



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DEL ESTADO DE HIDALGO**



**INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA**

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y SISTEMAS**

---

**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**

**GUIADO HÁPTICO PASIVO Y ESTUDIOS DE INTERACCIÓN  
HOMBRE-ROBOT EMPLEANDO ESTRATEGIAS DE CONTROL  
ADAPTABLE**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**

**PRESENTA:**

**ING. JOSÉ MANUEL FERNÁNDEZ RAMÍREZ**

**ASESORES:**

**DR. OMAR A. DOMÍNGUEZ RAMÍREZ**

**DR. LUIS ENRIQUE RAMOS VELASCO**

**PACHUCA HGO., MÉXICO 12 DE AGOSTO DE 2020**



Ing. José Manuel Fernández Ramírez

**Guiado Háptico Pasivo y  
Estudios de Interacción  
Hombre-Robot Empleando  
Estrategias de Control  
Adaptable**

*Este trabajo es el fruto de dos años de esfuerzo y dedicación,  
el cual es dedicado a mis padres,  
quienes me han apoyado incondicionalmente,  
que me han enseñado a valorar lo bello de la vida,  
que me han comprendido a pesar de mis errores y tropiezos,  
que han disfrutado mis alegrías y mis éxitos obtenidos,  
que han compartido una gran e inmensa sabiduría,  
que han pasado noches en vela cuando he estado enfermo,  
que han hecho grandes proezas por darme un mejor futuro,  
por el orgullo de ser su hijo, por todo esto y más, gracias.*

# Agradecimientos

Gracias a

**CONACYT** Por la beca de Maestría otorgada durante el periodo Agosto 2012 - Julio 2014, con número de registro 275395.

Gracias a

**CITIS - UAEH** Por la formación académica brindada a lo largo de mi estancia en sus instalaciones, y de manera particular a su laboratorio de robótica avanzada e interfaces hápticas, por el apoyo durante la realización del presente trabajo de investigación.

Gracias a

**UPSIN - Universidad Politécnica de Sinaloa**  
Por las facilidades en el uso de la plataforma experimental, así como de sus instalaciones, que ha permitido realizar este trabajo de investigación a través de la beca mixta de CONACYT periodo Enero - Abril 2014.

# Agradecimientos

A través de este largo caminar, varias personas he conocido, muchas tan solo fueron compañeros de viaje, y unas cuantas han pasado a ser parte importante en cada día de mi existencia, a las cuales me es placentero hacerles llegar mi más sincera gratitud.

Hoy agradezco a mis padres, por haberme regalado el don de la vida, por mostrarme en cada momento la manera más sublime de existir, por cuidarme en los momentos más grises que he pasado, por haber trabajado incansablemente largas jornadas tan solo para darme una mejor vida, además de ser los únicos que saben hasta ahora lo mucho que me ha costado llegar a este lugar, porque si mas no recuerdo siempre ver a mi padre con esa figura recia e inquebrantable, que me enseñó que la vida puede ser cruel, también me enseñó que el respetarse es el primer paso para entender que los demás no pueden dañarme y a mi madre, un ser sensible pero al mismo tiempo una fiera para cuidar a capa y espada a quienes considera sus hijos, porque ellos son incomparables en mi mundo, mis más infinitas y sinceras gracias.

Agradezco a mi hermano, mi compinche de tantas travesuras y locuras, el que conoce mi verdadero llanto así como mi más oscura y terrible figura, porque sin él hubiese pasado gran parte de mi vida en tan inmensa soledad, porque a pesar de increíbles peleas, siempre volvemos a querernos como verdaderos hermanos y al fin de nuestras vidas seremos los mejores e inseparables hermanos.

A Ignacia Pérez+, Adelaido Fernández y Julia López, mis abuelos quienes siempre han creído en mi apoyándome en todo momento y circunstancias, además de darme consejos que me han servido para poder seguir adelante, gracias.

A mis directores de tesis Dr. Omar Arturo Domínguez Ramírez y Dr. Luis Enrique Ramos Velasco, a quienes les guardo tan gran y bien merecido aprecio, por permitirme trabajar bajo su agradable tutela, por mostrarme los conocimientos que permitieron realizar este trabajo de investigación, por todos los consejos y regaños, para darme bríos para seguir adelante y así poder llegar a ser un Maestro en Ciencias.

Al Dr. Omar López Ortega y al M.C. Alejandro Jarillo Silva quienes revisaron este trabajo y realizaron importantes acotaciones, sus observaciones y comentarios que ayudaron a la mejora de la esencia de esta tesis.

A Luis Rey Lechuga, Miguel Oswaldo Uribe, Máximo Ramírez Melo y Juan Daniel Ramírez Zamora (Los piras), por haberme brindado su compañerismo y amistad en estos dos años en los que pasamos grandes aventuras, en los que descubrimos que el tiempo es relativo en diferentes lugares (5 minutos huasqueñoses son 15 minutos reales), en los que me apoyaron incondicionalmente (en el Man Pao y California Bufet) en los momentos de convalecencia, por todos esos momentos que no cambiaría por nada, gracias.

Agradezco a Jenny Castillo Hernández, por todo el apoyo incondicional, por todos esos ánimos y porras que me ha dado, gracias.

Al Ing. Enrique Salinas, por haberme permitido contar con su valiosa colección de libros, así como su gran conocimiento, gracias.

# Resumen

## Guiado Háptico Pasivo y Estudios de Interacción Hombre-Robot Empleando Estrategias de Control Adaptable

El guiado háptico ha sido objeto de estudio en distintas áreas de la ingeniería, para nuestro caso particular la interacción hombre-robot con fines de rehabilitación a pacientes que tengan una discapacidad motriz de miembro superior, lo cual puede ser causado por algún mal congénito, o en algunos otros casos por algún traumatismo que propicie alguna discapacidad, también ha sido utilizado con fines de entrenamiento en diferentes áreas, como por ejemplo el entrenamiento para cirugía donde se necesita una gran precisión.

En el presente trabajo de tesis se analiza el estudio de la interacción hombre-robot, esto mediante la implementación de dos estrategias de control adaptable. Uno de estos controles no depende de modelos matemáticos de los dispositivos, tan solo depende del error de posición y se usan redes neuronales para la identificación del sistema (PID *Wavenet*) y otro depende directamente de los modelos cinemático y dinámico de cada uno de los dispositivos, así como del error tanto de la posición articular como de la velocidad articular (Slotine-Li).

Estos controles fueron implementados experimentalmente en las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI, realizando tanto el estudio comparativo entre los dos controles, así como de las interfaces mediante tareas de regulación y seguimiento de trayectorias de donde se obtienen los siguientes datos:

- Desempeño en el espacio de trabajo.
- Posición en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ .
- Energía.

Mediante estos datos se hace la evaluación con usuarios en el lazo y se observa el rendimiento de cada control implementado en dichas interfaces. Por otra parte se interpreta de manera subjetiva por medio del protocolo NASA TLX, la carga de trabajo que se tiene al realizar las tareas de guiado háptico, esto con la intención de poder evaluar cómo se sintió el usuario, para lo cual una vez realizado la tarea se hizo un cuestionario, en el cual se evalúan 6 dimensiones que son:

- Demanda mental
- Demanda física
- Demanda temporal
- Esfuerzo
- Rendimiento
- Nivel de frustración

# Abstract

## Passive Haptic Guidance Studies and Human-Robot Interaction Using Adaptive Control Strategies

The haptic guidance has been studied in different areas of engineering, for our particular case the human-robot interaction for rehabilitation to patients who have a physical disability of upper limb, which can be caused by a congenital disease, or in some other cases for some trauma conducive disabilities, has also been used for training in different areas, such as training for surgery where high accuracy is required.

In this thesis the study of human-robot interaction, is presented by implementing two strategies adaptive control. One of these controls is not dependent on mathematical models of devices, just depends on the position error and neural networks for identification system (PID Wavenet) is used either one directly depending on the kinematic and dynamic models of each of the devices position joint and the error as articular position and articular velocity (Slotine-Li).

These controls were carried out experimentally on touch interfaces PREMIUM PHANToM 1.0 and PHANToM OMNI, performing a comparative study between the two controls and interfaces with the tasks of monitoring and control path in which the following data were obtained:

- Performance in the workspace.
- Axle position X,Y and Z.
- Energy.

Using these data is done evaluation with users in the loop and is observed the performance of each control implemented in such interfaces .

Moreover, it is interpreted subjectively by the protocol NASA TLX workload that has to perform the tasks of haptic guidance, this with the intention to evaluate how

the user felt, for which once made the task was a questionnaire in which are evaluated six dimensions that are:

- Mental demand.
- Physical demand.
- Temporary demand.
- Effort.
- Performance.
- Level of frustration.

# Índice general

Dedicatoria . . . . .	III
Agradecimientos . . . . .	V
Agradecimientos . . . . .	VII
Resumen . . . . .	IX
Abstract . . . . .	XI
Índice general . . . . .	XIII
Índice de figuras . . . . .	XVII
Índice de tablas . . . . .	XXIII
<b>Acrónimos y abreviaturas</b>	<b>xxv</b>
<b>Notación</b>	<b>xxvii</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Justificación . . . . .	2
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.4. Hipótesis . . . . .	2
1.5. Solución propuesta . . . . .	3
1.6. Objetivos . . . . .	3
1.6.1. Objetivo general . . . . .	3
1.6.2. Objetivos específicos . . . . .	4
1.7. Metodología . . . . .	4
1.8. Alcances y limitaciones . . . . .	5
1.9. Organización de la tesis . . . . .	5
<b>2. Marco teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Interfaz háptica . . . . .	7
2.1.1. Descripción de interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 . . . . .	8
2.1.2. Descripción de interfaz háptica PHANToM OMNI . . . . .	9
2.2. Sistemas adaptables . . . . .	10

2.3.	Redes neuronales . . . . .	12
2.3.1.	Introducción . . . . .	12
2.3.2.	Historia . . . . .	12
2.3.3.	Neurona biológica . . . . .	14
2.3.4.	Neuronas artificiales . . . . .	15
2.4.	Teoría <i>Wavenet</i> . . . . .	16
2.4.1.	<i>Wavelet</i> . . . . .	16
2.4.2.	<i>Wavenet</i> . . . . .	17
2.5.	Protocolo NASA TLX . . . . .	18
2.5.1.	Aplicación del método . . . . .	20
2.6.	Comentarios . . . . .	22
<b>3.</b>	<b>Análisis de control</b>	<b>23</b>
3.1.	Introducción . . . . .	23
3.2.	Control adaptable Slotine-Li . . . . .	24
3.2.1.	Formulación Euler-Lagrange . . . . .	25
3.2.2.	Diseño del control . . . . .	26
3.2.3.	Prueba de estabilidad . . . . .	27
3.2.4.	Parametrización lineal . . . . .	28
3.2.4.1.	Parametrización lineal del dispositivo PHANToM OMNI	29
3.2.4.2.	Parametrización lineal del dispositivo PHANToM PRE-MIUM 1.0 . . . . .	31
3.3.	Control PID <i>Wavenet</i> . . . . .	34
3.3.1.	Controlador PID . . . . .	35
3.3.2.	PID <i>Wavenet</i> . . . . .	36
3.3.2.1.	Controlador PID discreto . . . . .	36
3.3.2.2.	Red neuronal <i>Wavenet</i> . . . . .	37
3.3.3.	Sistemas no lineales discretos . . . . .	40
3.3.3.1.	Auto-sintonización . . . . .	42
3.3.4.	Regulación basada en seguimiento . . . . .	42
3.4.	Análisis de energía . . . . .	43
3.4.1.	Potencia . . . . .	43
3.4.2.	Energía . . . . .	44
3.5.	Comentarios . . . . .	45
<b>4.</b>	<b>Desempeño de los controles Slotine-Li y PID <i>Wavenet</i></b>	<b>47</b>
4.1.	Trayectoria utilizada en experimentación . . . . .	47
4.2.	Resultados de experimentos con interfaz háptica PHANToM OMNI .	48
4.2.1.	Control Slotin-Li . . . . .	48
4.2.1.1.	Experimento sin masa externa . . . . .	48

4.2.1.2.	Experimento con masa externa . . . . .	55
4.2.2.	Experimentos con control PID Wavenet . . . . .	62
4.2.2.1.	Experimento sin masa externa . . . . .	62
4.2.2.2.	Experimento con masa externa . . . . .	71
4.3.	Experimentos con interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 . . . . .	80
4.3.1.	Control Slotin-Li . . . . .	80
4.3.1.1.	Experimento sin masa externa . . . . .	81
4.3.1.2.	Experimento con masa externa . . . . .	87
4.3.2.	PID Wavenet . . . . .	94
4.3.2.1.	Experimento sin masa externa . . . . .	94
4.3.2.2.	Esperimento con masa externa . . . . .	103
4.4.	Comentarios . . . . .	112
<b>5.</b>	<b>Resultados de los controladores Slotine-Li y PID <i>Wavenet</i> con usuario en el lazo</b>	<b>115</b>
5.1.	Control PID <i>Wavenet</i> implementado en el dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 y usuario en el lazo . . . . .	116
5.2.	Control Slotine-Li implementado en el dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 y usuario en el lazo . . . . .	120
5.3.	Control PID <i>Wavenet</i> implementado en el dispositivo PHANToM OMNI y usuario en el lazo . . . . .	124
5.4.	Control Slotine-Li implementado en el dispositivo PHANToM OMNI y usuario en el lazo . . . . .	128
5.5.	Comentarios . . . . .	132
<b>6.</b>	<b>Aplicación del protocolo NASA TLX</b>	<b>133</b>
6.1.	Índice de carga de trabajo con interfaz PHANToM OMNI . . . . .	133
6.2.	Índice de carga de trabajo con interfaz PHANToM PREMIUM 1.0 . . . . .	136
6.3.	Comentarios . . . . .	138
<b>7.</b>	<b>Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>139</b>
7.1.	Conclusiones . . . . .	139
7.2.	Trabajos futuros . . . . .	139
<b>A.</b>	<b>Modelos matemáticos de interfaces hápticas</b>	<b>141</b>
A.1.	Modelos matemáticos dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 . . . . .	141
A.1.1.	Modelo cinemático . . . . .	141
A.1.1.1.	Modelo cinemático de posición . . . . .	141
A.1.1.2.	Modelo cinemático inverso de posición . . . . .	141
A.1.1.3.	Modelo cinemático directo de velocidad . . . . .	142
A.1.1.4.	Modelo cinemático inverso de velocidad. . . . .	142

---

A.1.1.5. Modelo cinemático directo de aceleración . . . . .	142
A.2. Modelo cinemático inverso de aceleración . . . . .	143
A.2.1. Modelo dinámico . . . . .	143
A.3. Modelos matemáticos dispositivo PHANToM OMNI . . . . .	146
A.3.1. Modelo cinemático . . . . .	146
A.3.1.1. Modelo cinemático directo de posición . . . . .	146
A.3.1.2. Modelo cinemático inverso de posición . . . . .	147
A.3.1.3. Modelo cinemático directo de velocidad . . . . .	147
A.3.1.4. Modelo cinemático inverso de velocidad . . . . .	147
A.3.1.5. Modelo cinemático directo de aceleración . . . . .	148
A.3.1.6. Modelo cinemático inverso de aceleración . . . . .	149
A.3.1.7. Modelo Dinámico . . . . .	149
<b>Glosario</b>	<b>151</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>159</b>

# Índice de figuras

2.1.	Representación de interfaz háptica. . . . .	8
2.2.	Dispositivo háptico PHANToM PREMIUM 1.0. . . . .	9
2.3.	Dispositivo háptico PHANToM OMNI. . . . .	9
2.4.	Representación de una red neuronal biológica. . . . .	13
2.5.	Estructura de una neurona biológica. . . . .	14
2.6.	Estructura de una neurona artificial. . . . .	15
2.7.	Capas de una red neuronal artificial. . . . .	16
2.8.	Esquema de la relación de las variables que influyen en el rendimiento humano y la carga de trabajo. . . . .	19
3.1.	Esquema del punto de contacto. . . . .	23
3.2.	Diagrama a bloques del control Slotine Li donde $y_{ref}$ es la posición de referencia, $u$ es el control, $u_h$ es la dinámica inducida por el usuario, $y$ es la posición que tiene el dispositivo y $\hat{\theta}$ son los parámetros estimados. . . . .	25
3.3.	Comprobación de parametrización de dispositivo PHANToM OMNI. . . . .	31
3.4.	Comprobación de parametrización del dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0. . . . .	34
3.5.	Esquema de control PID. . . . .	35
3.6.	Esquema del control PID <i>Wavenet</i> . . . . .	36
3.7.	Esquema de red neuronal <i>Wavenet</i> . . . . .	37
3.8.	Esquema de filtros IIR. . . . .	38
4.1.	Trayectoria deseada en el espacio de trabajo. . . . .	48
4.2.	Interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	49
4.3.	Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	49
4.4.	Posición cartesiana con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	50
4.5.	Error de posición cartesiana con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	50

4.6. Posición articular con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	51
4.7. Error de posición articular. . . . .	51
4.8. actualización de los parámetros $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ y $\theta_4$ con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	52
4.9. Actualización de los parámetros $\theta_5$ , $\theta_6$ , $\theta_7$ y $\theta_8$ con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	52
4.10. Actualización de los parámetros $\theta_9$ y $\theta_{10}$ con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	53
4.11. Señal de control de la interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa. . . . .	53
4.12. Potencia en los actuadores. . . . .	54
4.13. Energía en los actuadores. . . . .	54
4.14. Energía total. . . . .	55
4.15. Interfaz háptica PHANToM OMNI con masa externa. . . . .	55
4.16. Masa del dedal implementado para experimentación. . . . .	56
4.17. Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANToM OMNI. . . . .	56
4.18. Posición cartesiana. . . . .	57
4.19. Error de posición cartesiana. . . . .	57
4.20. Posición articular. . . . .	58
4.21. Error de posición articular. . . . .	58
4.22. Actualización de los parámetros $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ y $\theta_4$ . . . . .	59
4.23. Actualización de los parámetros $\theta_5$ , $\theta_6$ , $\theta_7$ y $\theta_8$ . . . . .	59
4.24. Actualización de los parámetros $\theta_9$ y $\theta_{10}$ . . . . .	60
4.25. Señal de control. . . . .	60
4.26. Potencia en los actuadores. . . . .	61
4.27. Energía en los actuadores. . . . .	61
4.28. Energía total. . . . .	62
4.29. Desempeño en el espacio de trabajo. . . . .	63
4.30. Posición cartesiana. . . . .	63
4.31. Error de posición cartesiana. . . . .	64
4.32. Identificación del sistema. . . . .	64
4.33. Error de estimación. . . . .	65
4.34. Actualización de los parámetros $W$ . . . . .	65
4.35. Actualización de los parámetros $A$ . . . . .	66
4.36. Actualización de los parámetros $B1$ . . . . .	66
4.37. Actualización de los parámetros $B2$ . . . . .	67
4.38. Actualización de los parámetros $B3$ . . . . .	67
4.39. Actualización de los parámetros $D$ . . . . .	68

4.40. Actualización de los parámetros $C$ .	68
4.41. Actualización de las ganancias $K_{p1}$ , $K_{i1}$ y $K_{d1}$ .	69
4.42. Actualización de las ganancias $K_{p2}$ , $K_{i2}$ y $K_{d2}$ .	69
4.43. Actualización de las ganancias $K_p$ , $K_i$ y $K_d$ .	70
4.44. Potencia en los actuadores.	70
4.45. Energía en los actuadores.	71
4.46. Energía total.	71
4.47. Desempeño en el espacio de trabajo.	72
4.48. Posición cartesiana.	72
4.49. Error de posición cartesiana.	73
4.50. Identificación del sistema.	73
4.51. Error de estimación.	74
4.52. Actualización de los parámetros $W$ .	74
4.53. Actualización de los parámetros $A$ .	75
4.54. Actualización de los parámetros $B_1$ .	75
4.55. Actualización de los parámetros $B_2$ .	76
4.56. Actualización de los parámetros $B_3$ .	76
4.57. Actualización de los parámetros $D$ .	77
4.58. Actualización de los parámetros $C$ .	77
4.59. Actualización de las ganancias $K_{p1}$ , $K_{i1}$ y $K_{d1}$ .	78
4.60. Actualización de las ganancias $K_{p2}$ , $K_{i2}$ y $K_{d2}$ .	78
4.61. Actualización de las ganancias $K_{p3}$ , $K_{i3}$ y $K_{d3}$ .	79
4.62. Potencia en los actuadores.	79
4.63. Energía en los actuadores	80
4.64. Energía total.	80
4.65. Interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 sin masa externa.	81
4.66. Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0.	82
4.67. Posición cartesiana.	82
4.68. Error de posición cartesiana.	83
4.69. Posición articular.	83
4.70. Error de posición articular.	84
4.71. Actualización de los parámetros $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ y $\theta_4$ .	84
4.72. Actualización de los parámetros $\theta_5$ , $\theta_6$ , $\theta_7$ y $\theta_8$ .	85
4.73. Actualización de los parámetros $\theta_9$ , $\theta_{10}$ , $\theta_{11}$ y $\theta_{12}$ .	85
4.74. Señal de control.	86
4.75. Potencia en los actuadores.	86
4.76. Energía en los actuadores.	87
4.77. Energía total.	87
4.78. Interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 con masa.	88

4.79. Masa del dedal implementado para experimentación. . . . .	88
4.80. Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0. . . . .	89
4.81. Posición cartesiana. . . . .	89
4.82. Error de posición cartesiana. . . . .	90
4.83. Posición articular. . . . .	90
4.84. Error de posición articular. . . . .	91
4.85. Actualización de los parámetros $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ y $\theta_4$ . . . . .	91
4.86. Actualización de los parámetros $\theta_5, \theta_6, \theta_7$ y $\theta_8$ . . . . .	92
4.87. Actualización de los parámetros $\theta_9, \theta_{10}, \theta_{11}$ y $\theta_{12}$ . . . . .	92
4.88. Señal de control. . . . .	93
4.89. Potencia en los actuadores. . . . .	93
4.90. Energía en los actuadores. . . . .	94
4.91. Energía total. . . . .	94
4.92. Desempeño en el espacio de trabajo. . . . .	95
4.93. Posición en el espacio cartesiano. . . . .	95
4.94. Error de posición en el espacio cartesiano. . . . .	96
4.95. Identificación del sistema. . . . .	96
4.96. Error de estimación. . . . .	97
4.97. Actualización de los parámetros $W$ . . . . .	97
4.98. Actualización de los parámetros $A$ . . . . .	98
4.99. Actualización de los parámetros $B_1$ . . . . .	98
4.100 Actualización de los parámetros $B_2$ . . . . .	99
4.101 Actualización de los parámetros $B_3$ . . . . .	99
4.102 Actualización de los parámetros $D$ . . . . .	100
4.103 Actualización de los parámetros $C$ . . . . .	100
4.104 Actualización de las ganancias $K_{p1}, K_{i1}$ y $K_{d1}$ . . . . .	101
4.105 Actualización de las ganancias $K_{p2}, K_{i2}$ y $K_{d2}$ . . . . .	101
4.106 Actualización de las ganancias $K_{p3}, K_{i3}$ y $K_{d3}$ . . . . .	102
4.107 Potencia en los actuadores. . . . .	102
4.108 Energía en los actuadores. . . . .	103
4.109 Energía total. . . . .	103
4.110 Desempeño en el espacio de trabajo. . . . .	104
4.111 Posición cartesiana. . . . .	104
4.112 Error de posición cartesiana. . . . .	105
4.113 Identificación del sistema. . . . .	105
4.114 Error de estimación. . . . .	106
4.115 Actualización de los parámetros $W$ . . . . .	106
4.116 Actualización de los parámetros $A$ . . . . .	107
4.117 Actualización de los parámetros $B_1$ . . . . .	107

4.118	Actualización de los parámetros $B_2$ .	108
4.119	Actualización de los parámetros $B_3$ .	108
4.120	Actualización de los parámetros $D$ .	109
4.121	Actualización de los parámetros $C$ .	109
4.122	Actualización de las ganancias $K_{p1}, K_{i1}$ y $K_{d1}$ .	110
4.123	Actualización de las ganancias $K_{p2}, K_{i2}$ y $K_{d2}$ .	110
4.124	Actualización de las ganancias $K_{p3}, K_{i3}$ y $K_{d3}$ .	111
4.125	Potencia en los actuadores.	111
4.126	Energía en los actuadores.	112
4.127	Energía total.	112
5.1.	Usuario en el lazo.	115
5.2.	Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID <i>Wavenet</i> y usuario en el lazo.	116
5.3.	Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID <i>Wavenet</i> y usuario en el lazo.	117
5.4.	Actualización de las ganancias $K_{p1}, K_{i1}$ y $K_{d1}$ .	117
5.5.	Actualización de las ganancias $K_{p2}, K_{i2}$ y $K_{d2}$ .	118
5.6.	Actualización de las ganancias $K_{p3}, K_{i3}$ y $K_{d3}$ .	118
5.7.	Energía en los actuadores del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID <i>Wavenet</i> y usuario en el lazo.	119
5.8.	Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID <i>Wavenet</i> y usuario en el lazo.	119
5.9.	Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.	120
5.10.	Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.	121
5.11.	Actualización de los parámetros $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ y $\theta_4$ .	121
5.12.	Actualización de los parámetros $\theta_5, \theta_6, \theta_7$ y $\theta_8$ .	122
5.13.	Actualización de los parámetros $\theta_9, \theta_{10}, \theta_{11}$ y $\theta_{12}$ .	122
5.14.	Energía aplicada a los actuadores del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.	123
5.15.	Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.	123
5.16.	Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM OMNI con control PID <i>Wavenet</i> y usuario en el lazo.	124
5.17.	Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM OMNI con control PID <i>Wavenet</i> y usuario en el lazo.	125
5.18.	Actualización de las ganancias $K_{p1}, K_{i1}$ y $K_{d1}$ .	125
5.19.	Actualización de las ganancias $K_{p2}, K_{i2}$ y $K_{d2}$ .	126

5.20. Actualización de las ganancias $K_{p3}$ , $K_{i3}$ y $K_{d3}$ . . . . .	126
5.21. Energía aplicada a los actuadores del dispositivo PHANTOM OMNI con control PID <i>Wavenet</i> y usuarios en el lazo. . . . .	127
5.22. Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM OMNI con control PID <i>Wavenet</i> y usuario en el lazo. . . . .	127
5.23. Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine-Li y usuarios en el lazo. . . . .	128
5.24. Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine-Li y usuario en el lazo. . . . .	129
5.25. Actualización de los parámetros $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ y $\theta_4$ . . . . .	129
5.26. Actualización de los parámetros $\theta_5$ , $\theta_6$ , $\theta_7$ y $\theta_8$ . . . . .	130
5.27. Actualización de los parámetros $\theta_9$ y $\theta_{10}$ . . . . .	130
5.28. Energía aplicada a los actuadores del dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine Li y usuario en el lazo. . . . .	131
5.29. Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine Li y usuario en el lazo. . . . .	131
6.1. Índice de carga de trabajo con el control Slotine-Li implementado en interfaz PAHNTOM OMNI. . . . .	134
6.2. Índice de carga de trabajo con el control PID <i>Wavenet</i> implementado en interfaz PAHNTOM OMNI. . . . .	135
6.3. Índice total de carga de trabajo con los controles Slotine-Li y PID <i>Wavenet</i> implementados en la interfaz PAHNTOM OMNI . . . . .	135
6.4. Índice de carga de trabajo con el control Slotine-Li implementado en interfaz PAHNTOM PREMIUM 1.0. . . . .	136
6.5. Índice de carga de trabajo con el control PID <i>Wavenet</i> implementado en interfaz PAHNTOM PREMIUM 1.0. . . . .	137
6.6. Índice total de carga de trabajo con los controles Slotine-Li y PID <i>Wavenet</i> implementados en la interfaz PHANTOM PREMIUM 1.0. . .	137

# Índice de tablas

2.1.	Descripción de las dimensiones del protocolo Nasa TLX . . . . .	21
2.2.	Puntuación de las dimensiones del protocolo Nasa TLX. . . . .	22
3.1.	Parámetros del modelo dinámico del dispositivo PHANToM OMNI. .	29
3.2.	Parámetros del modelo dinámico del dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0. . . . .	32
4.1.	Comparación de parámetros del control Slotine-Li e interfaz háptica PHANToM OMNI. . . . .	113
4.2.	Comparación de parámetros del control PID <i>wavenet</i> e interfaz háptica PHANToM OMNI. . . . .	113
4.3.	Comparación de parámetros del control Slotine-Li e interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 . . . . .	113
4.4.	Comparación de parámetros del control PID <i>wavenet</i> e interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0. . . . .	114
6.1.	Datos de usuarios. . . . .	133
A.1.	Parámetros del modelo dinámico de PHANToM PREMIUM 1.0 . . .	145
A.2.	Parámetros del modelo dinámico de PHANToM OMNI . . . . .	149

# Acrónimos y abreviaturas

<b>Siglas</b>	<b>Descripción</b>
ADALINE	Elemento lineal adaptable.
MATLAB	Laboratorio de matrices.
PID	Control proporcional, integral y derivativo.
RNA	Redes neuronales artificiales.

# Notación

Símbolo	Descripción
$a \in A$	$a$ es un elemento de $A$ .
$A^{-1}$	Inversa de la matriz $A$ .
$A \subset B$	$A$ es un subconjunto propio de $B$ .
$A \subseteq B$	$A$ es un subconjunto de $B$ .
$A^T$	$A$ transpuesta.
$C(q\dot{q})$	Matriz de fuerzas de coriolis y centripetas.
$\tau_{C_h}$	Par de fuerzas de coriolis y centripetas del humano.
$\neq$	Desigualdad.
$A \sim B$	$A$ es equivalente a $B$ .
$e^x$	Exponencial de $x$ .
$G(q)$	Matriz de fuerzas gravitacionales.
$\tau_{G_h}$	Par de fuerzas gravitacionales del humano.
$H(q)$	Matriz de fuerzas inerciales.
$f : A \rightarrow B$	$f$ mapea el dominio $A$ en $B$ .
$\tau_{H_h}$	Par de fuerzas inerciales del humano.
$I$	Matriz identidad.
$\cap$	Intersección.
$b \notin A$	$b$ no es un elemento de $A$ .
$\tau$	Par (Nm).
$\forall$	Para todo.
$q$	Posición articular.
$\dot{q}$	Velocidad articular.
$\ddot{q}$	Aceleración articular.
$\mathbb{R}^n$	Espacio vectorial de dimensión $n$ .
$\sum$	Suma.
$\oplus$	Suma directa de subespacios.
$x \rightarrow x_n$	$x$ tiende a $x_n$ .
$\cup$	Unión.
$x$	Posición en $X$ .

Símbolo	Descripción
$\hat{x}$	$x$ estimada.
$\dot{x}$	Velocidad en $X$ .
$\ddot{x}$	Aceleración en $X$ .
$y$	Posición en $Y$ .
$\dot{y}$	Velocidad en $Y$ .
$\ddot{y}$	Aceleración en $Y$ .
$z$	Posición en $Z$ .
$\dot{z}$	Velocidad en $Z$ .
$\ddot{z}$	Aceleración en $Z$ .

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes

En [51] se proponen diferentes paradigmas de guiado, esto con la intención de entrenamiento a personas inexpertas en la realización de tareas con interacción virtual donde se da, tanto retroalimentación de fuerza como retroalimentación visual. Los resultados que muestran, son experimentos con cuatro paradigmas ya implementados en la literatura, aplicados a 50 personas sanas, encontrando que para cada tarea propuesta habrá un paradigma con el cual se pueda tener una eficacia de entrenamiento, sin embargo también encontraron que para cada persona el desempeño es diferente. En [1] proponen una estrategia de guiado háptico de formación Euler-Lagrange, basado en una ley de control sub-óptimo para planificación de trayectoria, diseñado a partir de la teoría de pasividad teniendo en consideración al operador humano en el lazo de control. Cabe mencionar que la plataforma de experimentación utilizada es PHANToM Premium 1.0. En [12] proponen una estrategia de movimiento con control no lineal, basado en la teoría de estabilidad de Lyapunov, capaz de satisfacer la interacción de la conservación de energía. Esta estrategia es validada experimentalmente en el dispositivo háptico PHANToM Premium 1.0. En [27] muestran un amplio estudio de biomecánica, principalmente temas como:

- Conservación de la movilidad, que serán útiles en el diseño de los apoyos funcionales para las diferentes áreas del esqueleto, utilizado en la terapia y/o la rehabilitación.
- Biomecánica músculo-esquelético, que incluye tejido blando y duro, así como su comportamiento bajo las acciones de fuerzas, movimiento, y tensión, para el estudio analítico y experimental.

En [28] presenta una plataforma de guiado háptico diseñado para apoyar la rehabilitación física de las discapacidades neuromusculares, para proporcionar una solución

al problema de la creciente demanda de la terapia neuromuscular en hacinamiento en instalaciones con déficit de profesionales en rehabilitación. La plataforma se caracteriza por una arquitectura modular portátil, configurable de acuerdo con los requisitos del tratamiento sugerido por el médico, como un sistema automatizado completo para guiar a los pacientes en los ejercicios de coordinación para recuperar o mejorar las habilidades motoras finas perdidas como resultado de una lesión cerebral. En [6] aplican un control PID en robots manipuladores, describen explícitamente los aspectos relevantes de la cinemática y la dinámica de la interfaz háptica PHANTOM Premium 1.0, los modelos matemáticos, el diseño experimental y los resultados del control PID basado en pasividad.

## 1.2. Justificación

Cuando el operador humano es limitado (espástico) en la biomecánica en miembro superior, o el movimiento es involuntario, así como condiciones antropométricas diferentes, el sistema adquiere incertidumbre y la dinámica total es alterada instantáneamente. Las estrategias de control de movimiento y fuerza en la interacción, reclaman acondicionamiento de los controles para tener mayor robustez y estabilidad, esto con la finalidad de mantener condiciones idóneas de convergencia.

## 1.3. Planteamiento del problema

Diversas interfaces hombre-máquina han sido consideradas para entrenamiento, diagnóstico y terapia física, dada la flexibilidad, precisión y repetitividad en el seguimiento de algunas tareas definidas. En algunos casos, donde se rehabilitan a pacientes con un nivel de espasticidad (endurecimiento del sistema músculo-esquelético) que no representan riesgo de exceder los límites operativos de un robot o interfaz háptica de interacción; de igual manera para casos de entrenamiento donde se tienen diferentes tareas así como condiciones antropométricas (dimensiones corporales) que obligan a replanificar el movimiento así como conseguir mejores condiciones en la sintonización de la ley de control empleada.

## 1.4. Hipótesis

Mediante la utilización de estrategias de control adaptable, se compensara la incertidumbre que exista una vez que el usuario se encuentre en el lazo y de esta manera conseguir mejores condiciones en la sintonización de las leyes de control garantizando convergencia a la posición deseada, así como, estabilidad al realizar la tarea de

seguimiento.

## 1.5. Solución propuesta

La solución que se propone al problema planteado es la implementación de dos estrategias de control adaptable. Donde una de ellas no depende de los modelos matemáticos de los dispositivos, tan solo depende del error de posición y se usan redes neuronales *wavelets* para la identificación del sistema y la otra si depende directamente de los modelos cinemático y dinámico de cada uno de los dispositivos, así como del error tanto de la posición articular como de la velocidad articular.

Estos controles son implementados experimentalmente en las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI, realizando tanto el estudio comparativo entre los dos controles, así como de las interfaces mediante tareas de regulación y seguimiento de trayectorias. Mediante estos datos se hace la evaluación con usuarios en el lazo y se observa el rendimiento de cada control implementado en dichas interfaces. Por otra parte se interpreta de manera subjetiva por medio del protocolo NASA TLX, la carga de trabajo que se tiene al realizar las tareas de guiado háptico, esto con la intención de poder evaluar cómo se sintió el usuario, para lo cual una vez realizado la tarea se hizo un cuestionario estándar, con el fin de evaluar 6 dimensiones.

En resumen, se diseña e implementa dos estrategias de control adaptable que garantizan seguimiento de trayectorias en el espacio de trabajo del dispositivo háptico, con el operador humano en el lazo bajo condiciones antropométricas y/o de espasticidad variable y que se encuentren bajo los límites operativos de la interfaz háptica. Validando los resultados a partir de un esquema de medición de desempeño estableciendo dos criterios:

- La energía invertida en la planificación del movimiento.
- La carga de trabajo del usuario con las interfaces y los dos controles empleando el protocolo NASA TLX.

## 1.6. Objetivos

### 1.6.1. Objetivo general

Diseñar e integrar una plataforma de interacción hombre-robot, basada en guiado háptico local implementando estrategias de control adaptable, para obtener un estudio comparativo de los controles implementados en las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI.

### 1.6.2. Objetivos específicos

- Disponer de la arquitectura abierta (conocimiento sobre su funcionamiento y procesamientos de datos de entrada y salida) y modelos matemáticos (cinemática y dinámica) del dispositivo háptico PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI; así como hacer la validación experimental.
- Estabilizar la plataforma Hombre-Robot para obtener métricas de desempeño funcionales, con la finalidad realizar un estudio comparativo y verificar la viabilidad de las interfaces propuestas.
- Implementar un controlador que no hace uso de los modelos matemáticos para su diseño. dicho controlador está basado en redes neuronales y transformada *Wavelet* capaz de compensar la incertidumbre que induce el operador humano.
- Implementar un control dependiente de la dinámica del dispositivo, capaz de compensar la incertidumbre que induce el operador humano.
- Realizar un estudio comparativo de estrategias de control de movimiento, con el operador humano en el lazo, validando bajo los criterios del protocolo NASA TLX y verificar el desempeño desde el punto de vista del operador, así como la métrica de energía total.

## 1.7. Metodología

- Revisión documental.
- Entrenamiento de modelado y control de robots e interfaces hápticas.
- Proponer un esquema de validación de la interfaz háptica centrada en el humano y en el dispositivo háptico, y correlacionar sus métricas.
- Evaluación experimental de estrategias de control no lineal en interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI.
- Implementar un control adaptable Slotine Li adaptable y verificar su desempeño con el esquema de validación propuesta, así como garantizar su efectividad en el seguimiento de trayectorias bajo diferentes operadores humanos.
- Implementar un control adaptable basado en redes neuronales y transformada *wavelet* y verificar su desempeño, así como garantizar su efectividad en el seguimiento de trayectorias bajo diferentes operadores humanos.

- Establecer una fuente de trayectorias, en el espacio de trabajo y con cambio en los parámetros con propósitos de re-planificación de movimiento.
- Realizar un estudio comparativo experimental de la leyes de control adaptable propuestas y verificar el desempeño de cada uno (con operador humano en el lazo).

## 1.8. Alcances y limitaciones

Los alcances obtenidos en este trabajo de investigación son los siguientes:

- Implementación de los controladores adaptables propuestos en los dispositivos hápticos con usuarios en el lazo.
- Estudio comparativo del desempeño de los controladores.
- Estudio comparativo del desempeño de los dispositivos hápticos.
- Aplicación del protocolo NASA TLX.

Algunas de las limitaciones técnicas en este trabajo de investigación son las siguientes:

- Espacios de trabajo de los dispositivos hápticos diferentes.
- Resolución diferente en los codificadores ópticos de los dispositivos hápticos.

## 1.9. Organización de la tesis

En el Capítulo 2, Marco teórico, se analizan los temas fundamentales para la implementación de las estrategias de control, así como del estudio general para el desarrollo de esta investigación. En el Capítulo 3, Análisis de control, se desarrolla el estudio matemático para el control Slotine Li, del control PID *Wavenet* así como de la energía. En el capítulo 4, Desempeño de los controles Slotine-Li y PID *Wavenet*, se muestran los resultados experimentales con las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI bajo condiciones controladas. En el Capítulo 5, Desempeño de los controles Slotine-Li y PID *Wavenet*, se muestran los resultados experimentales con las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI con el usuario en el lazo haciendo el análisis de energía. En el capítulo 6, Aplicación del protocolo NASA TLX, se muestran los resultados de la aplicación del protocolo NASA TLX y finalmente en el Capítulo 7, Conclusiones y trabajos futuros, se discuten los principales resultados del trabajo de investigación, también se presentan los trabajos futuros relacionados con este estudio.

# Capítulo 2

## Marco teórico

En este capítulo se presenta el marco teórico que sustenta el estudio que se realiza en esta tesis, principalmente enfocado sobre el tema de control adaptable, considerando una descripción de las áreas que se han utilizado como son: interfaces hápticas, sistemas adaptables, redes neuronales, teoría wavelet y NASA TLX, siendo así, la justificación de lo escrito en este capítulo. Estos temas han sido abordados ampliamente en diferentes bibliografías dado sus líneas de estudio, proporcionando la información necesaria de las diferentes herramientas matemáticas y computacionales, así como, descripciones de los dispositivos con los que se hacen los experimentos, esto con la finalidad del desarrollo de esta investigación.

### 2.1. Interfaz háptica

Háptica proviene del griego *hápto* (tocar, relativo al tacto), lo cual háptica es el estudio del comportamiento sensorial [60], para el caso de estudio específico nos referiremos a la respuesta al interactuar con cierto medio, que puede ser físico o virtual. Para ello debe existir una retroalimentación al operador humano, lo cual se divide en dos tipos de estudio:

**Retroalimentación kinestésica:**

- Es el área de la háptica que trata con dispositivos que interactúan con músculos y tendones, y dan al humano una sensación de que se aplica una fuerza [2].

**Retroalimentación táctil:**

- Dispositivos que interactúan con las terminaciones nerviosas de la piel, las cuales indican la presencia de calor, presión y textura [2].

Una interfaz háptica está constituida por un operador humano, un ambiente de visualización virtual y un sistema denominado dispositivo háptico como se muestra en la Figura 2.1.

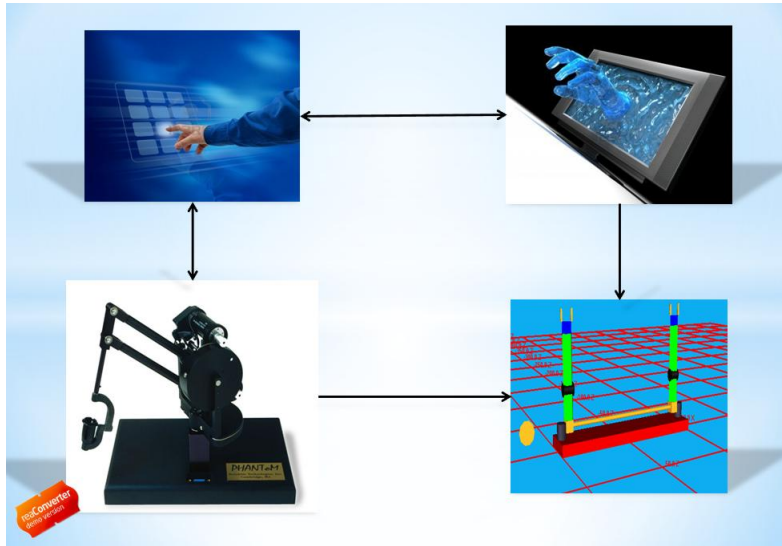


Figura 2.1: Representación de interfaz háptica.

Las interfaces háptica tienen diversas aplicaciones dentro de las cuales se encuentran:

- Rehabilitación.
- Entrenamiento.
- Cirugías.
- Exploraciones.
- Diagnóstico médico.
- Fisioterapia.

Siendo de esta manera las áreas de rehabilitación y de entrenamiento el énfasis del estudio realizado en este trabajo de estudio.

### 2.1.1. Descripción de interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0

El dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 es una interfaz háptica de tipo ma-yordomo, el cual consta de codificadores ópticos para posicionamiento mecánico con propósito de retroalimentación de fuerza kinestésica [65], la cual se puede observar en la Figura 2.2.



Figura 2.2: Dispositivo háptico PHANToM PREMIUM 1.0.

Las principales características mecánicas de este dispositivo háptico son [57]:

- Integrado por 3 motores de CD.
- Tiene 3 grados de libertad.
- Cuenta con 3 codificadores ópticos de 1024 pulsos por revolución.
- Es totalmente actuado.
- Fuerza máxima 8.5 N.

### 2.1.2. Descripción de interfaz háptica PHANToM OMNI

El dispositivo PHANToM OMNI, es una interfaz háptica de tipo mayordomo, el cual consta de codificadores ópticos para posicionamiento mecánico con propósito de retroalimentación de fuerza kinestésica[3], la cual se puede observar en la Figura 2.3.



Figura 2.3: Dispositivo háptico PHANToM OMNI.

Las principales características mecánicas de este dispositivo háptico son:

- Integrado por 3 motores de CD.
- Tiene 6 grados de libertad.
- Cuenta con 3 codificadores ópticos y tres potenciómetros lineales.
- Es subactuado.
- Fuerza máxima 3.5 N.

## 2.2. Sistemas adaptables

Las interfaces hápticas hoy en día tienen diferentes aplicaciones cuando el humano se encuentra en el lazo. En muchos casos los dispositivos son sometidos a realizar tareas que exigen alto nivel de precisión en el posicionamiento del efector final. Una vez que el usuario toma el dispositivo existe incertidumbre, por esta razón la dinámica del dispositivo sufre alteraciones instantáneas que se ven reflejadas directamente en la convergencia [72]. Por lo tanto, se requieren algoritmos de control para compensar estos cambios instantáneos, esto supone un reto para diseñar técnicas de control que proporcionen un controlador que tome en cuenta los cambios en los parámetros del sistema en tiempo real, ya que el controlador tiene que ser capaz de rechazar dichas perturbaciones como es el caso de introducir al usuario en el lazo de control y mantener el desempeño del sistema en lazo cerrado [59].

El diseño del sistema de control convencional es generalmente un proceso de prueba y error, que a menudo no es capaz de controlar un proceso que varía significativamente durante el funcionamiento y además es subactuado. Por lo tanto, las investigaciones se centran en proponer algoritmos de control que sean capaces de trabajar con usuarios en el lazo en tiempo real. El control adaptable es uno de estos campos de investigación que se está convirtiendo en la clase oportuna e importante del diseño de controladores [30].

La investigación en control adaptable tiene una larga historia, ya que el estudio inicial en 1950 sobre el control adaptable, que fue motivado por el problema del diseño de los pilotos automáticos de vuelo, que funcionan a una amplia gama de velocidades y altitudes. Con décadas de esfuerzos, el control adaptable se ha convertido en una disciplina rigurosa y madura, que se centra principalmente en tratar incertidumbres paramétricas en los sistemas de control.

Desde la etapa inicial de control adaptable, ha estado apuntando en estudio cómo hacer frente a grandes incertidumbres en los sistemas de control. Este objetivo significa esencialmente que una ley de control adaptable no puede ser un controlador con

estructura fija de parámetros fijos, porque cualquier controlador por lo general sólo se puede tratar con pequeñas incertidumbres [15]. El hecho de que los controladores con cierta estructura (por ejemplo, control de retroalimentación lineal) diseñado para un modelo de sistema exacto (llamado modelo nominal) también puede funcionar para una pequeña gama de los cambios en el parámetro del sistema, se refiere a menudo como robustez, que es el núcleo concepto de otra área, control robusto. Si bien el control robusto se centra en el estudio del margen de estabilidad de controladores fijos (controlador de retroalimentación principalmente lineal), cuyo diseño se basa esencialmente en el conocimiento a priori sobre el modelo del sistema nominal exacta y límites de los parámetros inciertos, el control adaptable en general no necesita una información sobre los límites en los parámetros inciertos variables en el tiempo. Brevemente hablando, comparado con el enfoque de control robusto para hacer frente a las incertidumbres paramétricas o no paramétricas, el enfoque de control adaptable puede hacer frente a las incertidumbres relativamente mayores y ganar más flexibilidad para adaptarse a la planta desconocida, porque este tipo de control por lo general involucra algoritmos de estimación, que desempeñan el papel de aprendizaje en algún sentido [72]. Las ventajas de control adaptable provienen del hecho de que los controladores adaptables pueden adaptarse para modificar la ley de control basado en la estimación de parámetros desconocidos por algoritmos de identificación recursivos. De ahí que el área de control adaptable tiene estrechas conexiones con la identificación del sistema, que es un área con el objetivo de proporcionar e investigar herramientas y algoritmos que se basan en los modelos dinámicos.

Por lo general, en la identificación del sistema, una cierta estructura del modelo es elegido por el usuario que contiene parámetros desconocidos y luego algunos algoritmos recursivos, esto sobre la base de las características estructurales del modelo y las propiedades estadísticas de los datos. Los métodos o algoritmos desarrollados en la identificación del sistema son tomados en control adaptable con el fin de estimar los parámetros desconocidos en el lazo cerrado. Por conveniencia, los métodos de estimación de parámetros en el control adaptable se hacen referencia a métodos de estimación, así como de adaptación [59]. En los sistemas más prácticos, existen incertidumbres paramétricas (parámetros desconocidos del modelo), así como las incertidumbres no paramétricas (por ejemplo, incertidumbres probocadas por objetos en el efector). Por lo tanto, es valioso para explorar respuestas a estos problemas fundamentales todavía nuevos. Tomando nota de que las incertidumbres paramétricas e incertidumbres no paramétricas esencialmente tienen diferente naturaleza y requieren completamente de diferentes técnicas para hacer frente a esto, por lo general es difícil de tratar con ellos en el mismo bucle. Por lo tanto, la estimación de adaptación y de control en los sistemas con incertidumbres paramétricas y no paramétricas es una nueva dirección desafiante [72].

## 2.3. Redes neuronales

Las redes neuronales son utilizadas en esta tesis para la realización del control PID *Wavenet*, siendo estas la parte central de dicho control, por esta razón se tiene la necesidad de entender su funcionamiento.

### 2.3.1. Introducción

En los últimos años el estudio del comportamiento de las neuronas biológica ha llevado al estudio de RNA . Estas son utilizadas hoy en día para diferentes ámbitos y son propuestas para un gran número de problemáticas, dadas sus características de adaptación, ya que puede modificarse constantemente con el fin de adaptarse a nuevas condiciones dado el reconocimiento de patrones en tiempo real, debido a la actualización de todos sus pesos así como de sus funciones de activación simultáneamente [50].

### 2.3.2. Historia

A través del avance de la ciencia y la tecnología el ser humano intenta reproducir el comportamiento de su entorno, así como de su propio cuerpo, uno de los enigmas que más ha trascendido fue el estudio del comportamiento del cerebro humano. Las primeras investigaciones sobre las RNA datan de los principios del siglo XIX con algunos de los trabajos de Freud, mientras la primera implementación de las redes neuronales se dio sobre un dispositivo hidráulico descrito por Rousell, sin embargo, no fue hasta el siglo XX cuando el estudio de las RNA tomó mayor fuerza hasta nuestros días [69], en la Figura 2.4 se representa la forma de una red neuronal bilógica [50].



Figura 2.4: Representación de una red neuronal biológica.

En 1936 Alan Turing estudió el cerebro como una forma de ver el mundo de la computación. Sin embargo, en 1943 Warren McCulloch y Walter Pitts, realizaron el primer modelo matemático de una red neuronal simple. En 1949 Donald Hebb desarrolló un procedimiento matemático de aprendizaje en su libro: *Organization of Behavior* [50]. En 1950 Karl Lashley, en sus ensayos, encontró que la información no era almacenada en forma centralizada en el cerebro sino que era distribuida encima de él. En 1951 Marvin Minsky, obtuvo los primeros resultados prácticos en RNA . En 1956 Albert Uttley comenzó a desarrollar nuevos paradigmas de RNA creando una máquina teórica compuesta de datos [22]. En 1957 Frank Rosenblatt comenzó el desarrollo del Perceptrón [43]. En 1960 Bernard Widrow desarrolló el modelo ADALINE . En 1967 Stephen Grossberg realizó importantes estudios sobre procesos y fenómenos psicológicos y biológicos de procesamiento humano de la información. En 1968 James Anderson trabajó con un modelo de memoria basado en la activación de la sinapsis. En 1977 Teuvo Kohonen, sus trabajos se centraron en memorias asociativas y matrices de correlación, un modelo similar al de Anderson. En 1980 Kunihiko Fukushima, desarrolló un paradigma de red neuronal para visión al cual llamó *COGNITRON*. En 1985 John Hopfield describió un método de análisis del estado estable de una red auto asociativa [23]. En 1986 David Rumelhart y G. Hinton integraron el algoritmo de aprendizaje de propagación hacia atrás (backpropagation).

### 2.3.3. Neurona biológica

Estudios realizados estiman que el cerebro humano contiene más de cien mil millones de neuronas y cien billones de sinapsis en el sistema nervioso esto dado que se estima que hay, en general, más de 1000 sinapsis por término medio a la entrada y a la salida de cada neurona. La comunicación de las neuronas se da a partir de diferencias de potencial que suele ser aproximadamente en milisegundos; las redes neuronales de tipo biológico desarrollan operaciones de síntesis y procesamiento de información provenientes de los receptores del medio, es decir, de los sentidos del ser humano (tacto, oído, olfato, gusto y vista), así como, del estado mismo del cuerpo humano (presión, temperatura, entre otras). Las neuronas y las conexiones entre ellas (sinapsis) constituyen la clave para el procesado de la información [50]. La mayor parte de las neuronas poseen una estructura de árbol, llamada dendritas y axones, entre las cuales se crea una sinapsis el cual genera una diferencia de potencial.

Una neurona consta de tres partes:

1. Las dendritas, que reciben las entradas.
2. El cuerpo de la neurona.
3. El axón, que lleva la salida de la neurona a las dendritas de otras neuronas.

En la Figura 2.5 se puede observar la estructura de una neurona biológica.

