de fracciones? (pregunta principal), reveló dos resultados principales. En términos de representaciones semióticas, se identificó que los docentes de primaria adoptan ideas sobre la enseñanza de fracciones que consideran adecuadas, respaldadas por los planes de estudio y las sugerencias de los libros de texto de la SEP, así como de otras editoriales en el caso de las escuelas privadas.

En matemáticas, se enfatiza que los ejemplos o ejercicios presentados a los estudiantes deben ser variados y accesibles para el profesor, con el fin de facilitar la comprensión y apropiación de los conceptos matemáticos. Los docentes se mostraron cómodos al utilizar una variedad de representaciones para presentar las fracciones, y se observaron coincidencias generales entre ellos, como el uso de materiales manipulables y representaciones esquemáticas relacionadas con el entorno del estudiante. De manera más específica, se evidenciaron similitudes en el empleo de figuras geométricas para la representación visual de las fracciones, principalmente círculos y rectángulos, así como en el uso de objetos de la vida cotidiana, tales como pizzas, galletas y barras de chocolate. Por otro lado, otra coincidencia relevante fue la utilización de representaciones numéricas simbólicas,

mediante el numerador y el denominador, en este caso no siendo predominante la representación numérica con símbolos por medio de porcentaje o número decimal, aunque sí mencionadas en menor medida.

Por otro lado, en relación con la introducción del concepto de fracción en el nivel de educación primaria, se identificó que esta se encuentra predominantemente basada en la división de un entero o unidad (un todo) en partes iguales, de las cuales se seleccionan las partes indicadas. Este enfoque no parece representar una dificultad significativa para aquellos alumnos que muestran interés por las matemáticas o que presentan un buen rendimiento académico general.

No obstante, La predominancia de la interpretación parte–todo se asocia con dificultades conceptuales observadas tanto en docentes como en estudiantes, particularmente al abordar situaciones que implican comparación de fracciones, fracciones impropias y operaciones aritméticas, por ejemplo se observaron dificultades para comprender situaciones como por qué $\frac{1}{2}$ representa una cantidad mayor que $\frac{1}{8}$, o por qué los algoritmos aritméticos utilizados para la multiplicación de fracciones (multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador), no son aplicables en la suma de fracciones. Estas dificultades se relacionan con la interiorización de reglas aritméticas previas, propias del trabajo con números naturales, las cuales resultan insuficientes y generan situaciones de conflicto cognitivo al no responder a una lógica inmediatamente comprensible para el estudiante de este grado académico.

En relación con la pregunta secundaria: ¿qué representaciones semióticas e interpretaciones conceptuales son necesarias para favorecer la comprensión del concepto de fracción?, los resultados, en conjunto con la literatura revisada, indican que la articulación sistemática de múltiples representaciones semióticas y diversos significados conceptuales es fundamental para la construcción del significado matemático del número racional.

Si bien los docentes emplean una variedad de recursos visuales y manipulativos, estas representaciones no se integran de manera consciente con distintas interpretaciones de fracción, lo que limita el potencial didáctico de las actividades presentadas en el plan de clase. La evidencia sugiere que no basta con

diversificar materiales o ejemplos, sino que es necesario diseñar experiencias de aprendizaje que conecten explícitamente los registros de representación con los distintos significados que poseen las fracciones ya que este proceso es importante y funcional sobre todo a corto y mediano plazo, debido a que con base en algunas teorías didácticas y educativas esta variedad de representaciones puede promover la comprensión más amplia de un concepto matemático, sin embargo en la investigación se corrobora que los profesores sobre este tema tienen vastos conocimientos e incluso los docentes presentan esfuerzo por variar las actividades y puedan incluirse diferentes tipos de representación sobre este tópico, en ellas se encuentran muchas similitudes, que probablemente se pueden atribuir a las características que un profesor posee y sus métodos de enseñanza basados en cómo es la formación de un profesor de nivel primaria.

Al realizar una comparación con los datos empíricos obtenidos en el presente se encontraron mayores disparidades, más no diferentes resultados puesto que como se mencionó al inicio de esta sección la representación mayormente mencionada fue parte-todo. En este sentido mi opinión basándose en los hallazgos y la literatura, es que se requiere de estrategias en las que se pueda integrar más de un tipo de representación, sin embargo, con los datos recabados no sería posible dar una respuesta que guíe este proceso, ya que se tiene el conocimiento de que los docentes en educación básica tienen la responsabilidad de seguir los tiempos y contenidos indicados en los planes de estudio vigentes, dictados por la secretaría de educación pública,

5.3 Limitación y alcance

Una de las principales limitaciones del estudio estuvo relacionada con restricciones administrativas que impidieron la aplicación de los instrumentos a la totalidad de los grupos considerados inicialmente, lo que redujo la participación estudiantil en dos de los casos. Asimismo, el número de docentes participantes fue limitado, lo cual restringe la posibilidad de generalización de los resultados.

No obstante, el enfoque cualitativo y el diseño de estudio de casos permitieron un análisis profundo de las prácticas docentes y de los procesos de

conceptualización observados, aportando evidencia relevante para la comprensión de la enseñanza inicial de las fracciones en contextos específicos.

Adicionalmente, durante el análisis emergieron temas vinculados al conocimiento matemático del docente, al predominio de enfoques algorítmicos y a las diferencias en recursos educativos entre contextos escolares de las escuelas públicas y privadas, los cuales no fueron abordados de manera directa por no corresponder al objetivo central de la investigación, pero que constituyen líneas potenciales para futuros estudios.

5.4 Reflexiones personales y discusión

Durante el proceso de realización del presente proyecto de tesis, se produjeron cambios significativos en mi percepción sobre la enseñanza de las matemáticas en el nivel de educación primaria. Si bien profesionalmente no me desempeñé en este nivel educativo, he tenido la oportunidad de trabajar de manera particular con estudiantes de entre 8 y 15 años, lo que me permitió experimentar de primera mano algunas de las dificultades y limitaciones a las que se enfrentan los docentes en servicio. Estas experiencias contribuyeron a una comprensión más cercana de los retos que implica la enseñanza de conceptos matemáticos en edades tempranas.

La elección del tema de fracciones surgió inicialmente a partir de un interés personal, así como de una inquietud relacionada con el uso de fracciones equivalentes como una estrategia para resolver operaciones sin recurrir exclusivamente a la memorización de algoritmos. Partía de la idea de que este enfoque podría facilitar la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. No obstante, a partir del análisis de los artículos que sustentan este trabajo, fue posible constatar que, históricamente, el aprendizaje de las fracciones ha representado una dificultad no solo en el nivel en el que se introduce formalmente el concepto, sino también en grados posteriores.

La revisión de la literatura permitió comprender que un concepto matemático como el de fracción no solo posee múltiples interpretaciones, sino que también puede representarse a través de diversos registros y formas de representación, las cuales resultan fundamentales para su comprensión y formalización. Si bien estas

situaciones suelen presentarse de manera recurrente en la práctica docente en matemáticas, independientemente del nivel educativo, previamente no contaba con un conocimiento explícito sobre dichas representaciones ni sobre la importancia de su articulación. Asimismo, se identificó que el uso y la accesibilidad de estas representaciones se encuentran condicionados tanto por los recursos disponibles en el contexto escolar como por el propio conocimiento y comprensión del docente.

En conclusión, los resultados de este estudio confirman tendencias ampliamente documentadas en la investigación en educación matemática: la centralidad de la interpretación parte–todo en la enseñanza de las fracciones y el uso predominante de representaciones tradicionales centradas en figuras geométricas simples y símbolos numéricos.

