



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DEL ESTADO DE HIDALGO

ÁREA ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN MATEMÁTICAS Y SU DIDÁCTICA

**APLICACIÓN DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
DESARROLLADAS MEDIANTE EL USO DE JUEGOS**

PRESENTA

Laura Itzel Badillo Hernández

Director

Dr. Agustín Alfredo Torres Rodríguez

Codirector

Dr. Marcos Campos Nava

Comité tutorial

Dr. Carlos Arturo Soto Campos
Dra. María Guadalupe Simón Ramos
Dr. Agustín Alfredo Torres Rodríguez
Dr. Marcos Campos Nava

Mineral de la Reforma, Hgo., México., 16 de Abril 2026



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

School of Engineering and Basic Sciences

Área Académica de Matemáticas y Física

Mineral de la Reforma, Hgo., a 16 de abril de 2026

Número de control: ICBI-AAMyF/2057/2026

Asunto: Autorización de impresión de tesis.

MTRA. OJUKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO
DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

El Comité Tutorial de la tesis titulada "Aplicación de estrategias de Resolución de Problemas desarrolladas mediante el uso de Juegos", realizada por la sustentante Laura Itzel Badillo Hernández, con número de cuenta 227543, perteneciente a la Maestría en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica, una vez que se ha revisado, analizado y evaluado el documento recepcional de acuerdo a lo estipulado en el Artículo 110 del Reglamento de Estudios de Posgrado, tiene a bien extender la presente:

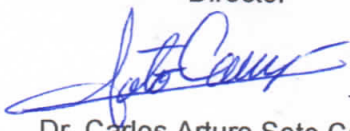
AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

Por lo que el sustentante deberá cumplir los requisitos del Reglamento de Estudios de Posgrado y con lo establecido en el proceso de grado vigente.

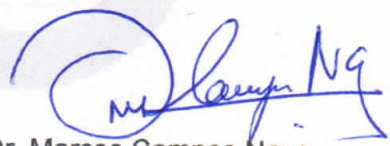
Atentamente
"Amor, Orden y Progreso"

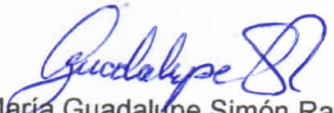
El Comité Tutorial


Dr. Agustín Alfredo Torres Rodríguez
Director


Dr. Carlos Arturo Soto Campos
Miembro del comité




Dr. Marcos Campos Nava
Codirector


Dra. María Guadalupe Simón Ramos
Miembro del comité

AATR/EPC

"Amor, Orden y Progreso"



Ciudad del Conocimiento, Carretera Pachuca-Tulancingo
Km. 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo,
México. C.P 42184

Teléfono: 52 (771) 71 720 00 Ext. 40124, 40119

aamyf_icbi@uaeh.edu.mx

uaeh.edu.mx

Agradecimientos

Agradezco profundamente a mis asesores por su acompañamiento, paciencia y valiosas orientaciones a lo largo de este proceso.

A la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo que hizo posible la realización de este trabajo, así como a los participantes, por su disposición y colaboración.

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), por el apoyo brindado durante mis estudios de posgrado (CVU:1235094).

A mi esposo, por su apoyo, paciencia y compañía constante.

A mi mamá, por su amor y motivación incondicional.

A mi papá, quien en paz descansa, por su ejemplo y por acompañarme en cada paso de este camino.

A mi hermano y a mi familia, por su cariño y apoyo a lo largo de este proceso.

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo caracterizar y analizar la relación entre las heurísticas empleadas por estudiantes de bachillerato durante su participación en juegos de estrategia y aquellas utilizadas en una tarea de aprendizaje basada en la resolución de problemas. El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, mediante la aplicación de tres juegos de estrategia y una tarea de aprendizaje dirigida al estudio de ecuaciones algebraicas.

Para el análisis se consideraron diversas categorías teóricas, entre ellas las fases de resolución de juegos, la taxonomía de Bloom, las heurísticas de resolución de problemas y la demanda cognitiva. Los datos fueron obtenidos a partir de conversaciones, registros escritos y observaciones de los participantes.

Los resultados muestran que, durante los juegos, los estudiantes desarrollaron diversas heurísticas, destacando la prueba y error, la búsqueda de patrones y la anticipación de resultados. Asimismo, se observó que dichas heurísticas se transfieren a la tarea de aprendizaje; sin embargo, su uso se presenta de manera más limitada y menos flexible. En cuanto a la demanda cognitiva, los procesos desarrollados se mantuvieron principalmente en niveles intermedios, sin alcanzar el nivel de hacer matemáticas.

Se concluye que los juegos de estrategia favorecen el desarrollo de heurísticas útiles para la resolución de problemas; no obstante, su transferencia a contextos formales de aprendizaje depende de factores como el diseño de la tarea, el acompañamiento docente y las condiciones de implementación.

Abstract

This study aimed to characterize and analyze the relationship between the heuristics used by high school students during their participation in strategy games and those employed in a learning task based on problem-solving. The research was conducted under a qualitative approach, through the implementation of three strategy games and a learning task focused on solving algebraic equations.

The analysis was based on several theoretical frameworks, including game-solving phases, Bloom's taxonomy, problem-solving heuristics, and cognitive demand. Data were collected through student conversations, written records, and observations.

The results show that, during the games, students developed various heuristics, particularly trial and error, pattern recognition, and forward-thinking strategies. It was also observed that these heuristics were transferred to the learning task; however, their use became more limited and less flexible. Regarding cognitive demand, students' processes remained at intermediate levels and did not reach the highest level, referred to as "doing mathematics."

It is concluded that strategy games promote the development of useful heuristics for problem-solving; however, their transfer to formal learning contexts depends on factors such as task design, teacher guidance, and implementation conditions.

Contenido	Página
Agradecimientos	4
Resumen	5
Abstract	1
1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1.1. Introducción	1
1.2. Revisión de la Literatura	3
1.3. Planteamiento del Problema	26
2. MARCO DE INVESTIGACIÓN	28
2.1 Introducción	28
2.2 Referentes ontológicos	30
2.3 Referentes epistemológicos	31
2.4 Referentes didácticos	32
2.4.1 Resolución de problemas	33
2.4.1.1 George Polya	34
2.5 Referentes teóricos	36
2.5.2 Taxonomía de Bloom	38
2.5.2.1 Taxonomía revisada de Bloom	40
2.5.3 Aprendizaje basado en juegos	41
2.5.3.1 Tipos de juegos para aprender matemáticas	42
2.5.3.2 Variables relacionadas con el juego	44
2.5.4 Tareas de aprendizaje	45
2.5.5 Demanda cognitiva	47
3. METODOLOGÍA	50
3.1. Introducción	50
3.2 Enfoque metodológico y tipo de investigación	50
3.3 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	52
3.4 Diseño de investigación	53
3.5 Sujetos de estudio	54
3.6 Esquema metodológico	55
3.6.1 Primera etapa: diagnóstico	55
3.6.2 Segunda etapa	58
3.6.2.1 Círculo de monedas	59
3.6.2.2 Acumulador	60
3.6.2.3 Piramide de números	62
3.6.3 Tercera etapa	63
4. RESULTADOS	69
4.1 Introducción	69

4.2. Prueba preliminar	70
4.2.1 Primer problema	70
4.2.2 Segundo problema	73
4.2.3 Tercer problema	75
4.2.4 Percepciones de la dificultad	76
4.3 Juegos de estrategia	78
4.3.1 . Círculo de monedas	79
4.3.2. Acumulador	82
4.3.3. Pirámide de números	84
4.4 Tarea de aprendizaje	86
4.5. Subcategorías de la taxonomía de Bloom	96
4.6. Subcategorías de las heurísticas de Polya	103
4.7. Subcategorías de la demanda cognitiva	113
5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	122
5.1 Introducción	122
5.2 Respuesta a la pregunta de investigación y objetivos específicos	122
5.3 Discusión, limitaciones y líneas de trabajo	129
REFERENCIAS	131

Índice de tablas

Tabla 1. Resumen revisión de literatura.	13
Tabla 2. Tiempos de aplicación, técnicas e instrumentos de recolección	66
Tabla 3. Problema 1.	71
Tabla 4. Problema y pregunta 2.	73
Tabla 5. Pregunta 4.	76
Tabla 6. Comparación entre mesas	80
Tabla 7. Hipótesis juego acumulador	82
Tabla 8. Hipótesis juego acumulador	85
Tabla 9. Categorías y subcategorías	88
Tabla 10. Fases de enfrentamiento a un juego de estrategia	91
Tabla 11. Subcategorías de la taxonomía de Bloom	97
Tabla 12. Subcategorías de las heurísticas de Polya	104
Tabla 13. Subcategorías de la demanda cognitiva	115

Índice de figuras

Figura 1. Representación del juego “círculo de monedas”	60
Figura 2. Diagrama base para juego “Acumulador”	61
Figura 3. Juego “Pirámide de números” para actividad en equipos	63
Figura 4. Diagrama del esquema metodológico	68
Fuente: elaboración propia.	68
Figura 5. Ejemplos de representaciones	75

Índice de anexos

APÉNDICE A. Transcripción de la sesión 1. Cuestionario.	141
APÉNDICE B. Transcripción de la sesión 2. Círculo de monedas	147
APÉNDICE C. Transcripción de la sesión 3. Acumulador	158
APÉNDICE D. Transcripción de la sesión 4. Pirámides de números.	169
APÉNDICE E. Transcripción de la sesión 5. Tarea de aprendizaje	186

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Introducción

Algunos de los grandes avances científicos y tecnológicos presentes en múltiples áreas, tienen sus bases en las matemáticas o se ayudan de las matemáticas, un ejemplo de esto son las imágenes capturadas por medio de tomografías, que se emplean para dar diagnósticos precisos de probables padecimientos, en las telecomunicaciones, el envío de mensajes cifrados que van desde chats hasta cuentas bancarias, no serían posibles sin matemáticas; y ni hablar de los dispositivos electrónicos junto con las maravillas del internet. Muchas de las predicciones de fenómenos naturales, económicos y sociales utilizan modelos matemáticos para realizarse. En pocas palabras, las matemáticas se encuentran de manera cotidiana en nuestras vidas (Pineda, 2009). Sin embargo, esta es una disciplina que genera, según Gill y Blanco, “sentimientos de intranquilidad, miedo, ansiedad, inseguridad, desconcierto e incertidumbre en los estudiantes” (2006, p.552). Existe un sistema de creencias típicas sobre la naturaleza de las matemáticas, donde se aprecia su valor, pero se consideran difíciles de aprender y de práctica mecanizada, por la idea de que solo es posible mediante la repetición de ejercicios (Erazo y Aldana, 2015), esto puede ser un factor que afecte la actitud y rendimiento académico. Si bien existen factores como el nivel socioeconómico, personalidad y hábitos del estudiante, o el ambiente escolar que pueden impactar en tales resultados (Chaparro y Gamazo, 2020), una variable destacable son las estrategias de enseñanza.

Lo anterior da pie a una discusión sobre qué cambios y qué modelos pedagógicos son mejores según la edad y nivel de los estudiantes, para estudiar matemáticas. Existe

suficiente evidencia para afirmar que la mayoría de los docentes trabajan con un enfoque tradicional, que fue con el que aprendieron cuando ellos mismos fueron estudiantes (Leguizamón et al., 2020), en donde se espera que el profesor resuelva el ejercicio sobre la pizarra y el estudiante escriba todo en su cuaderno, memorizando el uso de fórmulas sin realizar un análisis sobre el proceso de resolución, fomentando un aprendizaje memorístico y algorítmico suficiente para aprobar la asignatura, pero insuficiente para su uso posterior. En este orden de ideas, es bien conocida una corriente pedagógica llamada constructivismo, en donde se plantea que para que un aprendizaje sea efectivo debe ser activo (Sierpinska, 1998), es decir, que para aprender algo se necesita tener acción y construirlo por uno mismo. Hay una variedad de propuestas didácticas orientadas a lograr que el conocimiento de los estudiantes tenga significado y una de ellas es el uso de actividades lúdicas, de acuerdo con Oldfield (1991a) un juego matemático es una actividad que involucra un desafío o una tarea, ya sea en solitario, con uno o más oponentes o compañeros, esta actividad está gobernada por reglas que se han definido previamente y tiene objetivos cognitivos específicos.

Desde el punto de vista de la enseñanza matemática la búsqueda de soluciones de juegos sirve para utilizar diferentes técnicas *heurísticas*¹, que facilitan la resolución de problemas, potencian las actitudes de auto-confianza, auto-disciplina o perseverancia en la búsqueda de soluciones, desarrollan habilidades de observación y comunicación, además de que favorecen la apreciación de la potencia y belleza de la argumentación matemática (Gairín, 1990). Pero ¿cualquier juego es la herramienta correcta? Si bien este aprendizaje basado en juegos (GBL por sus siglas en inglés) resulta alentador para el desarrollo de memoria y

¹ Son estrategias generales para abordar un problema, no garantizan una solución, pero ayudan para encontrar la solución (Trigo, 2014)

atención (Dye, Green y Bavelier, 2009), habilidades cognitivas (Oei y Patterson, 2013), habilidades de *rotación mental*² (Cherney 2008) muchas de las investigaciones sobre la implementación de este modelo se enfocan la mayoría hacia los niveles educativos básicos (González et al. 2014), puesto que se tiene la percepción de que los niños son más propensos a participar en estas actividades, sin embargo no se debería de excluir de utilizar este tipo de actividades con estudiantes de niveles educativos superiores , ya que siempre y cuando se defina correctamente un juego puede ser una excelente herramienta para el *aprendizaje activo*³.

1.2. Revisión de la Literatura

Esta sección está enfocada a identificar un panorama general sobre el uso de la propuesta didáctica de GBL, identificando sus características, metodologías empleadas, marcos de referencia y su conveniencia, que servirán para guiar el enfoque y estrategia del presente trabajo.

Para tener una perspectiva muy general sobre el uso de juegos en la didáctica, se localizaron revisiones de literatura ambientados en dos etapas diferentes; artículos comprendidos en los años de 1979 a 2012 y publicaciones de 2012 a 2017. El primer periodo se encuentra en el artículo escrito por González et al. (2014), donde se realiza una revisión bibliográfica sobre el uso de juegos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, para demostrar que existen investigaciones empíricas que avalan las ventajas

² Capacidad mental de rotar objetos bi y tridimensionales

³ Es un modelo de aprendizaje centrado en el estudiante, donde se encuentra en el centro de su propio proceso de aprendizaje, participa activamente en su proceso de formación, aprende a su propio ritmo usando sus propias estrategias; desarrolla habilidades tales como la solución de problemas, pensamiento crítico y reflexivo, explicar y se adapta a diferentes estilos de aprendizaje (Benitez, 2012, como se citó en Ley et. al. 2021)

del uso de juegos tradicionales en la educación matemática. La recopilación de información se realizó por medio de revistas internacionales especializadas en educación matemática, descartando investigaciones relacionadas con el uso de videojuegos o propuestas didácticas sin experimentación. En estas investigaciones, se identificó que los autores han trabajado en tres ejes principales: 1) definiciones y clasificaciones, dónde se mencionan autores como Bright, Harvey, Wheeler, Oldfield y Gairín, 2) Tipo de investigaciones, existen las pre-institucional, co-institucional y post-institucional y 3) Efectos sobre uso de juegos, donde autores como Ernest, Oldfield y Garín defienden el uso de juegos como estrategia didáctica. En el trabajo los autores recopilaron un total de 15 artículos sobre educación básica y tres de educación superior. Dentro del mismo trabajo, los autores refieren las siguientes líneas de investigación: a) determinar si los alumnos son capaces de extrapolar las estrategias del juego al momento de resolver un problema, b) precisar metodologías sobre juegos que propicien la construcción de conocimientos, c) evaluar aplicaciones de uso de juegos e nivel medio superior y superior, d) valorar efectos negativos del uso de juegos y por último e) valorar los límites y obstáculos del uso de juegos.

La segunda revisión, escrita por Zabala-Vargas et al. (2020) fue realizada bajo un método sistemático de Gast et al. (2017) sobre el aprendizaje basado en juegos, aplicado a la enseñanza de matemáticas en educación superior. El propósito del trabajo es identificar cómo influye el uso del aprendizaje basado en juegos, particularmente en la motivación y desempeño académico. Los autores lograron identificar un total de 19 artículos, con enfoques mixtos y cualitativos, la mayoría con el uso de juegos digitales y una minoría en formato tradicional, siendo Estados Unidos, China y Reino Unido los países como mayor número de publicaciones cuyas áreas de mayor enfoque son aritmética, seguido por álgebra y cálculo y un solo artículo enfocado a la probabilidad. En cuanto al propósito del uso de

juegos, en su mayoría estaban dirigidos a juegos para la educación, ninguno por entretenimiento y sólo dos trabajos con el formato de uso de juegos serios⁴. Muchos de los artículos argumentan el desarrollo de habilidades y competencias, junto con la motivación de los estudiantes (no referida como una variable de interés directa) de forma positiva por el uso de juegos.

Con estas revisiones, se identificó una ventana de oportunidad a nivel medio superior, pero es necesario conocer el grado de participación de los alumnos para delimitar su aplicación. En cuanto a la perspectiva de los alumnos, se encontraron dos artículos, el primero; de Bragg (2007) quien realizó un estudio empírico para identificar las actitudes de estudiantes de quinto grado (9-12 años) con respecto al uso de juegos para el aprendizaje de multiplicación y división de números decimales, con una duración de cuatro semanas. De acuerdo a los exámenes para evaluar el conocimiento, se demostró una mejoría en el dominio del tema, sin embargo para evaluar el grado aceptación en los estudiantes, se realizaron encuestas Likert, antes, durante y después del periodo de actividad, al inicio se mostró interés por participar, pero conforme avanzó el experimento, disminuyó. Para la autora esto fue llamativo, y propone que el cambio de actitud puede ser causado por: *a)* el juego al buscar generar un desequilibrio Piagetiano resultó en una complicación para ganar, generando rechazo por parte de los estudiantes, *b)* una vez superado el desequilibrio al no representar un nuevo nivel de desafío se perdió el interés y *c)* algunos estudiantes encontraron tedioso el responder encuestas afectando la veracidad de las respuestas.

⁴ Término acuñado por Abt en 1970, este tipo de juegos tienen un propósito mayor a solo entretener, buscan potenciar el aprendizaje, estimular el pensamiento crítico, entrenamientos, cambios de actitud. Delgado J.C.S. (2020)

El artículo escrito por Araya-Pizarro (2021), buscó analizar las preferencias y actitudes de los estudiantes de nivel superior al uso de juegos de mesa en educación y gestión de recursos humanos, la investigación se llevó a cabo bajo un enfoque cualitativo, dividido en dos etapas. La primera fase, fué un estudio exploratorio-descriptivo con el propósito de identificar las características más importantes de un juego de mesa acorde a tres especialistas en juegos, educación y administración, junto con 25 estudiantes universitarios. Dentro de esta fase se determinaron cuatro atributos determinantes: a) El tiempo de partida, para tanto los expertos como los estudiantes, este no debe pasar de 90 min aproximadamente, b) Interacción entre jugadores, en nivel bajo, medio y alto, c) Formato de juego, se prefieren los juegos colaborativos y competitivos y d) Complejidad del juego, se encontraron preferencias casi uniformes a niveles bajos, medios y altos. La segunda fase explicativa y de corte transversal, se realizó con 42 estudiantes para la medición y percepción hacia los juegos de mesa, en esta etapa, se reveló un alto interés a participar en actividades lúdicas, es decir, se genera una motivación y actitud positiva, siempre y cuando se cumplan los atributos de la primera fase. La investigación sugiere como líneas de investigación, el evaluar la importancia de los atributos de generación e implementación de un juego, como el tipo de juego y la plataforma de aplicación, medición de factores como edad, sexo, nivel socioeconómico y otras características que podrían afectar la actitud hacia los juegos.

En cuanto a la perspectiva de los docentes, Allsop y Jessel (2015) realizaron una investigación con docentes de primarias rurales de Inglaterra e Italia, donde por medio de encuestas a lápiz y papel, digitales y entrevistas semiestructuradas se recabó su sexo, edad, nivel de experiencia enseñando con GBL, su diseño y las materias donde las aplicaron. Los resultados mostraron que la mayoría de los participantes en ambos países tuvieron alguna

experiencia jugando juegos digitales, lo mismo el enseñando con juegos pero casi el 70% refirió no tener experiencia en el diseño de juegos. Las áreas de aplicación más usadas fueron matemáticas, literatura, ciencias y lenguas extranjeras. Los participantes dijeron estar dispuestos a usar juegos digitales en un futuro pues aseguran que mejora la motivación y aprendizaje de los alumnos, alientan la creatividad, trabajo en equipo o individual, desarrollan el pensamiento crítico, las habilidades de uso de tecnologías así como habilidades para resolver problemas. Los docentes mencionaron variables como el acceso a los equipos, la relevancia curricular, el conocimiento del contenido por parte del profesor y el tiempo de preparación podrían suponer barreras para la aplicación de este tipo de aprendizaje. Una de las conclusiones a las que llegan los autores es que los docentes están interesados en el aprendizaje basado en juegos, pero no tienen un marco concreto de cómo integrarlo a su plan de estudios, desde el diseño o selección de un material hasta su aplicación en el aula.

Con esto podemos concluir que un juego puede ser bien aceptado por estudiantes y profesores, pero se debe cuidar dos aspectos: lo primero es no sustituir la clase solo con juegos llamativos, el aprendizaje basado en juegos consiste en una herramienta del docente, que se debe planear e introducir al salón con sumo cuidado y segundo aspecto, el juego debe ser de complejidad adaptada para cada grupo, el tener un excesivo nivel de *demanda cognitiva*⁵ puede generar frustración en el estudiante, pero un insuficiente nivel puede no generar desafío para el sujeto, provocando su falta de interés.

⁵ Es el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para poder participar en una tarea y resolverla con éxito (Stein et. al. 2009, p. 1)

Ya identificadas ciertas características a tomar en consideración para el presente trabajo, surge la pregunta sobre la validez del uso de esta técnica de aprendizaje, para esto se recopilaron los siguientes artículos, donde algunos autores evidenciaron la efectividad de la implementación como lo fue Del Moral et al. (2018) que evaluaron el Proyecto Jugar para Aprender en siete centros educativos de nivel primaria, donde por medio del uso de videojuegos se buscaba estimular las inteligencias lógico-matemática, naturalista y lingüística, la actividad duró ocho meses donde antes y después de la implementación se realizaron evaluaciones adaptadas del Cuestionario de Evaluación de Prieto y Ballester (2003) junto con su respectivo grupo de control para diferenciar y cuantificar las variaciones en las tres inteligencias antes mencionadas; referente a matemáticas, las evaluaciones estuvieron ligadas a la resolución de problemas, cálculo, aritmética, categorización de objetos, pensamiento abstracto y procesos cognitivos de orden superior. Para el final del periodo se demostró un aumento considerable en los tres ejes principales, así como una mejoría en los estudiantes que encontraron interesantes las misiones matemáticas.

En otro artículo de Bragg (2012) comparó la efectividad del uso de juegos no digitales contra actividades no lúdicas pero atractivas como herramientas pedagógicas en tres escuelas primarias, con grupos de control y experimentación a los cuales, por medio de pruebas de rendimiento con 23 preguntas de opción múltiple, realizadas por la autora, se encontró que si bien, existió una mejora en la 1era etapa, al terminar el proyecto no se evidenció una mejoría significativa con el uso de juegos, una hipótesis de este fenómeno que plantea la investigadora se refiere al tiempo limitado del proyecto, pues solo fueron un total de ocho sesiones de aplicación y se considera que los alumnos no pudieron terminar de adaptarse al juego.

Aristizábal et al. (2016) buscaron comparar el uso de GBL contra las estrategias tradicionales para desarrollar habilidades y relaciones para familiarizarse y reforzar las operaciones básicas en estudiantes de quinto grado, para esto realizó una investigación con dos grupos (control y experimental) que resolvieron pruebas pre y postest. Los sujetos con los que se experimentó recibieron una secuencia didáctica basada en actividades y juegos matemáticos, mientras que al grupo de control se recibió una metodología tradicional. Los resultados del postest indicaron una mejora significativa con el grupo experimental, tanto de comprensión como de motivación. Mientras que Brezovsky et al. (2019) realizaron una investigación para probar los efectos de un entorno de aprendizaje basado en juegos para apoyar el conocimiento numérico adaptativo de los estudiantes de primaria y las habilidades aritméticas relacionadas, para este trabajo se trabajó con un juego digital llamado Number Navigation Game (NNG) durante diez semanas de aplicación como herramienta didáctica. Para determinar el grado de avances de los alumnos se realizaron evaluaciones antes, durante y después de la implementación del proyecto, estas fueron administradas por 13 evaluadores, con límite de tiempo y señales auditivas. El reporte de resultados indica que un mayor desarrollo en el conocimiento numérico adaptativo y habilidades aritméticas; sin embargo, una de las limitaciones de los autores, fue la libertad de aplicación de los docentes, es decir, se implementó el juego, pero a consideración de cada educador, quien decidió en nivel de dificultad y modo de juego.

La mayoría de los artículos avalan el uso de juegos como herramienta didáctica, siempre y cuando cumpla con ciertas consideraciones, como el tiempo y estrategia de aplicación.

De acuerdo con Halmos (1980) el corazón de las matemáticas son sus propios problemas, es decir cualquier individuo relacionado con matemáticas debería ser capaz de resolverlos,

esta es un área de interés así que se buscó recolectar información de juegos enfocados a desarrollar esta habilidad de resolución de problemas.

Unos de los artículos encontrados fue el de Pratama y Setyaningrum (2018) quienes realizaron un estudio con estudiantes de octavo grado (13-14 años) en Indonesia para evaluar los diferentes efectos en la resolución de problemas geométricos con aprendizaje basado en juegos contra el aprendizaje usando libros de texto. Para esto realizaron tres encuestas, uno de conocimiento previo, una prueba posterior a la actividad y otro cuestionario para conocer las preferencias de los estudiantes. Los sujetos se dividieron en dos grupos que fueron sometidos en condiciones iguales de clases, donde se presentaba el problema y este se resolvía con ayuda de libros en un grupo y en el otro con ayuda una aplicación digital llamada GeoGame Adventure. Los resultados indicaron una mejoría en el análisis y resolución de problemas tanto para los alumnos de bajo como de alto rendimiento que fueron sometidos al uso de juegos.

González et al. (2017) buscaron analizar las estrategias que un grupo de estudiantes universitarios formularon al participar en un juego llamado “círculo de monedas”, así como las condiciones bajo las cuales surgen estas. El experimento se realizó con ayuda de grabaciones y registro por parte de los jugadores, logrando identificar cinco estrategias: 1) prueba y error, 2) búsqueda de patrones, 3) simplificación de tareas difíciles, 4) pensar hacia atrás y 5) pensar hacia delante. Los autores comparan las fases de resolución de un juego de estrategia de Villagrán y Olfos (2001), con las fases de resolución de un problema de Pólya (1945) y durante el experimento identificaron tres condiciones en las que los jugadores desarrollaron estrategias: a) Comprender el juego, el estudiante debe comprender las reglas y situaciones que le otorgan la victoria, para así poder elaborar un plan de acción.

- b) El equilibrio entre los oponentes, si un jugador se enfrenta con otro que no muestra interés o en su defecto no conoce el juego, difícilmente buscará oportunidades para ganarle.
- c) La dificultad del juego, el juego necesita ser fácil de entender pero un reto para ganarlo, cuando son muy fáciles no permiten el desarrollo de habilidades.

Villagrán y Olfos (2001) en su trabajo, recopilan información de cómo se relacionan los juegos con la matemática, centrándose en los juegos tradicionales y de estrategia, los primeros por su versatilidad que al agregar más fichas o dados, generan cambios en la complejidad de los mismos y los segundos por su facilidad de poner en marcha procedimientos típicos de la resolución de problemas y pensamiento matemático. De acuerdo con los autores en el enfrentamiento de un juego de estrategia, se distinguen cuatro fases: 1) la comprensión de juego (exploración inicial), 2) elaboración de un plan para ganar (estrategias), 3) poner a prueba estas estrategias y 4) comprobar si la estrategia es general. Estas fases recuerdan a Polya con sus cuatro fases de resolución de problemas; comprender, planear, proceder y comprobar.

Del artículo anterior se concentró la búsqueda de más investigaciones encontrando a Aguilera (2018) quien realizó una estrategia para potenciar el proceso de comunicación en la resolución de problemas relacionados con el pensamiento numérico en estudiantes de primaria, donde contrastó las etapas de resolución de problemas de Pólya con las etapas de desarrollo de juegos de Guzman (1984). Durante la fase de diagnóstico se demostró que los niños tuvieron una disponibilidad para exponer sus experiencias, pero no justificar sus respuestas con propiedad y veracidad, conforme se realizaron las siete secciones, se presentó una superación en gran medida de dificultades en cuanto a la resolución de problemas matemáticos simples.

A continuación para mejorar la comprensión del lector se presenta una tabla donde se sintetizan las características más esenciales de la revisión de literatura: Los autores, objetivos, niveles de aplicación, tipo de investigación y marco referencial (si se denota en cada artículo), metodología y resultados

Tabla 1. *Resumen revisión de literatura.*

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
<p>1. González et al. (2014) “La matemática nunca deja de ser un juego: Investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza matemática “</p>	<p>Ofrecer un panorama general de la investigación sobre el uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas, a través de una revisión de literatura especializada</p>	<p>Educación básica</p>	<p>Cuantitativa Revisión de literatura sobre investigaciones empíricas</p>	<p>Análisis documental, recopilado de diversas fuentes como revistas internacionales especializadas en educación matemática. Se descartaron estudios que sugieren únicamente propuestas didácticas, sin</p>	<p>Se encontraron artículos que ofrecen un panorama de: 1) definiciones clasificaciones, 2) tipos de investigaciones y características y 3) de los efectos sobre el uso de juegos</p>

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
				brindar evidencias de su aplicación, así como investigaciones relativas al uso de videojuegos	
2. Zabala-Vargas et al. (2020) “Aprendizaje basado en juegos GBL aplicado en la enseñanza de las matemáticas en educación superior. Una	Revisión sistemática sobre el aprendizaje basado en juegos tradicionales y digitales.	Nivel superior	Cuantitativa Método de Gast et al (2017) para desarrollo de revisiones sistemáticas en ciencias sociales	Análisis bibliométrico. Las fuentes de consulta fueron Scopus, ISI Web of Science, ERIC, IEEE y PsycInfo, donde los términos de búsqueda son 1)aprendizaje basado en juegos	Se recopilan 19 artículos, cuyas áreas de aplicación son principalmente aritmética, seguido por cálculo y álgebra, por último probabilidad. Existen mayor uso

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
revisión sistemática”				2) matemáticas y 3) educación superior	de juegos digitales que tradicionales, resaltando que los países con mayor aplicación son Estados Unidos, China y Reino Unido
3. Bragg (2007) Students’ Conflicting Attitudes Towards Games as a Vehicle for Learning Mathematics: A	Reporte de un estudio empírico para identificar las actitudes de estudiantes de quinto grado (9-12 años) con respecto al uso de juegos para el aprendizaje	Educación básica	Cualitativa Empírica Constructivismo, centrado en que los estudiantes desarrollen sus estructuras cognitivas	Programas de enseñanza experimental que incorporaron los juegos Guestimate (Swan, 1996) para multiplicaciones y Hone on the Range (Brannan,	Se demostró una mejoría en el dominio del tema, sin embargo al evaluar el grado de aceptación en los estudiantes al inicio se muestra interés por

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
Methodological Dilemma	de multiplicación y división de números decimales		a través de juegos matemáticos.	1983) para divisiones. Con tres grupos experimentales y uno de control Se aplicaron encuestas Likert y entrevistas semi-estructuradas	participar, pero conforme avanzó el experimento, disminuyó. La autora propone las posibles causas
4. Araya-Pizarro (2021) “Preferencias y actitud discente hacia los juegos de	Analizar las preferencias y attitude discente hacia los juegos de mesa entre estudiantes universitarios	Superior	Cualitativo	Diseño no experimental, de una fase exploratoria-descriptiva, para identificar los atributos de los juegos de mesa. la	Identificaron cuatro factores fundamentales de un juego de mesa: interacción de los jugadores, tiempo de partida, formato de juego y

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
mesa; análisis multivariante”				segunda fase fue explicativa de corte transversal, para medir las preferencias y percepción discente hacia los juegos de mesa	nivel de complejidad. Para la segunda fase se encontró en su mayoría una actitud positiva hacia el juego, siempre y cuando siga los factores de la primera fase.
5. Allsop y Jessel (2015) “Teachers’ experiences and reflections on	proporcionar una comparación descriptiva de las experiencias de los docentes de Inglaterra e Italia sobre el uso de	Básico	Cualitativo	Encuestas a lápiz y papel, digitales y entrevistas semiestructurada	Los docentes están interesados en el aprendizaje basado en juegos, pero no tienen un marco concreto de cómo integrarlo a

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
game based learning in the primary classroom: Views from England and Italy	juegos digitales en las clases de primaria				su plan de estudios, desde el diseño o selección de un material hasta su aplicación en el aula.
6. Del Moral et al. (2018) “Aprendizaje basado en juegos: activando las inteligencias lógico-matemática, naturalista y	Evaluar el proyecto Jugar para Aprender, orientado a promover el uso de serious games y juegos digitales para potenciar el desarrollo de las Inteligencias Múltiples (IM),	Educación básica	Cuantitativa Empírica Cuestionario de Evaluación de Prieto y Ballester (2003) indicadores de inteligencia lógico-matemático de Del-Moral,	Grupo de control y experimental donde se implementó el uso de videojuegos seleccionados para cada materia, se registró el nivel en cada inteligencia por medio de un pretest y al	Se verificó un incremento operado en los estudiantes participantes en los diez indicadores de la inteligencia lógico-matemático

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
lingüística en el alumnado de Primaria”			Guzman y Fernandez (2014)	concluir el proyecto con un retest	
7. Bragg (2012) “Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning “	Informar de investigaciones que compararon la efectividad de los juegos no digitales con actividades no lúdicas pero atractivas como herramientas pedagógicas para promover las matemáticas aprendizaje.	Educación básica	Cualitativa Empírica	Diseño cuasi-experimental con pre-test y post-test diferida, de preguntas abiertas, cortas y de múltiples opciones Aplicación de juegos que favorecen la discusión matemática. Prueba escrita	El uso de juegos tuvo un incremento menor pero significativo estadísticamente sobre la efectividad en el desarrollo de entendimiento de conceptos básicos matemáticos

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
<p>8. Aristizábal et al. (2016)</p> <p>“El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas*”</p>	<p>Desarrollar distintas habilidades y relaciones para familiarizarse y reforzar las operaciones básicas asumiendo que el juego ocupa un lugar primordial entre las múltiples actividades del niño.</p>	<p>Educación básica</p>	<p>Cuantitativa Empírica</p>	<p>Grupo de control y experimental. Entrevista a docente sobre sus métodos de enseñanza Pre-test para determinar razonamiento de los estudiantes y post- test para evaluar la diferencia del uso de juegos</p>	<p>El uso de juegos propició situaciones de interacción, liderazgo, generación de estrategias y confrontación de ideas que permitieron el apropiamiento de conceptos y desarrollo matemático</p>

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
9. Brezovsky et al. (2019) “Effects of a mathematics game-based learning environment on primary school students' adaptive number knowledge”	Probar los efectos de un entorno de aprendizaje basado en juegos para apoyar el conocimiento numérico adaptativo	Educación básica	Cuantitativa Empírico	Grupo experimental de control. Pruebas pre y post-test para medir el conocimiento numérico adaptativo de los estudiantes, fluidez aritmética y conocimiento de pre-álgebra.	Se mostró una mejora del grupo de experimentación contra el de control en cuanto al conocimiento numérico adaptativo.
10. Pratama y Setyaningrum (2018)	Investigación del efecto diferencial de resolución de problemas	Educación media	Mixta Empírica	Pruebas de evaluación de conocimiento previo, las pruebas posteriores y	Los estudiantes expuestos a GBL mejoraron significativamente en la solución de

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
“GBL in Math Problem Solving: Is it Effective?”	con o sin modelos de game-based learning (GBL)			cuestionarios en papel.	problemas contra los alumnos expuestos a libros de texto de geometría
11. González et al. (2017) “Identificación de estrategias en un juego bipersonal entre estudiantes universitarios”	Identificación de las estrategias desarrolladas mediante el juego, identificación de las condiciones en las que se produce y argumentación del uso de juego puede favorecer las heurísticas en	Educación superior	Cuantitativa Empírica Fases de resolución de un juego de estrategia de Olfos y Villagrán (2001) y fases de resolución de problemas de Polya (1945)	Grabación de la sección, uso de diarios de los participantes y reconstrucción de la partida.	Las estrategias utilizadas por los estudiantes son prueba y error, búsqueda de patrones, simplificación de tareas difíciles, pensar hacia atrás y adelante

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
	la resolución de problemas				
12. Olfos y Villagrán (2001) “Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra*”	Presenta la relación entre los juegos y la resolución de problemas, en particular, el uso de estrategias.	Educación media	Cuantitativa Fases de resolución de un problema de Pólya (1945)	Descripción de lo que es el juego de estrategia y comparación de las fases en un juego con las de resolución de problemas	Propone algunos ejemplos de juegos con los que se puede iniciar el estudio del álgebra
13. Aguilera (2019) “Juegos de estrategia potencializadores del proceso de	Se enfoca en el uso de juegos de estrategia para potenciar el proceso	Educación básica	Cualitativa Con enfoque de investigación acción del Modelo ciclico de Lewin (1992), con	Diseño de unidad didáctica Examen diagnóstico Contraste entre las etapas de	Disponibilidad para participar, les es más fácil explicar el procedimiento

Autores y título	Objetivos	Grado/Nivel escolar	Tipo de investigación/ Marco teórico	Metodología	Resultados
comunicación en la resolución de problemas”	de comunicación en la resolución de problemas relacionados con el pensamiento numérico		sus tres momentos, la planificación, acción y reflexión.	resolución de problemas de Polya con las etapas de desarrollo de juegos de Guzman (1984).	pero no justificar con propiedad

A manera de resumen, a partir de la revisión de literatura, se puede afirmar que el uso de juegos para la enseñanza de las matemáticas es de interés tanto para los alumnos como los docentes e investigadores, hay estudios que avalan una mejoría en las habilidades de aquellos que usan los juegos ya sea digitales o tradicionales contra aquellos que tienen una enseñanza tradicional, sin embargo es un área que aún necesita esclarecer ciertos criterios, como por ejemplo, evaluar la importancia de los atributos de generación e implementación de un juego, como el tipo de juego y la plataforma de aplicación Araya-Pizarro (2021), si debe ser pre-institucional, co-institucional o post-institucional, así como González et al. (2014) recomienda determinar si los alumnos son capaces de extrapolar las estrategias del juego al momento de resolver un problema. Así mismo se observa una necesidad de mayores referentes teórico-metodológicos para que los docentes puedan diseñar actividades o tareas para el aula, incorporando el empleo de juegos, con la finalidad de potenciar los aprendizajes.

De esta recopilación de trabajos, los artículos de mayor relevancia con motivo de esta propuesta, son los de Gonzalez et al. (2019), de donde se toma como base parte de la metodología y la importancia del uso de juegos para el desarrollo de estrategias, de Villagrán y Olfos (2001) junto con Aguilera (2017) la comparación entre las fases de resolución de problemas de Polya en las fases y las fases que se desarrollan al jugar un juego, propuestas por de Guzman (1984).

1.3. Planteamiento del Problema

Con base a la revisión de la literatura, se identificó que el uso de juegos como propuesta didáctica puede favorecer el aprendizaje de las matemáticas, particularmente en el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas. No obstante, se observó que son escasos los estudios enfocados en el nivel medio superior, lo cual representa un área de oportunidad para la presente investigación.

En este sentido, el estudio se centra en estudiantes de segundo semestre de bachillerato, ya que en este nivel los alumnos cuentan con conocimientos previos que permiten trabajar en la resolución de problemas sin necesidad de introducir nuevos contenidos. A partir de ello, se propone el uso de juegos de estrategia en un contexto de aprendizaje basado en juegos GBL, con la finalidad de identificar las heurísticas que emergen durante las distintas fases del juego y analizar su posible transferencia a la resolución de problemas en un contexto algebraico, particularmente en la resolución de ecuaciones lineales.

Derivado de lo anterior, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo se relacionan las heurísticas desarrolladas por estudiantes de bachillerato durante el empleo de un juego de estrategia con las utilizadas en una tarea de aprendizaje basada en la resolución de problemas?