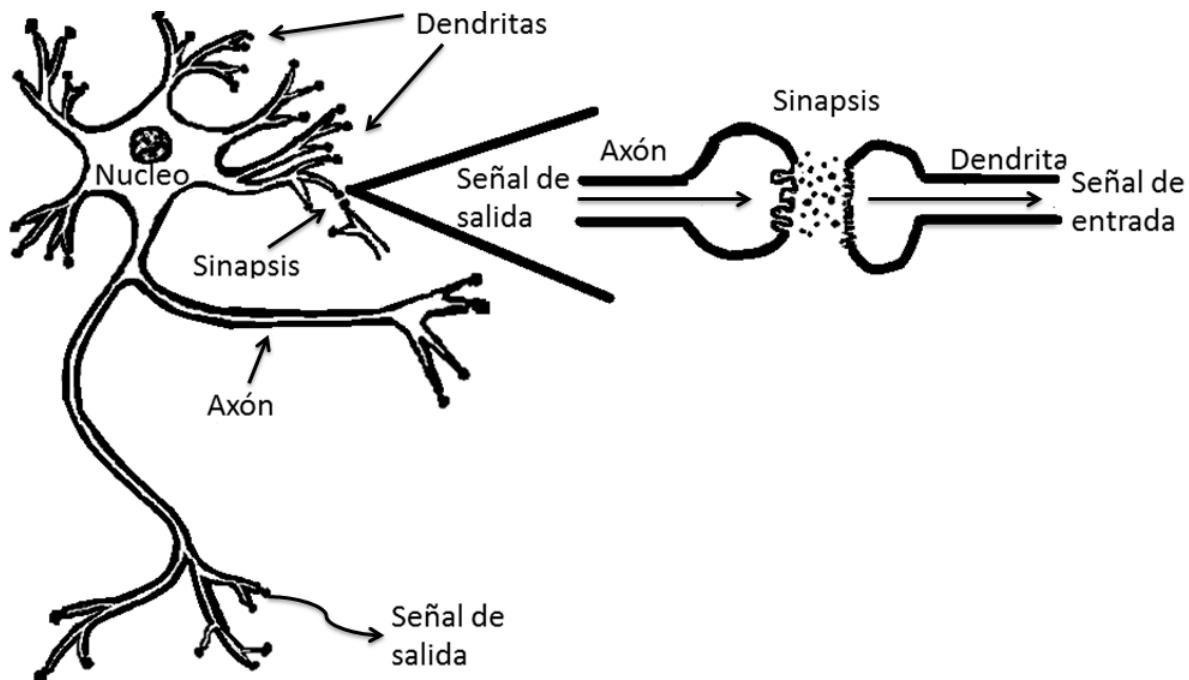


Figura 2.5: Estructura de una neurona biológica.

### 2.3.4. Neuronas artificiales

Las RNA son abstracciones de las redes neuronales biológicas, aunque poseen otras funcionalidades y estructuras de conexión distintas a las que se presentan en las biológicas. Las características principales que presentan las RNA son las siguientes [50]:

1. Auto organización y adaptabilidad.
2. Procesamiento no lineal.
3. Procesamiento Paralelo.

EL funcionamiento de una neurona artificial es similar al de una neurona biológica, tendrá una o varias señales de entrada las cuales se multiplicaran por los pesos, esto será procesadas dentro por la función de activación que dependerá directamente por una ley de aprendizaje, lo cual dará una salida que podra ser utilizada a su vez por otras neuronas o bien dar el resultado requerido [33], la estructura de una RNA se muestra en la Figura 2.6.

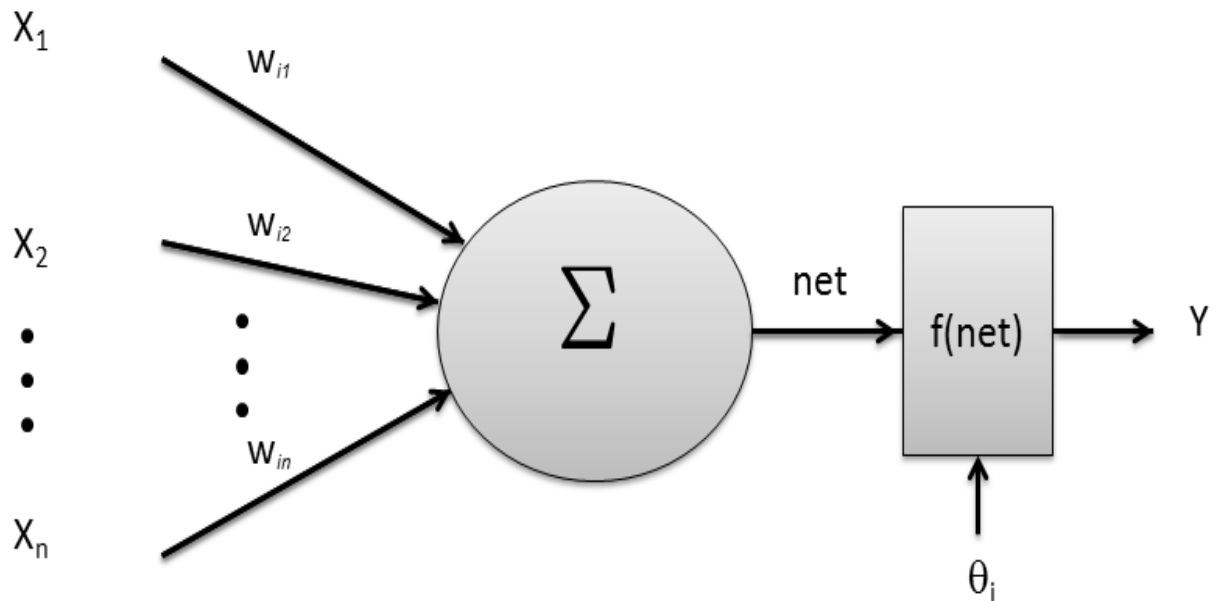


Figura 2.6: Estructura de una neurona artificial.

donde  $X_n$  es la  $n$ -ésima entrada de la neurona artificial,  $W_n$  es el  $n$ -ésimo peso de entrada,  $net$  es la suma de las señales de entrada multiplicadas por los pesos,  $\theta$  representa la ley de aprendizaje,  $f(net)$  es la función de activación y  $Y$  es la salida de la neurona artificial.

Existen tres tipos de capas de neuronas que son:

- Capa de entrada.
- Capa oculta.
- Capa de salida.

esto se puede observar en la Figura 2.7.

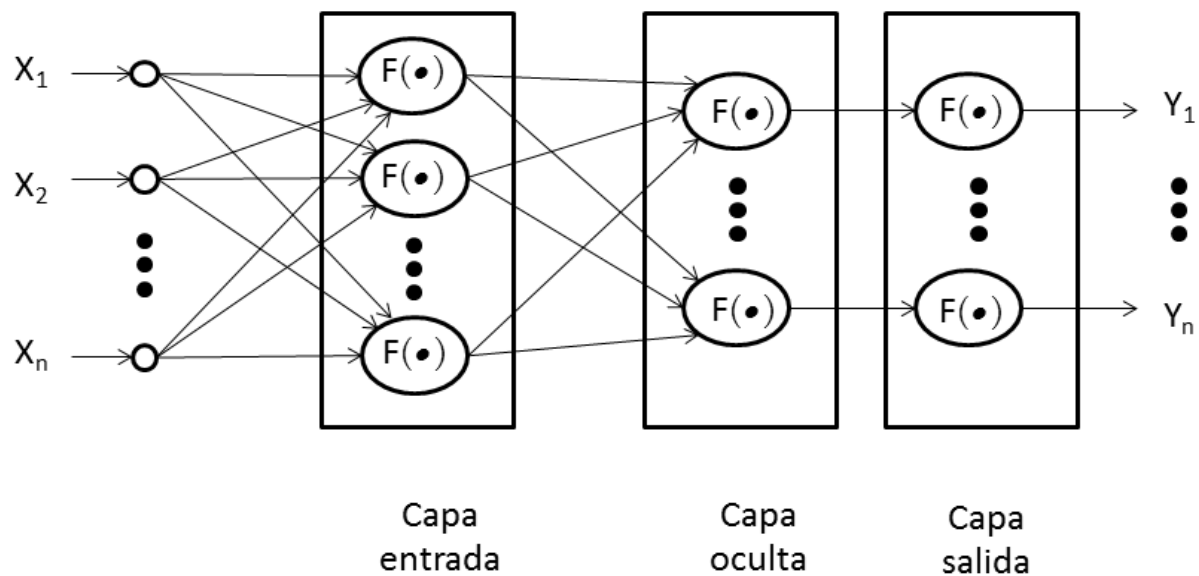


Figura 2.7: Capas de una red neuronal artificial.

## 2.4. Teoría *Wavenet*

### 2.4.1. *Wavelet*

El desarrollo de las *wavelets* empieza a partir del trabajo de Alfred Haar, de quien se conoce la primera *wavelet* [18] la cual lleva su nombre y fue propuesta a principios del siglo XX. Contribuyeron de modo notable al avance de la teoría Goupillaud,

Grossmann y Morlet [16, 17] con su formulación de lo que hoy se conoce como transformada *Wavelet* continua, Jan Olov-Strömberg con su temprano trabajo en 1983 sobre *wavelets* discretas, Ingrid Daubechies [9], con su propuesta de *wavelets* ortogonales con soporte compacto publicado en 1988, Stephane Mallat y Yves Meyer [41], con su marco multirresolución publicado en 1989 y muchos otros trabajos desde entonces.

En la actualidad existen una gran cantidad de artículos, libros y software que hacen de este tema toda una área de investigación. Se tiene por ejemplo los artículos de Daubechies [7, 8, 9] que son un semillero de generación de conocimiento en el área, en este mismo tenor se tienen los artículos de Meyer [40, 41, 42]. En cuanto a libros se refiere se han venido publicando alguno de ellos con el objetivo de ser usado en función del área de aplicación, se tiene por ejemplo los libros [14, 32, 68] que están enfocados a dar las bases matemáticas sobre el tema, mientras que [19, 24, 38] presentan la teoría y sus diferentes aplicaciones en áreas de la ingeniería. Es importante mencionar que no se encontró un libro que trate la teoría *wavelet* aplicada al control de sistemas dinámicos. Sin embargo, sí se tienen una gran cantidad de publicaciones tanto en congresos internacionales como revistas sobre este tema de interés. Por mencionar algunos, por ejemplo en [10, 35, 74] y [13] se presentan aplicaciones de la teoría *Wavelet* al procesamiento de señales médicas y localización de características faciales, respectivamente.

Por otro lado en control existen diferentes trabajos previos, que utilizan transformadas *wavelet* para: análisis multiresolución, aproximación de funciones, identificación de parámetros, sintonización de PID, clasificación de perturbaciones, por mencionar algunos. Más adelante haremos referencia de algunos de esos artículos que utilizan transformadas *wavelets*.

En cuanto a software se refiere se ha de mencionar, que existe una *toolbox* de MATLAB [39] para la teoría *wavelet*, el cual cuenta con algoritmos numéricos programados en forma de comandos, que pueden ser usados en procesamiento de señales e imágenes.

### 2.4.2. *Wavenet*

Una red neuronal posee: una capa de entrada, una o varias capas ocultas y una capa de salida, cada capa posee varias neuronas las cuales tienen una función de activación como por ejemplo la función sigmoideal o la función tangente hiperbólica, que son las más comúnmente empleadas [69]. Pero existen trabajos de investigación donde dicha función de activación es sustituida por una función *wavelet*, por lo que es conocida como *wavenet*. Como se mencionó anteriormente, una *wavenet* no es más que la estructura de una red neuronal radial con funciones *wavelet* como funciones de activación, un ejemplo es [36] donde utilizan funciones *wavelets* Gaussianas como funciones de activación para diseñar un controlador adaptable para robots.

Una de las aplicaciones donde emplean las *wavenets*, es en [67], donde un control PID es auto-sintonizable empleando una red neuronal *wavenet*. Además, pueden utilizarse para identificación de parámetros de sistemas dinámicos no lineales, como [34], donde se utilizan dos estructuras *wavenet*: una para identificación y otra para sintonizar un PID. Puesto que las *wavenet* combinan las ventajas ofrecidas en el aprendizaje de una red neuronal y la representación de una *wavelet*, ofrecen un aproximación eficiente en sistemas de control dinámicos que usualmente poseen complejidad, no linealidades e incertidumbres. Los resultados experimentales demuestran que la *wavenet* son un caso específico de la red neuronal de base radial, así que las redes neuronales de base radial en su forma más general puede ser específicamente aplicada también para aproximaciones de funciones pero depende de que tan bien se elija la función de activación. En 2010 Cruz Tolentino [5] utiliza la teoría *wavenet* para llevar a cabo la autosintonización de un controlador MRPID en un sistema SISO, esta idea es la que se retoma para llevar a cabo este trabajo de tesis, extendiendola a sistemas MIMO. En 2011 Islas Gómez [25] utiliza la teoría *Wavenet* para autosintonizar un controlador PID discreto y controlar un motor de corriente directa, posteriormente en 2012 este mismo autor [26] extiende su teoría para controlar un motor de corriente alterna del tipo jaula de ardilla.

## 2.5. Protocolo NASA TLX

EL protocolo Nasa TLX es una herramienta que mediante un procedimiento de valoración multidimensional se obtiene un porcentaje global de carga de trabajo, basada en una media ponderada de las puntuaciones en seis subescalas, cuyo contenido es el resultado de la investigación dirigida a aislar de forma empírica y a definir los factores que son de relevancia en la experiencia subjetiva de carga de trabajo [20].

Se parte del supuesto que la carga de trabajo es un concepto hipotético que representa el costo que supone para el componente humano el conseguir un determinado nivel de rendimiento. La definición de carga se centra más en el ser humano que en la tarea. La experiencia subjetiva de carga resume las influencias de diversos factores, además de las demandas objetivas impuestas por la tarea [20]. Así pues, la carga no es una característica inherente a la tarea sino que es el resultado de la interacción entre los requerimientos de la tarea; las circunstancias bajo la que se desarrolla y las capacidades, conductas y percepciones del usuario. Sin embargo, a pesar de la diversidad de opiniones sobre el concepto y la naturaleza de la carga, es una entidad valorable, para esto se utilizan diferentes criterios como se muestra en la Figura 2.8.

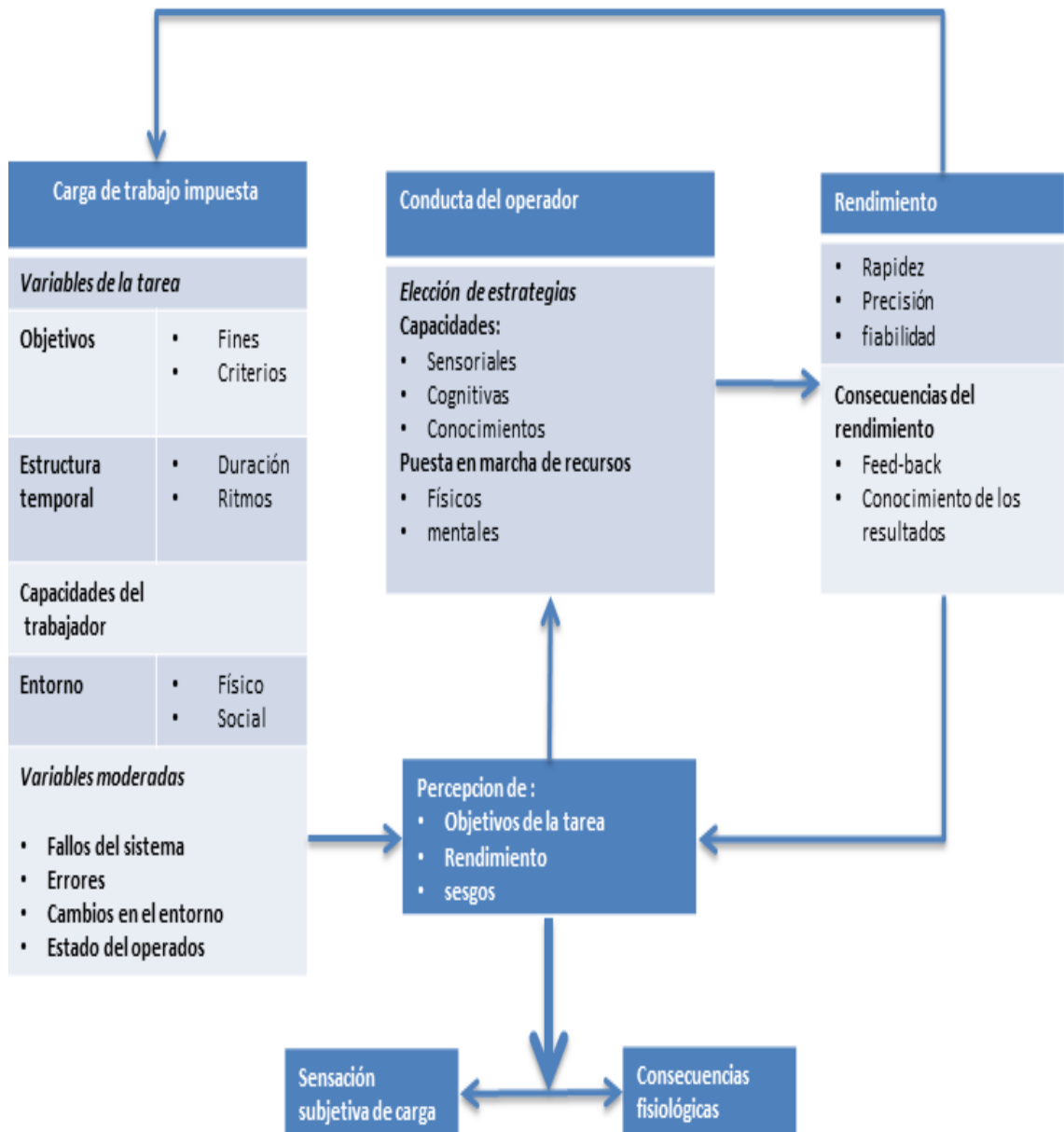


Figura 2.8: Esquema de la relación de las variables que influyen en el rendimiento humano y la carga de trabajo.

Las demandas de la tarea (objetivos, duración, estructura, recursos) conforman la carga de trabajo impuesta. Ésta puede verse modificada, en mayor o menor medida, por una serie de variables incidentales, por ejemplo cambios en el entorno, fallos del sistema, errores entre otras. Por su parte, la respuesta del operador está sujeta no sólo a estas demandas impuestas, sino también a las propias percepciones y expectativas sobre su conducta. Para dar respuesta a lo que se espera, la persona realizará un es-

fuerzo tanto físico como mental. El feedback sobre los resultados obtenidos permite a la persona adoptar diferentes estrategias o realizar el esfuerzo necesario para corregir los propios errores. Anteriores versiones del método consideraban nueve subescalas pero, en sucesivas revisiones y mejoras, quedó finalmente en seis que se refieren a exigencias mentales (actividad mental y perceptiva), exigencias físicas (grado de esfuerzo físico), exigencias temporales (sensación de presión temporal), rendimiento (grado de cumplimiento de los objetivos), esfuerzo (cantidad de esfuerzo físico y mental) y nivel de frustración (sensación de presión, desánimo, inseguridad entre otras durante la realización de la tarea). De estas variables tres se refieren a las demandas impuestas a la persona (demandas mentales, físicas y temporales) y las otras tres se refieren a la interacción de la persona con la tarea (esfuerzo, frustración y rendimiento).

### 2.5.1. Aplicación del método

La aplicación de este instrumento se lleva a cabo en dos fases: una fase de ponderación y la fase de puntuación. Se parte de la base de que las fuentes específicas de carga impuesta por las diferentes tareas son determinantes en la experiencia de carga, es decir de la sensación subjetiva de ésta, por esto el requisito previo es que los propios sujetos hagan una ponderación con el fin de determinar el grado en que cada uno de los seis factores contribuye a la carga en cada tarea o sub-tarea específica. El objetivo de esta fase es, pues, la definición de las fuentes de carga. Consiste en presentar a las personas las definiciones de cada una de las dimensiones a fin de que las comparen por pares (comparaciones binarias) y elijan para cada par, cuál es el elemento que se percibe como una mayor fuente de carga. A partir de estas elecciones se obtiene un peso para cada dimensión, en función del número de veces que ha sido elegido.

Dimensión	Extremos	Descripción
Demanda mental (M)	Baja/Alta	¿Cuánta actividad mental y perceptiva fue necesaria? (por ejemplo: pensar, decidir, calcular, recordar, buscar, investigar, etc.). ¿Se trata de una tarea fácil o difícil, simple o compleja, pesada o ligera ?
Demanda física (F)	Baja/Alta	¿Cuánta actividad física fue necesaria? (Por ejemplo: empujar, tirar, girar, pulsar, accionar, etc.) ¿Se trata de una tarea fácil ó difícil, lenta o rápida, relajada o cansada?
Demanda temporal (T)	Baja/Alta	¿Cuánta presión de tiempo sintió, debido al ritmo al cual se sucedían las tareas o los elementos de la tareas? ¿Era el ritmo lento y pausado ó rápido y frenético?
Esfuerzo (E)	Baja/Alta	¿En qué medida ha tenido que trabajar (física o mental mente) para alcanzar su nivel de resultados?
Rendimiento (R)	Bueno/Malo	¿Hasta qué punto cree que ha tenido éxito en los objetivos establecidos por el investigador (o por usted mismo/a)? ¿Cuál es su grado de satisfacción con su nivel de ejecución?
Nivel de frustración (NF)	Baja/Alta	Durante la tarea, ¿En qué medida se ha sentido inseguro/a, desalentado/a, irritado/a, tenso/a o preocupado/a? o por el contrario, ¿Se ha sentido seguro/a, contento/a, relajado/a y satisfecho/a?

Tabla 2.1: Descripción de las dimensiones del protocolo Nasa TLX

Estos pesos pueden tomar valores entre 0 (para la dimensión que no ha sido elegida en ninguna ocasión y por tanto no se considera relevante) y 5 (para la dimensión que siempre ha sido elegida y por tanto se considera que es la fuente de carga más importante). El mismo conjunto de pesos puede utilizarse para variaciones de una misma tarea o para un grupo de sub-tareas. Además, los pesos dan información diagnóstica acerca de la naturaleza de la carga de trabajo impuesta por la tarea, ya que proporcionan datos acerca dos fuentes de variabilidad interpersonal:

- Las diferencias interpersonales en la definición de carga de trabajo, en cada tarea considerada.
- Las diferencias en las fuentes de carga de trabajo entre distintas tareas.

El segundo requisito es adjudicar un valor para cada dimensión, que representa la magnitud de cada factor en una tarea determinada. En esta fase de puntuación, las personas valoran la tarea o subtarea que acaban de realizar en cada una de las dimensiones, marcando un punto en la escala que se les presenta. Cada factor se presenta en una línea dividida en 20 intervalos iguales (puntuación que es reconvertida a una escala sobre 100) y limitada bipolarmente por unos descriptores (por ejemplo: elevado/bajo) y teniendo presentes las definiciones de las dimensiones.

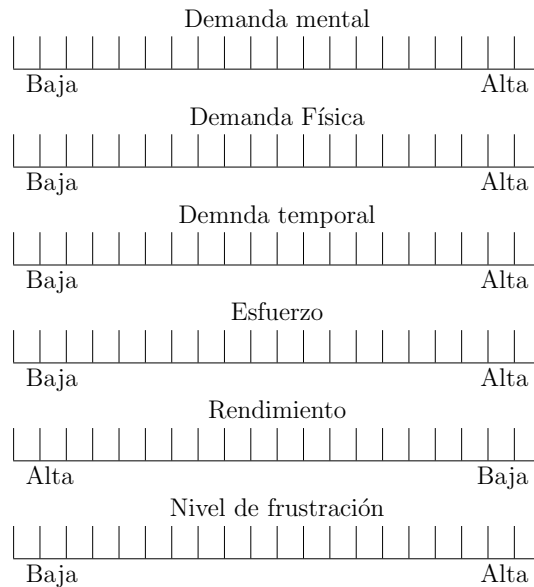


Tabla 2.2: Puntuación de las dimensiones del protocolo Nasa TLX.

## 2.6. Comentarios

En este capítulo se mostraron las preliminares teóricas para el desarrollo de los controles, así como de los experimentos que se desarrollan en este trabajo de investigación como lo son características de las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI, introducción a los sistemas adaptables, redes neuronales y teoría *wavelet* y teoría *wavenet*, también se muestran las preliminares del estudio de la aplicación del protocolo NASA TLX, que por medio de la experiencia que tengan los usuarios se puede obtener subjetivamente el índice de carga de trabajo con los controles Slotine-Li y PID Wavenet esto con las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI.

# Capítulo 3

## Análisis de control

### 3.1. Introducción

En el guiado háptico el humano se encuentra en el lazo, una vez que tiene contacto con el dispositivo, el brazo del humano estará en la misma coordenada en el espacio de trabajo del dispositivo, de esta manera cuando hay un desplazamiento tanto el dispositivo como el brazo del humano, la dinámica del brazo humano influirá directamente a la dinámica del dispositivo háptico, esto se puede representar como se muestra en la Figura 3.1:

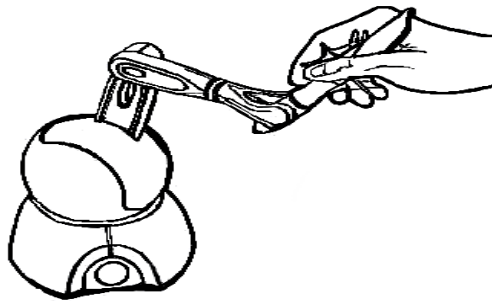


Figura 3.1: Esquema del punto de contacto.

Es bien conocido en robótica el modelo dinámico de un robot está dado [63]:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau + \tau_h \quad (3.1)$$

donde  $\tau$  representa el par del dispositivo háptico y  $\tau_h$  representa el par que induce el humano. La dinámica que es inducida por el humano se define en este trabajo de

investigación como:

$$\tau_h := \tau_{H_h} + \tau_{C_h} + \tau_{G_h} \quad (3.2)$$

donde:

$\tau_{H_h}$ : Par de fuerzas inerciales inducido por el humano.

$\tau_{C_h}$ : Par de fuerzas de coriolis y centrípetas inducidas por el humano.

$\tau_{G_h}$ : Par de fuerzas gravitacionales inducidas por el humano.

Es importante mencionar que cada uno de estos pares son desconocidos pero estan acotados. Ahora bien, se asume que solo hay un punto de contacto entre el dispositivo y el humano, por lo que la posición cartesiana del extremo final del dispositivo, así como del brazo del humano es la misma, por tanto la velocidad con la que se mueven será la misma con lo cual se puede deducir que

$$(H(q) - H_h(q))\ddot{q} + (C(q, \dot{q}) - C_h(q, \dot{q}))\dot{q} + G(q) - G_h(q) = \tau \quad (3.3)$$

Sin embargo, la dinámica del brazo para cada individuo cambia, además, si el individuo tuviese algún discapacidad que pudiera ser provocada por algún accidente, también podría sufrir alguna enfermedad neurodegenerativo o crónico degenerativo así como estragos provocados por la edad, la incertidumbre inducida a la dinámica del dispositivo aumenta dado lo anterior, por lo cual se justifica la utilización de controles adaptables, dada la incertidumbre que induce el humano al dispositivo, planteando así dos estrategias de control, una dependiente de la dinámica (Slotin-Li) y la otra no depende de la dinámica, dependiente solo de la posición en el espacio cartesiano (PID *Wavenet*).

## 3.2. Control adaptable Slotine-Li

Este control está basado en la teoría de sistemas disipativos (pasividad), así como, teoría de estabilidad para sistemas dinámicos de tipo no lineal. Es aplicado a un sistema robótico para guiado háptico con propósitos de entrenamiento, cabe mencionar que es necesario conocer el modelo dinámico para esta estrategia de control [31]. El diagrama a bloques que representa este control es el que se muestra en la Figura 3.2.

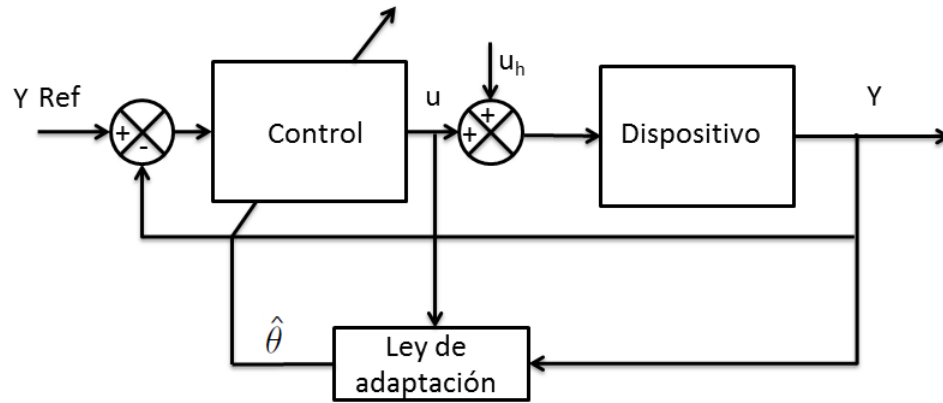


Figura 3.2: Diagrama a bloques del control Slotine Li donde  $y_{ref}$  es la posición de referencia,  $u$  es el control,  $u_h$  es la dinámica inducida por el usuario,  $y$  es la posición que tiene el dispositivo y  $\hat{\theta}$  son los parámetros estimados.

### 3.2.1. Formulación Euler-Lagrange

Como ya se ha dicho, este control es basado en sistemas disipativos, por lo cual, utilizaremos la formulación Euler-Lagrange que es representada de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i$$

donde:

$q_i$ : Posición articular del  $i$ -ésimo eslabón.

$\dot{q}_i$ : Velocidad articular del  $i$ -ésimo eslabón.

$\mathcal{L}$ : Lagrangiano.

El Lagrangiano se define como la resta de las energías cinética y potencial

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n K_i - P_i$$

donde:

$K_i$ : Energía cinética del  $i$ -ésimo eslabón.

$P_i$ : Energía potencial del  $i$ -ésimo eslabón.

La energía cinética es representada como:

$$K_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

donde:

$m_i$  : Masa del  $i$ -ésimo eslabón.

$v_i$  : Velocidad articular del  $i$ -ésimo eslabón.

$n$  : Número de grados de libertad.

Mientras que la energía potencial se define como:

$$P_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i g h_i^2$$

donde:

$m_i$  : Masa del  $i$ -ésimo eslabón.

$g$  : Constante de gravedad.

$h_i$  : Altura del  $i$ -ésimo eslabón.

$n$  : Número de grados de libertad.

Ahora bien, una vez obteniendo lo anterior tendremos una representación matricial, la cual se define como la forma estándar de robótica que representa la dinámica del dispositivo [63]:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (3.4)$$

donde:

$H(q)$  : Matriz de fuerzas inerciales.

$C(q, \dot{q})$ : Matriz de fuerzas de coriolis y centripetas.

$G(q)$ : Vector de fuerzas gravitacionales.

### 3.2.2. Diseño del control

Sea (3.4) la representación de un robot rígido con dinámica de fricción articular despreciable y una ley de control [31]

$$\tau = Y_r^T \hat{\theta} - K_d S \quad (3.5)$$

sujeto a una ley de actualización basado en la estructura Slotine-Li

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma Y_r^T S \quad (3.6)$$

donde  $Y_r = Y_r(q, q_r, \dot{q}_r)$  es el regresor de elementos no lineales en términos de la referencia nominal y  $\hat{\theta}$  representa el vector de parámetros estimado; se define  $\dot{q}_r =$

$\dot{q}_d - \alpha \tilde{q}$ ,  $\tilde{q} = q - q_d$  y  $\alpha = \alpha^T > 0$  que corresponden a la referencia nominal.  $K_d = K_d^T > 0$  y  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  son ganancias de control y  $S = \dot{q} - \dot{q}_r$  es el error extendido.

Por otra parte  $Y$  surge de la parametrización lineal tal que:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y\theta \quad (3.7)$$

y el modelo dependiente de la referencia nominal está dado por:

$$H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q}_r)\dot{q}_r + G(q) = Y_r\theta \quad (3.8)$$

### 3.2.3. Prueba de estabilidad

Se verifica la prueba de estabilidad en sentido de Lyapunov, para esto se propone siguiente función candidata para el control Slotine-Li de la ecuación 3.5:

$$V = \frac{1}{2}S^T H(q)S + \frac{1}{2}\Delta\theta^T \Gamma^{-1}\Delta\theta \quad (3.9)$$

donde  $\Delta\theta = \theta - \hat{\theta}$ ,  $\Gamma$  es una matriz de ganancias y  $\hat{\theta}$  es el vector de parámetros estimados.

Ahora bien se deriva la ecuación candidata (3.9), resultando

$$\dot{V} = S^T H\dot{S} + \frac{1}{2}\dot{S}^T \dot{H}S + \Delta\theta^T \Gamma^{-1}\Delta\dot{\theta} \quad (3.10)$$

Al tener lo anterior se restan el modelo dinámico y el modelo que depende de  $\dot{q}_r$  y  $\ddot{q}_r$

$$(H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) - (H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q)) = \tau - Y_r\theta$$

$$H(q)(\ddot{q} - \ddot{q}_r) + C(q, \dot{q})(\dot{q} - \dot{q}_r) = \tau - Y_r\theta$$

sabiendo que

$$S = \dot{q} - \dot{q}_r$$

y que

$$\dot{S} = \ddot{q} - \ddot{q}_r$$

entonces

$$H\dot{S} + CS = \tau - Y_r\theta \quad (3.11)$$

se despeja a  $H\dot{S}$  de la ecuación (3.11)

$$H\dot{S} = \tau - Y_r\theta - CS \quad (3.12)$$

ahora se sustituye en la ecuación (3.10)

$$\dot{V} = S^T[\tau - Y_r\theta - CS] + \frac{1}{2}S^T\dot{H}S + \Delta\theta^T\Gamma^{-1}\Delta\dot{\theta}$$

por la propiedad de anti simetría de la matriz de fuerzas inerciales [49] se tiene

$$\dot{V} = S^T[\tau - Y_r\theta] + \cancel{S^T[\frac{1}{2}\dot{H} - C]S} + \Delta\theta^T\Gamma^{-1}\Delta\dot{\theta}$$

ahora bien, se sabe de (3.5) entonces

$$\dot{V} = S^T[Y_r\hat{\theta} - K_dS - Y_r\theta] + \Delta\theta^T\Gamma^{-1}\Delta\dot{\theta}$$

$$\dot{V} = S^T[Y_r(\hat{\theta} - \theta) - K_dS] + \Delta\theta^T\Gamma^{-1}\Delta\dot{\theta} \quad (3.13)$$

si se porpone

$$\Delta\theta = -\Gamma Y_r^T S$$

entonces

$$\Delta\theta\Gamma^{-1} = -Y_r^T S$$

ésto se sustituye en la ecuación (3.13), resultando

$$\dot{V} = S^T[Y_r(\hat{\theta} - \theta) - K_dS] - \Delta\theta^T Y_r^T S$$

se sabe que  $\Delta\theta = \hat{\theta} - \theta$  entonces

$$\dot{V} = \cancel{S^T Y_r \Delta\theta} - \cancel{\Delta\theta^T Y_r^T S} - S^T K_d S$$

quedando así

$$\dot{V} = -S^T K_d S \quad (3.14)$$

Por lo tanto el control (3.5) se puede escribir de la siguiente forma

$$\tau = H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) - K_d S \quad (3.15)$$

### 3.2.4. Parametrización lineal

Para poder implementar el control adaptable Slotine-Li, es necesario obtener la parametrización lineal.

Para realizar la parametrización lineal se tienen que identificar del modelo dinámico aquellas variables que dependen solamente de los parámetros de la masa, peso, así como, de las longitudes propias de la dinámica del dispositivo, por lo cual en esta sección se muestra para cada dispositivo utilizados en esta investigación.

### 3.2.4.1. Parametrización lineal del dispositivo PHANToM OMNI

Como ya lo hemos dicho anteriormente, identificaremos los parámetros lineales que se encuentran en la dinámica del dispositivo háptico PHANToM OMNI como se muestra a continuación.

**Nota:** Para reducir las ecuaciones se hacen las siguientes consideraciones  $\cos(q_1) = C_1$ ,  $\cos(q_2) = C_2$ ,  $\cos(q_3) = C_3$ ,  $\sin(q_1) = S_1$ ,  $\sin(q_2) = S_2$ ,  $\sin(q_3) = S_3$ ,  $\cos(2q_1) = C_{21}$ ,  $\cos(2q_2) = C_{22}$ ,  $\cos(2q_3) = C_{23}$ ,  $\sin(2q_1) = S_{21}$ ,  $\sin(2q_2) = S_{22}$ ,  $\sin(2q_3) = S_{23}$

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \theta_1 \ddot{q}_1 + \theta_2 C_{22} \ddot{q}_1 + \theta_3 C_{23} \ddot{q}_1 + \theta_4 C_2 S_3 \ddot{q}_1 + \theta_5 S_2 \ddot{q}_2 - \theta_2 S_{22} \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \theta_3 S_{23} \dot{q}_1 \dot{q}_3 - 0.5 \theta_4 S_2 S_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ &\quad + 0.5 \theta_4 C_2 C_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 - \theta_2 S_{22} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \theta_5 C_2 \dot{q}_2^2 - 0.5 \theta_4 S_2 S_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \theta_3 S_{23} \dot{q}_1 \dot{q}_3 + 0.5 \theta_4 C_2 C_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3. \\ \tau_2 &= \theta_5 S_2 \ddot{q}_1 + \theta_6 \ddot{q}_2 - 0.5 \theta_4 S_{2-3} \ddot{q}_3 + \theta_2 S_{22} \dot{q}_1^2 + 0.5 \theta_4 S_2 S_3 \dot{q}_1^2 + 0.5 \theta_4 C_{2-3} \dot{q}_1^2 \\ &\quad + \theta_8 C_2 + \theta_{10} (q_2 - \pi/2). \\ \tau_3 &= -0.5 \theta_4 S_{2-3} \ddot{q}_2 + \theta_7 \ddot{q}_3 + \theta_3 S_{23} \dot{q}_1^2 + 0.5 \theta_4 C_2 C_3 \dot{q}_1^2 - 0.5 \theta_4 C_{2-3} \dot{q}_2^2 + \theta_9 S_3.\end{aligned}$$

Se identificarán 10 parámetros tal que el valor de estos se muestra en la Tabla A.2.

Parámetro	Valor	Unidad
$\theta_1$	$1.798 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_2$	$0.864 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_3$	$0.486 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_4$	$2.766 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_5$	$0.308 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_6$	$2.526 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_7$	$0.652 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$
$\theta_8$	$164.158 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$
$\theta_9$	$94.050 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$
$\theta_{10}$	$117.294 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$

Tabla 3.1: Parámetros del modelo dinámico del dispositivo PHANToM OMNI.

los cuales se separan del resto de los elementos de una manera matricial

- matriz de elementos no lineales
- vector de parámetros lineales

La relación de la matriz tanto del vector se puede ver a continuación:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} & Y_{110} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} & Y_{210} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} & Y_{37} & Y_{38} & Y_{39} & Y_{310} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \\ \theta_9 \\ \theta_{10} \end{bmatrix} = \tau \quad (3.16)$$

donde:

$$Y_{11} = \ddot{q}_1$$

$$Y_{12} = C_{22}\ddot{q}_1 - S_{22}\dot{q}_1\dot{q}_2 - S_{22}\dot{q}_1\dot{q}_2$$

$$Y_{13} = C_{23}\ddot{q}_1 - S_{23}\dot{q}_1\dot{q}_3 - S_{23}\dot{q}_1\dot{q}_3$$

$$Y_{14} = C_2S_3\ddot{q}_1 - 0.5S_2S_3\dot{q}_1\dot{q}_2 + 0.5C_2C_3\dot{q}_1\dot{q}_3 - 0.5S_2S_3\dot{q}_1\dot{q}_2 + 0.5C_2C_3\dot{q}_1\dot{q}_3$$

$$Y_{15} = 6S_2\ddot{q}_2 + C_2\dot{q}_2^2$$

$$Y_{16} = 0$$

$$Y_{17} = 0$$

$$Y_{18} = 0$$

$$Y_{19} = 0$$

$$Y_{110} = 0$$

$$Y_{21} = 0$$

$$Y_{22} = S_{22}\dot{q}_1^2$$

$$Y_{23} = 0$$

$$Y_{24} = -0.5S_{2-3}\ddot{q}_3 + 0.5S_2S_3\dot{q}_1^2 + 0.5C_{23}\dot{q}_1^2$$

$$Y_{25} = S_2\ddot{q}_1$$

$$Y_{26} = \ddot{q}_2$$

$$Y_{27} = 0$$

$$Y_{28} = C_2$$

$$Y_{29} = 0$$

$$Y_{210} = (q_2 - \pi/2)$$

$$Y_{31} = 0$$

$$Y_{32} = 0$$

$$Y_{33} = S_{23}\dot{q}_1^2$$

$$Y_{34} = -0.5S_{23}\ddot{q}_2 + 0.5C_2C_3\dot{q}_1^2 - 0.5C_{23}\dot{q}_2^2$$

$$Y_{35} = 0$$

$$Y_{36} = 0$$

$$Y_{37} = \ddot{q}_3$$

$$\begin{aligned} Y_{38} &= 0 \\ Y_{39} &= S_3 \\ Y_{310} &= 0 \end{aligned}$$

Se hace la validación de la parametrización respecto del modelo dinámico tal que

$$Y_r \hat{\theta} = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q)$$

entonces se dice que

$$Y_r \hat{\theta} - H(q)\ddot{q} - C(q, \dot{q}) - G(q) = 0 \quad (3.17)$$

de lo cual, se hace la comprobación de la ecuación (3.17) dando como resultado bajo una trayectoria cualquiera lo siguiente:

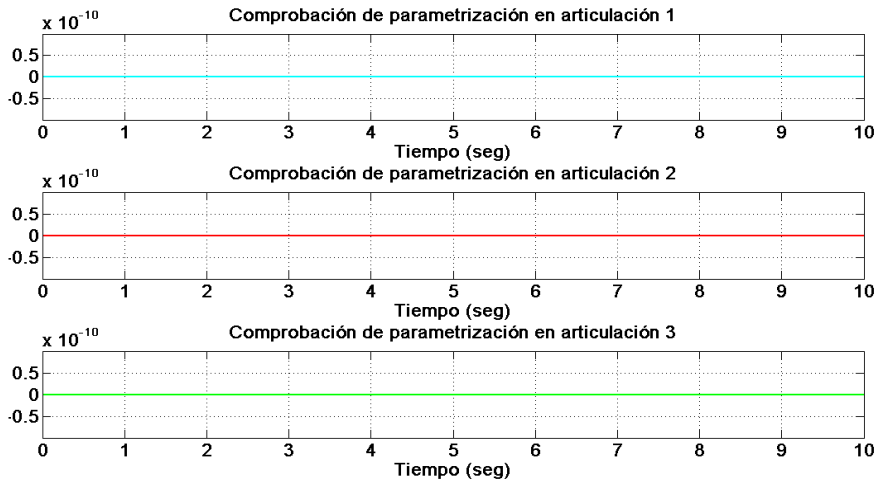


Figura 3.3: Comprobación de parametrización de dispositivo PHANToM OMNI.

### 3.2.4.2. Parametrización lineal del dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0

De la misma manera que se hizo con el dispositivo PHANToM PPREMIUM 1.0, se realizara la identificación de los parámetros lineales que corresponderán a este dispositivo como se puede observar a continuación.

$$\begin{aligned}
\tau_1 = & 0.5\theta_1\ddot{q}_1 - 0.125\theta_2\ddot{q}_1C_{23} + 0.125\theta_2\ddot{q}_1 + 0.5\theta_1C_{22}\ddot{q}_1 + 0.125\theta_3\ddot{q}_1 + 0.125\theta_3C_{22}\ddot{q}_1 - 0.5\theta_4C_{23}\ddot{q}_1 \\
& + 0.5\theta_4\ddot{q}_1 - 2\theta_1S_2C_2\dot{q}_2\dot{q}_1 - \theta_1S_{22}\dot{q}_1\dot{q}_2 + 0.25\theta_2S_3C_3\dot{q}_1\dot{q}_3 - 0.5\theta_3C_2S_2\dot{q}_2\dot{q}_1 - 0.25\theta_3S_{22}\dot{q}_1\dot{q}_2 \\
& + \theta_4C_3S_3\dot{q}_3\dot{q}_1 + 0.5\theta_4S_{23}\dot{q}_1\dot{q}_3 - \theta_5S_3\dot{q}_1 + 0.5\theta_5C_2\dot{q}_1 - 0.5\theta_5\dot{q}_1\dot{q}_2S_2S_3 + 0.5\theta_5\dot{q}_1\dot{q}_3C_2C_3 \\
& - \theta_6S_3\dot{q}_1 + 0.5\theta_6C_2\dot{q}_1 - 0.5\theta_6\dot{q}_1\dot{q}_2S_2S_3 + 0.5\theta_6\dot{q}_1\dot{q}_3C_2C_3 \\
\tau_2 = & \theta_1\ddot{q}_2 + 0.25\theta_3\ddot{q}_2 - 0.5\theta_5S_{2-3}\ddot{q}_3 - 0.5\theta_6S_{2-3}\ddot{q}_3 + \theta_1\dot{q}_1^2S_{22} + \theta_30.25\dot{q}_1^2S_{22} + 0.5\theta_5S_2S_3\dot{q}_1^2 \\
& + 0.5\theta_5C_{2-3}\dot{q}_3^2 + 0.5\theta_5S_2S_3\dot{q}_1^2 + 0.5\theta_6C_{2-3}\dot{q}_3^2 + \theta_7gC_2 + 0.5\theta_8gC_2 + \theta_9gC_2 \\
\tau_3 = & 0.25\theta_2\ddot{q}_3 + \theta_4\ddot{q}_3 - 0.5\theta_5S_{2-3}\ddot{q}_2 - 0.5\theta_6S_{2-3}\ddot{q}_2 - 0.125\theta_2S_{23}\dot{q}_1^2 - 0.5\theta_4S_{23}\dot{q}_1^2 - 0.5\theta_5C_2C_3\dot{q}_1^2 \\
& + 0.5\theta_5C_{2-3}\dot{q}_2^2 - 0.5\theta_6C_2C_3\dot{q}_1^2 + 0.5\theta_6C_{2-3}\dot{q}_2^2 + 0.5\theta_{10}gS_3 + \theta_{11}gS_3 - \theta_{12}gS_3
\end{aligned}$$

Para este dispositivo se identificaron 12 parámetros, de los cuales se muestra su valor en la Tabla 3.2.

Parámetro	Valor	Unidad
$\theta_1$	0.3420	$Kgm^2$
$\theta_2$	0.3420	$Kgm^2$
$\theta_3$	0.2030	$Kgm^2$
$\theta_4$	0.110	$Kgm^2$
$\theta_5$	0.342	$Kgm^2$
$\theta_6$	0.470	$kgm^2$
$\theta_7$	0.002445	$Kgm^3/s^2$
$\theta_8$	0.001453	$Kgm^3/s^2$
$\theta_9$	0.002445	$Kgm^2/s^2$
$\theta_{10}$	0.338	$Kgm^3/s^2$
$\theta_{11}$	0.001128	$Kgm^3/s^2$
$\theta_{12}$	0.00407	$Kgm^2/s^2$

Tabla 3.2: Parámetros del modelo dinámico del dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0.

los cuales serán separados matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} & Y_{110} & Y_{111} & Y_{112} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} & Y_{210} & Y_{211} & Y_{212} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} & Y_{37} & Y_{38} & Y_{39} & Y_{310} & Y_{311} & Y_{312} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \\ \theta_9 \\ \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{bmatrix} = \tau \quad (3.18)$$

donde:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= 0.5\ddot{q}_1 + 0.5P_1C_{22}\ddot{q}_1 - 2S_2C_2\dot{q}_2\dot{q}_1 - (S_{22}\dot{q}_1\dot{q}_2) \\ Y_{12} &= -(0.125\ddot{q}_1C_{23}) + (0.125\ddot{q}_1) + (0.25S_3)C_3\dot{q}_1\dot{q}_3 \\ Y_{13} &= (0.125\ddot{q}_1) + (0.125C_{22}\ddot{q}_1) - (0.5C_2S_2\dot{q}_2\dot{q}_1) - (0.25S_{22}\dot{q}_1\dot{q}_2) \\ Y_{14} &= -(0.5\ddot{q}_1) + (0.5\ddot{q}_1) + (C_3S_3)\dot{q}_3\dot{q}_1 + (0.5S_{23}\dot{q}_1\dot{q}_3) \\ Y_{15} &= -(S_3\dot{q}_1) + (0.5C_2)\dot{q}_1 - (0.5\dot{q}_1\dot{q}_2S_2S_3) + (0.5\dot{q}_1\dot{q}_3C_2C_3) \\ Y_{16} &= -(S_3)\dot{q}_1 + (0.5C_2)\dot{q}_1 - (0.5\dot{q}_1\dot{q}_2S_2S_3) + (0.5\dot{q}_1\dot{q}_3C_2C_3) \\ Y_{17} &= 0 \\ Y_{18} &= 0 \\ Y_{19} &= 0 \\ Y_{110} &= 0 \\ Y_{111} &= 0 \\ Y_{112} &= 0 \\ Y_{21} &= \dot{q}_1^2S_{22} + \ddot{q}_2 \\ Y_{22} &= 0 \\ Y_{23} &= 0.25\dot{q}_1^2S_{22} + 0.25\ddot{q}_2 \\ Y_{24} &= 0 \\ Y_{25} &= (0.5S_2S_3\dot{q}_1^2) - (0.5S_{2-3}\ddot{q}_3) + (0.5C_{2-3}\dot{q}_3^2) + 0.5S_2S_3\dot{q}_1^2 \\ Y_{26} &= -(0.5S_{2-3}\ddot{q}_3) + (0.5\dot{q}_3^2) \\ Y_{27} &= C_2 \\ Y_{28} &= 0.5C_2 \\ Y_{29} &= C_2 \\ Y_{210} &= 0 \\ Y_{211} &= 0 \\ Y_{212} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{31} &= 0 \\
Y_{32} &= -(0.125S_{23}\dot{q}_1^2) + (0.25\ddot{q}_3) \\
Y_{33} &= 0 \\
Y_{34} &= -(0.5S_{23}\dot{q}_1^2) + \ddot{q}_3 \\
Y_{35} &= -(0.5C_2C_3\dot{q}_1^2) - (0.5S_{2-3}\ddot{q}_2) + (0.5C_{2-3}\dot{q}_2^2) \\
Y_{36} &= -(0.5C_2C_3\dot{q}_1^2) - (0.5S_{2-3}\dot{q}_2) + (0.5C_{2-3}\dot{q}_2^2) \\
Y_{37} &= 0 \\
Y_{38} &= 0 \\
Y_{39} &= 0 \\
Y_{310} &= 0.5gS_3 \\
Y_{311} &= \sin(q_3) \\
Y_{312} &= -S_3
\end{aligned}$$

De la misma manera que en el dispositivo PHANToM OMNI, en este dispositivo se realizará la comprobación de la parametrización descrita anteriormente, y de la ecuación 3.17 dando como resultado lo siguiente:

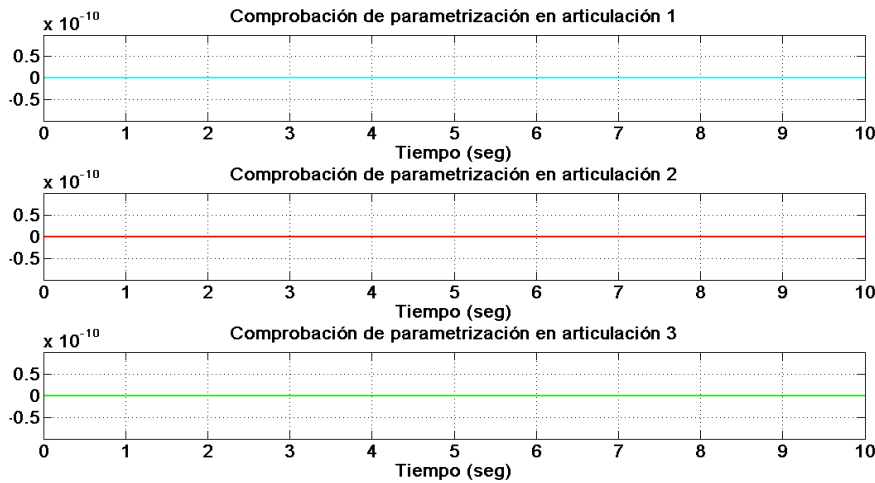


Figura 3.4: Comprobación de parametrización del dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0.

### 3.3. Control PID Wavenet

Un control PID Wavenet esta íntegramente deducido de un control PID, para lo cual daremos una breve introducción de dicho control.