Desde la perspectiva de los registros de representación semiótica, se observa que, aunque los docentes emplean múltiples formas de representación, estas no se articulan de manera sistemática para promover procesos de conversión entre registros, lo cual, de acuerdo con Duval, es fundamental para la construcción del significado matemático. En consecuencia, las representaciones funcionan principalmente como apoyos visuales para procedimientos, más que como herramientas cognitivas para la comprensión conceptual.

Referencias bibliográficas

- Abdullah, A. B. (2014). Mathematics teacher candidates skills of using multiple representations for division of fractions. *Educational Research And Reviews*, 9(8), 237-244. <https://doi.org/10.5897/err2013.1703>.
- Aguilar Terrones, D., Sánchez Ruiz, J. G., & Salgado Suárez, G. D. (2022). *Aprendizaje de números racionales a partir de representaciones semióticas*. Revista Chilena de Educación Matemática, 14(2), 69–99. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i2.102>
- Arazello et al. (2008). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*. Springer science, 70, 97-109. DOI 10.1007/s10649-008-9163-z.
- Artigue, M. (2014). Didactic engineering in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 157–162). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8>
- Bouck, E. C., Shurr, J., Bassette, L., Park, J., & Whorley, A. (2018). *Adding it up: Comparing concrete and app-based manipulatives to support students with disabilities with adding fractions*. *Journal of Special Education Technology*, 33(3), 194–206. <https://doi.org/10.1177/0162643418759341>.
- Baştürk, S. (2016). Primary student teachers' perspectives of the teaching of fractions. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(1), 1–25. <https://bit.ly/33E55iHL>
- Barrera F. y Reyes A. (2014). Sobre el aprendizaje con entendimiento en matemáticas. Padi Boletín científico de ciencias básicas e ingeniería del ICBI, Vol. 2. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. <https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/icbi/n3/e2.html>
- Benavides, M. O., & Gómez-Restrepo, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: Triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 34(1), 118–124
- Bertely, M. (2000). Conociendo nuestras escuelas, un acercamiento etnográfico a la cultura escolar. México: Paidós.

- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Carpenter, T. P., & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. En E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19–32). Lawrence Erlbaum Associates.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2011). *Investigación en educación matemática: métodos y técnicas*. Editorial Síntesis.
- Cassell, C., y Symon, G. (Eds.) (2004). *Essential guide to qualitative methods in organizational research*. pp. 223-225) . SAGE Publications Ltd. <https://doi.org/10.4135/9781446280119>
- Chahine, I. (2013). The impact of using multiple modalities on students' acquisition of fractional knowledge: An international study in embodied mathematics across semiotic cultures. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 434–449. <https://10.1016/j.jmathb.2013.04.004>
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2006). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. *Educational Studies in Mathematics*, 64(3), 293–316. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9032-8>
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8th ed.). Routledge.
- Čadež, et al. (2018). How fifth-grade pupils reason about fractions: a reliance on part-whole subconstructs. *Educational Studies in Mathematics. Springer science*. 99(2), 335–357. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9838-z>
- Dañiel Godínez, C. E. (2023). *Caracterización de comportamientos deseables en docentes de álgebra de bachillerato, desde una perspectiva de*

egresados [Tesis de maestría, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo]. Repositorio Institucional UAEH. <http://dgsa.uaeh.edu.mx:8080/bibliotecadigital/bitstream/handle/231104/4424/ATD85.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

- DeJonckheere, M., & Vaughn, L. M. (2019). Semistructured interviewing in primary care research: A balance of relationship and rigour. *Family Medicine and Community Health*, 7(2), e000057. <https://doi.org/10.1136/fmch-2018-000057>
- Del Mar López-Martín, M., Aguayo-Arriagada, C. G., & Del Mar García López, M. (2022). Preservice Elementary Teachers' Mathematical Knowledge on Fractions as Operator in Word Problems. *Mathematics*, 10(3), 423. <https://doi.org/10.3390/math10030423>.
- De Jonckheere, M., & Vaughn, L. M. (2019). *Semistructured interviewing in primary care research: a balance of relationship and rigour*. *Family Medicine and Community Health*, 7(2), e000057. <https://doi.org/10.1136/fmch-2018-000057>.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2018). *The Sage handbook of qualitative research* (5th ed.). SAGE Publications.
- Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics*. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval y A. Sáenz-Ludlow (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Farra, N., Belbase, S., Tairab, H., Qablan, A., Opoku, M & Safi, S. K. (2024). Impact of using virtual and concrete manipulatives on students' learning of fractions. *Cogent Education*, 11(1). <https://doi.org/10.1080/2331186x.2024.2379712>.

- Fennema, E., & Romberg, T. A. (1999). Mathematics classrooms that promote understanding. En *Routledge eBooks*. <https://doi.org/10.4324/9781410602619>.
- **FONDEF-CONICYT.** (s.f.). *Didáctica de las fracciones: Propuestas para la enseñanza de las matemáticas*. Santiago de Chile: Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDEF). Recuperado el 2 de mayo de 2023 de <https://cmmedu.uchile.cl/wp-content/uploads/2020/02/Interpretaciones-de-fracciones.pdf>
- Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*, 4, Article 715. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715>
- Getenet, S., & Callingham, R. (2019). Teaching fractions for conceptual understanding: A cross-cultural study. *Mathematics Education Research Journal*, 31(3), 303–327. <https://doi.org/10.1007/s13394-018-0256-0>
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. En A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517–545). Lawrence Erlbaum Associates.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill Education.
- INEE (2019). La educación obligatoria en México informe 2019: El derecho a adquirir aprendizajes relevantes. Consultado el 20 de febrero de 2023. https://www.inee.edu.mx/medios/informe2019/stage_01/cap_0302.html
- Jabareen, Y. (2009). Building a conceptual framework: Philosophy, definitions, and procedure. *International Journal of Qualitative Methods*, 8(4), 49–62. <https://doi.org/10.1177/160940690900800406>
- Jackson, R. et al. (2007). What Is Qualitative Research? Qualitative Research Reports in Communication, 8(1), 21–28. doi:10.1080/17459430701617879

- Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop ERIC/SMEAC*, Columbus, OH, pp. 101–144.
- Kieren, T. E. (1980). *The rational number construct—Its elements and mechanisms*. In T. E. Kieren (Ed.), *Recent research on number learning* (pp. 125–149). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. E. (1993). *Rational numbers: Toward a semantic analysis—Research report*. In R. Lesh, E. Hamilton, & J. Kaput (Eds.), *Research agenda for mathematics education: Vol. 2, Research issues in rational and proportional reasoning* (pp. 1–15). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *InterViews: Learning the craft of qualitative research interviewing* (3rd ed.). SAGE Publications.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lamon, S. (2020). Fractions as part–whole comparisons. En S. Lamon (Eds.), *Teaching fractions and ratios for understanding* New York: Routledge Taylor & Francis group, (pp. 153-170).
- Lamon, S. J. (2022). *Presenting and representing: From fractions to rational numbers*. In S. J. Lamon, W. A. Brown, & R. E. Lobato (Eds.), *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3rd ed., pp. 109–142). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003226286>
- Leavy, P. (2020). *The Oxford Handbook of Qualitative Research*. En Oxford University Press eBooks. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780190847388.001.0001>