Con esta investigación se busca contribuir al uso del aprendizaje basado en juegos como una estrategia didáctica que favorezca el aprendizaje significativo⁶ en matemáticas de nivel

⁶ De acuerdo con Ausubel (1983), un aprendizaje es significativo cuando los contenidos, son relacionados de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe. Es decir, las ideas se relacionan con algún aspecto relevante en el alumno, como una imagen, símbolo significativo, concepto o proposición. Se detalla con mayor precisión esta teoría en el siguiente capítulo.

medio superior. En particular, se pretende evidenciar que es posible promover el uso de estrategias de resolución a través de actividades lúdicas que resulten motivadoras y desafiantes para los estudiantes.

Para ello se plantea como *objetivo general*: caracterizar y analizar la relación entre las heurísticas empleadas por estudiantes de bachillerato, durante su participación en juegos de estrategia y en una tarea de aprendizaje basada en la resolución de problemas.

Esto se desglosa en los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar las heurísticas desarrolladas por estudiantes de bachillerato durante la interacción con un juego de estrategia.
2. Diseñar e implementar una tarea de aprendizaje, basada en el enfoque de resolución de problemas, orientada al estudio de ecuaciones algebraicas y al uso de estrategias de resolución.
3. Analizar la relación entre las heurísticas empleadas durante el juego de estrategia y aquellas utilizadas en la tarea de aprendizaje.

2. MARCO DE INVESTIGACIÓN

2.1 Introducción

Un marco de investigación es una estructura básica de ideas, principios, acuerdos o reglas que proporcionan las bases y lineamientos para orientar el proceso de investigación, ayudar a definir los conceptos, construcciones y procesos, los principios de descubrimiento y justificación permitiendo crear nuevos “conocimientos” sobre el tema en estudio (Lester, 2005). Einsenhart (1991) describe que existen tres tipos diferentes de marcos teóricos de investigación que pueden guiar una investigación, a continuación se enlistan las características de cada uno, para posteriormente seleccionar el más adecuado para este trabajo:

Marco teórico: Se guía la investigación basada en una teoría formal, en otras palabras, ha sido desarrollada mediante explicaciones establecidas y coherentes sobre ciertos tipos de fenómenos y relaciones (Lester, 2005). El autor de la investigación deberá adaptar su trabajo acorde a las características de la teoría seleccionada, teniendo cuidado de no contradecir las bases de esta.

Marco práctico: para Michael Scriven (1986) este tipo de marco, guía la investigación sobre el uso de “lo que funciona” en la experiencia de quienes lo han aplicado, es decir; a diferencia del marco teórico, no se basa en una teoría formal, si no que, se basa en el conocimiento práctico en la acumulación de las experiencias de los investigadores.

Marco conceptual: Eisenhart (1991) lo describe como “una estructura esquelética de justificación, en lugar de una estructura esquelética de explicación”. Es un argumento de conceptos seleccionados para la investigación, cuya relación entre ellos será apropiada y útil dado el problema de investigación que se aborde. Este tipo de marco se construye de una variedad de fuentes actuales, tomando tanto teorías formales como experiencias prácticas y dependiendo del investigador este podrá decidir la relevancia de los conceptos para abordar el tema de interés.

Para el desarrollo de la presente investigación se establece un marco conceptual que permite orientar la interpretación de los elementos teóricos involucrados.

Dicho marco se sustenta en distintos referentes que permiten comprender el fenómeno de estudio desde diversas perspectivas.

En primer lugar, el referente ontológico define la concepción de las matemáticas que sustenta este trabajo, entendiéndose como una actividad centrada en la resolución de problemas y en la construcción de significados.

En segundo lugar, el referente epistemológico se apoya en el enfoque constructivista del aprendizaje, retomando aportaciones de Jean Piaget y Ley Vygotsky, que permiten explicar cómo los estudiantes construyen conocimiento a partir de la interacción con su entorno.

Por su parte el referente didáctico se centra en la resolución de problemas como enfoque para la enseñanza de las matemáticas, favoreciendo el desarrollo de heurísticas.

Finalmente, estos referentes permiten analizar el papel de los juegos de estrategia como una herramienta que propicia la emergencia de heurísticas, las cuales pueden ser transferidas a la resolución de problemas en un contexto algebraico.

2.2 Referentes ontológicos

El Diccionario de la Real Academia Española (23 edición) define a las matemáticas como ciencia deductiva que estudia las propiedades de entidades abstractas como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. No obstante esta definición resulta limitada para comprender su naturaleza dentro del contexto educativo.

Desde una perspectiva más amplia, Bunge (1960) caracteriza a la ciencia como un conocimiento racional, sistemático y verificable, distinguiendo entre ciencias formales y fácticas. En este sentido, las matemáticas pertenecen al grupo de las ciencias formales, ya que trabajan con entes abstractos y se desarrollan a partir de estructuras deductivas.

Sin embargo, en el ámbito educativo, existen concepciones reduccionistas sobre las matemáticas. De acuerdo con Schoenfeld (1992), es común que se considere como una disciplina basada en la memorización de procedimientos, donde los problemas tienen una única solución y el aprendizaje se limita a la aplicación mecánica de algoritmos.

En contraste con esta visión, en la presente investigación se adopta una concepción de las matemáticas como una actividad centrada en la resolución de problemas. Desde esta perspectiva, George Pólya (1954) plantea que el trabajo matemático implica un proceso activo de exploración, en el que los individuos formulan conjeturas, prueban estrategias y utilizan heurísticas para encontrar soluciones.

De este modo, las matemáticas se entienden como una actividad dinámica, en la que el conocimiento no se limita a la aplicación de reglas, sino que se construye a partir de la interacción con los problemas. Esta concepción resulta fundamental para el desarrollo de la presente investigación, ya que permite analizar el papel de las heurísticas en la resolución de problemas dentro de contexto como los juegos de estrategia

2.3 Referentes epistemológicos

Desde el punto de vista epistemológico, la presente investigación se fundamenta en una postura constructivista del conocimiento, la cual sostiene que este no se transmite de manera directa, sino que se construya activamente a partir de la interacción entre el sujeto y el objeto de estudio (Hernández Rojas, 2008; D'amore, 2008).

A diferencia de posturas como empirismo o el racionalismo, que sitúan el origen del conocimiento exclusivamente en el objeto o en el sujeto, respectivamente, el constructivismo plantea que el conocimiento emerge de la interacción entre ambos (Waldegg, 1998). En este sentido, el conocimiento matemático no se encuentra únicamente en los objetos, ni es una capacidad innata del sujeto, sino que se desarrolla a través de la actividad del estudiante al interactuar con dichos objetos.

Esta perspectiva resulta especialmente relevante en el ámbito educativo, ya que permite comprender el aprendizaje como un proceso activo de construcción de significados (Hernández Rojas, 2008).

Dentro del constructivismo se reconocen dos enfoques principales: el constructivismo cognitivo y el constructivismo sociocultural.

El constructivismo cognitivo, propuesto por Jean Piaget, sostiene que el conocimiento se construye mediante procesos de asimilación y acomodación a través de los cuales el sujeto modifica sus estructuras cognitivas en respuesta a nuevas experiencias (Piaget, 1986; Rivero, 2012).

Por su parte el constructivismo sociocultural, desarrollado por Lev Vigotsky, enfatiza el papel de la interacción social en la construcción del conocimiento, destacando la mediación del lenguaje como herramienta fundamental para el desarrollo del pensamiento (Vigotsky, 1978; García, 2020). Conceptos como la zona de desarrollo próximo permite explicar cómo los estudiantes pueden alcanzar niveles superiores de comprensión con el apoyo de otros (Silva, 2005).

En conjunto, estas perspectivas permiten comprender cómo los estudiantes construyen estrategias y heurísticas a partir de su interacción tanto con los problemas como con otros individuos, particularmente en contextos como los juegos de estrategia.

2.4 Referentes didácticos

La didáctica es el saber que se centra en el proceso de instrucción; para ello, orienta las estrategias, la eficacia y los métodos con los que puede trabajar (Lucio, 1989). Está se encuentra dirigida por un pensamiento pedagógico, recordando que, cuando al reflexionar sobre la educación a partir de preguntas como ¿porqué?, ¿cómo? y ¿hacia dónde? se genera la pedagogía; es decir, se sistematiza el saber.

En este trabajo, el enfoque se centrará en dichas estrategias y métodos a partir de la aproximación de resolución de problemas.

2.4.1 Resolución de problemas

La resolución de problemas es una aproximación didáctica del aprendizaje matemático, resultando del conjunto de trabajos de varios matemáticos y educadores del área como George Pólya, Paul Halmos, Jacques Hadamard, Alan Schoenfeld, James Hiebert y Richard Lesh. Cada uno propone distintas estrategias y escenarios para su aplicación; sin embargo, comparten elementos generales que caracterizan esta aproximación, también conocida como *problem solving* (PS):

- Consideran a las matemáticas como la ciencia de los patrones.
- Está basada en el *aprendizaje por descubrimiento*⁷.
- Promueve el desarrollo de una actitud inquisitiva en los estudiantes para la resolución de problemas
- Busca que los estudiantes desarrollen un *aprendizaje con entendimiento*⁸ mediante tareas que les permitan reflexionar y comentar ideas al resolver problemas matemáticos (Hiebert, 1997)

⁷ Jerome Bruner (1961), plantea que el estudiante construye activamente su conocimiento a partir de la interacción con su entorno. En este enfoque, el docente funge como guía, promoviendo situaciones en las que el alumno pueda explorar, llegar a conclusiones por sí mismo.

⁸ “Las cosas que se aprenden con entendimiento pueden ser usadas de forma flexible, adaptarlas a nuevas situaciones, y usarlas para aprender nuevas cosas” Hiebert et al. (1997) p.1. .

- Plantea que el estudiante aprende matemáticas al situarse en un entorno similar al de los matemáticos profesionales cuando hacen matemáticas.

En este sentido, la resolución de problemas se concibe como una alternativa didáctica en la que una comunidad de aprendizaje explora diversas formas de resolver una situación problemática y reconoce la relevancia de justificar sus respuestas mediante diferentes tipos de argumentos. Así, la meta no es únicamente obtener una respuesta, sino identificar y contrastar diferentes maneras de explorar, representar y resolver el problema, así como comunicar los resultados (Santos-Trigo, 2008).

2.4.1.1 George Polya

George Pólya es uno de los principales exponentes de resolución de problemas, en su obra *How to solve it* (1945), plantea que las matemáticas se aprenden resolviendo problemas y propone una metodología basada en principios heurísticos aplicables a distintas situaciones.

Las heurísticas son estrategias prácticas que guían a los individuos en el proceso de resolución. De acuerdo con Pólya, para poder resolver un problema es necesario transitar por cuatro fases:

- *Comprender el problema*: Antes de intentar resolver un problema, es esencial comprender completamente lo que se está pidiendo.
- *Concebir un plan*: Desarrollar un enfoque o estrategia para resolver el problema.
- *Ejecutar el plan*: Implementar el plan paso a paso.
- *Examinar la solución*: Reflexionar sobre la solución y verificar su validez.

Pólya señala que, al resolver un problema (que es en sí el objetivo inmediato), también, se desarrollan habilidades que pueden aplicarse a otros contextos. Es decir, al realizar una visión retrospectiva, no solo se aprovecha la situación obtenida, sino también el método empleado, el cual puede convertirse en una herramienta útil para enfrentar nuevas situaciones problemáticas (Alfaro, 2006).

En un trabajo posterior sobre la enseñanza y el aprendizaje (Pólya, 1963), el autor argumenta que el papel del docente consiste en enseñar a pensar matemáticamente, transmitiendo información, sino promoviendo el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas. En este sentido, identifica tres principios de aprendizaje, retomados por Barrera-Mora et al. (2021):

- *Principio de aprendizaje activo*: una comprensión profunda requiere realizar acciones mentales sobre la información que recibimos (reflexionar, buscar ejemplos o contraejemplos, generalizar, abstraer, etcétera), por ello, aprender implica, en gran medida descubrir por uno mismo.
- *Principio de la mejor motivación*: el interés por el contenido debe ser el principal motor del aprendizaje, y el placer derivado de la intensa actividad intelectual al resolver problemas constituye una recompensa fundamental.
- *Principio de las fases consecutivas*; el aprendizaje inicia con la acción y la percepción, continua con el uso de palabras y conceptos, y culmina en la formación de hábitos mentales. Este proceso incluye:

- *Fase de exploración*, es la más cercana a la acción y percepción, es llevada a cabo en un nivel intuitivo y heurístico.
- *Fase de formalización*, se encuentra en un nivel más conceptual, involucra la introducción de terminología, definiciones y demostraciones
- *Fase de asimilación*, el contenido revisado se integra en una estructura conceptual más amplia

La obra de Pólya ha dejado una influencia duradera en la enseñanza de las matemáticas y sus aportaciones continúan siendo fundamentales en los enfoques actuales de la resolución de problemas.

2.5 Referentes teóricos

En esta sección se abordan diversos referentes teóricos que permiten fundamentar el proceso de aprendizaje en el contexto de la enseñanza de las matemáticas. En particular se retoma la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, la taxonomía de Bloom y su versión revisada, así como otros enfoques relacionados con el diseño de tareas y la demanda cognitiva. Estos referentes permiten analizar tanto los procesos cognitivos implicados en el aprendizaje como los niveles de complejidad que pueden desarrollarse en la resolución de problemas.

2.5.1 Teoría de aprendizaje significativo

Una teoría de aprendizaje, busca ofrecer una explicación sistemática y coherente a las preguntas: ¿cómo se aprende?, ¿cuáles son los límites del aprendizaje? y ¿por qué se olvida lo aprendido?. En este sentido, Ausubel (1983) sostiene que el aprendizaje de nuevos

conocimientos se fundamenta en los saberes previos del individuo. Es decir, la construcción del conocimiento inicia a partir de la observación y comprensión de la realidad mediante conceptos previamente establecidos en la estructura cognitiva.

De acuerdo con este autor, el aprendizaje significativo ocurre a través de la construcción de una red de conceptos, en la cual los nuevos conocimientos se integran a los ya existentes. En este contexto, se habla de *aprendizaje significativo* cuando los contenidos se relacionan de manera no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, Por “relación sustancial y no arbitraria” se entiende que las nuevas ideas se vinculan con elementos relevantes de la estructura cognitiva, como conceptos, símbolos o proposiciones previamente significativas (Ausubel, 1983).

En este proceso, cobra relevancia el concepto de *subsunsor*, entendido como una idea previa que sirve como punto de anclaje para la incorporación de nuevos conocimientos. Cuando estos subsunsores están presentes y bien estructurados, facilitan la integración significativa de la nueva información. En contraste, cuando no existen subsunsores adecuados, la información se almacena de forma arbitraria, dando lugar a un *aprendizaje mecánico*.

Asimismo, Ausubel distingue dos formas de aprendizaje:

1. Aprendizaje por recepción, en el cual el contenido se presenta en su forma final y el alumno debe internalizar.
2. Aprendizaje por descubrimiento, donde el contenido es re construido por el propio estudiante antes de ser incorporado a la estructura cognitiva.

Cabe destacar que ambas formas pueden propiciar tanto aprendizaje significativo como mecánico, dependiendo de la manera en que la información se integre en la estructura cognitiva. Por ello, el autor sugiere el uso de ambas, considerando que ciertos contenidos se adaptan mejor a una u otra modalidad.

Diversos estudios recientes han retomado y validado la teoría del aprendizaje significativo en contextos educativos contemporáneos, destacando su relevancia para promover una comprensión profunda y duradera del conocimiento, especialmente en el ámbito de las matemáticas (Novak, 2020; Seel, 2022)

2.5.2 Taxonomía de Bloom

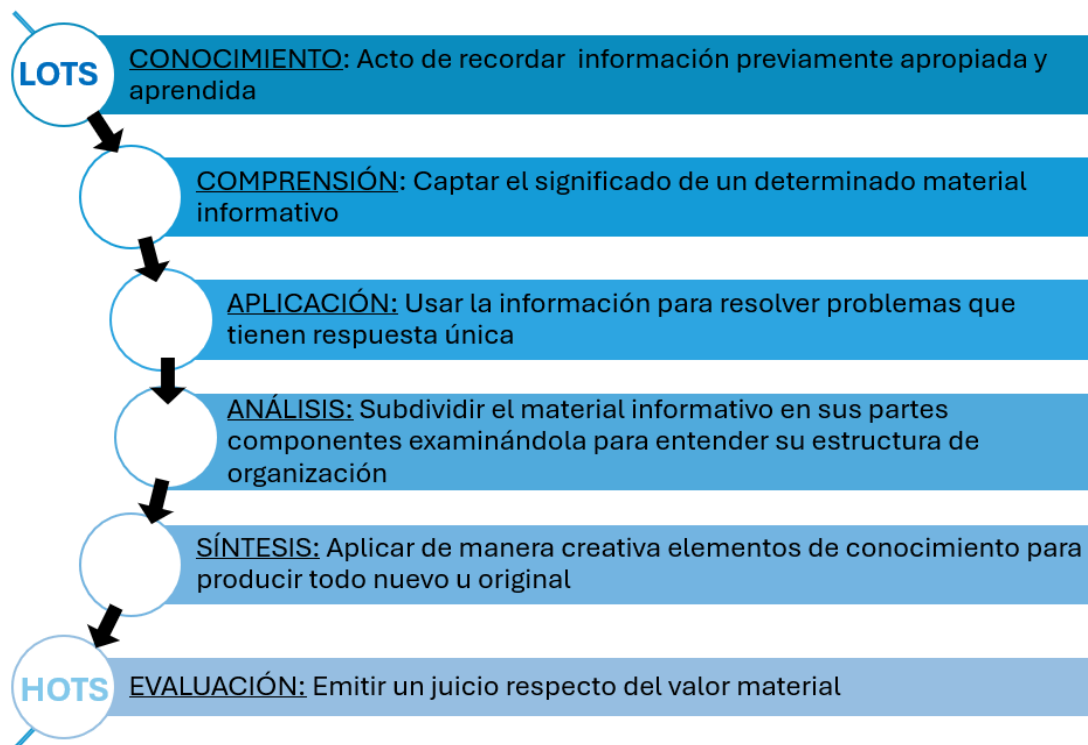
La taxonomía de Bloom es un marco conceptual ampliamente utilizado en el ámbito educativo para la clasificación de objetivos de aprendizaje y el desarrollo de habilidades cognitivas, particularmente aquellas de orden superior (Córdoba, 2010). Fue propuesta por Benjamin Bloom y un grupo de psicólogos educativos en la década de 1950.

Esta taxonomía establece que el aprendizaje puede desarrollarse en tres dominios: cognitivo, afectivo y psicomotor. El dominio cognitivo se relaciona con el uso del conocimiento y los procesos del pensamiento; el dominio afectivo involucra aspectos emocionales y actitudinales; mientras que el dominio psicomotor se vincula con las habilidades físicas y de manipulación (Churches, 2009).

En su versión original, la taxonomía clasifica el dominio cognitivo en seis niveles jerárquicos, organizados de acuerdo a su nivel de complejidad. Estos niveles permiten

identificar el tipo de habilidades que se espera que el estudiante desarrolle al enfrentar distintas tareas.

Figura 2. *Taxonomía de Bloom.*



Nota: Elaboración propia, basado en Córdoba (2010). Competencias cognitivas en la educación superior

Esta jerarquía transita desde las *Habilidades de Pensamiento de Orden Inferior* (LOTS, por sus siglas en inglés) -relacionadas con recordar y comprender información en tareas de poca reflexión o análisis profundo, aquí entran los tres primeros niveles; conocimiento, comprensión y aplicación- hasta las *Habilidades de Pensamiento de Orden Superior*

(*HOTS*), que requieren análisis, evaluación y creatividad. En este sentido, se asume que el dominio de niveles básicos es necesario para acceder a niveles más complejos (Churches, 2009).

2.5.2.1 Taxonomía revisada de Bloom

La taxonomía original de Bloom fue revisada por Anderson y colaboradores décadas después, con el objetivo de precisar ciertos conceptos y actualizar su enfoque. Esta revisión introduce cambios importantes en la organización y comprensión de los procesos cognitivos (Anderson, 1999).

Uno de los principales cambios consisten en redefinir los niveles en términos de procesos cognitivos, en lugar de “actos mentales”, entendiendo estos como los mecanismos mediante los cuales las personas adquieren y utilizan el conocimiento.

Entre las principales modificaciones se destacan:

- Se distingue entre el conocimiento como contenido y el proceso cognitivo de recordarlo, dando lugar al nivel RECORDAR.
- Se reconoce que, aunque existe una jerarquía de complejidad, los estudiantes no necesariamente deben transitar de manera estrictamente secuencial por todos los niveles.
- El nivel de SÍNTESIS se renombra como CREAR, ubicándolo en el nivel más alto de complejidad cognitiva.

- Los niveles se expresan mediante verbos: recordar, entender, aplicar, analizar, evaluar y crear.
- Se incorpora una visión más flexible en la resolución de problemas, reconociendo que esta implica la movilización de múltiples procesos cognitivos de manera simultánea.

En esta versión revisada, se enfatiza que los diferentes niveles cognitivos pueden activarse de forma no lineal, dependiendo de la naturaleza de la tarea. Esto resulta particularmente relevante en contextos de resolución de problemas, donde los estudiantes pueden alternar entre distintos procesos cognitivos para construir soluciones.

Estudios recientes continúan empleando la taxonomía de Bloom como una herramienta útil para el diseño de actividades y la evaluación del aprendizaje en diversos contextos educativos, destacando su vigencia y aplicabilidad (Krathwohl, 2021; Fink, 2020)

2.5.3 Aprendizaje basado en juegos

¿Pueden los juegos ser utilizados como recurso didácticos? Desde la perspectiva del aprendizaje basado en juegos, la respuesta es afirmativa. Esta metodología aprovecha la naturaleza interactiva y atractiva de los juegos para motivar a los estudiantes, fomentar el pensamiento crítico y favorecer la comprensión de conceptos matemáticos.

Diversos autores destacan características y beneficios clave del aprendizaje basado en juegos en matemáticas. En primer lugar, en términos de motivación y compromiso, los juegos captan la atención de los estudiantes y generan un mayor interés por el aprendizaje, debido a su carácter lúdico (Gairín, 1990; González et al., 2014). Así mismo permiten la

aplicación práctica de los conocimientos, ya que sitúan al estudiante en contextos cercanos a la realidad, favoreciendo la comprensión de la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana (Sung et al., 2015).

Por otra parte, los juegos contribuyen al desarrollo de habilidades sociales, al promover la interacción, la colaboración y el trabajo en equipo entre los estudiantes. También facilitan el refuerzo de conceptos mediante la práctica constante en un entorno dinámico, lo que favorece una comprensión más profunda y duradera. De igual forma, potencian el desarrollo del pensamiento crítico, ya que implican la resolución de problemas, la toma de decisiones y el análisis de situaciones (Borras et al., 2014; Collazos et al., 2014; y Fonseca-Tovar et al., 2018).

Finalmente, los juegos presentan la ventaja de ser adaptables a distintos niveles de habilidad, lo que permite al docente ajustar la enseñanza según las necesidades del alumnado (Chen y Wang, 2009).

Ante estos beneficios, surge la interrogante de si cualquier juego puede ser utilizado como recurso didáctico. De acuerdo con Oldfield (1991) un juego matemático es una actividad que implica un desafío, ya sea individual o colectivo, regida por reglas previamente establecidas y orientada a objetivos cognitivos más específicos. En este sentido, un juego será pertinente en el ámbito educativo en la medida en que responda a los objetivos de aprendizaje planteados.

2.5.3.1 Tipos de juegos para aprender matemáticas

Investigaciones recientes han demostrado que el uso de juegos en matemáticas no solo favorece la motivación, sino que también impacta en el desarrollo cognitivo y afectivo de

los estudiantes, fortaleciendo la comprensión conceptual y la resolución de problemas (Hui y Mahmud, 2023; Yulianto et al., 2025). En este sentido, clasificar los tipos de juegos permite comprender su potencial didáctico y orientar su implementación en el aula.

A pesar de que diversas clasificaciones de juegos fueron propuestas desde finales del siglo XX, estas continúan siendo utilizadas como referentes en el diseño de actividades didácticas, debido a la claridad con la que permiten identificar las funciones educativas de los juegos. Cabe mencionar que un juego puede pertenecer al mismo tiempo en diferentes tipos.

En primer lugar se encuentran los *juegos que estimulan la discusión matemática*. Para Oldfield (1991b), la discusión matemática no se limita a la respuesta de preguntas entre docente y alumno, sino que implica argumentación, formulación de contraejemplos y análisis de ideas entre estudiantes. Este tipo de interacción favorece la comunicación matemática, el desarrollo del pensamiento, la comprensión conceptual y permite al docente identificar dificultades en el aprendizaje.

Por otra parte, los *juegos para el desarrollo de estrategias* promueven habilidades como la búsqueda de patrones, formulación y verificación de hipótesis, la estimación y la simplificación de tareas. Estos juegos fomentan el razonamiento lógico, particularmente mediante estructuras del tipo “si... entonces...” y pueden ser tanto individuales como grupales (Gairín, 1990).

Por otra parte los *juegos de conocimiento* requieren el uso de conceptos o algoritmos matemáticos y se clasifican en tres niveles: pre-instruccional, introducen al estudiante en

un concepto; co-instruccionales, que acompañan el proceso de enseñanza y post-instruccionales, que consolidan el aprendizaje.

Finalmente los *juegos tipo rompecabezas* permiten reforzar conocimientos, estimular una discusión matemática y promover el uso de estrategias. Dentro de esta categoría se incluyen juegos mentales, digitales y multiculturales, los cuales pueden integrar elementos de diferentes contextos educativos.

2.5.3.2 Variables relacionadas con el juego

El análisis de los juegos en el ámbito educativo no solo implica su clasificación, sino también la identificación de las variables que influyen en su implementación y en los aprendizajes que pueden generar. En este sentido Bright, Harvey y Wheeler (1977) identificaron cuatro conjuntos de variables relacionadas con el juego.

En primer lugar, se encuentran las características del juego, que incluye el formato (por ejemplo, un juego de recorrido, las restricciones o reglas, las respuestas requeridas por parte de los jugadores y el nivel de complejidad.

En segundo lugar los objetivos didácticos, donde se considera el contenido matemático, el momento de aplicación (pre, co o post-instruccionales) y el nivel cognitivo del juego, el cual puede analizarse a partir de la taxonomía de Bloom.

En tercer lugar, se identifican las interacciones entre el alumno y el juego durante su desarrollo, las cuales incluyen las estrategias de resolución de problemas empleadas, los procesos cognitivos implicados y los resultados tanto cognitivos como afectivos que se generan en relación con los objetivos de aprendizaje.

Finalmente, se consideran las interacciones alumno- alumno durante el juego, donde se analizan aspectos como el nivel de competencia y la instrucción entre iguales, los cuales pueden favorecer procesos de aprendizaje colaborativo.

En relación con el nivel taxonómico, este puede clasificarse de acuerdo con los niveles propuestos por Bloom (1956); conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. En la presente investigación, se retoma esta clasificación como referente para analizar el nivel cognitivo de las actividades propuestas.

Olfos y Villagrán (2001) en su trabajo, recopilan información de cómo se relacionan los juegos con la matemática, De acuerdo con los autores en el enfrentamiento de un juego de estrategia, se distinguen cuatro fases: 1) la comprensión de juego (exploración inicial), 2) elaboración de un plan para ganar (estrategias), 3) poner a prueba estas estrategias y 4) comprobar si la estrategia es general. Estas fases recuerdan a Polya con sus cuatro fases de resolución de problemas; comprender, concebir, ejecutar y examinar.

Estas variables permiten analizar no solo la estructura del juego, sino también su potencial didáctico, en términos de los procesos cognitivos que promueve las interacciones que genera en el aula, lo cual resulta fundamental para su adecuada implementación en contextos educativos.

2.5.4 Tareas de aprendizaje

En el proceso de enseñanza- aprendizaje, las tareas de aprendizaje constituyen el vínculo entre el docente y el estudiante, ya que representan las acciones y experiencias que se desarrollan en el aula (Quevedo et.al., 2011).

Estas actividades varían en función de los objetivos educativos. Mientras que algunas promueven la memorización mediante procedimientos rutinarios, otras favorecen un aprendizaje con comprensión, al requerir razonamiento conceptual y establecimiento de conexiones entre contenidos.

Que una tarea de aprendizaje sea o no potencialmente significativa depende de dos factores, 1) la naturaleza del material que se va a aprender y 2) estructura cognitiva del alumno (Ausbel et.al., 1976), el primero no debe ser arbitrario ni vago, debe estar relacionado de modo intencional y sustancial con las ideas aprender, mientras que en el segundo factor si no se cuenta con un subsunsores previo debidamente establecido, no se podrá realizar un anclaje y utilizar el conocimiento en situaciones posteriores (Ausbel et.al., 1976). Si bien, la estructura cognitiva del estudiante depende de cada individuo, nosotros como docentes podemos controlar la naturaleza del material. En su trabajo Campos-Nava y Torres-Rodríguez (2017), consideran seis características que debería cumplir una tarea de aprendizaje 1) objetivo de aprendizaje o competencias a desarrollar, 2) elementos matemáticos y competencias previas requeridas, 3) enunciado y contexto de la actividad, 4) preparación del escenario y recursos a utilizar, 5) elaboración de posibles rutas hipotéticas de solución y 6) proceso inquisitivo que permita guiar y extender la actividad.

Para que el estudiante por medio de la tarea de aprendizaje logre construir el conocimiento matemático, se espera que realice un análisis y reflexión sobre su proceso, es decir se enfrente a una demanda cognitiva.

2.5.5 Demanda cognitiva

La demanda cognitiva, también conocida como Depth of Knowledge (DOK), se refiere al nivel de esfuerzo mental y habilidades cognitivas requerido para completar una tarea o actividad con éxito (Stein, et al, 2009,). Implica la cantidad y el tipo de procesamiento mental que una tarea específica exige de una persona. La demanda cognitiva puede variar desde tareas simples que requieren poca concentración hasta tareas complejas que involucran un pensamiento profundo, resolución de problemas y toma de decisiones.

En el ámbito educativo, la consideración de la demanda cognitiva es esencial para diseñar actividades y evaluaciones que sean apropiadas para el nivel de desarrollo y habilidades de los estudiantes. Smith y Stein (1998) desarrollaron una catalogación de cuatro niveles, donde se especifica las características que deben tener las tareas matemáticas, a continuación una explicación de cada una tomada de Cortadellas (2016):

Tareas de memorización: Es el nivel más bajo de demanda, implica la reproducción de tareas hechas con anterioridad, se duplican, fórmulas, reglas y definiciones aprendidas previamente, puesto que no se tiene conexión con los conocimientos o significados.

Tareas de procedimientos sin conexión: Reclaman poca demanda cognitiva para ser resueltas. Son algorítmicos, se dice concretamente lo que hay que usar o es evidente por actividades previas, están enfocadas a producir respuestas correctas, en lugar de comprensión matemática. Aún no existe conexión entre conceptos o significados en el procedimiento utilizado.

Tareas de procedimientos con conexión: Requieren cierto grado de esfuerzo cognitivo, se enfocan al uso de procedimientos con la intención de desarrollar niveles más profundos de

comprensión. El alumno necesita establecer una relación con las ideas que fundamentan el procedimiento para poder resolver la actividad con éxito y desarrollar su comprensión.

Tareas de hacer matemáticas: Requieren pensamiento complejo y no algorítmico, no sugieren ninguna aproximación predecible ensayada con anterioridad, exigen autorregulación del propio proceso cognitivo, fomentan el acceso a conocimiento relevante y a utilizarlo en la tarea. Requieren analizar la actividad y las restricciones que pueden limitar las posibles estrategias para su resolución. Exigen un considerable esfuerzo cognitivo y pueden implicar ansiedad por parte del alumnado a causa de la naturaleza impredecible que el proceso de resolución requiere.

Para clasificar una tarea, es determinante preguntarse cómo el alumnado puede resolver la tarea, qué debe haber memorizado el alumnado o qué procedimiento debe utilizar, si creemos que nos encontramos ante una tarea de bajo nivel (de memorización o de procedimientos sin conexión) y; en el caso de tareas de alto nivel (de procedimientos con conexión o de hacer matemáticas), qué ideas matemáticas pueden desarrollar o qué conexiones pueden establecer.

Para recapitular lo descrito en el marco conceptual de este trabajo, se establece, en primer lugar, una postura ontológica en la que las matemáticas se conciben no sólo como un conjunto de fórmulas y teoremas, sino como la búsqueda de patrones y conexiones (Polya, G. (1954).

En el plano epistemológico, la investigación se sustenta en una perspectiva constructivista que integra tanto el enfoque cognitivo de Jean Piaget, centrado en la construcción de esquemas de conocimientos, como en el enfoque sociocultural de Ley Vygotsky, que

destaca la importancia de la interacción entre el docente y el estudiante, así como entre pares, en el proceso de aprendizaje.

Desde el punto de vista didáctico, el trabajo se fundamenta en la resolución de problemas, particularmente en las heurísticas propuestas por George Polya, las cuales orientan en las etapas que siguen los estudiantes al enfrentarse a situaciones matemáticas.

Asimismo, en el plano teórico, se retoma el aprendizaje significativo de David Ausubel, donde el aprendizaje por descubrimiento adquiere un papel central. Este busca promover mediante el uso de juegos matemáticos, específicamente juegos de estrategia.

Finalmente, estos elementos se articulan en el diseño de tareas de aprendizaje que serán analizadas a partir de la Taxonomía de Bloom y los niveles de demanda cognitiva propuestos por Smith y Stein. Asimismo se pondrá especial énfasis en análisis de las heurísticas desarrolladas por los estudiantes, tanto durante la interacción con juegos matemáticos de estrategia como en la resolución de tareas de aprendizaje, con el propósito identificar relaciones entre ambos procesos y su contribución al desarrollo del pensamiento algebraico en los sujetos de estudio.

3. METODOLOGÍA

3.1. Introducción

El presente capítulo tiene como objetivo proporcionar una detallada exposición del enfoque metodológico para este trabajo. Aquí se definen desde la elaboración del diseño de trabajo, hasta la selección de los sujetos participantes e instrumentos para la recolección de datos, donde cada componente de la metodología se ha fundamentado en artículos y/o propuestas didácticas relacionadas con el objeto de estudio. Además se expondrán razones de las decisiones tomadas, proporcionando así una comprensión clara de la estrategia metodológica empleada y su relevancia para la consecución de los objetivos de la investigación.

3.2 Enfoque metodológico y tipo de investigación

Para el desarrollo de la presente investigación, resulta fundamental definir el enfoque metodológico , ya que este determina la naturaleza de los datos recolectados, así como la forma en que serán analizados e interpretados

De acuerdo con Hernandez-Sampieri et al. (2014) los enfoques de investigación pueden clasificarse en cuantitativo, cualitativo y mixto. No obstante la elección de un enfoque depende del planteamiento del problema y de los objetivos de la investigación

En este sentido, el presente estudio se adscribe a un enfoque cualitativo, debido a que se centra en el análisis de las heurísticas desarrolladas por estudiantes de bachillerato durante su interacción con un juego de estrategia y en la resolución de una tarea de aprendizaje.

Estas heurísticas se manifiestan a través de procesos, razonamientos y acciones que no son susceptibles de medición numérica, sino de interpretación.

Asimismo, el interés de la investigación no radica en la obtención de respuestas correctas o en la eficiencia en la resolución de problemas, sino en comprender los procesos cognitivos que los estudiantes ponen en juego, tales como su forma de pensar, su lógica y las estrategias que emplean en distintos contextos.

En cuanto al uso de herramientas como la Taxonomía de Bloom y las fases de resolución de George Pólya, estas no se emplean con fines de medición cuantitativa, sino como referentes teóricos que permiten orientar el análisis de los procesos cognitivos desarrollados por los estudiantes.

Por otra parte, en relación con el tipo de investigación, se considera que el estudio es de carácter exploratorio- descriptivo. Es exploratorio en tanto aborda un fenómeno poco estudiado, como es la relación entre las heurísticas desarrolladas en juegos de estrategia y aquellas utilizadas en la resolución de problemas matemáticos. A su vez, es descriptivo porque busca caracterizar dichas heurísticas en ambos contextos.

De esta manera, el enfoque cualitativo y el tipo de investigación adaptados permiten comprender en profundidad los procesos cognitivos implicados, sin pretender generalizar los resultados, sino aportar elementos para el análisis del desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes.

3.3 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

La recolección de datos es fundamental para cualquier investigación. En el caso del enfoque cualitativo, el investigador se convierte en el principal instrumento de recolección de datos, ya que es quien, mediante diversas técnicas como la observación, el análisis de documentos y la conducción de sesiones, busca comprender el fenómeno de estudio (Hernández-Sampieri, 2014).

En este sentido la presente investigación se apoya en el principio de triangulación, que de acuerdo a Stake (1994, p. 241) “la triangulación ha sido concebida como un proceso en el que desde múltiples perspectivas se clarifican los significados y se verifica la repetibilidad”. Esto permite analizar el fenómeno desde distintas perspectivas y obtener una comprensión más profunda de los procesos estudiados.

El trabajo de campo se desarrolló en un aula acondicionada para favorecer la interacción entre los participantes, en un ambiente que permitió el desarrollo de las actividades de manera cómoda y segura. Durante las sesiones, se consideraron estrategias empleadas durante la resolución de las actividades.

Como técnica principal de recolección de datos se empleó la observación, la cual permitió registrar tanto las acciones como los procesos cognitivos manifestados por los estudiantes. Asimismo, se utilizaron los siguientes instrumentos: *i)* una guía de entrevista no estructurada, aplicada al inicio, con el propósito de identificar las percepciones de los participantes sobre las matemáticas y los juegos de estrategia, *ii)* registros escritos elaborados por los estudiantes en las cuales describieron sus reflexiones y experiencia durante las actividades y *iii)* Grabaciones de audio y video, que permitieron documentar las

interacciones, discusiones y estrategias empleadas por los participantes durante las sesiones.

Estos instrumentos posibilitaron la recopilación de información desde diferentes perspectivas, lo que favorece el análisis de las heurísticas desarrolladas en los distintos momentos de la investigación

3.4 Diseño de investigación

La presente investigación, de enfoque cualitativo y carácter exploratorio- descriptivo, se apoya en el método de estudio de casos, donde de acuerdo con Alonso (2023) es un análisis empírico de un fenómeno social en toda su riqueza y manifestaciones, para obtener sus regularidades, estudia lo general a partir de su expresión en un escenario particular.

El estudio de caso se considera pertinente, ya que posibilita comprender las heurísticas desarrolladas por los estudiantes en situaciones específicas, atendiendo a la riqueza de sus interacciones y procesos cognitivos.

De acuerdo con la clasificación propuesta por diversos autores (Alonso, 2023; Yin, 1984), el presente estudio se caracteriza por ser:

- Exploratorio, debido a que aborda un fenómeno poco estudiado en el contexto educativo específico, como es la relación entre las heurísticas desarrolladas en juegos de estrategia y aquellas utilizadas en la resolución de problemas matemáticos.

- De caso único, ya que se centra en un grupo particular de estudiantes, con el propósito de obtener una comprensión profunda de sus características, interacciones y procesos de pensamiento.
- En vivo, puesto que los datos fueron recolectados en el momento en que ocurrieron las actividades, permitiendo un análisis directo de las acciones y estrategias empleadas por los participantes

Este diseño permite analizar el fenómeno desde una perspectiva integral considerando tanto el contexto como las interacciones que influyen en el desarrollo de las heurísticas.

3.5 Sujetos de estudio

La implementación de la metodología se llevó a cabo en una preparatoria privada ubicada en el municipio de Tulancingo de Bravo, Hidalgo.

Los participantes estuvieron conformados por cuatro estudiantes de segundo semestre de bachillerato, seleccionados bajo los criterios propios del estudio de caso, donde se prioriza la profundidad del análisis sobre la cantidad de participantes (Hernández-Sampieri, 2018).

El número de participantes permitió organizar el trabajo tanto de manera individual como en parejas, según las necesidades de cada actividad.

La selección de este nivel educativo se fundamenta en que los estudiantes ya cuentan con conocimientos previos sobre la resolución de ecuaciones algebraicas. De acuerdo con el programa académico del subsistema correspondiente, durante el primer semestre cursan asignaturas relacionadas con el desarrollo del pensamiento lógico- matemático, en las cuales se abordan contenidos como ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones.

3.6 Esquema metodológico

La presente investigación se desarrolló en tres etapas. La primera consistió en la aplicación de un instrumento diagnóstico, con el propósito de identificar la forma en que los participantes resuelven ejercicios algebraicos, distinguiendo si emplean un enfoque algorítmico o si desarrollan estrategias asociadas a la resolución de problemas.

En la segunda fase se diseñaron y aplicaron tres juegos de estrategia, con un nivel de complejidad creciente. El primero no involucra contenidos algebraicos, con el fin de promover el desarrollo de estrategias generales; el segundo incorpora operaciones aritméticas básicas; y el tercero requiere el uso de ecuaciones lineales, manteniendo el énfasis en la construcción de estrategias.

Finalmente, en la tercera etapa se implementó una tarea de aprendizaje basada en la resolución de problemas, en la cual los estudiantes debieron aplicar estrategias que posteriormente fueron comparadas con aquellas desarrolladas durante los juegos.