### 3.3.1. Controlador PID

Un control PID es conformado por una parte proporcional, una integral y una derivativa, se dice que la salida del controlador es proporcional al error, sumado a una cantidad proporcional a la integral del error más una cantidad proporcional a la derivada del error [47], la cual se representa matemáticamente:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.19)$$

Este control se puede representar en un diagrama a bloques como se muestra en la Figura 3.5:

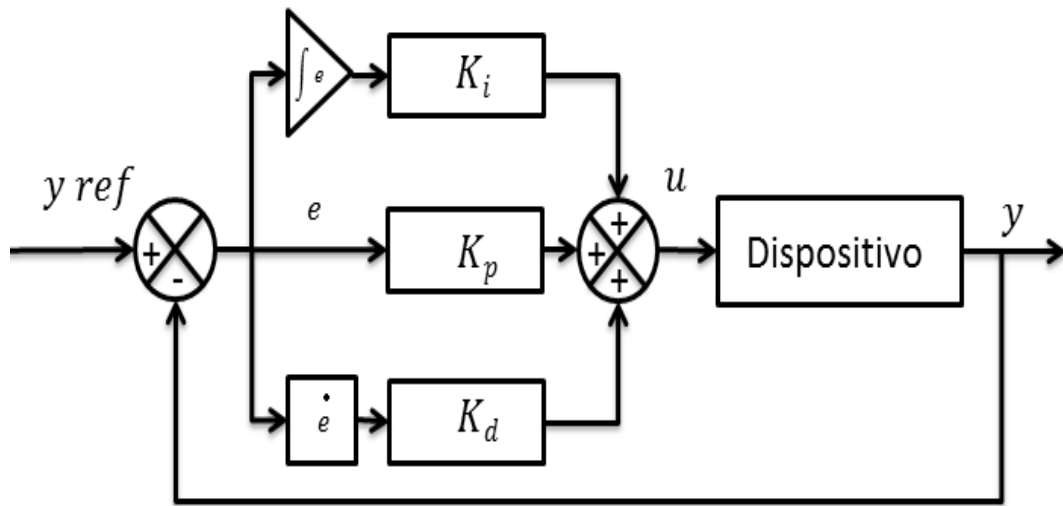


Figura 3.5: Esquema de control PID.

Ahora bien, la forma de sintonizar este control se utilizan ciertas reglas para dar valores a  $K_p$ ,  $K_d$ ,  $K_i$ , esto con la finalidad de dar estabilidad a un sistema. Ziegler y Nichols propusieron ciertas reglas para determinar los valores de la ganancia proporcional  $K_p$ , del tiempo integral  $T_i$  y del tiempo derivativo  $T_d$  basándose en las características de respuesta transitoria de una planta dada. Sin embargo, estas reglas solo dan una aproximación razonable de dichos parámetros del controlador, de tal manera que a partir de estos se deberán hacer ajustes finos para obtener el resultado deseado. Ellos consideran dos metodos, el primero el cual dependera de la respuesta de la planta a una entrada escalón unitario, el segundo el cual se basa en la ganancia critica y al periodo critico para la sintonización del control. Estas reglas serán reajustadas, esto es, por que solo son sintonizada para ciertas regiones (puntos), ya que es un control lineal, para lo cual se han determinado diferentes formas de sintonización [47].

### 3.3.2. PID *Wavenet*

Un control PID *wavenet* se compone de tres bloques, los cuales conforman la funcionalidad de este, los cuales son:

- PID discreto.
- Red neuronal *wavenet*.
- Algoritmo de actualización.

como se muestra en el siguiente esquema 3.6:

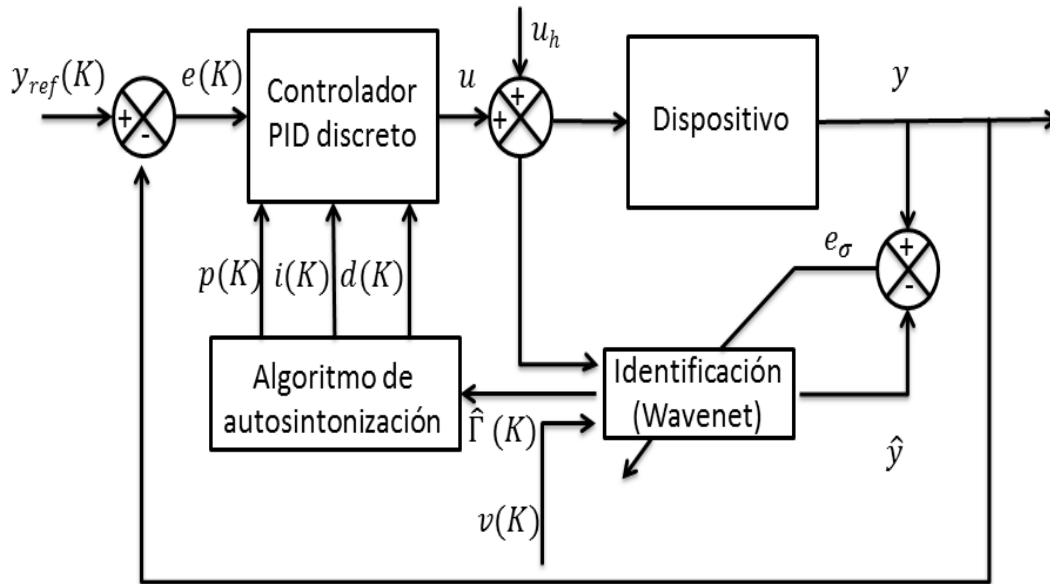


Figura 3.6: Esquema del control PID *Wavenet*.

#### 3.3.2.1. Controlador PID discreto

Como ya se ha visto, un control PID se expresa matemáticamente como en la ecuación (3.19), esa representación se realiza para tiempo continuo, sin embargo para el caso del control PID *wavenet* se utiliza en tiempo discreto, se expresa de la siguiente manera:

$$u(t) = K_P e(k) + K_I \sum_{t=0}^k e(k) + K_D [e(k) - e(k-1)] \quad (3.20)$$

La expresión integral de la ley de control del PID discreto se escribe como:

$$\Delta(k) = u(k) - u(k-1) \quad (3.21)$$

Sustituyendo (3.20) en (3.21) se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = & K_P e(k) + K_I \sum_{i=0}^k e(k) + K_D [e(k) - e(k-1)] - K_P e(k-1) \quad (3.22) \\ & + K_I \sum_{i=0}^k e(k-1) + k_D [e(k-1) - e(k-2)] \end{aligned}$$

reescribiendo 3.22

$$\Delta(k) = K_P [e(k) - e(k-1)] + K_I e(k) + K_D [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (3.23)$$

Ahora sustituyendo (3.21) en (3.23) y despejando  $u(k)$  se tiene:

$$u(k) = u(k-1) + K_P [e(k) - e(k-1)] + K_I e(k) + K_D [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (3.24)$$

siendo esta ultima la representación matemática de la ley de control que se implementa.

### 3.3.2.2. Red neuronal *Wavenet*

En el control PID *wavenet*, se utilizan redes neuronales de base radial, las cuales tienen a funciones *wavelets* como funciones de activación, en particular se utilizan funciones *wavelets* hijas del tipo RASP1, dada su sencillez de programación, la representación esquemática de la red neuronal se muestra en la Figura 3.7.:

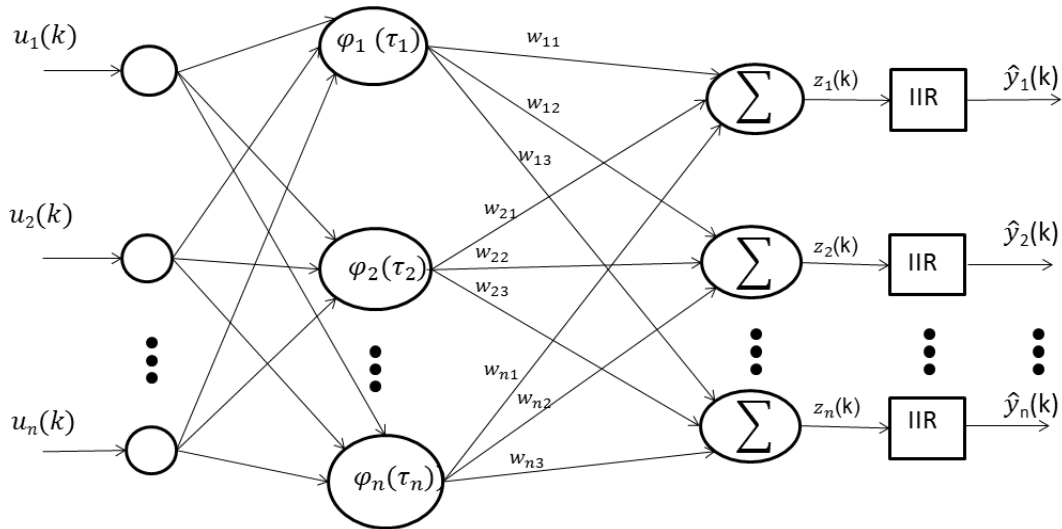


Figura 3.7: Esquema de red neuronal *Wavenet*.

Estas redes a su vez, cuentan con un número  $p$  de filtros IIR en cascada, que tienen la función de filtrar (podar) las neuronas que tienen poca o nula contribución en el proceso de identificación del sistema, permitiendo así, reducir el número de iteraciones dentro de lo que concierne al aprendizaje de la red neuronal, en la Figura 3.8 muestra la estructura de dichos filtros.

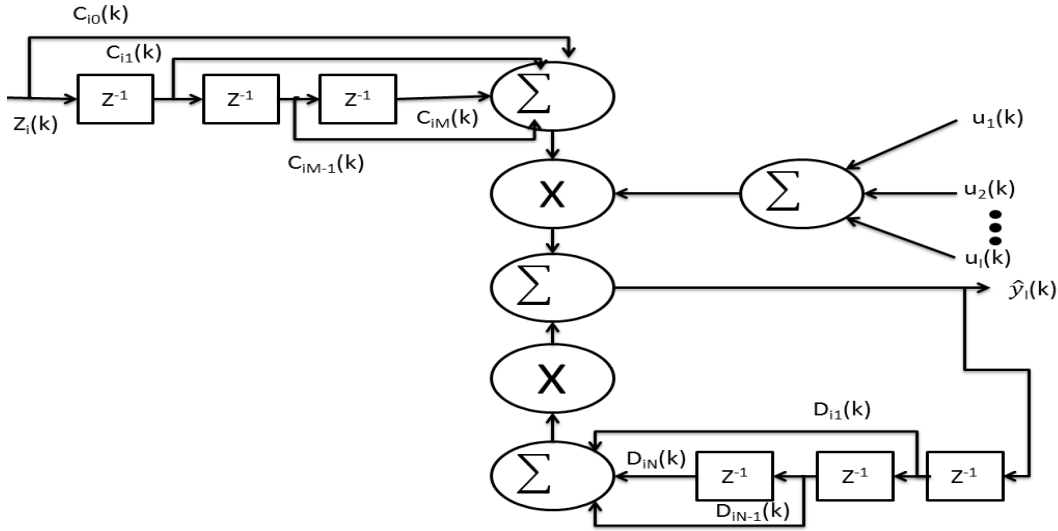


Figura 3.8: Esquema de filtros IIR.

Para el caso una red neuronal multivariable se dice que

$$\tau_j = \frac{\left( \left( \sum_{j=1}^p (u_j) - b_{l_j} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{al_j} \quad (3.25)$$

donde:

$al_j$   $j$ -ésima variable de escala.

$(l, j)$   $j$ -ésimo elemento de traslación.

Por otra parte se define la Wavelet RASP1 como

$$\varphi(\tau) = \frac{\tau}{(\tau^2 + 1)^2} \quad (3.26)$$

su derivada parcial respecto de  $b$  es:

$$\frac{3\tau^2 - 1}{a(\tau^2 + 1)^3} \quad (3.27)$$

Ahora bien la  $i$ -ésima señal de aproximación de la *wavenet* implementando los filtros IIR  $\hat{y}_i(k)$  puede ser calculada como:

$$\hat{y}_i(k) = \sum_{q=1}^p l = 0 \sum_{l=0}^M c_{i,l} z_i(k-1) u_p(k) + \sum_{j=1}^N d_{i,j} \hat{y}_i(k-j) v(k) \quad (3.28)$$

donde:  $Z_i(k) \sum_{l=1}^L w_{i,l} \psi_l(k)$ ,  $L$  es el número de *wavelets* hijas,  $w_{i,l}$  son los pesos de cada neurona,  $c_{i,l}$  es el coeficientes de adelanto del filtro IIR,  $d_{i,j}$  es el coeficientes de atraso del filtro IIR,  $M$  es el número de los coeficientes de adelanto del filtro,  $N$  es el número de los coeficientes de atraso del filtro IIR.

Mediante la mínima media cuadratica (LMS) se optimizan los parámetros de de la red Wavenet, esto una vez al minimizar las funciones de costo del error ( $\varepsilon$ ) que son definidas como:

$$\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_i, \dots, \varepsilon_p] \quad (3.29)$$

donde se define a cada elemento de  $\varepsilon$  como:

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^T e_i^2(k) \quad (3.30)$$

donde el error de estimación  $e_i(k)$  se definene como:

$$e_i(k) = y_i(k) - \hat{y}_i(k) \quad (3.31)$$

donde:

$y_i$ :  $i$ -ésima salida del sistema.

$\hat{y}_i$ :  $i$ -ésima salida de la identificación.

Para minimizar  $\varepsilon$  se aplica el método del descenso más pronunciado (steepest descent), para el cual se requiere el cálculo de los gradientes:  $\frac{\partial E}{\partial A(k)}$ ,  $\frac{\partial E}{\partial B(k)}$ ,  $\frac{\partial E}{\partial W(k)}$ ,  $\frac{\partial E}{\partial C(k)}$ ,  $\frac{\partial E}{\partial D(k)}$ , para actualizar los cambios incrementales de cada parámetro en particular y que para cada coeficiente se define como el negativo de sus gradientes:

$$\Delta W(k) = -\frac{\partial E}{\partial W(k)} \quad (3.32)$$

$$\Delta A(k) = -\frac{\partial E}{\partial A(k)} \quad (3.33)$$

$$\Delta B(k) = -\frac{\partial E}{\partial B(k)} \quad (3.34)$$

$$\Delta C(k) = -\frac{\partial E}{\partial C(k)} \quad (3.35)$$

$$\Delta D(k) = -\frac{\partial E}{\partial D(k)} \quad (3.36)$$

Así cada coeficiente de la red *wavenet* es actualizado en concordancia con las siguientes reglas:

$$W(k+1) = W(k) +_{\mu W} \Delta W(k) \quad (3.37)$$

$$A(k+1) = A(k) +_{\mu A} \Delta A(k) \quad (3.38)$$

$$B(k+1) = B(k) +_{\mu B} \Delta B(k) \quad (3.39)$$

$$C(k+1) = C(k) +_{\mu C} \Delta C(k) \quad (3.40)$$

$$D(k+1) = D(k) +_{\mu D} \Delta D(k) \quad (3.41)$$

### 3.3.3. Sistemas no lineales discretos

Los sistemas dinámicos MIMO no lineales pueden ser descritos por las siguientes ecuaciones de estado discretas:

$$x(k+1) = f[x(k), u(k), k] \quad (3.42)$$

$$y(k) = g[x(k), k] \quad (3.43)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$ ;  $u, y \in \mathbb{R}^p$  y  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$  son funciones no lineales que se asumen desconocidas. La entrada  $u(k)$  y la salida del sistema  $y(k)$  corresponden a las señales disponibles. Si el sistema es linealizado alrededor del punto de equilibrio y es observable, existe una representación entrada-salida del mismo sistema dada por:

$$y(k+1) = \beta[Y(k), U(k)] \quad (3.44)$$

donde

$$Y(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1)] \quad (3.45)$$

$$u(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-n+1)] \quad (3.46)$$

En otras palabras, existe una función  $\beta$  que transforma a la salida  $y(k)$ , la entrada  $u(k)$  y sus  $n - 1$  valores pasados en  $y(k + 1)$ . Un modelo alternativo de una planta desconocida que puede simplificar el algoritmo de control, es el siguiente:

$$y(k + 1) = \Phi[Y(k), U(k)] + \Gamma[Y(k), U(k)]u(k) \quad (3.47)$$

si los términos  $\Phi$  y  $\Gamma$  son exactamente conocidos, la señal de control  $u(k)$  para obtener la salida deseada  $y - ref(k + 1)$  es:

$$u(k) = \Gamma^{-1}[Y(k), U(k)](y_{ref}(k + 1) - \Phi[Y(k); U(k)]) \quad (3.48)$$

Sin embargo, los términos  $\Phi$  y  $\Gamma$  son desconocidos. Por lo tanto, se utiliza una red neuronal *wavenet* con filtro IIR en cascada, para poder aproximar las dinámicas del sistema como sigue:

$$\hat{y}(k + 1) = \hat{\Phi}[y(k), \Theta_\Phi] + \hat{\Gamma}[y(k), \Theta_\Gamma] \cdot u(k) \quad (3.49)$$

Comparando la expresión anterior con la salida estimada de la red *wavenet* con filtro IIR se obtiene

$$\hat{\Phi}_i[y(k), \Theta_\Phi] = \sum_{j=1}^N d_{i;j} \hat{y}(k - j) v(k) \quad (3.50)$$

$$\hat{\Gamma}_{i;q}[y(k), \Theta_\Gamma] = \sum_{q=1}^p \sum_{i=0}^M c_{i;l} z_i(k - i) u(k) \quad (3.51)$$

$$z_i(k) = \sum_{l=1}^L w_{i,l} \psi(k) \quad (3.52)$$

donde  $\Phi_i$  representa la  $i$ -ésima componente de  $\hat{\Phi}$ , mientras que  $\Gamma_{i;q}$  es el  $(i; q)$ -ésimo elemento de la matriz  $\hat{\Gamma}$ . Por lo tanto, si ambas no linealidades  $\Phi$  y  $\Gamma$  son estimadas por las dos funciones de la red *Wavenet*  $\hat{\Phi}$  y  $\hat{\Gamma}$  con parámetros ajustables  $\Theta_\Phi$  y  $\Theta_\Gamma$  respectivamente, la señal de control del PID que sigue la referencia deseada  $y_{ref}(k)$  puede ser calculada como:

$$\sigma(k + 1) = u_\sigma(k) + k_{p_\sigma}(k)[\varepsilon(k) - \varepsilon_\sigma(k - 1)] + k_{i_\sigma}(k)\varepsilon_\sigma(k) \quad (3.53)$$

$$+ k_{d_\sigma}(k)[\varepsilon_\sigma(k) - 2\varepsilon_\sigma(k - 1) + \varepsilon_\sigma(k - 2)] \quad (3.54)$$

donde:

$k_{p_\sigma}(k)$ : ganancia proporcional del  $\sigma$ -ésimo control PID.

$k_{i_\sigma}(k)$ : ganancia integral del  $\sigma$ -ésimo control PID.

$k_{d\sigma}(k)$ : ganancia derivativa del  $\sigma$ -ésimo control PID.

$u_\sigma(k)$ :  $\sigma$ -ésima entrada de la planta en el instante  $k$ .

$\varepsilon_\sigma$ : error de seguimiento.

El error de seguimiento se define como

$$\varepsilon_\sigma(K) = y_{ref_\sigma}(k) - y_\sigma(k) \quad (3.55)$$

donde:  $\sigma = 1, 2, 3, \dots, p$ .

### 3.3.3.1. Auto-sintonización

Como las ganancias de los controladores  $k_{p\sigma}(k)$ ,  $k_{i\sigma}(k)$  y  $k_{d\sigma}(k)$  fueron consideradas en la función de costo  $\varepsilon$  pueden ser actualizadas de la siguiente forma:

$$K_{p\sigma}(k) = k_{p\sigma}(k-1) + \mu_p e_\sigma(k) \hat{\Gamma}_{i,q}(k) [\varepsilon_\sigma(k) - \varepsilon_\sigma(k-1)] \quad (3.56)$$

$$K_{i\sigma}(k) = k_{i\sigma}(k-1) + \mu_i e_\sigma(k) \hat{\Gamma}_{i,q}(k) \varepsilon_\sigma(k) \quad (3.57)$$

$$K_{d\sigma}(k) = k_{d\sigma}(k-1) + \mu_d e_\sigma(k) \hat{\Gamma}_{i,q}(k) [\varepsilon_\sigma(k) - 2\varepsilon_\sigma(k-1) + \varepsilon_\sigma(k-2)] \quad (3.58)$$

$$(3.59)$$

donde  $\hat{\Gamma}_{i,q}(k)$  elemento  $(i; q)$  de la matriz de identificación del sistema,  $\mu$  tazas de aprendizaje del controladr PID.

### 3.3.4. Regulacion basada en seguimiento

Para el control PID *wavenet* se propone la utilización de la regulación basada en seguimiento mediante un conjunto de polinomios para un desempeño óptimo en tareas de regulacón. Esta puede ser implementada por una función diseñada de tal forma que garantice una transición suave entre los puntos [73]. Se considera a  $\xi(t)$  como generador de tiempo con rangos de 0 a 1 en un tiempo finito arbitrario  $t = tb > 0$  siendo  $tb$  el tiempo de convergencia deseado, elegido arbitrariamente y  $\xi(t)$  tal que  $\xi(t0) = \xi(tb) \equiv 0$ . El polinomio propuesto  $\xi(t)$  es dado por:

$$\xi(t) = a_3 \frac{(t-t0)^3}{(tb-t0)^3} - a_4 \frac{(t-t0)^4}{(tb-t0)^4} + a_5 \frac{(t-t0)^5}{(tb-t0)^5} \quad (3.60)$$

Al derivar el polinomio anterior obtenemos la velocidad que se define como:

$$\xi(t) = 3a_3 \frac{(t-t0)^2}{(tb-t0)^3} - 4a_4 \frac{(t-t0)^3}{(tb-t0)^4} + 5a_5 \frac{(t-t0)^4}{(tb-t0)^5} \quad (3.61)$$

Al realizar la segunda derivada obtenemos la aceleración la cual esta definida como:

$$\xi(t) = 6a_3 \frac{(t-t_0)}{(tb-t_0)^3} - 12a_4 \frac{(t-t_0)^2}{(tb-t_0)^4} + 20a_5 \frac{(t-t_0)^3}{(tb-t_0)^5} \quad (3.62)$$

El generador de tiempo base debe cumplir con  $\xi(t_0) = 0$ ,  $\xi(tb) = 1$ ,  $\dot{\xi}(t_0) = 0$ ,  $\xi(tb) = 0$  y  $\xi(\frac{1}{2}tb) = 0$ , los coeficientes están definidos por las siguientes ecuaciones:

$$a_3 - a_4 + a_6 = 1 \quad (3.63)$$

$$3a_3 + 4a_4 + 5a_6 = 0 \quad (3.64)$$

$$6a_3 - 12a_4 + 20a_6 = 0 \quad (3.65)$$

donde:  $a_3 = 10$ ,  $a_4 = 15$ ,  $a_6 = 6$ .

## 3.4. Análisis de energía

El estudio de la energía se puede realizar a partir de la potencia, la cual podemos obtener a partir de los datos que nos proporcionan los dispositivos hápticos, esto ya que en el control PID *wavenet* solo contamos con la fuerza así como la velocidad que nos proporcionan dichos dispositivos, he ahí la justificación de utilizar de esta manera este enfoque.

### 3.4.1. Potencia

La potencia es la cantidad de trabajo efectuado por unidad de tiempo. Esto es equivalente a la razón de cambio de la energía en un sistema o al tiempo empleado en realizar un trabajo [58], se define como

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (3.66)$$

donde:

$P$  : es la potencia.

$E$  : es la energía total o trabajo.

$t$  : es el tiempo.

La potencia mecánica es el trabajo realizado por una máquina o una persona en un determinado intervalo de tiempo. Es transmitida mediante la acción de fuerzas

físicas de contacto o elementos mecánicos asociados como palancas, engranajes [58], entre otras, se define de la siguiente manera:

$$P = FV \quad (3.67)$$

donde:

$F$  : Fuerzas resultantes.

$V$  : Velocidad.

También se puede representar de la forma angular como:

$$P = \tau\dot{q} \quad (3.68)$$

donde:

$\tau$  : Par.

$\dot{q}$  : Velocidad angular.

### 3.4.2. Energía

La energía es una magnitud abstracta que está ligada al estado dinámico de un sistema, está involucrada en todos los procesos de cambio de estado físico, dicho de otra manera es la capacidad realizar un trabajo y producir cambios en ellos mismos o en otros sistemas. La energía se describe en función de movimiento, posición, temperatura, masa, entre otras propiedades. La unidad de medida que utilizamos para cuantificar la energía es el Joule (J) [58]. De otra manera se puede decir que la energía se puede obtener mediante la integral de la potencia, se describe de la siguiente manera:

$$E = \int P \quad (3.69)$$

Entonces de la ecuación (3.69) podemos definirla en regimen cartesiano como:

$$E = \int FV \quad (3.70)$$

Por otro lado también se puede definir en regimen articular como:

$$E = \int \tau\dot{q} \quad (3.71)$$

De esta forma podemos hacer el análisis de la energía tanto del control Slotine Li adaptable como del control PID *wavenet*.

### 3.5. Comentarios

En este capítulo se presentan las definiciones matemáticas que son utilizadas en los controles Slotine-Li y PID *wavenet*, también se muestra la parametrización lineal de cada dispositivo háptico que fueron obtenidos a partir de los modelos dinámicos de cada dispositivo que se muestran en el apéndice A, de los cuales se obtuvieron para el dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0, 12 parámetros, mientras que para el dispositivo PHANToM OMNI, 10 parámetros.

# Capítulo 4

## Desempeño de los controles Slotine-Li y PID *Wavenet*

En este capítulo mostraremos los resultados que se obtuvieron con las dos interfaces hápticas, así como, un análisis respecto del desempeño del control con cada uno de los dispositivos con y sin masa, de esta manera observar el desempeño del control en el espacio de trabajo con una trayectoria que tiene componentes en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ .

### 4.1. Trayectoria utilizada en experimentación

Para realizar la experimentación con los dispositivos se utiliza la trayectoria definida por una ecuación paramétrica que tiene componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  dentro del espacio de trabajo de ambos dispositivos hápticos, las cuales son

Para la posición en el eje  $X$ :

$$X = h_1 + r \cos(wt)$$

Para la posición en el eje  $Y$ :

$$Y = h_2 + \cos\left(\left(\frac{w}{2}\right)t\right)r$$

Para la posición en el eje  $Z$ :

$$Z = h_3 + r \sin(wt)$$

Derivando las anteriores ecuaciones podemos determinar la velocidad, la cual será definida como:

$$\dot{X} = -r w \sin(wt)$$

$$\dot{Y} = -\text{sen}\left(\left(\frac{w}{2}\right)t\right)w\frac{r}{2}$$

$$\dot{Z} = rw \cos(wt);$$

donde  $w = \frac{\pi}{2}$ ,  $r = 0.02$ ,  $h_1 = 0.0$ ,  $h_2 = 0.0$ ,  $h - 3 = 0.0$

La trayectoria que el dispositivo realizara en el espacio de trabajo está descrita en la Figura 4.1:

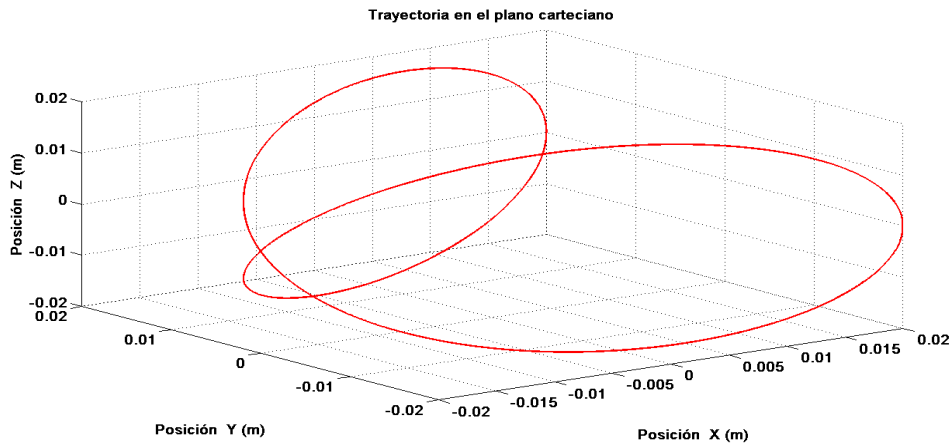


Figura 4.1: Trayectoria deseada en el espacio de trabajo.

## 4.2. Resultados de experimentos con interfaz háptica PHANToM OMNI

### 4.2.1. Control Slotin-Li

En esta sección se realiza el análisis del control Slotin and Li en el dispositivo PHANToM OMNI con la trayectoria propuesta anteriormente en la Figura 4.1.

#### 4.2.1.1. Experimento sin masa externa

Primeramente se realiza sin el dedal que representa una masa externa como se muestra en la Figura 4.2.



Figura 4.2: Interfaz háptica PHANTOM OMNI sin masa externa.

En la Figura 4.3 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

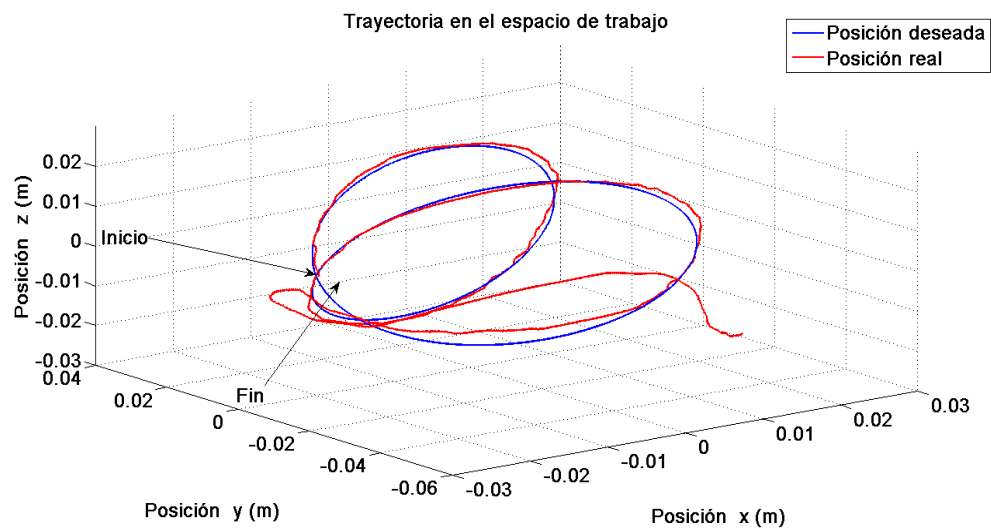


Figura 4.3: Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANTOM OMNI sin masa externa.

Esto podemos estudiarlo más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  y de esa manera observar la convergencia a la posición deseada, como se puede ver en la Figura 4.4.

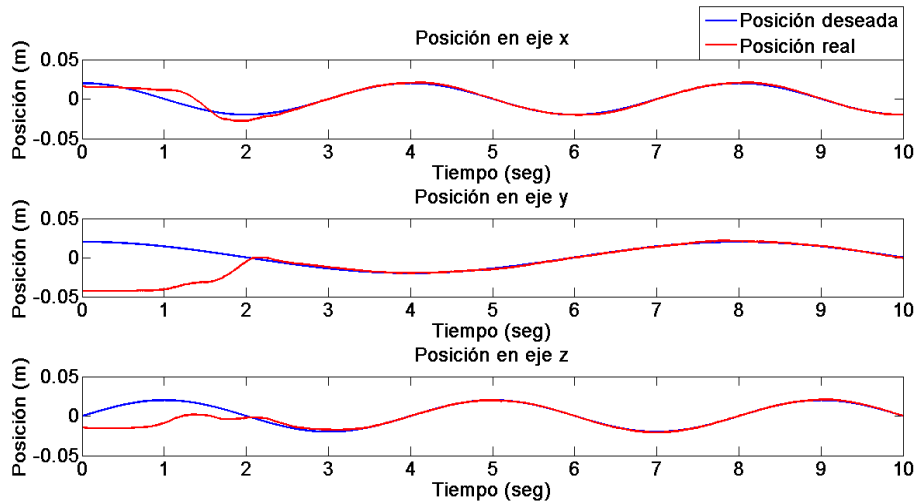


Figura 4.4: Posición cartesiana con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa.

Como se sabe, entre la trayectoria deseada y la trayectoria que realiza el dispositivo existe una diferencia denominada error de posición cartesiana, la cual, podemos observarlo en la Figura 4.5.

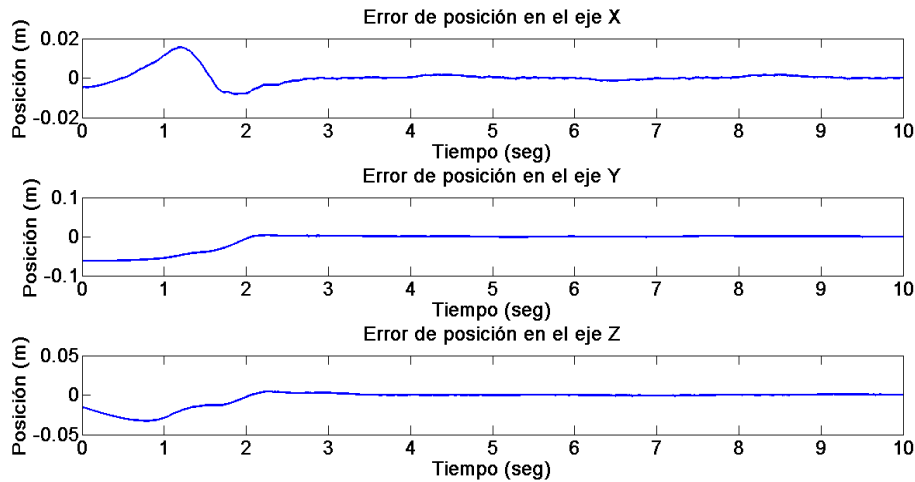


Figura 4.5: Error de posición cartesiana con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa.

Por otra parte utilizando la cinemática inversa de posición podemos hacer una transformación del plano cartesiano al plano articular, y de esta forma podemos obtener la posición articular dado que realizamos el análisis y aplicación del control

en el espacio articular. En la Figura 4.6 podemos observar la posición en el espacio articular.

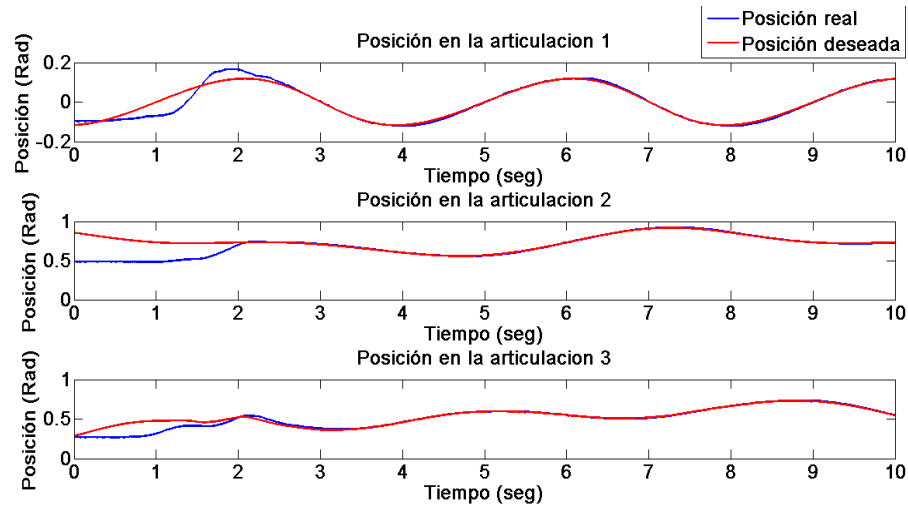


Figura 4.6: Posición articular con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa.

También podemos obtener el error de posición articular como se muestra en la Figura 4.7.

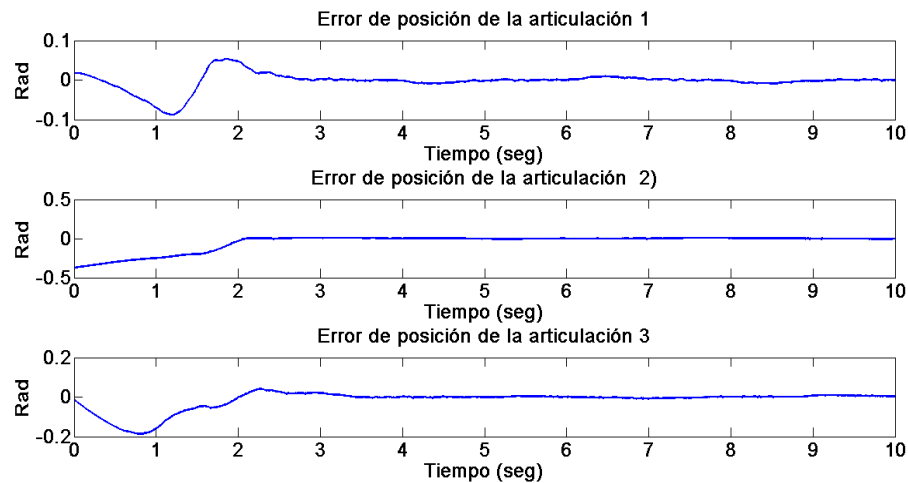


Figura 4.7: Error de posición articular.

En la Figura 4.8 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

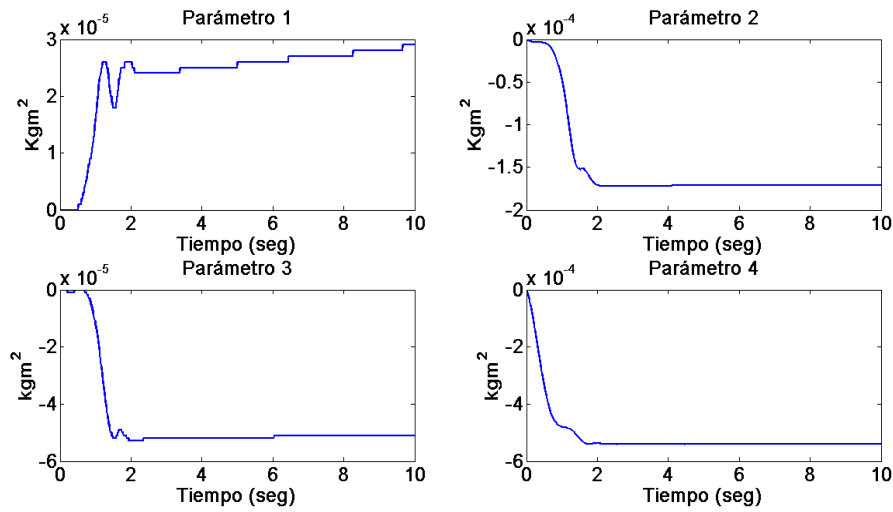


Figura 4.8: actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$  con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa.

En la Figura 4.9 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$  respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

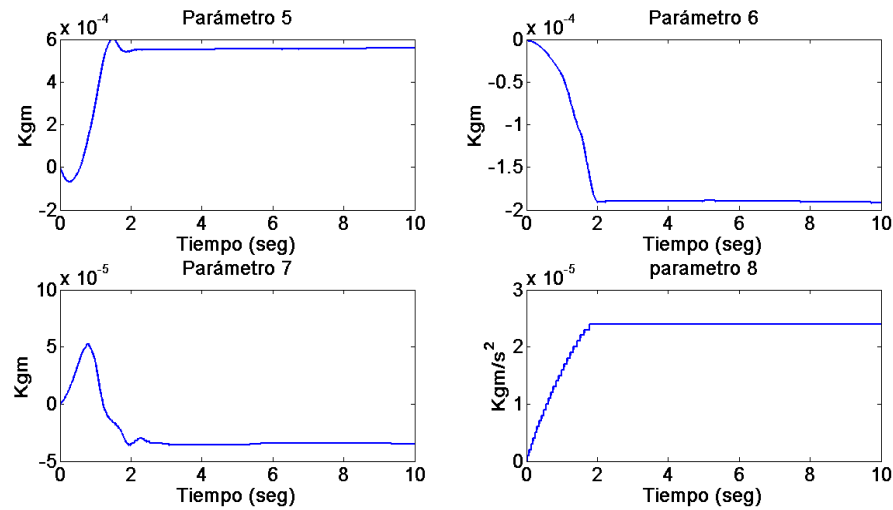


Figura 4.9: Actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$  con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa.

En la Figura 4.10 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_9$  y  $\theta_{10}$ , respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

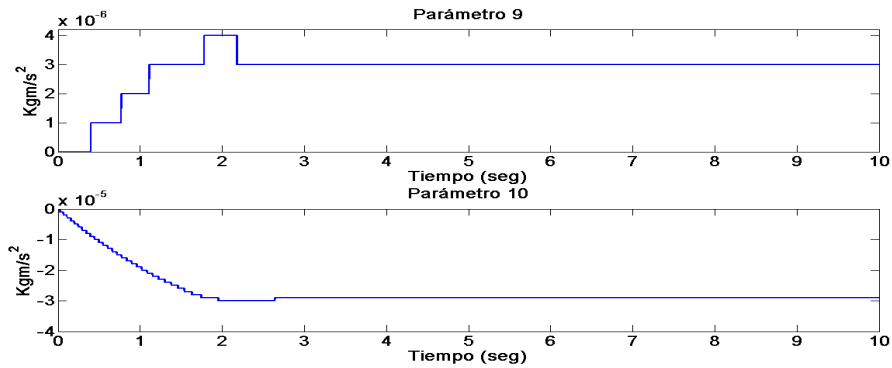


Figura 4.10: Actualización de los parámetros  $\theta_9$  y  $\theta_{10}$  con interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa.

También podemos observar la señal de control que es enviada a los actuadores y de esta manera el dispositivo alcanza los puntos deseados como se muestra en la Figura 4.11.

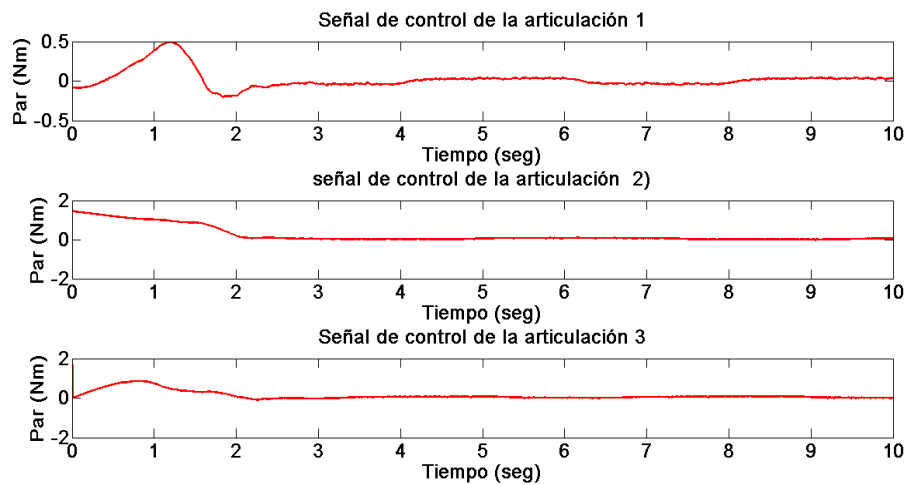


Figura 4.11: Señal de control de la interfaz háptica PHANToM OMNI sin masa externa.

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia la cual se observa en la Figura 4.12.

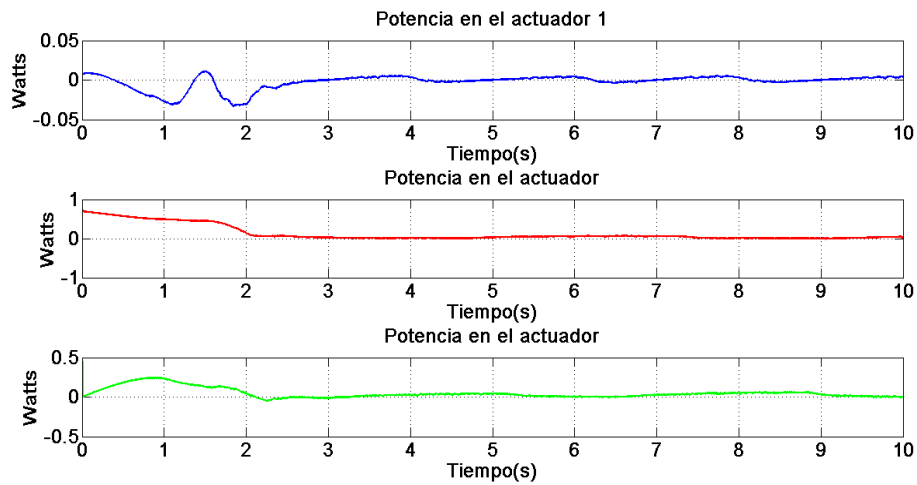


Figura 4.12: Potencia en los actuadores.

A partir de la potencia que obtubo anteriormente en la Figura 4.12 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador, como se muestra en la Figura 4.13.

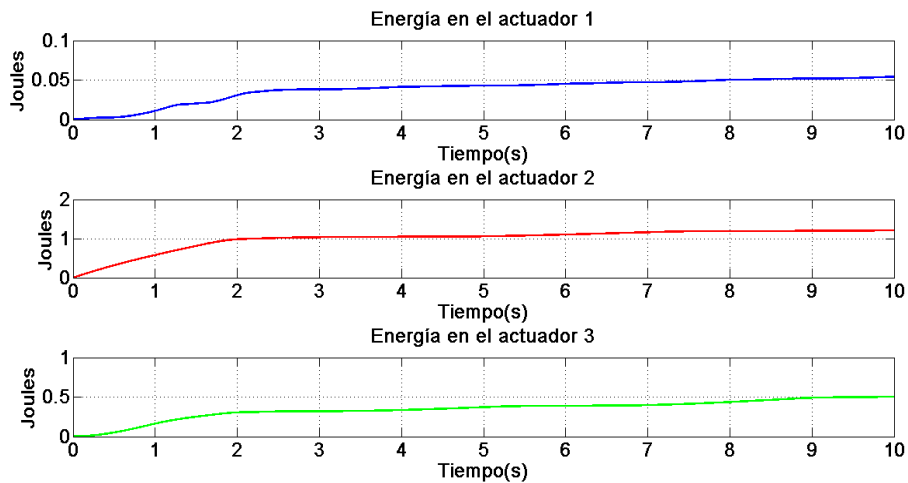


Figura 4.13: Energía en los actuadores.

En la Figura 4.14 se muestra el comportamiento de la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador que se muestra en la Figura 4.13.

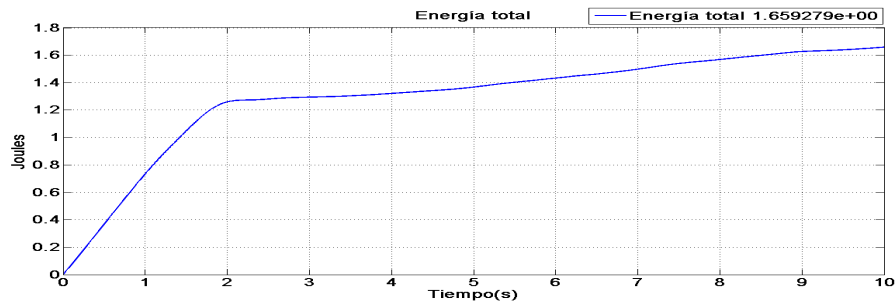


Figura 4.14: Energía total.

#### 4.2.1.2. Experimento con masa externa

El siguiente experimento se realiza colocando la parte superior del dedal como se muestra a en la Figura 4.15.



Figura 4.15: Interfaz háptica PHANTOM OMNI con masa externa.

La masa que se le coloca al dispositivo, es del dedal con el cual viene con el dispositivo de fábrica, el cual tiene una masa de  $0.019253\text{Kg}$ , se muestra en la Figura 4.16.



Figura 4.16: Masa del dedal implementado para experimentación.

En la Figura 4.17 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

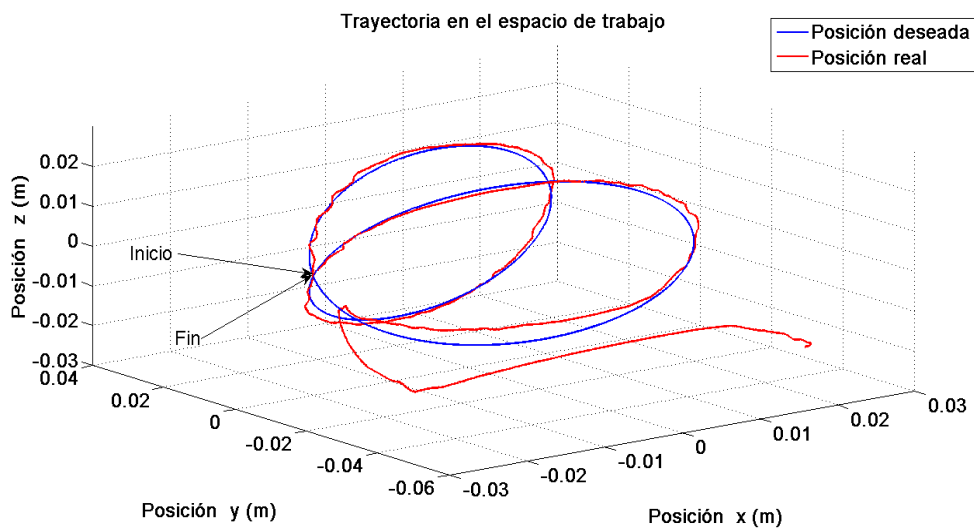


Figura 4.17: Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANTOM OMNI.

Esto se puede observar más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  y de esta manera observar la convergencia a la posición deseada, como se muestra en la Figura 4.18.

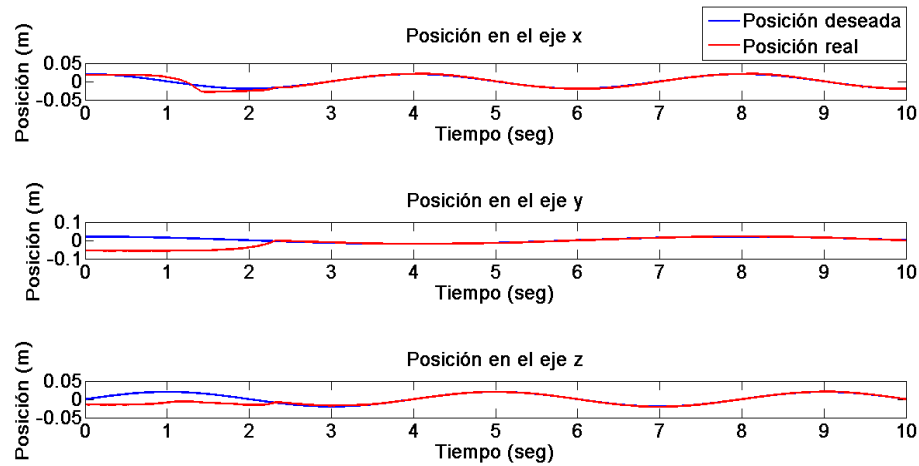


Figura 4.18: Posición cartesiana.

Entre la trayectoria deseada y la trayectoria que realiza el dispositivo existe una diferencia denominada error de posición cartesiana, la cual, podemos observarlo en la Figura 4.19.

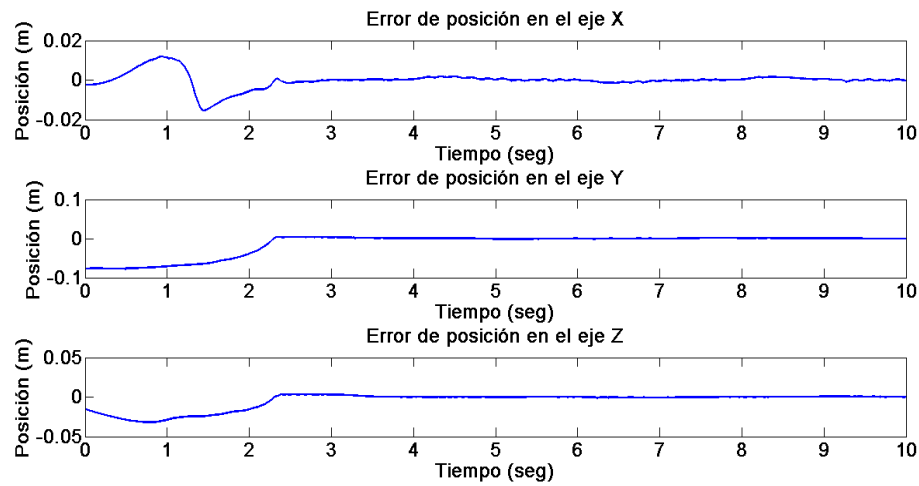


Figura 4.19: Error de posición cartesiana.

Por otra parte utilizando la cinemática inversa de posición podemos hacer una transformación del plano cartesiano al plano articular, y de esta forma podemos obtener la posición articular dado que realizamos el análisis y aplicación del control en el espacio articular, en la Figura 4.20 podemos observar la posición en el espacio articular.

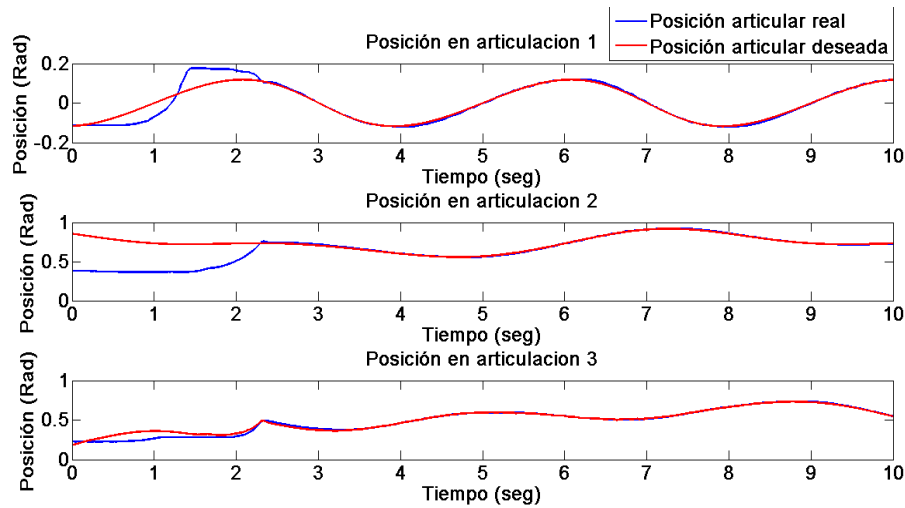


Figura 4.20: Posición articular.