- Lerman, S. (1989). *Constructivismo, matemáticas y educación matemática*. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 211–223. doi:10.1007/bf00579463.
- Lester, F. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 37(6), 457–467. doi:10.1007/bf02655854
- Lipovec, A., & Podgoršek Mesarec, M. (2017). *Students' visual representation of fractions and exponentiation*. En J. Novotná & H.
- Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Bases curriculares de educación básica: Matemática*. Ministerio de Educación.
- Moraová (Eds.), *Equity and diversity in elementary mathematics education: Proceedings of the International Symposium Elementary Maths Teaching* (pp. 319–327). SEMT 2017. Recuperado de <https://www.semt.cz/proceedings/semt-17.pdf>
- Lucas y Miraval. (2019). Perspectiva epistemológica de las matemáticas como fundamento de las ciencias. *Universidad Nacional Hermilio Valdizán*, vol. 13, núm. 1, pp. 40-50. <https://doi.org/10.33554/riv.13.1.170>
- Mancera, E. (1992). *El número racional y su enseñanza*. México: SEP.
- Mamede, E., & Pinto, H. (2013). *The quotient interpretation of fractions in primary school teachers' practices: A case study*. *Acta Didactica Napocensia*, 6(3), 39–50.
- Marmur, O., Schorr, R. Y., & Shvarts, A. (2019). Students' use of semiotic representations in mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 102(2), 203–220. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09902-5>
- Medina, J. L., Castillo, S., & Hernández, F. (2014). El estudio de caso como estrategia metodológica de investigación educativa. *Revista de Investigación Educativa*, 32(1), 191–208. <https://doi.org/10.6018/rie.32.1.152901>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). SAGE Publications.
- Namkung, J. y Fuchs, L. (2019). Remediating Difficulty with Fractions for Students with Mathematics Learning Difficulties. *Learning Disabilities: A*

Multidisciplinary Journal, 24(2), 36-48. <https://doi.org/10.18666/ldmj-2019-v24-i2-9902>

- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2008). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Newton, K. J. (2008). An Extensive Analysis of Preservice Elementary Teachers' Knowledge of Fractions. *American Educational Research Journal*, 45(4), 1080-1110. <https://doi.org/10.3102/0002831208320851>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2018). Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA): OCDE.
- Pais, A. (2013). "An ideology critique of the use value of mathematics". *Springer Science*, 84, 15-34. <https://10.1007/s10649-013-9484-4>
- Rau, M. A., & Matthews, P. G. (2017). How to make 'more' better? Principles for effective use of multiple representations to enhance students' learning about fractions. *ZDM*, 49(4), 531-544. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0846-8>
- Reséndiz, E. y González, C. (2018). Enseñanza de fracciones en tercer grado de primaria: análisis del discurso y prácticas pedagógicas. *Revista Internacional de Ciencias Sociales Humanidades*, Vol.28 No.1, pp. 109-138.
- Rivera, P. (1998). Marco teórico, elemento fundamental para la investigación científica. *Revista*
- UNAM TIP: *Tópicos de Investigación y posgrado*. Vol. 5, No.4, pp. 233-240.
- Ruiz, A. (2013). *La fracción como relación parte-todo y como cociente: Propuesta Didáctica para el Colegio Los Alpes IED*. <https://repositorio.unal.edu.co/items/fe369d18-cee3-42ff-9e54-4ce624dcab3c>.
- Sáenz, C. (2006). Representaciones semióticas y pensamiento matemático. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 33-58.
- Sandoval Casilimas, C. A. (1996). *Investigación cualitativa*. Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES).

- SEP (2017). *Plan y programas de Estudio de educación Básica. Educación básica*. México: SEP.
- Singh, K., Granville, M. and Dika, S. (2002), "Mathematics and science achievement: effects of motivation, interest, and academic engagement". *Journal of Educational Research*, Vol. 95 No. 6, pp. 323-332, doi: 10.1080/00220670209596607.
- Singh, P. et al. (2020). Obstacles Faced by Students in Making Sense of Fractions. *The European Journal of Social and Behavioural Sciences*, vol. 30. Doi: 10.15405/ejsbs.287
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Sage Publications.
- Stylianides, A. y Stylianides, G. (2007). Learning Mathematics with Understanding: A Critical Consideration of the Learning Principle in the Principles and Standards for School Mathematics¹. *Montana Mathematics Enthusiast*. 4. 10.54870/1551-3440.1063.
- Tamayo, O. (2006), "Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las Ciencias y matemáticas", *Revista Educación y Pedagogía*, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. 18, No. 45, pp. 37-49.
- Tian, J., Bartek, V., Rahman, MZ y Gunderson, EA (2021). Learning Improper Fractions with the Number Line and the Area Model. *Revista de Cognición y Desarrollo*, 22(2), 305–327. doi:10.1080/15248372.2021.1890603.
- Tossavainen, A., & Helenius, O. (2024). *Student teachers' conceptions of fractions: A framework for the analysis of different aspects of fractions. Mathematics Teacher Education and Development*, 26(1), Article 4. <https://mted.merga.net.au/index.php/mted/article/view/889>.
- Valeiro, A. I., Peralta, N. S., & Font, V. (2021). *Registros de representación semiótica en propuestas de enseñanza de profesores en formación*. *Educación Matemática*, 33(3), 5–28. <https://doi.org/10.24844/em33.03.01>
- Viseu et al. (2021). Semiotic Representations in The Learning of Rational Numbers by 2nd.Grade Portuguese Students. *International Electronic Journal of Elementary Education*. [https:// 10.26822/iejee.2021.216](https://10.26822/iejee.2021.216)

- Vivar, N. V. M., & Salcedo, I. F. R. (2023). La importancia de los recursos didácticos manipulativos en el razonamiento lógico – Matemático. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2), 10317-10337. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.6121
- Wilkie, K. J., & Roche, A. (2023). Primary teachers' preferred fraction models and manipulatives for solving fraction tasks and for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26, 703–733. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09542-7>
- Yin, R. (2009). How to do better case studies: (with illustrations from 20 exemplary case studies). In *The SAGE Handbook of Applied Social Research Methods* (2 ed., pp. 254-282). SAGE Publications, Inc., <https://doi.org/10.4135/9781483348858>
- Zain, S. F. M., Rasidi, F. E. M., & Abidin, I. Z. (2012). Students' learning experiences and perceptions of social interaction in learning. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 46, 567–571. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.170>

Apéndice A: Transcripción de entrevistas

Profesor 1

Color amarillo: Interpretaciones de fracciones

Color verde: Representaciones semióticas

Color rosa: Datos importantes para comentarios y conclusiones

Entrevistador: Buenas tardes, vamos a comenzar con la entrevista. Se hacen mención que los datos personales no serán presentados en ninguna parte de la investigación, así como se reserva el nombre de la institución y de los profesores que participan en el estudio... bueno, buena las tardes. Vamos a comenzar con la primera pregunta. Si gusta presentarse.

Profesor 1: Buenas tardes, mi nombre es el profesor Oscar pacheco Guzmán, soy maestro de primaria específicamente de tercer grado.

Entrevistador: Entonces vamos a comenzar con la primera, bueno, esta pregunta dice ¿Me podría contar cómo enseña fracciones a los alumnos en tercer grado?

Profesor 1: Bien, eh, tenemos que entender que, en tercer grado, es un cambio para el alumno, para el niño de conceptualización de las matemáticas, eh, y específicamente en las fracciones, porque, primeramente, tenemos que realizar un diagnóstico con los alumnos para ver el grado de conceptualización que tienen. Es decir, identificar que es un entero, ¿eh? Cómo se puede dividir y cómo lo podemos, ¿eh? Amplificar en la vida cotidiana.