3.6.1 Primera etapa: diagnóstico

El aprendizaje del álgebra implica la capacidad de representar relaciones y establecer conexiones entre ellas (Booth, 1984). Sin embargo, diversos estudios señalan que la enseñanza tradicional suele centrarse en la manipulación simbólica más que en la comprensión conceptual (Radford, 2012), lo que puede generar dificultades en los estudiantes, especialmente en la interpretación y comunicación del lenguaje algebraico (MacGregor y Stacey, 1997).

En este contexto, se diseñó un instrumento diagnóstico conformado por tres problemas algebraicos contextualizados (Ruiz, 2017). Los cuales requieren formulación de ecuaciones por parte de los estudiantes. El objetivo fue promover un mayor nivel de demanda cognitiva y favorecer la emergencia de heurísticas asociadas a la resolución de problemas. A continuación se muestra el cuestionario preliminar que se aplicó a los estudiantes.

Cuestionario

Número de participante: _____

Fecha: _____

Instrucciones: Lee con atención y resuelve con bolígrafo los siguientes ejercicios algebraicos (si algo no está correcto subráyalo con el marcador amarillo, no lo taches).

1. Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?
 - a. 3 años
 - b. 5 años
 - c. 7 años
2. Calcula tres números consecutivos cuya suma sea 51
3. Un camión sale de una ciudad a una velocidad de 60km/h. Dos horas más tarde sale en su persecución un coche a 100 km/h ¿Cuánto tardarán en encontrarse?
 - a. 3 horas
 - b. 5 horas
 - c. 7 horas

Ahora contesta las siguientes preguntas:

1. En alguno de los ejercicios, ¿usaste alguna representación de la información (dibujos, tablas, etc.) para comprenderlo mejor? ¿cuál? ¿Por qué?
2. Explica con tus propias palabras cómo resolviste el ejercicio dos
3. Para el primer y tercer ejercicio, ¿te sirvió de algo tener las opciones de respuestas?
4. ¿Cómo fue el orden en que resolviste los ejercicios? ¿por qué?
5. En el ejercicio dos, ¿cómo sabes que tu respuesta es válida?

Posteriormente se aplicó un cuestionario retrospectivo, con el fin de que los participantes reflexionen sobre los procesos utilizados durante la resolución de los problemas, permitiendo así identificar las estrategias y heurísticas empleadas.

3.6.1.1 Posibles rutas de solución

Al enfrentarse a problemas no rutinarios, los estudiantes pueden generar diversas rutas de solución en función de sus conocimientos previos. A continuación se presentan algunas posibles estrategias esperadas, las cuales servirán como referencia para el análisis de las heurísticas.

Problema 1

1. Al ser un problema de opción múltiple, se espera que por medio de prueba y error los estudiantes busquen la respuesta correcta, sumando las edades y dividiendo la del padre e hijo para encontrar un cociente de 3.
2. Plantear sus propias ecuaciones, una del padre sumando con x años y otra del triple de la edad del hijo, igualarlas y determinar el valor de la incógnita.

3. Por proporción, si al dividir la edad del padre después de x años, entre la edad del hijo después de los mismos años, es igual a 3, se puede plantear otra ecuación.

Problema 2

1. Planteando una ecuación con la misma incógnita, pero sumando 1 y 2 para diferenciarla y de ahí resolver la ecuación.
2. Aproximar un número central al dividir 51 entre 3 y de ahí sumar los números consecutivos para verificar que sean los correctos.

Problema 3

1. Por medio de una tabla se pueden representar el tiempo del camión y auto con variación del tiempo, hasta encontrar un tiempo donde coincidan las velocidades.
2. Por medio de una gráfica de las velocidades de cada vehículo respecto al tiempo.
3. Con la fórmula de velocidad.

Estas rutas permiten identificar diferentes tipos de heurísticas, tales como el uso de distintas representaciones (tablas, diagramas) hasta el pensar hacia delante o hacia atrás usando las opciones múltiples de respuestas. Cabe resaltar que no son las únicas y que podrán presentarse nuevas e inesperadas que serán interesantes para analizar.

3.6.2 Segunda etapa

En esta etapa se aplicaron tres juegos de estrategia diseñados para dos jugadores, los cuales incrementan gradualmente su nivel de complejidad matemática.

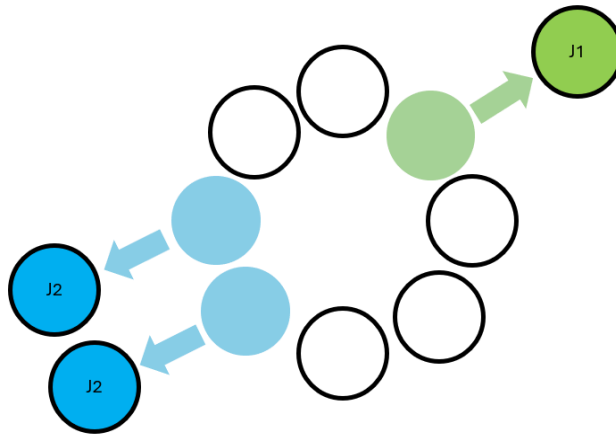
El primer juego tiene como objetivo principal el desarrollar estrategias, sin requerir operaciones matemáticas complejas. El incorpora el uso de operaciones aritméticas básicas como suma y resta. Finalmente, el tercero exige el uso de ecuaciones de primer grado, integrando tanto el pensamiento estratégico como el conocimiento algebraico .

3.6.2.1 Círculo de monedas

Para esta actividad se retoma el juego denominado círculo de monedas, propuesto por González et al. (2017), el cual fue utilizado por los autores para analizar las estrategias desarrolladas por estudiantes de nivel superior. En el presente estudio, su implementación tiene como propósito contrastar dichos resultados con estudiantes de un nivel medio superior, además servir como una actividad introductoria que permita a los participantes reconocer las estrategias que emplean.

Descripción del juego: es un juego bipersonal y se caracteriza por no permitir empates. Consiste en disponer una cantidad determinada de monedas o fichas en forma circular. Los jugadores, de manera alternada, pueden retirar una o dos fichas con la condición de que, en caso de retirar dos, estas deben ser consecutivas. El jugador que retira la última ficha resulta ganador.

Figura 1. Representación del juego “círculo de monedas”



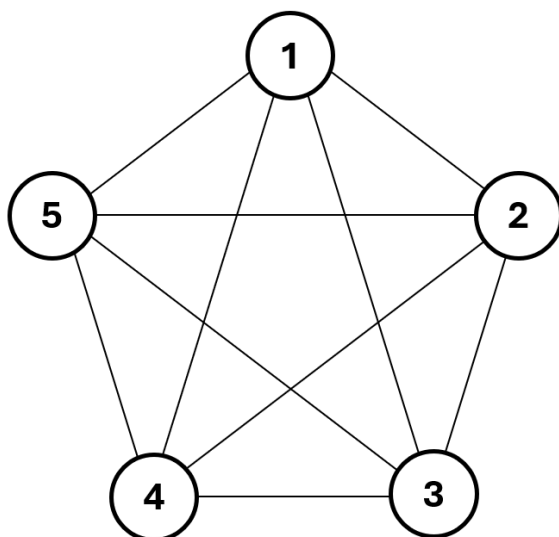
Fuente: Elaboración propia

Durante la actividad, se solicita a los participantes que identifiquen una estrategia que les permita ganar de manera sistemática. A partir de su desarrollo, se espera al menos una de las cinco heurísticas encontradas en el trabajo de González et al. (2017) las cuales son: 1) prueba y error, 2) búsqueda de patrones, 3) simplificación de tareas y pensar 4) hacia atrás y 5) hacia delante.

3.6.2.2 Acumulador

El juego denominado Acumulador, propuesto por Oldfield (1991 c), se emplea con el objetivo de analizar las estrategias utilizadas por los estudiantes en la toma de decisiones para ganar.

Figura 2. Diagrama base para juego “Acumulador”



Fuente: elaboración propia, basado en la publicación de Oldfield (1991c.) *Games in the learning of mathematics part 3: games for developing strategies*. Mathematics in School

Descripción del juego: Se trata de un juego para dos jugadores que requiere una ficha o marcador y un tablero en disposición numérica específica. El primer jugador coloca la ficha en un número inicial y posteriormente los jugadores se turnan para desplazar a lo largo de las líneas del tablero. En cada movimiento, se anuncia el valor acumulado correspondiente. El juego concluye cuando uno de los jugadores alcanza un total de 23 resultando ganador..

Al finalizar la actividad, se solicita a los estudiantes que determinen a qué valores intermedios garantizan una estrategia ganadora en futuras partidas. Este juego favorece el desarrollo de heurísticas relacionadas con la planificación, anticipación de resultados y la identificación de patrones numéricos.

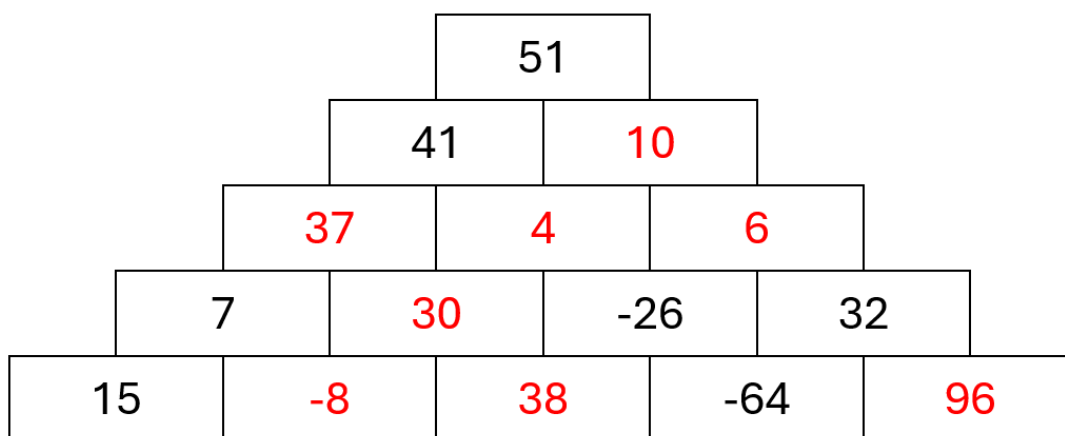
3.6.2.3 Pirámide de números

El juego denominado Pirámide de números, retomado de Olfos y Villagran (2001), se utilizan comúnmente para trabajar operaciones con fracciones, sin embargo en esta investigación se adapta para incluir el uso de operaciones algebraicas de primer grado.

Descripción del juego: El objetivo del juego consiste en completar una estructura piramidal a partir de valores dados, donde cada bloque depende de las relaciones establecidas entre los elementos adyacentes. Gana el participante o equipo que complete correctamente todos los espacios en el menor tiempo posible.

La implementación se realiza en dos momentos. En una primera fase, los estudiantes trabajan de manera individual con una versión que involucra operaciones aritméticas básicas (suma, resta, división y multiplicación).

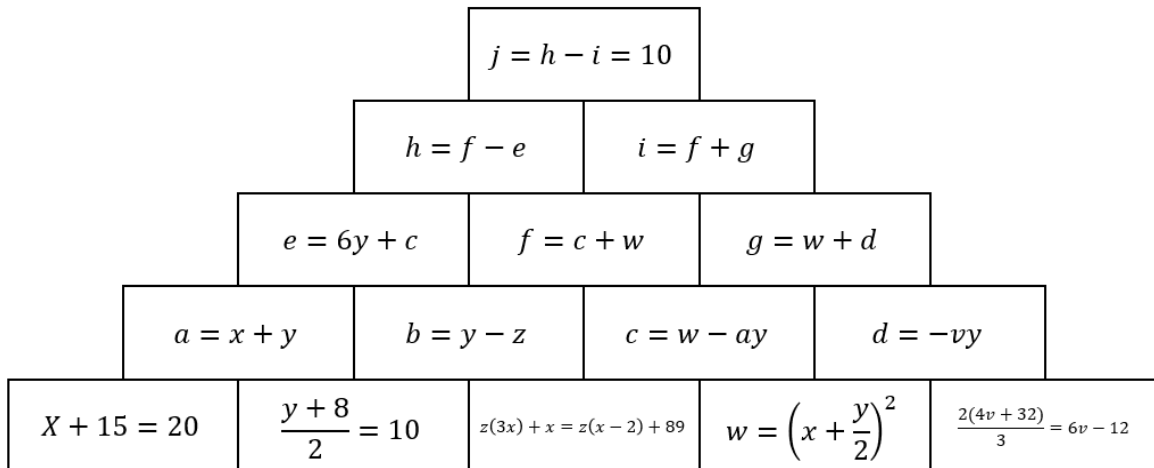
Figura 7. Juego “Pirámide de números” para actividad individual



Fuente: elaboración propia

En una segunda fase la actividad se desarrolla en parejas, utilizando una versión más compleja que requiere la resolución de sistemas de ecuaciones lineales

Figura 3. Juego “Pirámide de números” para actividad en equipos



Fuente: elaboración propia

Este juego permite promover heurísticas como la organización de la información, el establecimiento de relaciones entre datos, verificación de resultados y el uso de representaciones algebraicas

3.6.3 Tercera etapa

Una vez concluidas las actividades lúdicas, se llevó a cabo una sesión de retroalimentación con una duración aproximada de 20 a 30 minutos. Durante esta sesión, los estudiantes expusieron las estrategias empleadas en la resolución de los juegos, mientras que el

investigador orientó la discusión hacia la identificación, caracterización e importancia de las heurísticas utilizadas.

Esta fase permitió que los participantes tomaran conciencia de sus propios procesos de pensamiento, favoreciendo la transición hacia la última actividad del estudio: la tarea de aprendizaje.

La tarea de aprendizaje se diseñó con el propósito de que los estudiantes aplicaran, de manera consciente o espontánea, las heurísticas desarrolladas durante los juegos de estrategia. Para ello se plantearon dos problemas algebraicos que requieren la formulación y resolución de ecuaciones de primer grado.

Tarea de aprendizaje

Número de participante: _____

Fecha: _____

Instrucciones: Lee con atención y resuelve con bolígrafo los siguientes ejercicios algebraicos (si algo no está correcto subrayalo con el marcador amarillo, no lo taches).

1. Supongamos que estás planeando un viaje en automóvil. Decides alquilar un coche por un día y la compañía de alquiler cobra una tarifa diaria más un cargo por kilómetro recorrido. La tarifa diaria es de \$50 y el cargo por km recorrido es de \$0.25. Quieres averiguar cuántos kilómetros puedes recorrer en un día si tienes un presupuesto máximo de \$100 para el alquiler del coche.
2. En una competencia de atletismo, se realizaron tres pruebas: carreras de velocidad, lanzamiento de jabalina y salto largo. En total, 120 atletas participaron en las tres pruebas. El número de atletas que compitieron en carreras de velocidad fue el doble

del número de atletas que compitieron en lanzamiento de jabalina, y el número de atletas que compitieron en salto largo fue igual al triple del número de atletas que compitieron en lanzamiento de jabalina. Además, si contamos el número total de participaciones de los atletas en las tres pruebas, hay 220 participaciones en total. ¿Cuántos atletas participaron en cada prueba?

Durante la actividad, los estudiantes trabajaron de manera individual, registrando sus procedimientos y razonamientos. Asimismo, se les solicitó reflexionar sobre su procesos de resolución, con el fin de identificar las estrategias utilizadas.

La tarea fue diseñada considerando los elementos propuestos por Campos-Nava y Torres-Rodríguez (2017), lo cuales se adaptan de la siguiente manera:

1. Objetivo principal: promover el uso de heurísticas desarrolladas en los juegos de estrategia en la resolución de problemas algebraicos.
2. Elementos matemáticos y competencias previas requeridas: se requiere que los estudiantes posean habilidades en la formulación y resolución de ecuaciones lineales, así como capacidades de interpretación y razonamiento matemático
3. Enunciado y contexto de la actividad: los problemas se presentan en contextos cercanos o plausibles, con el fin de favorecer la comprensión y análisis de la información.
4. Preparación del escenario y recursos: se dispone de un espacio adecuado, así como de materiales de apoyo (hojas, instrumento de escritura), que permiten a los estudiantes utilizar diversas representaciones (diagramas, tablas, ecuaciones).

5. Proceso inquisitivo: el investigador interviene mediante preguntas orientadas a comprender los razonamientos de los estudiantes, sin dirigirlos hacia una solución específica

En relación con la elaboración de posibles rutas de solución, se optó por no establecerlas previamente, ya que el propósito de la investigación es identificar de manera natural las heurísticas que emergen en los estudiantes tras su participación en los juegos de estrategia

A continuación se presenta un resumen de los tiempos de aplicación aproximados junto con las técnicas e instrumentos de recolección

Tabla 2. *Tiempos de aplicación, técnicas e instrumentos de recolección*

Sesión	Etapa	Tiempo de aplicación	Actividad	Técnica de recolección	Instrumentos de recolección
1	1era	10 min	Introducción		Hojas impresas, grabación de video y audio
		40 min	Prueba preliminar	Cuestionario	
2	2da	50 min	Círculo de monedas	Producción escrita	
3		50 min	Acumulador		
4		30 min	Pirámide de números		
	3era	20 min	Retroalimentación		
5	3era	50 min	Tarea de aprendizaje	Cuestionario	

Fuente: elaboración propia.

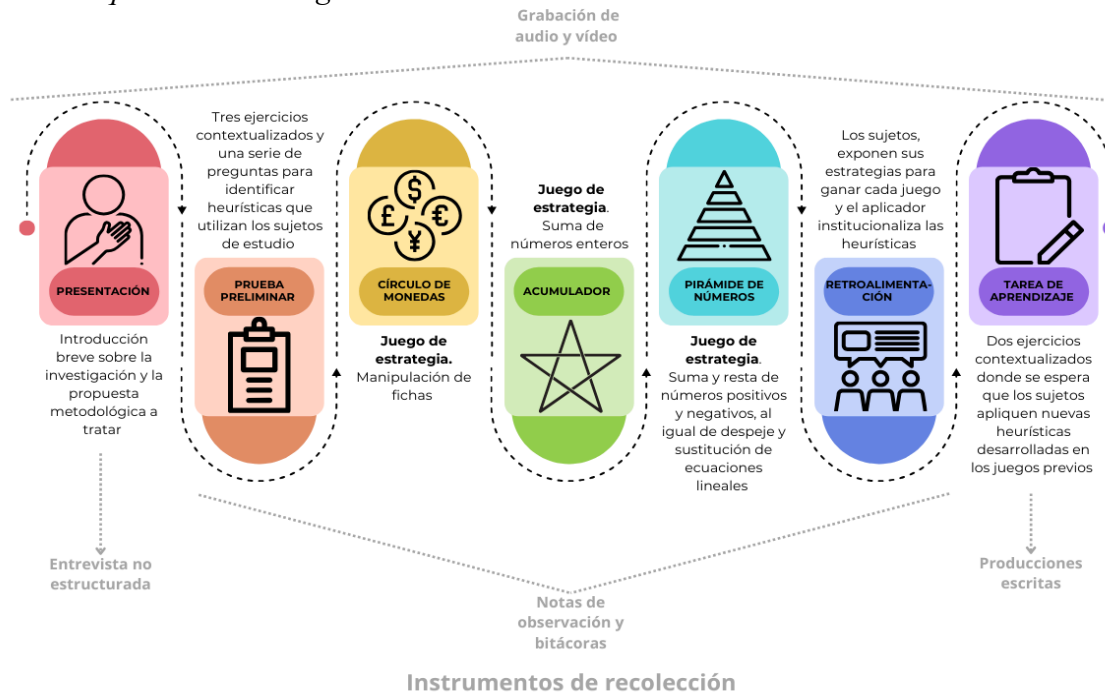
La primera etapa se desarrolló en una sesión de 50 minutos. Durante los primeros 10 minutos se realiza una introducción a la investigación, y posteriormente los estudiantes resolvieron de manera individual el cuestionario diagnóstico (40 minutos). La actividad fue registrada mediante hojas de trabajo, así como grabaciones de audio y video.

La segunda etapa comprendió tres sesiones de aproximadamente 50 minutos cada una, en las cuales se implementaron los juegos de estrategia. Durante estas sesiones se registraron las interacciones mediante grabaciones, además de los registros escritos elaborados por los estudiantes.

En la tercera etapa, se llevó a cabo una sesión de retroalimentación (20 minutos), en la cual los estudiantes explicaron sus estrategias, y el investigador sistematizó las heurísticas identificadas. Finalmente en una sesión de 50 minutos, se aplicó la tarea de aprendizaje, recopilando los registros escritos y audiovisuales correspondientes.

En breve se presenta un resumen del esquema metodológico, donde se explica el orden y característica principal de cada etapa a aplicar e instrumentos de recolección de datos

Figura 4. Diagrama del esquema metodológico



Fuente: elaboración propia.

4. RESULTADOS

4.1 Introducción

El objetivo general de esta investigación que se planteó en el capítulo I, fue caracterizar y analizar la relación entre las heurísticas empleadas por estudiantes de bachillerato, durante su participación en juegos de estrategia y en una tarea de aprendizaje basada en la resolución de problemas. En los capítulos previos se definieron los referentes didácticos y teóricos que sustentan el diseño de la metodología; en el presente capítulo, dichos referentes se retoman para realizar el análisis de los datos obtenidos mediante videgrabaciones y la recolección de las producciones escritas por los cuatro participantes a lo largo de cinco sesiones de 50 minutos cada una.

El presente capítulo se divide en dos grandes apartados. El primero, se realiza un análisis de la prueba preliminar aplicada a los participantes, con el fin de identificar las estrategias iniciales presentes en cada uno. Asimismo, se presenta una descripción del proceso que vivieron los estudiantes durante la aplicación de los tres juegos, incluyendo las estrategias propuestas, así como las dificultades que enfrentaron ante distintos niveles de demanda cognitiva. Finalmente, se establece una comparación entre las heurísticas utilizadas en la prueba preliminar y aquellas empleadas durante la tarea de aprendizaje, con el propósito de identificar posibles cambios significativos.

En el segundo apartado, mediante una matriz de categorías construida a partir de las teorías abordadas en el marco conceptual, se realiza análisis comparativo que permite contrastar los fundamentos teóricos con los resultados obtenidos en la fase empírica de la investigación.

Para el análisis, se llevó a cabo una transcripción detallada de las grabaciones, en las cuales se documenta la interacción entre los participantes. En estas transcripciones se recuperaron sus posibles hipótesis, refutaciones y conclusiones, así como sus opiniones a lo largo de las sesiones. En total, se obtuvieron 1,990 líneas transcritas, en las que se etiquetó cada intervención: [A] para el aplicador, y [1] ,[2] ,[3] y [4] para los participantes, según su orden de aparición. Asimismo, se analizaron las producciones escritas elaboradas por los estudiantes, quienes eligieron sus propios identificadores (1, 4, 10 y 27), con el fin de triangular las ideas y estrategias que desarrollaron durante la investigación.

4.2. Prueba preliminar

Durante la primera sesión con los cuatro participantes, se aplicó una prueba preliminar con el propósito de identificar cómo resuelven problemas contextualizados que pueden modelarse mediante ecuaciones algebraicas de primer grado o a través de otras estrategias. La prueba consiste en tres problemas, los cuales se analizan a continuación de manera individual.

4.2.1 Primer problema

Este problema, en que se plantea determinar cuántos años deben transcurrir para que la edad de un padre sea el triple de la de su hijo, está diseñado para que los participantes formulen su propia ecuación con sus respectivas variables, identifiquen relaciones de proporcionalidad o en su defecto, utilice las opciones de respuesta proporcionadas. A continuación, se presenta el análisis de cada participante.

En la tabla 3 se presentan las producciones escritas de los participantes correspondientes al primer problema, así como un análisis de las estrategias empleadas en cada caso. En la

primera columna se incluyen las imágenes de los procedimientos realizados, donde se observan cálculos, correcciones y anotaciones. En la segunda columna se describe el tipo de estrategia utilizada, considerando aspectos como la formulación de ecuaciones, el uso de representaciones o la aplicación de métodos como prueba y error.

Tabla 3. Problema 1.

<p>Número de participante: <u>#1</u></p> <p>Instrucciones: Lee con atención y resuelve con bolígrafo (si algo no está correcto subrayalo con el marcador, no lo taches).</p> <p>1. Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años del padre sea triple que la del hijo?</p> <p>a. 3 años b. 5 años c. <u>7 años</u></p> <p>Handwritten work: $16 \times 3 = 48$, 11 años, 16 años, 17, $11(3) = 33$, $47 - 33 = 14$, $17 \times 3 = 51$, $47 - 51 = -4$. The option "7 años" is circled.</p>	<p>El sujeto #1, en sus notas se puede observar cómo inicia por prueba y error a proponer las opciones de respuesta (3, 5 y finalmente 7) en busca del resultado correcto</p>
<p>Número de participante: <u>27</u></p> <p>Fecha: _____</p> <p>Instrucciones: Lee con atención y resuelve con bolígrafo los siguientes ejercicios (si algo no está correcto subrayalo con el marcador, no lo taches).</p> <p>1. Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?</p> <p>a. 3 años b. 5 años c. <u>7 años</u></p> <p>Handwritten work: $47 + 7 = 54$, $17 + 7 = 18$, $18 \times 3 = 54$.</p>	<p>El sujeto #27 directamente toma la opción 7, con la que después de algunas operaciones llega a la conclusión que esta es la respuesta correcta</p>
<p>Problema 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?</p> <p>Handwritten work: $47 + 11 = 3x$, $3x = 47 + 11$, $3x = 58$, $x = 19.33$. Another path: $47 + 33 + 12 = 11$, $47 + 33 = 80$, $80 - 12 = 68$, $68 - 11 = 57$. The option "5 años" is circled.</p>	<p>El participante #4 si formuló su propia ecuación, sin embargo no está bien planteada y llega a una respuesta incorrecta y procede a plantearlo con la opción de 5 años pero ya no llega a una conclusión</p>

<p>1. Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años del padre sea triple que la del hijo?</p> <p>a) 3 años</p> <p>b. 5 años</p> <p><u>c. 7 años</u></p>	<p>El sujeto #10 no proporcionó más explicación sobre sus respuestas</p>
---	--

A partir del análisis presentado en la tabla 3, se observa que tres de los cuatro participantes, recurren en distinta medida al uso de las opciones de respuesta proporcionadas. En la mayoría de los casos, estas son empleadas mediante estrategias de prueba y error o como un mecanismo de verificación de resultados.

Con el fin de profundizar en la percepción de los participantes respecto al uso de las opciones de respuesta en la tabla 4 se presentan sus respuestas a la pregunta tres del instrumento, junto con su respectiva transcripción para facilitar su interpretación.

Tabla 4. *Pregunta 3.*

<p>tener las opciones de respuestas? <u>Si para poder comparar</u></p>	<p>“Si para poder comparar” “Si, para guiarme” “Si” “Si me sirvió, para resolver más rápido pero no es indispensable”</p>
<p>tener las opciones de respuestas? <u>Si, para guiarme.</u></p>	
<p>tener las opciones de respuestas? <u>Si</u></p>	
<p>3 - si me sirvió para resolver más rápido pero no es indispensable 4 - fue como tener pistas en la computadora</p>	

A partir de las respuestas presentadas, se observa que la mayoría de los participantes considera que las opciones múltiples fueron de utilidad, tanto en este problema como en el último. Este resultado sugiere que dichas opciones no solo funcionan como apoyo en la validación de procedimientos, sino también como un recurso heurístico que orienta el proceso de resolución.

4.2.2 Segundo problema

El propósito de este problema, al solicitar tres números consecutivos cuya suma sea 51, es que los participantes formulen una ecuación algebraica o, alternativamente, identifiquen un valor central al dividir 51 entre tres. Sin embargo, ninguno de los participantes recurre a la formulación de una ecuación y solo uno de ellos empleó la segunda estrategia.

A continuación, se presenta en la tabla 4 las respuestas correspondientes al problema, así como las explicaciones proporcionadas por los participantes en la pregunta dos, en la que se le solicita describir el procedimiento seguido para su resolución.

Tabla 4. Problema y pregunta 2.

$$\begin{array}{r} 17 \\ 3 \overline{) 51} \\ \underline{21} \\ 51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 3 \\ \hline 51 \end{array}$$

2. Calcula tres números consecutivos cuya suma sea 51 $17 + 17 + 17 = 51$

2. Explica con tus propias palabras cómo resolviste el ejercicio dos dividiendo 51 entre 3

Buscó dividir 51 entre 3, obteniendo 17, se especula que no leyó con atención que fueran números consecutivos y su respuesta fue sumar tres veces 17

<p>2. Calcula tres números consecutivos cuya suma sea 51 $[16 + 17 + 18]$</p> <p>2. Explica con tus propias palabras cómo resolviste el ejercicio dos $16 + 17 + 18 = 51$ Buscando números que me dieran resultado empecé a contar desde el 20 hacia abajo.</p> <p>“Buscando número que me dieran resultado, empecé a contar desde el 20 hacia abajo”</p>
<p><u>c. 7 años</u></p> <p>2. Calcula tres números consecutivos cuya suma sea 51 $15 + 16 + 17 = 51$</p> <p>2. Explica con tus propias palabras cómo resolviste el ejercicio dos $17 + 18 + 19 = 51$ Primero hice sumas para detectar el número 30 y de ahí partí.</p> <p>“Primero hice sumas para detectar el número 30 y de ahí partí”</p>
<p><u>c. 7 años</u></p> <p>2. Calcula tres números consecutivos cuya suma sea 51 $16, 17$ y 18 $16 + 17 = 33$ $33 + 18 = 51$</p> <p>2. Explica con tus propias palabras cómo resolviste el ejercicio dos Lo resolví con tanteo y números aproximados.</p> <p>“Lo resolví con tanteo y números aproximados”</p>

A partir del análisis de las producciones, se observa que la estrategia predominante fue la prueba y error, mediante la cual los participantes proponían distintos conjuntos de números consecutivos que cumplieran con la condición de sumar una cantidad determinada, en algunos casos diferente a la solicitada inicialmente (por ejemplo 20 o 30) para posteriormente ajustar sus resultados.

Asimismo, en todos los casos se identifica la intención de verificar la validez de sus respuestas. Esto se evidencia en las respuestas a la pregunta cinco, donde los participantes mencionan expresiones como “porque la comprobé”, “por sumar todos los números” y “porque lo comprobé sumando en mi mente varias veces”.

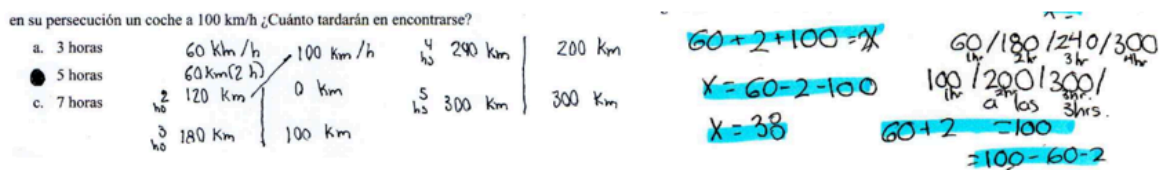
Estos resultados sugieren que, aunque no se recurre a estrategias algebraicas formales, los participantes emplean heurísticas relacionadas con la verificación y el ajuste progresivo de resultados, lo cual evidencia un enfoque empírico en la resolución del problema.

4.2.3 Tercer problema

En este problema se solicita determinar el tiempo en el que se encontrarán dos vehículos que parten con diferentes velocidades y en distintos momentos. Las posibles rutas de solución incluyen la elaboración de algún tipo de representación visual o el uso de la fórmula correspondiente para el cálculo de la velocidad. Ninguno de los participantes recurrió al uso directo de dicha fórmula; sin embargo, varios de ellos optaron por estrategias de representación para facilitar la comprensión del problema.

A continuación, se presentan en la Figura 5 algunos ejemplos de las representaciones elaboradas por los participantes.

Figura 5. Ejemplos de representaciones



A partir del análisis de estas producciones, se observa que los participantes emplean distintas formas de representación, de acuerdo con su propia lógica, como apoyo para organizar la información y avanzar en la resolución del problema.

Asimismo, en la pregunta uno del instrumento se les solicitó indicar si habían utilizado alguna representación en la resolución de los ejercicios. La mayoría de los participantes respondió afirmativamente, haciendo referencia directa a este problema, con expresiones como: “sí, en el 3 porque verlo fue más fácil”, “analizar los datos para saber lo que puedo usar” y “utilicé números para guiarme”.

Cabe señalar que tres de los participantes lograron resolver correctamente el problema, y en todos estos casos se identificó el uso de algún tipo de representación como estrategia central. Esto sugiere que las representaciones funcionaron como un recurso heurístico que facilitó la comprensión de la situación y orientó el proceso de resolución.

4.2.4 Percepciones de la dificultad

Dentro del instrumento aplicado, se incluyó una pregunta en la que se solicitó a los participantes indicar el orden en el que resolvieron los problemas. En el Tabla 5 se presentan sus respuestas correspondientes a esta pregunta.

Tabla 5. *Pregunta 4.*

s? ¿por qué? 2, 3, 1, porque el 1 me es válida? confundida oh poco.
--

“2,3,1 porqué el 1 me confundió un poco”

4. ¿Cómo fue el orden en que resolviste los ejercicios? ¿por qué? ^{1,3,2 / 2,3} Por que el numero tres se me hizo muy difícil

“1, 2, 3 ‘por qué el número tres se me hizo muy difícil”

4: Fue como vienen porque si los desordenó se me olvidaba comentar.
2: Porque la combinación es grande en más cosas.

“Fue como vienen porque si los desordenó se me olvidaba comentar”

De igual forma, durante la segunda sesión se les pidió que explicaran las dificultades que experimentaron al resolver la prueba. A continuación, se presenta un fragmento de la transcripción de dicha discusión:

[A]: Por ejemplo ¿Cuántos de los tres se les hizo más fácil?

[1,2,3,4]: El primero. El primero. El dos. El segundo.

[1]: El primero, cuando me explicaron de que la edad del papá también cambiaba

[A]: El dos ¿por qué?

[4]: Porque nada más era como de buscar un número que sumará 51, entonces fue fácil

[A]: ¿El 3?

[1]: Estaba difícil

[A]: ¿No les gusto?

[3]: Bueno yo no sé si lo sentí como fácil, fue como más visual, haciendo como unas tablas y así.

A partir de estas intervenciones, se observa que los participantes perciben distintos niveles de dificultad en cada uno de los problemas. Aunque no existe un consenso absoluto, la mayoría coincide en que el tercer problema representó un mayor grado de complejidad, lo

que los llevó a buscar estrategias alternativas para su resolución, principalmente mediante el uso de representaciones.

Asimismo, se identifica que el primer y segundo problema fueron considerados más accesibles por algunos participantes, ya sea por la familiaridad con el contexto o por la posibilidad de emplear estrategias más directas, como la búsqueda de valores que cumplieran con ciertas condiciones.

En términos generales, las estrategias utilizadas por los participantes se caracterizan por el predominio de la prueba y error, el uso de representaciones (visualización) y, en menor medida, aproximaciones que pueden asociarse con pensamiento lateral, en tanto que los sujetos buscaron resolver los problemas mediante métodos no necesariamente algebraicos.

Estos resultados refuerzan la idea de que, ante situaciones que implican mayor complejidad, los estudiantes tienden a diversificar sus estrategias, recurriendo a recursos que les permitan comprender mejor el problema, aspecto que será retomado en el análisis posterior de las heurísticas empleadas.

4.3 Juegos de estrategia

En las tres sesiones posteriores a la aplicación de la prueba preliminar, se implementaron diversos juegos de estrategia cuya dificultad se incrementó gradualmente. Cada uno de estos juegos tuvo como propósito promover el desarrollo de nuevas estrategias en los estudiantes. A continuación, se presentan los resultados obtenidos en cada uno de ellos.

4.3.1 . Círculo de monedas

Este juego, tomado de González et al. (2017), tiene como propósito el desarrollo de al menos una de las cinco heurísticas identificadas por dichos autores: 1) prueba y error, 2) búsqueda de patrones, 3) simplificación de tareas, 4) razonamiento hacia atrás y 5) razonamiento hacia adelante.

Durante su implementación, se realizaron algunas modificaciones al diseño original. Inicialmente, se trabajó con diez monedas; una vez que los participantes se familiarizaron con la dinámica, se les solicitó agregar dos monedas más. Posteriormente, se trabajó con 15, ocho y finalmente cinco monedas. Al término de estas variaciones, los equipos se enfrentaron entre sí con el fin de comprobar la solidez de las estrategias desarrolladas.

De manera simultánea al desarrollo del juego, se registraron las interacciones mediante videograbación y se solicitó a los participantes que documentaran sus ideas por escrito. Dado que participaron cuatro estudiantes, se conformaron dos equipos: los participantes [1] y [4] en la mesa 1, y los participantes [10] y [27] en la mesa 2.

Es importante destacar que se observaron diferencias en la dinámica de trabajo entre ambos equipos. En la mesa 2, cada participante desarrolló sus propias hipótesis de manera individual, mientras que en la mesa 1 se evidenció un trabajo colaborativo en la construcción de estrategias.

En la Tabla 6 se presentan las producciones escritas de ambos equipos, junto con su respectiva transcripción.

	<p>segundo en empezar. Si agarras de uno en uno puede ser que ganes”</p> <p>“si quedan dos juntas y una separada, te tienes que llevar una de las que están juntas para ganar. Al inicio tienes que 2 separándolas para hacer más fácil tu victoria. Tienes que predecir los siguientes dos movimientos posibles después del tuyo. En el juego de 12, si dejas 9 separadas, en un movimiento ganas. Si dejas 2 pares uno lo agarra el enemigo ganará, tu 1,2,2,2 es el ganador. En 15 2, 1, 2, 2 separadas, ganará 2 juntas y 1 separada”</p>	
--	---	--

A partir del análisis de estas producciones, se observa que en la mesa 1 los participantes lograron construir de manera conjunta estrategias que consideraron efectivas o “infalibles”. En contraste, en la mesa 2 no se consolidó una estrategia única; sin embargo, los participantes identificaron ciertas condiciones que les permitieron, en algunos casos, forzar empates.

Estos resultados evidencian que la interacción entre los participantes influye en el tipo de estrategias desarrolladas, favoreciendo en algunos casos la construcción conjunta de soluciones más estructuradas.

4.3.2. Acumulador

Este juego se implementó con la finalidad de incentivar en los participantes la realización de operaciones aritméticas de mayor complejidad. Para ello, se les planteó la tarea de identificar hasta qué número debían llegar para asegurar la victoria en el juego.

Durante la actividad, cada participante formuló sus propias hipótesis respecto a la estrategia a seguir. En la tabla 7 se presentan dichas producciones, junto con su respectiva transcripción.

Tabla 7. Hipótesis juego acumulador

<p>Si yo acumulo entre 18 y 19 es más posible ganar si empiezas con números medianamente altos puedes ganar 29</p>	<p>“Si yo acumulo entre 18 y 19 es más posible ganar. si empiezas con número medianamente altos puedes ganar”</p>
<p>llegando al 18 se puede ganar pues el número mayor es 5 llegando al 20 y bloqueando el 3 ganas. bloqueando el número que falta para 23 ganas</p>	<p>“llegando al 18 se puede ganar pues el número mayor es 5. Llegando al 20 y bloqueando el 3 ganas. Bloqueando en número que falta para 23 ganas”</p>

<p>Hay formas de quedar empatados Al llegar al 18 se puede ganar Si tienes 15 en la penúltima jugada ganas en 25 se necesita mínimo 20</p>	<p>“hay que tratar de que queden empatados. al llegar a 18 se puede ganar. Si tienes 15 en la próxima jugada ganas. en 25 se necesita máximo 20”</p>
<p>Hay formas de quedar empate. Al llegar al 18 se puede ganar, si le sumas 5 (23) Si vas sumando de poco en poco, podemos llegar a 16 y si eres el penúltimo en tirar tienes menor posibilidad de ganar Al llegar al 20 y si eres el siguiente en tirar podrías ganar si lo pasas al 5 (25)</p>	<p>“Hay formas de quedar empate. Al llegar al 18 se puede ganar si le sumas 5. Si vas sumando de a poco podemos llegar al 16 y si eres el penúltimo en tirar menor posibilidad de ganar. Al llegar al 20 y si eres el siguiente en tirar podrías ganar si lo pasas al 5”</p>

A partir del análisis de las respuestas, se observa que la mayoría de los participantes llegó a la conclusión de que alcanzar el número 18 constituía una condición clave para garantizar la victoria. Asimismo, algunos de ellos identificaron estrategias alternativas orientadas a forzar el empate, mediante el bloqueo de los números que el oponente requeriría para ganar.

Estos resultados evidencian un avance en la estructuración de estrategias, ya que los participantes no solo recurren a la exploración de casos, sino que comienzan a identificar patrones y condiciones clave dentro del juego, lo que les permite anticipar movimientos y tomar decisiones más fundamentadas.