También se puede obtener el error de posición articular, como se muestra en la Figura 4.21.

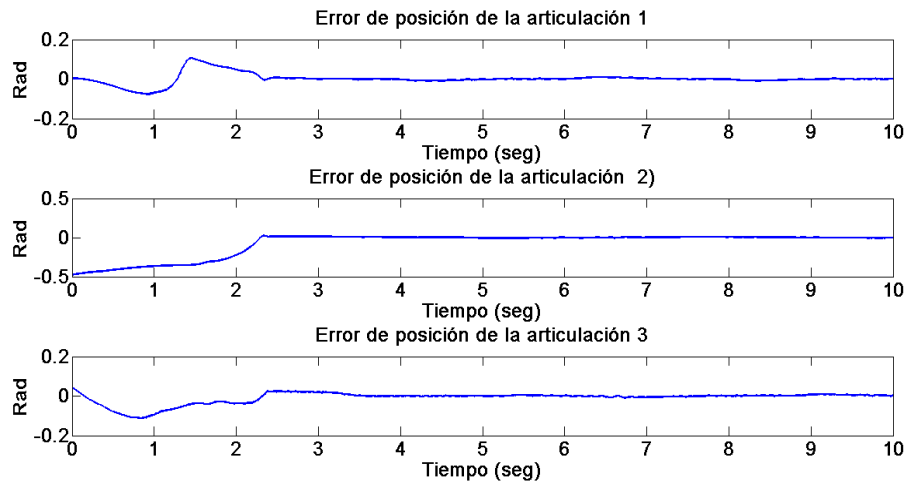


Figura 4.21: Error de posición articular.

En la Figura 4.22 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

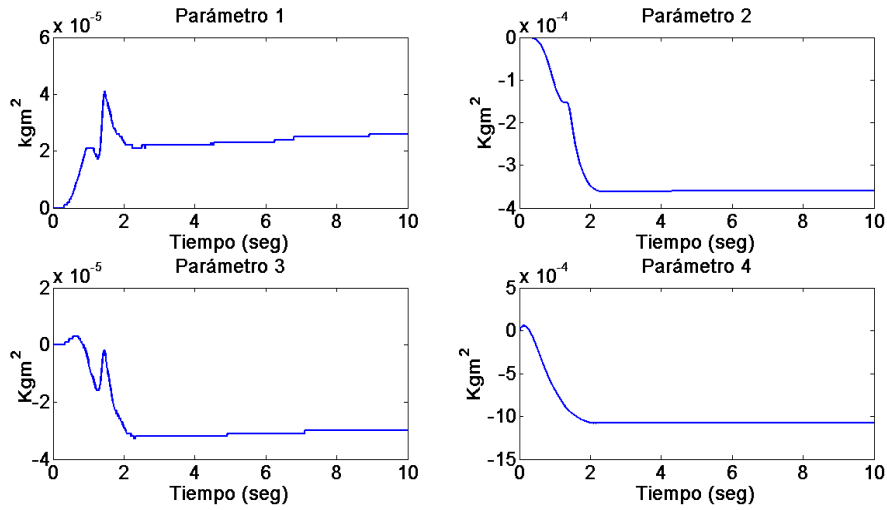


Figura 4.22: Actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ .

En la Figura 4.23 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ , respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

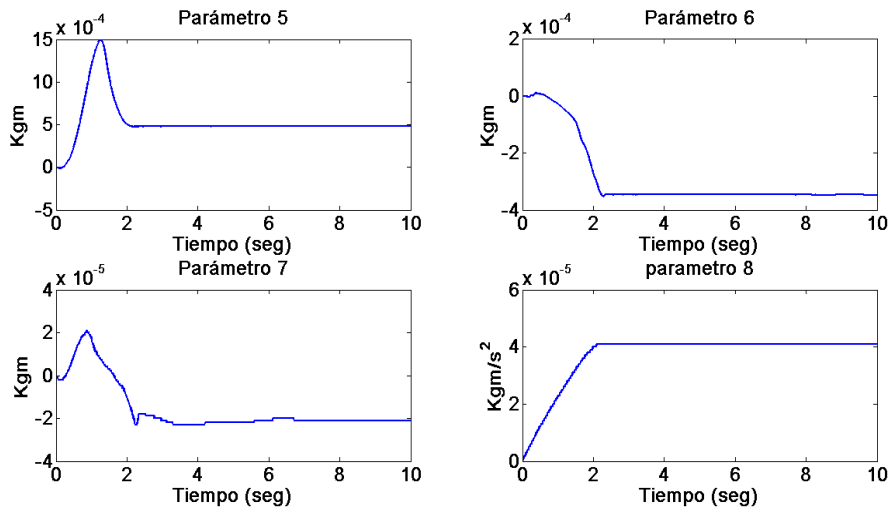


Figura 4.23: Actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ .

En la Figura 4.24 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_9$  y  $\theta_{10}$ , respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

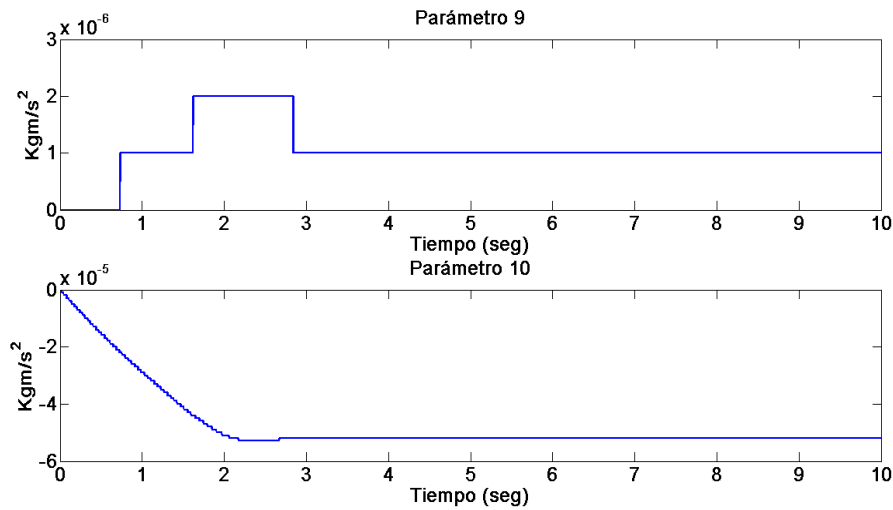


Figura 4.24: Actualización de los parámetros  $\theta_9$  y  $\theta_{10}$ .

También podemos observar la señal de control que es enviada a los actuadores y de esta manera el dispositivo alcanza los puntos deseados, esto se puede observar en la Figura 4.25.

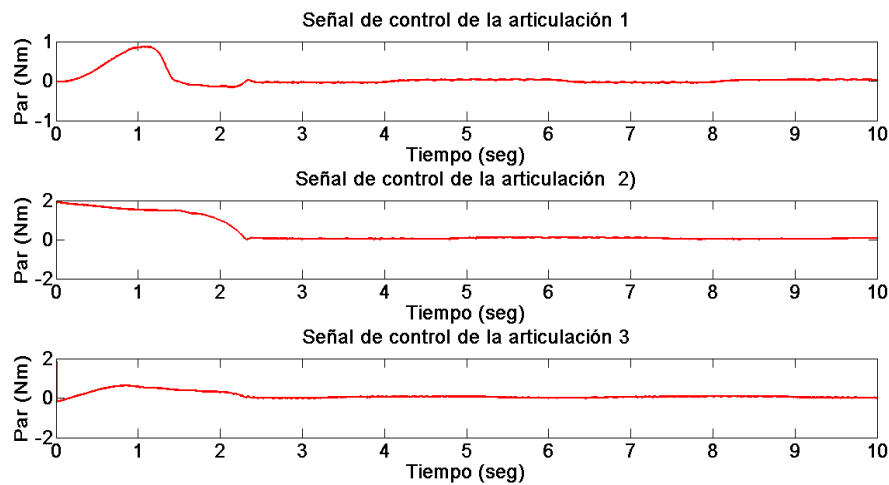


Figura 4.25: Señal de control.

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia que es obtenida de la ecuación (3.68), lo cual se muestra en la Figura 4.26.

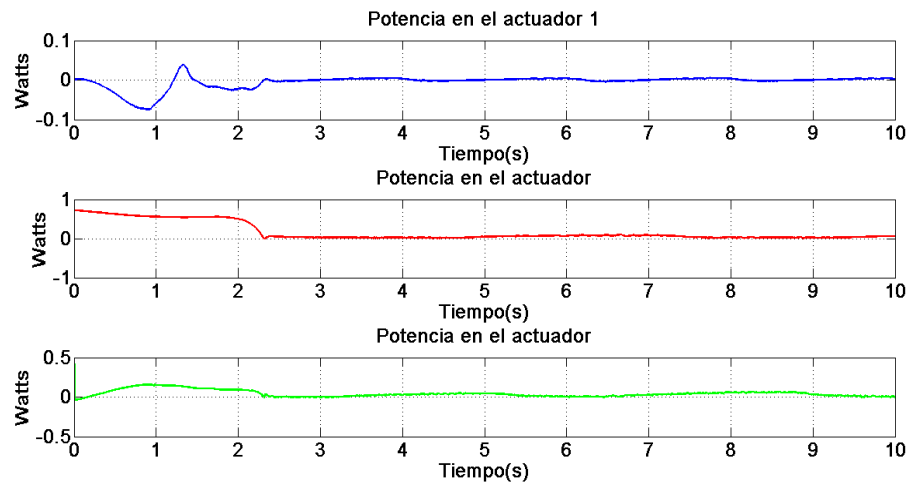


Figura 4.26: Potencia en los actuadores.

A partir de la Figura anterior 4.26 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.27.

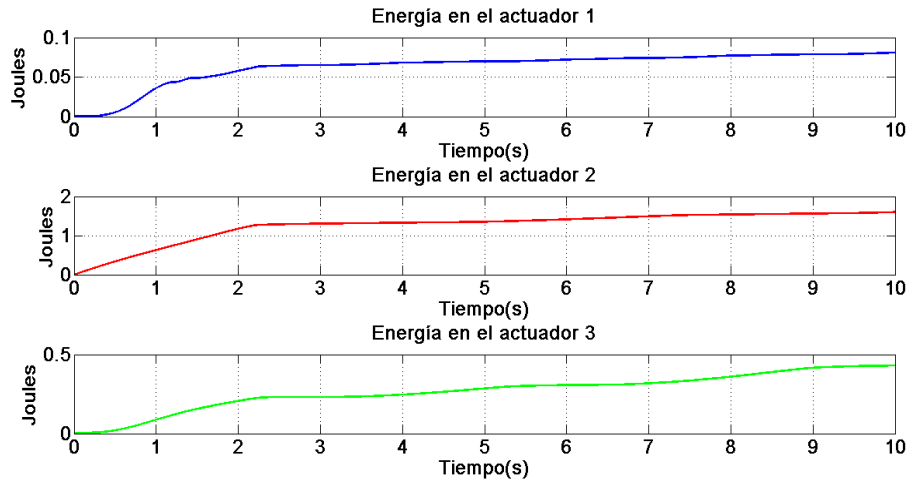


Figura 4.27: Energía en los actuadores.

Ahora se obtiene la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.28.

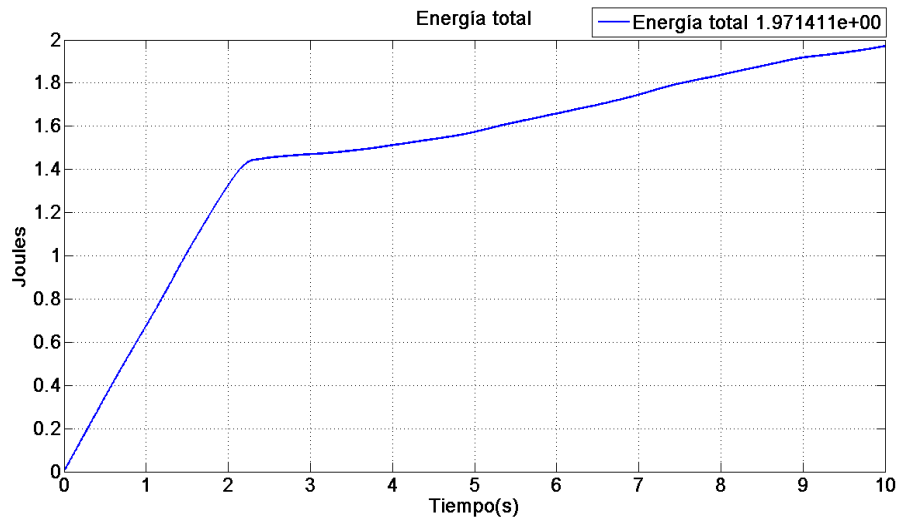


Figura 4.28: Energía total.

## 4.2.2. Experimentos con control PID Wavenet

En esta sección se realizara el análisis del control PID *wavenet* en el dispositivo PHANToM OMNI con la trayectoria propuesta anteriormente.

### 4.2.2.1. Experimento sin masa externa

En esta sección se realiza el análisis del control PID *wavenet* con el dispositivo PHANToM OMNI sin masa como se muestra en la Figura 4.2.

En la Figura 4.29 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

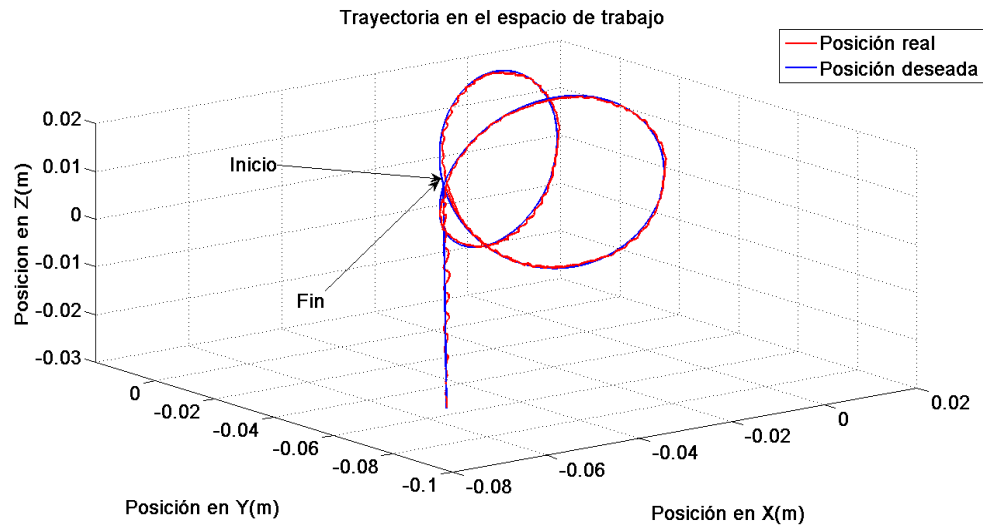


Figura 4.29: Desempeño en el espacio de trabajo.

Esto se puede estudiar más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  y de esta manera observar la convergencia a la posición deseada, se muestra en la Figura 4.30.

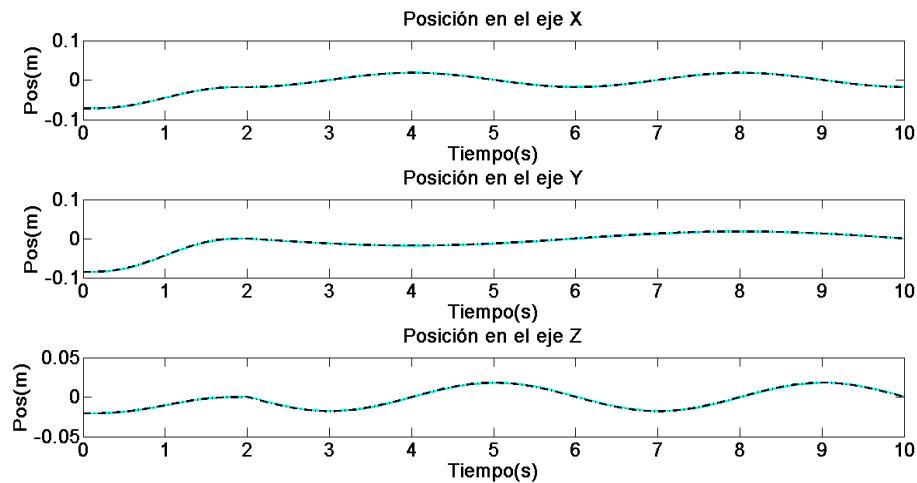


Figura 4.30: Posición cartesiana.

El error que se tiene de la posición se obtiene de restar a la posición deseada cartesiana la posición cartesiana que se obtiene del dispositivo, se muestra en la Figura 4.31.

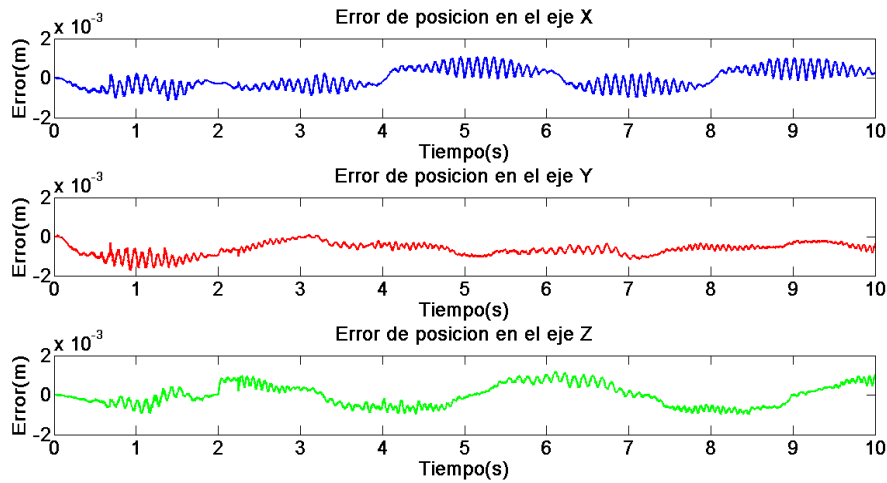


Figura 4.31: Error de posición cartesiana.

Por otra parte en la Figura 4.32 se muestra la identificación del sistema a partir de la salida, esto lo es mientras se realiza el seguimiento.

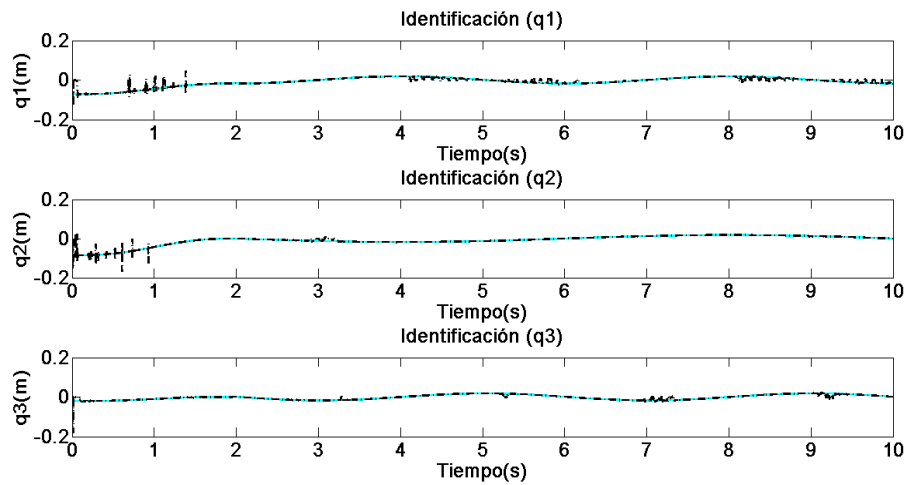


Figura 4.32: Identificación del sistema.

Existe un error de estimación como la que se muestra en la Figura 4.33.

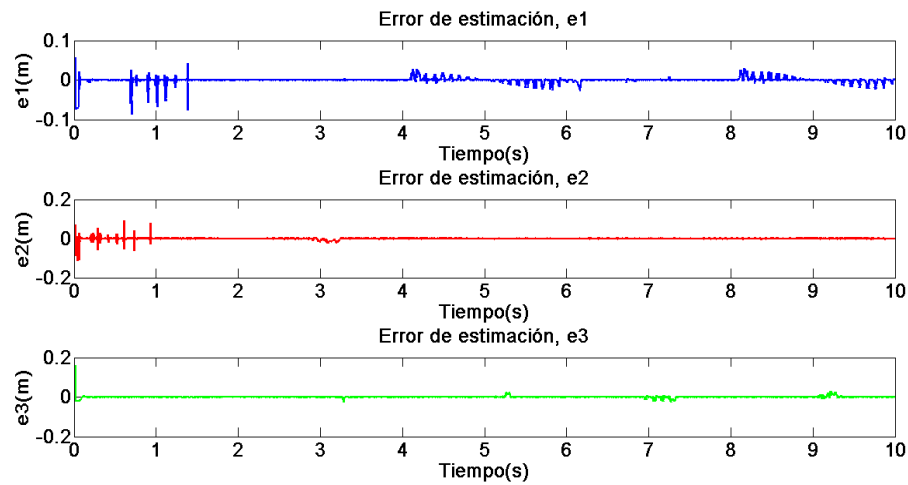


Figura 4.33: Error de estimación.

En la Figura 4.34 podemos observar la actualización de los parámetros  $W_1$ ,  $W_2$  y  $W_3$  que corresponden a los pesos de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

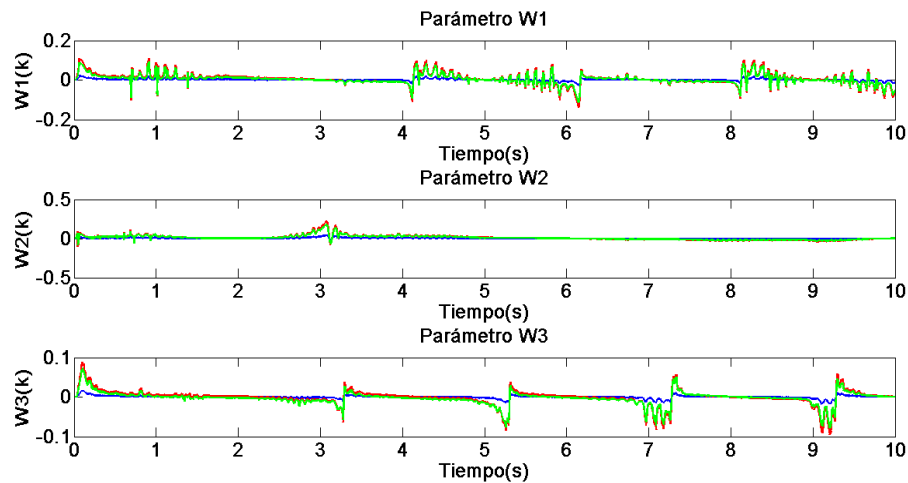


Figura 4.34: Actualización de los parámetros  $W$ .

En la Figura 4.35 podemos observar la actualización de los parámetros  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  que corresponden a la dilatación y contracción en la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

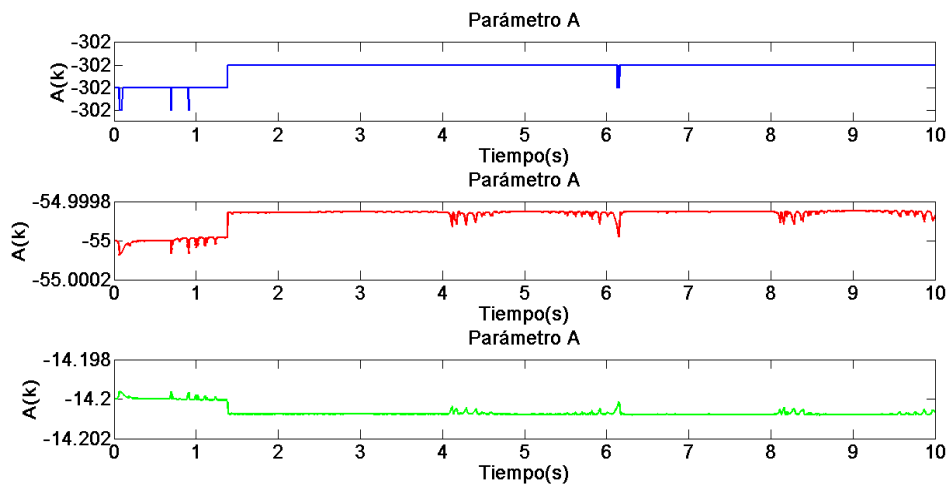


Figura 4.35: Actualización de los parámetros  $A$ .

En las Figuras 4.36, 4.37 y 4.38 podemos observar la actualización de los parámetros  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$  que corresponden a la traslación en la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

Parámetros  $B_1$ :

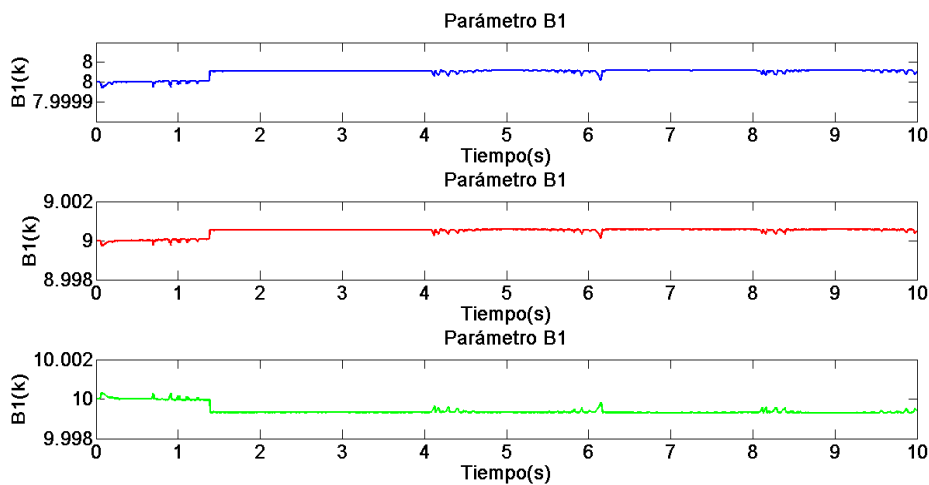


Figura 4.36: Actualización de los parámetros  $B_1$ .

Parámetros  $B_2$ :

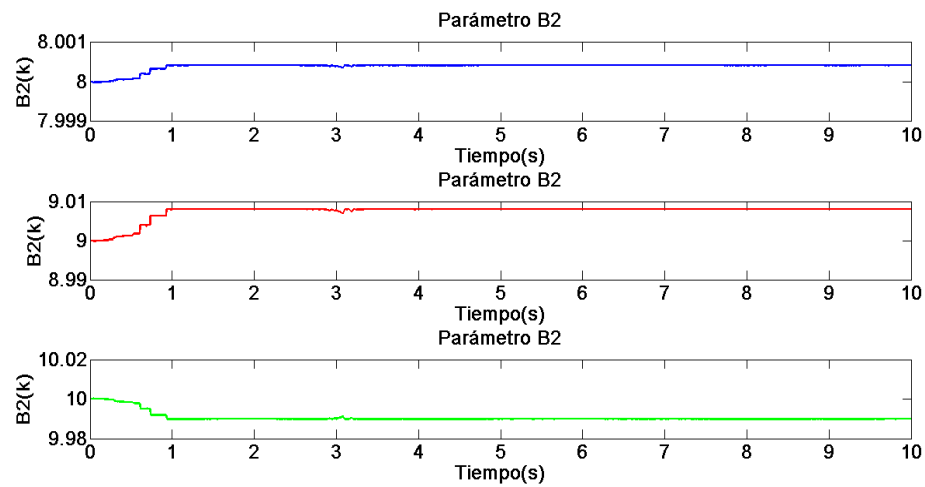


Figura 4.37: Actualización de los parámetros  $B_2$ .

Parámetros  $B_3$ :

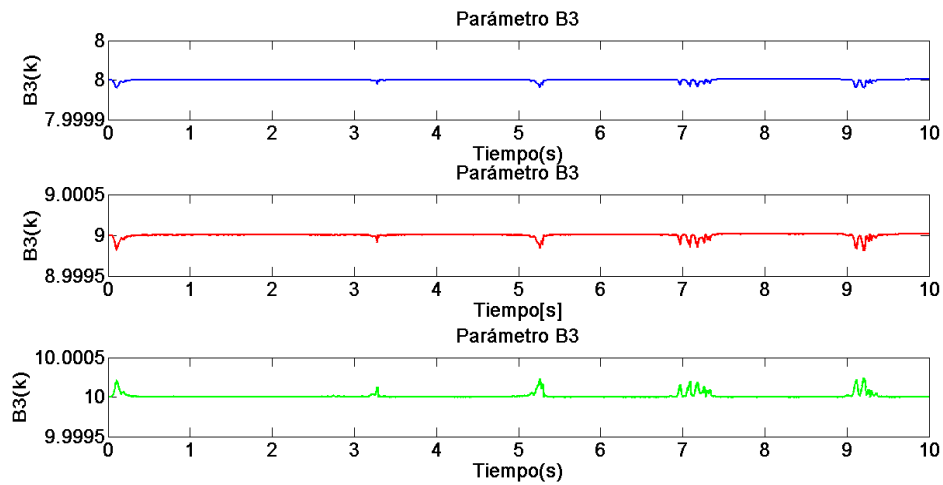


Figura 4.38: Actualización de los parámetros  $B_3$ .

En la Figura 4.39 podemos observar la actualización de los parámetros  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  que corresponden el adelanto del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

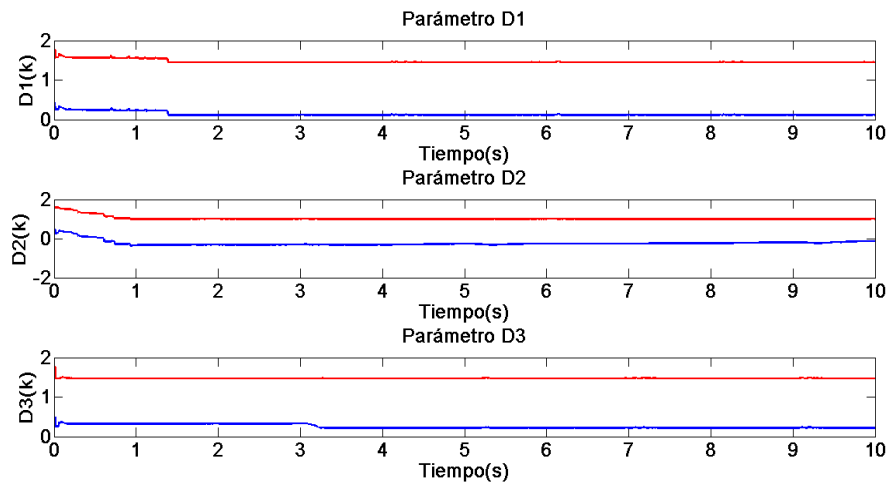


Figura 4.39: Actualización de los parámetros  $D$ .

En la Figura 4.40 podemos observar la actualización de los parámetros  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  que corresponden el atraso del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

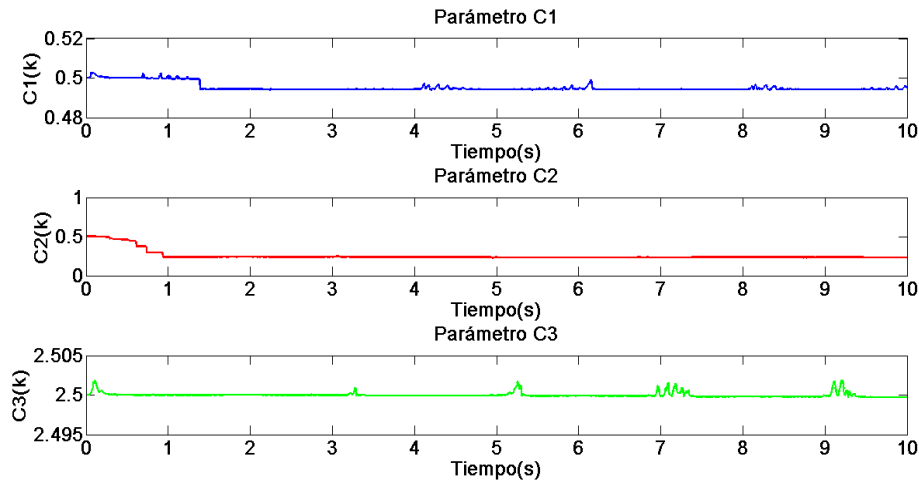


Figura 4.40: Actualización de los parámetros  $C$ .

En las Figuras 4.41, 4.42 y 4.43 podemos observar la actualización de las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  que corresponden al control PID, conforme se mantiene la evolución de la trayectoria. Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ :

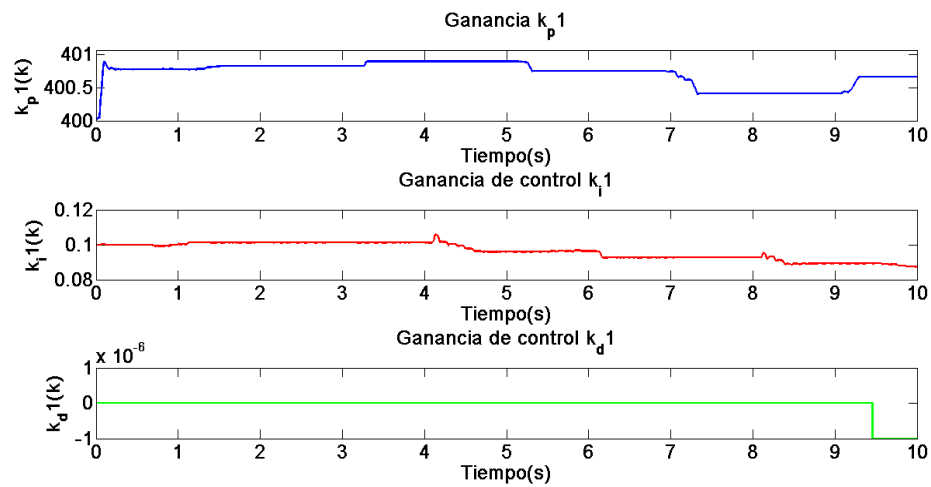


Figura 4.41: Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p2}$ ,  $K_{i2}$  y  $K_{d2}$ :

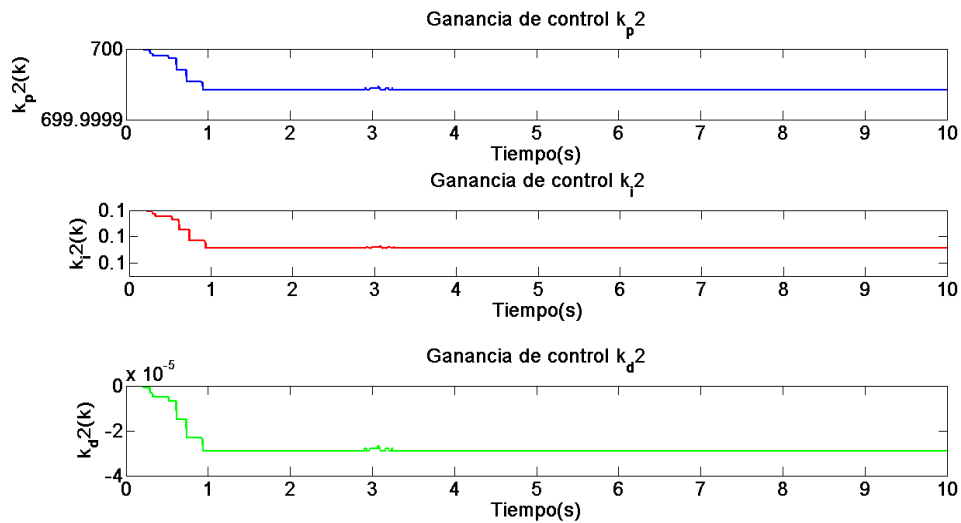


Figura 4.42: Actualización de las ganancias  $K_{p2}$ ,  $K_{i2}$  y  $K_{d2}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p3}$ ,  $K_{i3}$  y  $K_{d3}$ :

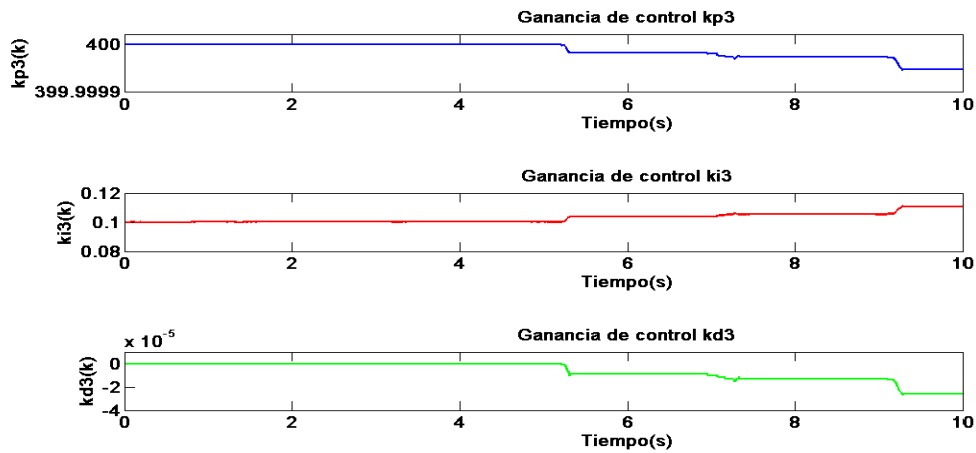


Figura 4.43: Actualización de las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$ .

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia que es obtenida como se muestra en la ecuación (3.68) la cual se observa en la Figura 4.44.

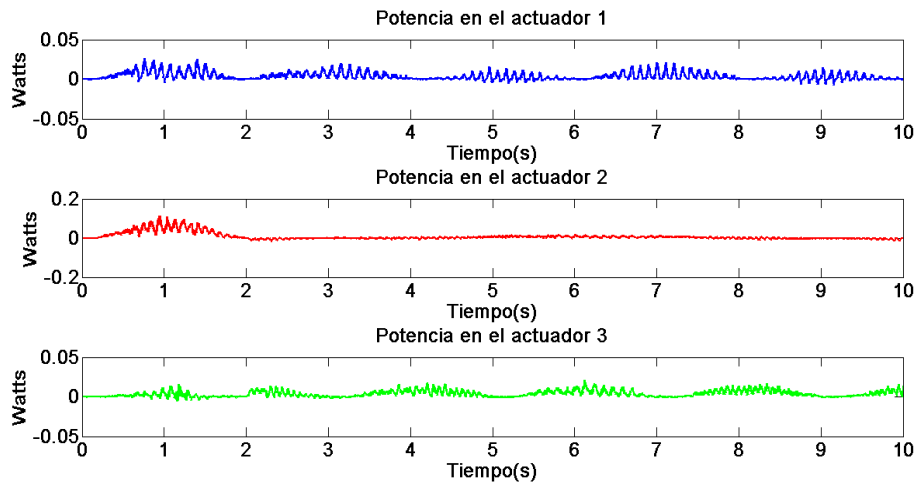


Figura 4.44: Potencia en los actuadores.

A partir de la Figura 4.44 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador como se muestra a en la Figura 4.45.

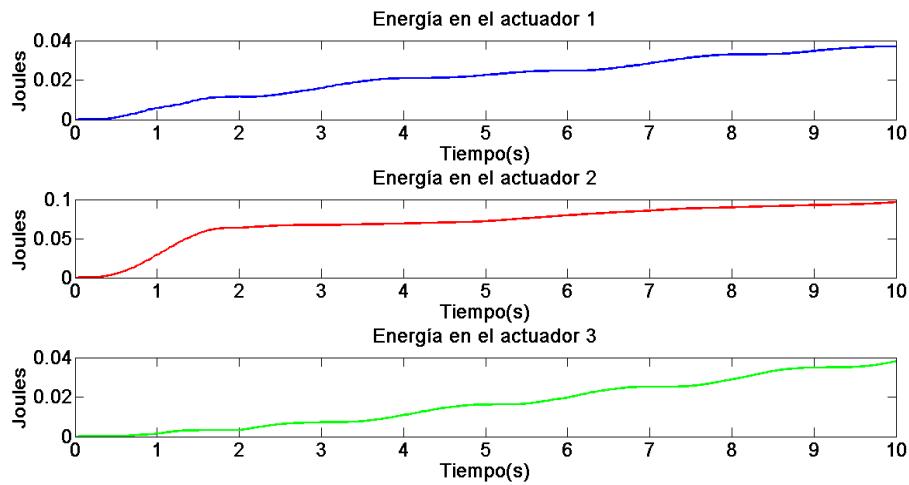


Figura 4.45: Energía en los actuadores.

Ahora se obtiene la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.46.

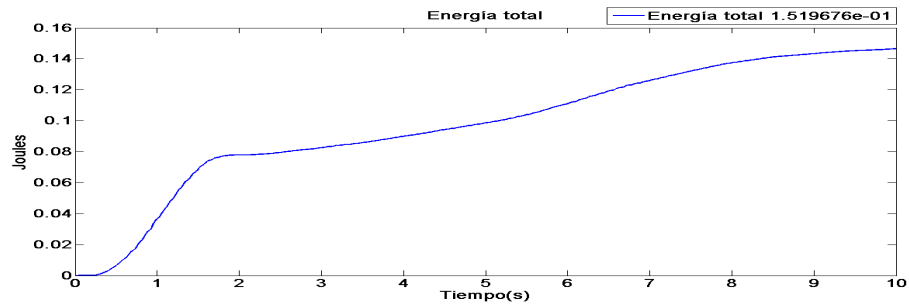


Figura 4.46: Energía total.

#### 4.2.2.2. Experimento con masa externa

En esta sección se realiza el análisis del control PID Wavenet con masa como se muestra en la figura 4.15.

En la Figura 4.47 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

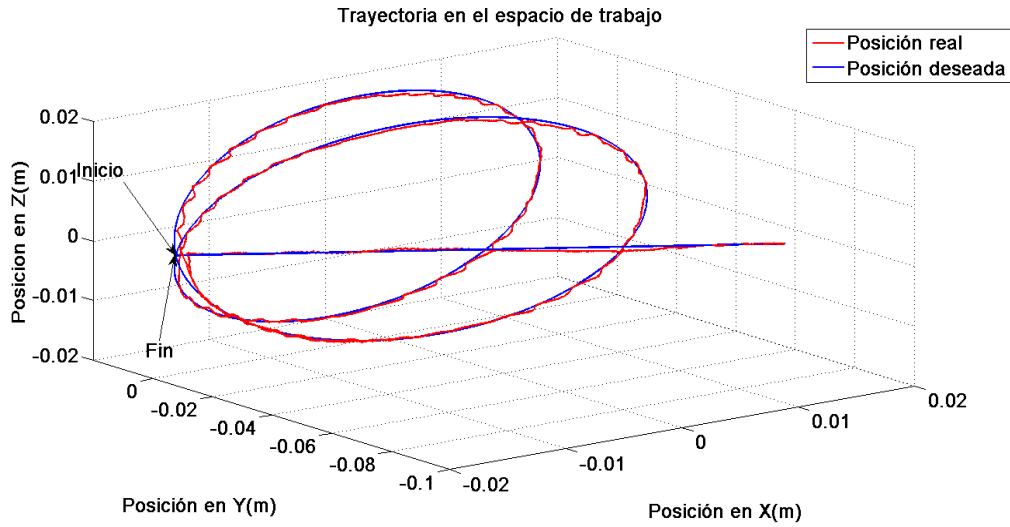


Figura 4.47: Desempeño en el espacio de trabajo.

Esto podemos estudiarlo más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  y de esta manera observar la convergencia a la posición deseada como se muestra en la Figura 4.48.

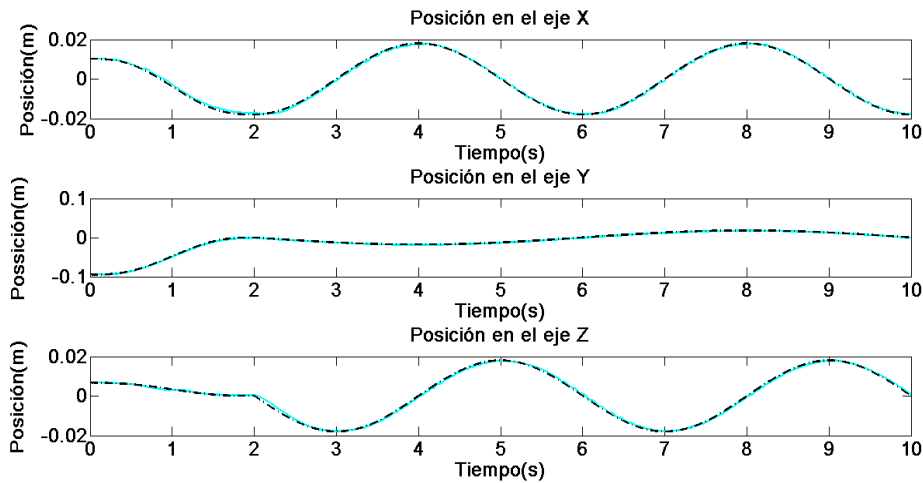


Figura 4.48: Posición cartesiana.

El error de posición se obtiene al restar a la posición deseada cartesiana la posición cartesiana que se obtiene del dispositivo, como se muestra en la Figura 4.49.

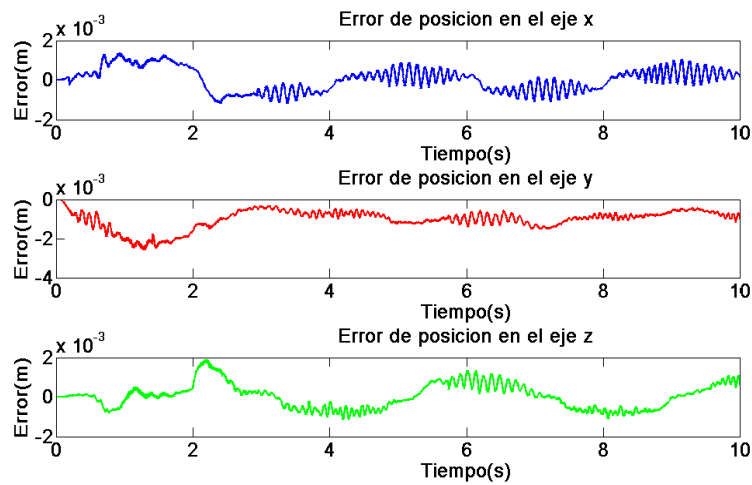


Figura 4.49: Error de posición cartesiana.

Por otra parte en la Figura 4.50 se muestra la identificación del sistema a partir de la salida, esto lo hace mientras se realiza el guiado.

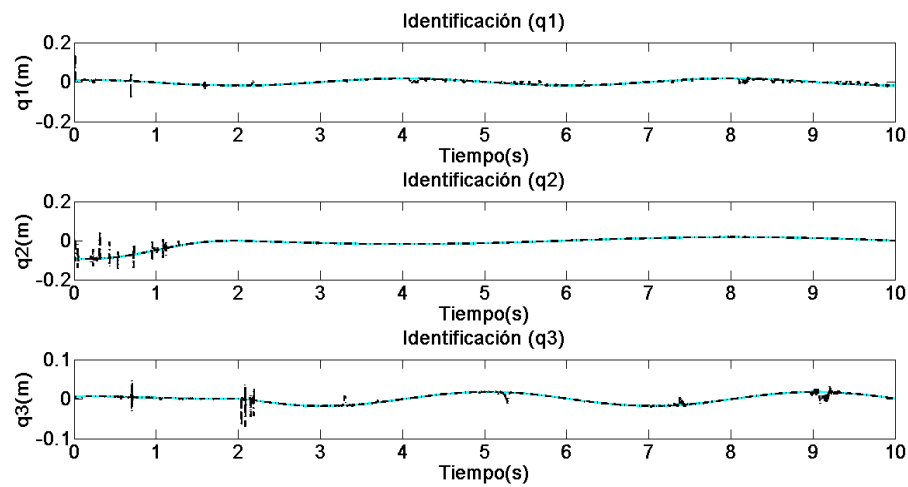


Figura 4.50: Identificación del sistema.

El error de la estimación se muestra en la Figura 4.51.

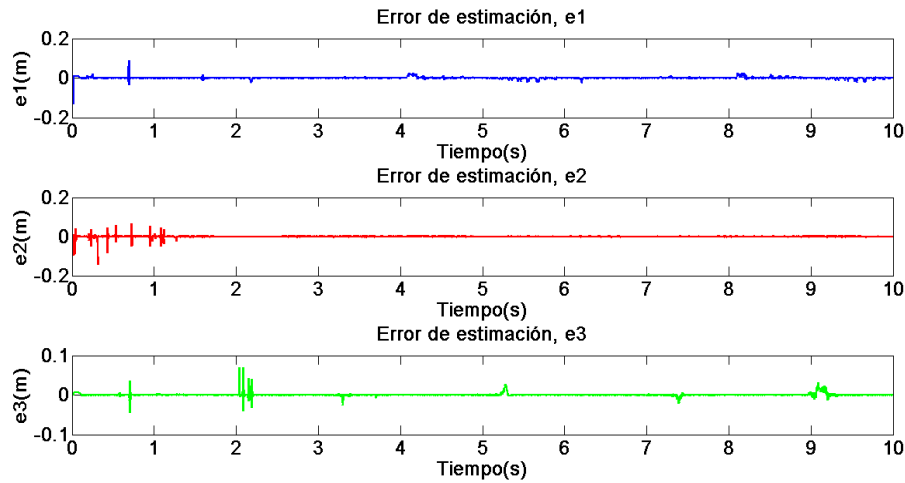


Figura 4.51: Error de estimación.

En la Figura 4.52 podemos observar la actualización de los parámetros  $W_1$ ,  $W_2$  y  $W_3$  que corresponden a los pesos de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

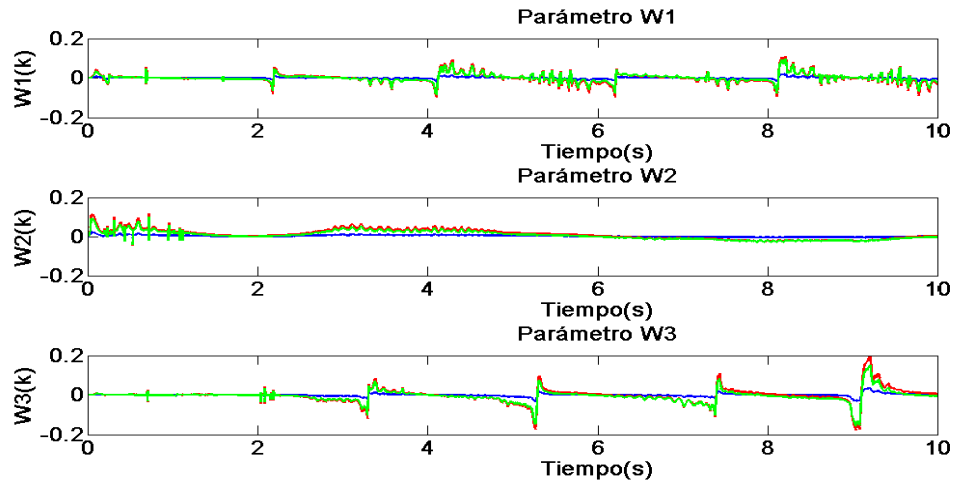


Figura 4.52: Actualización de los parámetros  $W$ .

En la Figura 4.53 podemos observar la actualización de los parámetros  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  que corresponden a la dilatación y contracción de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

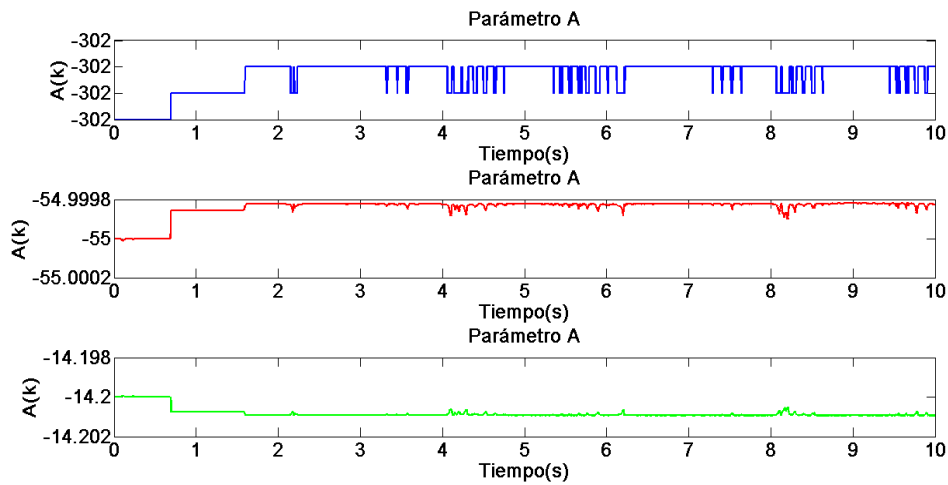


Figura 4.53: Actualización de los parámetros A.