Para los niños es muy sencillo tomar ejemplos de su vida diaria, como, por ejemplo, las frutas, por ejemplo, en la repartición de... de objetos. Entonces siempre empezamos de una conceptualización de un conocimiento previo y a partir de ahí, pues comenzamos a... a decirles que todas las cosas tienen una, un eje de simetría y a partir del eje de simetría, pues vienen las partes en las cuales se reparte de manera igualitaria. Entonces sí, repartimos de esa de esa de ese conocimiento.

Entrevistador: Ok. Muy bien, gracias, la dos es: ¿Qué tipo de fracciones y operaciones con fracciones enseña a los estudiantes en tercer grado?

Profesor 1: Pues los tipos de, vamos nosotros formulando problema, problemas de la de la vida diaria también los libros de texto en la nueva escuela mexicana, pues nos habla justamente de diseñar proyectos que se ajusten a las necesidades de, de mi comunidad. Entonces nosotros planteamos problemas a partir de su realidad cuando uno tiene consolidado pues el, el contexto donde se desenvuelve uno puede generar, eh, actividades en la cual el niño pueda identificar de mejor manera.

38 Un ejemplo claro, puede ser, eh, con fruta, traemos fruta, traemos, eh, una gelatina, eh, de un entero.

39 Y a partir de ahí, nosotros vamos generando cuestiones:

40 ¿De cuánto es un medio?

41 ¿Cuánto es un cuarto? Eh...

42 ¿Si sumo un medio más un cuarto, cuánto porcentaje me da? Y a partir de ellos, eh, los alumnos

43 empiezan a entender que pues a un entero se puede fraccionar también posteriormente como va

44 avanzando el grado, pues sea al término casi del ciclo escolar. Pues el alumno ya identifica también

45 lo que son los decimales. Y él sabe, eh, entiende la conversión de fracciones a decimales teniendo

46 números enteros y números este fraccionados como son los decimales y y lo que sigue siendo las

47 fracciones.

48

49 Entrevistador: Ok, justo a partir de esta pregunta, eh, menciona diferentes conceptos de la fracción.

50 Se mencionó porcentaje, se mencionó los números decimales, eh? Y pues, como tal, la fracción en

51 tercer grado se les presenta de una manera formal. Este concepto, ¿estos conceptos, o solamente

52 es como en el contexto en el que me menciona de algunos ejemplos que con la vida real?

53

54 Profesor 1: Pues, a partir de la escuela, eh, de la nueva escuela mexicana, lo que se busca es

55 justamente, eh, problematizar el entorno en el que se encuentra. Entonces, eh, viendo el tema ya el

56 alumno identifica las fracciones como parte de su vida como parte de la realidad en la que se

57 presenta. Entonces, el tema, eh, al culminar el tercer grado, uno de los objetivos, pues es justamente

58 que él domine y identifique las fracciones que le pueda servir para para la vida diaria. Entonces el

59 alumno se le facilita el resolver problemas ya en un examen estandarizado en una prueba este

60 cuantitativa o cualitativa.

61

62 Entrevistador: Ok, este esta pregunta que sigue está relacionada.

63 Bueno, ya se mencionó algunas. No sé si pudiera, eh, profundizar un poco más. Y es: ¿Qué

64 materiales utiliza para enseñar fracciones?

65

66 Profesor 1: Tenemos muchas formas de eh, de enseñar con materiales y va dependiendo de de cada

67 alumno, eh? ¿Hay alumnos que son visuales, hay alumnos que son quinesésicos que son auditivos,

68 eh? Y a partir de ahí, pues eh, uno genera diferentes habilidades para contemplar y conceptualizar

69 cada uno de ellos. Por ejemplo, eh, usamos fruta en tercer grado. Utilizamos alimentos que les llaman

70 la atención, pero también utilizamos material concreto en el cual tenemos, eh, apoyo de de los libros

71 con actividades recortando figuras geométricas también. ¿Eh? Tenemos eh, trazar en el en el patio

72 algunas figuras, ¿eh? Para poder hacer las reparticiones les enseñamos, eh, técnicas simples en la

73 cual les ayuda a identificar cómo resolver la suma, la resta, la multiplicación de fracción, la división

74 son procesos en el cual pues se va esquematizando en el pizarrón con colores para que el alumno

lo pueda identificar van **creando sus propias notas** y a partir de ahí, pues el alumno va generando su propia estrategia para poder generar su propio método.

Profesor 1: Lo que se busca siempre en el alumno no es estandarizar, no se busca que ellos mismos interpreten deifiquen y deifiquen la forma en la cual pueden enseñar las fracciones. Sin embargo, uno como docente, eh, genera la orientación, a partir del tema a los niños o a mí me en lo personal, eh, me ha funcionado mucho **trabajar, eh, con el mismo cuerpo humano**, ellos, eh, trazan diferentes partes del cuerpo. Y los vamos **dividiendo por ejes de simetría**. Y posteriormente por fracciones, **hacemos círculos entre compañeros**. Y asimismo también los vamos fraccionando los **vamos dividiendo**. Y eso genera en el alumno pues entender justamente este tema y las estrategias, pues se van se van dando en el salón de clases, como, como le comento, tenemos estas diferentes formas en la escuela también contamos con diferentes materiales, eh, grandes no como eh, vaya de la teoría de María Montessori en el cual podemos **fraccionar tenemos bloques**, tenemos, eh, diferentes materiales que nos ayudan mucho a poder este partir de este tema.

Entrevistador: En esta bueno, en esta pregunta me respondió muchos, muchos tipos de unidades que se le puede presentar a los alumnos como tal, Aquí habrá algún memento en tercer grado o viene en grados posteriores cuando se presenta los alumnos unidades compuestas. Digamos que no solamente lo veamos como una unidad. Este será en tercer grado cuando se integra a esta parte o viene en grados posteriores.

Profesor 1: Pues yo creo que hay bases. Siempre hay bases. **La escuela es un conjunto no puede separarlo por las diferentes fases. Es decir, el primer grado, segundo grado, tercer grado, cuarto grado, quinto grado, sexto grado, todo, eh, se unifica y yo creo que vas teniendo, eh, la concepción de cómo se van interrelacionando las fracciones**, es decir alum algunos alumnos ya identifican que hay una suma de fracción, pero también puede ver una suma y una resta de fracción o puede generar una suma con enteros y **fracciones o de este decimales a enteros o a fracciones**. Entonces, eh, a título profesional. Pues considero que, eh, el alumno ya va conceptualizando y son las bases que lo forman en el siguiente grado escolar.

Entrevistador: Ok, ¿eh? La cuarta pregunta nos dice: ¿Que dificultades tienen los estudiantes para entender las operaciones con fracciones o así es que las hubiera?

Profesor 1: Sí, eh, siempre tenemos nuevos retos con los alumnos y nunca terminamos de aprender de ellos, eh? Tenemos diferentes formas en las cuales los niños aprenden, pero yo considero, eh, en mi experiencia que el mayor problema que tenemos con los alumnos es justamente el que le identifique que **hay mitades, que hay números menores a un entero**. El hecho de conceptualizar que hay en, por ejemplo, en decimales o en unidades de cero, eh, cinco que es menor aún entero en el

alumno. Primero tiene que haber esa conceptualización de identificar y hablo mucho de conceptualización porque es la base en la cual las fracciones parte de un conocimiento de una identificación. Entonces el alumno no logra primero, eh, ver que un entero se puede dividir de manera igual, eh? Pues no podemos seguir avanzando. Entonces, yo, uno de los mayores retos que tenemos, como como docentes, es justamente eso que el alumno identifique que hay números, eh u objetos que se pueden fraccionar de manera equivalente.