4.3.3. Pirámide de números

Este juego fue diseñado para desarrollarse en dos fases, con un incremento en el nivel de dificultad. La actividad consiste en dos pirámides formadas por quince bloques, a cada uno de los cuales se le asigna un valor numérico.

En la primera fase, se presenta una pirámide con números enteros, tanto positivos como negativos. Se espera que los participantes, de manera individual, realicen operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división) y, en algunos casos, puedan recurrir a la representación de ecuaciones algebraicas simples.

En la segunda fase, los participantes trabajan en parejas con una pirámide cuyos valores están expresados mediante ecuaciones algebraicas que incluyen incógnitas y valores conocidos que deben ser sustituidos. Esta actividad se plantea en forma de competencia contra el tiempo para determinar un equipo ganador.

No obstante, durante la implementación del juego se presentaron dos dificultades no previstas. En primer lugar, la actividad coincidió con el periodo de evaluaciones parciales de los estudiantes, lo que generó distracción y cierta ansiedad por concluir la sesión y continuar con sus compromisos académicos. En segundo lugar, al tratarse del último juego, el nivel de dificultad resultó considerablemente mayor en comparación con los anteriores. Esta situación tuvo un impacto limitado en la primera fase, pero se manifestó de forma más evidente en la segunda, generando frustración y desinterés en algunos de los participantes.

Ante este escenario, se tomó la decisión de no continuar con la segunda fase del juego y, en su lugar, dedicar tiempo a guiar a los estudiantes hacia la comprensión de la solución,

procurando mantener un ambiente de trabajo favorable. Por esta razón, el presente análisis se centra únicamente en los resultados obtenidos durante la primera fase del juego.

En la tabla 8 se presentan las producciones de los participantes, junto con la transcripción de sus procedimientos.

Tabla 8. *Hipótesis juego acumulador*

<p>$-26 + 82 = 6$ En un inicio me equivoqué porque no sabía lo que venía en la hoja. - sume y reste hasta que coincidiera con los números de la hoja.</p>	<p>En un inicio me equivoqué porque no sabía lo que venía en la hoja. Sume y reste hasta que coincidieran los número en la hoja</p>
<p>Fui de abajo hacia arriba sumando y restando y con esas sumas y restas encontraba la incógnita hasta llegar a la punta.</p>	<p>Fui de abajo hacia arriba sumando y restando, y con esas sumas y restas encontraba la incógnita hasta llegar a la punta</p>

A partir del análisis de estas producciones, se identifica que uno de los principales obstáculos para los participantes fue determinar qué operaciones eran necesarias para obtener los valores correspondientes, así como el orden en que debían realizarse. Para abordar esta dificultad, los estudiantes recurrieron principalmente a estrategias como la prueba y error, así como a formas de razonamiento hacia adelante y hacia atrás.

Estas estrategias les permitieron, en diversos casos, identificar la lógica subyacente en la estructura de los bloques y avanzar en la resolución del problema, aunque con distintos niveles de éxito.

En conjunto, los juegos de estrategia implementados permitieron observar una evolución en las formas de resolución de los participantes. Mientras que en un inicio predominaban estrategias como la prueba y error, a lo largo de las actividades se identificó una mayor tendencia hacia la búsqueda de patrones, la anticipación de jugadas y el uso de representaciones para organizar la información. Asimismo, se evidenció que factores como la interacción entre los participantes y el nivel de dificultad de las tareas influyen en el tipo de estrategias desarrolladas.

Estos resultados sugieren que los juegos de estrategia constituyen un entorno propicio para la emergencia y diversificación de heurísticas, lo cual resulta relevante para el propósito de esta investigación. En este sentido, los hallazgos obtenidos en esta sección sirven como base para el análisis posterior, en el que se busca caracterizar de manera más precisa las heurísticas empleadas por los estudiantes y su relación con la resolución de problemas en una tarea de aprendizaje estructurada

4.4 Tarea de aprendizaje

Antes de la aplicación de la prueba final, se llevó a cabo un breve repaso de las sesiones anteriores, en el cual se retomaron e institucionalizaron las heurísticas que se buscaban promover mediante los juegos de estrategia.

Posteriormente, se procedió a la aplicación de la tarea de aprendizaje, la cual fue diseñada con el propósito de que los participantes recurrieran a diversas estrategias, particularmente aquellas que habían emergido durante las sesiones previas, en contraste con las utilizadas en la prueba preliminar.

El análisis de esta tarea se presenta en las siguientes secciones.

4.5. Categorías de análisis

En el marco del análisis de datos en la investigación cualitativa, resulta necesario llevar a cabo procesos de categorización y codificación que permitan organizar e interpretar la información obtenida. De acuerdo con Roberto Hernández Sampieri (2018), este proceso facilita la identificación de patrones y relaciones dentro de los datos recolectados.

Las categorías de análisis utilizadas en este estudio se estructuran a partir de diversos referentes teóricos y didácticos que permiten examinar el proceso de resolución de problemas desde distintas perspectivas.

En primer lugar, se consideran las fases al enfrentarse a un juego propuestas por Patricio Olfos y Mario Villagrán (2001), las cuales incluyen la comprensión del juego, la elaboración de un plan, la puesta a prueba y la comprobación, permitiendo analizar el proceso seguido por los participantes durante la actividad.

Asimismo, se incorpora la Taxonomía de Bloom como marco para identificar los niveles cognitivos implicados en las tareas, que van desde recordar y comprender, hasta analizar, evaluar y crear.

Por otra parte, se retoman las heurísticas propuestas por George Pólya, tales como la prueba y error, la búsqueda de patrones, la simplificación de tareas, el razonamiento hacia adelante y hacia atrás, la visualización y la generalización, las cuales permiten caracterizar las estrategias empleadas por los participantes.

Finalmente, se considera la demanda cognitiva de las tareas, de acuerdo con Margaret Smith y Mary Kay Stein (1998), clasificándolas en tareas de memorización, procedimientos

sin conexión, procedimientos con conexión y tareas de hacer matemáticas, lo que posibilita analizar el nivel de complejidad cognitiva de las actividades propuestas.

En conjunto, estas categorías permiten realizar un análisis integral que articula el proceso de resolución, las estrategias empleadas y el nivel cognitivo implicado en cada una de las tareas desarrolladas durante la investigación.

Tabla 9. *Categorías y subcategorías*

	Categorías	Subcategoría	Código
1	Fases al enfrentarse a un juego según Olfos y Villagrán (2001)	Comprensión del juego	COJ
		Elaboración de un plan	PLJ
		Poner a prueba	PP
		Comprobación	COMP
2	Taxonomía de Bloom	Recordar	REC
		Comprender	CM
		Aplicar	APL
		Analizar	AN
		Evaluar	EV
		Crear	CR
3		Prueba y error	PR

	Héurísticas de Polya	Búsqueda de patrones	BP
		Simplificación de tareas	SP
		Pensar hacia delante	PAD
		Pensar hacia atrás	PAT
		Visualización	VIS
		Generalización	GEN
4	Demanda cognitiva de Smith y Stein (1998)	Tareas de memorización	TM
		Tareas de procedimientos sin conexión	TP
		Tareas de procedimientos con conexión	TPC
		Tarea de hacer matemáticas	TM

Para el análisis de los resultados, esta investigación se apoya en una adaptación de la técnica de registros ampliados propuesta por María Bertely Busquets (2000). En su trabajo sobre etnografía educativa, la autora plantea una forma de escritura reflexiva en la que el investigador no solo describe lo observado, sino que también analiza e interpreta los eventos que ocurren.

Estos registros van más allá de las notas de campo tradicionales, ya que incluyen: i) la descripción del contexto y los detalles de la interacción, considerando diálogos, expresiones, emociones y circunstancias en las que se desarrolla el fenómeno; ii) la incorporación de la voz del investigador mediante reflexiones e interpretaciones de lo

observado; y iii) la relación de los hechos con referentes teóricos, estableciendo vínculos entre los eventos y los conceptos definidos en el marco conceptual.

A partir de esta perspectiva, las cuatro categorías mencionadas se analizaron mediante cuadros comparativos basados en registros ampliados, en los que se contrastan, en tres columnas, los referentes teóricos, las evidencias observadas durante las sesiones y las interpretaciones del investigador. Este proceso permitió identificar y analizar las distintas subcategorías presentes en los datos

4.5.1. Subcategorías de las fases de Olfos y Villagrán

Patricio Olfos y Mario Villagrán (2001) proponen que, al enfrentarse a un juego de estrategia, los participantes transitan por cuatro fases: comprensión del juego, elaboración de un plan, puesta a prueba y comprobación. Estas fases presentan similitudes con las etapas de resolución de problemas planteadas por George Pólya (1945).

Dado que en esta investigación se adopta la resolución de problemas como referente didáctico, resulta pertinente analizar si los participantes lograron transitar por dichas fases durante su interacción con los juegos de estrategia.

Para ello, se analizan fragmentos de las transcripciones correspondientes al segundo y tercer día de aplicación, en los que los estudiantes se enfrentaron a los juegos propuestos. Estos fragmentos se contrastan con las fases descritas por los autores, así como con su interpretación en el marco de esta investigación. En la tabla 10 se presenta el análisis comparativo basado en registros ampliados, donde se articulan los referentes teóricos, las evidencias observadas y la interpretación del investigador.

Tabla 10. *Fases de enfrentamiento a un juego de estrategia*

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Comprensión de juego	<p>[1]: Pero, o sea por ejemplo, supongo que es sacar una y luego dos. ¿No puede ser que sacamos dos?</p> <p>[A]: No, si quieren sacar dos puede sacar dos.</p> <p>[2]: Ah por ejemplo no tengo que sacar una y después dos</p> <p>[A]: No, no, es a su gusto</p> <p>-----</p> <p>[1]: ¿es por turnos?</p> <p>[A]: si por turnos</p> <p>[1]: ok entonces si</p> <p>[4]: ¿se puede así?</p> <p>[A]: si mientras siga las líneas</p>	<p>Antes de intentar resolver un problema, es esencial comprender completamente lo que se está pidiendo (Olfos y Villagran, 2001)</p>	<p>Durante los tres juegos, los participantes realizaron al menos una aproximación inicial con el propósito de comprender el funcionamiento de las reglas. Asimismo, formularon preguntas relacionadas con los movimientos permitidos y las posibles restricciones del juego, lo que evidencia un proceso de exploración orientado a la comprensión de la dinámica antes de plantear una estrategia.</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Elaboración de un plan para ganar	<p>[2]: ok, y si, ¿tú comenzarás sacando una y yo después dos? ¿Sería lo mismo?</p> <p>[3]: Haber, entonces yo saco solo una</p> <p>[2]: Luego yo dos, dos. Entonces sería, si yo, sacara dos primero, perdería</p> <p>-----</p> <p>[1]: A ver vuele a iniciar tu amigo, pero entonces puede ser otro ¿no? rescatando de una en una y el otro en 2?</p> <p>[2]: a wiwi, a ver inicia</p>	Desarrollar un enfoque o estrategia para resolver el problema	Una vez que los participantes comprendieron el funcionamiento del juego, comenzaron a formular hipótesis orientadas a la construcción de una estrategia. En algunos casos, estas fueron registradas por escrito, mientras que otros se expresaron de manera verbal en interacción con sus compañeros, lo que evidencia un proceso activo de planificación previo a la ejecución de jugadas.
Poner a prueba estas estrategias	[2]: Bueno, es que si primero, bueno, primero hicimos uno de si sacamos yo solo dos y ella solo una, si yo empiezo, pierdo	Implementar el plan paso a paso	Una vez formuladas sus hipótesis, los participantes procedieron a implementarlas mediante la realización de diversas partidas, modificando condiciones y

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>[3]: por ejemplo en las diez monedas sacando de uno en uno, el que saca primero pierde y por ejemplo con las 12 monedas, sacando de una en una, el que empieza igual, vuelve a perder, pero en 15 sacando de una en una, el que inicia gana</p> <p>-----</p> <p>[2]: A ver, no verdad [mueven las piezas hasta quedar 4 fichas separadas, el sujeto 1 las cuenta una por una antes de realizar otro movimiento]</p> <p>[1]: ah, ya me ganaste viejo</p>		<p>evaluando los resultados obtenidos. Este proceso les permitió poner a prueba sus estrategias paso a paso, ajustándose en función de los resultados obtenidos.</p>
Comprobar si la estrategia es general	<p>[A]:¿Por qué? ¿Cómo sabe que van a ganar? ¿Cuáles son las condiciones?</p> <p>[2]:Es que nosotras dijimos que en</p>	<p>Reflexionar sobre la solución y verificar su validez.</p>	<p>A partir de la implementación de sus estrategias, los participantes procedieron a verificar su validez, analizando si éstas podían</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>par, cuando tú empiezas a sacar de uno en uno, ganas. Entonces, por eso te sacan así, para que no pudieras sacar de a dos.</p> <p>...</p> <p>[A]: Ok. Entonces, si tú eres el primero en sacar en impares, de uno en uno vas a ganar siempre.</p> <p>[2, 3]: Sí.</p> <p>...</p> <p>[2]: En impares y en pares, sí va sacando, por ejemplo, a intercalados de que ella saca uno siempre y yo saco dos siempre. Entonces, gana el que saca primero uno.</p>		<p>generalizarse a distintas condiciones del juego. cuando identifican que una estrategia no era efectiva, proponen nuevas condiciones o modificaban los parámetros, como trabajar con números pares o impares, así como el orden de los turnos, con el fin de observar posibles cambios en los resultados.</p> <p>Este proceso evidencia una reflexión sobre las soluciones obtenidas y una búsqueda por establecer regularidades que permitieran garantizar el éxito de la estrategia en diferentes escenarios.</p>

A pesar de que los juegos “círculo de monedas” y “acumulador” presentan diferentes niveles de dificultad, todos los participantes transitaron por las cuatro fases de resolución de juegos propuestas por Patricio Olfos y Mario Villagrán. En un primer momento, se aseguraron de comprender las reglas del juego, mediante preguntas dirigidas al observador, con el fin de identificar los movimientos permitidos y las condiciones establecidas.

Una vez comprendida la dinámica, los participantes comenzaron a formular hipótesis sobre cómo obtener la victoria, transitando así a la fase de elaboración de un plan. En algunos casos, como en la mesa 1 del juego de monedas, este proceso se llevó a cabo de manera colaborativa, mientras que en otros fue de forma individual. Las estrategias propuestas incluyeron desde considerar que iniciar con un movimiento específico representaba una ventaja, hasta identificar patrones como trabajar con números pares o posicionarse en valores cercanos a 17 en el juego del acumulador.

Posteriormente, estos planes fueron puestos a prueba mediante la realización de múltiples partidas, en las cuales los participantes obtenían resultados tanto favorables como desfavorables, lo que corresponde a la fase de ejecución de la estrategia. Finalmente, los resultados obtenidos propiciaron procesos de ajuste o repetición de las estrategias, dependiendo de su efectividad, con el objetivo de validar su funcionamiento bajo distintas condiciones. Esta fase de comprobación se evidenció con mayor claridad en las últimas rondas, donde los participantes lograron consolidar estrategias que les permitieron obtener resultados exitosos de manera consistente.

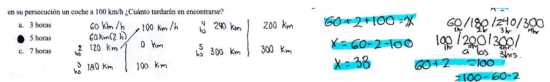
4.5. Subcategorías de la taxonomía de Bloom

La taxonomía de Bloom, así como su versión revisada, constituye una herramienta fundamental para clarificar y comunicar los aprendizajes esperados en los estudiantes. Esta propone una serie de preguntas, palabras clave y acciones que permiten identificar el nivel cognitivo en el que se está trabajando (Fowler, 2002).

En la siguiente tabla se presenta una comparación entre los planteamientos de diversos autores (Bloom, Anderson, Krathwohl, Churches y Gamboa) y las conversaciones y producciones de los estudiantes, específicamente durante el primer día, cuando realizaron la prueba preliminar.

Tabla 11. *Subcategorías de la taxonomía de Bloom*

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Recordar	<p>Conversación sobre el primer problema [3]:Es que el dos me sale muy... [A]: ¿Y si lo trata de plantear de otra forma? [3]:Es que no me acuerdo como se hace</p>	<p>Se puede definir como recuperar conocimiento relevante desde la memoria de largo plazo (Córdoba, 2010), algunas de las acciones son reconocer, listar, describir, identificar, denominar, localizar y encontrar (Churches, 2009).</p>	<p>En unos de los ejercicios de la prueba preliminar, se solicita calcular la edad de un padre e hijo. A partir de la evidencia se observa que el sujeto 3 intenta recuperar un procedimiento previamente aprendido; sin embargo, manifiesta dificultades para recordarlo. Esto sugiere que el estudiante reconoce que ha enfrentado una situación similar con anterioridad, pero no logra evocar completamente el conocimiento necesario para su resolución.</p>
Comprender	<p>Conversación sobre el primer problema</p>	<p>Es demostrar el entendimiento de hechos e</p>	<p>Antes de resolver el problema, el sujeto 4 requiere comprender la</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>[4]: Pero aquí la edad del papá ¿eh? [A]: ¿Cuántos años tiene que pasar, para que? [4]: ¿Osea la edad del papá se queda fija? [A]: Las edades van a seguir avanzando [4]: Ah, ok, de ambos</p> <p>Notas del participante#1 sobre el segundo problema</p> 	<p>ideas organizando, comprando, traduciendo, interpretando, haciendo descripciones y exponiendo ideas principales (Fowler, 2002).</p>	<p>lógica interna de la situación. Inicialmente presenta dificultades al asumir que la edad del padre permanece fija, y por ende lo que había planteado no tenía sentido. Sin embargo, a partir de la intervención, logra reconocer que ambas edades cambian con el paso del tiempo, lo que evidencia un proceso de comprensión del problema. Por otro lado, el participante prefirió representar los valores en una tabla para comprender la naturaleza de las variables, lo cual indica un intento por organizar la información y construir significado a partir de los datos proporcionados.</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Aplicar	<p>Notas del participante #4 sobre el primer problema</p> <p>problema 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del hijo?</p> <p>$47 + 11 - 3x$ $3 \cdot \frac{12}{0.6} = 36$ $47 + 33 + 2 = 11$</p> <p>$3x = 47 - 11$ $= 2 \cdot 200 \cdot x = 11 - 33 - 2 \cdot 47 = 5 \text{ años}$ (33)</p> <p>$3x = 36$ $47 + 3 = 11$</p> <p>$x = 36$</p> <p>carros cuya suma sea $3 \cdot [6 + 17 + 18]$ $47 + x = 11$</p> <p>El a una velocidad de 60 km/h. Dos horas más tarde sale a 100 km/h ¿Cuánto tardarán en encontrarse? $x = 11 - 47$</p> <p>$x =$</p>	<p>Se considera que es llevar a cabo o utilizando un procedimiento en una situación dada (Córdova, 2010).</p>	<p>En los trabajos de los participantes durante la prueba preliminar, se observa que todos plantean una forma de resolver los ejercicios y procede a ejecutarla. Esto evidencia la utilización de procedimientos previamente aprendidos en una situación específica.</p> <p>De esta manera, los estudiantes no solo comprenden el problema, sino que ponen en práctica estrategias de resolución.</p>
Analizar	<p>Notas del participante #1 sobre el primer problema</p>	<p>Dividir el material en sus partes constituyentes y determinar cómo las partes se relacionan entre sí, y con la estructura general o propósito (Gamboa, 2023).</p>	<p>En el caso del participante 4, tras resolver las ecuaciones planteadas, identifica que el resultado obtenido no coincide con las opciones disponibles, lo que lo lleva a cuestionar la coherencia de su</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>Número de participante: #1</p> <p>Instrucciones: Lee con atención y resuelve con bolígrafo (si algo no está correcto subrayalo con el marcador, no lo borres)</p> <p>1. Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años del padre sea triple que la del hijo?</p> <p>a. 3 años 11(3) = 33</p> <p>b. 5 años 11(5) = 55</p> <p>c. 7 años 11(7) = 77</p> <p>d. 9 años 11(9) = 99</p> <p>e. 11 años 11(11) = 121</p> <p>f. 13 años 11(13) = 143</p> <p>g. 15 años 11(15) = 165</p> <p>h. 17 años 11(17) = 187</p> <p>i. 19 años 11(19) = 209</p> <p>j. 21 años 11(21) = 231</p> <p>k. 23 años 11(23) = 253</p> <p>l. 25 años 11(25) = 275</p> <p>m. 27 años 11(27) = 297</p> <p>n. 29 años 11(29) = 319</p> <p>o. 31 años 11(31) = 341</p> <p>p. 33 años 11(33) = 363</p> <p>q. 35 años 11(35) = 385</p> <p>r. 37 años 11(37) = 407</p> <p>s. 39 años 11(39) = 429</p> <p>t. 41 años 11(41) = 451</p> <p>u. 43 años 11(43) = 473</p> <p>v. 45 años 11(45) = 495</p> <p>w. 47 años 11(47) = 517</p> <p>x. 49 años 11(49) = 539</p> <p>y. 51 años 11(51) = 561</p> <p>z. 53 años 11(53) = 583</p> <p>aa. 55 años 11(55) = 605</p> <p>ab. 57 años 11(57) = 627</p> <p>ac. 59 años 11(59) = 649</p> <p>ad. 61 años 11(61) = 671</p> <p>ae. 63 años 11(63) = 693</p> <p>af. 65 años 11(65) = 715</p> <p>ag. 67 años 11(67) = 737</p> <p>ah. 69 años 11(69) = 759</p> <p>ai. 71 años 11(71) = 781</p> <p>aj. 73 años 11(73) = 803</p> <p>ak. 75 años 11(75) = 825</p> <p>al. 77 años 11(77) = 847</p> <p>am. 79 años 11(79) = 869</p> <p>an. 81 años 11(81) = 891</p> <p>ao. 83 años 11(83) = 913</p> <p>ap. 85 años 11(85) = 935</p> <p>aq. 87 años 11(87) = 957</p> <p>ar. 89 años 11(89) = 979</p> <p>as. 91 años 11(91) = 1001</p> <p>at. 93 años 11(93) = 1023</p> <p>au. 95 años 11(95) = 1045</p> <p>av. 97 años 11(97) = 1067</p> <p>aw. 99 años 11(99) = 1089</p> <p>ax. 101 años 11(101) = 1111</p> <p>ay. 103 años 11(103) = 1133</p> <p>az. 105 años 11(105) = 1155</p> <p>ba. 107 años 11(107) = 1177</p> <p>bb. 109 años 11(109) = 1199</p> <p>bc. 111 años 11(111) = 1221</p> <p>bd. 113 años 11(113) = 1243</p> <p>be. 115 años 11(115) = 1265</p> <p>bf. 117 años 11(117) = 1287</p> <p>bg. 119 años 11(119) = 1309</p> <p>bh. 121 años 11(121) = 1331</p> <p>bi. 123 años 11(123) = 1353</p> <p>bj. 125 años 11(125) = 1375</p> <p>bk. 127 años 11(127) = 1397</p> <p>bl. 129 años 11(129) = 1419</p> <p>bm. 131 años 11(131) = 1441</p> <p>bn. 133 años 11(133) = 1463</p> <p>bo. 135 años 11(135) = 1485</p> <p>bp. 137 años 11(137) = 1507</p> <p>bq. 139 años 11(139) = 1529</p> <p>br. 141 años 11(141) = 1551</p> <p>bs. 143 años 11(143) = 1573</p> <p>bt. 145 años 11(145) = 1595</p> <p>bu. 147 años 11(147) = 1617</p> <p>bv. 149 años 11(149) = 1639</p> <p>bw. 151 años 11(151) = 1661</p> <p>bx. 153 años 11(153) = 1683</p> <p>by. 155 años 11(155) = 1705</p> <p>bz. 157 años 11(157) = 1727</p> <p>ca. 159 años 11(159) = 1749</p> <p>cb. 161 años 11(161) = 1771</p> <p>cc. 163 años 11(163) = 1793</p> <p>cd. 165 años 11(165) = 1815</p> <p>ce. 167 años 11(167) = 1837</p> <p>cf. 169 años 11(169) = 1859</p> <p>cg. 171 años 11(171) = 1881</p> <p>ch. 173 años 11(173) = 1903</p> <p>ci. 175 años 11(175) = 1925</p> <p>cj. 177 años 11(177) = 1947</p> <p>ck. 179 años 11(179) = 1969</p> <p>cl. 181 años 11(181) = 1991</p> <p>cm. 183 años 11(183) = 2013</p> <p>cn. 185 años 11(185) = 2035</p> <p>co. 187 años 11(187) = 2057</p> <p>cp. 189 años 11(189) = 2079</p> <p>cq. 191 años 11(191) = 2101</p> <p>cr. 193 años 11(193) = 2123</p> <p>cs. 195 años 11(195) = 2145</p> <p>ct. 197 años 11(197) = 2167</p> <p>cu. 199 años 11(199) = 2189</p> <p>cv. 201 años 11(201) = 2211</p> <p>cw. 203 años 11(203) = 2233</p> <p>cx. 205 años 11(205) = 2255</p> <p>cy. 207 años 11(207) = 2277</p> <p>cz. 209 años 11(209) = 2299</p> <p>da. 211 años 11(211) = 2321</p> <p>db. 213 años 11(213) = 2343</p> <p>dc. 215 años 11(215) = 2365</p> <p>dd. 217 años 11(217) = 2387</p> <p>de. 219 años 11(219) = 2409</p> <p>df. 221 años 11(221) = 2431</p> <p>dg. 223 años 11(223) = 2453</p> <p>dh. 225 años 11(225) = 2475</p> <p>di. 227 años 11(227) = 2497</p> <p>dj. 229 años 11(229) = 2519</p> <p>dk. 231 años 11(231) = 2541</p> <p>dl. 233 años 11(233) = 2563</p> <p>dm. 235 años 11(235) = 2585</p> <p>dn. 237 años 11(237) = 2607</p> <p>do. 239 años 11(239) = 2629</p> <p>dp. 241 años 11(241) = 2651</p> <p>dq. 243 años 11(243) = 2673</p> <p>dr. 245 años 11(245) = 2695</p> <p>ds. 247 años 11(247) = 2717</p> <p>dt. 249 años 11(249) = 2739</p> <p>du. 251 años 11(251) = 2761</p> <p>dv. 253 años 11(253) = 2783</p> <p>dw. 255 años 11(255) = 2805</p> <p>dx. 257 años 11(257) = 2827</p> <p>dy. 259 años 11(259) = 2849</p> <p>dz. 261 años 11(261) = 2871</p> <p>ea. 263 años 11(263) = 2893</p> <p>eb. 265 años 11(265) = 2915</p> <p>ec. 267 años 11(267) = 2937</p> <p>ed. 269 años 11(269) = 2959</p> <p>ee. 271 años 11(271) = 2981</p> <p>ef. 273 años 11(273) = 3003</p> <p>eg. 275 años 11(275) = 3025</p> <p>eh. 277 años 11(277) = 3047</p> <p>ei. 279 años 11(279) = 3069</p> <p>ej. 281 años 11(281) = 3091</p> <p>ek. 283 años 11(283) = 3113</p> <p>el. 285 años 11(285) = 3135</p> <p>em. 287 años 11(287) = 3157</p> <p>en. 289 años 11(289) = 3179</p> <p>eo. 291 años 11(291) = 3201</p> <p>ep. 293 años 11(293) = 3223</p> <p>eq. 295 años 11(295) = 3245</p> <p>er. 297 años 11(297) = 3267</p> <p>es. 299 años 11(299) = 3289</p> <p>et. 301 años 11(301) = 3311</p> <p>eu. 303 años 11(303) = 3333</p> <p>ev. 305 años 11(305) = 3355</p> <p>ew. 307 años 11(307) = 3377</p> <p>ex. 309 años 11(309) = 3399</p> <p>ey. 311 años 11(311) = 3421</p> <p>ez. 313 años 11(313) = 3443</p> <p>fa. 315 años 11(315) = 3465</p> <p>fb. 317 años 11(317) = 3487</p> <p>fc. 319 años 11(319) = 3509</p> <p>fd. 321 años 11(321) = 3531</p> <p>fe. 323 años 11(323) = 3553</p> <p>ff. 325 años 11(325) = 3575</p> <p>fg. 327 años 11(327) = 3597</p> <p>fh. 329 años 11(329) = 3619</p> <p>fi. 331 años 11(331) = 3641</p> <p>fj. 333 años 11(333) = 3663</p> <p>fk. 335 años 11(335) = 3685</p> <p>fl. 337 años 11(337) = 3707</p> <p>fm. 339 años 11(339) = 3729</p> <p>fn. 341 años 11(341) = 3751</p> <p>fo. 343 años 11(343) = 3773</p> <p>fp. 345 años 11(345) = 3795</p> <p>fq. 347 años 11(347) = 3817</p> <p>fr. 349 años 11(349) = 3839</p> <p>fs. 351 años 11(351) = 3861</p> <p>ft. 353 años 11(353) = 3883</p> <p>fu. 355 años 11(355) = 3905</p> <p>fv. 357 años 11(357) = 3927</p> <p>fw. 359 años 11(359) = 3949</p> <p>fx. 361 años 11(361) = 3971</p> <p>fy. 363 años 11(363) = 3993</p> <p>fz. 365 años 11(365) = 4015</p> <p>ga. 367 años 11(367) = 4037</p> <p>gb. 369 años 11(369) = 4059</p> <p>gc. 371 años 11(371) = 4081</p> <p>gd. 373 años 11(373) = 4103</p> <p>ge. 375 años 11(375) = 4125</p> <p>gf. 377 años 11(377) = 4147</p> <p>gg. 379 años 11(379) = 4169</p> <p>gh. 381 años 11(381) = 4191</p> <p>gi. 383 años 11(383) = 4213</p> <p>gj. 385 años 11(385) = 4235</p> <p>gk. 387 años 11(387) = 4257</p> <p>gl. 389 años 11(389) = 4279</p> <p>gm. 391 años 11(391) = 4301</p> <p>gn. 393 años 11(393) = 4323</p> <p>go. 395 años 11(395) = 4345</p> <p>gp. 397 años 11(397) = 4367</p> <p>gq. 399 años 11(399) = 4389</p> <p>gr. 401 años 11(401) = 4411</p> <p>gs. 403 años 11(403) = 4433</p> <p>gt. 405 años 11(405) = 4455</p> <p>gu. 407 años 11(407) = 4477</p> <p>gv. 409 años 11(409) = 4499</p> <p>gw. 411 años 11(411) = 4521</p> <p>gx. 413 años 11(413) = 4543</p> <p>gy. 415 años 11(415) = 4565</p> <p>gz. 417 años 11(417) = 4587</p> <p>ha. 419 años 11(419) = 4609</p> <p>hb. 421 años 11(421) = 4631</p> <p>hc. 423 años 11(423) = 4653</p> <p>hd. 425 años 11(425) = 4675</p> <p>he. 427 años 11(427) = 4697</p> <p>hf. 429 años 11(429) = 4719</p> <p>hg. 431 años 11(431) = 4741</p> <p>hh. 433 años 11(433) = 4763</p> <p>hi. 435 años 11(435) = 4785</p> <p>hj. 437 años 11(437) = 4807</p> <p>hk. 439 años 11(439) = 4829</p> <p>hl. 441 años 11(441) = 4851</p> <p>hm. 443 años 11(443) = 4873</p> <p>hn. 445 años 11(445) = 4895</p> <p>ho. 447 años 11(447) = 4917</p> <p>hp. 449 años 11(449) = 4939</p> <p>hq. 451 años 11(451) = 4961</p> <p>hr. 453 años 11(453) = 4983</p> <p>hs. 455 años 11(455) = 5005</p> <p>ht. 457 años 11(457) = 5027</p> <p>hu. 459 años 11(459) = 5049</p> <p>hv. 461 años 11(461) = 5071</p> <p>hw. 463 años 11(463) = 5093</p> <p>hx. 465 años 11(465) = 5115</p> <p>hy. 467 años 11(467) = 5137</p> <p>hz. 469 años 11(469) = 5159</p> <p>ia. 471 años 11(471) = 5181</p> <p>ib. 473 años 11(473) = 5203</p> <p>ic. 475 años 11(475) = 5225</p> <p>id. 477 años 11(477) = 5247</p> <p>ie. 479 años 11(479) = 5269</p> <p>if. 481 años 11(481) = 5291</p> <p>ig. 483 años 11(483) = 5313</p> <p>ih. 485 años 11(485) = 5335</p> <p>ii. 487 años 11(487) = 5357</p> <p>ij. 489 años 11(489) = 5379</p> <p>ik. 491 años 11(491) = 5401</p> <p>il. 493 años 11(493) = 5423</p> <p>io. 495 años 11(495) = 5445</p> <p>ip. 497 años 11(497) = 5467</p> <p>iq. 499 años 11(499) = 5489</p> <p>ir. 501 años 11(501) = 5511</p> <p>is. 503 años 11(503) = 5533</p> <p>it. 505 años 11(505) = 5555</p> <p>iu. 507 años 11(507) = 5577</p> <p>iv. 509 años 11(509) = 5599</p> <p>iw. 511 años 11(511) = 5621</p> <p>ix. 513 años 11(513) = 5643</p> <p>iy. 515 años 11(515) = 5665</p> <p>iz. 517 años 11(517) = 5687</p> <p>ja. 519 años 11(519) = 5709</p> <p>jb. 521 años 11(521) = 5731</p> <p>jc. 523 años 11(523) = 5753</p> <p>jd. 525 años 11(525) = 5775</p> <p>je. 527 años 11(527) = 5797</p> <p>jf. 529 años 11(529) = 5819</p> <p>jj. 531 años 11(531) = 5841</p> <p>jj. 533 años 11(533) = 5863</p> <p>jj. 535 años 11(535) = 5885</p> <p>jj. 537 años 11(537) = 5907</p> <p>jj. 539 años 11(539) = 5929</p> <p>jj. 541 años 11(541) = 5951</p> <p>jj. 543 años 11(543) = 5973</p> <p>jj. 545 años 11(545) = 5995</p> <p>jj. 547 años 11(547) = 6017</p> <p>jj. 549 años 11(549) = 6039</p> <p>jj. 551 años 11(551) = 6061</p> <p>jj. 553 años 11(553) = 6083</p> <p>jj. 555 años 11(555) = 6105</p> <p>jj. 557 años 11(557) = 6127</p> <p>jj. 559 años 11(559) = 6149</p> <p>jj. 561 años 11(561) = 6171</p> <p>jj. 563 años 11(563) = 6193</p> <p>jj. 565 años 11(565) = 6215</p> <p>jj. 567 años 11(567) = 6237</p> <p>jj. 569 años 11(569) = 6259</p> <p>jj. 571 años 11(571) = 6281</p> <p>jj. 573 años 11(573) = 6303</p> <p>jj. 575 años 11(575) = 6325</p> <p>jj. 577 años 11(577) = 6347</p> <p>jj. 579 años 11(579) = 6369</p> <p>jj. 581 años 11(581) = 6391</p> <p>jj. 583 años 11(583) = 6413</p> <p>jj. 585 años 11(585) = 6435</p> <p>jj. 587 años 11(587) = 6457</p> <p>jj. 589 años 11(589) = 6479</p> <p>jj. 591 años 11(591) = 6501</p> <p>jj. 593 años 11(593) = 6523</p> <p>jj. 595 años 11(595) = 6545</p> <p>jj. 597 años 11(597) = 6567</p> <p>jj. 599 años 11(599) = 6589</p> <p>ka. 601 años 11(601) = 6611</p> <p>ka. 603 años 11(603) = 6633</p> <p>ka. 605 años 11(605) = 6655</p> <p>ka. 607 años 11(607) = 6677</p> <p>ka. 609 años 11(609) = 6699</p> <p>ka. 611 años 11(611) = 6721</p> <p>ka. 613 años 11(613) = 6743</p> <p>ka. 615 años 11(615) = 6765</p> <p>ka. 617 años 11(617) = 6787</p> <p>ka. 619 años 11(619) = 6809</p> <p>ka. 621 años 11(621) = 6831</p> <p>ka. 623 años 11(623) = 6853</p> <p>ka. 625 años 11(625) = 6875</p> <p>ka. 627 años 11(627) = 6897</p> <p>ka. 629 años 11(629) = 6919</p> <p>ka. 631 años 11(631) = 6941</p> <p>ka. 633 años 11(633) = 6963</p> <p>ka. 635 años 11(635) = 6985</p> <p>ka. 637 años 11(637) = 7007</p> <p>ka. 639 años 11(639) = 7029</p> <p>ka. 641 años 11(641) = 7051</p> <p>ka. 643 años 11(643) = 7073</p> <p>ka. 645 años 11(645) = 7095</p> <p>ka. 647 años 11(647) = 7117</p> <p>ka. 649 años 11(649) = 7139</p> <p>ka. 651 años 11(651) = 7161</p> <p>ka. 653 años 11(653) = 7183</p> <p>ka. 655 años 11(655) = 7205</p> <p>ka. 657 años 11(657) = 7227</p> <p>ka. 659 años 11(659) = 7249</p> <p>ka. 661 años 11(661) = 7271</p> <p>ka. 663 años 11(663) = 7293</p> <p>ka. 665 años 11(665) = 7315</p> <p>ka. 667 años 11(667) = 7337</p> <p>ka. 669 años 11(669) = 7359</p> <p>ka. 671 años 11(671) = 7381</p> <p>ka. 673 años 11(673) = 7403</p> <p>ka. 675 años 11(675) = 7425</p> <p>ka. 677 años 11(677) = 7447</p> <p>ka. 679 años 11(679) = 7469</p> <p>ka. 681 años 11(681) = 7491</p> <p>ka. 683 años 11(683) = 7513</p> <p>ka. 685 años 11(685) = 7535</p> <p>ka. 687 años 11(687) = 7557</p> <p>ka. 689 años 11(689) = 7579</p> <p>ka. 691 años 11(691) = 7601</p> <p>ka. 693 años 11(693) = 7623</p> <p>ka. 695 años 11(695) = 7645</p> <p>ka. 697 años 11(697) = 7667</p> <p>ka. 699 años 11(699) = 7689</p> <p>kb. 701 años 11(701) = 7711</p> <p>kb. 703 años 11(703) = 7733</p> <p>kb. 705 años 11(705) = 7755</p> <p>kb. 707 años 11(707) = 7777</p> <p>kb. 709 años 11(709) = 7799</p> <p>kb. 711 años 11(711) = 7821</p> <p>kb. 713 años 11(713) = 7843</p> <p>kb. 715 años 11(715) = 7865</p> <p>kb. 717 años 11(717) = 7887</p> <p>kb. 719 años 11(719) = 7909</p> <p>kb. 721 años 11(721) = 7931</p> <p>kb. 723 años 11(723) = 7953</p> <p>kb. 725 años 11(725) = 7975</p> <p>kb. 727 años 11(727) = 7997</p> <p>kb. 729 años 11(729) = 8019</p> <p>kb. 731 años 11(731) = 8041</p> <p>kb. 733 años 11(733) = 8063</p> <p>kb. 735 años 11(735) = 8085</p> <p>kb. 737 años 11(737) = 8107</p> <p>kb. 739 años 11(739) = 8129</p> <p>kb. 741 años 11(741) = 8151</p> <p>kb. 743 años 11(743) = 8173</p> <p>kb. 745 años 11(745) = 8195</p> <p>kb. 747 años 11(747) = 8217</p> <p>kb. 749 años 11(749) = 8239</p> <p>kb. 751 años 11(751) = 8261</p> <p>kb. 753 años 11(753) = 8283</p> <p>kb. 755 años 11(755) = 8305</p> <p>kb. 757 años 11(757) = 8327</p> <p>kb. 759 años 11(759) = 8349</p> <p>kb. 761 años 11(761) = 8371</p> <p>kb. 763 años 11(763) = 8393</p> <p>kb. 765 años 11(765) = 8415</p> <p>kb. 767 años 11(767) = 8437</p> <p>kb. 769 años 11(769) = 8459</p> <p>kb. 771 años 11(771) = 8481</p> <p>kb. 773 años 11(773) = 8503</p> <p>kb. 775 años 11(775) = 8525</p> <p>kb. 777 años 11(777) = 8547</p> <p>kb. 779 años 11(779) = 8569</p> <p>kb. 781 años 11(781) = 8591</p> <p>kb. 783 años 11(783) = 8613</p> <p>kb. 785 años 11(785) = 8635</p> <p>kb. 787 años 11(787) = 8657</p> <p>kb. 789 años 11(789) = 8679</p> <p>kb. 791 años 11(791) = 8701</p> <p>kb. 793 años 11(793) = 8723</p> <p>kb. 795 años 11(795) = 8745</p> <p>kb. 797 años 11(797) = 8767</p> <p>kb. 799 años 11(799) = 8789</p> <p>kc. 801 años 11(801) = 8811</p> <p>kc. 803 años 11(803) = 8833</p> <p>kc. 805 años 11(805) = 8855</p> <p>kc. 807 años 11(807) = 8877</p> <p>kc. 809 años 11(809) = 8899</p> <p>kc. 811 años 11(811) = 8921</p> <p>kc. 813 años 11(813) = 8943</p> <p>kc. 815 años 11(815) = 8965</p> <p>kc. 817 años 11(817) = 8987</p> <p>kc. 819 años 11(819) = 9009</p> <p>kc. 821 años 11(821) = 9031</p> <p>kc. 823 años 11(823) = 9053</p> <p>kc. 825 años 11(825) = 9075</p> <p>kc. 827 años 11(827) = 9097</p> <p>kc. 829 años 11(829) = 9119</p> <p>kc. 831 años 11(831) = 9141</p> <p>kc. 833 años 11(833) = 9163</p> <p>kc. 835 años 11(835) = 9185</p> <p>kc. 837 años 11(837) = 9207</p> <p>kc. 839 años 11(839) = 9229</p> <p>kc. 841 años 11(841) = 9251</p> <p>kc. 843 años 11(843) = 9273</p> <p>kc. 845 años 11(845) = 9295</p> <p>kc. 847 años 11(847) =</p>		

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
		se realizan críticas, experimentos, se juzga, prueba y detectan variables (Churches, 2009).	proceso de evaluación. A partir de ello, decide modificar las ecuaciones planteadas e incluso recurre a una de las opciones de respuesta como punto de partida para desarrollar una nueva estrategia de resolución.
Crear		Poner elementos juntos para formar un todo coherente o funcional; reorganizar elementos en un nuevo patrón o estructura (Gamboa, 2023).	Este proceso no solo implica valorar y cuestionar el resultado obtenido, sino también reorganizar los elementos del problema para generar una alternativa distinta.