En las Figuras 4.54, 4.55 y 4.56 podemos observar la actualización de los parámetros  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$  que corresponden a la traslación de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

Parámetros  $B_1$ :

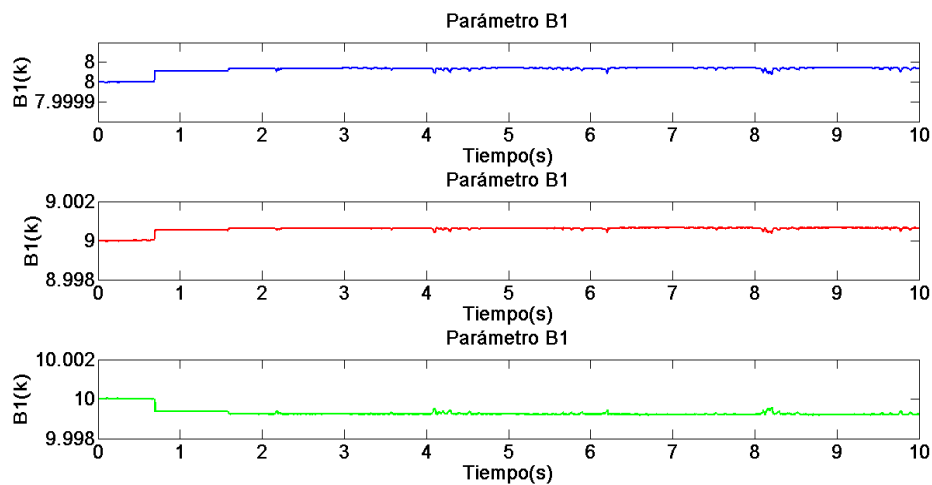


Figura 4.54: Actualización de los parámetros  $B_1$ .

Parámetros  $B_2$ :

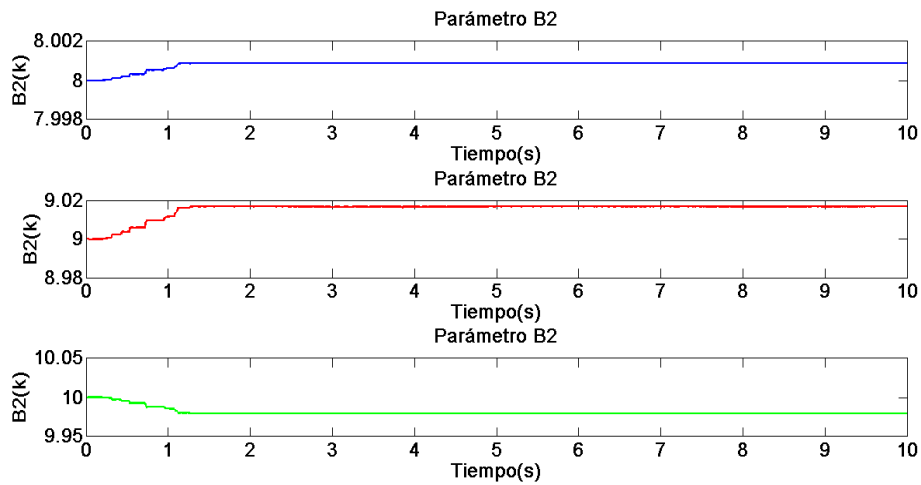


Figura 4.55: Actualización de los parámetros  $B_2$ .

Parámetros  $B_3$ :

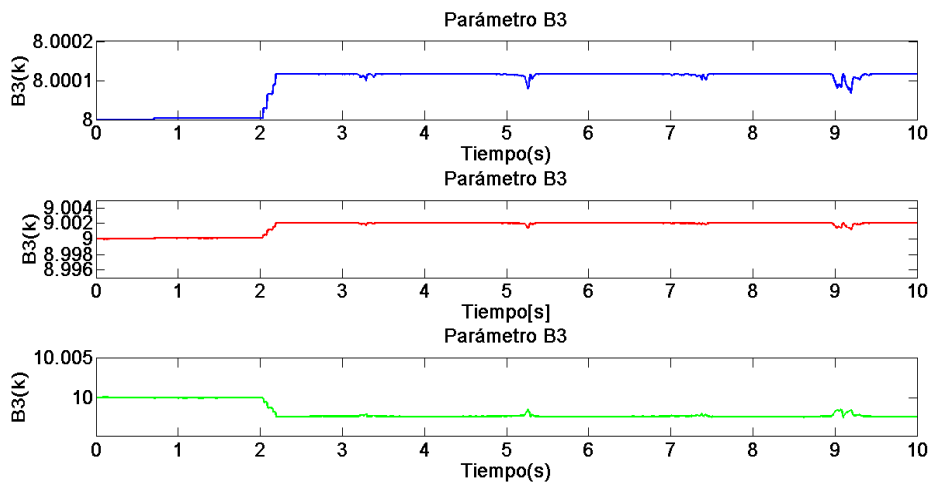


Figura 4.56: Actualización de los parámetros  $B_3$ .

En la Figura 4.57 podemos observar la actualización de los parámetros  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  que corresponden el adelanto del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

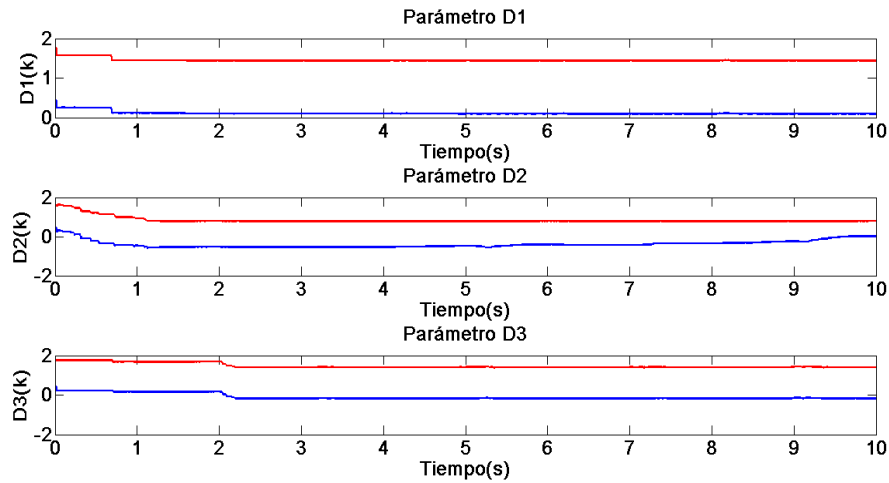


Figura 4.57: Actualización de los parámetros  $D$ .

En la Figura 4.58 podemos observar la actualización de los parámetros  $C_1$   $C_2$  y  $C_3$  que corresponden el atraso del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

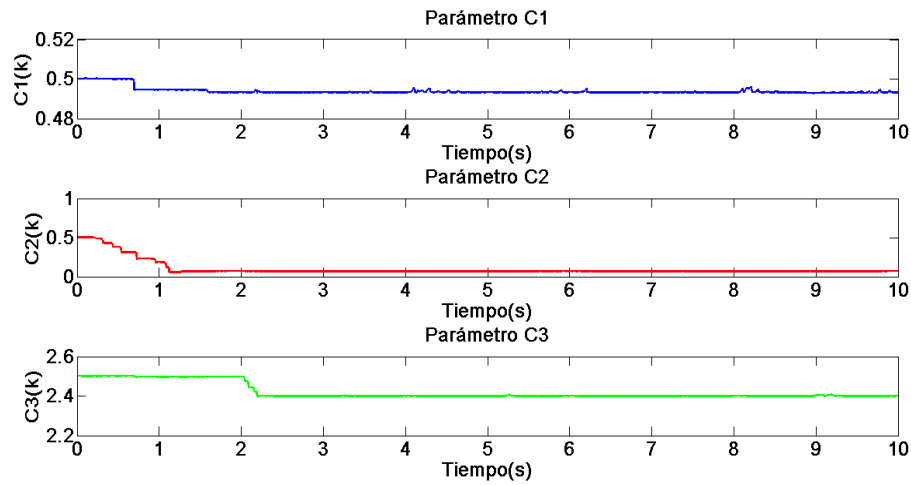


Figura 4.58: Actualización de los parámetros  $C$ .

En las Figuras 4.59, 4.60 y 4.61 podemos observar la actualización de las ganancias  $K_p$   $K_i$  y  $K_d$  que corresponden al control PID, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria. Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ :

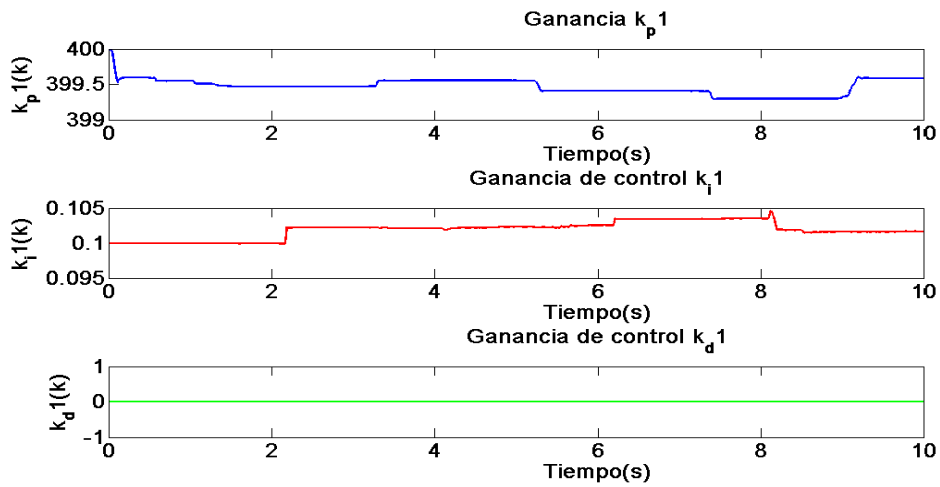


Figura 4.59: Actualización de las ganancias  $K_{p1}, K_{i1}$  y  $K_{d1}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p2}, K_{i2}$  y  $K_{d2}$ :

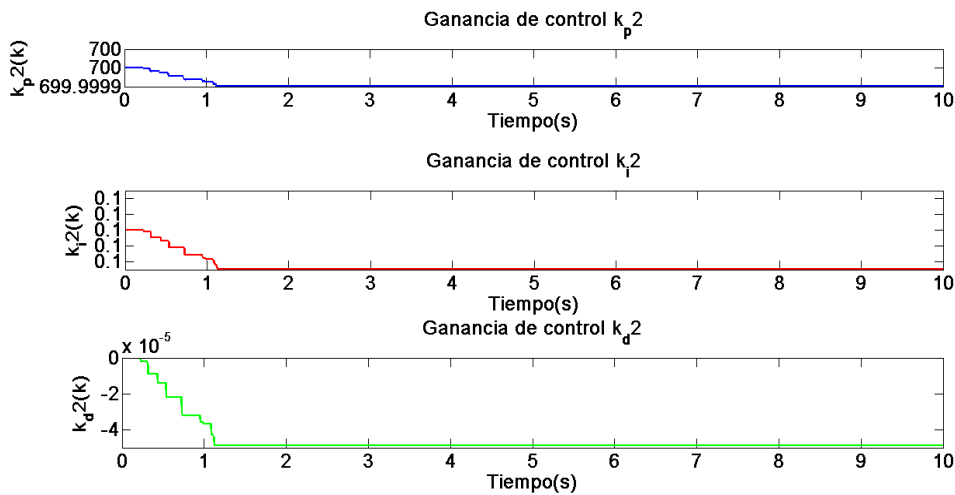


Figura 4.60: Actualización de las ganancias  $K_{p2}, K_{i2}$  y  $K_{d2}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p3}, K_{i3}$  y  $K_{d3}$ :

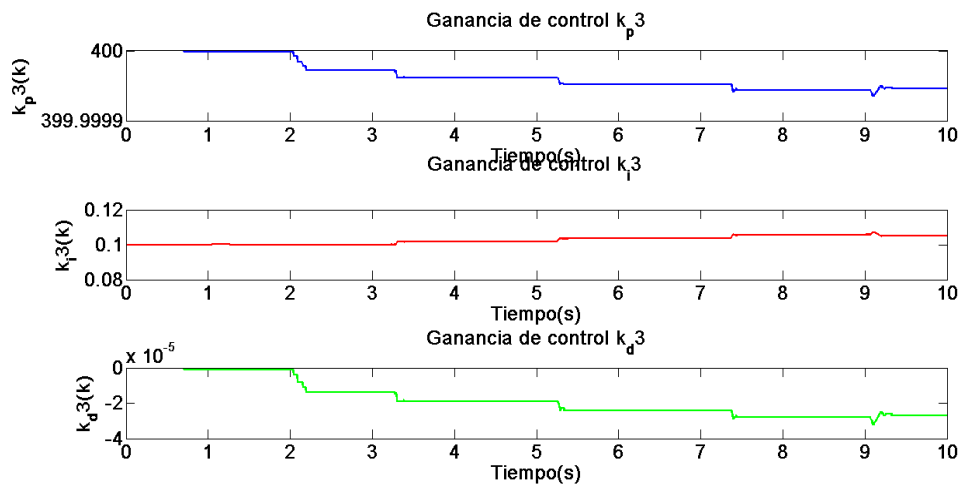


Figura 4.61: Actualización de las ganancias  $K_{p3}$ ,  $K_{i3}$  y  $K_{d3}$ .

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia que es obtenida como se muestra en la ecuación (3.68), se puede observar en la Figura 4.26.

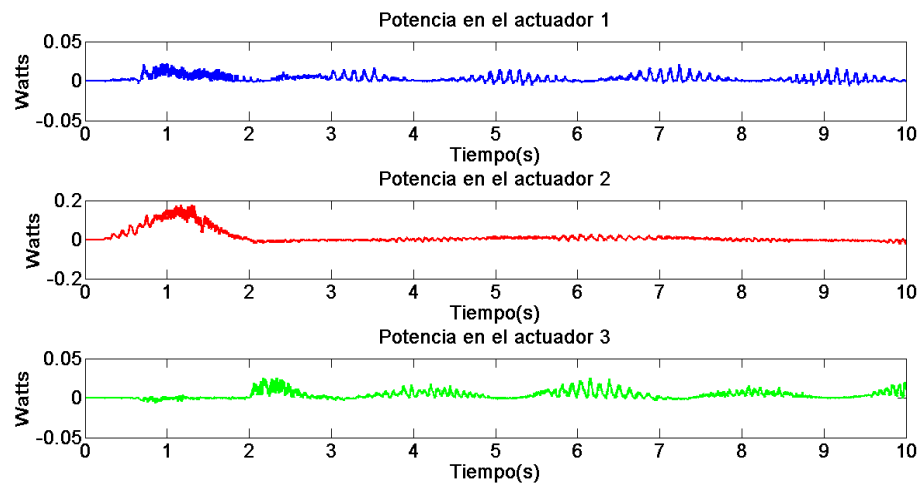


Figura 4.62: Potencia en los actuadores.

A partir de lo anterior 4.62 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.63.

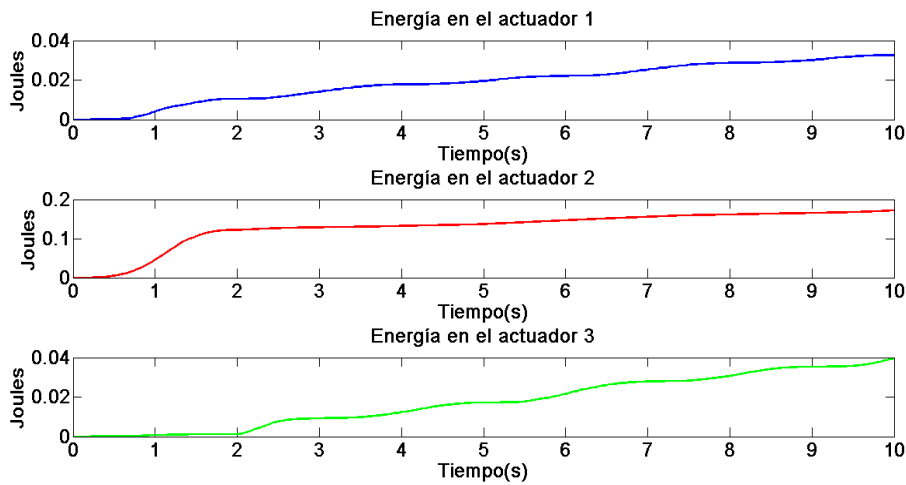


Figura 4.63: Energía en los actuadores

Ahora se obtiene la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador, se muestra en la Figura 4.64.

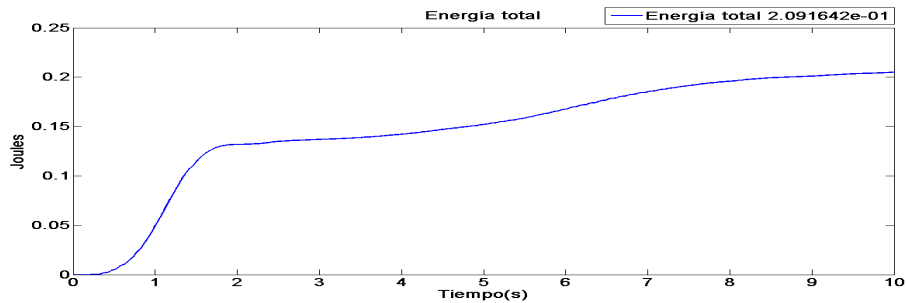


Figura 4.64: Energía total.

## 4.3. Experimentos con interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0

### 4.3.1. Control Slotin-Li

En esta sección se realiza el análisis del control Slotin and Li en el dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 con la trayectoria propuesta en la Figura 4.1. Estos se realizan sin masa y con una masa.

#### 4.3.1.1. Experimento sin masa externa

En esta sección se realiza el análisis del control Slotin and Li en el dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 con la trayectoria propuesta anterior mente, este se realiza sin masa como se muestra en la Figura 4.65.



Figura 4.65: Interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 sin masa externa.

En la Figura 4.66 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

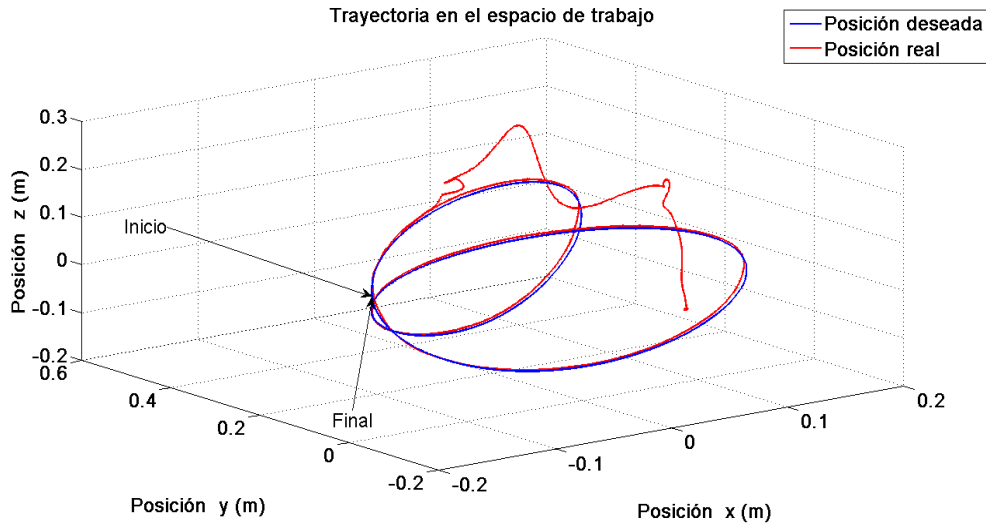


Figura 4.66: Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANTOM PREMIUM 1.0.

Esto podemos estudiarlo más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  para observar la convergencia a la posición deseada como se muestra en la Figura 4.67.

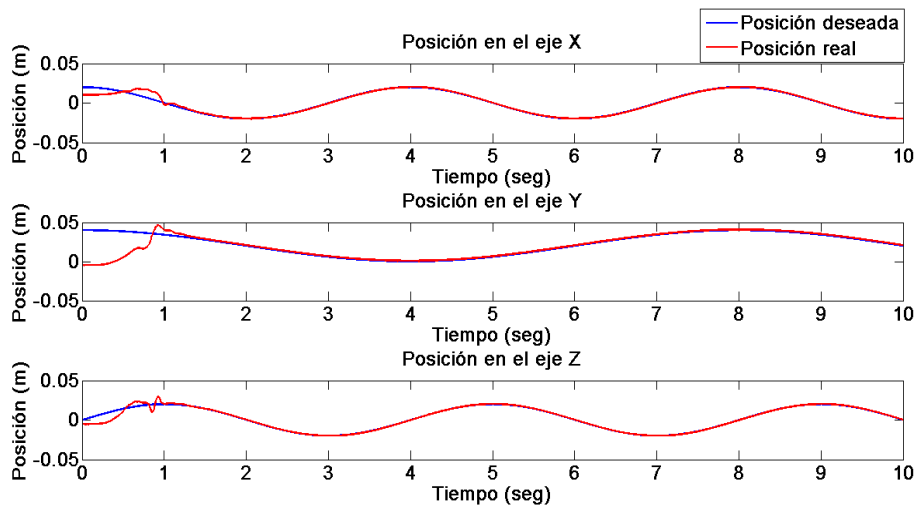


Figura 4.67: Posición cartesiana.

Como se sabe, entre la trayectoria deseada y la trayectoria que realiza el dispositivo existe una diferencia denominada error de posición cartesiana, la cual, se puede observar en la Figura 4.68.

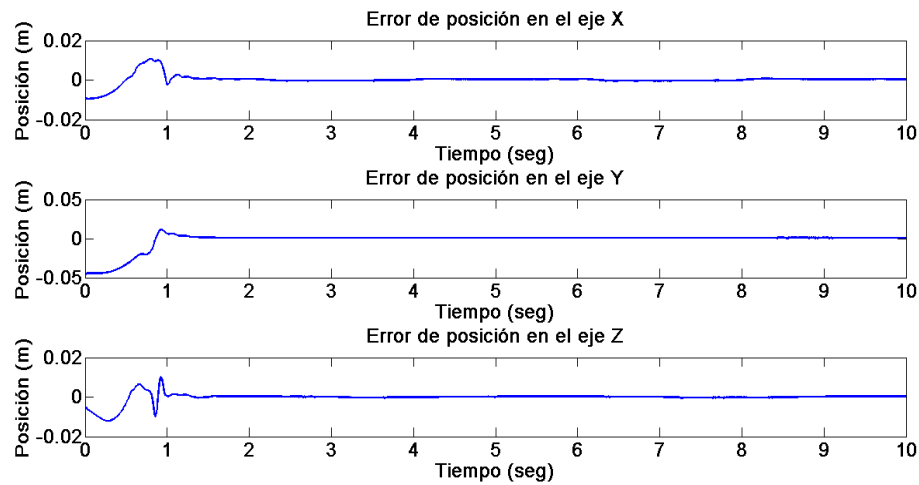


Figura 4.68: Error de posición cartesiana.

Por otra parte utilizando la cinemática inversa de posición podemos hacer una transformación del plano cartesiano al plano articular, y de esta forma podemos obtener la posición articular dado que realizamos el análisis y aplicación del control en el espacio articular, como se muestra en la Figura 4.69.

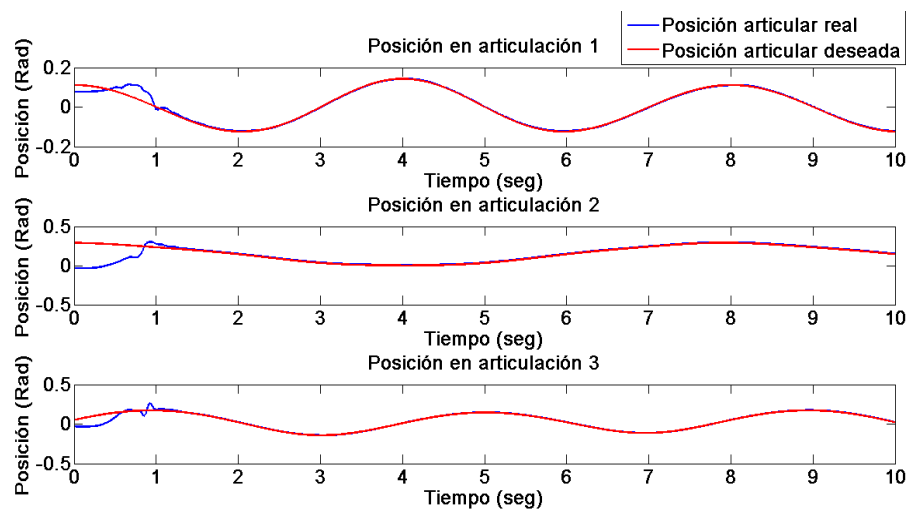


Figura 4.69: Posición articular.

En la siguiente figura podemos observar error de posición en el espacio articular.

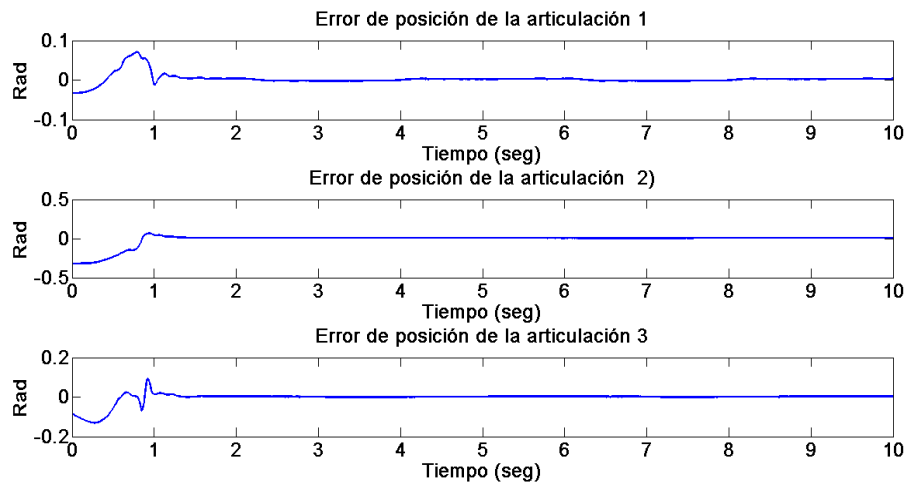


Figura 4.70: Error de posición articular.

En la Figura 4.71 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

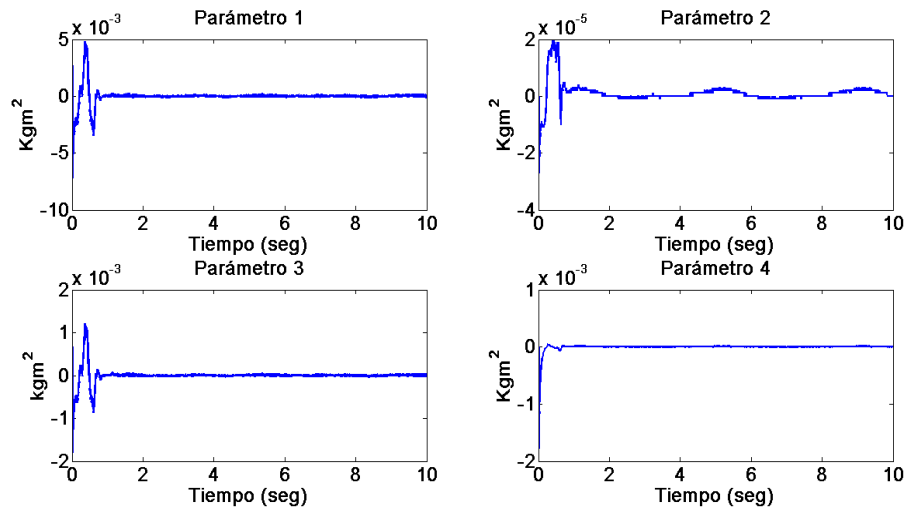


Figura 4.71: Actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ .

En la Figura 4.86 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$ , y  $\theta_8$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

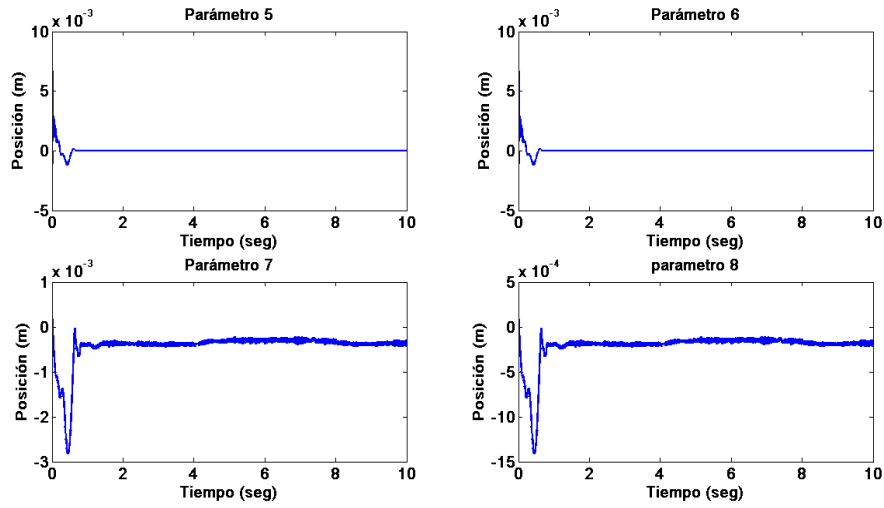


Figura 4.72: Actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ .

En la Figura 4.73 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_9$ ,  $\theta_{10}$ ,  $\theta_{11}$  y  $\theta_{12}$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

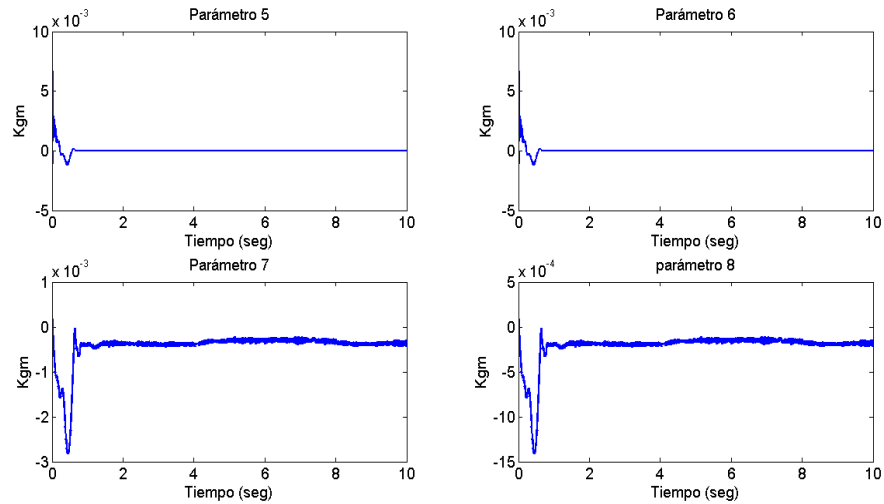


Figura 4.73: Actualización de los parámetros  $\theta_9$ ,  $\theta_{10}$ ,  $\theta_{11}$  y  $\theta_{12}$ .

En la Figura 4.74 podemos observar la señal de control que es enviada a los actuadores y de esta manera el dispositivo alcanza los puntos deseados.

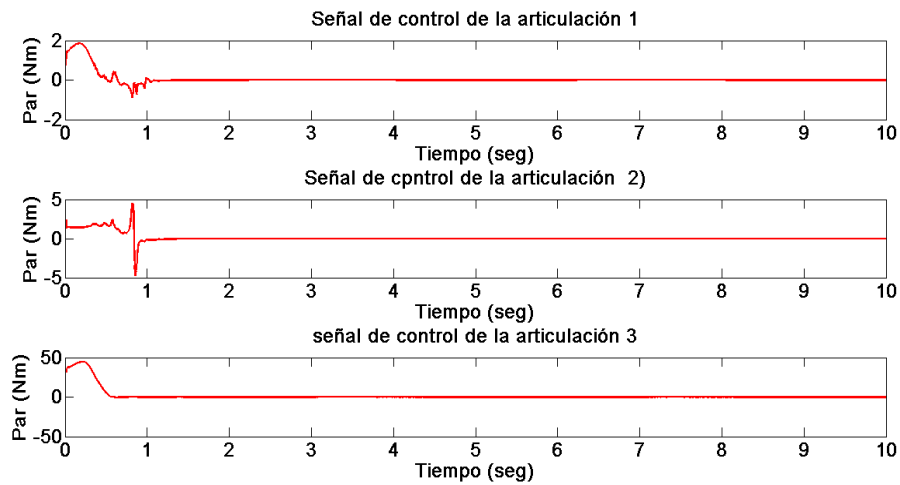


Figura 4.74: Señal de control.

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia que es obtenida como se muestra en la ecuación (3.68) como se muestra en la Figura 4.75.

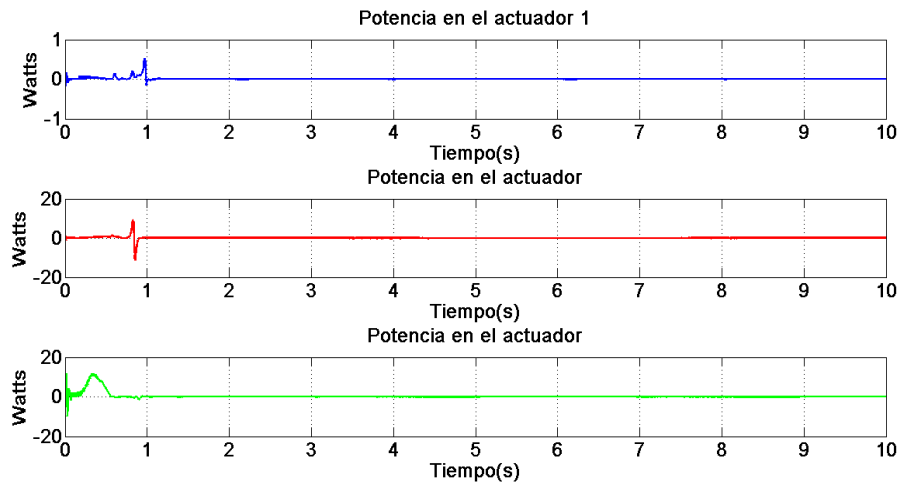


Figura 4.75: Potencia en los actuadores.

A partir de la Figura 4.75 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.76.

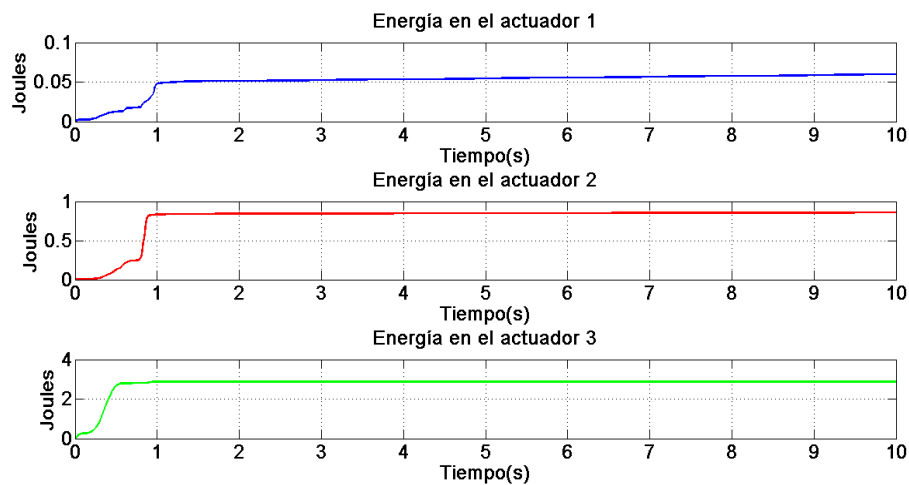


Figura 4.76: Energía en los actuadores.

Ahora se obtiene la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.77.

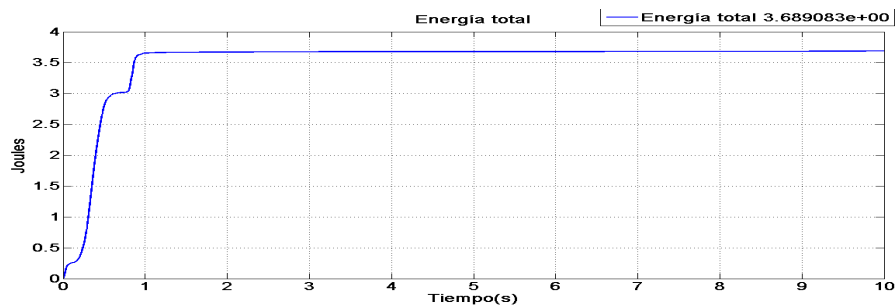


Figura 4.77: Energía total.

#### 4.3.1.2. Experimento con masa externa

En esta sección se realizara el análisis del control Slotin and Li en el dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 con la trayectoria propuesta anterior mente. Estos serán realizados con una masa como se muestra en la siguiente Figura 4.78.

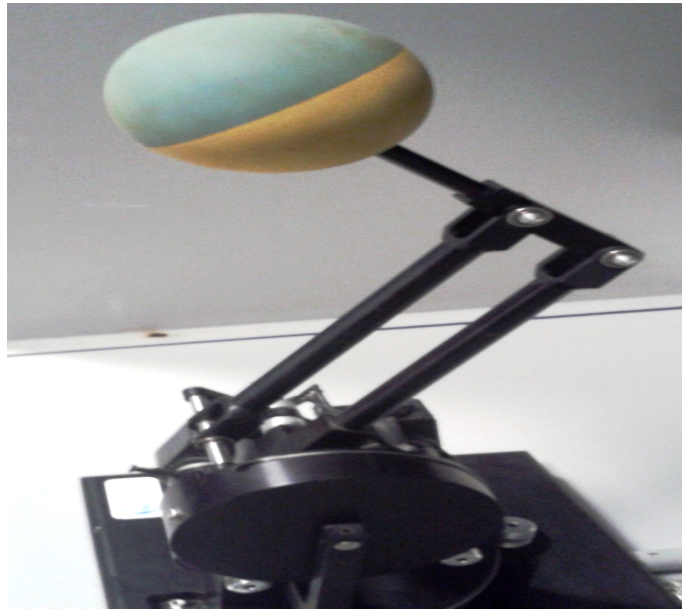


Figura 4.78: Interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 con masa.

La masa que se le coloca al dispositivo, es del dedal que trae el dispositivo de fábrica, el cual tiene una masa de  $0.019253Kg$  y se muestra en la Figura 4.79.



Figura 4.79: Masa del dedal implementado para experimentación.

En la Figura 4.80 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

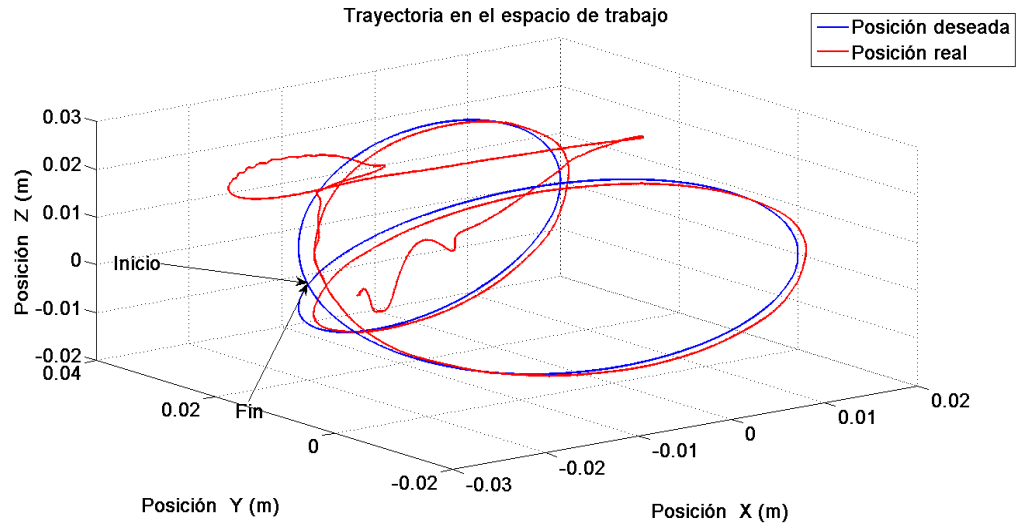


Figura 4.80: Desempeño en el espacio de trabajo con interfaz háptica PHANTOM PREMIUM 1.0.

Esto podemos estudiarlo más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en X, Y y Z para observar la convergencia a la posición deseada como se muestra en la Figura 4.81.

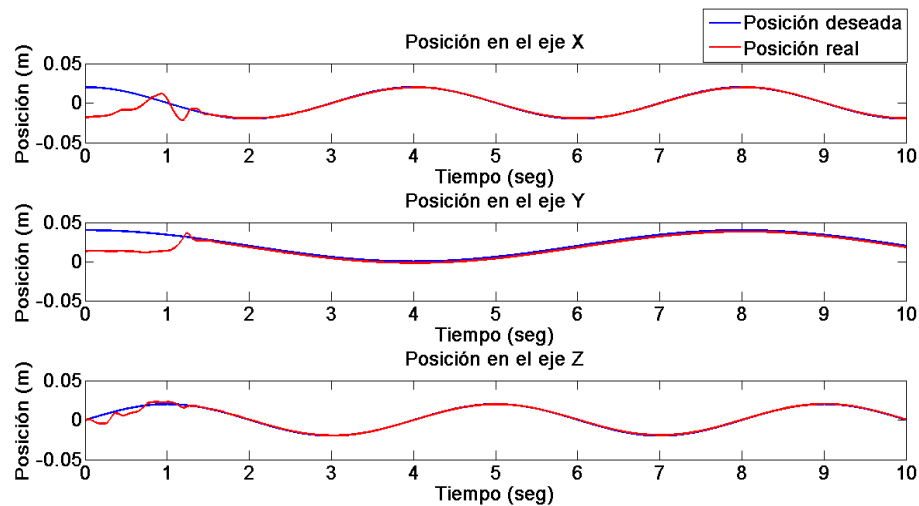


Figura 4.81: Posición cartesiana.

Como se sabe, entre la trayectoria deseada y la trayectoria que realiza el dispositivo existe una diferencia denominada error de posición cartesiana, la cual, podemos observarlo en la Figura 4.82.

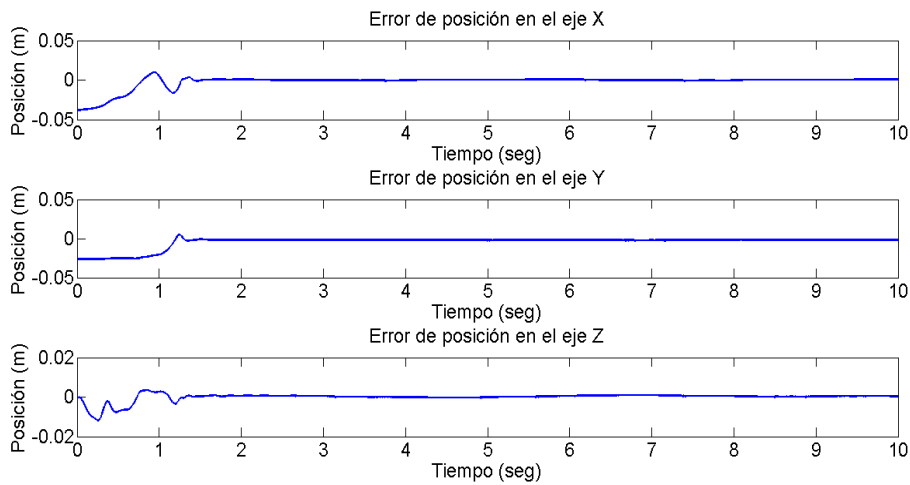


Figura 4.82: Error de posición cartesiana.

Por otra parte utilizando la cinemática inversa de posición podemos hacer una transformación del plano cartesiano al plano articular, y de esta forma podemos obtener la posición articular dado que realizamos el análisis y aplicación del control en el espacio articular, Figura 4.83.

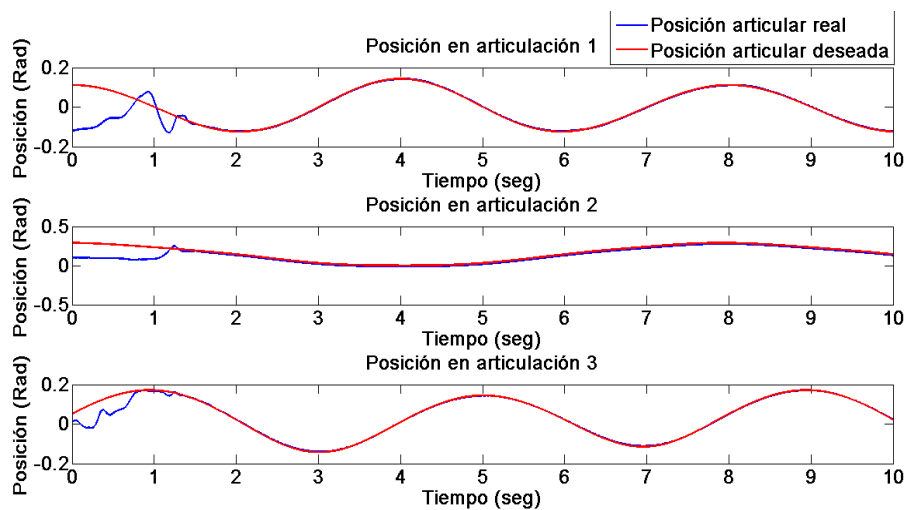


Figura 4.83: Posición articular.

En la Figura 4.84 se observa el error de posición en el espacio articular.

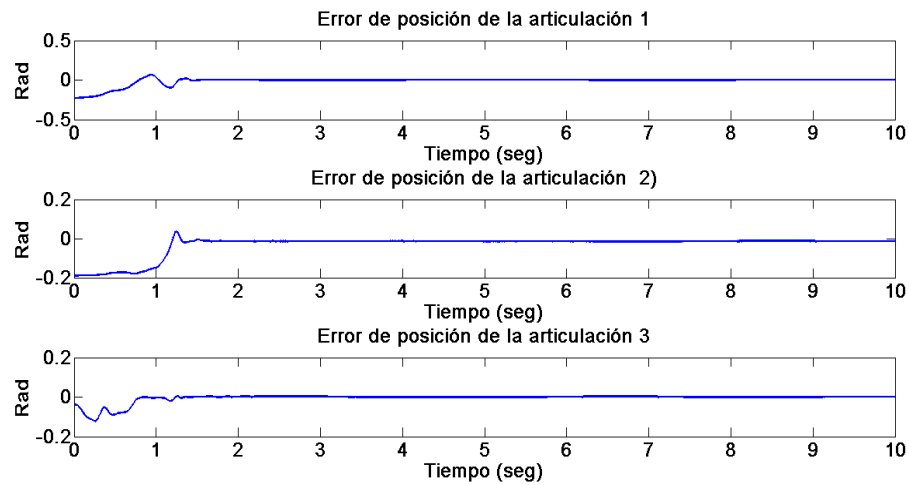


Figura 4.84: Error de posición articular.

En la Figura 4.85 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

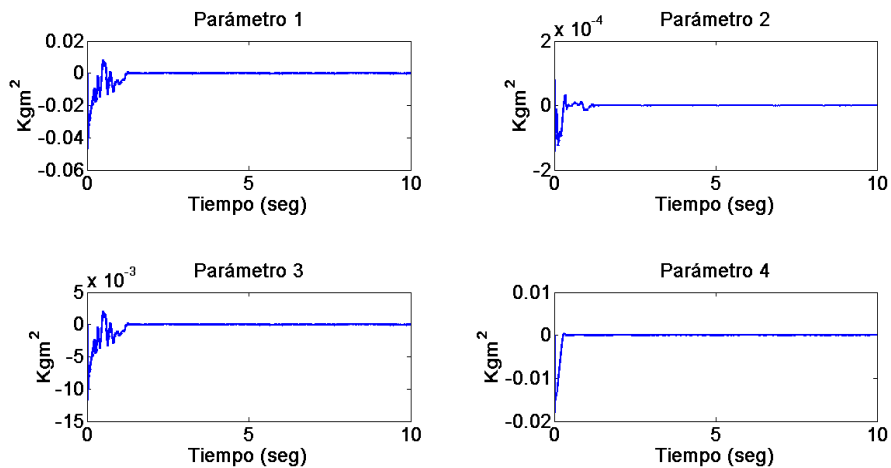


Figura 4.85: Actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ .

En la Figura 4.87 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

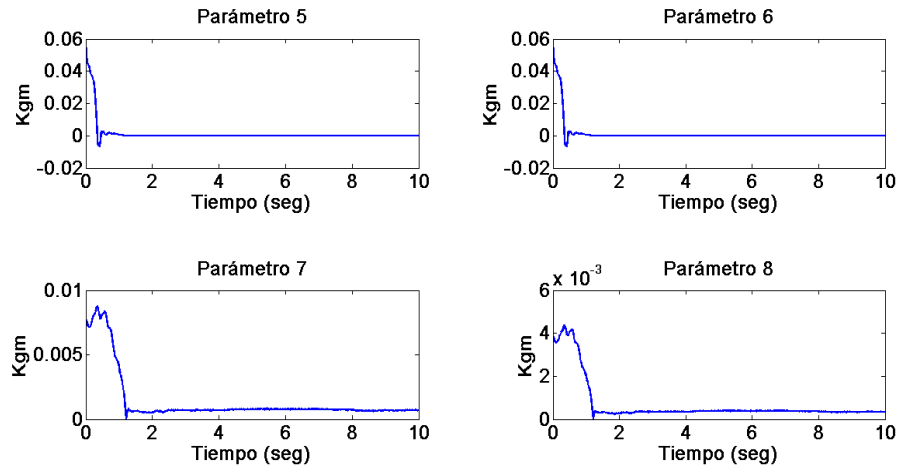


Figura 4.86: Actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ .

En la Figura 4.87 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_9$ ,  $\theta_{10}$ ,  $\theta_{11}$  y  $\theta_{12}$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

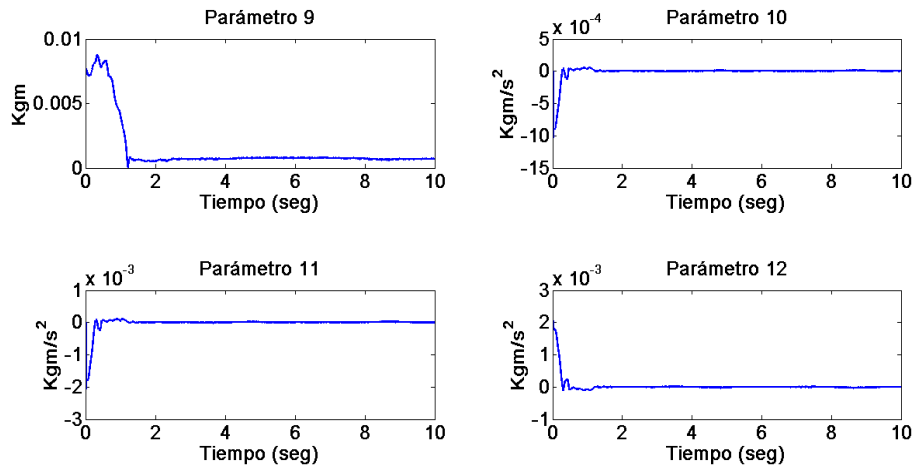


Figura 4.87: Actualización de los parámetros  $\theta_9$ ,  $\theta_{10}$ ,  $\theta_{11}$  y  $\theta_{12}$ .

En la Figura 4.88 podemos observar la señal de control que es enviada a los actuadores y de esta manera el dispositivo alcanza los puntos deseados.

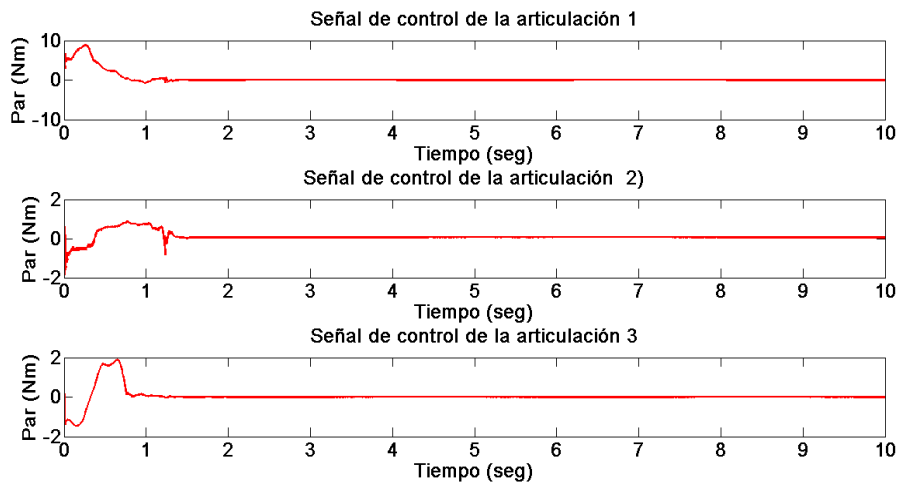


Figura 4.88: Señal de control.

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia que es obtenida como se muestra en la ecuación (3.68) como se muestra en la Figura 4.89.