Entrevistador: Muy bien, esta pregunta fue relacionada con el entendimiento del alumno ya como tal y que creo que también está ya relacionada con la respuesta que me acaba de dar es ¿Que retos y problemáticas se ha enfrentado al momento de enseñar fracciones?

Profesor 1: Otra parte que creo fundamental en los docentes es la profesional situación la parte en la cual nos hace falta, eh, meternos un poco más en didáctica nos hace falta un poco más, eh? Generar estrategias donde podamos, eh, ampliar este tema. Entonces, considero que una de las barreras también que tenemos como docentes, pues es justamente eso, la profesionalización y la especialización en los temas de matemáticas en este caso, pues de los fracciones nosotros vamos trabajando a partir de los conocimientos que tenemos, que tenemos perdón, pero pues también, eh, hay otras estrategias en las cuales pues no estamos del todo este entendiendo o del todo adaptándolas en nuestros, en nuestros este, en nuestras escuelas con nuestros alumnos. Entonces, es fundamental que nosotros podamos seguir profesionalizáremos y actualizándonos para poder responder justamente a la innovación, a la creatividad y al nuevo pensar de los niños y niñas mexicanas.

Entrevistador: Gracias, ¿Eh? Bueno, ahora, ¿cómo identifica que un estudiante entendió el concepto de fracción?

Profesor 1: Es, es muy simple cuando un alumno entiende el tema, lo lleva la vida diaria. Y entonces lo empieza a aplicar de tal manera que el papá eh, me puede decir no, profesor. Pues ahora entendemos las fracciones y el niño lo usa en la vida diaria porque compramos una pizza y nos empezamos a repartir tenemos media pizzas para mi mamá o mi papá que van a cenar después y a nosotros nos toca la media pizza. Entonces el alumno, eh, y se identifica cuando realmente puede este generar eh, el aprendizaje en en la vida diaria y es útil para poder, eh, hacerla más sencilla. Entonces, el alumno incluso ve la vida diferente ya la vida la ve, eh? Marcada con divisiones con eh, no con entero, sino con un mundo que está fraccionado, que es simétrico, que es por central que es porcentual, que hay decimales que hay unas uidades más pequeñas.

Profesor 1: Entonces las empieza apropiar incluso en la estructura en la cual empieza a realizar sus apuntes. El alumno hace esquemas de tal manera que coloca, eh, la hoja la divide en cuatro en

151 **cuartos y coloca en un cuarto** una imagen en otro cuarto, coloca, eh, la definición en otro cuarto ideas
152 claves. Y en el otro un ejemplo. Entonces, desde que el alumno empieza apropiarse del tema, lo
153 empieza a aplicar y se ve cuando el alumno o el y el maestro pues trabajan diariamente, no desde
154 cómo escribe cómo toma las decisiones y incluso hasta cómo, eh, se alimenta de lo de lo que
155 venimos mencionando

156

157 Entrevistador: Muy bien, eh, ya para concluir, eh, es una pregunta, pues igual relacionada, ¿cómo
158 identifica que un estudiante tiene dificultades con fracciones?

159

160 Profesor 1: Creo que no, eh, eso parte mucho de la observación. La observación constante que
161 tenemos, eh, con los alumnos. Pues es justamente, eh, el estar presente con ellos y es fácil porque
162 eh, empieza a perderse en el tema. Empieza a distraer, eh? No le empieza a tomar atención.
163 Entonces ahí identificamos que realmente el alumno tiene una barrera en el cual no lo deja avanzar.
164 Y uno como maestro, tiene que identificar, eh, en donde se quedó o cuál es la duda en la que en la
165 que presenta por lo regular los alumnos cuando tienen eh, de alguna manera bien desarrolladas
166 todas sus necesidades fisiológicas. Es muy **fácil de comprender los la conceptualización de los niños**
167 **en esta etapa de desarrollo. Pues, eh, eh, es muy fácil, a menos de que tengan diagnosticado un**
168 **problema cognitivo o metacognitivo.** Pues eh, serían pues, alumnos muy específicos, pero en
169 general, con todo con todos los alumnos, cuando se cubren esas necesidades fisiológicas llámele
170 comida, vestido, familia hogar en un núcleo estable, un contexto adecuado, eh, los niños nada más
171 lo que se les hace falta una orientación y dedicarle un poquito más de tiempo para poder identificar
172 donde se atoró.

173

174 Profesor 1: Hay a veces que el simple hecho de poner un **número con un denominador y un**
175 **numerador ya le causa eh, dificultad** en el alumno y nada más. **Hay que especificar en que consiste**
176 **el numerador en que consiste el denominador, incluso la rayita que lo divide para ellos es un concepto**
177 **nuevo.** Pero una vez que se empiezan a familiarizar y empezamos a usarlo, pues ellos mismos van
178 eh, identificando y sin problema, pueden entender el tema. Entonces, en primaria, pues es una base
179 importante porque uno, como docente, identifica justamente.

1 **Profesor 2**

2 Color amarillo: Interpretaciones de fracciones

3 Color verde: Representaciones semióticas

4 Color rosa: Datos importantes para comentarios y conclusiones

5
6 Entrevistador: Bueno listo, ¿eh? Se va a comenzar con la entrevista, y bueno, reconfirmar que no se
7 va a presentar datos personales ni tampoco nombre es institución. Entonces, la primera pregunta
8 dice, ¿Me podría contar cómo enseña fracciones a los alumnos en tercer grado?

9
10 Profesor 2: Claro que sí. Muy buenas tardes. bueno, yo soy la profesora Paula Meneses Meneses,
11 actualmente estoy dando tercer grado.

12 Y el cómo enseño las fracciones es a partir de que el niño ya tiene una conciencia. Se supone que,
13 si nos vamos, a las etapas, eh, que nos menciona Piaget es un niño que ya está en operaciones
14 concretas, entonces el niño ya tiene una concientización y tengo que partir de que el niño se
15 consiente o que entienda lo que es un entero, un todo y de esa totalidad. Él tiene que aprender a
16 que si yo lo voy dividiendo el denominador me va diciendo en cuántas partes y eso va a ser como
17 que la parte central y el numerador, cuántas partes estoy tomando de ahí. Ahora, lo importante para
18 que el niño vaya familiarizándose con fracciones es siempre Arlo con cosas que están dentro de su
19 contexto. Es decir que sea con fruta, que sea con alimentos que lleve para que él sea como que un
20 aprendizaje más significativo de esa forma es como, se empieza a trabajar en lo que tercer grado ya
21 a partir de ahí, pues ya vas tomando cosas más concretas y ya lo vas este desarrollando por medio
22 de rectas, este por medio de dibujos por medio de de cosas ya más, eh, complicadas.

23
24 Entrevistador: Mm, ok, sí, ¿Eso igual en tercer grado o ya cuando se utilizan los materiales concretos
25 serían en grados más avanzados?