Durante la prueba preliminar, únicamente dos de los cuatro participantes evidenciaron el uso de diversas categorías de la taxonomía de Bloom. En particular, se identificó el empleo de habilidades de pensamiento de orden inferior (LOTS), como: 1) *recordar*, al intentar resolver el problema de manera similar a ejercicios previamente trabajados; 2) *comprender*, mediante la formulación de preguntas y la representación de las variables involucradas; y 3) *aplicar*, al ejecutar los procedimientos planteados a través de distintas operaciones.

Asimismo, estos participantes alcanzaron niveles de mayor complejidad cognitiva, como 4) *analizar*, al verificar la coherencia de sus resultados con las opciones disponibles, y 5) *evaluar*, al modificar sus estrategias a partir de dicha verificación. Sin embargo, solo uno de los participantes logró aproximarse al nivel 6) *crear*, al replantear su procedimiento frente al problema; no obstante, no pudo desarrollarlo completamente debido a la limitación de tiempo.

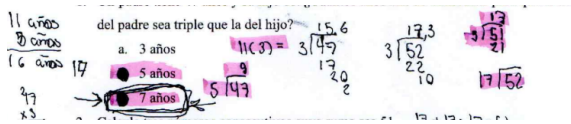
A partir del análisis de los niveles cognitivos identificados mediante la taxonomía de Bloom, resulta pertinente profundizar en las estrategias empleadas por los estudiantes durante la resolución de los problemas. En este sentido, las heurísticas permiten describir las acciones y procedimientos que los participantes ponen en juego, complementando así la comprensión de los procesos cognitivos previamente analizados.

4.6. Subcategorías de las heurísticas de Polya

Durante la prueba preliminar y la aplicación de los tres juegos, los participantes emplearon diversas heurísticas que les permitieron resolver los problemas o desarrollar estrategias orientadas a alcanzar la solución. Estas heurísticas quedaron registradas en las conversaciones transcritas, las evidencias de trabajo y las bitácoras elaboradas por los propios estudiantes.

A continuación, se presenta la identificación y análisis de dichas heurísticas a partir de la información recabada.

Tabla 12. Subcategorías de las heurísticas de Polya

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
<p>Prueba error y</p>	 <p>“Círculo de monedas” [3]: ¿Y si lo sacamos de dos en dos? [2]: entonces yo sacaría y dos y luego tu dos “Acumulador” [3]: vas [2]: Eh, pues, a ver. del dos al uno, tres.</p>	<p>Consiste en explorar distintas alternativas de solución mediante la experimentación, evaluando los resultados obtenidos y descartando aquellos que no conducen a una respuesta adecuada. Este proceso implica un ajuste continuo de las estrategias utilizadas, especialmente en situaciones donde no se dispone de un procedimiento claro (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985).</p>	<p>Se observa que los participantes recurren a esta heurística al proponer diferentes formas de proceder y verificar su efectividad en la práctica. En particular, cuando trabajaban con ejercicios de opción múltiple, algunos estudiantes plantean una ecuación y sustituyen la variable desconocida por las posibles respuestas hasta identificar la opción correcta. Asimismo, durante los juegos, esta fue una de las heurísticas más utilizadas, ya que los participantes iniciaban con una propuesta inicial y la ajustaban</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
			conforme observaban los resultados obtenidos. Esto evidencia un proceso de exploración y validación constante, característico de la heurística de prueba y error.
Búsqueda de patrones	<p>“acumulador” [4]: Entonces el que inicia pierde, entonces cómo podemos poner un patrón, un patrón que gane, si osea un patrón que nos haga ganar. a ver</p> <p>“círculo de monedas” 3]: De 8, 1, 2, 3, 4. Entonces, en los que son pares, sacando de una en una, el que empieza igual.</p> <p>[2]: ¿Cuándo son impares? El que empieza gana</p>	<p>Consiste en identificar regularidades o repeticiones en los datos de un problema con el fin de facilitar su comprensión y resolución. Este proceso permite reconocer relaciones entre los elementos involucrados y anticipar posibles resultados a partir de dichas regularidades (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985)</p>	<p>Durante el desarrollo de los juegos, las condiciones se modificaban constantemente; por ejemplo, en el “círculo de monedas” se inició con 10 monedas, posteriormente se trabajó con 15 y luego con 8. Ante estos cambios, los participantes formularon conjeturas e identificaron regularidades en función de las características numéricas, particularmente al distinguir</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Generalización	<p>“Acumulador”</p> <p>[4]: nosotros ponemos el 3 y ya si faltaban otros tres ¿no?</p> <p>[1]: si por ejemplos si teníamos 17 y ponemos el 3 ya quedamos en 20 y como era para el 23, ya nadie ganaba</p> <p>[A]: entonces se quedaban justamente en el número que faltaba para llegar a la meta. si por ejemplo si alguien ponía 20 usted se iban en el 5 para que no se pudiera sumar al 25 por ejemplo, o para 23 dejaban justo la ficha que no se podía sumar.</p>	<p>implica extender una solución particular a un conjunto más amplio de casos, mediante la identificación de principios o reglas generales que pueden aplicarse en situaciones similares. Este proceso resulta fundamental en matemáticas, ya que permite formular expresiones, modelos o relaciones que trascienden un caso específico (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985)</p>	<p>comportamientos distintos entre números pares e impares. A partir de estas observaciones, los estudiantes no sólo reconocieron patrones, sino que también lograron establecer reglas de actuación en función de las condiciones del juego, lo que evidencia un proceso de generalización. De manera similar, en el juego “acumulador” se identificó este mismo comportamiento, donde los participantes utilizaron las regularidades observadas para orientar sus decisiones y anticipar posibles resultados.</p>
Simplificación de tareas		<p>Consiste en reducir la complejidad de un problema</p>	<p>Esta heurística fue considerada inicialmente para su</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
		<p>mediante la reorganización de la información, la descomposición en partes más manejables o la consideración de casos más simples que permitan facilitar su resolución (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985).</p>	<p>identificación en el juego “pirámide de números”; sin embargo, debido a las condiciones en las que se desarrolló la actividad, no fue posible observar su aplicación en los participantes. En particular, factores como el contexto de aplicación —al solicitar a los estudiantes posponer un examen para participar— y la percepción de que su desempeño no tendría repercusiones en su calificación, influyeron en su nivel de involucramiento. Asimismo, la dificultad del juego pudo haber limitado la implementación de estrategias más elaboradas. Por lo anterior, no se cuenta con</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
			evidencia suficiente para identificar el uso de la heurística de simplificación de tareas en las actividades analizadas.
Pensar hacia delante	<p>“acumulador”</p> <p>[2]: A ver, no verdad [mueven las piezas hasta quedar 4 fichas separadas, el sujeto 1 las cuenta una por una antes de realizar otro movimiento]</p> <p>[1]: ah, ya me ganaste viejo</p> <p>[2]: si si, dejame anotarlo</p> <p>-----</p> <p>[2]: No, pues ahora sí que cualquier momento que haga me ganaste, ¿no?</p> <p>[3]: Sí, pero muévela porque me da satisfacción.</p>	<p>Consiste en anticipar las posibles consecuencias de una acción antes de ejecutarla, analizando las distintas alternativas y sus resultados futuros. Este proceso permite al estudiante prever escenarios, evaluar opciones y tomar decisiones informadas durante la resolución del problema (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985).</p>	<p>Esta heurística se observó en momentos específicos durante el desarrollo del juego “acumulador”, cuando los participantes analizaron las posibles consecuencias de sus movimientos antes de ejecutarlos. En particular, al contar las fichas y anticipar los resultados de las jugadas, los estudiantes lograban prever situaciones en las que inevitablemente perderían el juego.</p> <p>A partir de esta anticipación,</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
			algunos participantes dejaban de buscar activamente una estrategia para ganar, al reconocer que cualquier movimiento conduciría al mismo resultado. Esto evidencia un proceso de proyección hacia estados futuros del juego, característico de la heurística de pensar hacia delante.
Pensar hacia atrás	<p>“Círculo de monedas”</p> <p>[2]: ¿porque yo tengo 6?</p> <p>[1]: porque tu en el segundo movimiento también tomaste dos y solo solamente quite uno, tú quitaste 2 y yo solamente uno.</p> <p>-----</p> <p>[3]: ¿Cuántas sacaste? ¿Una?</p>	Consiste en partir de la solución o de un estado final conocido y retroceder paso a paso hasta llegar a una situación inicial o a un punto previamente comprendido. Este proceso permite reconstruir el camino seguido y verificar la validez	Esta heurística se observó principalmente cuando los participantes identificaban un resultado favorable, particularmente al ganar el juego, y posteriormente intentaban reconstruir los pasos que los llevaron a dicho resultado. En este proceso, los

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>[2]: Ajá, saqué una ¿Cuántas sacaste?</p> <p>[3]: ¿Dos?</p> <p>[2]: Fueron dos ¿Cuántas sacaste? Dos</p> <p>[3]: Ajá, dos, luego dos y dos, Diez</p> <p>[2]: Ah, sí</p> <p>[3]: Haber entonces, ¿sacaste uno?</p>	<p>de los resultados obtenidos (Llera, 2000; Pólya, 1945).</p>	<p>estudiantes retroceden en la secuencia de movimientos realizados, analizando cada acción para comprender cómo se había alcanzado ese estado final. Asimismo, en varios casos, los participantes repetían el procedimiento reconstruido con el fin de verificar su validez, lo que evidencia no sólo la reconstrucción del proceso, sino también la intención de confirmar su efectividad. Estas acciones corresponden a la heurística de pensar hacia atrás, a partir de un resultado conocido y trabajar en sentido inverso para comprender y validar la estrategia utilizada.</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Visualización	<p>Hand-drawn diagram showing a path with speed and distance markers. The path starts at 60 km/h, goes to 100 km/h, then to 0 km, then to 100 km, and finally to 180 km. There are also labels for 120 km, 290 km, 300 km, and 200 km.</p>	<p>Consiste en representar un problema mediante imágenes, diagramas, gráficos o modelos mentales con el fin de facilitar su comprensión. Este tipo de representación permite identificar relaciones, estructuras y patrones que no son evidentes en una descripción exclusivamente verbal o algebraica (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985).</p>	<p>Esta heurística fue identificada en un participante durante la prueba preliminar, quien recurrió a la elaboración de un cuadro como estrategia para organizar la información del problema y facilitar su comprensión. El uso de esta representación permitió al estudiante establecer relaciones entre los datos y clarificar la estructura del problema, lo que evidencia la implementación de la heurística de visualización como apoyo en el proceso de resolución.</p>

Durante las cuatro sesiones iniciales, se observa que los participantes emplearon, en mayor o menor medida, diversas heurísticas para la resolución de los problemas. Entre ellas, la más recurrente fue la de *prueba y error*, utilizada tanto en los juegos como en los ejercicios planteados.

En las sesiones 2 y 3, se identificó con mayor frecuencia el uso de las heurísticas de *pensar hacia delante* y *pensar hacia atrás*, ya que los participantes lograron anticipar los movimientos de su oponente en un rango aproximado de tres a cuatro jugadas antes del final de la partida, así como reconstruir sus acciones al resultar vencedores.

Asimismo, al modificarse las condiciones de los juegos —como el número de fichas o las cantidades objetivo—, los estudiantes formularon generalizaciones sobre sus estrategias, particularmente al distinguir entre números pares e impares, lo que les permitía determinar cómo proceder en cada situación.

Por último, la heurística de *visualización* fue identificada únicamente durante la prueba preliminar en un participante, mientras que la *simplificación de tareas* no pudo ser observada en ninguna de las actividades realizadas.

A partir del análisis de los procesos cognitivos identificados mediante la taxonomía de Bloom, así como de las estrategias empleadas por los estudiantes a través de las heurísticas de resolución de problemas, resulta pertinente integrar la noción de demanda cognitiva. Asimismo, estas evidencias se articulan con las fases de resolución de juegos propuestas por Olfos y Villagrán, las cuales permiten comprender el proceso seguido por los participantes durante las actividades.

En este sentido, la demanda cognitiva posibilita analizar el nivel de complejidad de las tareas planteadas, complementando la comprensión de cómo piensan los estudiantes, qué estrategias utilizan y en qué momento del proceso de resolución se encuentran.

4.7. Subcategorías de la demanda cognitiva

Retomando la definición de Margaret Schwan Smith y Mary Kay Stein (2000), la demanda cognitiva se entiende como el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para involucrarse de manera exitosa en una tarea y lograr su resolución.

Por su parte, Palacios y García (2018) presentan una clasificación de los niveles de demanda cognitiva en relación con las actividades matemáticas, retomando el modelo de Norman Webb (1997), el cual fue diseñado para analizar la correspondencia entre los estándares educativos y las evaluaciones presentes en tareas o actividades. A continuación, se describen brevemente estos niveles:

- *Nivel 1. Tareas de memorización:* el estudiante demuestra conocimiento de forma similar a como fue aprendido, sin requerir comprensión profunda.
- *Nivel 2. Procedimientos sin conexión:* implica la aplicación de procedimientos que requieren un razonamiento básico sobre ideas, conceptos o habilidades, más allá de la simple memoria.
- *Nivel 3. Procedimientos con conexión:* demanda un pensamiento más complejo y abstracto, que involucra razonamiento, planificación y establecimiento de relaciones entre conceptos.

- *Nivel 4. Hacer matemáticas:* requiere un razonamiento complejo, así como la capacidad de planificar, tomar decisiones, establecer conexiones entre ideas y aplicar el conocimiento en contextos más amplios.

De acuerdo con Charalambos Y. Charalambous (2008), diversos factores pueden influir en la demanda cognitiva de una tarea, tales como las creencias y expectativas del docente, las disposiciones de los estudiantes, las normas del aula, así como las condiciones de implementación, entre ellas el tiempo disponible y las restricciones curriculares.

Para el análisis de esta categoría, se consideró principalmente la última actividad, la cual constaba de dos problemas. El primero consistía en determinar la cantidad de kilómetros que se pueden recorrer con \$100, considerando una tarifa inicial de \$50 y un costo adicional de \$0.25 por kilómetro. El segundo problema implica calcular el total de participantes por categoría en una competencia de atletismo, bajo ciertas condiciones: un total de 220 participantes, de los cuales 120 participaron en las tres categorías; además, el número de atletas en carreras es el doble de los de lanzamiento, y el triple de los de lanzamiento es igual a los de salto.

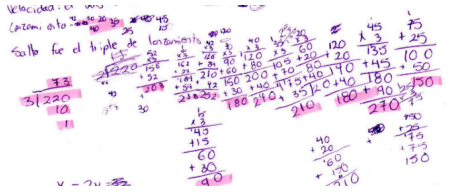
En esta investigación se analizaron principalmente las producciones y conversaciones de los sujetos 4 y 1, quienes explicaron con mayor detalle sus procedimientos. En contraste, los otros dos participantes presentaron respuestas imprecisas y poco fundamentadas tanto en sus registros escritos como en sus intervenciones orales, lo que sugiere la posible reproducción de las respuestas de sus compañeros.

Tabla 13. *Subcategorías de la demanda cognitiva*

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Tareas de memorización	<p>Notas escritas por participante 1 en el primer problema “Primero vi cuántos kilómetros pagaba \$0.50, y después lo multipliqué por dos para sacar \$1.00 y ya de ahí multipliqué por 50 que era el restante para los kilómetros”</p>	<p>Implican recordar o reconocer hechos, definiciones o procedimientos previamente aprendidos, así como la aplicación directa de algoritmos o fórmulas sin requerir una comprensión profunda del problema. En este nivel, el estudiante ejecuta procedimientos establecidos o resuelve problemas de un solo paso (Stein y Smith, 2000; Webb, 1997).</p>	<p>En este caso, el participante no recurre al planteamiento de ecuaciones o al uso explícito de fórmulas, sino que aplica un procedimiento basado en el reconocimiento de relaciones numéricas previamente conocidas. En particular, identifica la equivalencia entre el costo y la distancia recorrida, y a partir de ello establece que por cada \$1.00 se pueden recorrer cuatro kilómetros. Asimismo, reconoce que de los \$100 disponibles, \$50 corresponden a la tarifa inicial, por lo que utiliza los \$50 restantes para calcular la distancia total,</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>Ejercicio 1. Datos</p> <p>\$50 el día</p> <p>0.25 el kilómetro</p> <p>0.50 Dos kilómetros</p> <p>1.00 cuatro kilómetros</p> $\begin{array}{r} 50 \\ \times 4 \\ \hline 200 \end{array}$		<p>obteniendo como resultado 200 kilómetros. Este proceso se desarrolla a partir del reconocimiento de cantidades y relaciones básicas, sin implicar una transformación compleja del problema, lo que permite ubicar la actividad en el nivel de memorización.</p>
Tareas de procedimientos sin conexión	<p>Notas escritas por participante 1 en el primer problema</p> <p>“En el primero resté los \$50 de tarifa diaria y después dividí los 50 restantes entre los \$0.25 km”</p>	<p>Implican la aplicación de procedimientos que requieren cierto nivel de razonamiento, más allá de la simple memorización, pero sin establecer relaciones profundas entre los conceptos involucrados. En</p>	<p>En el primer problema, el participante 1 realiza un procedimiento secuencial al restar la tarifa inicial y posteriormente dividir la cantidad restante entre el costo por kilómetro. Este proceso implica la toma de decisiones sobre qué operaciones</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p> $\\$ 50$ $\\$ 0.25/\text{Km}$ $100 \leftarrow \text{presupuesto}$ $\\$ 50 + 6 \times 0.25$ $100 - 50 - 0.25/\text{Km}$ $100 - 50 = 50$ $50 - x \times 0.25 = 0$ $x = -50 + 0.25$ $x =$ 400 $1.25/100$ </p> <p>Conversación entre el aplicador y el participante #4 sobre el segundo problema</p> <p>[3]: Es que aquí ya no me dio el ejercicio. O sea, si en uno que me dice el ejercicios en el dos es el triple , bueno</p>	<p>este nivel, el estudiante resuelve problemas rutinarios que implican varios pasos o la aplicación de múltiples ideas, sin necesidad de justificar o conectar significativamente los conceptos (Stein y Smith, 2000; Webb, 1997).</p>	<p>realizar y en qué orden, lo que evidencia un nivel de razonamiento superior al de la memorización, aunque sin establecer conexiones más profundas entre los conceptos involucrados.</p> <p>En el segundo problema, tanto el participante 1 como el 4 inician con una interpretación inicial al dividir los 120 participantes entre tres categorías, asumiendo una distribución equitativa. Sin embargo, al contrastar este resultado con las condiciones del problema, identifican inconsistencias y replantean su procedimiento.</p> <p>A partir de ello, los estudiantes recurren a distintos intentos,</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>son 120 que participaron en los tres y es en cada una pues entonces en decir que por cada prueba hubo 40</p> <p>[A]: ¿Seguro? [3]: o 120</p> <p>[A]: ¿Cuántos fueron el total de participantes? [3]: 220, ¿no? [A]: Entonces cuando usted suma estos [3]: faltan 100 Ah, ok.</p> 		<p>incluyendo el uso de prueba y error y, posteriormente, la representación algebraica mediante incógnitas para cada categoría. Aunque este proceso implica varios pasos y ajustes, las acciones se centran en la ejecución de procedimientos sin una integración completa de las relaciones entre los datos, lo que corresponde al nivel de procedimientos sin conexión.</p>

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
Tareas de procedimientos con conexión	Implican un nivel de demanda cognitiva en el que el estudiante no solo ejecuta procedimientos, sino que establece relaciones entre conceptos, representaciones y estrategias. Estas tareas requieren interpretar información, desarrollar argumentos, justificar conjeturas y generalizar patrones, así como llevar a cabo procedimientos que involucran múltiples pasos y la toma de decisiones. En este nivel, el énfasis se encuentra en la comprensión de las conexiones entre los elementos del problema y en la justificación del proceso seguido (Stein y Smith, 2000; Webb, 1997).		Si bien los participantes se enfrentaron a un problema con mayor demanda cognitiva, como el segundo ejercicio, no se observa que alcancen los niveles de <i>procedimientos con conexión</i> ni de <i>hacer matemáticas</i> . Aunque ambos participantes logran llegar a un resultado, este no se sustenta en una comprensión profunda del problema.
Tarea de hacer matemáticas	Implican un pensamiento complejo, no algorítmico y abierto. En este nivel, el estudiante establece relaciones entre conceptos matemáticos y contextos más amplios, aplica modelos matemáticos a situaciones del mundo real, formula y analiza problemas, toma decisiones entre múltiples estrategias y evalúa sus resultados. Asimismo, puede involucrar la recolección y análisis de datos, la formulación de reglas a partir de patrones complejos y la modelación de fenómenos, lo que requiere un alto		En particular, el participante 4 presenta dificultades en la interpretación del resultado, al expresar la cantidad de participantes mediante una fracción (120/6), lo que evidencia una comprensión limitada de la situación. Por otro lado, el participante 1 determina

Subcategoría	Práctica	Teoría	Investigador
	<p>grado de razonamiento, autonomía y creatividad (Stein y Smith, 2000; Webb, 1997).</p>		<p>correctamente la cantidad de atletas en cada categoría; sin embargo, su procedimiento no muestra el establecimiento de conexiones entre los conceptos involucrados, ni la formulación de generalizaciones o la exploración de métodos alternativos.</p> <p>En este sentido, si bien los estudiantes logran resolver el problema, sus procesos se mantienen en niveles de demanda cognitiva intermedios, sin evidenciar un razonamiento que implique conexiones profundas o la construcción de modelos más complejos.</p>

Es relevante observar que los participantes lograron llegar a la respuesta correcta en ambos problemas; sin embargo, esto no implica necesariamente que se hayan alcanzado los niveles más altos de demanda cognitiva. A partir del análisis realizado, se identifica que las tareas se resolvieron principalmente en los niveles de *memorización y procedimientos sin conexión*, con algunos indicios de *procedimientos con conexión*, particularmente en los momentos en que los estudiantes analizaron y verificaron sus resultados. No obstante, no se evidencian procesos que correspondan al nivel de *hacer matemáticas*, ya que no se observaron generalizaciones, modelaciones ni la exploración de múltiples estrategias. Este aspecto será abordado con mayor profundidad en el siguiente capítulo.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

5.1 Introducción

En este capítulo se presenta una síntesis de los principales hallazgos obtenidos a partir del análisis de las categorías desarrolladas, con el propósito de dar respuesta a la pregunta de investigación y valorar el cumplimiento de los objetivos planteados. Asimismo, se reflexiona sobre los alcances del estudio, sus limitaciones y posibles líneas de investigación futura.

5.2 Respuesta a la pregunta de investigación y objetivos específicos

La pregunta planteada que guió este trabajo es ¿Cómo se relacionan las heurísticas desarrolladas por estudiantes de bachillerato durante el empleo de un juego de estrategia con las utilizadas en una tarea de aprendizaje basada en la resolución de problemas?, cuyo objetivo general consistió en caracterizar y analizar dicha relación.

Para dar respuesta a esta interrogante, fue necesario articular los resultados obtenidos a partir de las distintas categorías de análisis con los objetivos planteados.

En relación con la primera categoría, basada en las fases propuestas por Olfos y Villagrán (2001), se identificó que, durante la aplicación de los juegos “círculo de monedas”, “acumulador” y “pirámide de números”, los participantes lograron transitar por las cuatro fases: comprensión de las reglas, elaboración de estrategias, puesta en práctica y verificación de las mismas. Este proceso permitió a los estudiantes desarrollar diversas estrategias de resolución, las cuales se vinculan directamente con el uso de heurísticas.

En cuanto al análisis del pensamiento de los estudiantes mediante la taxonomía de Bloom, se observó que, si bien los participantes lograron avanzar desde niveles básicos como recordar y comprender hasta niveles como analizar y evaluar, en la mayoría de los casos no se alcanzaron niveles de pensamiento de orden superior de manera consolidada. Esto sugiere que las heurísticas empleadas se desarrollan principalmente en niveles intermedios de complejidad cognitiva.

Respecto al uso de heurísticas durante los juegos, se identificó que los participantes emplearon diversas estrategias, destacando la prueba y error, el pensar hacia delante y hacia atrás, así como la búsqueda de patrones y la generalización. Estas heurísticas permitieron a los estudiantes explorar distintas alternativas, ajustar sus procedimientos y construir estrategias de solución en un entorno dinámico.

Por otro lado, en la tarea de aprendizaje basada en la resolución de problemas, se observó que algunas de estas heurísticas se mantuvieron, particularmente la prueba y error y la búsqueda de patrones; sin embargo, su uso fue menos flexible y más limitado, en comparación con el contexto de juego. En este caso, los estudiantes tendieron a recurrir a procedimientos más estructurados, como la sustitución de valores o la aplicación directa de operaciones, reduciendo la exploración de alternativas.

En este sentido, la relación entre ambos contextos muestra que las heurísticas desarrolladas durante el juego sí se transfieren a la tarea de aprendizaje, pero con ciertas modificaciones. Mientras que en los juegos se emplean de manera más libre, exploratoria y estratégica, en la tarea de aprendizaje su uso se ve condicionado por la estructura del problema, lo que limita su potencial para generar procesos de mayor complejidad.

Finalmente, en relación con la demanda cognitiva de la tarea de aprendizaje, se identificó que, si bien su diseño cumplía con las características necesarias para promover niveles altos de pensamiento, en su aplicación no se logró alcanzar el nivel de *hacer matemáticas*, evidenciándose principalmente procesos correspondientes a los niveles de procedimientos sin conexión y, en menor medida, con conexión.

Para profundizar en este análisis, se presenta a continuación un cuadro comparativo que permite contrastar las características de la tarea en su diseño con su implementación en el aula, retomando los criterios propuestos por Campos-Nava y Torres-Rodríguez (2017).

Tabla 15. Características de la tarea de aprendizaje en propuesta y aplicación

Característica	Propuesta	Aplicación
Objetivo de aprendizaje o competencias a desarrollar.	Se planteó que los participantes utilizaran las heurísticas desarrolladas durante los juegos de estrategia como apoyo para la resolución de problemas algebraicos. Asimismo, se promovió el uso de diversas estrategias de resolución, incentivando a los estudiantes a emplear aquellas que consideran más adecuadas para comprender y resolver las situaciones planteadas.	Durante la implementación, se observó que los participantes recurrieron a algunas de las heurísticas previamente desarrolladas, particularmente la prueba y error y la búsqueda de patrones. Sin embargo, su uso fue limitado y, en la mayoría de los casos, los estudiantes optaron por procedimientos más directos y estructurados. Esto sugiere que, aunque se promovía el uso de diversas estrategias, los participantes no lograron transferir de manera amplia

Característica	Propuesta	Aplicación
		<p>las heurísticas del contexto de juego al de la tarea de aprendizaje, lo que impactó en el nivel de complejidad de los procesos desarrollados.</p>
<p>Elementos matemáticos y competencias previas requeridas.</p>	<p>Se consideró que los participantes contaban con conocimientos previos relacionados con la formulación y resolución de ecuaciones lineales, así como con habilidades de interpretación de enunciados y razonamiento matemático, necesarias para abordar la tarea de aprendizaje.</p>	<p>Durante la implementación, se observó cierta resistencia por parte de los participantes hacia el uso de ecuaciones algebraicas como estrategia de resolución. Asimismo, no se identificó el uso de otras formas de representación, como diagramas o esquemas, que facilitarían la comprensión del problema.</p> <p>No obstante, los estudiantes sí evidenciaron razonamiento en torno a las cantidades involucradas, particularmente al analizar límites como el número total de participantes o el dinero disponible. Esto sugiere que, aunque existían bases de razonamiento matemático, no se consolidaron plenamente las competencias necesarias para operar con representaciones algebraicas formales.</p>

Característica	Propuesta	Aplicación
Enunciado y contexto de la actividad.	<p>El diseño de la tarea se basó en un contexto parcialmente real e hipotético, con la intención de que los estudiantes pudieran identificarse con la situación planteada y darle sentido a la actividad. No obstante, durante su implementación, se observó que, aunque el contexto resultaba cercano, los participantes continuaban abordando el problema desde un enfoque principalmente procedimental, viéndose obligados a analizar la situación desde una perspectiva matemática más que contextual.</p> <p>Esto sugiere que, si bien el contexto favorece la comprensión inicial del problema, no garantiza por sí mismo una apropiación significativa de la situación, ni un cambio en la forma en que los estudiantes abordan la resolución.</p>	
Preparación del escenario y recursos a utilizar.	<p>En el diseño de la tarea se consideró la implementación en un espacio cómodo, así como el uso de hojas y otros recursos que permitieran a los participantes realizar anotaciones y organizar su trabajo. Durante la aplicación, estos elementos estuvieron disponibles y fueron utilizados por los estudiantes; sin embargo, su uso no siempre se tradujo en una mejora en la comprensión o en la estructuración de los procedimientos.</p> <p>Esto sugiere que, aunque los recursos materiales facilitan el desarrollo de la actividad, su aprovechamiento depende en gran medida de las estrategias que los estudiantes decidan emplear y del acompañamiento durante la resolución.</p>	
Elaboración de posibles rutas hipotéticas de solución.	<p>En el diseño de la tarea no se establecieron rutas de solución predeterminadas, ya que el propósito de la investigación fue analizar las</p>	

Característica	Propuesta	Aplicación
	<p>estrategias y heurísticas que los participantes desarrollaban de manera autónoma tras la interacción con los juegos de estrategia.</p> <p>Durante la implementación, esta decisión permitió observar la diversidad de enfoques utilizados por los estudiantes; sin embargo, también implicó que, en algunos casos, los participantes recurrieran a procedimientos limitados o poco estructurados, sin explorar alternativas más complejas.</p> <p>Esto sugiere que, si bien la ausencia de rutas favorece la exploración de estrategias propias, también puede restringir el alcance de los procesos cognitivos cuando no existe un acompañamiento que oriente hacia niveles de mayor complejidad.</p>	
Proceso inquisitivo	<p>Se planteó que el observador realizará preguntas orientadas a comprender la argumentación de los participantes, así como a promover la elaboración de conjeturas y la justificación de sus resultados.</p>	<p>Durante la implementación, se observó que dos de los participantes presentaron dificultades para explicar y justificar sus procedimientos, sin lograr detallar la lógica detrás de sus respuestas. Por otro lado, los otros dos estudiantes sí respondieron a los cuestionamientos y expresaron sus ideas, aunque con ciertas dudas y sin desarrollar completamente sus argumentos.</p> <p>Esto sugiere que, si bien el proceso inquisitivo favorece la explicitación del pensamiento, la tarea no logró generar las condiciones necesarias para que los participantes elaboraran conjeturas y justificaciones de</p>

Característica	Propuesta	Aplicación
		manera consistente, lo que limitó el desarrollo de procesos cognitivos de mayor complejidad.

Si bien, desde el diseño de la tarea de aprendizaje se consideraron las características necesarias para promover una mayor demanda cognitiva, en la práctica estos elementos no se tradujeron completamente en el desarrollo de procesos de análisis profundo por parte de los estudiantes. Esto sugiere que, aunque la propuesta cumplía con los criterios teóricos, su implementación no logró generar las condiciones necesarias para potenciar un nivel más alto de razonamiento.

En este sentido, se identifica que aspectos como la estructura de la tarea, la cantidad de ejercicios propuestos y las condiciones de aplicación pudieron influir en los resultados obtenidos, limitando el alcance de los procesos cognitivos esperados.

En cuanto a los objetivos planteados, el primero se cumplió de manera satisfactoria, ya que fue posible identificar diversas heurísticas empleadas por los participantes durante los juegos, particularmente aquellas descritas por Pólya (1945), así como su relación con las fases propuestas por Olfos y Villagrán (2001).

Por otro lado, el segundo y tercer objetivo se cumplieron de manera parcial. Si bien fue posible diseñar e implementar una tarea de aprendizaje y analizar el nivel cognitivo de los estudiantes mediante la taxonomía revisada de Bloom, los resultados evidencian que dicha tarea no promovió de manera consistente niveles altos de demanda cognitiva. En

consecuencia, al analizarla desde la perspectiva de la demanda cognitiva (Palacios y García, 2018), se determinó que los procesos desarrollados se mantuvieron principalmente en niveles intermedios.

En relación con la pregunta de investigación, los resultados permiten identificar una relación entre las heurísticas utilizadas en los juegos de estrategia y aquellas empleadas en la tarea de aprendizaje; sin embargo, esta relación se presenta de manera limitada. Factores como el contexto de aplicación, la disposición de los estudiantes y las características de la tarea influyeron en la forma en que dichas heurísticas fueron transferidas y utilizadas.

En particular, se observa que la heurística de prueba y error se mantiene presente en ambos contextos; no obstante, no es posible afirmar que su uso responda a una estrategia consciente, ya que también puede estar asociado a la preferencia por evitar representaciones algebraicas formales. Esto evidencia que la transferencia de heurísticas no implica necesariamente un desarrollo más profundo del pensamiento matemático.

5.3 Discusión, limitaciones y líneas de trabajo

A partir de las conclusiones obtenidas, se identifican algunas limitaciones que es importante considerar. En primer lugar, el contexto de aplicación, al coincidir con periodos de evaluación académica, influyó en la disposición y el nivel de participación de los estudiantes. Asimismo, el número reducido de participantes limita la generalización de los resultados, aunque permitió un análisis detallado de los procesos observados.

Por otro lado, aunque la tarea de aprendizaje fue diseñada con base en criterios teóricos adecuados, su implementación no logró generar de manera consistente procesos de alta

demanda cognitiva, lo que sugiere la necesidad de fortalecer tanto su diseño como la mediación durante su aplicación.

A pesar de estas limitaciones, el estudio aporta elementos relevantes para la comprensión del uso de juegos de estrategia en el aprendizaje de las matemáticas. En particular, se evidenció que estos favorecen el desarrollo de heurísticas y estrategias de resolución, aunque su transferencia a contextos formales de aprendizaje requiere condiciones didácticas más estructuradas.

En este sentido, se abren diversas líneas de investigación futura. En primer lugar, resulta pertinente replicar el estudio, ajustando el diseño de la tarea de aprendizaje para promover de manera más explícita el uso consciente de heurísticas. Asimismo, sería conveniente trabajar con grupos que cuenten con un nivel más homogéneo de conocimientos algebraicos, evitando asumir el dominio previo de ciertos procedimientos.

De igual manera, se sugiere el diseño de ambientes de aprendizaje que favorezcan un clima de confianza, en el que los estudiantes puedan emplear diversas representaciones y estrategias sin temor, lo que podría incidir en el desarrollo de procesos de mayor complejidad.

Finalmente, se propone como línea de trabajo la formación docente en el diseño y análisis de tareas matemáticas con alta demanda cognitiva, así como en la anticipación de estrategias de los estudiantes, con el fin de promover procesos más profundos de razonamiento y una mejor integración de heurísticas en contextos de aprendizaje.

REFERENCIAS

- Aguilera, L. P. (2018, December). Juegos de estrategia potencializadores del proceso de comunicación en la resolución de problemas. In *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*
- Alfaro, C. (2006). Las ideas de Polya en la resolución de problemas. *Cuadernos, 1*, 1-13.
- Allsop, Y., & Jessel, J. (2015). Teachers' experience and reflections on game-based learning in the primary classroom: Views from England and Italy. *International Journal of Game-Based Learning (IJGBL)*, 5(1), 1-17.
- Alonso, M. (2023). El Estudio de Casos como método de investigación cualitativa: Aproximación a su estructura, principios y especificidades. *Diversidad Académica*, 2(2), 243-267. Consultado de <https://diversidadacademica.uaemex.mx/article/view/20623>
- Anderson, L. W. (1999). Rethinking Bloom's Taxonomy: Implications for Testing and Assessment.
- Angelina G. González P. et al (2014), *La matemática nunca deja ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas*, Educación matemática, vol. 26, núm. 3.
- Aristizábal, J. H., Colorado, H., & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12(1), 117-125.
- Ausubel, D., Novak, J. Y. H. H., & Hanesian, H. (1976). Significado y aprendizaje significativo. *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, 1(2), 53-106.

- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1(1-10), 1-10.
- Bloom, B. (1956). *Bloom's taxonomy*.
- Booth, L. R. (1984). Algebra: Children's strategies and errors. Windsor, UK: NFER/Nelson.
- Borras, O.; M. Martínez y A. Blanco, Gamification in MOOC: Challenges, Opportunities and Proposals for Advancing MOOC Model; Proceedings of the Second International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality, 215–220, Salamanca-España, 1-3 de Octubre (2014).
- Bragg, L. (2007). Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: A methodological dilemma. *Mathematics Education Research Journal*, 19(1), 29-44.
- Bragg, L. (2012). Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning. *International journal of science and mathematics education*, 10(6), 1445-1467.
- Brezovszky, B., McMullen, J., Veermans, K., Hannula-Sormunen, M. M., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., ... & Lehtinen, E. (2019). Effects of a mathematics game-based learning environment on primary school students' adaptive number knowledge. *Computers & Education*, 128, 63-74.
- Bright, G. W., Harvey, J. G., & Wheeler, M. M. (1985). Learning and mathematics games. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 1, i-189.
- Bruner, A., & Revusky, S. H. (1961). Collateral behavior in humans. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 4(4), 349.

- Bunge, M. (1960). La ciencia. *Su método y su filosofía*, 22, 6-23.
- Busquets, M. B. (2000). *Conociendo nuestras escuelas: un acercamiento etnográfico a la cultura escolar*. Paidós Mexicana.
- Campos Nava, M., & Torres Rodríguez, A. (2017). Video juegos en el aula de matemáticas: el puzzle Hands of time. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 65-70.
- Chaparro Caso López, A. A., & Gamazo, A. (2020). Estudio multinivel sobre las variables explicativas de los resultados de México en PISA 2015. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 28(26). <https://doi.org/10.14507/epaa.28.4620>
- Charalambous, Ch. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the unfolding of tasks in mathematics lessons: integrating two lines of research. En O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*. Vol. 2 (pp. 281 - 288). México: CINVESTAV-UMSNH
- Chen, M.P. y L.C. Wang, The Effects of Type of Interactivity in Experiential Game-Based Learning; In *Learning by Playing. Game-based Education System Design and Development*, 1a edición, Springer, pp 273–282, Berlin, Alemania (2009).
- Cherney, I. D. (2008). Mom, Let Me Play More Computer Games: They Improve My Mental Rotation Skills. *Sex Roles*, 59(11-12), 776–786. doi:10.1007/s11199-008-9498-z
- Churches, A. (2009). *Taxonomía de Bloom para la era digital*.
- Collazos, C.; C. González y R. García, Computer Supported Collaborative MOOCs: CSCM; *Proceedings of the 2014 Workshop on Interaction Design in Educational Environments*, 28-32, Albacete-España, 19 de Junio (2014).

- Córdova, A. V. (2010). Competencias cognitivas en la educación superior. *Revista Electrónica de Desarrollo de Competencias*, 2(6), 34-64.
- Cortadellas, T. (2016). Interpretación y clasificación de la demanda cognitiva de actividades matemáticas que involucran a los números fraccionarios y decimales en Educación Primaria.
- Cristóbal Araya-Pizarro, S. (2021). Preferencias y actitud discente hacia los juegos de mesa. Análisis multivariante. *Páginas de Educación*, 14(1), 73-93.
- David R. Krathwohl (2021). *A revision of Bloom's taxonomy: An overview*. New York: Routledge.
- de Guzmán Ozámiz, M. (1986). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas, (10), 25-44.
- Delgado, J. C. S. (2020). Juegos serios para potenciar la adquisición de competencias digitales en la formación del profesorado. *Revista educación*.
- del Moral Pérez, M. E., Duque, A. P. G., & García, L. C. F. (2018). Aprendizaje basado en juegos: activando las inteligencias lógico-matemáticas, naturalista y lingüística en el alumnado de Primaria. *Píxel-Bit. Julio*, 177-193.
- Dye, M. W., Green, C. S., & Bavelier, D. (2009). Increasing speed of processing with action video games. *Current directions in psychological science*, 18(6), 321-326.
- D'amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática)*, 17(1), 87-106.