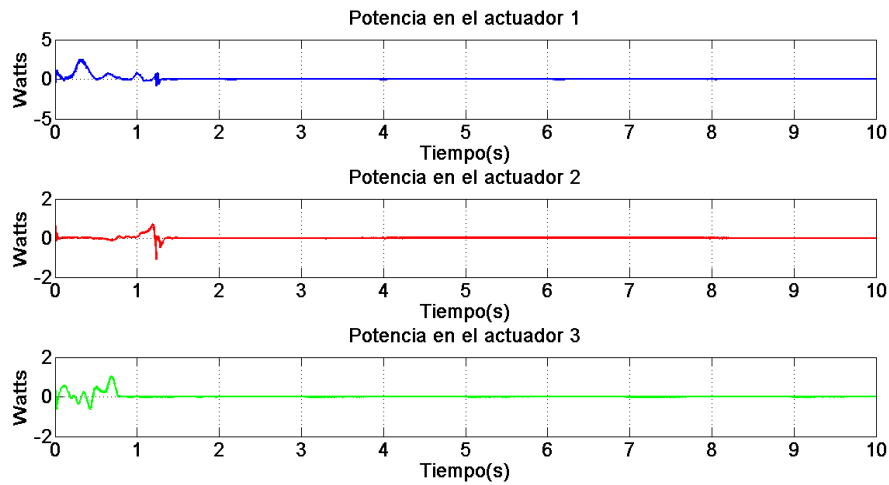


Figura 4.89: Potencia en los actuadores.

A partir de lo anterior 4.89 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.90.

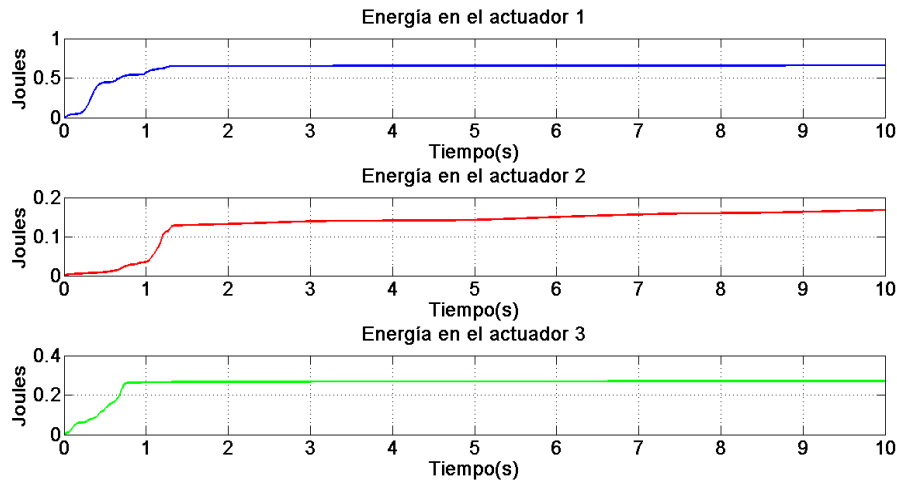


Figura 4.90: Energía en los actuadores.

Ahora se obtiene la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.91

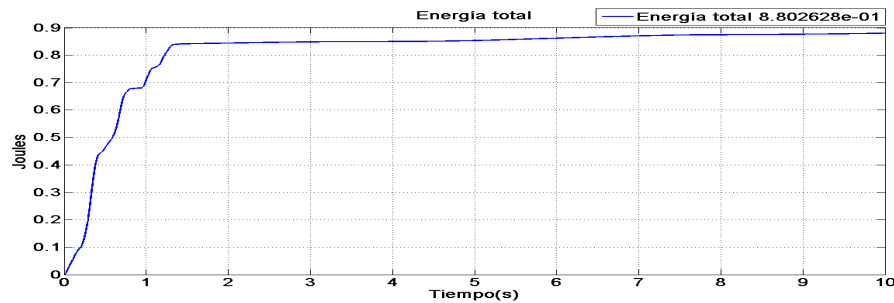


Figura 4.91: Energía total.

### 4.3.2. PID Wavenet

En esta sección se realiza el análisis del control PID *wavenet* en el dispositivo PHANToM OMNI con la trayectoria propuesta anteriormente.

#### 4.3.2.1. Experimento sin masa externa

En esta sección se realiza el análisis del control PID *wavenet* implementado en el dispositivo háptico PHANToM PREMIUM 1.0 sin masa como se muestra en la Figura 4.2

En la Figura 4.92 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

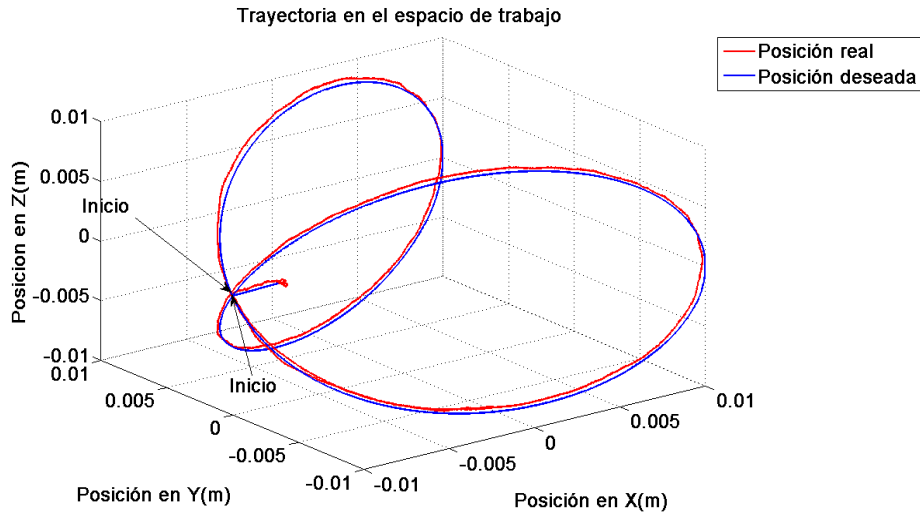


Figura 4.92: Desempeño en el espacio de trabajo.

Esto podemos estudiarlo más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  y de esta manera observar la convergencia a la posición deseada, se muestra en la Figura 4.93.

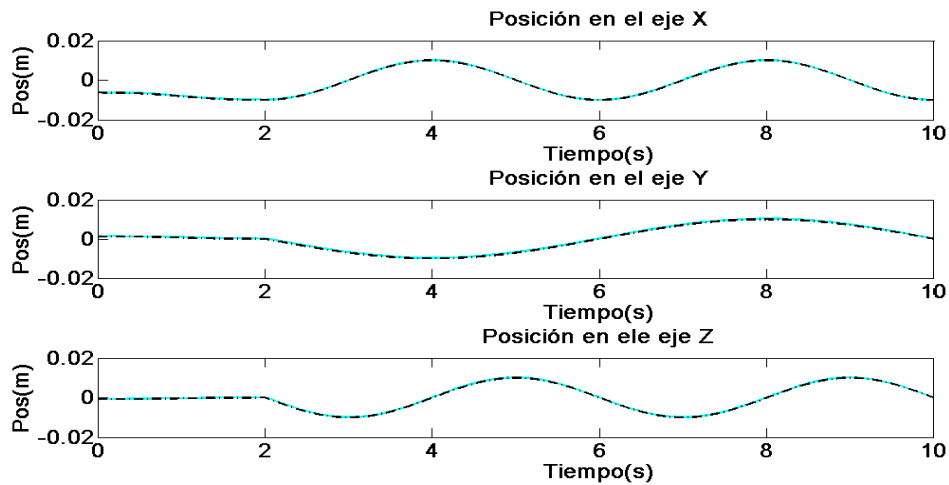


Figura 4.93: Posición en el espacio cartesiano.

El error que se tiene de la posición se obtiene de restar a la posición deseada cartesiana la posición cartesiana que se obtiene del dispositivo, se muestra en la Figura 4.94.

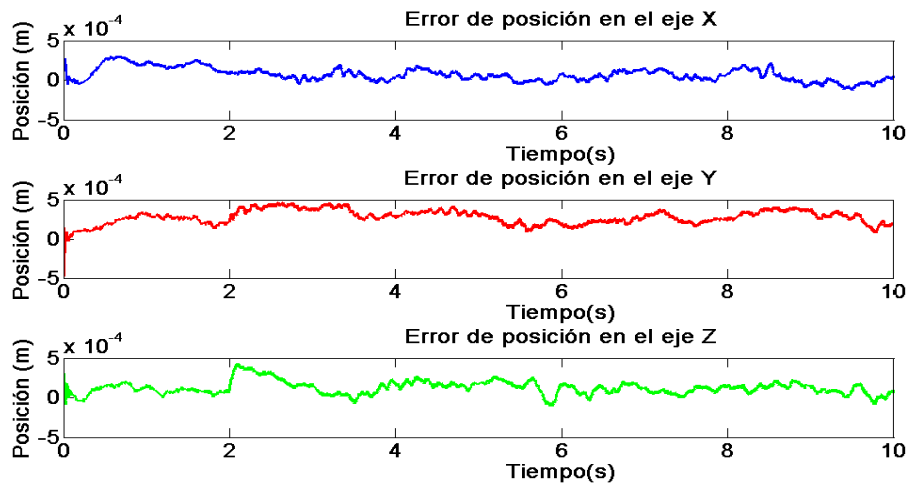


Figura 4.94: Error de posición en el espacio cartesiano.

Por otra parte en la Figura 4.95 se muestra la identificación del sistema a partir de la salida, esto lo hace mientras se realiza la tarea de guiado.

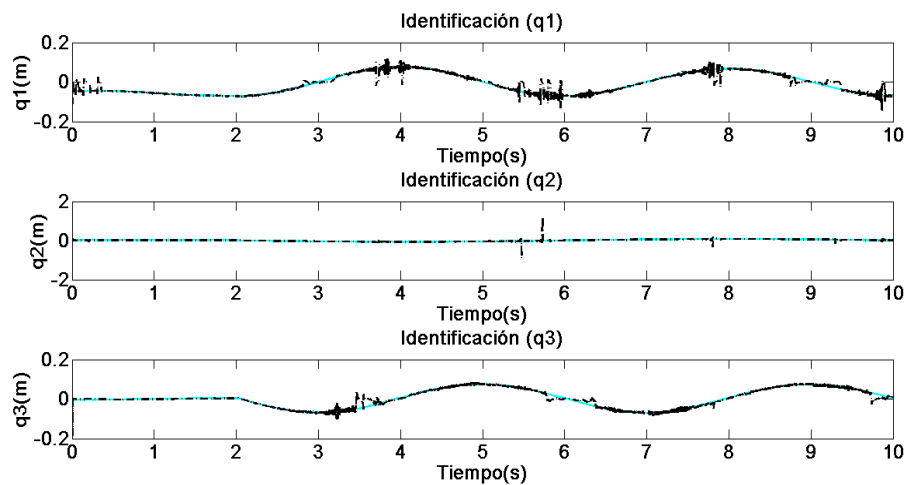


Figura 4.95: Identificación del sistema.

Existe un error de estimación como la que se muestra en la Figura 4.96:

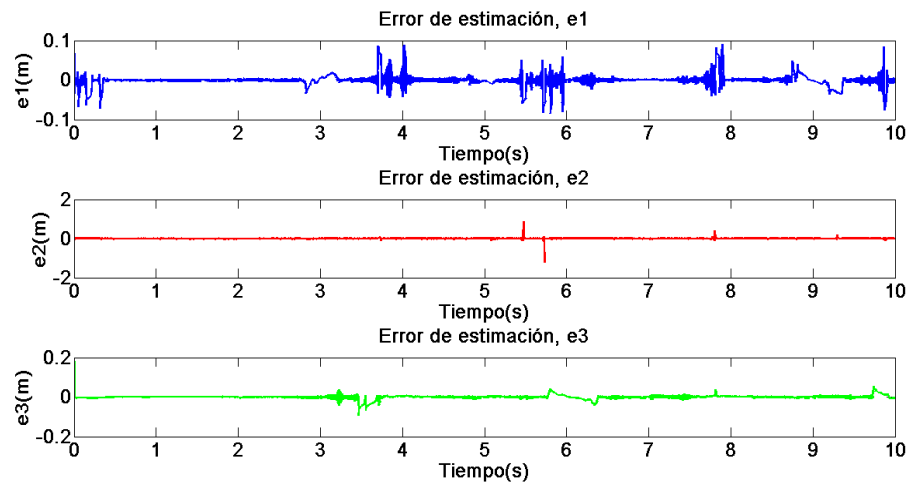


Figura 4.96: Error de estimación.

En la Figura 4.97 podemos observar la actualización de los parámetros  $W_1$ ,  $W_2$  y  $W_3$  que corresponden a los pesos de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

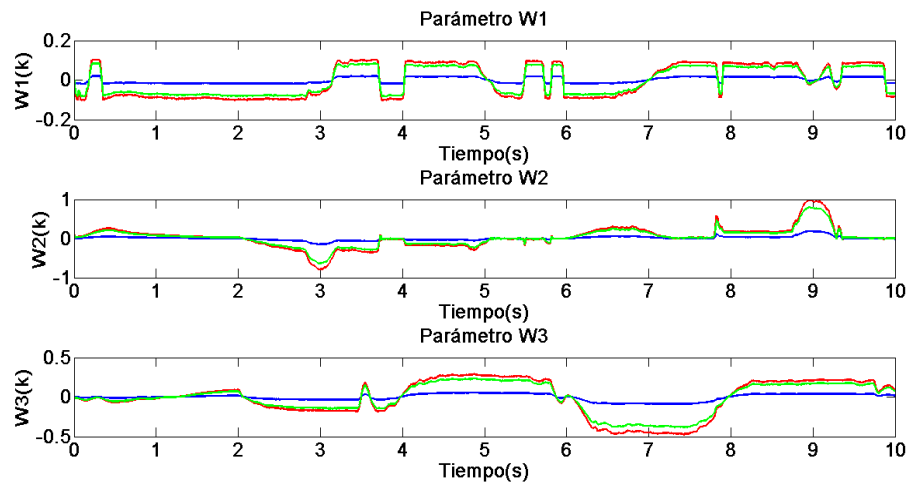


Figura 4.97: Actualización de los parámetros  $W$ .

En la Figura 4.98 podemos observar la actualización de los parámetros  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  que corresponden a la dilatación y contracción en la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

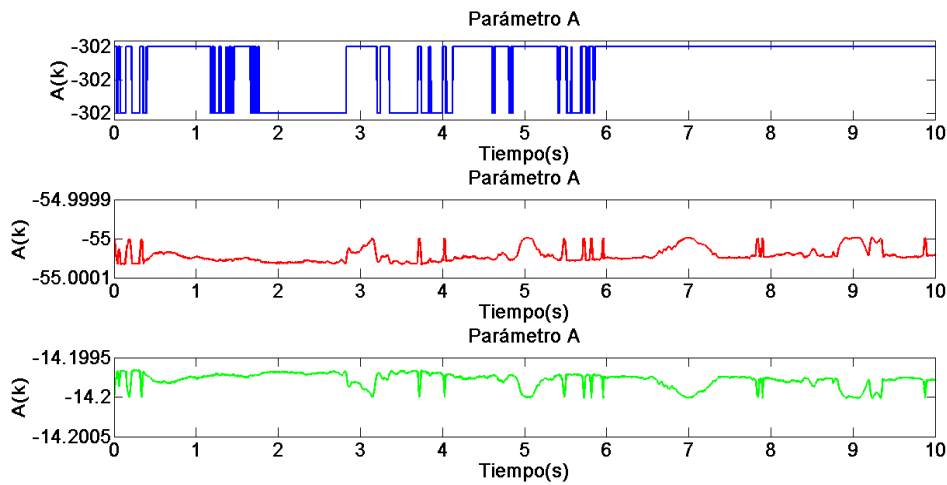


Figura 4.98: Actualización de los parámetros  $A$ .

En las Figuras 4.99, 4.100 y 4.101 podemos observar la actualización de los parámetros  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$  que corresponden a la traslación en la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

Parámetros  $B_1$ :

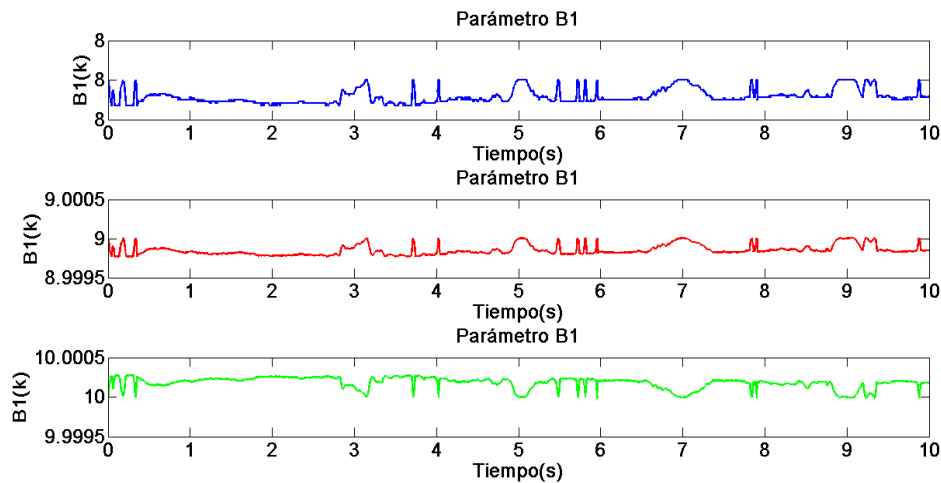


Figura 4.99: Actualización de los parámetros  $B_1$ .

Parámetros  $B_2$ :

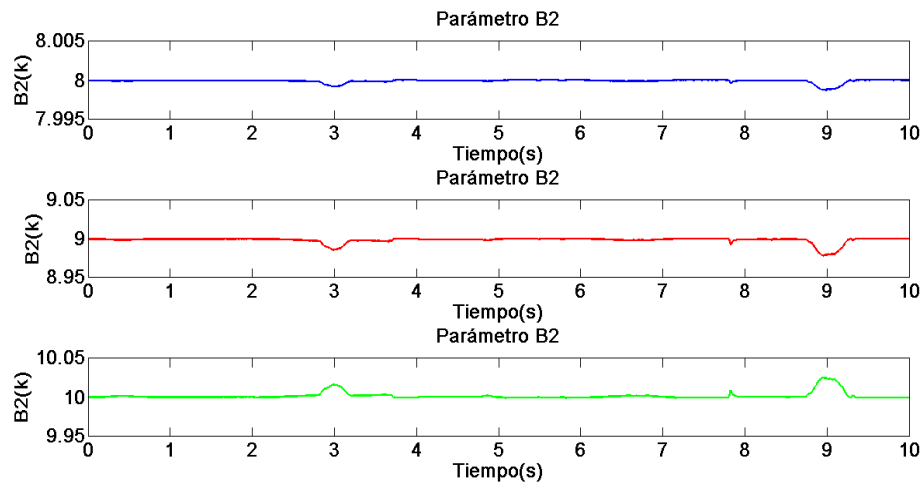


Figura 4.100: Actualización de los parámetros  $B_2$ .

Parámetros  $B_3$ :

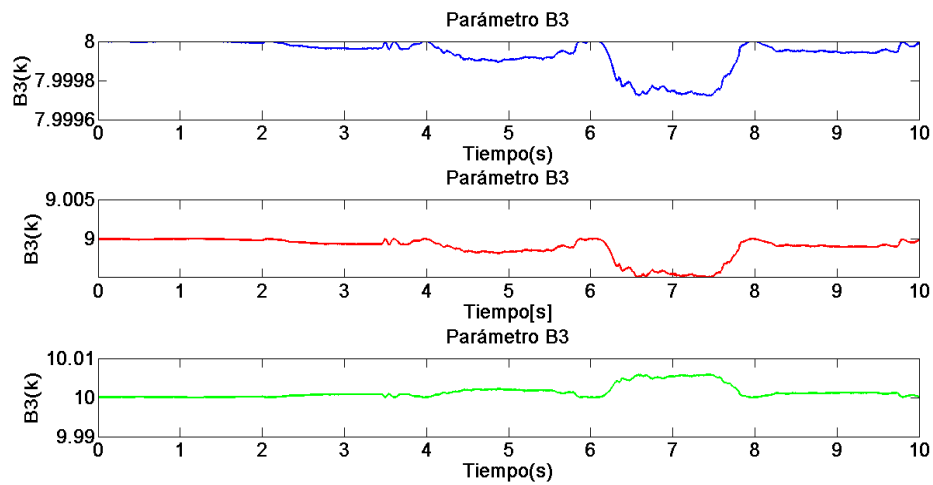


Figura 4.101: Actualización de los parámetros  $B_3$ .

En la Figura 4.102 podemos observar la actualización de los parámetros  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  que corresponden el adelanto del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

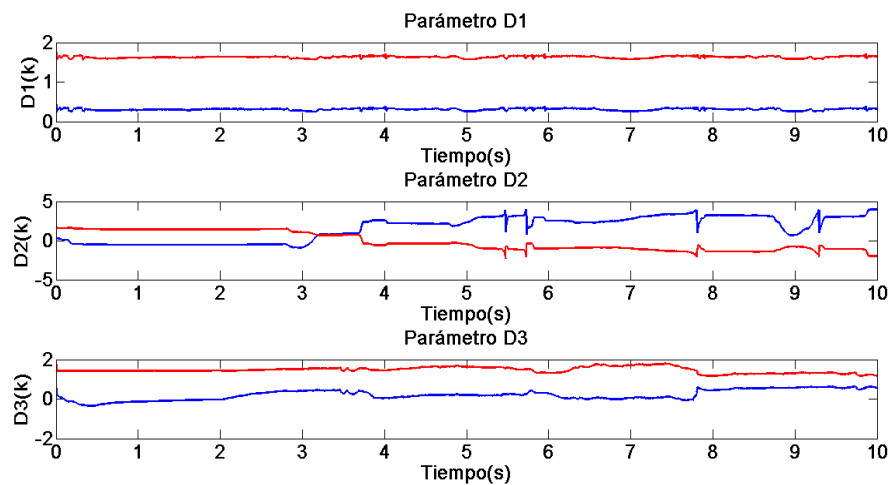


Figura 4.102: Actualización de los parámetros  $D$ .

En la Figura 4.103 podemos observar la actualización de los parámetros  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  que corresponden al atraso del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

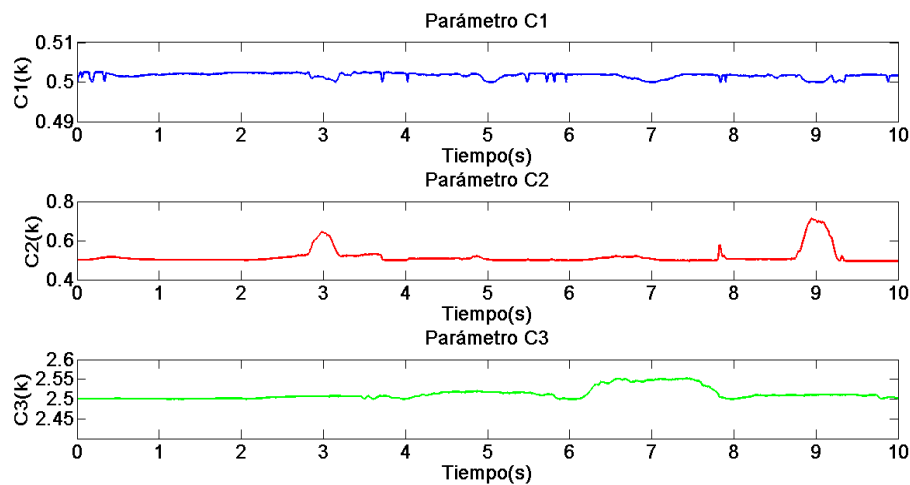


Figura 4.103: Actualización de los parámetros  $C$ .

En las Figuras 4.104, 4.105 y 4.106 podemos observar la actualización de las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  que corresponden al control PID, conforme se mantiene la evolución de la trayectoria. Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ :

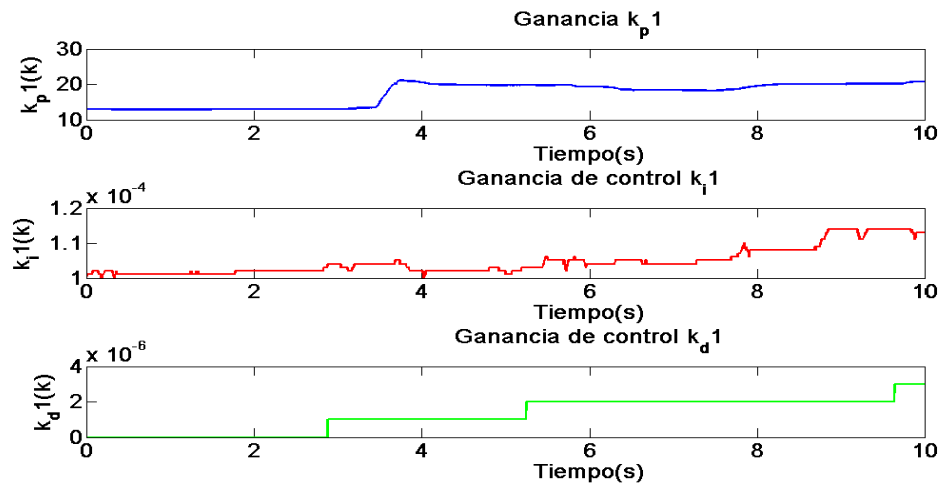


Figura 4.104: Actualización de las ganancias  $K_{p1}, K_{i1}$  y  $K_{d1}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p2}, K_{i2}$  y  $K_{d2}$ :

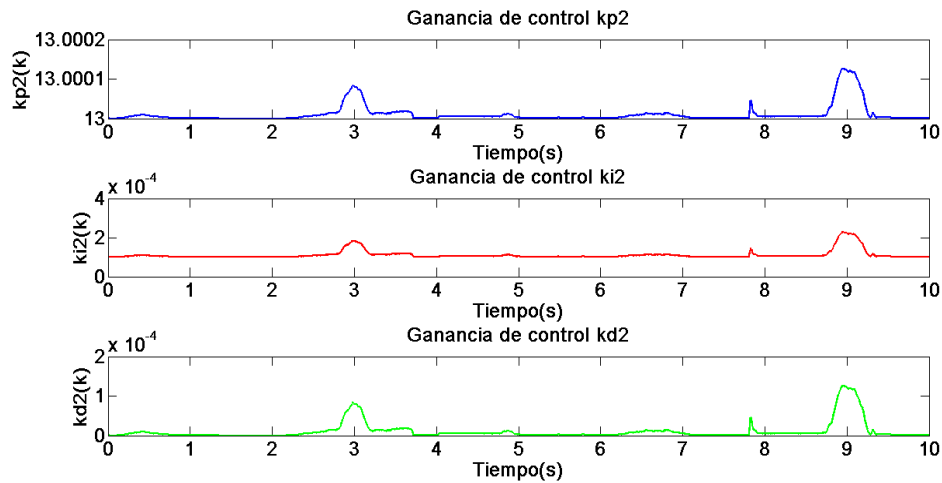


Figura 4.105: Actualización de las ganancias  $K_{p2}, K_{i2}$  y  $K_{d2}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p3}, K_{i3}$  y  $K_{d3}$ :

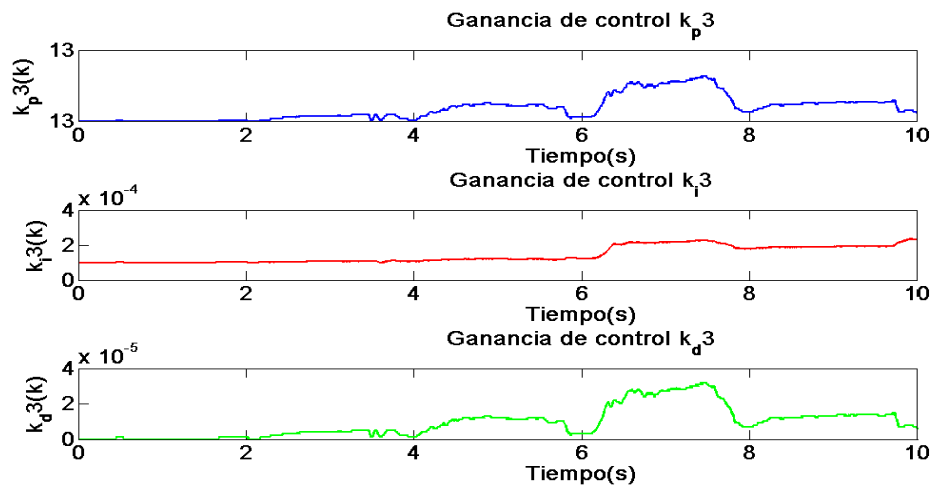


Figura 4.106: Actualización de las ganancias  $K_{p3}$ ,  $K_{i3}$  y  $K_{d3}$ .

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia que es obtenida como se muestra en la ecuación (3.68) la cual se observa en la Figura 4.107.

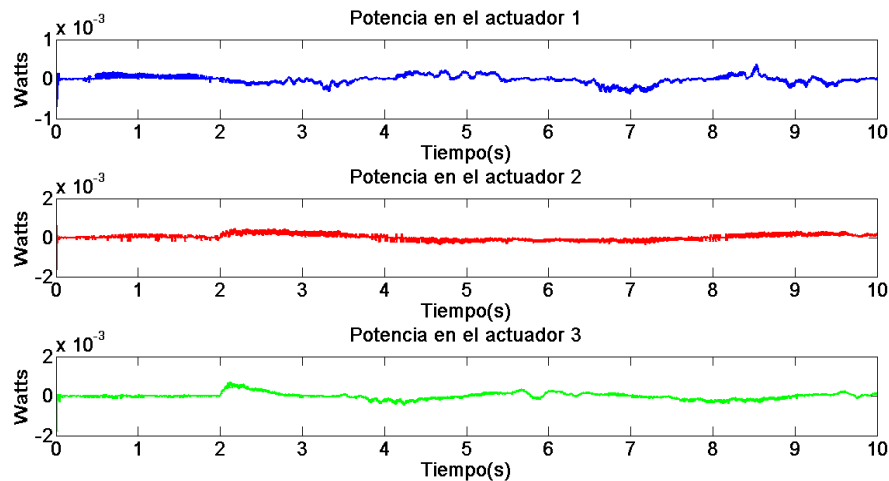


Figura 4.107: Potencia en los actuadores.

A partir de la Figura 4.107 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador como se muestra a en la Figura 4.108.

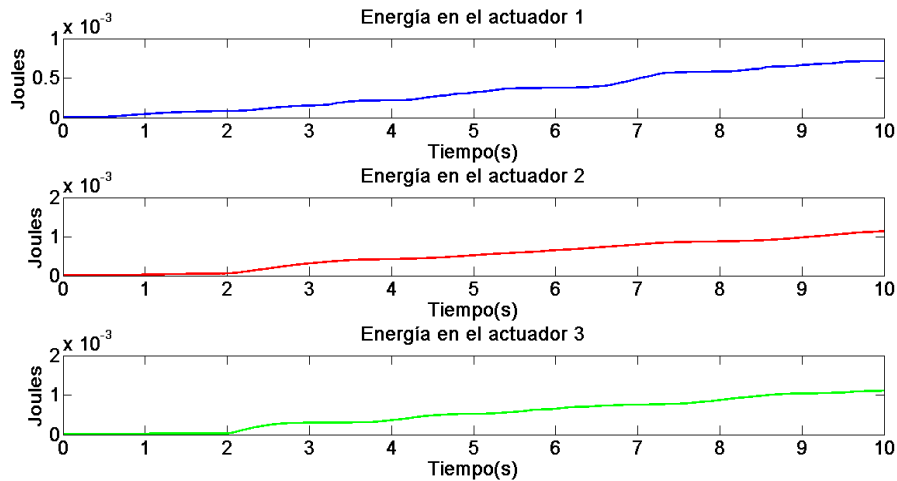


Figura 4.108: Energía en los actuadores.

Ahora se obtiene la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador como se muestra en la Figura 4.109.

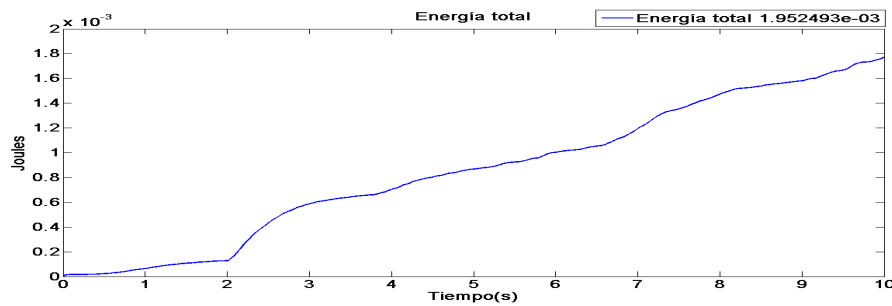


Figura 4.109: Energía total.

#### 4.3.2.2. Experimento con masa externa

En esta sección se realiza el análisis del control PID *Wavenet* implementado en la interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0 con masa como se muestra en la Figura 4.78.

En la Figura 4.110 podemos observar el desempeño del dispositivo en el espacio de trabajo realizando la trayectoria definida anteriormente en la Figura 4.1.

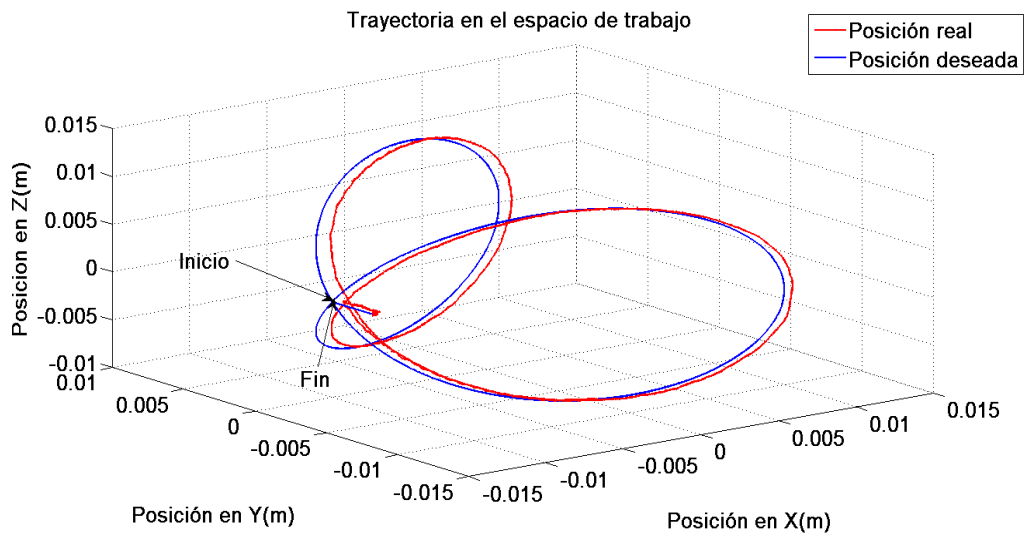


Figura 4.110: Desempeño en el espacio de trabajo.

Esto podemos estudiarlo más a fondo descomponiendo la trayectoria en las componentes en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  y de esta manera observar la convergencia a la posición deseada, se muestra en la Figura 4.111.

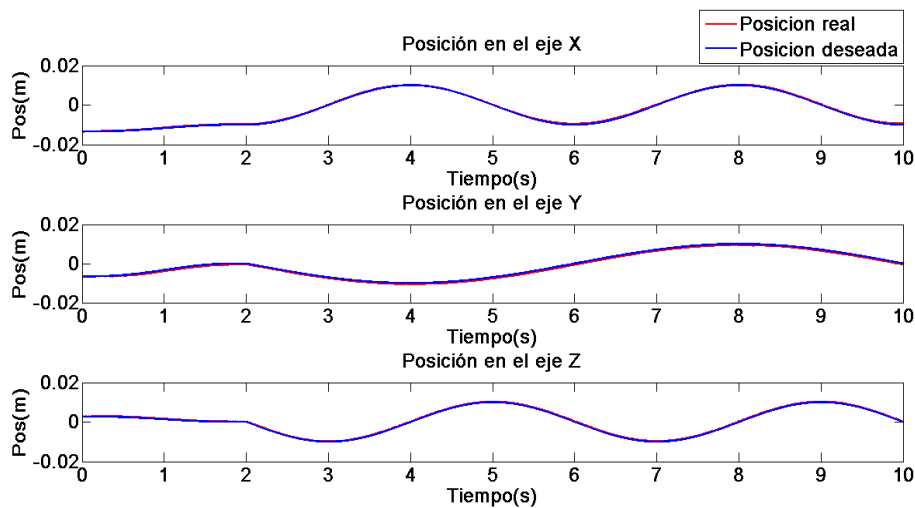


Figura 4.111: Posición cartesiana.

El error que se tiene de la posición se obtiene de restar a la posición deseada cartesiana a la posición cartesiana que se obtiene del dispositivo, se muestra en la Figura 4.112.

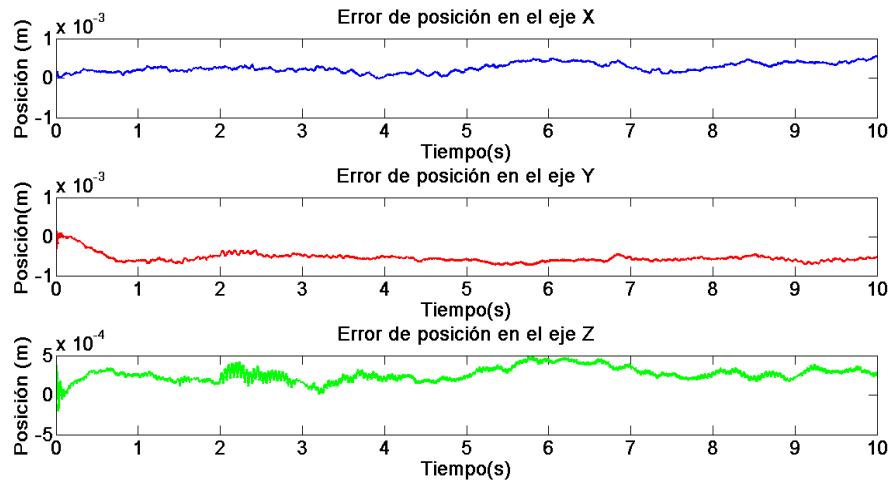


Figura 4.112: Error de posición cartesiana.

Por otra parte en la Figura 4.113 se muestra la identificación del sistema a partir de la salida, esto lo hace mientras se realiza el guiado.

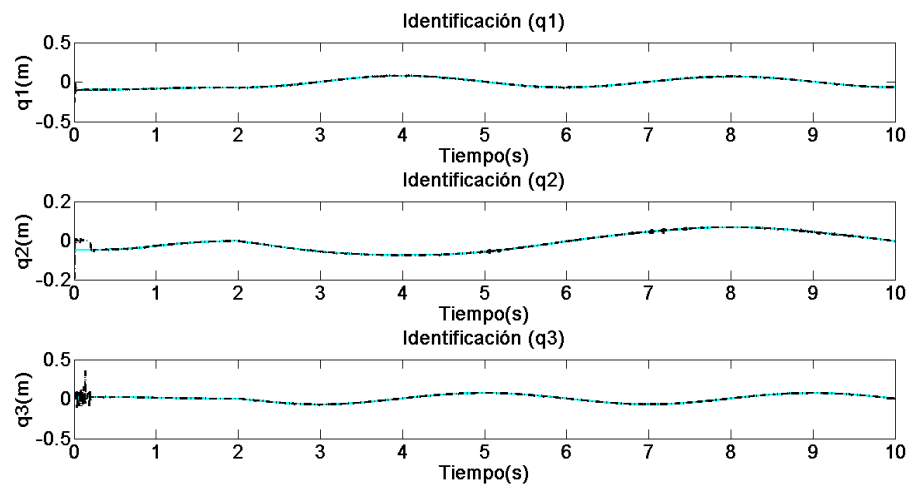


Figura 4.113: Identificación del sistema.

Existe un error de estimación como se muestra en la Figura 4.114:

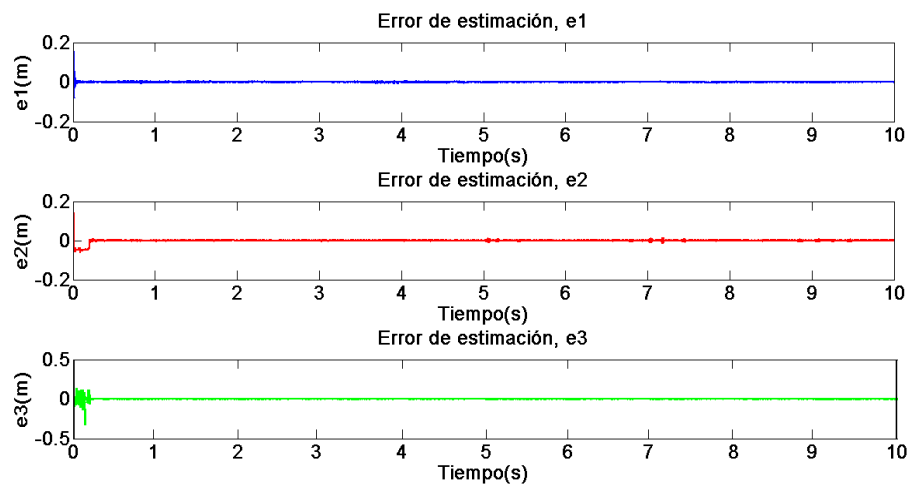


Figura 4.114: Error de estimación.

En la Figura 4.115 podemos observar la actualización de los parámetros  $W_1$ ,  $W_2$  y  $W_3$  que corresponden a los pesos de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

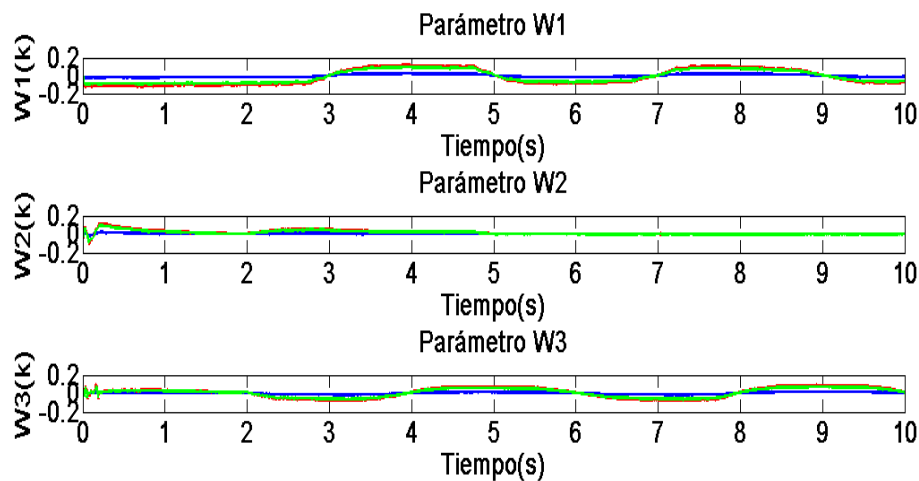


Figura 4.115: Actualización de los parámetros  $W$ .

En la Figura 4.116 podemos observar la actualización de los parámetros  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  que corresponden a la dilatación y contracción en la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

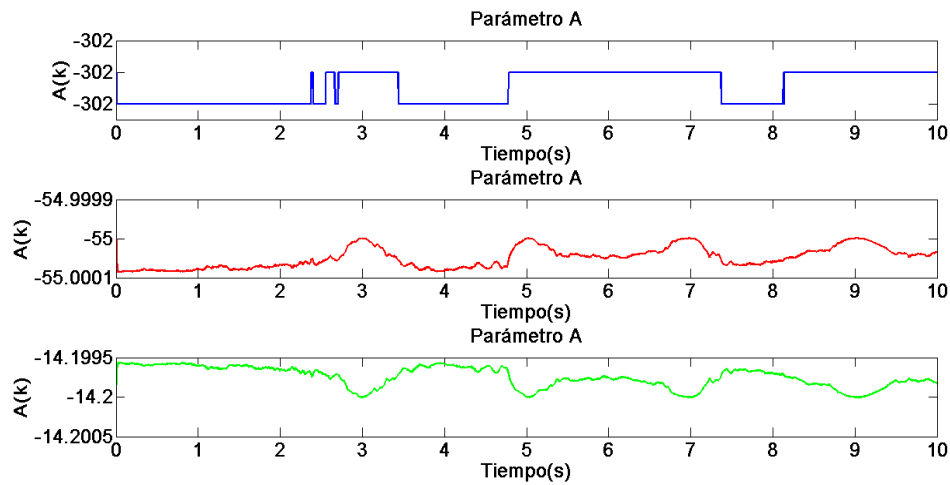


Figura 4.116: Actualización de los parámetros  $A$ .

En las Figuras 4.117, 4.118 y 4.119 podemos observar la actualización de los parámetros  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$  que corresponden a la traslación en la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria. Parámetros  $B_1$ :

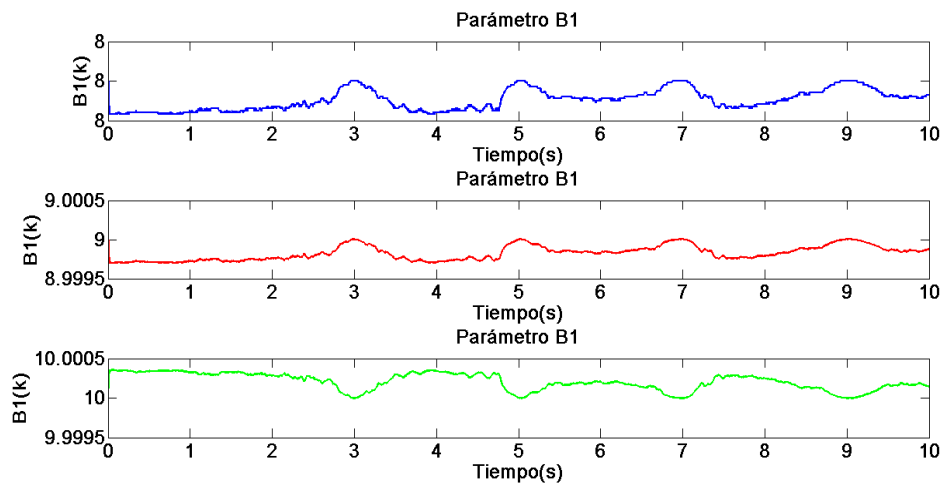


Figura 4.117: Actualización de los parámetros  $B_1$ .

Parámetros  $B_2$ :

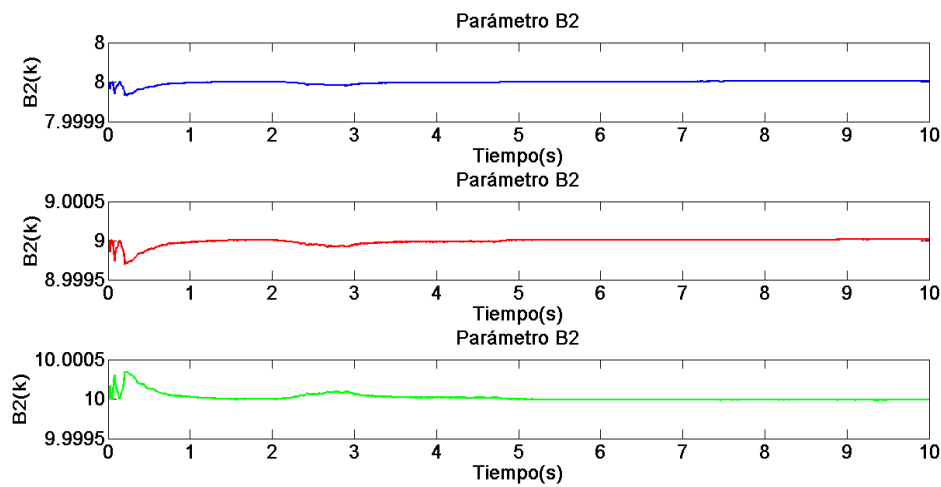


Figura 4.118: Actualización de los parámetros  $B_2$ .

Parámetros  $B_3$ :

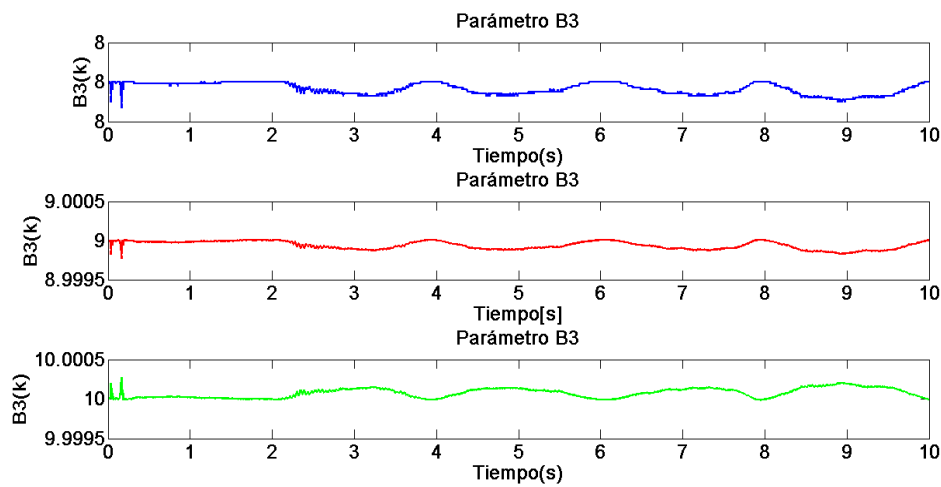


Figura 4.119: Actualización de los parámetros  $B_3$ .

En la Figura 4.120 podemos observar la actualización de los parámetros  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  que corresponden al adelanto del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

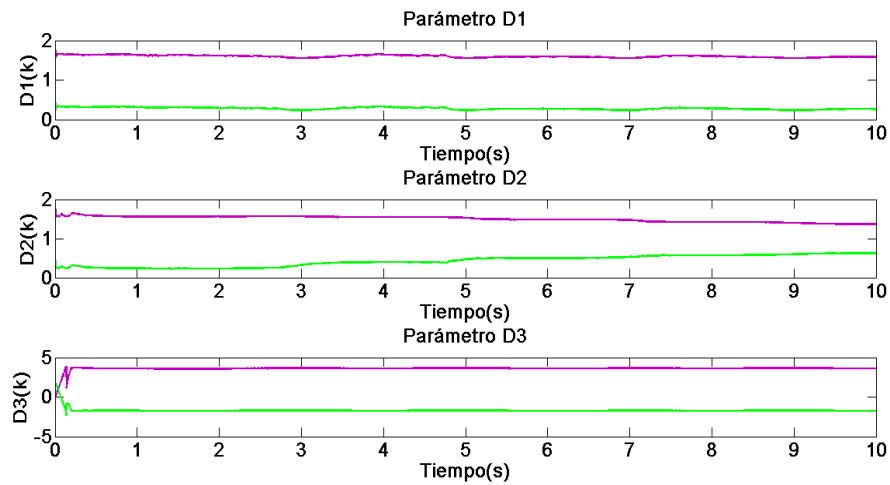


Figura 4.120: Actualización de los parámetros  $D$ .

En la Figura 4.121 podemos observar la actualización de los parámetros  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  que corresponden el atraso del filtro IIR de la red neuronal para cada posición, respecto del tiempo conforme se mantiene la evolución de la trayectoria.

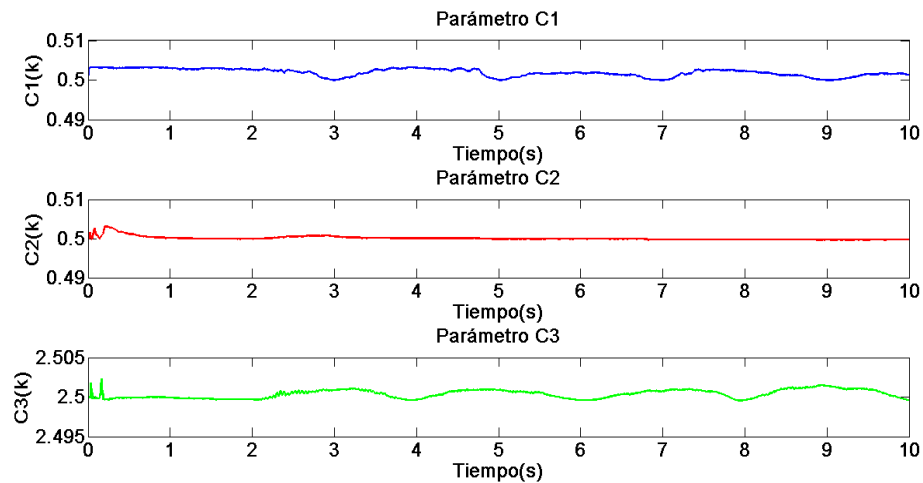


Figura 4.121: Actualización de los parámetros  $C$ .