26
27 Profesor 2: Sí, en grados mas en grados más avanzados. Vamos utilizando este diferentes términos,
28 lo que hacemos en tercer grado es como que parte de segundo a tercero, pues es algo como de la
29 novedad, no que el niño solamente sabe a lo mejor lo que es centenas, decenas millares, pero nunca
30 visto dos números como que uno arriba y uno abajo no, y su mente de ese niño puede ir ahí, la
31 maestra encima, estos números, entonces a eso me refiero que el niño tiene que entender cuál es
32 la función de un numerador y cuál es la función de un denominador, y entonces, a partir de ahí,
33 cuando ya él es consciente, ahora sí, se van desarrollando cosas, pues más complicadas a través
34 de problematizaciones de rectas este tal vez ya lo podemos llevar hasta a trabajar con décimos y
35 centésimos.

36
37 Entrevistador: Mm, ok, gracias, eh... bueno, la siguiente pregunta es: ¿Qué tipo de fracciones y
38 operaciones con fracciones enseña en tercer grado específicamente?

39

40 Profesor 2: Específicamente en tercero, siempre partimos como de lo típico, no, este, si Juanito está
41 con tres amigas y deciden comprar una pizza, dibujas el círculo total ahí también que utilizamos,
42 bueno, ahí utilizamos lo que es la medida del radio del diámetro. Y ya vamos generalizando otros
43 temas, este el niño ya se usó de su transportador del compás, podemos trabajar hasta grados para
44 que vea cuántos grados mide la rebanada de pizza que se comió cada uno de sus amigos, entonces,
45 creo yo que también hay parte mucho de la ingeniosidad que tenga cada maestro. Podemos solicitar
46 al alumno que lleve desde una tortilla y que comparta con sus compañeros o desde un pan y
47 entonces también se le va siendo más familiarizado, y cuando ellos están en el receso escolar,
48 parece modo de mentira, pero los niños empiezan a jugar a cuánto te toca a ti comer el día de hoy

49

50 Entrevistador: Mm, sí, ok eh... para la siguiente creo que ya va un poco ligada, o sea ya se mencionó,
51 pero es concretamente: ¿Qué materiales se utilizan para enseñar fracciones?

52

53 Profesor 2: Los materiales que se pueden utilizar, hijole yo creo que es con todo lo que tenga en su
54 en su alrededor, el niño desde lo que es frijoles, contextos que tengan este materiales, objetos que
55 tenga en su contexto de casa, este en la escuela. Pues tenemos materiales didácticos, no a partir
56 de fichas, tenemos este dominó de fracciones, tenemos también estas tarjetas donde vas uniendo a
57 modo de completar un entero, ya sea con igual o con diferente denominador ahí depende de la
58 complejidad que le vayas poniendo al alumno.

59

60 Entrevistador: Ahorita que se menciona lo de las unidades, me surge una duda hablando de que
61 estamos viendo a la fracción como un todo, ¿En algún momento se presentan unidades compuestas
62 que representen más de solamente la unidad?

63

64 Profesor 2: Sí, sí, se le puede presentar así al alumno y explicarle porque justamente ahí es donde
65 empieza a lo mejor la pregunta del niño cuando ya ve en algún examen o en algún libro que ya no
66 es una pizza lo típico que le ponen, sino las dos pizzas. Y le dicen que tienen que repartir un entero
67 con un tercio entre tres alumnos, y entonces ahí ya funge otro papel el docente para poder explicar
68 en qué parte y que haber primero tenemos la unidad, pero acá tenemos otra parte de la unidad y
69 todo tiene que ser dividido en partes iguales.

70

71 Entrevistador: Ok, eh... Y ya entrando a lo que como tal es el tema que se estoy investigando es
72 saber si se ¿Ha identificado alguna dificultad en los estudiantes para obtener, para entender las
73 operaciones con fracciones?

74

75 Profesor 2: Sí, este actualmente y en años pasados, el problema en educación básica que es eh,
76 mi fuerte, la verdad lo que es matemáticas e historia son las materias que siempre muestran un

promedio más bajo en el nivel educativo de primaria, llámese en exámenes de primero, segundo, tercer bloque, cuarto, quinto o ahorita que se está trabajando por trimestres ahorita el nuevo modelo educativo, pues nos pide manejar por proyectos y esos proyectos es justamente que el niño tenga esas vivencias a partir del conocimiento a lo mejor, por qué, porque se encontró que a lo mejor a partir de lo teórico de aquellos de aquella enseñanza tradicional donde sólo lo muestran los números al niño, y tiene que entender que un medio más un medio es un entero, este pues no lo llevaba a razonar. Es por eso que ahora el nuevo modelo educativo busque aparte de proyectos, pero si realmente, si se encuentra una dificultad para que los niños entiendan esta esa parte de de de dividir esa parte de entender qué función tiene un numerador, qué función tiene un denominador, ¡Eh? La suma y restas que se trabajan mucho en cuarto y en quinto grado de fracciones con igual y con diferente denominador también funge un papel muy importante porque ahí el niño empieza con otra confusión, y entonces, sí la verdad, sí es algo, eh, con dificultad que tenemos en los grados de de nivel primaria.

Entrevistador: Ok y bueno, se habló después, de la de cómo entienden los alumnos, pero ahora la pregunta es: ¿Qué retos o problemáticas ha enfrentado para enseñar fracciones como tal?

Profesor 2: Pues el reto más grande parte yo creo que del compromiso, el compromiso que que va a mostrar el alumno y también hay mucho el padre de familia regularmente aquellos niños que tenemos con rezago educativo son aquellos niños que no son frecuentes en el aula que presentan este bajo rendimiento académico desde niveles anteriores que son niños que cuando solicitas un material, pues no lo presenta. Entonces eso es uno de los retos, el compromiso tanto del padre de familia como del alumno, porque si en cada grado se encuentran tres, cuatro niños, como siempre recaemos que son aquellos que no tienen una asistencia diaria, ese sería el primero. El segundo, eh, más que reto a lo mejor, eh, para los niños sería como docente utilizar estrategias, hacerse no sólo de una que que utilices que, si no te funciona lo de la pizza, okey, ahora tienes que utilizar otro material y que analicemos cuáles son los estilos de aprendizaje que predominan en el aula para entender cómo voy a trabajar yo con mis alumnos. Si la mayoría son visuales, si la mayoría son auditivos, pues a lo mejor a partir de audios de videos, yo tengo que que entender que esa forma de explicarle al alumno cómo trabajar las fracciones

Entrevistador: Muy claro ahorita, eh, a partir de esa pregunta, me surge la duda de si ¿Considera importante esa mezcla de pues de estilos de presentar diferentes estilos, eh? Porque sí, si bien, a veces consideramos que de manera bueno que predominan los estilos visual, visual y auditivo, pero será importante esta mezcla, eh, para el aprendizaje específicamente de fracciones.

Profesor 2: Sí, los estilos de aprendizaje son muy importantes, creo que por eso es de suma importancia que uno como docente genere un diagnóstico grupal al principio, y entonces, a partir de

ahí, tú tienes que que apoyarte de qué, qué herramientas vas a utilizar específicamente. Sabemos que, por ejemplo, fracciones es algo que para el niño va a ser muy difícil o que su mente, por así decirlo, pues se bloquea al ver tantos números que tú le pones arriba abajo a sumas restas y el niño dice, y esto cómo lo hago? Entonces está, repito, nuevamente, está acostumbrado a lo tradicional donde sólo hacía sumas y restas, restas en primero y segundo, y entonces para tercer grado, dice: ¿Y aquí qué voy a hacer? Entonces, si es de suma importancia, qué materiales de utilizar, tratar de que sean didácticos visuales, que que sean cosas donde pueda salir, es más donde pueda salir donde distribuyes en el patio de la escuela, si tienes el espacio y que ahí ejemplifiques que entre mismos con baño, le digas a ver, tú vas a representar tal color y tu color represente un medio y tú vas a representar un cuarto a modo de que ellos tengan esa unión a lo mejor este la socialización, todo eso te va a llevar a que el niño comprenda cómo cómo funciona una fracción.