- Eisenhart, M. (1991). Conceptual frameworks for research circa 1991: Ideas from a cultural anthropologist; implications for mathematics education rese.
- Erazo-Hurtado, J. D., & Aldana-Bermúdez, E. (2015). Sistema de creencias sobre las matemáticas en los estudiantes de educación básica. *Praxis, II(1)*, 163-169.
- Fonseca-Tovar; L., C. Suarez-Gasca y S. Zabala-Vargas, Estrategias Pedagógicas, Fundamentadas en Aprendizaje Basado en Juegos, para el Mejoramiento en el Proceso de Enseñanza del Concepto de Fracciones Matemáticas, en Estudiantes de Último Nivel de Básica Primaria, Las Competencias y la Sociedad del Conocimiento, 1a Edición, CIMTED, pp 130–154, Medellín, Colombia (2018).
- Fowler, B. (2002). La taxonomía de Bloom y el pensamiento crítico. *Gabriel Piedrahita U. Foundation Published on September*, 1-4.
- Gairín Sallán, J. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educar*, (17), 105-118.
- Gamboa Solano, L., Guevara Mora, M. G., Mena, Á., & Umaña Mata, A. C. (2023). Taxonomía revisada de Bloom como apoyo para la redacción de resultados de aprendizaje y el alineamiento constructivo. *Revista Innovaciones Educativas*, 25(38), 140-155.
- García, J. G. (2020). El constructivismo en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vygotsky para comprender la construcción del conocimiento en el ser humano. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*.
- Gil Ignacio, N., Blanco Nieto, L. J., & Guerrero Barona, E. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de educación*.

- González Peralta, A. G., Molina Zavaleta, J. G., & Sánchez Aguilar, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 26(3), 109-133.
- González Peralta, A. G., Molina Zavaleta, J. G., & Sánchez Aguilar, M. (2017). Identificación de estrategias en un juego bipersonal entre estudiantes universitarios. *Educación matemática*, 29(2), 187-208.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524.
- Hernández Rojas, G. (2008). Los constructivismos y sus implicaciones para la educación. *Perfiles educativos*, 30(122), 38-77.
- Hiebert, J. (2007). The effects of classroom mathematics teaching. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics*, 1, 371.
- Hui, H. B., & Mahmud, M. S. (2023). Influence of game-based learning in mathematics education on the students' cognitive and affective domain: A systematic review. *Frontiers in psychology*, 14, 1105806.
- Joseph D. Novak (2020). *Aprendizaje significativo: Teoría y práctica*. Madrid: Ediciones Morata.
- Juan Pineda, D. (2009). Las matemáticas en nuestro mundo cotidiano. *Revista Digital Universitaria*, 10(1), 1067-6079.
- L. Dee Fink (2020). *Creating significant learning experiences: An integrated approach to designing college courses* (2nd ed.). San Francisco, CA: Jossey-Bass.

- Leguizamón, J., Jiménez, A., & Chaparro, A. (2020). Tendencias didácticas de algunos docentes universitarios de matemáticas. *Praxis & Saber*, 11(26), e11040. <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.11040>
- Lester, F. K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *Zdm*, 37, 457-467.
- Llera, A. A. (2000). *Hueristica, Hipotesis Y Demostracion en Matematicas*. UNAM.
- Lucio, D. R. (1989). Educación y pedagogía, enseñanza y didáctica: diferencias y relaciones. *Revista de la Universidad de la Salle*, 1989(17), 35-46.
- MacGregor, M. y Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11– 15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1–19
- Mora, F. B., Rodríguez, A. R., Nava, M. C., & Álvarez, C. R. (2021). Resolución de problemas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 9(Especial), 10-17.
- Nava, M. C., & Rodríguez, A. A. T. (2017). Las tareas de aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas a distancia. *Revista Mexicana de bachillerato a distancia*, 9(17), 9-9.
- Norbert M. Seel (2022). *Encyclopedia of the Sciences of Learning*. New York: Springer.
- Oei, A. C., & Patterson, M. D. (2013). Enhancing cognition with video games: a multiple game training study. *PloS one*, 8(3), e58546.
- Oldfield, B. J. (1991a). *Games in the learning of mathematics: 1: A classification*. *Mathematics in School*, 20(1), 41-43.
- Oldfield, B. J. (1991b). *Games in the learning of mathematics part 2: games to stimulate mathematical discussion*. *Mathematics in School*, 20(2), 7-9.

- Oldfield, B. J. (1991c). *Games in the learning of mathematics part 3: games for developing strategies*. *Mathematics in School*, 20(3), 16-18.
- Palacios, L. A. R., & García, L. M. C. (2018). Demanda cognitiva de estándares educativos y libros de texto para la enseñanza del álgebra en Honduras. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62), 1134-1151.
- Piaget, J. (1986). *Seis estudios de psicología*. (2a ed.) Barcelona: Barral.
- Polya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pólya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning* (Vols. 1 y 2). Princeton University Press.
- Polya, G. (1963). On learning, teaching, and learning teaching. *The American Mathematical Monthly*, 70(6), 605-619.
- Pratama, L. D., & Setyaningrum, W. (2018). GBL in math problem solving: Is it effective?. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 12(6).
- Prieto, M. D., & Ballester, P. (2003). *Las inteligencias múltiples, diferentes formas de enseñar y aprender*. Madrid, Spain: Pirámide.
- Quevedo-Blasco, R., Quevedo-Blasco, V. J., Téllez Trani, M., & Buela-Casal, G. (2011). La tarea integrada como herramienta para mejorar los procesos cognitivos en tareas de aprendizaje. *R. Quevedo-Blasco & VJ Quevedo-Blasco (Comp.), Situación actual de la Psicología Clínica*, 84-88.
- Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. *PNA*, 6(4), 117- 133.

- Real Academia Española. (n.d.). Matemáticas. En *Diccionario de la lengua española* (23.^a ed.). [matemático, matemática | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE](#)
- Ruiz M. (2017), 40 problemas de ecuaciones de primer grado resueltos. Yo soy tu profe. [40 problemas de ecuaciones de primer grado resueltos - Yo Soy Tu Profe \(20minutos.es\)](#)
- Sampiere, R., Fernandez, C., y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*.
Mc Graw- Hill interamericana
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., Lucio, P. B., Valencia, S. M., & Torres, C. P. M. (2014). *Metodología de la investigación*.
- Sampieri, R. H. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill México.
- Santos-Trigo, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En: Memorias del seminario de Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Schoenfeld, A. (1992). A framework for exploring mathematical cognition. Learning to think mathematically. Berkeley. 34-81. New York: MacMillan.
- Scriven, M. (1989) Student teaching as a rite of passage. *Antropology and Education Quarterly*, 20n 177-195
- Sierpiska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. En H.

- Steinbring, M. Bussi, & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp.30-62). Reston, VA: NCTM.
- Silva, Edgar Emiro (2005). *Investigación Acción: metodología transformadora*. Ediciones Astrodata S.A. Maracaibo, Venezuela, p. 69.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(5), 344-350.
- Stake, R. E. (1994). Case study: Composition and performance. *Bulletin of the Council for Research in Music Education*, 31-44.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based math instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.
- Sung, H.-Y., G.-J. Hwang y Y.-F. Yen, Development of a Contextual Decision-Making Game for Improving Students' Learning Performance in a Health Education Course, doi: 10.1016/j.compedu.2014.11.012, *Computers & Education*, 82, 179–190 (2015).
- Trigo, L. M. S. (2014). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. Trillas.
- Villagrán, E., & Olfos, R. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. *Revista Integra*, 5, 39-50.
- Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.

- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *Revista Ema*, 4(1), 15-31.
- Yin, Robert K. (1984). Case study research: desing and methods, applied social research methods series, Newbury Park, C.A. Sage. Anexo
- Yulianto, A., Sopandi, W., Riandi, R., & Hamdu, G. (2025). A Decade-Long Trend in The Development of Systems Thinking Skills on Science Learning : Contributions to Elementary Schools. *Jurnal Kependidikan : Jurnal Hasil Penelitian Dan Kajian Kepustakaan Di Bidang Pendidikan, Pengajaran, Dan Pembelajaran*, 11(2), 723–733. <https://doi.org/10.33394/jk.v11i2.15279>
- Zabala-Vargas, S. A., Ardila-Segovia, D. A., García-Mora, L. H., & Benito-Crosetti, B. L. D. (2020). Aprendizaje Basado en Juegos (GBL) aplicado a la enseñanza de la matemática en educación superior. Una revisión sistemática de literatura. *Formación universitaria*, 13(1), 13-26.

APÉNDICE A. Transcripción de la sesión 1. Cuestionario.

- Fecha: 8 abril 2024 11:40 am
- Investigador: Laura Itzel Badillo Hernández
- Observaciones: En este día el video no estuvo enfocado a los sujetos de estudio, simplemente en el audio durante la introducción del aplicador, la investigación y la aplicación de la prueba preliminar.
- Etiquetas: **Aplicador [A]** **Sujeto 1 [1]** **Sujeto 2 [2]** **Sujeto 3 [3]** **Sujeto 4 [4]**

Aplicador [A]: ok Les explico. Yo soy ingeniero químico, estoy dando clases de matemáticas, física, biología y química. De hecho aquí me daban todo tipo de materias. Y lo que estoy estudiando es la maestría en ciencias de las matemáticas y su didáctica. Es decir, ¿cómo es dar matemáticas? ¿Cómo es dar matemáticas de una forma más amena para ustedes? Estoy segura de que si les digo ahorita matemáticas, no van a tener recuerdos muy agradables. Lo más seguro es que digan, por ejemplo, ¿qué es lo que piensan cuando les digo matemáticas? Con confianza. Recursar, ok. ¿Qué otra cosa piensan?

Sujeto 1 [1] : ¿Recursar? ¿Reprobar? [Risas]

[A]: ¿Algo más? ¿Les da alegría pensar que van a tener clase de matemáticas? ¿Qué les da a pensar cuando digo matemáticas?

Sujeto 2 [2]: Problemas [Risas]

[A]: ¿Les aburre? ¿se frustran?

Sujeto 3 [3]: Un poco

[A]: ¿cuando les sale un ejercicio están felices? Bueno, les explico a grandes rasgos qué es lo que van a hacer. De hecho, ¿tienen lápiz, lapicero? Van a necesitar lapicero, porque no quiero que me borren nada. Con lapicero van a contestar, si algo se equivoca, les doy un de marcadores, [se retiran brevemente para ir por su material]

Ok, les explico, lo que les estaba diciendo, estoy estudiando esta maestría, ya estoy casi por acabar, de hecho ya cuando acabe, ya vamos a buscar regresar cada dos clases para aplicar todo lo aprendido. Matemáticas yo sé que no es una materia que digan, ay, qué emoción, me dan ansias llegar a la clase, porque pues no, yo sé que no, porque a mí tampoco. Seamos sinceros, yo cuando estudiaba tampoco era como que me gustara tanto estar en matemáticas, valga la redundancia, terminé dando clases aquí. Entonces, ¿para qué o de qué trata lo mío? Bueno, es algo sencillito. Las matemáticas no se ven tan bonitas, pero ¿ustedes creen que se pueden utilizar juegos para aprenderlas?

[1]: Si

[2]: Pues, si

[A]: El sudoku por ejemplo es un juego, y también se aplica a veces ahí. Ok, para eso vamos a trabajar. Lamento informarles, voy a hacer una prueba antes. Tranquilos. Ya, calmados. Si escuchan el examen luego se me desesperan y empiezan todos ansiosos. Nada más un examen, solamente quiero ver cómo resuelven los ejercicios. Todos los ejercicios son de álgebra. Son de primera ecuación. Ni siquiera van a encontrar parábolas ni nada de eso. Y lo que a mí me interesa es ver qué hacen para resolver un ejercicio. Si ustedes usan una tabla para resolver un ejercicio, está bien. Si ustedes usan un dibujo, perfecto. Si quieren ecuaciones algebraicas, igual. Pero si llegan a los resultados por otro método, está bien. O sea, a mí nada más quiero que traten de resolver estos ejercicios. Las sesiones son cinco.

La primera ahorita es la introducción. Les hago su prueba. Van a estar trabajando en esa. La prueba es individual, ahorita les doy sus marcadores y todo eso. Y ya. Van a tener hojas. Si ustedes de repente dicen, ¿saben qué? El primer ejercicio no tengo idea de cómo se contesta. No pasa nada. Pero si hacen su esfuerzo, van a tener unos 40 minutos para contestar. Eso es todo.

Y a la siguiente clase de mañana vamos a estar jugando. Vamos a tener tres juegos. El primero les va a gustar porque se van a comer hasta las monedas de chocolate que les voy a traer. Son sus premios. El segundo ya va a ser un poquito más de matemáticas. Van a ser sumas. ¿Qué tal están con las sumas? Más o menos.

[3]: Masomenos Ok.

[A]: Y luego ya el último juego ya ahora sí van en dos partes. Que va a ser uno con sumas normales. Y el otro ya va a ser en equipos. Van a ser sumas de ecuaciones cuadráticas. Van a encontrar un número y ya ¿dudas?.

Y ya en la última sesión vamos a explicar qué fue lo que estuvieron haciendo con los juegos. Y pues van a hacer la última prueba. Que sería ver si hubo un cambio de los primeros ejercicios a los últimos. Eso es todo. Ustedes no se apuren, no se me estresen. Así que con que estén participando ya tienen más de avance que algunos otros compañeros. ¿Por qué estoy usando juegos? Porque los juegos de estrategia sirven para aplicarlos en las clases. Ustedes han jugado por ejemplo sudoku, ajedrez, incluso un juego de peleas. Lo que sea, no pueden llegar como locos por ejemplo a disparar así nada más en un juego. Tienen que decir, me voy a esconder detrás de él y ya cuando pase le disparó y todo eso. Eso es estrategia.

Y para resolver problemas algebraicos se usan diferentes estrategias. Por ejemplo, si yo les doy las respuestas posibles son A, B o C. A veces incluso los estudiantes toman esas

respuestas para ver si resultaron bien. Eso es todo lo que quiero que hagan. Hasta ahorita, vamos bien. ¿Se acuerdan de cómo me llamo? ya se los olvido. No se apuren. Mi nombre es Laura Badillo. Esta es la única vez que les voy a preguntar sus nombres. Ya después ustedes me van a decir un número o si quieren referirse ustedes con otro nombre. Igual. ¿Cómo se llama usted? {INAUDIBLE}

[A]: Ahora sí. Ya. Esa es la única vez. Ya se me han olvidado sus nombres. No se apuren. Ustedes se van a poner si quieren otro nombre. Adelante. Van a ser anónimos. Si se quieren poner Optimus Prime. Adelante. No hay problema. Por favor que no sean vulgares. O si quieren poner números, igual. Eso ya es decisión de ustedes. Nada más que ese número o apodo que se pongan es para toda la semana. Por favor. No me lo van a cambiar de un día para el otro porque no voy a hacer esto esta semana. Resultados. Por favor. Todo bien. OK. ¿Creen que ya quieren pasar a hacer el examen?

[1] y [2]: No.

[A]: ¿Quieren que les ponga los micrófonos, las cámaras? De todas maneras se están grabando y graban audio. Pero no sé si quieren hablar. Bueno, ahorita es su examen. No deberían estar hablando tanto. ¿Quieren que esos se los pongamos para mañana? Para que ahorita me relaje. Pues sí, ¿no? Que siento que si les pongo cámaras y micrófonos como que ya están todos así. “Yo alumno. Yo bueno”. Tranquilos. Relájense. ¿Pueden sentarse dos en cada mesita? Por favor. Uno acá, otro acá. Si quieren una vez ya quedarse como equipos para todo lo que vayan a hacer o quieren cambiarlo por actividad, también se vale. A gusto de ustedes. {Después de jugar disparejo, se acomodan en sus lugares}

[A]: No me muevas mi camarita por favor, siento que se va a caer en cualquier momento ok. Ahorita no van a jugar de equipo entonces por favor no se sienten juntos, van a contestar una prueba, chicos no se ven en la cámara, ni sus ojos, ni nada así. Ok les voy a dar hojas blancas, les voy a dar marcadores, si quieren contestar en la hoja de preguntas se vale si quieren contestar en otra hoja quieren 20 hojas para contestar al ejercicio si quieren no. ¿Dudas? ¿Ya pensaron en qué nombre se van a poner? Más o menos. Dejé mitad de hojas acá, por si quieren están disponibles y dejé mitad de hojas acá {Entregando hojas blancas por mesa}. ¿Ya pensaron en sus nombres? Empiezo con las chicas, elijan el color que quieran {Entregando marcadores a los participantes}.

Son tres ejercicios. Y luego unas preguntas que ustedes van a contestar. Simplemente las preguntas son para ver cómo que trataron de hacer. Por favor, traten de escribir a detalle todo. Yo quiero saber qué pasa en su cabeza cuando lo hacen. Si ustedes me dan así de que saben qué yo pensé, es que está muy difícil, me voy a pasar con el otro, escribanlo. Si ustedes saben

que el primero no tengo ni idea de cómo se hace, escriban. Todo. Sí, o sea, todo lo que se les venga, venga escribiendo. ¿Dudas?. Si se llegan a equivocar, van a estar contestando con la pizarra. Es por lo que se les dice. Si se equivocan en algo por favor, no lo tachan. Por eso les di un marcador, marquen eso. Así yo voy a saber que ustedes consideran eso un error. ¿Dudas?. ¿Todo bien?. {Entrega la prueba}

Primero les dejo que lean estas. Lea lo primero. Voy a estar pasando. Habrá ejercicios que a lo mejor no tienen idea, porque casi siempre les ponen ejercicios que son X igual a 5 a más 4. Y ahorita se están encontrando con ejercicios contextualizados. Y ustedes tienen que proponer sus ecuaciones. Con las letras que se les antoje, como ustedes quieran, no se apuren. Me puedo acercar si tienen dudas, no les voy a dar respuestas. Pero sí les puedo ayudar a dar pistas. ¿Todo bien? Ok. Entonces tienen 30 minutitos y luego le agregamos 10. Empiecen

{Inicia la aplicación de la prueba inicial}

Observación del investigador: durante la aplicación, todos los participantes se toman un tiempo considerable para leer con cuidado los problemas

{Se acerca el investigador a la mesa 1 por qué el participante número 3 levanta la mano por una duda}

[A]: ¿qué pasó?

[3]: Es que el dos me sale muy...

[A]: ¿Y si lo trata de plantear de otra forma?

[3]: Es que no me acuerdo como se hace

[A]: El tiene 46 y su hijo 11, ¿a poco no es la misma variable? me está diciendo que la edad del papa y del hijo son iguales, aca ya es una diferencia

[4]: Disculpe miss, es obligatorio ponerle lo de "x,y"

[A]: No, si no quiere no.

[4]: Pero aquí la edad del papá ¿eh?

[A]: ¿Cuántos años tiene que pasar, para que?

[4]: ¿Osea la edad del papá se queda fija?

[A]: Las edades van a seguir avanzando

[4]: Ah, ok, de ambos

[A]: si, la edad de ambos, entonces si usted va a saber la edad del papá en cuantos años, ¿como lo pone? ¿acá más cuanto?

[2]: ¿Entonces la edad del papá también avanza?

[A]: ¿qué les pregunta la primera? ¿en cuantos años, se va cumplir la condición, no?

[2,y 4]: ajá

[A]: Ustedes no saben en cuantos años, esa es su incógnita ¿no?, ok, tienen la edad del papá, tienen la edad del niño y va a ser la edad del papá más los años que ustedes no conocen ¿igual a que?

[2]: igual va subiendo la edad de los dos

[A]: va subiendo la edad de los dos, o sea a los dos se les va sumando. ¿Ya pudo?

[A]: Cuántos años deben transcurrir para que la edad del padre sea el triple de la del hijo. ¿Cómo sabemos el triple de algo? ok entonces sería el triple de la edad del hijo, más los años que transcurrieron, ¿no? el triple de la edad del hijo, más los años que transcurrieron, eso va dentro del paréntesis.

[2]: ¿y si ya acabamos?

[A]: ¿Ya lo terminó?

[2]: Ya

[A]: Ay, ¿me lo podría poner en otra hoja un poco más detallado?

[2]: ¿O aquí enumerado?

[A]: Si por favor

[3]: El número de participantes, ¿cómo es?

[A]: Ah, es es como usted se refiere, es el apodo que se pongan

[A]: Si se les acaba el espacio acuerdense que pueden trabajar en otra hoja o al inverso. Si se quieren retirar ya se pueden ir, eso es todo por hoy.

[1,2,3,4]: ¡Gracias!

APÉNDICE B. Transcripción de la sesión 2. Círculo de monedas

- Fecha: 9 abril 2024 8:20 am
- Investigador: Laura Itzel Badillo Hernández
- Observaciones: Se realiza la transcripción de video y audio de cada participante durante la aplicación del juego círculo de monedas.
- Etiquetas: **Aplicador [A] Sujeto 1 [1] Sujeto 2 [2] Sujeto 3 [3] Sujeto 4 [4]**

Aplicador [A]: ¡Hola! Buenos días ¿tienen examen?

Sujeto 2 [2]: De historia

[A]: ¿quieren que los deje hacer su examen?

Sujeto 1, 3 y 4 [1,2,3,4]: ¡No!

[A]: ok No, vamos a ver. Van a jugar en equipo, van a necesitar lapicero, para hacer anotaciones, si quieren vayan por él {se retiran brevemente del salón} Los que ya están, si ya tienen lapicero, agarren un lugar donde se quieran sentar. Ya está ahí el microfonito porque ahora si se lo van a poner [INAUDIBLE] Ahora sí van a estar hablando. Por eso ahora sí me interesa que se pongan los micrófonos. Tienen su micrófono y ya estamos aquí. ¿A poco tienen examen? ¿Tienen examen?

[1]: Nada más yo, porque yo lo voy a intentar. {Conectado videocámaras}

[A]: ¿Quieren jugar? ¿Puedo poner sus pesos ya? ¿Son 10? ¿Se sienten muy profesionales trabajando con micrófonos? Tranquilos. ok vamos a empezar, tra vez me vuelvo a presentar. Ya se les olvidó mi nombre. Me llamo Laura Badillo, ya explicamos que estamos haciendo una investigación chiquita, no se me pongan nerviosos. Aquí nada más es que vengan a jugar. ¿Qué tal sintieron los ejercicios de ayer?

[2 y 3]: Fáciles. Fáciles.

[1]: Bueno difíciles

[A]: Por ejemplo ¿Cuántos de los tres se les hizo más fácil?

[1,2,3,4]: El primero. El primero. El dos. El segundo.

[1]: El primero, cuando me explicaron de que la edad del papá también cambiaba

[A]: El dos ¿por qué?

[4]: Porque nada más era como de buscar un número que sumará 51, entonces fue fácil

[A]: ¿El 3?

[1]: Estaba difícil

[A]: ¿No les gusto?

[3]: Bueno yo no sé si lo sentí como fácil, fue como más visual, haciendo como unas tablas y así.

[1]: Ok, si vi que unos usaron tablas, otros hicieron, por ejemplo el dos, se podía hacer con Álgebra, pero hicieron una ¿suma, que sumará 30, creo? o algo así

[1]: Ah, yo busqué 30 ajá, el número 30

[A]: Curioso. Al final de cuentas, acuerdense que todos los ejercicios de matemáticas se pueden resolver por como ustedes quieran. Eso es algo que a lo mejor a veces cuando damos clases, les dicen, ¿esto se resuelve por el método específico? No sé. Si son la chicharronera, en la ecuación general, y está siempre que tenga ecuaciones cuadráticas, tienen que usarlo. Y no, a veces pueden resolverlo más sencillo sin que salgan preocupados. O incluso hay otros métodos más pesados, pero que se hacen de acuerdo con lo que ustedes quieran. Entonces, esa es la ventaja de matemáticas. Y de hecho, eso es lo que genera un montón de confusión en los alumnos, porque luego dicen, bueno, me dijeron que lo tenía que resolver con esta forma y encontré otra forma. Entonces, ¿qué pasa? Tranquilos, eso es matemáticas. Tienen en frente unas moneditas, cuando terminemos el juego, son ustedes. son de chocolate.

El jueguito es sencillo. Ustedes tienen hojas, ¿por qué? Porque ahí van a estar haciendo anotaciones. Todo lo que ustedes piensen que va a ser bueno, anotenlo ahí. De hecho, les va a ayudar un montón, porque van a empezar a hacer “cálculos”. ¿En qué consiste el juego? Les hice aquí en el pizarrón. No sé si ustedes alcanzan a ver, si no los hago acá. Tienen un círculo de monedas. ¿Sí? Lo que van a jugar es que pueden sacar una ficha o dos fichas. O sea, una o dos monedas por persona. Si ustedes sacan una ficha puede ser la que se les antoje ¿Sí? Si ustedes sacan dos fichas, tienen que ser dos que estén juntas. Eso es todo lo que se les pide. ¿Dudas? Ahora, ¿cómo van a ganar? El que saque la última ficha. Eso es todo el juego, van a sacar una o dos, como ustedes quieran. Y quien saque la última moneda, es el ganador. ¿Se entendió? ¿Quieren hacer una prueba? Practiquenlo tantito.

Saquen una ficha, saquen dos fichas. Acuérdense que si son dos fichas tienen que estar juntas, es lo único que se pide {el aplicador se coloca entre las dos mesas para observar que inicie el juego entre los equipos y las posibles dudas}

[1]: Pero, osea por ejemplo, supongo que es sacar una y luego dos. ¿No puede ser que saquemos dos?

[A]: No, si quieren sacar dos puede sacar dos.

[2]: Ah por ejemplo no tengo que sacar una y después dos

[A]: No, no, es a su gusto

{Empieza el juego de prueba}

[1]: Vamos, pues ya.

[2]: Bueno, lo he ganado. Pues, sí ¿no?

[A]: ok ¿ya entendieron el juego?

[A]: ¿Ya entendieron el juego?

[1,2,3,4]: si

[A]: Ahora, ¿qué voy a pedir que hagan en los próximos 40 minutos? Vean quién entonces va a ganar. Diseñen una estrategia ganadora. Es decir, si ustedes son los primeros en mover la ficha ¿van a ganar a fuerzas?, ¿o cuántas fichas tienen que haber sacado ustedes para que ganen? ¿si se entendiera? ¿Sí? ¿Seguros? Pues, confianza. Van a estar jugando. Van a hacer un montón de juegos. Platiquen entre ustedes. Les digo que están las notas, por ejemplo, si quieren dibujar, por si quieren hacer cosas. Lo que ustedes necesitan para hacer sus anotaciones, ahí están. Y ustedes tienen que ver entonces cuál es la estrategia ganadora. O sea, ustedes van a decir, si yo soy el primero, si yo soy el primero que saca dos fichas al inicio, yo gano siempre. Si yo ya saqué cinco fichas, yo ya sé que al siguiente momento yo gano. Eso es lo que quieren que me digan ustedes. ¿Se entiende? Si quieren, ahorita jueguen en parejas. Si quieren, les doy más monedas para que jueguen cada quien. ¿Quieren jugar ahorita en parejas para que lo vayan entendiendo? ¿Sí? Ahí tengo monedas, las que sobren son de ustedes. ¿Sí? Entonces, bueno, ¿quieren media hora? ¿O quieren 15 minutos pareja y luego 15 minutos individual?

[3]: Todo.

[A]: ¿Todo en pareja? ¿También? Ok. Entonces, ¿tienen media hora para empezar a jugar? Y decirme cuál es la estrategia ganadora.

[INICIA TRANSCRIPCIÓN DE CADA MESA]

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
<p>[3]: ¿Tienen que ser dos? ¿Tienen que ser dos monedas juntas? ¿No? ¿La mía? No.</p> <p>[2]: Entonces, primero sacaste una. No, primero tú sacaste una. Yo saqué dos.</p> <p>[3]: Yo saqué dos.</p> <p>[2]: tú sacaste dos. Yo saqué dos.</p>	<p>[1]: haber inicia tu</p> <p>[2]: ah, ya</p> <p>[1]: pero no están juntas, osea las monedas deben estar siempre juntas para sacar dos</p> <p>[A]: siempre deben estar juntas</p> <p>[1]: no, pues entonces me jugó muy bien mi compañerito aquí</p>

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
[3]: Entonces, sacamos	[2]: A ver otra vez [1]: claro [2]: entonces ¿anotamos aquí? [1]: pues que anotamos teniendo, tu dime

[A]: Al final de los 10 minutos que nos sobran, para pasar a explicar, cual es la estrategia ganadora

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
<p>[3]: ¿Sacó una? ¿Saco dos? Entonces, sacaste una y yo saqué dos. Yo saqué dos.</p> <p>[2]:] Yo saqué dos..</p> <p>[3]: Yo quiero uno. Yo hice dos y sí. A ver yo te la pongo. Y si tú sacas dos, yo saco esta y ganas tú. Tendríamos que sacar... A ver, ¿cuántos tengo que sacar? ¿Cuántos son? Son segunda individual.</p> <p>[3]: ¿Cuántas sacaste? ¿Una?</p> <p>[2]: Ajá, saqué una ¿Cuántas sacaste?</p> <p>[3]: ¿Dos?</p> <p>[2]: Fueron dos ¿Cuántas sacaste? Dos</p> <p>[3]: Ajá, dos, luego dos y dos, Diez</p> <p>[2]: Ah, sí</p> <p>[3]: Haber entonces, ¿sacaste uno?</p> <p>[2]: Ajá, pero ya [INAUDIBLE]</p> <p>[3]: Sobraron cuatro</p> <p>[2]: ¿Sacaste dos? ¿Quién empezó?</p> <p>[3]: Aquí es donde saca.</p>	<p>[2]: wey, si tienes 3 y dos están juntas, tienes que separar todas y ya la última la jala el otro ¿no?</p> <p>[1]: A ver ahora yo inicio aquí</p> <p>[1]: ay condenado Toñito</p> <p>[2]: pues otra vez, ¿no?,</p> <p>[2]: pues si no, haber iniciare viejo</p> <p>[2]: ¿porque yo tengo 6?</p> <p>[1]: porque tu en el segundo movimiento también tomaste dos y solo solamente quite uno, tú quitaste 2 y yo solamente uno.</p> <p>[2]: pues haber yo, traca</p> <p>[1]: A ver vuela a iniciar tu amigo, pero entonces puede ser otro ¿no? rescatando de una en una y el otro en 2?</p> <p>[2]: a wiwi, a ver inicia</p> <p>[1]: ya gane</p> <p>[A]: ¿Ya le encontraron la forma?</p> <p>[1]: Ya, creo que ya</p> <p>[A]: Ahora si, ¿bien seguros?</p>

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
<p>[2]: Entonces sacamos. Hay que sacar dos y luego.</p> <p>[3]: ¿Primero una?</p> <p>[2]: Ahora dos. Ahora dos.</p> <p>[3]: ¿Quién empezó? Sí</p> <p>[2]: Ahora dos</p> <p>[3]: ¿Gana quien sacó primero, no?</p> <p>[2]: Si</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>[A]: Ustedes ¿cómo van?</p> <p>[2]: Bien</p> <p>[A]: ¿Todavía no? ¿Todavía con diez o quien ya con doce?</p> <p>[2, 3]: Con doce</p> <p>[3]: ¿Quién sacó?</p> <p>[A]: Tú. Pero aquí no se va a poder.</p> <p>[3]: A ver, entonces. No, serían otras dos porque si no ya no podríamos sacar . Entonces ¿las sacamos juntas?</p> <p>[2]: Si, ¿no? cuando se sacan dos tiene que ser juntas</p> <p>[3]: Entonces ahí yo tengo dos</p> <p>[2]: ¿Quién empezó esto, tú?</p> <p>[2]: Si, ya no me acuerdo cual es la ganadora</p> <p>[A]: Necesitan marcatextos por si alguna ya no resultó como ganadora? Acuerdense que si se equivocan lo tachan nada más.</p> <p>-----</p> <p>-----</p>	<p>[4]: Pues, supongo que si</p> <p>[A]: Haber, ahora con 12, ¿aplicará lo mismo?</p> <p>[2]: A ver, entonces, vamos con la última</p> <p>[1]: tracas</p> <p>[2]: A ver, no verdad</p> <p>[mueven las piezas hasta quedar 4 fichas separadas, el sujeto 1 las cuenta una por una antes de realizar otro movimiento]</p> <p>[1]: ah, ya me ganaste viejo</p> <p>[2]: si si, dejame anotar lo</p> <p>[2]: a ver te toca</p> <p>[1]: tracales [moviendo dos fichas, una y dos]</p> <p>[el otro jugador saca una sola ficha en su turno con el propósito de no dejar junta ninguna]</p> <p>[1]: Ay, otra vez perdí hijo</p> <p>[2]: si, mira</p> <p>[1]: haber otra vez inicio yo [ahora él inicia con una ficha, el otro jugar sigue con su técnica, pero se percata que ahora ya no puede dejar fichas solas, por qué el jugador 1 ya no deja espacios tomando de dos en dos]</p> <p>[2]: no ya, no</p> <p>[A]: ¿cómo vamos ya encontraron una ganadora?</p> <p>[2]: no, todavía no</p>

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
<p>[3]: ¿Quién empezó esto, tú?</p> <p>[2]: Si, ya no me acuerdo cual es la ganadora</p> <p>[3]: ¿Y si lo sacamos de dos en dos?</p> <p>[2]: entonces yo sacaría y dos y luego tu dos</p> <p>[3]: Te digo que sacó dos</p> <p>[2]: ok, y si, ¿tú comenzarás sacando una y yo después dos? ¿Sería lo mismo?</p> <p>[3]: Haber, entonces yo sacó solo una</p> <p>[2]: Luego yo dos, dos. Entonces sería, si yo, sacan dos primero, perdería</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>[A]: ¿cómo va?</p> <p>[1]: Masomenos, yo si creo que ya</p> <p>[A]: ¿Ustedes?</p> <p>[3]: es que ya sacamos varias</p> <p>[A]: Ok, entonces ahora con quince monedas</p> <p>[1]: Es que creo que ya</p> <p>[A]: Ok, han estado jugando con pares, ¿ahora con quince? ¿Será lo mismo?</p> <p>[3]: ¿Jugamos intercalado?</p> <p>[2]: ok. ¿Quién empezó? ¿yo?</p> <p>[3]: Ajá</p> <p>[2]: ¿De dos en dos? entonces sacamos de dos en dos y la que quede</p>	<p>-----</p> <p>-</p> <p>[2]: no pus ya perdí otra vez</p> <p>[1]: tú o yo?</p> <p>[2]: yo, yo, yo</p> <p>[2]: a ver ahora yo</p> <p>[1]: voy yo</p> <p>[A]: ¿cómo va? ¿ya?</p> <p>[2]: pues creo si yo, ya, haber una más y ya [inicia de nuevo el juego, pero el jugar no mueve las fichas de igual forma como los juegos pasados y pierde]</p> <p>[1]: ¿no que ya?</p> <p>[2]: si,pero es que cambie mis movimientos</p> <p>[1]: pues ya no, yo creo que entonces ya agarro la forma</p> <p>[2]: ya miss</p> <p>[A]: pues hasta ahora han estado jugando con puros pares, van con 15</p> <p>[2]: ah, a ver</p> <p>[1]: ¿pero 15 no es un número par?</p> <p>[2]: ¿mande?</p> <p>[1]: ¿15 no es número par?.. no pues no verdad jaja, pues haber ahora inicio yo, no te preocupes</p> <p>[2]: saco, ya vi [trata de realizar las mismas acciones que en juegos pasados, pero no logra ganar]</p> <p>[1]: no pues hay que agarrarle la forma</p>

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
<p>[3]: sacando de dos en dos, la persona que empieza pierde. ¿En intervalos?</p> <p>[2]: ok</p> <p>[3]: tu sacas</p> <p>[2]: Ahora yo saco dos, ¿lo hacemos al revés? para ver si se cumple. Otra vez, pero ahora tu sacas</p> <p>[2]: ok</p> <p>-----</p> <p>---</p> <p>[A]: ¿cómo van acá? ¿ya encontraron a la ganadora?</p> <p>[2]: Es que tenemos muchas</p> <p>[A]: ah, pero esta es la infalible, es decir, siempre que tenga esta gano</p> <p>[3]: Si ¿no?</p> <p>[2]: Bueno, es que si primero, bueno, primero hicimos uno de si sacamos yo solo dos y ella solo una, si yo empiezo, pierdo</p> <p>[3]: por ejemplo en las diez monedas sacando de uno en uno, el que saca primero pierde y por ejemplo con las 12 monedas, sacando de una en una, el que empieza igual, vuelve a perder, pero en 15 sacando de una en una, el que inicia gana</p> <p>[A]: ok, vamos a jugar Vamos, 3, 4, 5, ya llevo 5, ya llevo más 10 ahorita. 7, 8, ¿con 8 se da lo mismo?.</p> <p>[2]: Ajá. ¿De 1? ¿De 8? ¿Sí? Sí, creo que sí.</p>	<p>[2]: perdí otra vez, a ver ¿que iba a notar? iba a anotar algo pero se me olvidó, a ver otra vez [inicia otro juego y vuelve a perder]</p> <p>[2]: no</p> <p>[1]: a ver esperame [procede a anotar en sus hojas] inicia tu [inicia otro juego y ahora él es quien pierde]</p> <p>[1]: pues ya perdí, si ya perdí viejo no hay otra forma</p> <p>[2]: ¿y yo qué hice?, a ver una otra vez, quien inicia tu o yo</p> <p>[1]: yo [inicia sacando siempre dos piezas y ahora gana]</p> <p>[2]: a ver yo [inicia con una, y luego de dos en dos, lo que ahora hace perder a su contrincante]</p> <p>[1]: yo inicio [ambos sacan dos fichas hasta quedar 5, el otro compañero saca solo una, dejando dos pares juntos, el jugador 2, saca entonces una sola ficha y eso obliga a su contrincante a sacar una, para que pueda ser el ganador]</p> <p>[2]: si pensé que si me ibas a ganar [vuelven a jugar y de nuevo en los últimos 3 movimientos deben elegir fichas que les permitan ganar]</p> <p>[A]: ¿cómo va?</p> <p>[2]: masomenos</p>

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
<p>[3]: De 8, 1, 2, 3, 4. Entonces, en los que son pares, sacando de una en una, el que empieza igual.</p> <p>[2]: ¿Cuándo son impares? El que empieza gana</p> <p>[A]: ¿Esa es ya la que sienten que es la infalible?</p> <p>[2]: si</p> <p>[A]: ok, ¿con cinco?</p> <p>[3]: Ahora vamos a poner todo, sacando de una en una. tu inicias</p> <p>[2]: Ajá, porque los impares, de una en una ,el que inicia gana. Ah, y los impares, el que inicia siempre pierde</p> <p>-----</p> <p>[A]: ¿Lo encontraron?</p> <p>[3]: Sí, creemos que ya miss.</p> <p>[A]: ¿intentaron con pares y sin pares, verdad?</p> <p>[2,3]: Ya.</p> <p>[A]: ¿si coincide? ok esperamos un momentito, en lo que acaban sus compañeros</p>	<p>[1]: si está muy disparateo en los que ganan</p> <p>[2]: a ver otra [vuelven a jugar y ahora identifican qué hacer con las últimas 5-6 fichas para evitar que el otro gane]</p> <p>[1]: si, yo pensé que iba a agarrar ahí y dije me lo como ahí mismo, pero no, muy bien, ahora inicio yo, dale guero</p> <p>[2]: tracas [de nuevo descubren cómo bloquear que gane el otro con las últimas 5 fichas]</p> <p>[2]: ¿ya agarraste?</p> <p>[1]: ya</p> <p>[2]: no, ya aunque quisiera yo, me ibas a ganar</p> <p>[1]: no, ¿o sí?, porque si ahí quedaban 3, dos juntas y tu quitabas la de enmedio, a no si es cierto jaja. A ver si quieres inició yo [vuelve a jugar y de nuevo gana]</p> <p>[2]: a no ya ganaste</p> <p>[A]: ¿ya encontraron la infalible?</p> <p>[2]: pues así la infalible no, es que si nos la estamos llevando ahí</p> <p>[A]: ¿quieren bajar el número de monedas?</p> <p>[2]: pues si una menos, ¿va?</p> <p>[vuelven a jugar hasta dejar 5 fichas y vuelven a predecir quién ganará dependiendo el orden]</p> <p>[1]: a ver yo</p>

MESA 1 (Sujeto 2 y 3)	MESA 2 (Sujeto 1 y 4)
	<p>[2]: ya gané viejo</p> <p>[A]: ¿Tienen su ganadora?</p> <p>[2]: pues masomenos, si muy muy ni tantan</p>

[A]: ok, venganse para aca [se mueven a una sola mesa todos los participantes] ustedes ya tienen una estrategia, quién de ustedes quiere jugar que diga ya con esta estoy seguro de que ganó, vamos jugar con el inicial de 10 monedas, ¿de los chicos quien es el bueno?