En las Figuras 4.122, 4.123 y 4.124 podemos observar la actualización de las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  que corresponden al control PID, conforme se mantiene la evolución de la trayectoria. Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ :

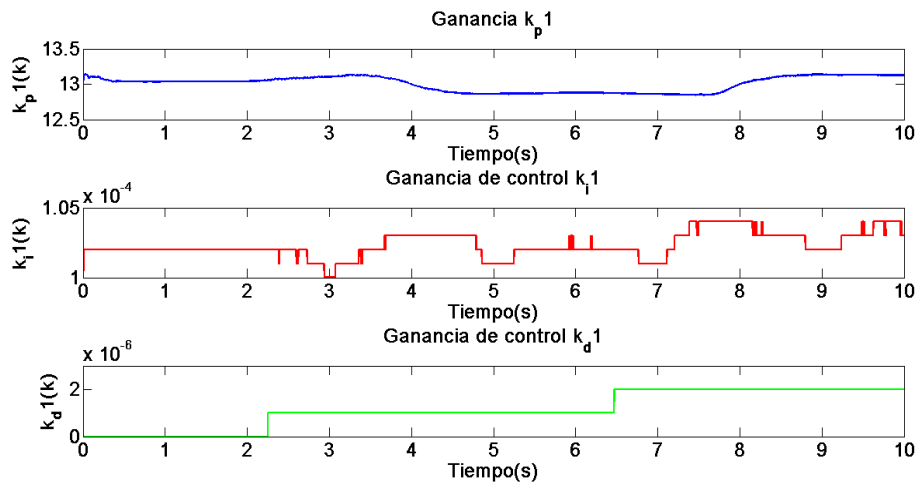


Figura 4.122: Actualización de las ganancias  $K_{p1}, K_{i1}$  y  $K_{d1}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p2}, K_{i2}$  y  $K_{d2}$ :

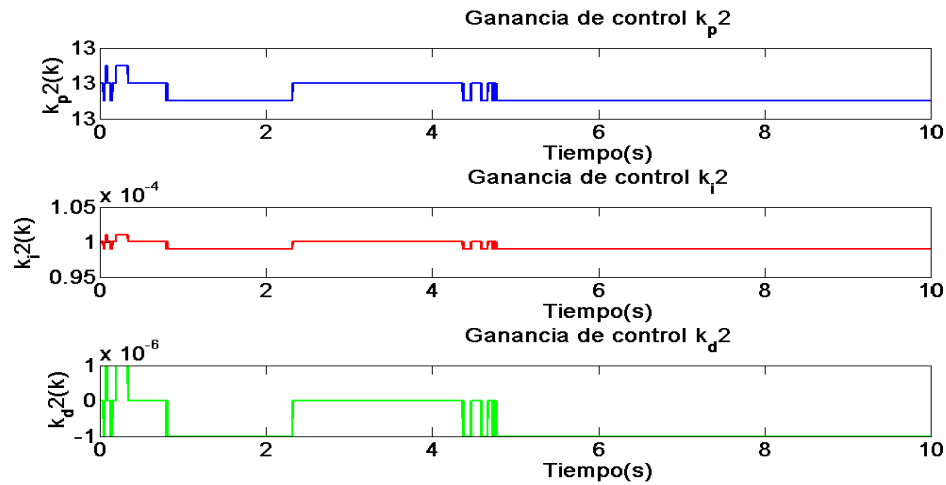


Figura 4.123: Actualización de las ganancias  $K_{p2}, K_{i2}$  y  $K_{d2}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p3}, K_{i3}$  y  $K_{d3}$ :

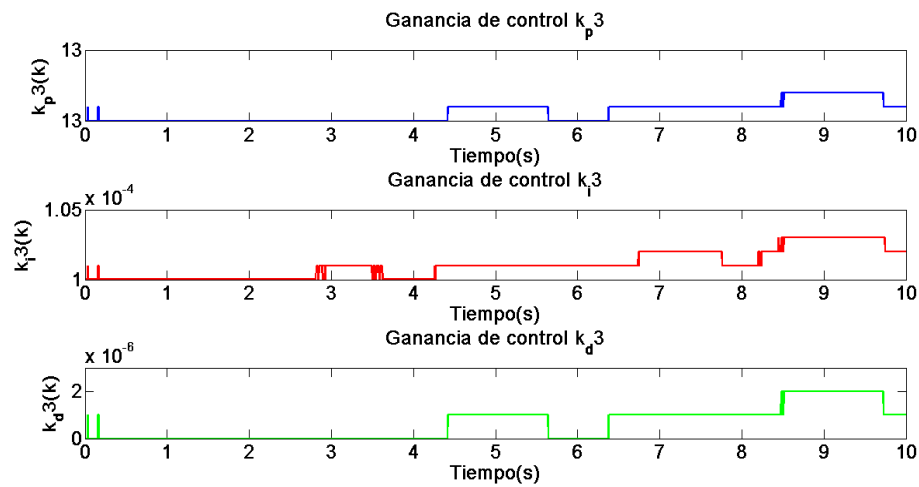


Figura 4.124: Actualización de las ganancias  $K_{p3}$ ,  $K_{i3}$  y  $K_{d3}$ .

Dentro del análisis que se realiza se obtiene la energía a partir de la potencia, que es obtenida como se muestra en la ecuación (3.68), lo cual se observa en la Figura 4.125.

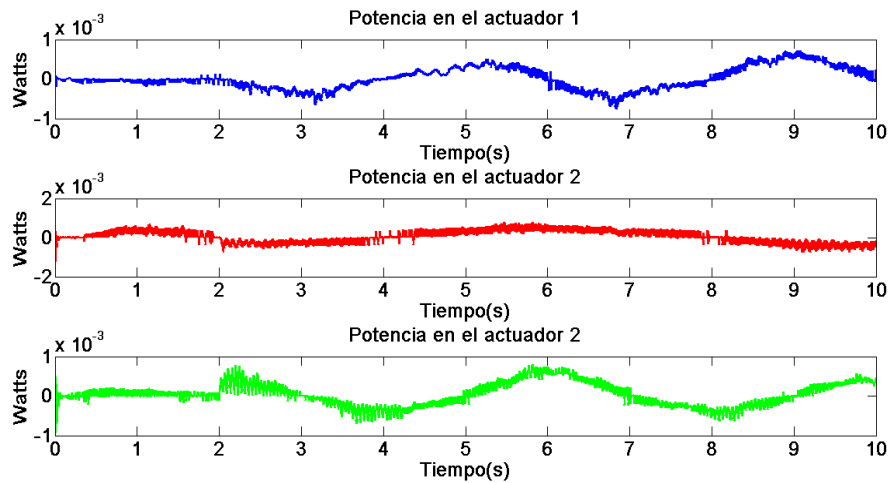


Figura 4.125: Potencia en los atuadores.

A partir de la Figura 4.125 mediante la ecuación (3.71) obtenemos la energía aplicada a cada actuador como se muestra a en la Figura 4.126.

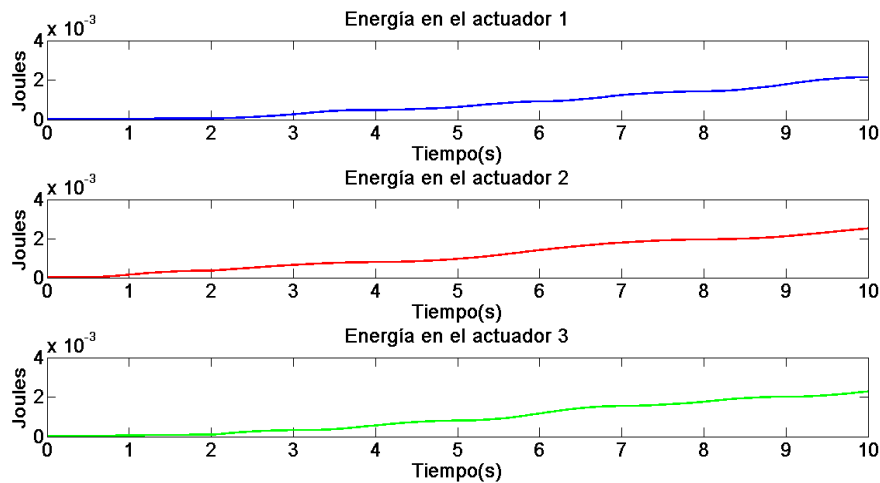


Figura 4.126: Energía en los actuadores.

Ahora se obtiene la energía total aplicada al dispositivo al realizar la suma de la energía aplicada a cada actuador, se muestra en la Figura 4.127.

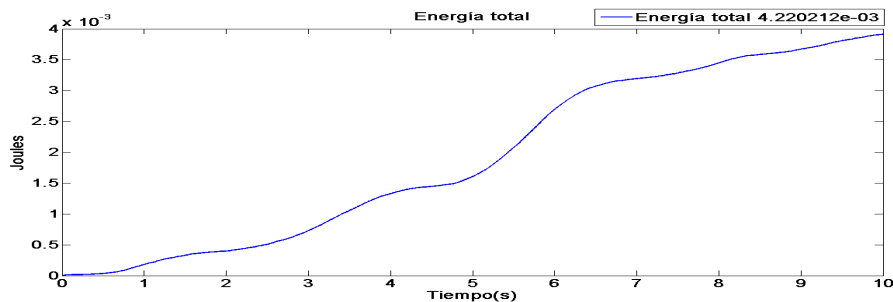


Figura 4.127: Energía total.

## 4.4. Comentarios

Se concluyó que ambos controles presentan repetitividad al realizar la tarea de guiado, también se concluye que existe convergencia a la posición deseada, por otra parte el control PID Wavenet presenta un mejor desempeño en el espacio de trabajo, al igual que un bajo consumo de energía, sin embargo tarda más en converger a la posición deseada. Estos controles presentaron mejor desempeño implementados en la interfaz háptica PHAToM PREMIUM 1.0.

En la siguiente Tabla se muestra la comparación de los parámetros que corresponden al dispositivo PHANToM OMNI con control Slotine-Li.

Parámetro	Valor inicial	Valor final sin masa externa	Valor final con masa externa
$\theta_1$	0	$2.9 \times 10^{-5}$	$2.6 \times 10^{-5}$
$\theta_2$	0	$-17.2 \times 10^{-5}$	$-36 \times 10^{-5}$
$\theta_3$	0	$-5.1 \times 10^{-5}$	$-3 \times 10^{-5}$
$\theta_4$	0	$-53 \times 10^{-5}$	$1.074 \times 10^{-3}$
$\theta_5$	0	$55.8 \times 10^{-5}$	$48 \times 10^{-5}$
$\theta_6$	0	$19.2 \times 10^{-5}$	$34.8 \times 10^{-5}$
$\theta_7$	0	$-3.5 \times 10^{-5}$	$-2.1 \times 10^{-5}$
$\theta_8$	0	$2.5 \times 10^{-5}$	$4.1 \times 10^{-5}$
$\theta_9$	0	$0.03 \times 10^{-5}$	$0.01 \times 10^{-5}$
$\theta_{10}$	0	$-2.9 \times 10^{-5}$	$-5.2 \times 10^{-5}$

Tabla 4.1: Comparación de parámetros del control Slotine-Li e interfaz háptica PHANToM OMNI.

En la siguiente tabla se muestra la comparación de los parámetros que corresponden al dispositivo PHANToM OMNI con control PID *wavenet*.

Ganancia	Valor inicial	Valor final sin masa externa	Valor final con masa externa
$K_{p1}$	400	399.6	400.7
$K_{i1}$	0.1	0.1017	0.08555
$K_{d1}$	0	0	$-1 \times 10^{-6}$
$K_{p2}$	700	700	700
$K_{i2}$	0.1	0.099	0.0997
$K_{d2}$	0	$-2.9 \times 10^{-6}$	$-4.9 \times 10^{-6}$
$K_{p3}$	400	400	400
$K_{i3}$	0.1	0.1051	9.1108
$K_{d3}$	0	$2.7 \times 10^{-6}$	$7 \times 10^{-6}$

Tabla 4.2: Comparación de parámetros del control PID *wavenet* e interfaz háptica PHANToM OMNI.

En la siguiente tabla se muestra la comparación de los parámetros que corresponden al dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 con control Slotine-Li.

Parámetro	Valor inicial	Valor final sin masa externa	Valor final con masa externa
$\theta_1$	0	$5.4 \times 10^{-5}$	$-5.4 \times 10^{-5}$
$\theta_2$	0	0	0
$\theta_3$	0	$-1.4 \times 10^{-5}$	$-1.3 \times 10^{-5}$
$\theta_4$	0	0	0
$\theta_5$	0	$0.02 \times 10^{-5}$	$0.02 \times 10^{-5}$
$\theta_6$	0	$.02 \times 10^{-5}$	$0.02 \times 10^{-5}$
$\theta_7$	0	$-34.1 \times 10^{-5}$	$-68.4 \times 10^{-5}$
$\theta_8$	0	$-34.1 \times 10^{-5}$	$34.2 \times 10^{-5}$
$\theta_9$	0	$0.03 \times 10^{-5}$	$68.4 \times 10^{-5}$
$\theta_{10}$	0	$-0.02 \times 10^{-5}$	$0 \times 10^{-5}$
$\theta_{11}$	0	$-0.06 \times 10^{-5}$	$0 \times 10^{-5}$
$\theta_{12}$	0	$0.04 \times 10^{-5}$	$0 \times 10^{-5}$

Tabla 4.3: Comparación de parámetros del control Slotine-Li e interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0

En la siguiente tabla se muestra la comparación de los parámetros que corresponden al dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 con control PID *wavenet*

Ganancia	Valor inicial	Valor final sin masa externa	Valor final con masa externa
$K_{p1}$	13	13.13	20.77
$K_{i1}$	0.0001	$0.103 \times 10^{-3}$	0
$K_{d1}$	0	$2 \times 10^{-6}$	$3 \times 10^{-6}$
$K_{p2}$	13	13	13
$K_{i2}$	0.0001	$9.9 \times 10^{-5}$	$10.2 \times 10^{-5}$
$K_{d2}$	0	$-1 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$
$K_{p3}$	13	13	13
$K_{i3}$	0.0001	$10.2 \times 10^{-5}$	$23 \times 10^{-5}$
$K_{d3}$	0	$1 \times 10^{-6}$	$7 \times 10^{-6}$

Tabla 4.4: Comparación de parámetros del control PID *wavenet* e interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0.

En esta comparación podemos observar que los parámetros cambian con forme se ejecuta el guiado háptico, una vez que convergen a la posición deseada estos disminuyen y se estabilizan, sin embargo siguen oscilando y como en el caso del dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 el valor es 0 sin embargo eso no indica que los parámetros sean igual a 0.

## Capítulo 5

# Resultados de los controladores Slotine-Li y PID *Wavenet* con usuario en el lazo

En este capítulo se muestra los resultados de los controladores implementados en las interfaces PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI con usuarios en el lazo, los aspectos que están representados en el espacio de trabajo, la posición en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ , así como la energía que demandan los dispositivos tanto para cada actuador y la energía total cuando se encuentra el usuario en el lazo, dicha configuración se muestra en la fotografía dada en la Figura 5.1.



Figura 5.1: Usuario en el lazo.

## 5.1. Control PID *Wavenet* implementado en el dispositivo PHANToM PREMIUM 1.0 y usuario en el lazo

En la Figura 5.2 se puede observar los resultados de las trayectorias de los usuarios en el lazo con el control PID *wavenet* implementado en la interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0.

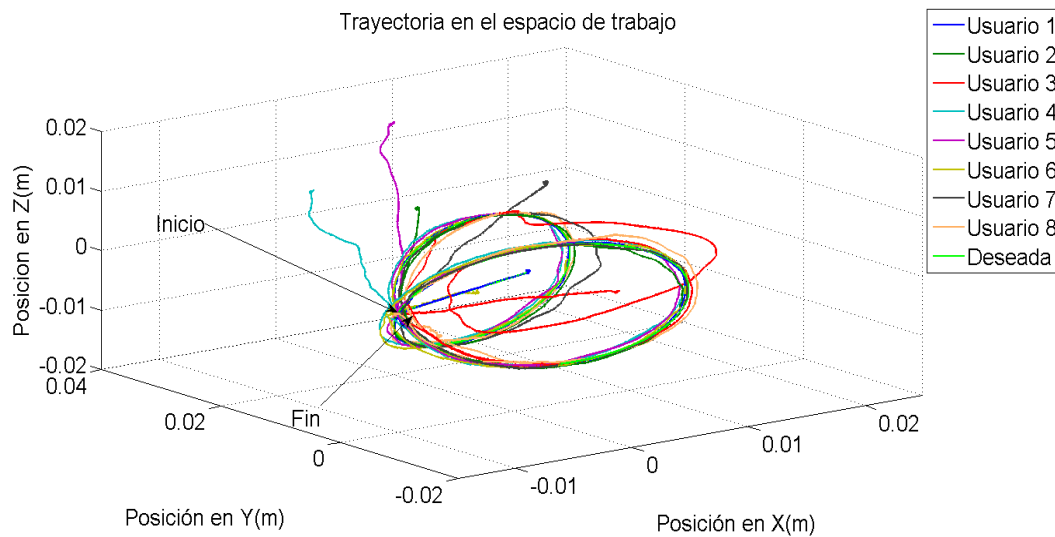


Figura 5.2: Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID *Wavenet* y usuario en el lazo.

En la Figura 5.2 se observa repetitividad que se tiene al realizar la trayectoria antes definida, para observar la convergencia a la posición deseada se hace la descomposición en las componentes de  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  como se aprecia en la Figura 5.3.

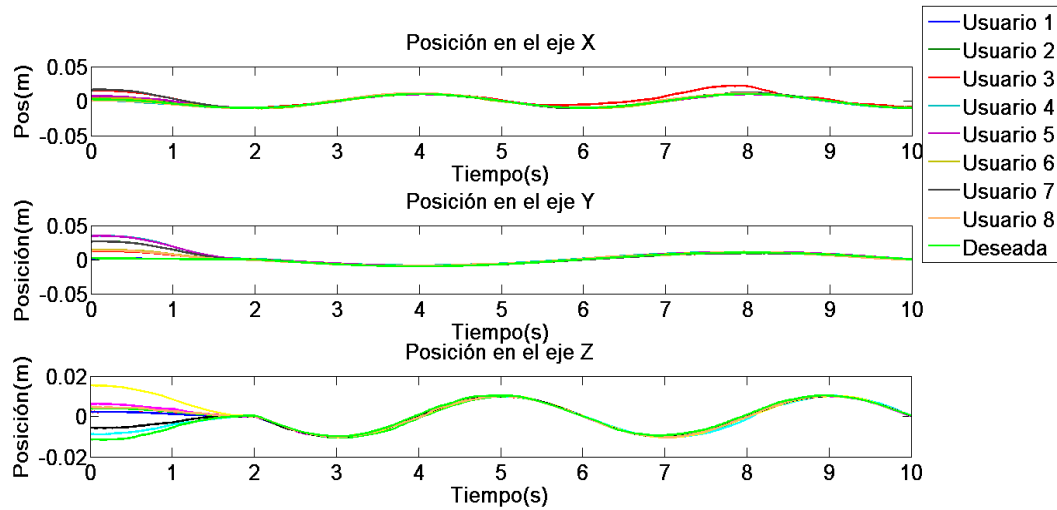


Figura 5.3: Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID *Wavenet* y usuario en el lazo.

En las Figuras 5.4, 5.5 y 5.6 podemos observar la actualización de las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  que corresponden al control PID *wavenet* implementado en el dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0, conforme se mantiene la evolución de la trayectoria. Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ :

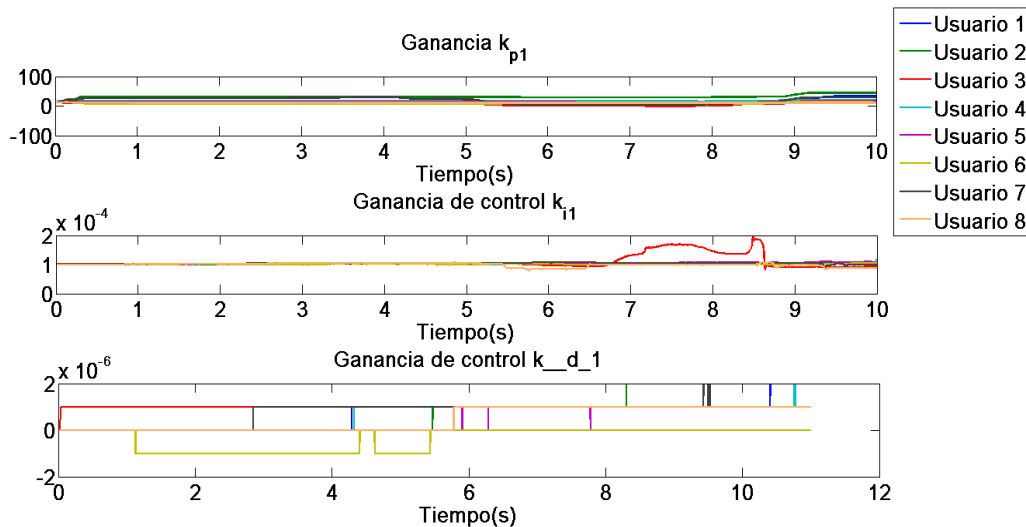


Figura 5.4: Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p2}$ ,  $K_{i2}$  y  $K_{d2}$ :

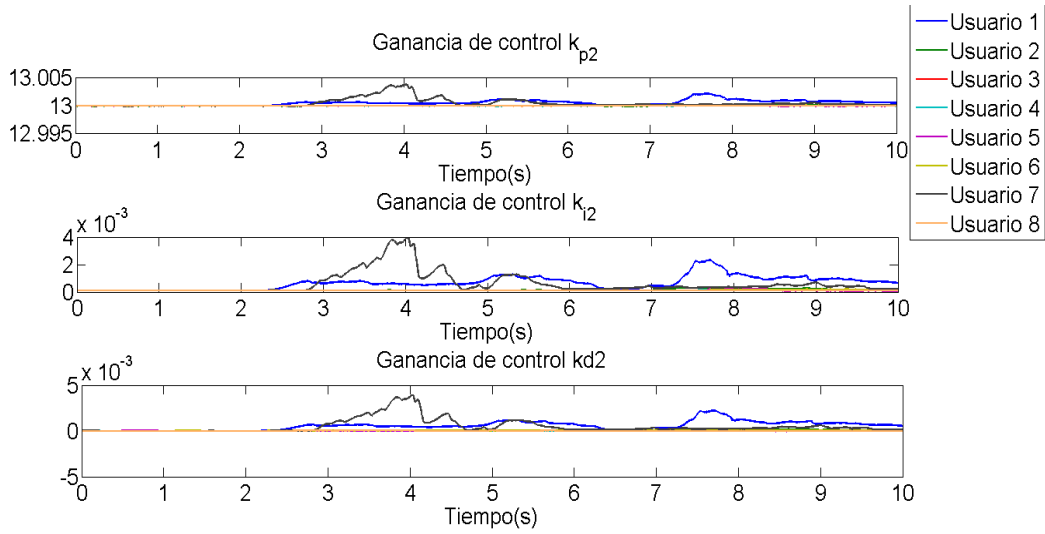


Figura 5.5: Actualización de las ganancias  $K_{p2}, K_{i2}$  y  $K_{d2}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p3}, K_{i3}$  y  $K_{d3}$ :

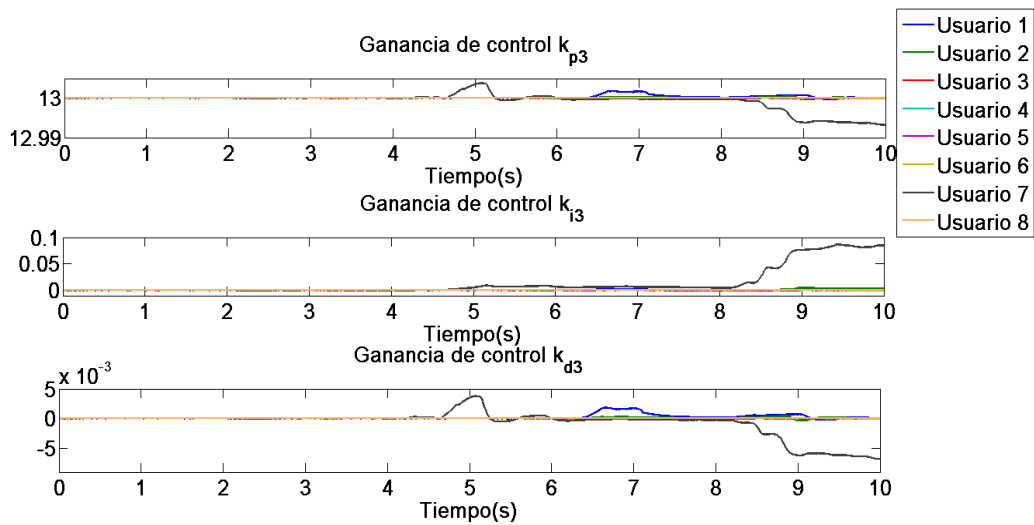


Figura 5.6: Actualización de las ganancias  $K_{p3}, K_{i3}$  y  $K_{d3}$ .

En la Figura 5.7 podemos observar el comportamiento de la energía que demandan los actuadores cuando se encuentra el usuario en el lazo.

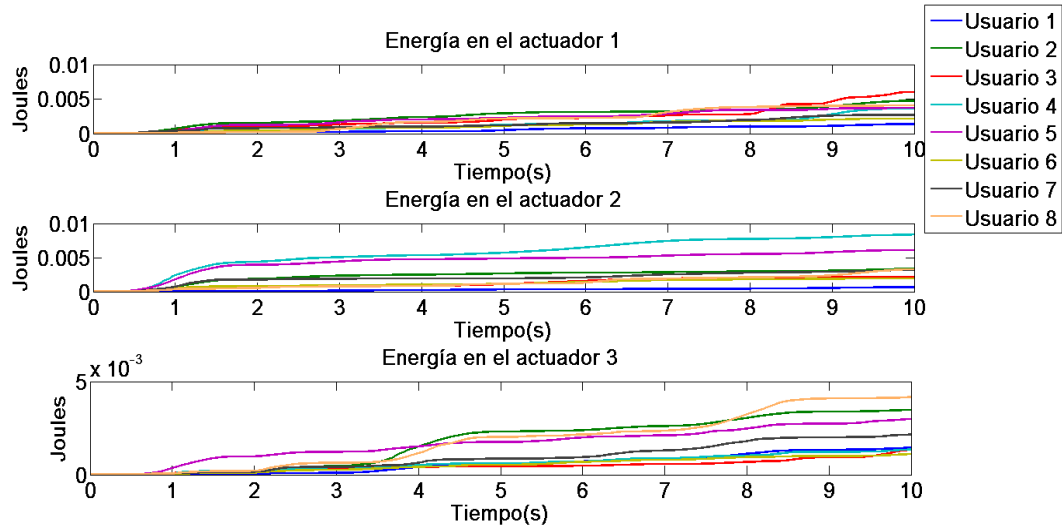


Figura 5.7: Energía en los actuadores del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID *Wavenet* y usuario en el lazo.

En la Figura 5.7 se puede observar la energía total suministrada a el dispositivo, así como el comportamiento de esta respecto del tiempo en que se realizó la tarea, siendo la máxima energía suministrada para el usuario 5 de 0.0108 Joules y el mínimo lo presento el usuario 8 de 0.003064 Joules

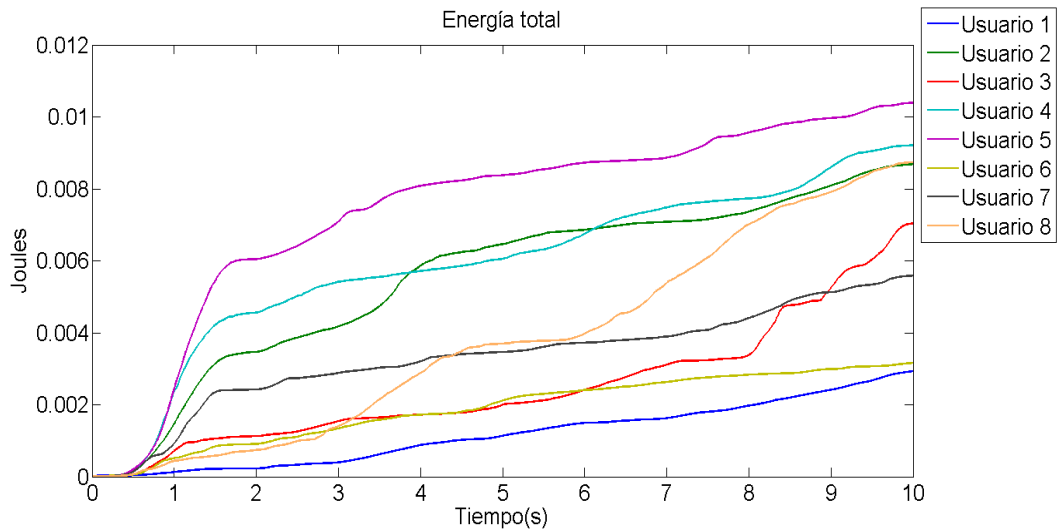


Figura 5.8: Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control PID *Wavenet* y usuario en el lazo.

## 5.2. Control Slotine-Li implementado en el dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 y usuario en el lazo

En las siguientes Figuras podemos observar el desempeño del control Slotine-Li implementado en la interfaz háptica PHANTOM PREMIUM 1.0 con el usuario en el lazo. En la Figura 5.9 podemos observar que el control tiene un buen desempeño, dada la repetitividad que se tiene al realizar la trayectoria dada por la Figura 4.1, esto con usuarios en el lazo.

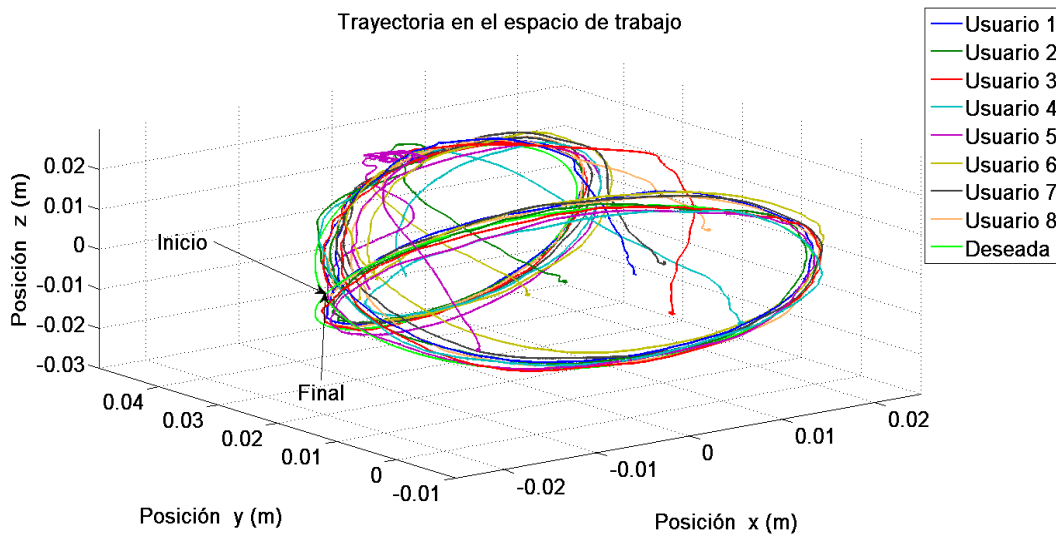


Figura 5.9: Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.

En la Figura 5.10 se puede observar el desempeño de trabajo en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ .

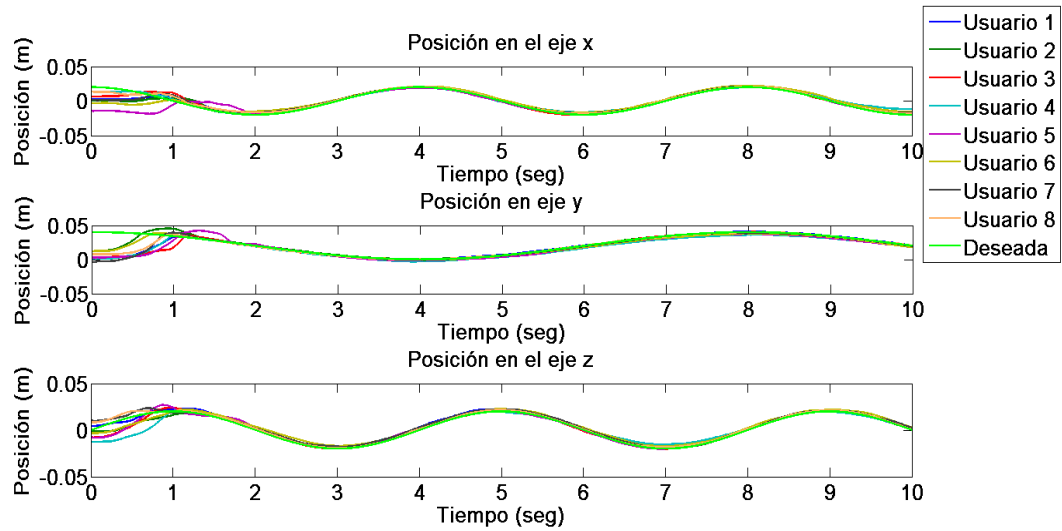


Figura 5.10: Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.

En la Figura 5.11 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

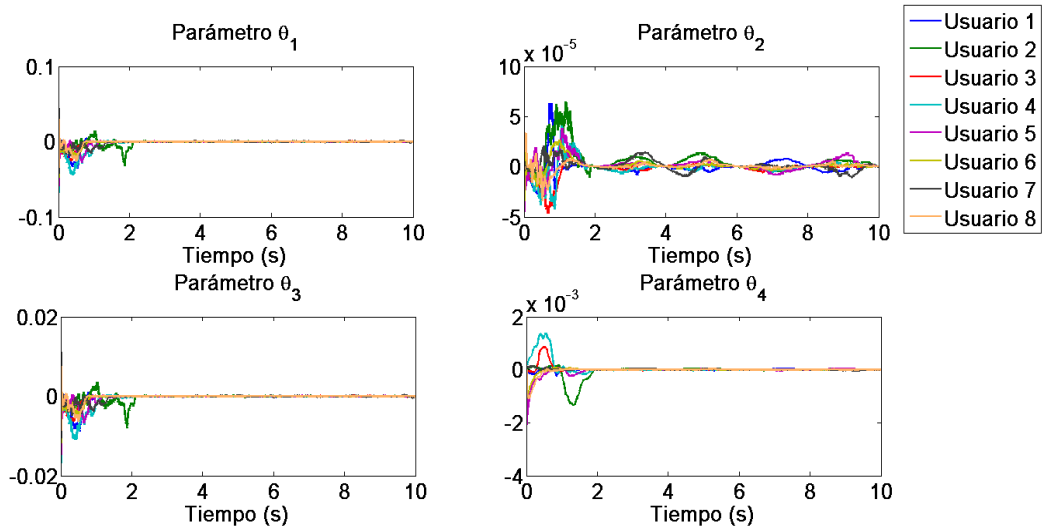


Figura 5.11: Actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ .

En la Figura 5.13 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

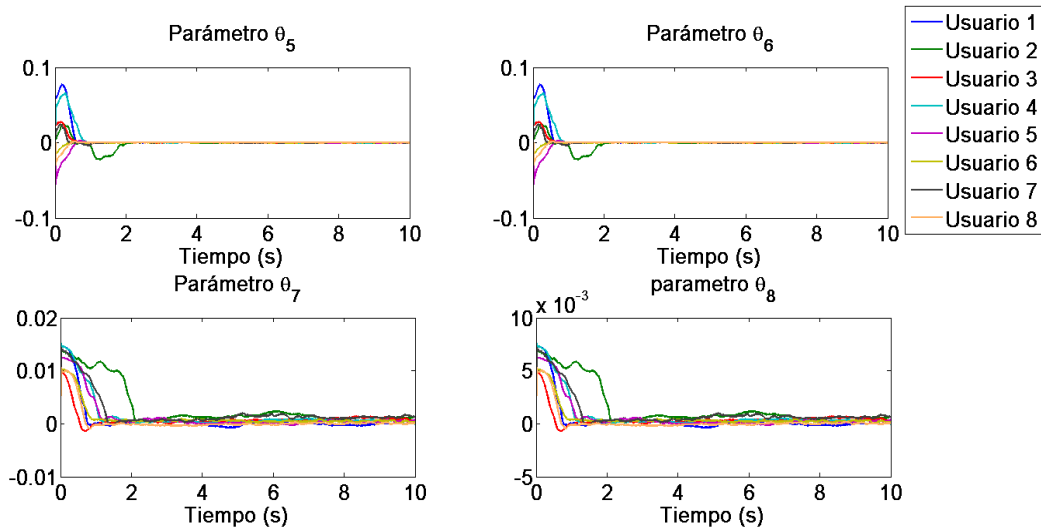


Figura 5.12: Actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ .

En la Figura 5.13 podemos observar la actualización de los parámetros del  $\theta_9$ ,  $\theta_{10}$ ,  $\theta_{11}$  y  $\theta_{12}$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

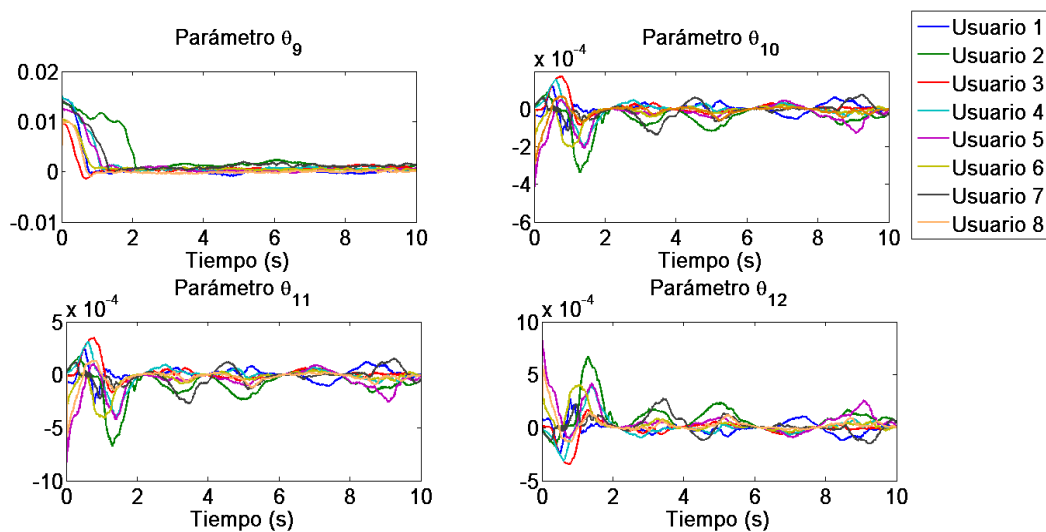


Figura 5.13: Actualización de los parámetros  $\theta_9$ ,  $\theta_{10}$ ,  $\theta_{11}$  y  $\theta_{12}$ .

En la Figura 5.14 podemos observar el comportamiento de la energía suministrada a los actuadores cuando el usuario se encuentra en el lazo.

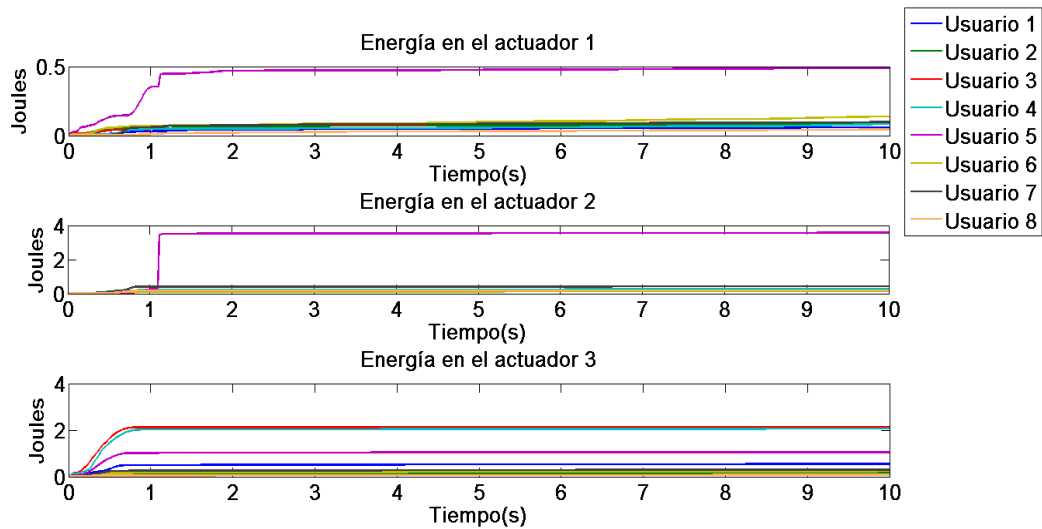


Figura 5.14: Energía aplicada a los actuadores del dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.

En la Figura 5.15 se puede observar la energía total suministrada al dispositivo, así como el comportamiento de esta respecto del tiempo en que se realizó la tarea, siendo la máxima energía suministrada para el usuario 5 4.853 Joules y la mínima la presente el usuario 8 de 0.2486 Joules

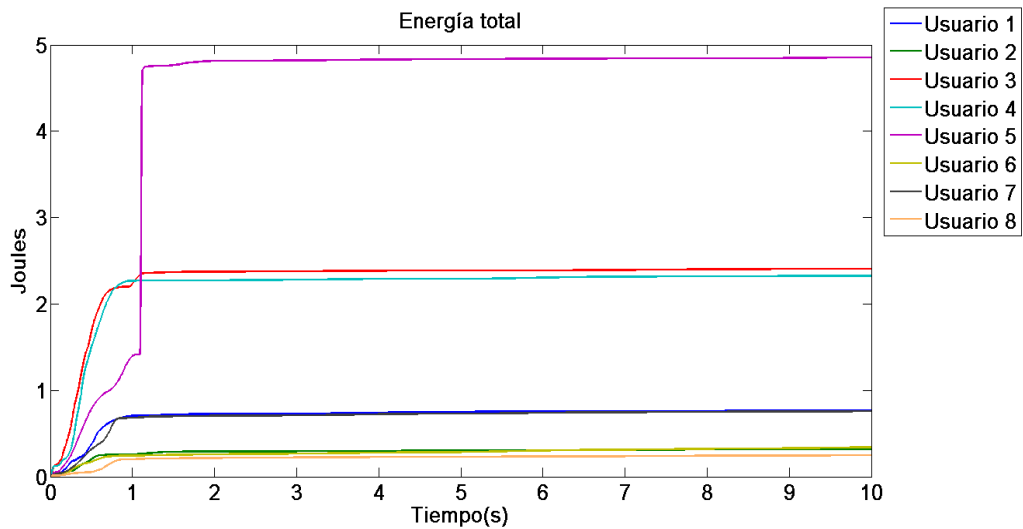


Figura 5.15: Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0 con control Slotine Li y usuario en el lazo.

### 5.3. Control PID *Wavenet* implementado en el dispositivo PHANTOM OMNI y usuario en el lazo

En las siguientes figuras podemos observar el desempeño del control PID *Wavenet* implementado en la interfaz háptica PHANTOM OMNI con el usuario en el lazo.

En la Figura 5.16 podemos observar que el control tiene un buen desempeño, dada la repetitividad que se tiene al realizar la trayectoria dada por la Figura 4.1, esto con usuarios en el lazo

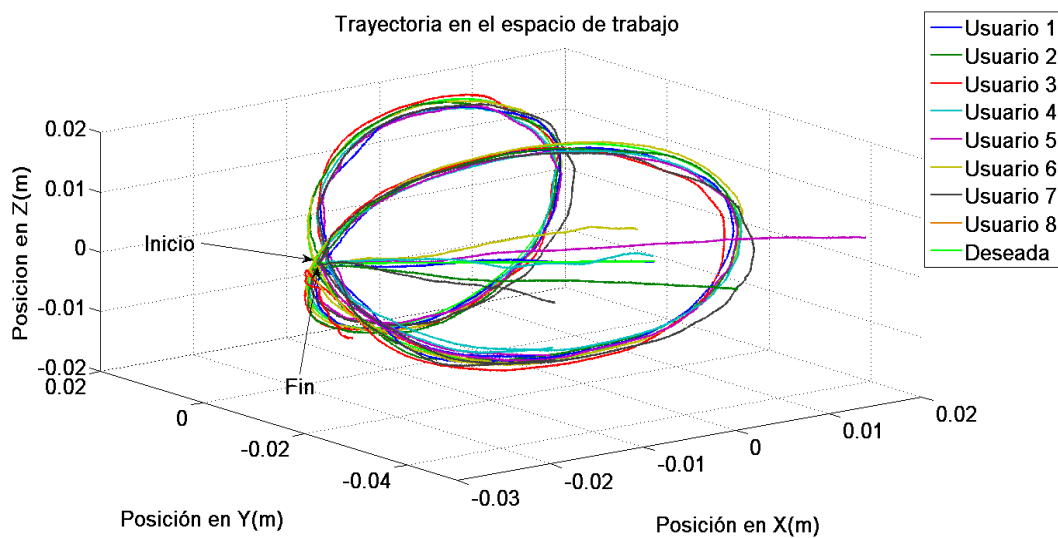


Figura 5.16: Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM OMNI con control PID *Wavenet* y usuario en el lazo.

En la Figura 5.17 se puede observar el desempeño de trabajo en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ , concluyendo que existe convergencia a la trayectoria deseada.

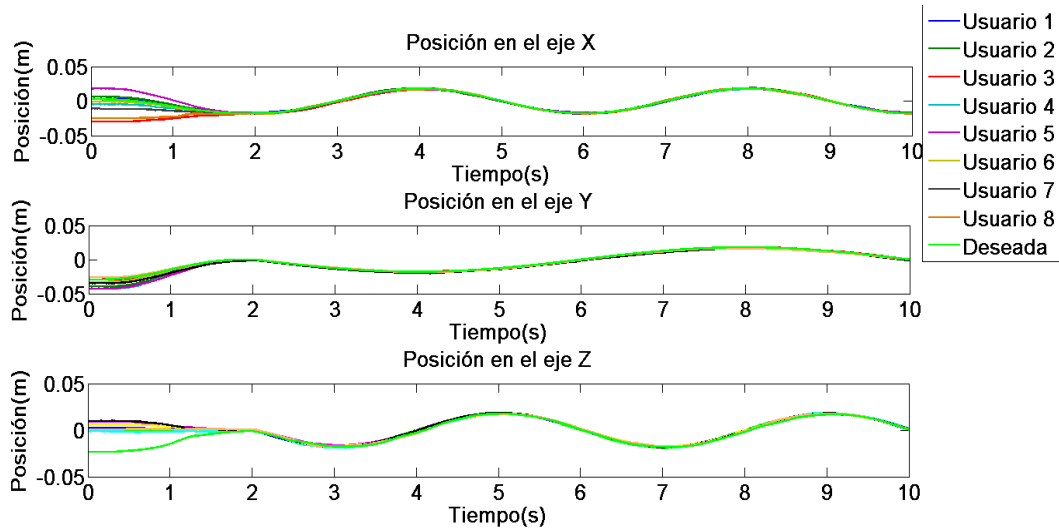


Figura 5.17: Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM OMNI con control PID *Wavenet* y usuario en el lazo.

En las Figuras 5.18, 5.19 y 5.20 podemos observar la actualización de las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  que corresponden al control PID *Wavenet* implementado en el dispositivo PHANTOM OMNI, conforme se mantiene la evolución de la trayectoria. Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ :

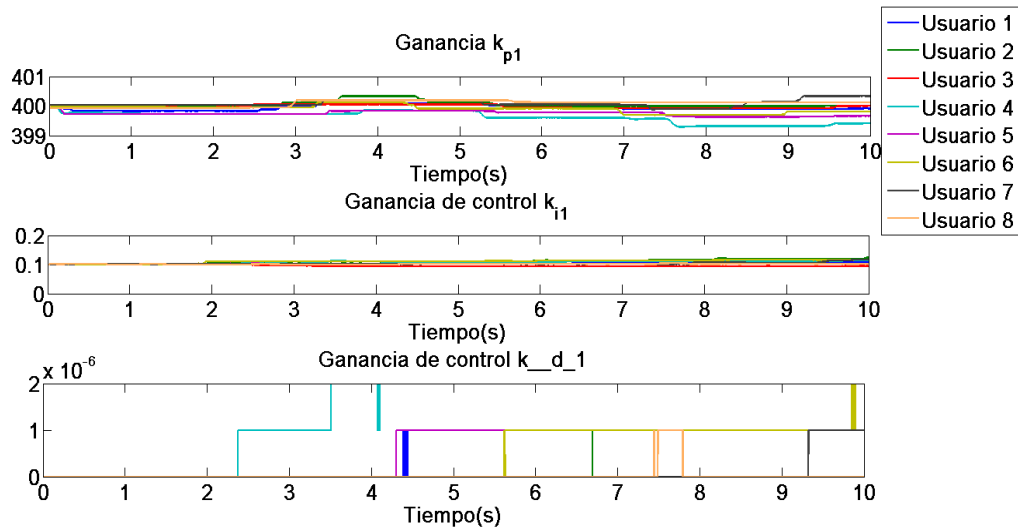


Figura 5.18: Actualización de las ganancias  $K_{p1}$ ,  $K_{i1}$  y  $K_{d1}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p2}$ ,  $K_{i2}$  y  $K_{d2}$ :

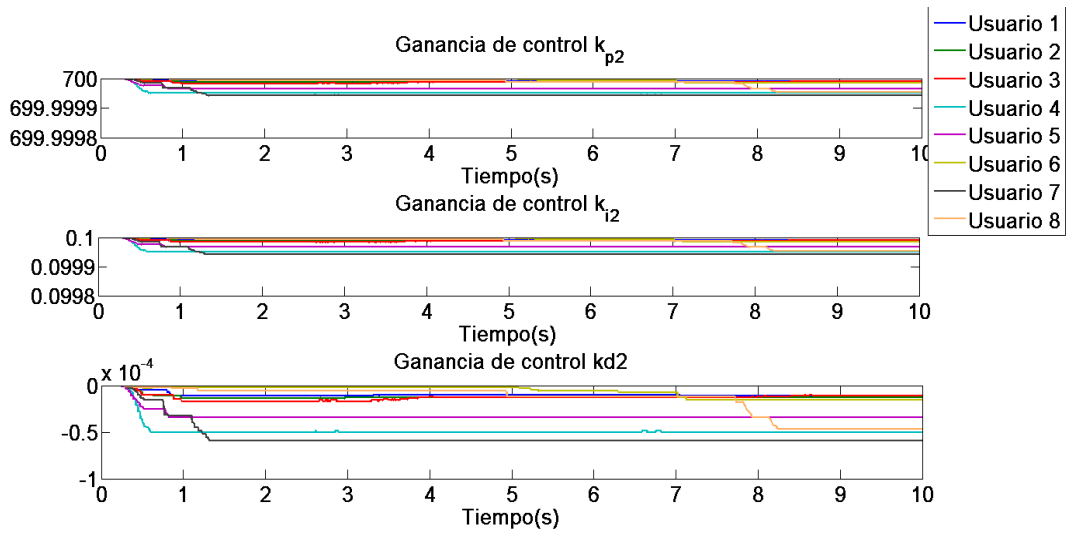


Figura 5.19: Actualización de las ganancias  $K_{p2}$ ,  $K_{i2}$  y  $K_{d2}$ .

Actualización de las ganancias  $K_{p3}$ ,  $K_{i3}$  y  $K_{d3}$ :

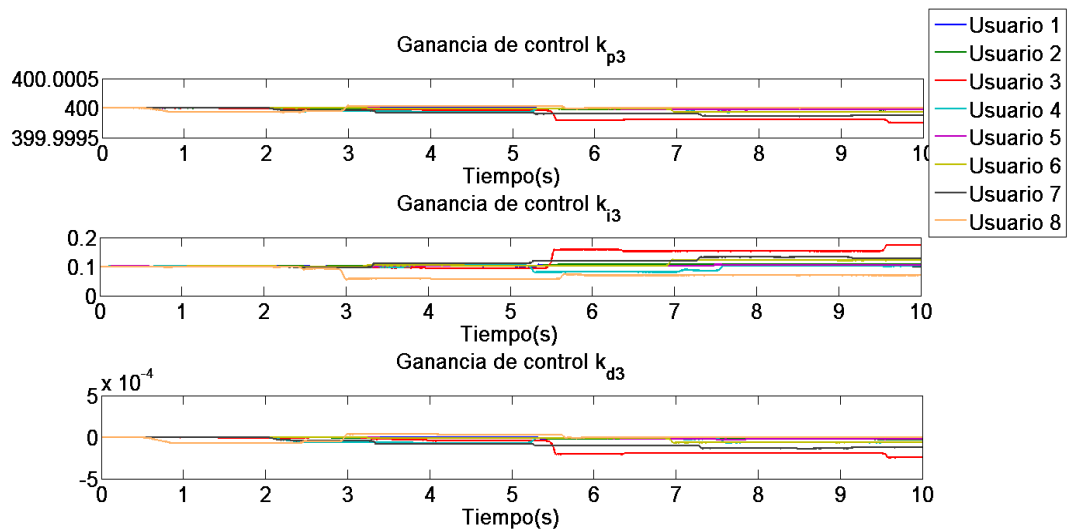


Figura 5.20: Actualización de las ganancias  $K_{p3}$ ,  $K_{i3}$  y  $K_{d3}$ .

En la Figura 5.21 podemos observar el comportamiento de la energía suministrada a los actuadores.