Entrevistador: Ok, gracias este ya finalmente, bueno, quedan dos preguntas están relacionadas, una es: ¿Cómo identifica, si es que se puede identificar, claro que un estudiante entendió el concepto como tal de una fracción?

Profesor 2: Lo puedes hacer a partir de ejercicios que pongas dentro de del salón de clases, observando y no necesariamente a través de un instrumento de evaluación de forma escrita, sino a través de las vivencias diarias a través de juegos didácticos a través de materiales donde tú le pongas y les digas a ver chaparrito oye “ tengo esto y esto, pero si yo lo quisiera repartir en todos” , pero son fracciones, cómo le usa que a lo mejor el niño no vea como a ver, siéntate examen porque esa palabra híjole para para los niños es así como que el nerviosismo, el bloqueo, como que y si le contesto mal, ya me va a poner cero y el acostumbrarse a un tache rojo, entonces eso también es cómo tú vas a en causar al niño para que él no se sienta presionado, pero al mismo tiempo, tu como docente, veas que realmente ya aprendió.

Entrevistador: Muy bien ya para finalizar y esta relación la repito con lo anterior, eh, dice que: ¿Cómo se puede identificar que un estudiante tiene dificultades con fracciones?

Profesor 2: Se empieza a a diagnosticar o a valorar un docente que tie va a tener el niño que va a tener problemas con fracciones es porque ya tiene problemas hasta con operaciones básicas que no sabe identificar desde sumas y restas que no sabe acomodar numeraciones que no sabe o acomodar unidades, decenas y centenas y entonces ahí es cuando cuesta mucho. Y cuando tú, como docente, desde tu diagnóstico, sabes que ese niño tienes que empezar a a mencionarle los conceptos básicos y no le vas a poder llegar y tú explicar una fracción cuando el niño no nos ha entendido la primera parte.

152 Entrevistador: Mm, ok, pues estas son todas las preguntas que se formularon. Agradecemos que
153 este tiempo y pues este no sé si haya algo más que comentar antes de cortar el la grabación,

154

155 Profesor 2: No, Pues yo creo que sería todo y este, pues ya de mano muchas gracias por
156 considerarme para esta entrevista que espero que sea de utilidad y que realmente pues que si lo
157 que se busca es que los niños eh, en un futuro, pues tengan una mejor esta enseñanza en fracciones
158 realmente sí, es necesario en la educación básica porque tenemos mucha, mucha esta decadencia
159 en esa materia sería todo.

160

161 Entrevistador: Gracias. Ay, listo,

1 **Profesor 3**

2 Color amarillo: Interpretaciones de fracciones

3 Color verde: Representaciones semióticas

4 Color rosa: Datos importantes para comentarios y conclusiones

5
6 Entrevistador: Vamos a comenzar con la tercera entrevista de este estudio de tesis. Este hacemos
7 mención de que no se van a a presentar en ninguna parte del estudio los datos personales de los
8 participantes como los nombres o las instituciones en las que elaboran. Estamos ya con la maestra
9 que nos va a apoyar.

10
11 Profesor 3: Hola, mi nombre es Daniela ramos par son maestra de primaria.

12
13 Entrevistador: Vamos a comenzar este. Bueno comienzo con la primera pregunta que como tal, pues
14 es introductoria en la que me gustaría si me pudiera contar cómo enseña fracciones a los a
15 estudiantes, especialmente en tercer grado, que es en donde se comienza con este concepto,

16
17 Profesor 3: Eh? Bueno, normalmente uso mi pizarrón y casi siempre. Bueno, ¿eh? Les dejo muy
18 claro cuál es el numerador, el denominador este, en qué casos de la vida diaria usamos fracciones
19 y hago dibujos este para representarlas. Y también escribió las fracciones de manera numérica, eh?
20 Cuando ya siento que los alumnos no han entendido y ya vamos, como que avanzados y siento que
21 no han entendido lo básico. He implementado como rectas numéricas este de papel grande, o sea,
22 papel América grande para que ellos vayan dividiendo en varias partes o en una hoja blanca que
23 vayan dividiendo un cuarto, un octavo y así sucesivamente. También puede ser que la otra vez,
24 simplemente eh, que trajeran un pan y se fueran fueran cortando los panes en las diferentes
25 fracciones. Y si les daba, así como que la instrucción de que se comiera un tercio un cuarto y ya lo
26 iban haciendo para que fuera como más representativo.

27
28 Entrevistador: Ok, gracias. La segunda pregunta es qué tipo de fracciones y operaciones con
29 fracciones enseña a los estudiantes en tercer grado,

30
31 Profesor 3: La suma, la suma y resta de fracciones. Este con diferente denominador común, sobre
32 todo los tipos de fracciones que es la mixta y la impropia. Y pues, como convertir de mixta en impropia
33 y de impropia a mixta. Mmm. Ok. Y la multiplicación y las más sencillas porque hay muchos tipos.

34
35 Entrevistador: Ok, eh, a eso va este algún método que que utilice, ya sea un algoritmo ? No sé algún
36 método que que él venga a la mente en el momento de de querer aplicar estas operaciones.

Profesor 3: Sí, este el método mariposa. **Dibujo la sala de la mariposas colocó**, este según las respuestas en la cabeza y el cuerpecito lo utilizó para la multiplicación de los denominadores. Y siento que es muy didáctico para enseñarles a los niños de esa forma, no solo el cruce como, o sea con flitas, sino ya el dibujito de la mariposa.

Entrevistador: Ok. Mm, eh, la tercera pregunta es, bueno, creo que ya está relacionada con con las anteriores. Ok, ya me ha contestado algunas cosas relacionadas. Pero eh, si pudiera ser un poquito más específica, sí. ¿Qué materiales utiliza para enseñar fracciones? Mmm,

Profesor 3: Va dependiendo un poquito del colegio. No sé, por ejemplo, hubo un colegio que me daba ya este como un **material que era para fracciones**. Había otro cuando tenían una biblioteca muy grande y había otro que era como la **lotería de fracciones**. Y pues, esos materiales, la verdad que sí te ayuda mucho, eh... Como que es más limitado cuando lo haces sin material. Sí, sí, sí. Es muy importante que se aplique hasta **plastilina, lo que sea para fraccionar incluso el famoso pastel ya llevarlo al aula**. Y pues, si **se pudiera cortar ahí de una vez, este en partes iguales, sería mejor para los alumnos**.

Entrevistador: Dentro de estos, eh, materiales que me han mencionado. Por lo regular, lo que noto es que todos son manipulables, eh? Bueno, a lo han mencionado un poco más que que el pizarrón, a lo mejor que el cuaderno, este es el caso. Hay alguna razón específica por la que se enfoca en utilizar tal vez elementos que que puedan tocar, ¿que puedan como mención o comer tal vez o o este o es una coincidencia? Cómo que si habría una razón para utilizar?