[2]: yo

[A]: de ustedes va a ser usted verdad

[3]: si

[A]: ok vamos a ver quién gana, con 10 fichas

[inicia sujeto 2, con dos ficha, el sujeto 3 busca en sus anotaciones y procede a sacar una ficha, el otro jugador saca una ficha, mientras que el jugador 3 saco dos fichas más, dejando 4 disponibles y en par]

[1]: no chavo, ya perdiste

[2]: si la neta ya, pues ya en ceros ¿no?

[A]: no por favor terminen bien

[el jugar dos saca 1 ficha, mientras que la jugadora 3 saca una ficha únicamente, dando el gané al jugar 2][inmediatamente se da cuenta de su error y todos rien]

[A]: ahora los otros jugadores y con 15 fichas

[1]: fue con la que no pudimos ¿verdad?

[2]: si por eso le bajamos jaja, haber que inicien las damas

[revisan su anotaciones]

[1]: pues que sea lo que dios quiera ¿no? es la estrategia sagrada

[2]: es que para este como que si

[1]: es que este esta bien raro, porque no como que había forma

[2]: si como que sabías hasta como por la mitad quien ganaba

[A]: Bueno ahorita me van a decir como ganar o cómo perder, mientras en sus hojitas escriban su apodo para el estudio, y ahora si iniciamos el juego

[la jugadora 4 inicia con 1 ficha, mientras que el jugar 1, recoge dos, una, dos, una dejando espacio, una para dejar 5 fichas juntas y una sola, de nuevo una sola ficha para dejar dos fichas solas y tres juntas, el jugador 1 se lleva dos juntas dejando 3 fichas separadas]

[2]: ¿ya sacó? entonces ya ganó

[3]: haber otra que no quedó bien

[inicia de nuevo el juego con el jugador 1 sacando dos fichas, la jugadora 4 saca dos fichas generando dos partes una de 7 fichas y otra de 4, en respuesta saca una sola ficha que es tomada por la otra jugadora dejando 5 y 4 fichas disponibles juntas, el jugador 1 toma una ficha del montón de las 4, mientras que la jugadora 4, toma de ese mismo montón dos fichas, ahora el jugador toma 2 fichas del montón de 5 y la contrincante toma 2 fichas, dejando ya solo dos fichas disponibles para tomar una a una, lo que le da la victoria]

[2]: no pues ya, ahora si nos ganaron

[A]: Por qué? ¿Cómo sabe que van a ganar? ¿Cuáles son las condiciones?

[3]: Es que nosotras dijimos que en par, cuando tú empiezas a sacar de uno en uno, ganas. Entonces, por eso te sacan así, para que no pudieras sacar de a dos.

[2]: Así es, pero después lo puedes emparejar tú, ¿no?

[1]: Ajá. Y ellas sacan dos, tú te sacas igual dos. Pero siempre sacan uno.

[3]: Y pues la segunda, como él sacó de dos, uno, dos, entonces no puede aplicar la misma. entonces fui intercalando

[A]: Cambiando de vez en cuando. Ok.

Ahora, ¿cómo es que llegaron a la estrategia? ¿Qué estuvieron haciendo?

[3]: Estuvimos empezando, bueno, yo empezaba a sacar uno y ella igual sacaba uno.

Entonces, uno perdía, si empezaba. Y si lo hacíamos al revés, ganaba yo.

[A]: Ok. eso era en el 10.

[2]: Y en impares, si tú empiezas de uno en uno, ganas.

[A]: Ok. Entonces, si tú eres el primero en sacar en impares, de uno en uno vas a ganar siempre.

[3, 4]: Sí.

[A]: Ok. No importa las fichas que saques, el otro contrincante. Si saca uno, si saca pares.

[3]: Ah, no, si estas sacando dos Intercalados, por ejemplo, cinco. Sí. Por ejemplo, si yo empiezo sacando uno y el otro saca dos, y yo vuelvo a sacar uno y así, yo pierdo.

[A]: Ah, ok. O sea, gana el que saca, va sacando de dos. Ok.

[3]: En impares y en pares, sí va sacando, por ejemplo, a intercalados de que ella saca uno siempre y yo saco dos siempre. Entonces, gana el que saca primero uno.

[A]: Ok. Por ejemplo, acá los chicos no estaban tanto viendo si eran pares o impares o no. Pero sabían al final qué hacer como para que el otro no ganara. ¿Qué hacían?

[2]: Emparejamos así. Y quedará una. Yo quería una pareja y la otra sola, ¿no?

[1]: Ajá.

[A]: Ok. Para que ustedes ya sacaron a la ganadora.

[1]: Sí. Era dejar una sola y dos juntas para que ahí uno se equivocara.

[A]: ¿En algún momento visualizaron las jugadas previas?

[1,2]: Yo sí, yo sí.

[A]: O sea, que decían, él va a sacar dos, tres, y yo voy a sacar la otra.

[2]: . Sí, sí, más que nada en las últimas

[A]: ¿En algún momento terminaron de jugar una partida y se fueron como que estuvieron haciendo hacia atrás?

[1]: No. yo no

[A]: Bueno. ¿Cómo se sintieron con el juego?

[2]: Está chido. Está padre que ver ecuaciones

[A]: . Este es el juego más sencillo. O sea, no hicieron tantos cálculos como tal. Sí. O sea, estuvieron moviendo fichas. Ya mañana van a empezar a hacer sumas. Son sumas normales. Van a sumar de uno al cinco. O sea, no se apuren. También les voy a traer dulces porque necesitan una ficha para entonces. Entonces, pues bueno. Ya tienen sus números, todas sus hojas. Ya. Sí, ya. ¿Ya tienen su estrategia ganadora o sus condiciones? Ya las tengo. O sea, que me digan, esta es la buena.

[2]: Pero pues muy ganadora no fue.

[A]: Pues, de todas maneras, una estrategia.

[2]: Con la de 15, no. Yo no tuve ninguna estrategia.

[1]: No. No encontré un modo.

[A]: ¿Creen que ustedes cuando están resolviendo ejercicios de matemáticas ocupan alguna de estas estrategias?

[1]: Sí, ¿no? No sé. Depende del caso del ejercicio. Por el tanteo. Ok. Ajá.

[A]: Bueno, el tanteo es una estrategia. A no le gustan los profesores, pero es una estrategia. Entonces, eso es lo que van a estar jugando. Ya es todo. Ya descansen. ¿Quieren moneditas? Les regalo 10 a cada uno.

[A]: Así que agarren sus moneditas y ya se pueden retirar.

[1,2,3,4]: Gracias. Gracias

APÉNDICE C. *Transcripción de la sesión 3. Acumulador*

- Fecha: 10 abril 2024 am
- Investigador: Laura Itzel Badillo Hernández
- Observaciones: Se realiza la transcripción de video y audio de cada participante durante la aplicación del juego acumulador
- Etiquetas: **Aplicador [A]** **Sujeto 1 [1]** **Sujeto 2 [2]** **Sujeto 3 [3]** **Sujeto 4 [4]**

Aplicador [A]: Hola buenos días, vamos a comenzar otra vez van a jugar en parejas. Si quieren los mismos equipos, no hay problema. Si quieren cambiarlos, igual.

Sujeto 1 [1]: Ups, sí. O no se pueden equipos de todos lados.

[A]: No.

[1]: No se pueden equipos con ustedes.

[A]: No. Entonces, ustedes deciden, no hagan desparejo, pidieron papel en la juguera, si quieren jugar otra vez igual, ustedes deciden. ¿Yo los hago? A ver. Los dos en medio y los dos los dos. Ahí está.

Sujeto 2 [2]: Ah, pues así más fácil

[A]: Si para que no batallar. Entonces, ustedes se quieren sentar, no hay problema. Ahí sus micrófonos.

[A]: Ok. hoy van a jugar y ahora si van a ocupar numeritos , tranquilos son números del 1 al 5 no creo que haya mucha complicación todavía, esperemos. el juego se llama acumulador, les voy a pasar esta plantilla a todos, va a ser una plantilla por equipo, nada más. ¿de qué trata?. Ahí, si se dan cuenta, tienen unos pulparindos que van a hacer su ficha. Nada más van a jugar con una sola ficha. Y, por ejemplo, yo, que voy a ser el primer participante, voy a ponerlo así. ¿Estamos bien?

[1]: Sí

Sujeto 3 [3]:

[A]: Y yo voy a llevar la cuenta por cualquiera de las líneas. Por ejemplo, yo digo cinco, cinco, tres, ocho. Y luego el otro jugador va a decir más dos, diez. Y así se van a ir. Van a ir sumando. Lo pueden mover para acá o para allá. Siempre que sigan las líneas, eso es todo lo que se pide.

[3]:Ok.

[A]: ¿Está bien?

Sujeto 4 [4]: Sí. Sí.

[A]: Ahora, ¿cómo ganan? Va a ganar aquel que llegue a sumar veintitrés. Se van a estar sumando. El primer jugador pone cuatro. El segundo lo mueve a cinco. ¿Ya cuánto llevamos? Nueve. Bueno. Y luego el otro lo pone a dos. Once. Y luego, ¿tres?

[2]: Quince. Ah, no, catorce.

[A]: Y luego, ¿uno?

[2]: Quince.

[A]: Y luego, ¿cinco?

[2]: Veinte.

[A]: Y luego, entonces, ¿cómo gano?

[2]: Ah, pues si lo pones al dos, ¿no? Ah, no.

[A]: ¿Seguro?. ¿Gana el que llegue a veintitrés, no?

[2]: Ah, veintitrés, pues tú lo pones en el tres.

[3]: Ah, pues sí. Ah, bueno.

[A]: ¿Ya se entendió? Sí. Van a ir sumando. Cada uno va a ir moviendo la ficha. Y cuando la mueva, va a sumar. Gana el que llegue a veintitrés. ¿Quieren hacer una prueba primero?

[1,2,3,4]: Sí, sí, sí.

[A]: Porque le voy a dejar que me digan. ¿Cómo van a ganar siempre? Ah. ¿Qué tienen que hacer para que siempre ganen?

[2]: ¿Cómo el juego de ayer?

[A]: Pues, ¿qué número tienen que llegar para ganar siempre?

MESA 1 SUJETO 2 Y 3	MESA 2 SUJETO 1 Y 4
<p>[2]: a ver</p> <p>[3]: Yo empiezo ¿no iban primero los damos? empezamos del uno, ¿no? ¿del uno empezamos?</p> <p>[2]: ah, pues mira, ponte en el dos y te vas al cinco ¿al cinco? o bueno primero las damas a ver, ya si</p>	<p>[1]: nos va a hacer jugar así</p> <p>[A]: no la fichita solo es una por equipo</p> <p>[1]: ¿es por turnos?</p> <p>[A]: si por turnos</p> <p>[1]: ok entonces si</p> <p>[4]: ¿se puede así?</p> <p>[A]: si mientras siga las líneas</p>

<p>[3]: empieza acá y no</p> <p>[2]: ah, o sea, no ¿ya es de las líneas de los costados?</p> <p>[3]: no ya llevamos cinco vas tú siete</p> <p>[2]: siete, siete</p> <p>[3]: doce</p> <p>[2]: doce quince</p> <p>[3]: diecisiete siete</p> <p>[2]: veinti... no, no, mejor acá</p> <p>[3]: veintiuno, veintitrés y ya te gané</p> <p>[A]: ¿cómo van? ¿ya ganaron? ¿ya le entendieron al jueguito? ok , viene la pregunta ¿hasta qué número tienen que llegar para ganar al siguiente turno?</p> <p>[2]: como por el 20, ¿no? no 20 19 por ahí mero</p> <p>[A]: Masomenos ustedes chequen</p> <p>[A]: ajá por ahí ¿ tiene que empezar en un número específico para ganar?</p> <p>[2]: ah pues sí como por el 17 porque el número máximo es 5 ajá pues en el 17 ya se puede ganar te puedes guiar desde el 17 pues</p> <p>[A]: Entonces empiezan ustedes a checar</p> <p>[3]: 4, 5 ¿y qué tenemos que anotar?</p> <p>[2]: 2 y 10 1, 2, 3, 4</p> <p>[A]: sus ideas si yo llego entonces a qué dijeron ¿17? siempre gano</p> <p>[2]: ¿era 22 o 23? ah no entonces 17 no, ese es 18</p> <p>[A]: ah entonces anoten “yo digo que si yo acumulo hasta 18 puedo ganar”</p>	<p>[1]: entonces llevamos 15, 19</p> <p>[4]: 20</p> <p>[1]: 23 y ya le gané</p> <p>[A]: ok ya entendieron el juego? ahi tienen sus hojitas para que escriban sus ideas y me tienen que decir hasta qué número deben de llegar para ganar</p> <p>[1]: ok como a las 19 o el 18</p> <p>[A]: ok ustedes me tienen que decir, desde dónde deben empezar</p> <p>[1]: ahora yo empiezo, primero las damas, a ver digamos, ya contando, uno</p> <p>[4]: 10</p> <p>[1]: ¿19?, 21</p> <p>[4]: no ya no</p> <p>[1]: si si hay error ¿no? ya nadie puede ganar</p> <p>[1, 4]: 22</p> <p>[1]: miss y si llegamos a un punto en donde nadie gana, porque llegamos aquí el 21 y después ¿no? ya se puede no lo se puede</p> <p>[4]: si aquí llegamos a 21 y a no se puede poner a 23</p> <p>[A]: Ok y ¿ por qué pasó eso?</p> <p>[4]: porque tú lo pusiste aquí</p> <p>[A]: y eso está bien ¿apoco eso es una ganadora?</p> <p>[1]: no pues empate</p> <p>[A]: vaya revisando, les puede ayudar</p> <p>[4]: ¿Qué escribimos?</p>
---	--

<p>[2]: voy a poner eso [A]: y chequenlo ¿qué tal si es hasta llegar al 20? [2]: Está bueno, pues. O sea, pero la nuevo, pues. [3]: Estás en el cinco, lo mueves al dos. [2]: Siete. [3]: Diez. [2]: Once. [3]: Quince. [2]: Diecisiete. [3]: Veinte. [2]: No, pues ahora sí que cualquier momento que haga me ganaste, ¿no? [3]: Sí, pero muévela porque me da satisfacción. Veintitrés [3]: A ver. Cinco. [2]: Cinco. Diez. [3]: Tres. [2]: ¿Qué número fue? Tres, trece, ¿no? Catorce. [3]: Dieciséis. [2]: Veinte. [3]: Veintitrés. No, qué onda. [2]: No, qué onda. Profa, está muy desigualado esto. Qué mal. [3]: Yo gano, yo gano, yo gano. [2]: Tú ganas. [3]: vas [2]: Eh, pues, a ver. del dos al uno, tres. [3]: Cinco. [2]: Tres. Ah, no. Ocho, ¿va?Ocho.</p>	<p>[1]: que hay una manera o formas de empatar [4]: ok a ver empiezo yo [5, 10, 14, 19, 21] jaja [1]: ¿podemos quedar empatados? [4]: a ver otra vez [inicia en 3, 6, 10, 12, 15, 19,] yo no voy a dejar que me ganes [inicia de nuevo sujeto número 4 con la posición 4, suma 9, 13, 14, 18, 23] [1]: ya gané [4]: ay, a ver ya,es que no ¿qué pusiste? [1]: que al llegar al 18 se puede ganar [4]: a ver, pero yo voy a empezar [5, 10, 12, 16] [1]: no ya valiste [4]: no ¿cuanto era? [1]: 16 [4]: 20 [1]: 23 [4]: Entonces el que inicia pierde, entonces cómo podemos poner un patrón, un patrón que gane, si osea un patrón que nos haga ganar. a ver [inaudible] [1]: trece [4]: quince [1]: dieciséis, veintiuno [4]: es que debemos crear una estrategia, me tienes que decir somos equipo [A]: no de hecho es uno contra el otro</p>
---	--

<p>[3]: diez [2]: quince [3]: dieciocho [2]: eh, no pues 23 no [3]: sigamos jaja [2]: pues si, ¿quien había iniciado? ¿Habías iniciado tu o yo? [3]: tu [2]: inicia tu [la ficha se mueve y la suma va 5, 10, 12] 15, ah no 16, porque $12+4=16$ [3]: ok entonces dieciséis, 18 [2]: pues otra vez ¿no?, 23 [3]: 22, no 17 [2]: a 17, te entendí 18, va pues 17, huy no pues ya bailó, no pues si [3]: de hecho pues si, solamente 21 [2]: muy bien [3]: ¿quién empezó? yo empecé [inicia el juego el jugar 2 con la posición 3, la suma sigue 6, 10, 15, 19] [2]: estas justo a 4 [3]: veintiuno [2]: hijo de su. osea no te puedes pasar ¿verdad? [3]: no, vas jaja [2]: a pues si, dijiste 21 ¿verdad? 22, pero ya no se puede un empate muy bueno para los dos, en este quedamos empate ¿se puede miss? [A]: si, ¿ya entendieron como hacer que nadie gane?</p>	<p>[4]: ¿no era como ayer? [A]: si pero hasta el final [1]: ya me querías copiar jaja, quien ¿inicio yo o tu? [4]: yo [6, 11, 16, 20 y 23] ah ya [1]: ahora yo en 5 [10, 12, 13, 15] ah no [4]: miss se puede, osea si esta aqui, ¿se puede volver a colocar? [A]: no, se deben de mover a fuerzas por turno [4]: ya ves [1]: ya entonces ya ganaste [4]: no a ver hay que acabar [1]: no no quiero jaja [A]: ya está descubriendo como hacer que no gane nadie ¿verdad? [4]: si jaja y ya gané otra vez 17, 18 y 23 [1]: a ver ahora voy yo 5 [6, 10, 12, 16, 17, 19] no ya no [4]: te gané, a ver otra vez, empieza tu [1]: no primero tu, primero las damas, bueno 3 [8, 13, 16, 18, 21] [4]: a ver ya entendí, dejame anotarlo {inaudible} [1]: a ver, ¿yo? 4 [5, 10, 11, 13, 16, 21] ¿qué pedo con eso? [4]: otra vez 1 [1]: ahí van 3 [5, 10, 13, 16, 19] creo que ya entendí [A]: ¿ya encontraron la buena? [4]: yo ya</p>
---	---

<p>[2]: no pues sali6 de casualidad, pues me estoy divirtiendolo [inicia el jugador 3 y suma 5, 8, 13, 16] [2]: ¿16? no pues no me conviene, mm no, oye, hijo mano ya ganaste [3]: vas, muevela [2]: pues, haber no, 1 entonces 17 [3]: ¿17? mejor la dejamos en 17, veinte [2]: ay ay, no pues ahora sí que vali6. pues haber [proceden a escribir en sus anotaciones] [2]: inicia tu, o bueno inicio yo [3]: si inicia tu, soy caballerosa [2]: a ver vamos a irnos con un 5 [5, 6, 8, 11, 15, 16] [2]: hijole mano, ya vali6 18, si ¿no? [3]: 18, veinte [A]: ¿Cómo van? [2]: no muy parejo. [A]: ¿Por qué? [2]: Est6 ganando todas. [A]: ¿ya encontr6 la buena? [3]: Sí. Sí. [A]: ¿Ya est6 bien segura que encontr6 la ganadora? [3]: Es que no es tanto una estrategia. Siento que es m6s como l6gica. Por ejemplo... Es que... A ver, tapate los oídos. No, porque es mi estrategia. Tú no lo puedes saber. Hay que jugar otro y ya te lo digo. No, inicia tú. Inicia tú, yo te dejo. [2]: Pues muchas gracias, ¿verdad?. Seis.</p>	<p>[1]: ¿cómo? a ver una y ya para que le entienda, a ver 4 [mueven sin contar hasta 15, 17, se confunden y discuten si es 17 o 18] a ver entonces aquí llevamos [4]: uno [1]: 6, 10, 15, 17, 21 [4]: a ver voy yo {inaudible} [1]: trece [4]: dieciséis [1]: diecisiete vas tú, y veintiuno [4]: y ya te pasaste [1]: no, y ya te gane [4]: a ver {inaudible} [1]: ocho, once, diecisiete [4]: y hora, est6bamos en trece [1]: por eso trece y diecisiete [4]: ah, jaja cuanto vamos a veinte [1]: no ya no [4]: si se puede [1]: a ver ya no [4]: pero si se puede [1]: no ya no quiero [A]: ¿ya? [4]: ya encuentre otra [A]: ¿para 23? ya encontraron masomenos la ganadora</p>
---	--

<p>[9, 10, 12, 15] [3]: ¿Quince? ¿Alcinamero? [2]: ¿Alcinamero? Diecinueve. otra vez me ganó, ¿eh? [3]: A ver, pero muevela muevela . [2]: Veinte y ahí te vas al tres. Ya, po. [3]: Esto es bien tonto. Mira. Diecinueve. Si hubieras movido aquí, hubieras caído en veintiuno y faltaban dos. Entonces yo ya no podría poner dos. Me iría al uno, entonces tú volverías. Entonces. [2]: Hubiera sido empate. [3]: Ah, bueno, sí, empate. Pero es bien fácil, o sea, se cuenta. Nada más, por ejemplo, aquí faltaban ocho. Estábamos en, ¿en qué estábamos? En quince. Faltaban ocho. [2]: Quince. [3]: La mitad de ocho es cuatro, entonces yo me voy al cuatro y tú ya no puedes poner el cuatro. Te falta. [2]: ah ya [A]: ya encontró una ¿verdad? [3]: Ya. [2]: Encontró una lógica bien maciza. [A]: Sí, sí, ¿entonces ya no llegamos al veintitrés y llegamos al veinticinco? [3]: Sí, llegamos al veinticinco. [2]: Primero las dos. [3]: ¿Sí? ¿Sí? Diez, diez, vamos.</p>	<p>[1]: ya [A]: ok, ¿se aplica para juegan a 25? [4]: no se [A]: revienselo {inaudible} [4]: ¿cuál nueve? quince [1]: viente, no diecisiete [4]: dieciocho [1]: veintiuno [3]: diecisiete, diecinueve, veinte y veintiuno ah, entonces sería [1]: no pues es hasta 25 [4]: no ya te moviste y voy yo y veinticinco [A]: ¿empataron? [1]: no es cierto me tocaba a mi [4]: no tu ya habías movido, me tocaba a mi, a ver otra vez [1]: bueno yo 5 [10, 11, 14, 19, 20, 25] y ya te gane [4]: uno [escribe en sus notas] cinco [14, 19] [1]: diecinueve jaja {inaudible} [4]: ya gane jaja [A]: ¿ya encontraron la buena? [1]: es que ella hace trampa [4]: no, tienes que llegar al 20 para, bueno antes del 20 para ganar</p>
---	--

<p>[2]: Ponte trucha. ¿Qué? Catorce.. Péame. Dieciocho . A ver. Péame, dieciocho. Vale. A ver. No, pues.</p> <p>[3]: Piénsalo, —, piénsalo.</p> <p>[2]: Ah, no, pues, o sea, entonces si me voy aquí, pues ya, ¿no? No. Espérate, espérame, espérame, no, mejor me voy a alguna.</p> <p>[3]: 19.</p> <p>[2]: Ajá, ¿por qué es el 25? Estamos en 25</p> <p>[3]: estamos ahorita en 19 entonces.</p> <p>[2]: Ajá, entonces estamos en 19. ¿Ya moviste a qué? ¿Moviste a 3? ¿Qué es? ¿20?</p> <p>[3]: 22.</p> <p>[2]: 22. ¿3? No, pues ya. Dijiste. 22. No, pues ya me puedo ir.</p> <p>[A]: ¿cómo vamos? hasta ahorita van con impares, también sirve para pares, como el 24?</p> <p>[3]: Tal vez. Yo creo que sí. A ver. Ok</p> <p>[2]: 24. 2. A ver en su idioma. Me voy del 1 al 3.</p> <p>[3]: ¿Cuál? ¿Cuál? ¿Cuál?</p> <p>[2]: Sí, 4. 4.</p> <p>[2]: 6. Vamos a 10.</p> <p>[3]: 12.</p> <p>[2]: 17. Dijo que era 24. mueve fichas y suma 16.</p> <p>[3]: ¿17?</p> <p>[2]: 16. [inaudible] empate no? [inicia un nuevo juego]</p> <p>[3]: 7 [10, 11, 15, 18]</p>	<p>[1]: si el penúltimo movimiento es tuyo debe ser máximo al 19, porque si pasas el 19 y tienes 20 ya no</p> <p>[A]: ok eso aplica para el 25 ¿también aplica para el 23?</p> <p>[4]: es con diferente número</p> <p>[1]: si con el 18</p> <p>[A]: ok vamos con los otros chicos</p>
--	---

<p>[2]:Vamos a hacer sumas. 1, 2, 3, 4, 7, 7, 1. No me acuerdo qué número va, pero...</p> <p>[3]: ¿Estábamos en 18 o 19?</p> <p>[2]:19. Ah, no. Pues no. Ya, pues ya ganaste.</p> <p>[3]:Ah, sí. 23.</p> <p>[2]: Oye, ¿cómo? No.</p> <p>[3]: Yo creo que la estrategia es... No. Que yo te gane.</p> <p>[2]: Muy buena estrategia.</p> <p>[A]: ¿ya?</p> <p>[3]:Creemos que ya.</p> <p>[2]: Sí, creo que ella ya encontró el modo.</p> <p>[3]:Sí, creo que ya encontré.</p> <p>[A]:Dame los cinco minutos. en lo que terminan el otro equipo</p> <p>[3]:Ok, sí.</p> <p>[A]: Esos ya son de ustedes.</p> <p>[3]: ¿Sí? Ah, gracias. es que no le entiende ya se lo explique</p>	
--	--

[A]: ok pasense para acá van a jugar, y vamos a iniciar con la de 23

[inicia juego entre sujeto 4 y 3]

[3]: a ver prestame una fichita ¿quien empieza? tu o yo ¿yo? ok iniciamos en 1

[A]: de donde quieran

[el juego inicia en 1 por el jugador 3, y la suma va 5, 10, 13, 14, 18 y 23, ganando el jugador 4]

[A]: ok ¿se le fue?

[3]: si

[A]: ok otra vez

[3]: ya vez, yo no soy buena jaja, yo opino que ahora van los otros

[A]: ok van los chicos
[inicia el juego entre sujeto 1 y 2, con el sujeto 1 en la posición 5, y la suma va 10, 13, 15, 16, 18]
[1]: y 23 y ya gané
[2]: no pues dijeron que 16 ¿no?, ah el 3 era entonces, no tampoco en el 3, iba el 4
[A]: ok vamos dos ganadores de un solo equipo, van con 25
{ ahora jugarán sujetos 2 y 4}
[inicia el sujeto 2 con la posición 1, después el jugador 4 lo mueve a sumar 5, y la suma da 10]
[4]: ya no me acuerdo
[A]: lea sus notas no hay problema
[4]: a ver, es ¿qué es?
[2]: al 25 ¿no?
[A]: ahorita llevan 10
[4]: ok 11 [sigue la suma a 13, 19]
[3]: mueve a esta
[2]: yo confió en el equipo
[1]: veintidos
[1y 4]: ah! [al darse cuenta que justo la ficha queda sobre la posición 3 evitando que ganen, puesto que cualquier otro lugar resulta en un número menor o mayor al 25]
[A]: ¿cómo van, quieren otro juego?
[2]: pues ya para empatar ¿no?
[1]: no no, ya así.
[2]: no, no que jaja
{jugarán ahora sujeto a y 3}
[1]: ¿quien inicia?
[3]: es que creo que yo soy mejor aconsejando que jugando jaja, pero a ver.
[inicia el jugador 1 en la posición 5, la suma sube a 6, 10, 15, 19, 22] este último movimiento de nuevo queda en una posición que sólo puede obtener la victoria sin importar el movimiento del otro jugador]
[A]: ok ¿qué pasó ahí? ahora si me van a ir explicando de poquito en poquito ¿cómo le hicieron para ganar en 21? perdón 23
[4]: tenía que llegar uno al 16, entonces ya no le quedaba muco opción de escoger un número que pudiera ganar, entonces llegaban a 18 y el último en tirar ganaba
[A]: ok en el 25 ¿como ganaban?

- [3]: pues yo me iba más a que llegara primero a 15, ya después si se llegaba por ejemplo a un 20, no a un 19 por ejemplo, faltarían 6, entonces si tu te vas al 3, ya los 3 que faltan ya no los puede poner el otro contrincante entonces ya se va al uno o el dos y ya pues tu lo completas y queda a 25
- [A]: ok, vi que entre los dos equipos se andaban bloqueando cuando ya no podían ganar nada ¿cómo lo hacían?
- [2]: no más sumando ¿no?
- [4]: nosotros ponemos el 3 y ya si faltaban otros tres ¿no?
- [1]: si por ejemplos si teníamos 17 y ponemos el 3 ya quedamos en 20 y como era para el 23, ya nadie ganaba
- [A]: entonces se quedaban justamente en el número que faltaba para llegar a la meta. si por ejemplo si alguien ponía 20 usted se iban en el 5 para que no se pudiera sumar al 25 por ejemplo, o para 23 dejaban justo la ficha que no se podía sumar. ¿cómo sintieron el juego?
- [2]: estuvo chido, estuvo padre
- [A]: tenemos 20 min, tengo ya la otra actividad, mañana van a jugar dos juegos primero una todos contra todos y luego en equipo, entonces pregunto ¿quieren empezar con el primer juego?
- [2]: para que nos vaya explicando ¿no? y mañana llegue directo al mero cabo
- [A]: como ustedes prefieran, ya el otro viene ahora si para utilizar sus hojitas, por que lo más seguro es que ahora si van a hacer operaciones, algunas mentales, algunas van a ser despejes. Se llama pirámide de números, en algún momento quizá ustedes la conocieron porque luego la usan con fracciones y lo que van a hacer es de que tienen la base, y van a decir, este número más este número me da lo de arriba. ok esta es la buena y de ahí van sumando todos los normales. pregunto entonces ¿quieren que les ponga la individual? para que se vayan acordando o lo vemos mañana
- [1]: por mañana ¿no?
- [2]: pues si mejor mañanita
- [3]: mañana
- [4]: mejor mañana con tiempo
- [A]: ok claro como gusten ahorita todavía nos falta estos juegos y un repaso, ahorita ustedes han estado jugando pero también desarrollando estrategias, por ejemplo ya hicieron de prueba y error, sumando hasta donde llegaban, hicieron de pensar hacia atrás y delante porque estaban previendo lo que podía hacer la otra persona, entonces vamos a ver si lo pueden aplicar para mañana el otro juego, entonces si quieren hasta aquí los dejamos y mañana los veo. Entonces ya es todo, me entregan sus hojas con sus nombres **[1,2,3,4]: Gracias**

APÉNDICE D. *Transcripción de la sesión 4. Pirámides de números.*

- Fecha: 11 abril 2024 am
- Investigador: Laura Itzel Badillo Hernández
- Observaciones: Se realiza la transcripción de video y audio de cada participante durante la aplicación de los juegos de pirámides de números, se modifica sobre la marcha la última actividad por generar una demanda cognitiva mayor a la que esperaba en los alumnos
- Etiquetas: **Aplicador [A]** **Sujeto 1 [1]** **Sujeto 2 [2]** **Sujeto 3 [3]** **Sujeto 4 [4]**

[A]: Buenos días en lo que llegue a su compañero, ¿cómo sintieron el juego de ayer?

Sujeto 1 [1]: Estuvo bien.

[A]: ¿ Un poquito más difícil?

[1]: más difícil la verdad

[A]: cual les va gustando más hasta ahorita ¿El de las monedas o el de ayer?.

Sujeto 2 [2]: el de ayer, estuvo más parejo.

[A]: Es parte de lo mismo, ya hoy es la penúltima sesión, este es el último juego y vamos a cerrar con una explicación chiquita de todas las estrategias que han estado ocupando y mañana ya les vamos a dar un examen final, bueno que son las pruebas finales, acuerdense que mi trabajo es.. les puse las pruebas al inicio . Y ustedes lo resolvieron a su forma, como pudieron lo podían resolver. Ahora están jugando unos juegos. Sin quererlo están haciendo estrategias Y las pruebas que les voy a poner, son dos ejercicios y quiero ver cómo lo resuelven, tal vez puedan ocupar algo de lo que hayan aprendido de los juegos tal vez no, eso es lo interesante ver si hubo un cambio antes y después de los juegos.ok Vamos bien aquí. Ya tienen sus hojitas ahí. Ahorita vamos a empezar con la actividad individual. Les explico rápidamente cómo funciona esto y ya luego se los paso a ustedes.. Es una pirámide de números. ¿Qué significa? Que este numerito que está aquí.Y este, si lo suman o restan, va a aparecer este numerito.Entonces los dos de abajo van a formular el de acá. En este va a haber números negativos y positivos. Todos son enteros. No se apuren, no hay presión. ¿Qué? ¿Para qué va a ser este? Ya que ustedes lo han empezado van a usar un poquitito de álgebra . Porque ya tienen una incógnita y una conocida. Y van a hacer despejes ¿Dudas

aquí? ¿Todo bien? Ok. Si ustedes quieren resolverlo de abajo para arriba está bien, si gustan de arriba para abajo también nada más les recuerdo estos dos numeritos forman el de arriba, estos dos el de arriba ¿si se va entendiendo? ok les paso este que el el primero, todavía no lo van a contestar solo los vamos a ver como el primer cuadrado para que ustedes contesten. Las hojas blancas son para si quieren hacer operaciones. Entonces acuérdense que tienen que ser por su nombre. O su número, ¿verdad? Eso.Bien, listo. Vamos a contestar rapidito. Dice, 15 más un número nos va a dar 7 ¿Qué número sería?

[1]: Sería menos.. Menos... ¿Cómo se dice?Menos 8.

[A]: Menos 8. Y lo escriben. Y se cumple. Se entendió el juego. Ahora, estas son sumas. Está sencillito. Vamos a dar, ¿qué les parece si 10 minutos? Les parece justo. Para que contesten. Y se van a ganar varias de estas cositas. El primero que conteste. Y así vamos dando. Vamos a dar 10 en primer lugar. 5 al segundo y así ¿Les parece?

Sujeto 3 [3]: Sí.

[A]: Ok.Inicien entonces. Tienen 10 minutitos.

Sujeto [4]: ¿si se puede así dividir?

[A]: no son sumas y restas nada más

[3]: ah ok ¿solo lo marcó?

[A]: si

[2]: miss no se si aquí le pudiera hacer una observación es que estoy viendo raro

[A]: 16+32?

[2]: a jijo

[A]: y luego aquí ya los conoce, estos, ¿entonces?

[1]: es que aquí ya me saltó este

[A]: ya no le quedó

[1]: aja es que aquí

[A]: este más este 27

[1]: aja ese es lo que me daba duda, porque el número pasado me daba, osea, pero ya no

[A]: pero si ahora le salió otro número, pero este estaba bien y acá ya le salió, ya lo puede encontrar con este ¿no?

[1]: Claro. si si

[2]: Mami, ¿tienes goma?

[A]: No, no.

[2]: Ah, ¿no?

[A]: No, no. borre

[2]: Ah, deberas que tonto.

[1]: Ya cállense.

[A]: De hecho, si se equivoca, marquenlo. O pueden escribir con lo que es. Es su otra hoja.

[3]: creo que ya [entrega su trabajo]

[A]: primer lugar tome

[1]: creo que ya

[A]: ¿ya? ok segundo lugar, sólo recuerde ponen en sus hojitas, yo creo por eso y esto

[sujeto 2 entrega su trabajo]

[A]: ¿cómo va?

[2 y 4]: mal, es que me hago bolas

[A]: a ver estos dos números dan esto estos dos números dan esto estos ya los conozco si tienen la información un número desconocido menos 64 no da esto

[2]: ah ok, si está bien, bueno no mucho

[A]: más o menos pero como que no me salen las cuentas ahí, use las hojas blancas si quiere para hacer cuentas no pasa nada

[2]: ah bueno

[A]: ok tiempo

[2]: ya le entendí

[A]: ya lo entendió algo ok curioso no les gusta representar con álgebra las cosas ¿verdad? ¿por qué ese miedo?

[1]: ¿cómo?

[A]: por ejemplo podrían haber representado, no se, tenemos en estas dos de abajo hay un número que no conocemos [escribe en el pizarrón] curiosamente no les gusta representar con álgebra las cosas ¿porque? no sé. no se apuren no es personal para ninguno de ustedes creo que a muchos no les gusta álgebra por traumas de la infancia

[1,2,3,4]: jeje

[A]: entonces no pasa nada estas son sumas y restas todavía no les puse multiplicaciones y veo que lo quisieron hacer mental, la actividad mental es muy buena no tengo quejas de hecho hay mucha gente que son muy hábiles con eso pero si tenían problemas con operaciones ¿porque no hacer las operaciones a mano? en un momento dije que no podían, yo les dije no me salen las hojitas anoten lo que ustedes quieran. No pasa nada. Esta fue una actividad individual. Tranquilos. Viene la buena Van a ser en parejas. ¿Quieren estar en parejas? O si lo ven muy difícil, ¿quieren todos?

[1]: Todos, ¿no?

[A]: porque ahorita no he visto que metan álgebra en ningún momento y esta es la pirámide que van a hacer, entonces les pregunto ¿Quieren en parejas o quieren los cuatro?

[1,2,3,4]: Los cuatro.

[A]: Ok, no pasa nada. Van a tener 20 minutos porque son más personas que trabajan en una sola cosa. ¿Se ve feo?

[1]: Se ve horrible.

[A]: ¿Y a poco sí está muy feo? Como recomendación, tienen que ver qué conocen y qué no conocen. En las mismas ecuaciones van a ver letras que se repiten es decir van a necesitar el dato de aquí para este. Entonces ustedes tienen que ver cómo pueden resolverlo si les van a dar información útil ¿Dónde se quiere sentar? ¿Aquí? Les voy cuatro hojas Es lo mismo, o sea, todos van a contestar en una sola. Pero quiero que escriban. Ustedes piensen qué están haciendo. Si quieren denme sus otras hojas. Me las llevo. revisen primero analicen revisen que tienen, no se me apuren. Chequen. Hablen entre ustedes. Deben ser de todos, así que tienen que hablar. Pueden expresar qué piensan, qué van a hacer.

[3]: se empieza aquí, porque mira porque aquí se puede

[1]: yo lo que estoy viendo es que no le entiendo nada

[A]: Despacio,

[3]: ¿Eso nada más es para ver o vamos a contestar?

[A]: Si quieren contestar en una hoja todos, o sea, o cada quien en el suyo, no hay problema. Les recomiendo que agarren hojas blancas para que hagan operaciones ahí. Y ya nada más ocupen si quieren les paso esta donde van a poner sus respuesta. La que ya dicen, esta ya es la buena. Y en esas pueden rayar y pueden en sus hojas como gusten

[2]: Ah, pues sí. Está difícil esto.

[A]: Pero es entre todos, ¿eh?

[2]: pues ver compañeros.

[3]: Pues empieza aquí porque aquí se puede... Aquí está el número...

[2]: Sí.

[4]: hay que despejar ¿no?

[3]: creo que si

[4]: entonces aquí hacemos que $x=5$

[3]: Acá, ah no

[A]: Por ejemplo, vean si hay ecuaciones que puedan resolver con lo que ya conocen.

[3]: ok, acá, está acá

[A]: Equis ya lo encontraron

[2]: sí
[A]: ¿Y la ye?
[2]: Ye es cuatro, ¿no?
[3]: ¿dónde está y?
[2]: aquí
[3]: no. Ah, sí. Ah, sí.
[A]: Es que hagan la operación de despeje.
[4]: ¿Y esa? no verdad
[A]: Solo por favor anoten en sus hoja
[1]: Ah, bueno.
[3]: A ver, si pasa aquí sumando, pasa acá restando
[A]: ¿Qué es lo que se está estorbando más ahí? ¿el 8? ¿O el entre 2?
[2,3,4]: ¿El entre 2?
[1]: Ajá, el entre 2.
[A]: ¿Cuál es la operación inversa de la división?
[1,3]: Multiplicación.
[A]: Si algo se va dividiendo acá, ¿va a pasar?
[2, 4]: Multiplicación..
[1]: O sea, entonces sería un número que multiplicaba entre... Y más 8 entre 2, no sé, 10. ¿Sí o no?
¿Sí?
[A]: A ver. Más 8 entre 2. Y del otro lado del igual tienen 10. Acuérdense que siempre tiene que haber una igualdad. No. Si este 2 está dividiendo, ¿lo puedo pasar por acá?
[1]: multiplicando
[A]: ¿Y qué está de este lado acá?
[4]: Ah, sí.
[A]: Aquí está 10, ¿no?
[4]: Ajá.
[A]: 10 por 2. ¿Qué es esto?
[4]: 20.
[A]: 20. Entonces ya tienen aquí...
[3]: ocho
[A]: No, espérenme a verlo despacito.
[1]: ¿Cómo? ¿También del otro lado no?
[3]: No. A ver. Porque aquí es igual a 10.

[4]: ¿Es que está sumando? para hacer la resta. Y si está dividiendo, pues necesitan un...

[el investigador observa que de los cuatro participantes 3 si está tratando de resolver, mientras que el otro participante muestra signos de confusión, así que interviene para buscar hacerles recordar cómo resolver un despeje]

[A]: Les voy a recordar cosas sencillas para que puedan empezar a trabajar. Porque como que les falla un poquito esto y pues no se puede. $(y+8)/2=10$. Entonces, ¿acuérdense que siempre que ustedes quieran mover algo de aquí, lo van a hacer con la operación contraria? ¿Cuál es la operación contraria de una suma?

[1,2,3,4]: La resta.

[A]: Ok. ¿Cuál es la operación contraria de una multiplicación?

[1,2,3,4]: La división.

[A]: Ok. Todos bien. Tienen que ver qué está más cerca de lo que quieren despejar. Si es este 8, no lo pueden pasar aquí nada más porque aquí está dividiendo este 2. ¿Están de acuerdo? Entonces, este 2, lo vamos... Si está dividiendo ¿Cómo va a pasar de este al otro lado? ¿Cómo?

[1,2,3,4]: multiplicando

[A]: Ok. Escriban lo que ya tienen de este lado. Así ya está. Así estaba esto sin el 2. ¿Estamos de acuerdo? Esto es lo que estaba aquí y nada más está. Si este está dividiendo, entonces va a pasar acá multiplicando. Todos bien. Resuelvan esa multiplicación. ¿Cuánto es 10 por 2?

[1,2,3,4]: 20.

[A]: Listo. Todavía me está estorbando este 8. Si está sumando, como pasó del otro lado.

[1,2,3,4]: restando

[A]: Si aquí ya tenía el 20, entonces al 20 le voy a restar el 8.

[1,2,3,4]: 12.

[A]: Y ya tienen el resultado

[1]: pues entonces este es el resultado de esta, pero acá no

[A]: Sí, por ejemplo, ahí ustedes ya saben cuánto vale X. Y ya saben cuánto vale Y. Ya pueden encontrar cuánto vale A.

[1]: A ver, chavos, intenten jeje .

[2]: x es 5 y y=12

[4]: acá son diecisiete ¿no?.

[A]: ¿17?

[2]: ¿No?.

[A]: ¿Cuánto me sacaron? ¿Cuánto vale X?

[2]: $X=5$,

[A]: Ok.

[4]: Entonces 5 más 12.

[A]: Entonces ya saben cuánto vale A. Yo les recomiendo que si no quieren batallar, escriban aquí, por ejemplo, los que ya conocen. Por ejemplo, aquí yo ya tengo Y. Así ya pueden escribir. X es igual a cuánto? ¿A 5, ¿no? ¿cual otro ya conocen?.

[3]: Y es igual a 12.

[4]: A igual a 17

[A]: Ahí tienen conocidos.

[4]: ¿Y nunca se multiplicarán estos porque no se puede pasar x para este lado?.

[A]: ¿Y a poco no conocen ya el valor de X? ¿Por qué no lo cambian por el que ya conocen? Sí, por ejemplo, en este tiene dos letras que ustedes no conocen. Z y X. Pero X ya descubrieron cuánto vale. Entonces, en lugar de escribir X, escriban 5.

[4]: oh ya.

[pasa unos minutos y de nuevo se observa a los participantes que ya no están respondiendo]

[A]: ¿ya hubo confusión?

[2]: ya

[A]: Ok. ¿Por qué no escriben la ecuación está? Así como esta, escríbala en una hoja. Así como esta. No hagan cambios.

[2]: ¿Qué dijo? ¿Cuál? ¿Esta? Ah, no. ¿Esta?

[A]: ¿Esta que se ve muy fea? escriban así como esta.

[2]: Ah, no.

[A]: Ok. Ustedes ya encontraron que X es igual a 5. Aquí tienen Z que está multiplicando 3X. ¿Qué significa 3X? ¿Esa 3 qué está haciendo?

[1, 2]: Se está multiplicando.

[A]: Ok. Entonces escriban Z que está multiplicando a 3, que 3 está multiplicando a X. ¿Cuánto vale X?

[1]: uno, no es cinco

[A]: 5. Entonces, en lugar de escribir X, escriban 5. Vuelvan a escribir toda la ecuación para que no se les vaya. Donde aparezca otra X, escriben 5. Está bien. Estas operaciones, ahorita no van a la letra Z, pero las otras operaciones ya las pueden hacer. ¿3 por 5?.

[1]: veinticinco, ah, no. 15.

[A]: 15. Entonces, bajen todo lo que están escribiendo. O sea, así. No se coman pasos.

[2]: Luego, 2 por 5.

[A]: Primero haga lo de adentro. 5 menos 2.

[3]: 3.

[2]: 3 por 2, seis

[A]: Ok.Si se dan cuenta, tienen Z que está multiplicando. Ay, esos números. Aquí faltó Z, ¿no? De hecho, está sin Z, ¿no?

[2]: Sí, sí, bueno ya ni modo.

[A]: Bueno, vamos con los de allá. Ya lo están bajando. ¿Tienen términos semejantes? O sea, ¿ que tengan la misma letra juntos?

[1]: No.

[A]: ¿No?

[3]: Sí. aquí

[A]: Yo veo un 15Z. Yo veo un 3Z. Vuelvo a hacer todo. Entonces, X más 6 igual a Z. X menos 2 más 89. Ok. Voy a volver a escribir todo. Pero ya sé que X vale 5, ¿no?

[1,2,3,4]: Ajá.

[A]: No sé si lo manejan con puntitos, con tachecitos o con... Como sea, pero saben que es lo mismo, ¿no? Más 5Z. 5Z. 5 menos 2 y más 89. Ok. ¿Puedo hacer esta multiplicación? Sí. 3 por 5. Y estás multiplicando a Z. Acá la dejo. Todo bien. Este 5 lo sigo bajando. Esta Z la sigo bajando. Pero puedo hacer esta resta. 5 menos 2.

[1,2]: 3.

[A]: Y está multiplicando a Z, entonces le pongo la Z aquí. Y 89 ¿Hay algún término? Por ejemplo, números sin ninguna letra.

[1]: Sí.

[A]: ¿Cuál y cuál?

[1]: 5 y 89.

[A]: ¿Por qué no los pasan de un solo lado? Este 5 está sumando. Lo voy a pasar para acá. ¿Cómo va a pasar?

[4]: Restando. Ok.

[A]: Entonces, de este lado voy a tener 89 y menos 5.¿Todos bien?

[1,4]: Sí.

[A]: De este lado tengo 15Z. ¿Tengo otra Z del otro lado?

[4]: Sí. ¿Va a pasar restando?

[A]: Pasa restando. ¿Todos bien?

[1,2,3,4]: Sí.

[A]: ¿Cuánto es 15 menos 3?

[1,2,3, 4]: 12.

[A]: Y como tenían su Z, pues le pongo su Z. No pasa nada. ¿Cuánto es 89 menos 5?

[1]: 84

[A]: Este Z está multiplicando.

[1,4]: ¿va a pasar dividiendo?

[1]: Pues esto sería 84 menos 12.

[A]: ¿Solo el 12?

[3]: El Z es igual a 84 sobre 12.

[A]: Ajá.

[1]: Ah, bueno. esto ya es con calculadora

[A]: Este 12 está multiplicando.

[1,2,3,4]: Sí, sí.

[A]: Pasa dividiendo.

[1]: Y se divide 84 entre 12, a ver vamos a seguirle

[les permite que sigan con sus operaciones, aunque observa que lo comienzan a realizar de forma individual, así que ahora se acerca con cada uno de los participantes]

[A]: ¿Cómo va? ¿Ya cuales encontraron?

[1]: Ahora sí que ni muy, muy pero intentando, está tedioso.

[3]: Siete. Z vale siete.

[A]: ¿Ya en su hoja de respuestas lo puede poner? Z es igual a siete. Ok.

[3]: ¿Y el nueve? ¿Vale ahora? No. No.

[2]: Es menos.

[3]: Vamos a hacer esta.

[2]: Esa es dos. Ok.

[A]: ¿Esto ya se puede hacer. B ya conocen cuánto vale Y y ya conocen cuánto vale Z.

[1]: Es diecisiete.

[A]: Entonces, si B es doce.

[2]: Menos siete.

[A]: Menos siete. Siete, ocho, nueve, diez, once, doce. Tengo una diferencia de cinco. ¿Y cómo era negativo?

[1,2,3,4]: se pasa positivo

[A]: Ok, ¿puede seguir o todavía lo sigo apoyando?

[3]: en este, ¿como? ¿se quita?

[A]: Sigue con este como lo tiene Pero cambie los datos que ya conoce X, ¿cuánto vale?

[3]: 5

[4]: Y 10 a la 2

[A]: Ahora, ¿no les gusta ver fracciones? Pues hagan la división ¿Cuántos 12 entre 2?

[3]: ¿12 entre 2?

[1]: 6

[4]: 5 más 6, ¿no? Hagan la suma 5 más 6

[1]: 11

[A]: ¿Y cuánto es eso al cuadrado? ¿Se acuerdan que es cuadrado?

[2]: Ah, sí 121, ¿no?

[A]: 11 por 11 121

[4]: 9 es igual a 121

[A]: Aja.

[4]: Ya se puede hacer también ¿No? ¿Sí?

[A]: La C ya lo pueden calcular. Ya tienen A, Y y W

[4]: ok

[se mueve con otro participante para revisar sus avances]

[A]: ¿cómo va?

[1]: ya me está costando

[3]: aquí se esta multiplicando A e Y ¿verdad?

[A]: A y Z

[3]: ok

[A]: [regresa con el sujeto 1] a ver, vamos a hacer este, le recomiendo primero el escriba, es más fácil así

[1]: ok

[A]: W ya teníamos cuánto vale ¿Se acuerda?

[1]: Sí, es W

[A]: Y A es igual a 17 Menos A y Y A y Y se están multiplicando, escriba si quiere la multiplicación y la realiza

[2]: A vale 17, ¿no?
[1]: A vale 17 y Y vale 12. 17 por 12 Ahora a ver cuánto es
[A]: Aquí escriba 17, 12 ¿7 por 2?
[1]: ¿7 por 2, 14?
[A]: ¿2 por 1? 2 ¿1 por 7?
[1]: 7 ¿1 por 1? 1, 4, 11
[A]: ¿11?
[1]: Dispense 12
[A]: Ya
[1]: entonces sería 121 menos 204, sería 69, ¿no? No, espere
[A]: Pueden hacer operaciones
[1]: Menos 69, ¿no?
[A]: ¿Es pregunta o confirmación?
[1]: Confirmación
[A]: mm Ok, entonces háganlo
[1]: Bueno, confirmación con dudas, ¿verdad?
[A]: Con reservas Ok
[1]: Me reservo los derechos de equivocarme
[3]: es 83 ¿Pero no es negativo?
[A]: Teníamos 121 menos 204, entonces si es negativo
[1]: Ah, pues casi le atinó
[A]: Bueno, por ahí va
[4]: Sí, igual es a menos 83
[otros minutos de resolver]
[A]: ¿Tienen la otra?
[1]: V Bueno
[más tiempo, transcurre]
[A]: ¿Cómo va el lado de ustedes? Las chicas veo que están trabajando
[3]: ¿Qué da? V
[4]: Ah, V
[1]: Ah, ¿y esa? ¿Cuál es?
[2]: Ah ¿ya la tenemos nosotros? ¿Sí?
[A]: ¿Tienen una letra?
[4]: pero aquí ya no da, si sumas

[1]: así menos dieciocho y ochenta nueve ¿si te da? chécale, chécale

[4]: a ver 4 menos 83+W es 121¿Cuál es? M=-83

[A]: A ver, escribanle

[1]: ¿Tú lo crees?

[A]: A ver, escríbale, así nomás viendo no, hagan las operaciones

[1]: Ah O sea O sea, todo esto te tiene que dar un 6V menos, bueno, el resto de V menos 12.

[A]: ¿A ustedes les va a interesar dejar la V? Entonces, al lado del igual positivo. A un numerito, que ustedes todavía no conocen.

[1]: Ajá, sí. Es una cognitiva.

[A]: Pero, ¿a poco no pueden hacer la multiplicación de 2 por 4V?

[2]: si es 8. 8V. 8V.

[A]: Y 2 más 32.Porque acuérdense que este 2

[1,2]: 34

[A]: Ok, entonces ya ahí tendrían 8V.

[1]: ¿Y si sería 34 entre 3?

[3,4]: ¿ Tiene que dar el mismo resultado?

[A]: No, no necesariamente. Ahí sí tienen que seguir en la ecuación.

[3,4]: Ah, ok.

[A]: [regresa con los chicos] ¿Tienen eso?Ok. ¿No les gusta esa fracción? Ese 3 está muy feo. Pásenlo para el otro lado. Si está dividido. ¿Qué está haciendo de un lado?

[2]: Va a multiplicar.

[1]: Ah, sí, ¿no?

[2]: Entonces.

[A]: Vuelvan a escribir lo que ya tienen. O sea, esto es lo que usted tenía acá. Vuelva a escribir esto que ya estaba del otro lado. Eso no le está haciendo nada. Y ese 3 que está dividiendo va a pasar multiplicando. Pero va a multiplicar a todo lo de este lado. Entonces, vamos a poner paréntesis y un 3. Y esa multiplicación ya la pueden hacer.

[2]: Ok.

[Revisa a las chicas que están murmurando operaciones]

[A]: ¿3 por 6?

[3,4]: Ah, ok.

[2]: 18. ¿18? Entonces, ¿quedaría igual que esta otra?

[A]: Sí, porque es más por menos. ¿Tienen términos abejantes? Es decir, ¿numeritos solos y numeritos con letras?

[1]: sí

[A]: Ok. ¿De qué lado quieren pasar la letra?

[3]: la derecha.

[A]: De este lado de la derecha ya tienen 18. Ok.

[2]: ¿Y esto qué vale? 2.

[A]: 8. Está sumando. ¿Va a pasar? 18 menos 8. Todo bien. Del otro tienen 64. Está menos 36, como los pasos del otro lado.

[1]: se suma ¿No?.

[A]: Entonces, ¿igual este?

[3]: Se ha multiplicado.

[A]: Ok. Aquí es 100. ¿Aquí cuánto es 18 menos 8?

[2]: Es 10.

[A]: Entonces, ese 10 lo pasó del otro lado dividiendo a 100. ¿Y cuánto da?

[2]: 10.

[A]: Este tiene una letra. Este no tiene letra. Entonces, no se puede sumar. Pero este 2 sí está multiplicando cada uno. Voy a multiplicar este por este y escribirlo. Más este por este.

[4]: 40.

[A]: Y la letra. Que no se pierda. Este 2 ya se ha multiplicado. Ahora. ¿Cuánto? 2 por 32.

[3]: 64

[A]: ¿Es positivo?

[4]: Sí

[A]: Todo eso está siendo dividido en 3. No se lo olviden. Y en el otro lado lo dejo igual: Ah, sí quieres, sí. Este 3 no está multiplicando este nada más. Está multiplicando todo.

[4]: ok multiplicó este por este y este

[1]: Mucha suma, mucha resta, mucha multiplicación, poca diversión.

[4]: Creo que B es 40.

[A]: B es 40 porque... ¿Qué es 40? B, B, B, B. ¿B?: ¿Por qué salió este 6? Sí. ¿Por qué salió este 6B?

[4]: Porque no es 32.

[A]: A ver, acá. ¿Cuánto más 16 es igual a 100? Este tiene en B.

[2]: Ah, 18. Ese sería 10B menos 8B.. Y es igual a 10B.

[A]: Este 10 está multiplicando a la B. Entonces pasa.

[2]: dividiendo

[A]: ¿Y entonces sube? ¿cuánto es?

[2]: ok Sería 100, ¿no? ¿Uno? Sí. A ver.

[3]: Este. Ah. Ah, ¿por qué? ¿Reste más?

[A]: Este es el que está acá. Empezamos con este. Así. Dijimos, esta operación sí la podemos hacer. Sí. 4 por 2, 8B, porque aquí está la B. 2 por 32 es 64. Y aquí está el 3. Este 3, porque no nos gusta de fracciones, lo podemos pasar para acá. Que va a multiplicar a todo. 3 por 6 es igual a 18B. Y 3 por menos 12, menos 36. Tenemos números con letras y números sin letras. Los podemos pasar todos de un solo lado. Ellos decidieron que querían pasar todas las letras hacia la derecha. Porque quieren. Si usted quiere hacia la izquierda, también se vuelve. Entonces, de la derecha ya tengo este 18. Este 8, que es positivo, lo voy a pasar. Restante. Y los numeritos los voy a dejar del lado izquierdo porque ellos quisieron. Entonces, aquí sería 64, que ya está acá. Y este menos 36. Inverso a positivo. Positivo.

[1]: Negativo.

[A]: Perdón, negativo es positivo. Aquí sí esta bien. 64 más 36.

[2]: 100.

[A]: 100. 18 menos 8.

[1]: 10.

[A]: 10. Y 100 entre 10 para que quede solito la B.

[1]: 10.

[4]: ah, es que aquí es

[A]: Por ahí me cambió la letra.

[1]: Entonces, la V es 5 entre 10.

[A]: ¿Con eso ya pueden resolver las otras que faltan?

[2,3,4]: Sí.

[1]: Puede ser que sí, ¿no?

[2]: Sí.

[A]: Porque ya los hice las difíciles.

[1]: Sí, claro. Si ya no tenemos incógnitas. Ah, no, tenemos incógnitas.

[A]: Tienen incógnitas, pero las pueden sacar con conocidas.

[1]: Ah.

[A]: Aquí están las conocidas.

[2]: ¿A que hora se acaba el examen?

[1]: El examen, pues, hasta que se acabe el día, güey.

[2]: Ah.

[A]: Fíjense que cuando están letras juntas es multiplicación.

[3]: Pero es menos.
 [1]: Pero ya vamos aquí, ¿no? En el tercer bloque.
 [3]: Entonces sería menos 7 y 3. Ah.
 [4]: Menos 7 y 3. Ah. La menos 73. No, menos 73.
 [3]: Ah, más. Ah, no, pues sí.
 [4]: Más y menos. Más y menos. Más y menos. Aquí sí se aplica de más y menos, ¿no?
 [A]: En multiplicación si
 [3]: ¿Es 1 o no? Ah, menos.
 [A]: Si hay un signo positivo antes del paréntesis, se queda como este paréntesis. Si hay un negativo antes del paréntesis, se cambia el signo.
 [3]: OK. Ah, pero es que me equivoqué. ¿Es 1?
 [4]: 1, ¿no? OK. No, porque dice 2. ¿Es este? Sí.[]: ¿Es este?
 [A]: ¿Cuánto le salió D?
 [4]: D menos 120
 [3]: Menos 83. Entonces es igual a menos 4.
 [1]: No, pues ya les ayude chavos
 [sujetos 3 y 4 murmuran sus operaciones y sus variables conocidas]
 [3]: Entonces. H es 27.
 [4]: No, G vale 1.
 [3]: Y F es 30.
 [siguen realizando cálculos]
 [4]: listo, ya miss
 [1]: ¿cómo que ya?
 [2]: ¿pero bien seguras?
 [A]: ¿H cuánto es?
 [4]: 27
 [A]: ¿I?
 [3]: 39
 [A]: ¿E?
 [4]: 11
 [A]: ¿F?
 [3]: 38
 [A]: ¿G?
 [4]: 1

[A]: ¿A?
[3]: mm 17
[A]: ¿C?
[4]: menos 87
[A]: y ¿D?
[3, 4]: menos 120
[A]: Ok., solo se equivocaron en la H, pero lo demás bien
[4]: a ver 38-11
[A]: Yo ahorita creo que ya no les va a dar tiempo de escribir. Pero me gustaría preguntar . ¿Por qué se les complicó esto? ¿Por qué sintieron que se les complicó esto?
[1]: Porque me desconcentre .
[A]: ¿Por qué se desconcentron?
[1]: Bueno, es que a mí me pasa mucho que cuando empiezo a ver ya muchas... Ya muchas... Por ejemplo, números, letras, letras, bien empiezo como a poner de nervios y ya digo... no
[A]: Ya se bloquea
[1]: aja.
[2]: Yo, yo estaba concentrado en salir
[A]: Ah. Ok. Si puede ser una distracción, no se apure. También tienen examen ahorita, ¿verdad?
[1,2,3,4]: Ajá.
[A]: ¿De qué es su examen?
[2]: De alemán presencial
[1]: Yo no sé, pero yo ya la aprobé esa materia.
[A]: Pero estaba pensando en el examen.
[2]: Yo sí,
[3,4]: Yo no.
[1]: Yo estaba muy concentrado en esto, pero cuando empecé a ver muchas letras y que tenía que hacer muchas sumas, fue cuando dije, no, pues ¿para qué?
[A]: Ya no se preocupo
[1]: Sí, la neta dije, no, pues ¿para qué me preocupo si ya pasé así? Si vamos a decir, si voy a estar mal, voy a estar mal. Y si voy a estar bien, pues voy a estar bien.
[A]: Buena respuesta, la que una quiere escuchar como maestra, pero sí, está bien. Gracias. No se preocupen. Este es el último juego y vemos que si batallaron un poquito más de lo que querían, igual es un tema relativamente nuevo para ustedes. Esto siento que nos frustró más que los otros que jugaron anteriormente. no se preocupen. Pero bueno ya con esto vamos a

terminar mañana, el día de mañana nos vamos a tomar unos 20 min para explicar lo que estuvieron haciendo en este tiempo, este juego no lo tomen en cuenta, nos vamos a enfocar en los dos primeros. Y para mañana recuerden cómo estuvieron contestando los juegos pasados. Y de ahí vamos a partir con su examen. Bueno, su prueba final, no es examen. No tengo ni calificaciones con ustedes, no se apuren. Entonces, mañana los volveré a ver, creo que es a las doce. me dijeron 11:40 entonces ahí nos estaremos viendo Y ya mañana ya los dejo descansar. Tranquilos. Ya se fue toda la actividad de la semana. Y ya mañana les agradezco como se deben ya se pueden retirar.

[1,2, 3, 4]: Hasta luego.

APÉNDICE E. Transcripción de la sesión 5. Tarea de aprendizaje

- Fecha: 12 abril 2024 am
- Investigador: Laura Itzel Badillo Hernández
- Observaciones: Se realiza la transcripción de audio, no se dirige el video directamente a los sujetos puesto que se aplicó la tarea de aprendizaje después de un resumen previo sobre las heurísticas que se desarrollaron durante los juegos.
- Etiquetas: **Aplicador [A]** **Sujeto 1 [1]** **Sujeto 2 [2]** **Sujeto 3 [3]** **Sujeto 4 [4]**

Aplicador [A]: Buenos días otra vez. Hoy ya es el último día en que los voy a estar aquí grabando, entonces ya tranquilos. Ya casi van a poder descansar. Quiero que me platiquen un poquito cómo han sentido los juegos.

Sujeto 1 [1]: Fácil, menos el último.

[A]: ¿El último no les gustó?

Sujeto 2 [2]: El último no.

[A]: No, ya no les gustó ese juego. Ok, no se apuren. Vamos a hablar tantito de los juegos. El de círculo de moneda. ¿Se acuerdan a qué se supone que es lo que yo estoy trabajando? Que es que ustedes desarrollen estrategias. También les dicen heurísticas. Es una palabra muy elegante de decirle a una forma de estrategia. Hay varias estrategias que uno ocupa cuando resuelve un problema, de lo que sea. De matemáticas, de la vida normal, de lo que sea. Una de esas es prueba y error. La prueba y error, por ejemplo, ustedes la jugarán mucho con las monedas. Al inicio, cuando apenas les puse el juego, ustedes sacaban fichas a lo loco y dijeron a ganar y tal. Y luego lo volvían a hacer y decían no, ya volví a sacar las mismas fichas y no gané. Eso es prueba y error. Cuando propones un resultado, lo completas y resulta que no fue. Ustedes en álgebra, por ejemplo, ocupan mucho eso. Cuando no saben, si yo les pongo x es igual a 5 menos 4, por ejemplo, ustedes empiezan, en lugar de hacer la operación, empiezan a decir x a lo mejor es 2. Y hacen la operación y dicen, ah, no fue. Bueno, ahora son 3. Y lo hacen. Eso también vale. Es una buena heurística. ¿Se tarda un poquito más? Sí, pero es una heurística. Está lo de pensar hacia adelante o hacia atrás. También en las moneditas lo estuvieron haciendo. Que ustedes decían, yo saco dos fichas y

el de allá puede sacar una. Y si él saca una, ya sacó dos. O lo que decían, lo bloqueo. Ya no voy a ganar, ya se ve que él va a ganar en la siguiente ronda. Entonces, como ya lo pensé, lo que él puede hacer en un futuro, yo lo bloqueo y ya no ganó. Ustedes estuvieron aplicando esas herramientas. El de dividir en pequeñas partes. Eso es lo que yo planeaba que hicieran ayer. En lugar de que vieran todo el triángulo que se veía muy grande. Bueno, la pirámide se veía muy grande. Era resolver de pedacitos. Que era lo que fuimos haciendo al inicio. Que eso fue bueno. ¿X lo pueden resolver? Sí. A ver, término. La de a más, es igual a x más y, creo que sí. No lo podían resolver porque todavía no tenían y. Entonces, en lugar de resolver todo el panorama. Lo fueron separando. Lo fueron separando en pedacitos. Eso es algo que también pueden hacer en ejercicios. Después venía lo de generalizar. Lo de generalizar simplemente es decir, por ejemplo, lo de las monedas. O incluso lo del acumulador, de la estrellita. Que ustedes decían, si yo quiero ganar, ustedes me decían, tengo que dividir el número que falta entre dos, me parece. Y eso ya era algo que usted podría hacer siempre. Y quedaba siempre marcado como, siempre que yo quiera ganar, tengo que hacer esta división. Eso es generalizar.

La analogía, esa creo que ustedes no la han tomado hasta ahora. Que sería decir, ah, yo una vez contesté un ejercicio casi igual. Y podría usar los mismos pasos para contestar. Esas otras heurísticas que también a lo mejor podrían haber salido. Por ejemplo, a lo mejor para el triángulo de ayer, podría haber aparecido por ahí alguna heurística que dijera. Yo alguna vez despejé una ecuación más o menos así. Pero pues no lo traían tan fresco, así que no se apuren, no pasa nada.

La visualización. Cuando les puse los primeros ejercicios, yo les decía, pueden usar otros métodos. O sea, no necesariamente álgebra. Y ustedes hicieron tablas. No me acuerdo si alguien hizo un dibujo de los carritos. Entonces, esa visualización es algo que les ayuda a ver un poquito mejor los datos. A veces cuando los ponen en ejercicio, nomás le ponen, tenemos 50 participantes en no sé qué cosa. Y uno se dedica a aquello, aquello. Y a veces uno lee mucho, pero dice, no entendí nada de lo que dice el tema. Entonces, es cuando ustedes usan otra forma de representar esos datos. Puede ser por gráficas, puede ser por dibujos, puede ser por mapas, lo que sea. Y les ayuda a resolverlo.

Y lo último es el pensamiento lateral. Algo que ustedes han estado aplicando muchísimo. Sí, estaba checando sus trabajos. Creo que solo había dos personas en la primera. En la primera actividad utilizaron álgebra. O que vi que pusieron una letra por ahí. Como su incógnita. El resto de personas dijeron, no, yo lo voy a resolver con aritmética. Voy a hacer divisiones, voy a hacer sumas y lo voy a contestar. ¿Llegaron a la respuesta? Sí. Ese es el pensamiento

lateral. No ocupar la ruta convencional. O sea, yo les dije, usen álgebra. No, la quisieron usar álgebra. Y se fueron por otro método. Y se vale. Al final de cuentas, con que ustedes lleguen a una respuesta, eso está correcto. ¿Se entendieron cuáles son las heurísticas? ¿Vieron cómo es que sí ocuparon algunas de esas en sus juegos?

Ok. Hoy es el último pedacito. Vamos a tener, yo creo que, son dos ejercicios. Nada más. Esto es individual. Ya es lo último. Acuérdense que yo les dije, voy a ponerles unos ejercicios previos. Vamos a jugar y al final van a contestar otros ejercicios. Estos son los que van a contestar. Lo mismo. Utilicen todos los recursos que ustedes piensen que puedan utilizar. Aquí no hay respuesta de opción múltiple, aquí ya son ejercicios directos. Entonces, si quieren dibujar, si quieren utilizar álgebra, si no quieren utilizarla, si quieren pensar o proponer datos al azar, también se puede. El chiste es que ustedes puedan resolverlo.

Déjenme pasarlos. Acuérdense, con lápiz no hay nada que borrar. Si borran o quieren... Si hay hojas, por favor, ocupen las hojas para que puedan escribir. Porque no les va a caber el procedimiento ahí, abajito de la pregunta. Entonces, mejor contéstenlos a las hojas. Pongan ejercicio 1, ejercicio 2 y listo. ¿Les damos entonces media hora o 40 minutos?. Empezamos con media hora y si no les doy más, otros 10 minutos. Mándenle. Estamos a... No sé. A 12 de abril.

[1]: ¿Es individual el examen?

[A]: Es individual.

[Durante la aplicación de la tarea de aprendizaje algunos sujetos indicaron tener dudas, así que el observador se acerca a dar algunas indicaciones]

[1]: miss tengo una duda

[A]: ¿qué pasó?

[1]: aquí en el ejercicio , pregunta de cuántos participantes participaron, pero ¿un participante puede competir en dos o tres?

[A]: De hecho sí, porque aquí dice que 120 participaron en las 3 pruebas, o sea de estos. 220 , 120 participaron todos en todas las pruebas. y luego aquí ya le está diciendo cuántos de cada prueba

[1]: a ok ya

[2]: ¿entonces solo están participando estos?

[A]: no, estos son los que participaron en las 3 pruebas, pero aparte el total de que está participando son estos

[2]: ¿Y cómo?

[A]:A ver., 220 participantes en total, 120 participaron todos en todas las pruebas y los otros restantes participaron a lo menor en una prueba o en otra, en jabalina o lanzamiento, pero en total son 220

[2]: ok

[continúan resolviendo] [se levanta el sujeto 3]

[A]: ¿qué pasó? ¿ya acabó?

[3]:Que esté bien es otra cosa. Este me dejó muchísima duda, hasta yo diría que estoy mal.

[A]: Ok. ¿Y cómo lo contestó?

[3]: Ah, claro. Dispense. aca uno y aca dos

[A]: ¿Y a poco sí son...?

[3]: No.

[A]:Bueno, pero es su idea.

[3]: Es que aquí ya no me dio el ejercicio. O sea, si en uno que me dice el ejercicios en el dos es el triple , bueno son 120 que participaron en los tres y es en cada una pues entonces en decir que por cada prueba hubo 40

[A]: ¿Seguro?

[3]: o 120

[A]:¿Cuántos fueron el total de participantes?

[3]: 220, ¿no?

[A]:Entonces cuando usted suma estos

[3]: faltan 100 Ah, ok.

[A]: ¿Sí le da eso?

[3]: Si no, son 120 más 180.

[A]: Ok. Y entonces esto de que le dice que el número de atletas que fueron en velocidad fue el doble de los que lo hicieron en eso. Aquí ya lo sacó. Pero acá, ¿por qué me dice que son 40?

[2]:No, o sea, me refiero a 40 de los 120 atletas que participaron en las tres pruebas. Lo dividí entre las tres pruebas pues para ver... para sacar un número, porque si mediaba el 120, pues no le va a dar 220, me daban mucho, en la primera me hubiera dado 40, en la tercera 360

[A]: Ok. Ok. ¿Podría escribirme aquí esa lógica? ¿De porque? nada más escriba así su pensamiento de por qué yo digo que sí y por qué digo que no.

[3]: Pero solamente en el último.

[A]: De todo, los dos, por favor.

[Entrega el sujeto 3 sus notas]

[A]: ¿Cuál era su número? lo anota, por favor. ¿Necesitas trabajar mientras en algo?

[3]: No.
[A]: Entonces aquí se queda sentado.
[Vuelven a solicitar apoyo sujeto 1 y 2]
[1]: ya me cansé pero...
[A]: ¿qué pasó?
[1]: en total 220, pero no [inaudible]
[A]: ok 120, participaron en las 3, y aparte de estos 120, están los otros para que juntos suman 220, pero de estos solo participaron en uno, por ejemplo unos aquí y otros acá, ok ustedes ya tienen ecuaciones que les están diciendo cuántos participaron en jabalina, cuantos en salto y cosas así, se entiende en el texto, entonces porque no parten del total de los que participaron en todos y estas ecuaciones que ya les dan. De ahí a ver cómo podrían despejar alguna cosa
[2]: Ah, así es, me acuerdo de lo que dicen, si tengo una cantidad aquí y luego otra aquí y luego de la suma de esto. pero ya no sé
[A]: y por qué no propone una cifra que son de lanzamiento y trata de escribirlo con una ecuación, por ejemplo, velocidad con que letra le gustaría escribirla ¿y si el doble de esta es igual al doble de lanzamiento?
[2]: así? pero ya luego?
[A]: si está bien porque usted no conoce cuántos son de lanzamiento, en la otra salto, ¿como quiere representarlo con una letra?
[2]: mm aja, es igual al triple de lanzamiento, así?
[A]: son dos ecuaciones separadas, tiene lógica, si se da cuenta aquí ya tiene dos relaciones si está hablando de velocidad lo puede referir como lanzamiento y lo mismo con salto y si son 120 los que participaron en velocidad, salto y lanzamiento, de aquí ya puede resolver. o puede utilizar dibujos, tablas, lo que necesite
[sujeto 4, levanta la mano]
[4]: creo que ya
[A]: ok escriba como llego a eso
[siguen resolviendo y entrega el sujeto 4]
[A]: ¿Necesitan 5 minutos más?
[1 y 2]: Sí
[A]: Ok
[entrega su trabajo el sujeto 1]
[1]: ¿si se entiende?
[A]: No, vamos a ponerlo de esta manera para que se explique algo más. Si quieres agarra otra hoja.

[1]: Ok.

[A]: ¿Y cómo llegó a eso? o sea ¿Por qué llegó a esa respuesta? nada más escriba Yo pienso que es esto, esto, esto.

[1]: Ok, ya, atrás.

[sujeto 2 vuelve a solicitar ayuda]

[A]: Le dicen que 120 atletas participaron en las pruebas en lanzamiento, carreras, y el otro era salto, ¿verdad? Ok. Entonces, estos nos van a dar igual a 120. Pero aquí, por ejemplo, tiene tres desconocidos. Serían tres variables que no conoce. Pero ya sabe que salto lo había resultado de alguna forma, ¿no? con una letra Con unas ecuaciones que usted había puesto originalmente. En lugar de decir carreras, yo puedo decir esto. También es un copia de salto. En lugar de decir lanzamientos de jabalina creo que lo podría decir en estos términos. Y obviamente, pues, el término de Y que sería su salto, ¿no? Entonces, ya tiene tres numeritos con letras que son la misma igual a 120 y realiza el despeje . Serían 120 es igual a jabalinas, a sus carreras, y a los que es salto. Ok. ¿Cómo representan a cada uno?

[2]: sería sumar los de lanzamiento, y los de salto

[A]: ok y usted sabe que 120 es igual a los de velocidad esté, más los que fueron en salto, y los de jabalina y si tiene todos estos ¿por que no los pone como iguales?

[2]: ¿entonces así y ya son puros datos conocidos que puedo sumar?

[1]: ya miss, aquí está mi explicación. [entrega reporte]

[2]: Ya, ya la terminé. [entrega su reporte]

[A]: Gracias. ¿Cómo sintieron esto? con sinceridad, o sea, ya se acabó, ya es toda la prueba, ya de ahí voy a sacar el datos de lo que escribieron. Pero me gustaría ver qué pensaron durante el trabajo, ¿se les hizo tedioso? ¿Hubo partes que no les gustó, hubo partes que sí?

[4]: yo creo que me gustaron mas los juegos, de las fichitas, porque el álgebra se me hace facil cuando ya esta así como en, como ya en fórmulas en las que tu tienes que responder y no ponerlas yo

[A]: ok entonces el álgebra no les gusta les gusta así,¿ como esos ejercicios que les he hablado de poner? ¿donde ustedes tienen que poner sus propias ecuaciones?

[1,2,3,4]: no

[A]: ¿se les complica? ¿Les gusta ya que les pongan así, o sea, resuelve la siguiente ecuación algebraica?

[3]: Ajá, ya, tú no tienes que buscar el resultado, no tienes que buscar la fórmula, bueno, o sea, la fórmula.

[A]: Y si yo les pregunto entonces, ¿para qué resolvieron la ecuación algebraica? ¿De qué les sirvió?

[3]: pues dio un resultado, ¿no?

[A]: Todo. Ajá, pero...] O sea, ya ahorita, ¿qué están viendo? Trigonometría. ¿Ya vieron semejanza de triángulos, por ejemplo?

[4]: Sí.

[A]: Ok, y ustedes prefieren que les ponga dos triangulitos y díganme si son semejantes. Y ya. Que si yo les preguntaría eso, ¿en qué les va a ayudar? A pasar la materia, sí. Pero, o sea, ¿en qué lo van a aplicar?

[3]: Yo me pregunto en casi todas mis clases de matemáticas, en qué las voy a ocupar, pero no encuentro respuesta .

[A]: . Ok. Es una costumbre que se tiene. Muchas veces nosotros los profesores llegamos y escribimos y decimos, hoy vamos a ver la ecuación cuadrática. Y les ponen aquí la ecuación y la formulita y la aplican y se acabó. Y ya. Si ustedes aprenden la ecuación, van a pasar la materia porque la van a aplicar siempre y se acabó. Pero ahí la pregunta es, ¿y para qué me va a servir? Qué es lo que a veces sí nos dicen los alumnos. Yo ya salí de la universidad y jamás aplique el binomio cuadrado perfecto por ejemplo. Ese es un desfase que tenemos. Las matemáticas el problema es que la vemos como si fuera una cosa muy aparte. Nosotros decimos, son números, este, voy a... Cuando salga de la preparatoria voy a estudiar una carrera que no tenga ningún número. Siempre me ha tocado escuchar eso. Me voy a ir a Chef. Me voy a ir a contabilidad, a este, leyes. Porque esos no manejan números. Las matemáticas están en todo. Lamento decirles sea todas las carreras siempre vamos a ocupar matemáticas incluso que ustedes vayan a una tienda y compren cosas van a usar matemáticas, bases sencillas que serían sumas y restos multiplicaciones si acaso pero siempre se ocupan matemáticas algo de lo que estamos viendo en la investigación es eso de que si nosotros les damos descontextualizado el trabajo simplemente si son ecuaciones para qué me sirven quién sabe y se acabó aquí por ejemplo estos si ya tenían un propósito yo les dije imagínense que quieren ir a viajar tienen que pagar un carro tienen que hacer ecuaciones sencillas si no se les van a cobrar muy caro en la tarifa entonces para eso es que se tienen que trabajar un poquito más a detalle ahorita me gusta porque vi que ya cambiaron formas de resolver los ejercicios creo que sí sirvió de algo los juegos hay juegos que les gustaron mucho yo estoy segura de que la de las monedas fue como que el más sencillo y el que no tuvieron que complicarse tanto, el del acumulador puede que se haya hecho un poquito de bolas a la suma que a veces se les iba un numerito o se les iba otro por ejemplo o

luego ya no sabían a cuál tenían que llegar y cosas así y el que siento que si no les gustó fue el de las pirámides el de álgebra no les gustó el previo

[2 y 4]: sí más o menos

[A]: algo que vi curioso batallan con suma de números negativos y positivos y eso es curioso porque no deberían ya estar para la época en la que están no se apuren hasta luego pasa algo que estamos muy acostumbrados a utilizar la calculadora estoy segura de que si yo ahorita les hubiera dejado usar calculadora no iban a tener problema

[3]: no pues no

[A]: si está bien pero la calculadora es una herramienta, el día que no tengan la herramienta tienen que saber ustedes trabajar con lo que tienen entonces pues bueno no se apuren ¿algún comentario que tengan? ¿cómo se sintieron? ¿si les gustó?

[1,2,3,4]: si

[A]: les gustaría que luego repitieran juegos? si pero no tan feos como la pirámide?

[3]: si de preferencia si

[A]: jaja ok bueno ya eso fue ya todo ya los dejo descansar muchas gracias por apoyarme en el proyecto ahí están sus dulcecitos por eso y pues ahí nos estamos viendo después a lo mejor, mucha suerte en su examen

[1,2,3,4]: gracias hasta luego