Profesor 3: Sí, **hay una razón porque, bueno, en algunos métodos dice que es mejor que sea de forma didáctica**. Y este creo que es más representativa para los niños que tienen quinesesia, pero hay otros niños que, bueno, de repente les recomiendo algunos **vídeos este para que mejor sea de manera visual**, porque no todos aprenden de esa forma quinesésica. Pero sí, este, si esa sería la razón principal, este lo que he estudiado y un poquito de lo que he observado que sí me da resultado.

Entrevistador: Ok, perfecto, eh, ya la cuarta pregunta ya va enfocada a las dificultades como tal entonces es ¿Qué dificultades tienen los estudiantes para entender las operaciones con fracciones? Si es que hubiera identificado alguna dificultad.

Profesor 3: Si la dificultad que que más he identificado es que les cuesta trabajo entender cómo se forman los enteros o cuando la fracción es impropia, por qué pasa de de **una figura como para convertir este a mixta les cuesta mucho**. Y si se **los hago de forma con la división para sacar los enteros para sacar este cuantas fracción hay y te salga la mixta en el resultado**. Como que a alguna

parte, no todos los alumnos les cuesta trabajo hacer esa conversión mental. O sea, si necesitan hacer la con división. Y a veces yo pienso que se podrían ahorrar la división y ponerlo directamente, pero siento que les cuesta mucho trabajo esa parte que les cuesta mucho trabajo entender igual porque el **cuarto está más grande que el octavo y se los he explicado, pero pienso que a lo mejor no he tenido la estrategia correcta para que lo entienda.** Eh...

Entrevistador: Sí, justamente. Creo que hay una transición muy grande entre que aprendes a comparar números enteros. Y el justo el cuatro es más pequeño que el octavo. Entonces, en las fracciones, nos encontramos con una situación diferente en este caso, ¿Recuerda algún caso en el que haya aplicado la estrategia que sea para explicar cómo, ¿cómo o por qué sucede esto?

Profesor 3: Sí, hoy precisamente le explicaba una niña porque me decía que a pesar de que hacía la división, no entendía este como cómo pasar de ese entero. Entonces le le hice los **dibujos y le conté las fracciones que se pasaban. Creo que eran como 13 cuartos, algo así. Y este y ya me entendió, pero viendo el dibujo.**

Entrevistador: Ok, ok, sí. Ahora pasamos a la siguiente pregunta, esta igual relacionada. Este de hecho es muy, muy similar y es ¿Qué retos o problemáticas ha enfrentado para enseñar fracciones a los estudiantes en tercer grado?

Profesor 3: Mm,

Entrevistador: Aquí ya va más este sí. A lo que a lo que como docente te puedes enfrentar cuando quieres empezar con este tema.

Profesor 3: Siento que a veces los programas te exigen que enseñes todos los tipos de fracciones y como que eso es el plus que digan ay, la maestra le enseñó fracciones y todos los tipos es como que, ay, la maestra sabe mucho y con ella se aprendieron todo y este siento que no se ubican los papás en general, las personas de que qué tan funcional es o en donde lo va aplicar el niño. Entonces ese niño sale de la primaria sin saber en donde lo va aplicar y siento que eso es como mi mayor reto. Entonces, casi diario o casi que siempre que enseñé las fracciones, les digo eso lo pueden aplicar cuando van a repartir un **pan un pastel, pero no solo comida. O sea, cuando hay un grupo de personas, también podemos utilizar las fracciones que siempre trato como que llevarlos a la realidad** para que realmente, pues lo práctico.

Entrevistador: Claro.

Profesor 3: Ok,

114

115 Entrevistador: ¿Eh? Y bueno, tenemos dos preguntas para finalizar. Una es ¿Cómo identifica que
116 un estudiante entendió el tema de fracciones?

117

118 Profesor 3: Bueno, vamos más allá de la evaluación y vamos allá de un examen. De hecho, debe
119 ser desde antes, ¿Eh? Cuando el alumno me lo logra decir, así como **mentalmente o pasa al pizarrón**
120 **o veo que rápido las resuelve**. Así es como identifico de que ya la aprendió y este, pero pues siempre
121 tiene uno como más trabajo con los que no la aprendieron. Y pues, aplico como asesorías para que
122 ya de forma individual este identifique si, si lo aprendió.

123

124 Entrevistador: Sí, como tal, entonces esto estaría enfocado a que puedan dar solución a una
125 operación con fracciones. Digamos que así lo identificaría.

126

127 Profesor 3: Sí, O sea, eh, eso, todo eso apunte de ejercicios en el pizarrón. Es este **cálculo mental**,
128 pero ya cuando me doy cuenta, precisamente sería, no sé en un libro de método Singapur, cuando
129 todo es en problemas, no vienen ejercicios solitos, todo es aplicado un problema. Entonces ahí vería
130 si, si pudieron corroborar que si aprendieron.

131

132 Entrevistador: Eh, y aquí este me surge una duda, este hablamos ya de las operaciones de de
133 manipularlo o relacionarlo también con su, con su entorno. Habrá dificultad también cuando se trata
134 de leer una fracción que también este se lee de una manera diferente a como ellos están
135 acostumbrados a los números enteros, ¿No? Entonces habrá algo ahí también en las dificultades o
136 eso no es como algo de relevancia, ¿No?

137

138 Profesor 3: Sí, sí, la lectura va de la mano con **matemáticas desde comprender el problema desde**
139 **que a veces no saben cómo se escriben las fracciones o los números enteros simples no, luego no**
140 **saben**. Entonces sí, tiene mucho que ver. A veces **no la saben leer este dieciseisavos, por ejemplo,**
141 **a partir después del 10, les cuesta mucho trabajo recordar en que termina este el nombre de la**
142 **fracción y, y a veces también la dificultad que en todo el ciclo escolar no te da tiempo para ver todo**
143 **el contenido que hay de fracciones y en específicamente de matemáticas,**

144

145 Entrevistador: Ok y bueno, para finalizar, es está relacionada, pero dice que como identifica que el
146 estudiante tiene dificultades, ahora hablamos de que, como, ¿Cómo podríamos identificar que
147 entendió o no entendió?, pero ahora, ¿Cómo lo identificaría, que hay una dificultad que no sé qué el
148 niño se atrasó respecto a sus compañeros o que en general, el grupo no logró este entendimiento?
149 Entonces es: ¿Como identifica que el estudiante tiene dificultades con el tema de fracciones? Mmm.

150

151 Profesor 3: Pues cuando no me puede realizar este una operación, si no llega el resultado, cuando
152 no comprende este, cómo amplificar mmm. O cuando le enseñas dos métodos para llegar a la
153 respuesta y no llegan a la misma respuesta igual ahí me doy cuenta o no entienden que cualquiera
154 de los dos métodos lo pueden usar para para llegar a la respuesta.

155

156 Entrevistador: Ok, Sí. Pues con eso concluiría las preguntas de la entrevista. Entonces, no sé si
157 gusta agregar algo o este o es todo,

158

159 Profesor 3: No, nada de nada es que si con este estudio se pueden dar unas estrategias para para
160 enseñar mejor las elecciones.

161

162 Entrevistador: Claro la idea es esa en a futuro, si no hay nada más que agregar, entonces vamos a
163 dar por finalizar la grabación y agradecemos por el tiempo.

Apéndice B: Producciones escritas

https://drive.google.com/file/d/1XaeQsCjsNKi7thiSn_8YMR8m8mzEzvc0/view?usp=drive_link

https://drive.google.com/file/d/1aDSGkT2u_Acsm_dMX9TqPU_xpV8kD-4l/view?usp=drive_link