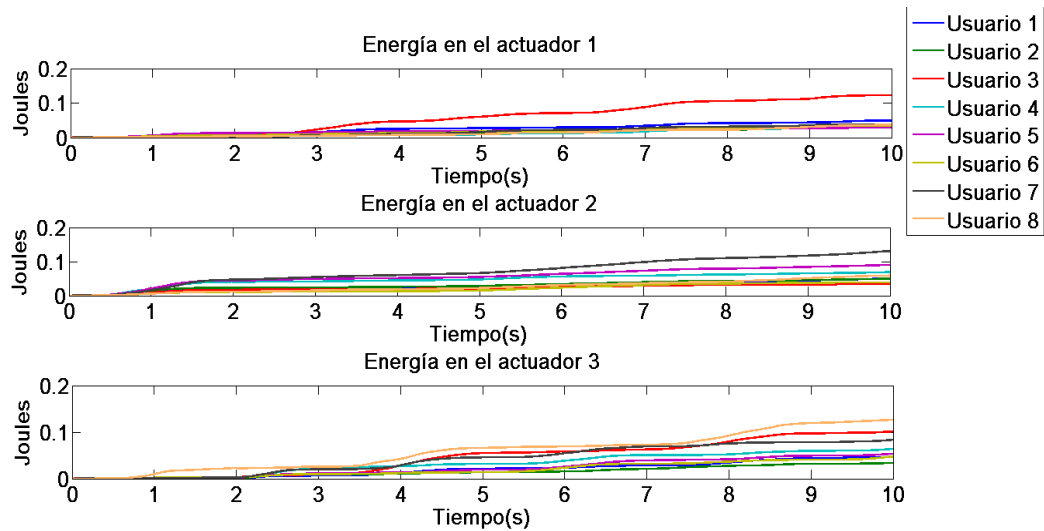


Figura 5.21: Energía aplicada a los actuadores del dispositivo PHANTOM OMNI con control PID *Wavenet* y usuarios en el lazo.

En la figura 5.22 se puede observar la energía total suministrada a el dispositivo, así como el comportamiento de esta respecto del tiempo en que se realizó la tarea, siendo la máxima energía suministrada por el usuario 3 de 0.02117 Joules y la mínima la presente el usuario 2 de 0.08439 Joules

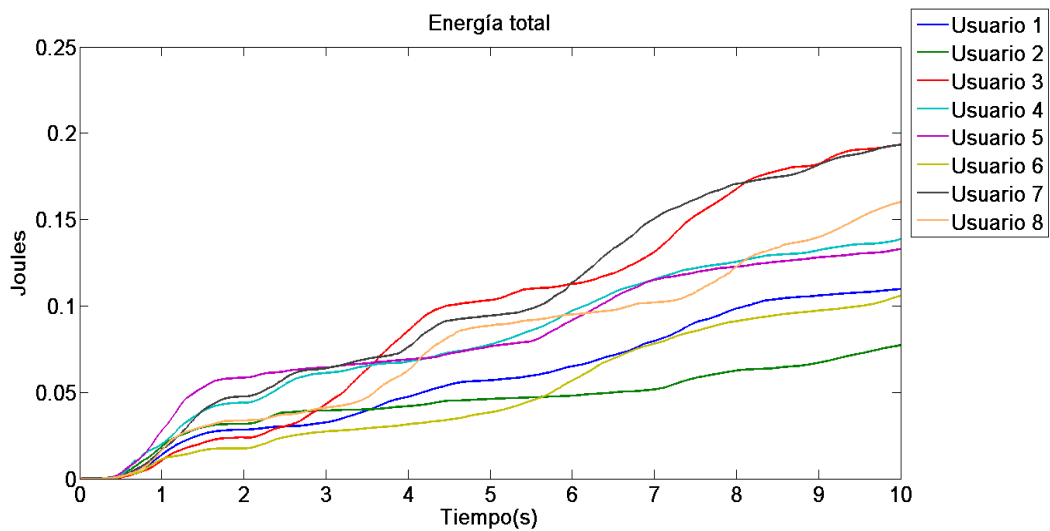


Figura 5.22: Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM OMNI con control PID *Wavenet* y usuario en el lazo.

## 5.4. Control Slotine-Li implementado en el dispositivo PHANToM OMNI y usuario en el lazo

En las siguientes figuras podemos observar los resultados del control Slotine Li implementado en la interfaz háptica PHANToM OMNI con el usuario en el lazo. En la Figura 5.23 podemos observar que el control tiene un buen desempeño, dada la repetitividad que se tiene al realizar la trayectoria dada la Figura 4.1, esto con usuarios en el lazo.

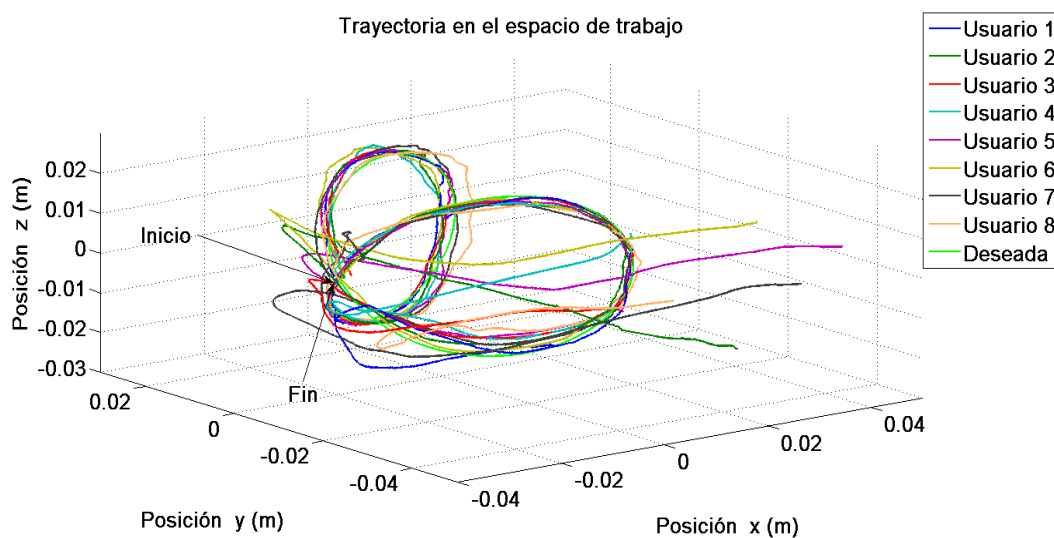


Figura 5.23: Espacio de trabajo del dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine-Li y usuarios en el lazo.

En la Figura 5.24 observar los resultados en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ , concluyendo que existe convergencia a la trayectoria deseada.

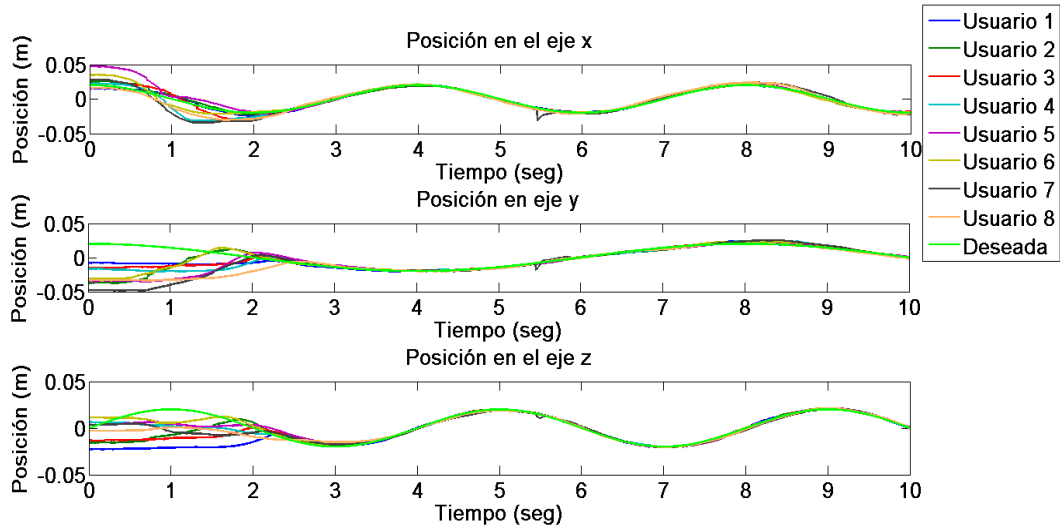


Figura 5.24: Posición cartesiana del dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine-Li y usuario en el lazo.

En la Figura 5.25 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

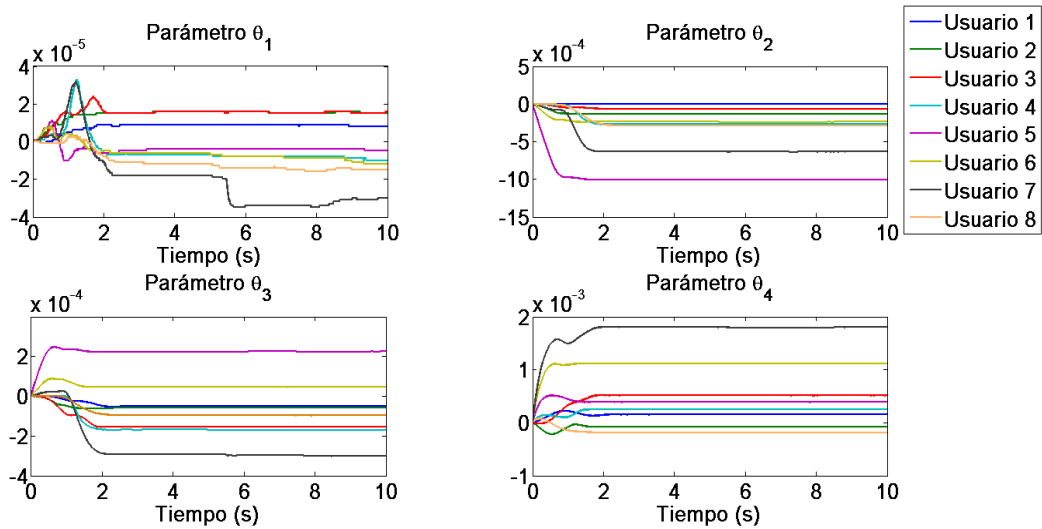


Figura 5.25: Actualización de los parámetros  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_4$ .

En la Figura 5.26 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

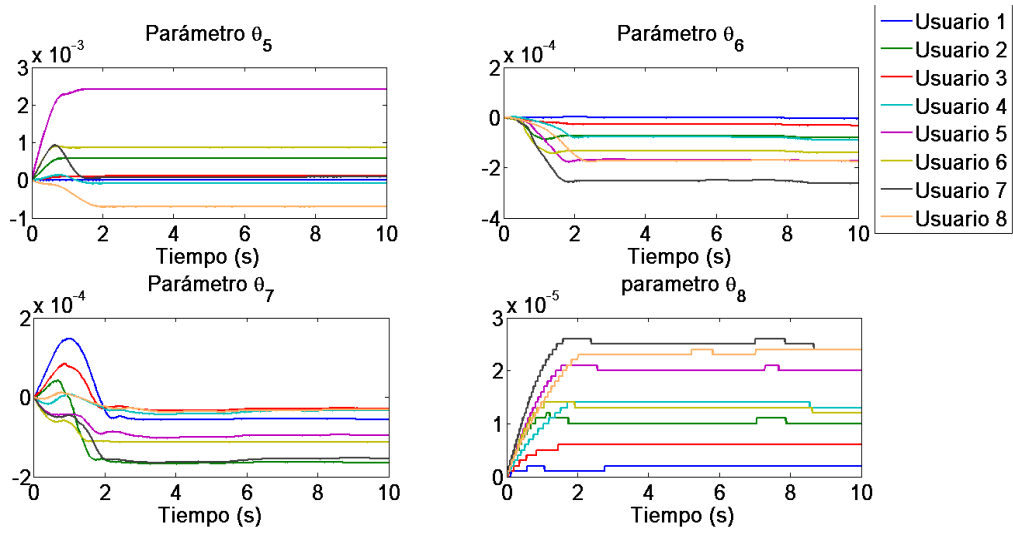


Figura 5.26: Actualización de los parámetros  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ .

En la Figura 5.27 podemos observar la actualización de los parámetros  $\theta_9$  y  $\theta_{10}$ , respecto del tiempo conforme la evolución de la trayectoria.

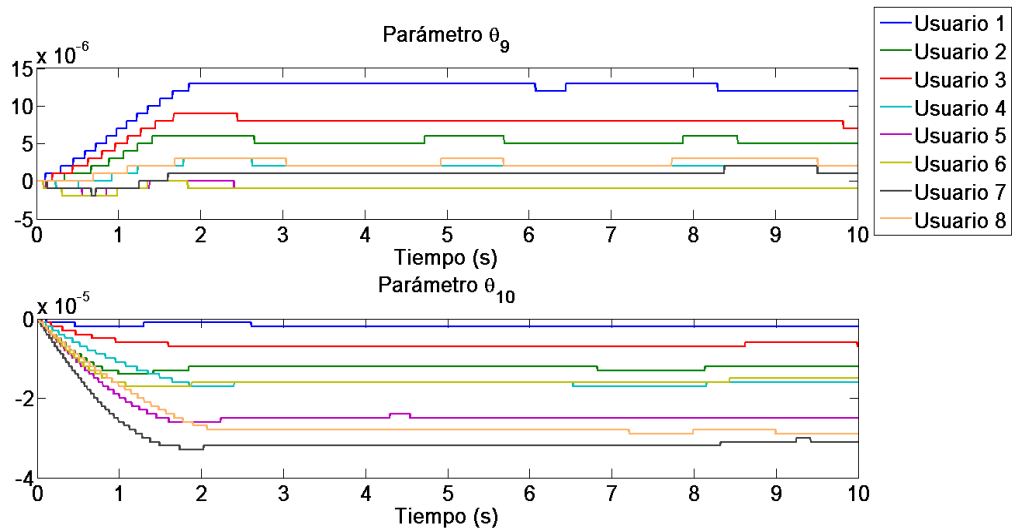


Figura 5.27: Actualización de los parámetros  $\theta_9$  y  $\theta_{10}$ .

En la Figura 5.28 podemos observar el comportamiento de la energía suministrada a los actuadores.

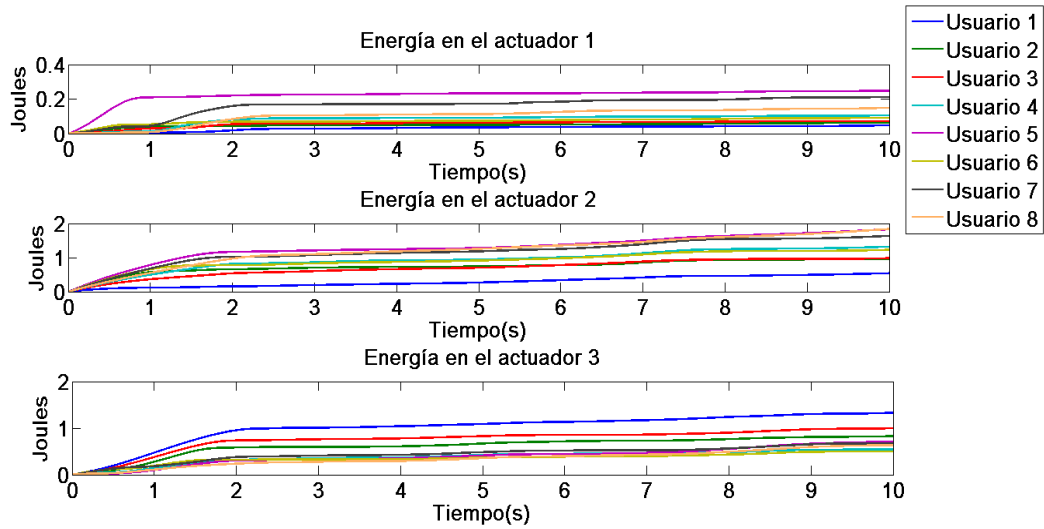


Figura 5.28: Energía aplicada a los actuadores del dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine Li y usuario en el lazo.

En la Figura 5.29 se puede observar la energía total suministrada a el dispositivo, así como el comportamiento de esta respecto del tiempo en que se realizó la tarea, siendo la máxima energía suministrada por el usuario 8 siendo el índice más alto de 2.251 Joules y el mínimo lo presento el usuario 6 de 1.352 Joules

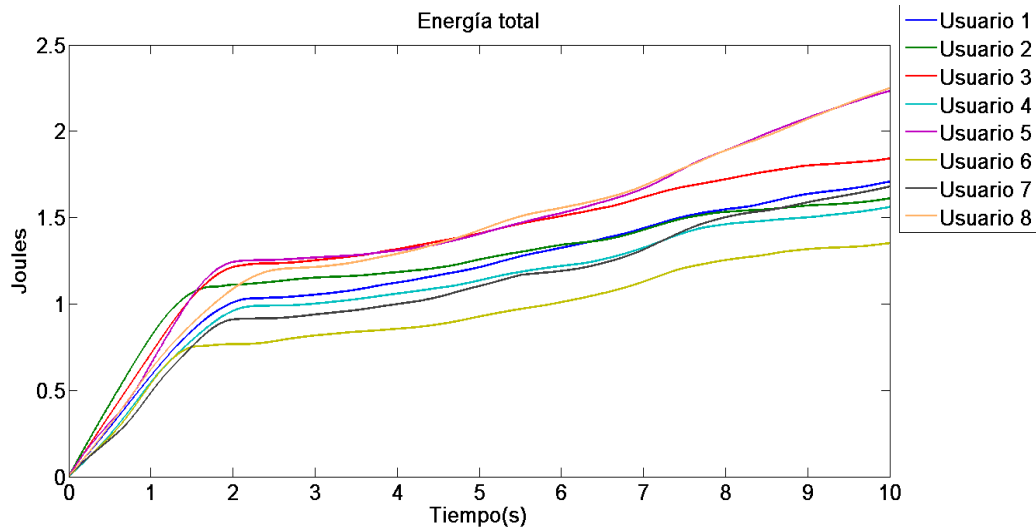


Figura 5.29: Energía total aplicada al dispositivo PHANTOM OMNI con control Slotine Li y usuario en el lazo.

## 5.5. Comentarios

Mediante los resultados obtenidos en esta sección se concluye que los controles tienen un buen desempeño dada la incertidumbre que generan los usuarios una vez que se encuentran en el lazo, de igual manera se observó que existe repetividad al realizar la tarea de seguimiento que se ha designado, por otra parte se puede observar como los parámetros tanto del control Slotine-Li y del control PID *wavenet* tienen cambios respecto del tiempo, lo cual nos permite observar que mediante la actualización de ellos podemos tener la adaptación de los controles. Estos controles presentaron un mejor desempeño implementados en la interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0, esto dado las características que tiene como son mejor resolución de los codificadores ópticos, mejor desempeño de los actuadores. También podemos observar que el control PID Wavenet tiene menor consumo de energía implementado en ambos dispositivos hápticos, al realizar la trayectoria en el espacio de trabajo, sin embargo tiende a converger en un mayor tiempo respecto del control Slotine-Li.

# Capítulo 6

## Aplicación del protocolo NASA TLX

Los resultados obtenidos mediante el protocolo NASA TLX, son de manera subjetiva sobre la carga de trabajo que tuvieron los usuarios, estos bajo la experiencia que tuvieron al realizar las tareas de guiado háptico pasivo con los controles Slotine-Li y PID Wavenet que fueron implementados en las interfaces hápticas PHANToM PREMIUM 1.0 y PHANToM OMNI. Los usuarios que realizaron dicha tarea son 8 de los cuales se identificaron como inexpertos a los usuarios 1, 2, 3 y 8 y como expertos a los usuarios 4, 5, 6 y 7 de los cuales se muestran sus datos en la Tabla 6.1.

	Nombre	Edad	Ocupación
1	Ricardo Palafox Mejía	22	Estudiante
2	Guillermo Cañada Mendoza	22	Estudiante
3	Daniel Cabañas Reyes	22	Estudiante
4	Teresa Ortega Montiel	27	Estudiante
5	Máximo Ramírez Melo	24	Estudiante
6	Antonio Barrera Guzmán	21	Estudiante
7	Mario Oscar Ordaz Oliver	29	Profesor por asignaturas
8	Daniel Rodríguez Morales	47	Intendente

Tabla 6.1: Datos de usuarios.

### 6.1. Índice de carga de trabajo con interfaz PHANToM OMNI

En la Figura 6.1 podemos observar el índice de carga de trabajo que tuvo cada usuario con el control Slotine-Li implementado en la interfaz háptica PHANToM

OMNI, de donde se puede deducir que la dimensión que tuvo mayor puntaje fue la de rendimiento siendo la ponderación más alta de 20 % del usuario 8 seguida de la dimensión carga temporal, la cual presentó una ponderación de 18.33 % por parte del usuario 7 mientras la dimensión que tuvo menor relevancia fue la de nivel de frustración siendo de esta la máxima ponderación de 5.33 % la cual presentó el usuario 3.

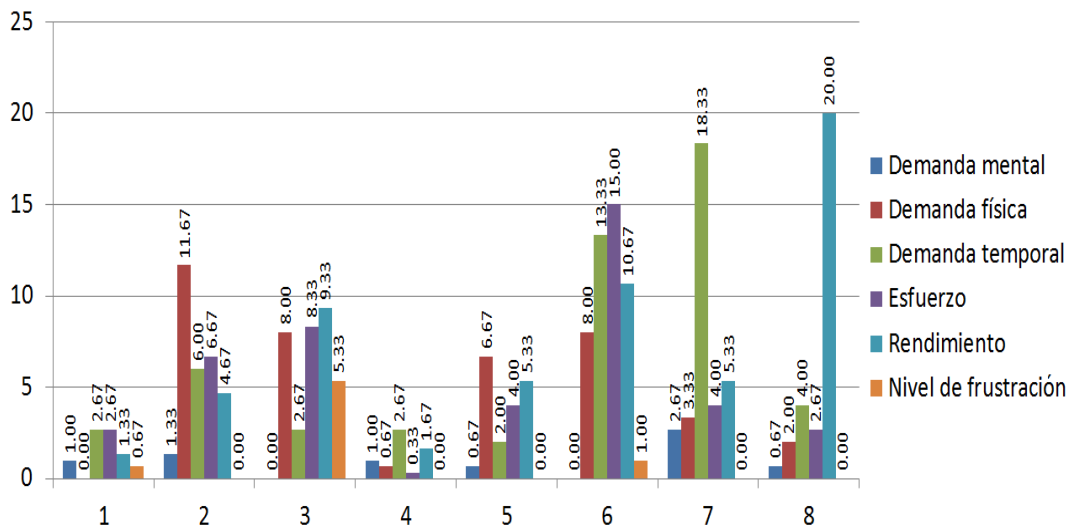


Figura 6.1: Índice de carga de trabajo con el control Slotine-Li implementado en interfaz PAHNTom OMNI.

En la Figura 6.2 podemos observar el índice de carga de trabajo que tuvo cada usuario con el control PID *Wavenet* implementado en la interfaz háptica PHANTom OMNI, de donde se puede deducir que la dimensión que tuvo mayor puntaje fue la de rendimiento siendo la ponderación más alta de 18 % del usuario 3 seguida de la dimensión demanda física, la cual presentó una ponderación de 11.66 % por parte del usuario 2 mientras la dimensión que tuvo menor relevancia fue la de nivel de frustración siendo de esta la máxima ponderación de 0.33

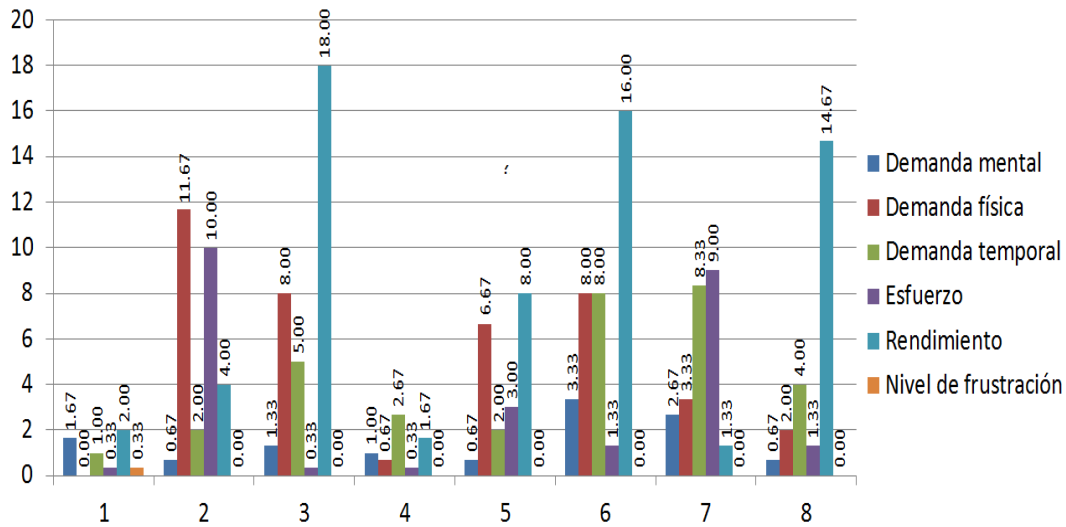


Figura 6.2: Índice de carga de trabajo con el control PID *Wavenet* implementado en interfaz PAHNTom OMNI.

En la Figura 6.3 podemos observar el índice de carga de trabajo total que tuvo cada usuario con los controles Slotine-Li y PID *Wavenet* implementados en la interfaz háptica PHANTom OMNI, de donde se puede deducir que el control PID *Wavenet* presentó menor carga de trabajo para los usuarios presentando un índice máximo de 40.33% mientras que el control Slotine-Li presentó un índice de carga de trabajo de 48%.

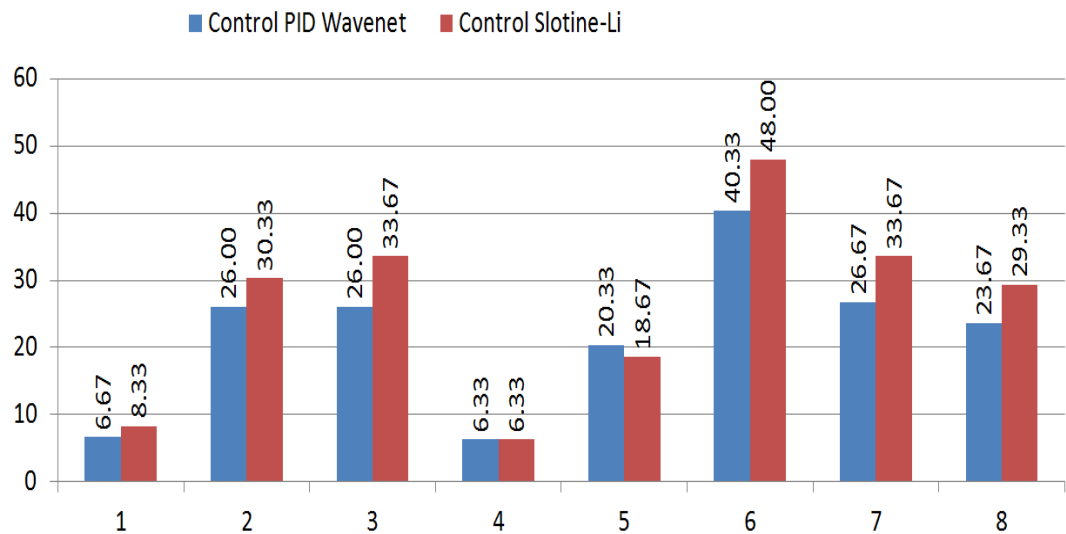


Figura 6.3: Índice total de carga de trabajo con los controles Slotine-Li y PID *Wavenet* implementados en la interfaz PAHNTom OMNI

## 6.2. Índice de carga de trabajo con interfaz PHANToM PREMIUM 1.0

En la Figura 6.4 podemos observar el índice de carga de trabajo que tuvo cada usuario con el control Slotine-Li implementado en la interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0, de donde se puede deducir que la dimensión que tuvo mayor ponderación fue la de demanda física, siendo la ponderación más alta de 15 % del usuario 6 seguida de la dimensión de rendimiento, la cual presentó una ponderación de 13.00 % por parte del mismo usuario; mientras la dimensión que tuvo menor relevancia fue la de demanda mental, siendo de esta la máxima ponderación de 2 % la cual presentó el usuario 1.

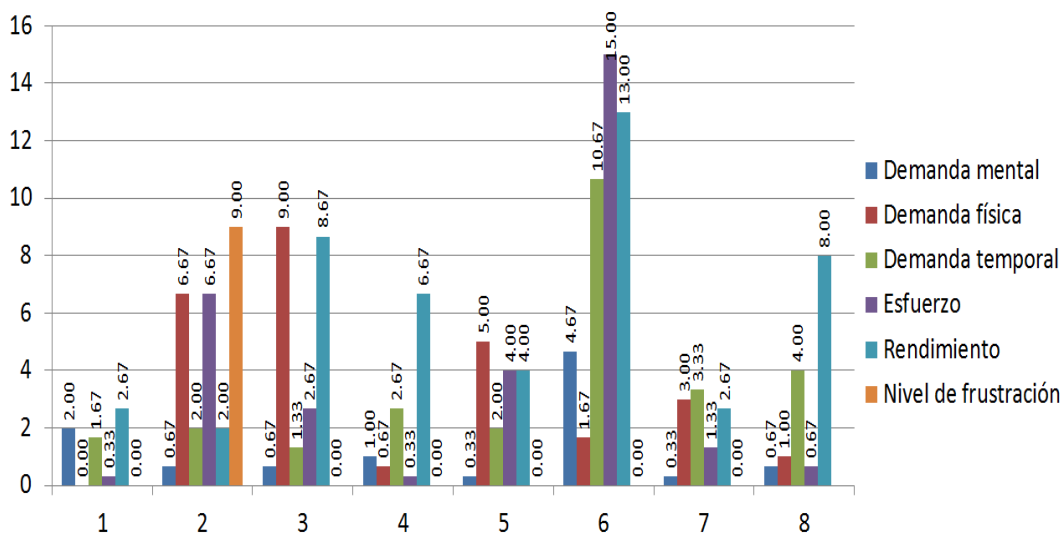


Figura 6.4: Índice de carga de trabajo con el control Slotine-Li implementado en interfaz PAHNToM PREMIUM 1.0.

En la Figura 6.5 podemos observar el índice de carga de trabajo que tuvo cada usuario con el control PID *wavenet* implementado en la interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0, de donde se puede deducir que la dimensión que tuvo mayor ponderación fue la de rendimiento, siendo la ponderación más alta de 33.33 % del usuario 8 seguida de la dimensión de nivel de demanda temporal, la cual presentó una ponderación de 18.33 % por parte del usuario 7; mientras la dimensión que tuvo menor relevancia fue la de demanda mental, siendo de esta la máxima ponderación de 3.33 % la cual presentó el usuario 1.

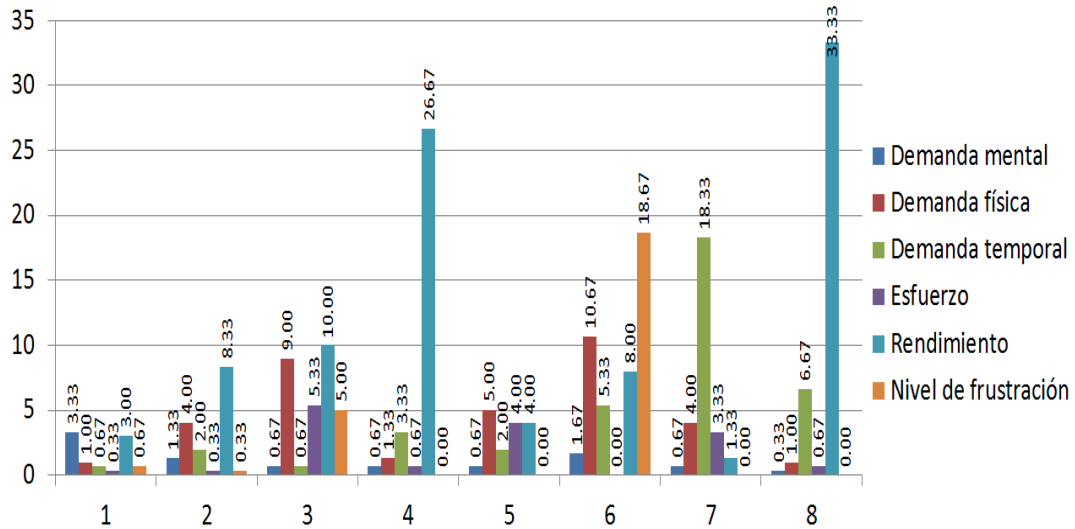


Figura 6.5: Índice de carga de trabajo con el control PID *Wavenet* implementado en interfaz PAHNTom PREMIUM 1.0.

En la Figura 6.6 podemos observar el índice de carga de trabajo total que tuvo cada usuario con los controles Slotine-Li y PID *Wavenet* implementados en la interfaz háptica PHANTom PREMIUM 1.0, de donde se puede deducir que el control PID *Wavenet* presentó menor carga de trabajo para los usuarios presentando un índice máximo de 44.33 % mientras que el control Slotine-Li presentó un índice de carga de trabajo de 45 %.

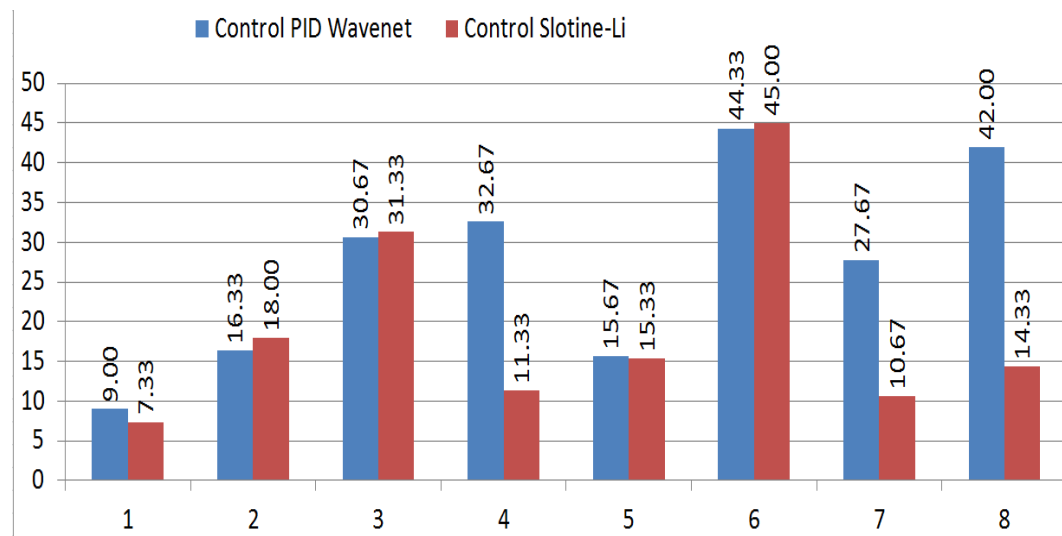


Figura 6.6: Índice total de carga de trabajo con los controles Slotine-Li y PID *Wavenet* implementados en la interfaz PHANTom PREMIUM 1.0.

### **6.3. Comentarios**

Utilizando este método obtuvimos que el control PID Wavenet implementado en los dispositivos generó menor carga de trabajo; por otro lado la dimensión que mostró mayor carga de trabajo es la de rendimiento, lo cual nos dice que a los usuarios le dieron mayor importancia al rendimiento del guiado mientras que la dimensión que mostro menor valor fue la de frustración, es decir los usuarios no se frustraron al realizar la tarea.

# Capítulo 7

## Conclusiones y trabajos futuros

### 7.1. Conclusiones

Dentro de los resultados mostrados en este trabajo de investigación se concluye que la utilización de estrategias de control adaptables permite la convergencia de las tareas de planificación implementadas; por otro lado al tener un usuario (operador) en el lazo se genera incertidumbre lo cual para cada individuo dadas la condiciones antropométricas demandan que se realice la resintonización a partir de la identificación de la salida para el control PID wavenet e identificación de los parámetros para la parametrización lineal en el control Slotine Li para cada usuario, esto lo realizan los controles adaptables en línea, es decir mientras se realiza la tarea, permitiendo así ya sea para el caso de terapia física, no se tenga que realizar una infinidad de cambios en las ganancias propias de los controles, he ahí el caso de estudio que se realizó. Dentro de este estudio se concluye bajo la obtención de la energía que el control PID Wavenet tuvo una menor demanda energía, sin embargo tarda mas tiempo en converger a la trayectoria deseada. También se tiene el estudio de la carga de trabajo para cada interfaz háptica así como de los controles implementados determinando que el control Slotine-Li generó mayor carga de trabajo al usuario tambien haciendo una comparativa de los datos obtenidos los usuarios determinaron que la plataforma PHANToM OMNI les generó menor carga de trabajo. Este estudio también se determinó que el desempeño de la interfaz PHANToM PREMIUM 1.0 tubo un mejor desempeño para la tarea de guiado háptico propuesta.

### 7.2. Trabajos futuros

- Implementar estas estrategias de control con usuarios que tengan problemas de espasticidad en miembro superior, esto en algún centro de rehabilitación.

- Someter un artículo con el estudio comparativo de las estrategias de control PID Wavenet y Slotine Li adaptable.

# Apéndice A

## Modelos matemáticos de interfaces hápticas

### A.1. Modelos matemáticos dispositivo PHANTOM PREMIUM 1.0

#### A.1.1. Modelo cinemático

##### A.1.1.1. Modelo cinemático de posición

La cinemática directa de posición [29] permite conocer el desempeño del robot en el espacio de trabajo el cual se encuentra en un plano cartesiano.

$$\begin{aligned}X &= S_1(L_1C_2 + L_2C_3) \\Y &= L_2 - L_2C_3 + L_1S_2 \\Z &= C_1(L_1C_2 + L_2C_3)\end{aligned}$$

##### A.1.1.2. Modelo cinemático inverso de posición

El modelo cinemático inverso de posición consiste en la expresión de los ángulos  $q_i$  de cada articulación en función de la posición del efector final, en coordenadas cartesianas.

$$q_1 = \text{atan2}(x, (z + L_1))$$

Las distancias  $r$ ,  $R$  y los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  están descritos por

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + (y - L_2)^2 + (z + L_1)^2} \\ R &= \sqrt{x^2 + (z + L_1)^2} \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - r^2}{2L_1L_2}\right) \\ \beta &= \text{atan2}(y - L_2, R) \\ \gamma &= \arccos\left(\frac{L_1^2 + r^2 - L_2^2}{2L_1r}\right) \end{aligned}$$

Físicamente, el dispositivo háptico PHANToM Premium 1.0 implica que  $\gamma > 0$  y  $\alpha > 0$ , por lo tanto aplicando la ley de cosenos

$$q_2 = \alpha + \beta$$

$$q_3 = q_2 + \alpha - \pi/2$$

Note que si  $\alpha = 180$  no implica ley de cosenos y físicamente el dispositivo háptico está sobre su límite máximo en el espacio de trabajo.

#### A.1.1.3. Modelo cinemático directo de velocidad

El modelo cinemático de velocidad relaciona a la velocidad articular en términos de la velocidad operacional y viceversa, y corresponde a la derivada temporal del modelo cinemático de posición y que de esta manera se genera la matriz Jacobiana  $J$ .

$$J = \begin{bmatrix} L_1C_1C_2 + L_2S_3S_3C_1 & -L_1S_1S_2 & L_2S_1C_3 \\ 0 & L_1C_2 & L_2S_3 \\ -(L_1S_1C_2 + L_2S_1S_3) & -L_1S_2C_1 & L_2C_1C_3 \end{bmatrix}$$

#### A.1.1.4. Modelo cinemático inverso de velocidad.

El modelo cinemático inverso de velocidad de PHANToM 1.0 esta definido por  $\dot{q} = J^{-1}\dot{x}$ , donde  $J^{-1}$  es la matriz inversa de la matriz Jacobiana

#### A.1.1.5. Modelo cinemático directo de aceleración

Este modelo permite el mapeo de las aceleraciones articulares a las operacionales, y es definido a partir de la derivada temporal de

$$\ddot{x} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} \quad (\text{A.1})$$

donde:

$$\begin{aligned}
\dot{J}_{11} &= -\{L_1 S_1 C_2 + L_2 S_1 S_3\} \dot{q}_1 - L_1 S_2 C_1 \dot{q}_2 + L_2 C_1 C_3 \dot{q}_3 \\
\dot{J}_{12} &= -L_1 S_2 C_1 \dot{q}_1 - L_1 S_1 C_2 \dot{q}_2 \\
\dot{J}_{13} &= L_2 C_1 C_3 \dot{q}_1 - L_2 S_1 S_3 \dot{q}_3 \\
\dot{J}_{21} &= 0 \\
\dot{J}_{22} &= -L_1 S_2 \dot{q}_2 \\
\dot{J}_{23} &= L_2 C_3 \dot{q}_3 \\
\dot{J}_{31} &= -\{L_1 C_1 C_2 + L_2 S_3 C_1\} \dot{q}_1 + L_1 S_1 S_2 \dot{q}_2 - L_2 S_1 C_3 \dot{q}_3 \\
\dot{J}_{32} &= L_1 S_1 S_2 \dot{q}_1 - L_1 C_1 C_2 \dot{q}_2 \\
\dot{J}_{33} &= -L_2 S_1 C_3 \dot{q}_1 - L_2 S_3 C_1 \dot{q}_3
\end{aligned}$$

## A.2. Modelo cinemático inverso de aceleración

Es el conjunto de ecuaciones que permite conocer la aceleración articular en términos de la aceleración operacional y de la velocidad articular, definida como:

$$\ddot{q} = J^{-1} \{ \ddot{x} - \dot{J} \dot{q} \}. \quad (\text{A.2})$$

### A.2.1. Modelo dinámico

Formulación Euler-Lagrange.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i$$

De donde:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n K_i - P_i$$

donde:

$q_i$  : Posición articular.

$\dot{q}_i$  : Velocidad articular.

$K_i$  : Energía cinética del  $i$ -ésimo eslabón.

$P_i$  : Energía potencial del  $i$ -ésimo eslabón.

Energía cinética:

$$K_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} * m_i * v_i^2$$

Energía potencial:

$$P_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} * m_i * g * h_i^2$$

donde:

$m_i$  : Masa del  $i$ -ésimo eslabón.

$v_i$  : Velocidad articular.

$n$  : Número de grados de libertad.

El comportamiento dinámico de un robot se representa como:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(q) = \tau$$

donde:

$H(q)\ddot{q}$  : Matriz de fuerzas inerciales.

$C(q)\dot{q}$  : Matriz de fuerzas de coriolis y centrípetas.

$G(q :)$  Vector de fuerzas gravitacionales.

$F(q :)$  Vector de fricción.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} L - \frac{\partial}{\partial q_i} L = \tau$$

$$L = \sum_{i=1}^n (K_i - P_i)$$

donde:

$q_i$  : posición articular.

$\dot{q}_i$  : velocidad articular.

$K_i$  : energía cinética del  $i$ -ésimo eslabón.

$P_i$  : energía potencial del  $i$ -ésimo eslabón.

Para el caso de estudio de la interfaz,  $n = 3$  gdl. De acuerdo a la formulación antes descrita: Ecuaciones de Movimiento

$$\tau_1 = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} L - \frac{\partial}{\partial q_1} L$$

$$\tau_2 = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_2} L - \frac{\partial}{\partial q_2} L$$

$$\tau_3 = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_3} L - \frac{\partial}{\partial q_3} L$$

$$L = k_1 + k_2 + k_3 - (u_1 + u_2 + u_3)$$

$$\begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & 0 & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & 0 & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

En la tabla A.1 se muestran los parametros que corresponden a la interfaz háptica PHANToM PREMIUM 1.0.

Parámetro	Valor	Unidad
$m_a$	$17.5 \times 10^{-3}$	$kg$
$m_c$	$10.4 \times 10^{-3}$	$kg$
$m_{be}$	0.0214	$kg$
$m_{df}$	0.1106	$kg$
$L_1$	0.1397	$m$
$L_2$	0.1397	$m$
$L_3$	0.0325	$m$
$L_4$	0.368	$m$
$L_5$	0.0527	$m$
$g$	9.81	$m/s^2$

Tabla A.1: Parámetros del modelo dinámico de PHANToM PREMIUM 1.0

$$\begin{aligned} h_{11} &= (0.5L_1^2 + 0.125L_2^2)m_a + (0.125L_1^2 + 0.5L_3^2)m_c \\ &\quad + 0.125L_1^2(4m_a + m_c)C_{22} - 0.125(L_2^2m_a + 4L_3^2m_c)C_{23} \\ &\quad + 0.125L_1(L_2m_a + L_3m_c)C_2S_3 \\ h_{22} &= L_1^2(m_a + 0.25m_c) \\ h_{23} &= -0.5L_1(L_2m_a + L_3m_c)S_{2-3} \\ h_{32} &= -0.5L_1(L_2m_a + L_3m_c)S_{2-3} \\ h_{33} &= 0.25L_2^2m_a + L_3^2m_c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{11} &= 0.25(-2S_2[L_1^2(4m_a + m_c)C_2 + 2L_1(L_2m_a \\
&\quad + L_3m_c)S_3]\dot{q}_2) + 0.25C_32L_1(L_2m_a + L_3m_c)C_2 \\
&\quad + (L_2^2m_a + 4L_3^2m_c)S_3q_3 \\
c_{12} &= -0.25L_1^2(4m_a + m_c)S_{22} + 4L_1(L_2m_a + L_3m_c)S_2S_3\dot{q}_1 \\
c_{13} &= -0.125 - 4L_1(L_2m_a + L_3m_c)C_2C_3 - (L_2^2m_a + 4L_3^2m_c)S_{23}\dot{q}_1 \\
c_{21} &= 0.25(L_1^2(4m_a + m_c)S_{22} - 4L_1(L_2m_a + L_3m_c)S_2S_3)\dot{q}_1 \\
c_{23} &= 0.5L_1(L_2m_a + L_3m_c)C_{2-3}\dot{q}_3 \\
c_{31} &= 0.125 - 4L_1(L_2m_a + L_3m_c)C_2C_3 + (L_2^2m_a + 4L_3^2m_c)S_{23}\dot{q}_1 \\
c_{33} &= 0.5L_1(L_2m_a + L_3m_c)C_{2-3}\dot{q}_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_1 &= 0 \\
g_2 &= g(L_1(m_a + 0.5m_c) + L_5m_{be})C_2 \\
g_3 &= g(0.5L_2m_a + L_3m_c - L_6m_{df})S_3
\end{aligned}$$

### A.3. Modelos matemáticos dispositivo PHANToM OMNI

#### A.3.1. Modelo cinemático

##### A.3.1.1. Modelo cinemático directo de posición

Una vez encontrada la matriz de transformación homogénea aplicando el algoritmo de Denavit-Hartenberg, se pueden definir las ecuaciones que describen el modelo directo de posición expresadas como [45] [29]

$$\begin{aligned}
x &= -S_1(L_2S_3) + L_1C_2 \\
y &= L_3 - L_2C_3 + L_1S_2 \\
&= L_2C_1S_3 + L_1C_1C_2 - L_4
\end{aligned}$$

donde  $L_1$  y  $L_2$  corresponden a la longitud de los eslabones 1 y 2 respectivamente y  $L_3$  y  $L_4$  definen la compensación de la transformación del espacio de trabajo entre el origen del efector final y el primer eslabón.

**A.3.1.2. Modelo cinemático inverso de posición**

De esta manera se obtiene  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$ , que están definidos por

$$q_1 = -\text{atan2}(x, (y + L_4))$$

$$q_2 = \gamma + \beta$$

$$q_3 = \theta_2 + \alpha - \pi/2$$

Las distancias  $r$ ,  $R$  y los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  están descritos por

$$r = \sqrt{x^2 + (y - L_3)^2 + (z + L_4)^2}$$

$$R = \sqrt{x^2 + (z + L_4)^2}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - r^2}{2L_1L_2}\right)$$

$$\beta = \text{atan2}(y - L_3, R)$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{L_1^2 + r^2 - L_2^2}{2L_1r}\right)$$

**A.3.1.3. Modelo cinemático directo de velocidad**

De acuerdo a la ecuación (A.3.1.1) el modelo cinemático directo de velocidad de PHANToM Omni está descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1(L_2S_3 + L_1C_2) & L_1S_1S_2 & -L_2S_1C_3 \\ 0 & L_1C_2 & L_2S_3 \\ -L_1S_1C_2 - L_2S_1S_3 & -L_1S_2C_1 & L_2C_1C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

por lo tanto la matriz Jacobiana se define como

$$J = \begin{bmatrix} -C_1(L_2S_3 + L_1C_2) & L_1S_1S_2 & -L_2S_1C_3 \\ 0 & L_1C_2 & L_2S_3 \\ -L_1S_1C_2 - L_2S_1S_3 & -L_1S_2C_1 & L_2C_1C_3 \end{bmatrix}$$

**A.3.1.4. Modelo cinemático inverso de velocidad**

El modelo cinemático inverso de velocidad de PHANToM Omni está definido por

$$\dot{q} = J^{-1}\dot{X}$$

donde el determinante del Jacobiano está dada por

$$\begin{aligned} \det(J) = & (-L_2C_1S_3 - L_1C_1C_2)(L_1L_2C_1C_2C_3S_2S_3) \\ & - (L_2S_1S_3 + L_1S_1C_2)(L_1L_2S_1S_2S_3C_2C_3) \end{aligned}$$

El Jacobiano inverso se define como

$$J(\rho(X, Y, Z))^{-1} = \begin{bmatrix} JI11 & JI12 & JI13 \\ JI21 & JI22 & JI23 \\ JI31 & JI32 & JI33 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} JI11 &= (J22 \cdot J33 - J32 \cdot J23)/\text{Det}(J) \\ JI12 &= (-J12 \cdot J33 + J13 \cdot J32)/\text{Det}(J) \\ JI13 &= (J12 \cdot J23 - J13 \cdot J22)/\text{Det}(J) \\ JI21 &= (J23 \cdot J31 - J21 \cdot J33)/\text{Det}(J) \\ JI22 &= (J11 \cdot J33 - J13 \cdot J31)/\text{Det}(J) \\ JI23 &= (-J11 \cdot J23 + J13 \cdot J21)/\text{Det}(J) \\ JI31 &= (J21 \cdot J32 - J22 \cdot J31)/\text{Det}(J) \\ JI32 &= (-J11 \cdot J32 + J12 \cdot J31)/\text{Det}(J) \\ JI33 &= (J11 \cdot J22 - J12 \cdot J21)/\text{Det}(J) \end{aligned}$$

### A.3.1.5. Modelo cinemático directo de aceleración

El modelo cinemático directo de aceleración está descrito por

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{11} &= \{L_1S_1C_2 + L_2S_1S_3\}\dot{q}_1 + L_1S_2C_1\dot{q}_2 - L_2C_1C_3\dot{q}_3 \\ \dot{J}_{12} &= L_1S_2C_1\dot{q}_1 + L_1S_1C_2\dot{q}_2 \\ \dot{J}_{13} &= L_1C_1C_3\dot{q}_1 - L_1S_1S_3\dot{q}_3 \\ \dot{J}_{21} &= 0 \\ \dot{J}_{22} &= -L_1S_2\dot{q}_2 \\ \dot{J}_{23} &= L_2C_3\dot{q}_3 \\ \dot{J}_{31} &= -\{L_1C_1C_2 + L_2S_3C_1\}\dot{q}_1 + L_1S_1S_2\dot{q}_2 - L_2S_1C_3\dot{q}_3 \\ \dot{J}_{32} &= L_1S_1S_2\dot{q}_1 - L_1C_1C_2\dot{q}_2 \\ \dot{J}_{33} &= -L_2S_1C_3\dot{q}_1 - L_2S_3C_1\dot{q}_3 \end{aligned}$$

**A.3.1.6. Modelo cinemático inverso de aceleración**

El modelo cinemático inverso de aceleración está descrito por

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = J^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \right\}$$

**A.3.1.7. Modelo Dinámico**

El modelo dinámico del dispositivo háptico PHANToM OMNI puede ser representado por la ecuación general de robots manipuladores descrita anteriormente. Los parámetros aproximados de longitudes y masas de los eslabones se muestran en la Tabla A.2 [66].

Parámetro	Valor	Unidad
$L1$	0.1333	$m$
$L2$	0.1333	$m$
$L3$	0.0233	$m$
$L4$	0.1683	$m$
$\theta_1$	$1.798 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_2$	$0.864 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_3$	$0.486 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_4$	$2.766 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_5$	$0.308 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_6$	$2.526 \times 10^{-3}$	$Kgm^2$
$\theta_7$	$0.652 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$
$\theta_8$	$164.158 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$
$\theta_9$	$94.050 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$
$\theta_{10}$	$117.294 \times 10^{-3}$	$Kgm^3/s^2$

Tabla A.2: Parámetros del modelo dinámico de PHANToM OMNI

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

donde:

$$h_{11} = \theta_1 + \theta_2 C_{22} + \theta_3 C_{23} + \theta_4 C_2 S_3$$

$$h_{12} = \theta_5 S_2$$

$$h_{13} = 0$$

$$h_{21} = \theta_5 S_2$$

$$h_{22} = \theta_6$$

$$h_{23} = -0.5\theta_4 S_2 - q_3$$

$$h_{31} = 0$$

$$h_{32} = -0.5k_4 S_{2-3}$$

$$h_{33} = \theta_7$$

$$c_{11} = -\theta_2 \dot{q}_2 S_{22} - \theta_3 \dot{q}_3 S_{23} - 0.5\theta_4 \dot{q}_2 S_2 S_3 + 0.5\theta_4 \dot{q}_3 C_2 C_3$$

$$c_{12} = -\theta_2 \dot{q}_1 S_{22} + \theta_5 \dot{\theta}_2 C_2 - 0.5\theta_4 \dot{q}_1 S_2 S_3$$

$$c_{13} = -\theta_3 \dot{q}_1 S_{23} + 0.5\theta_4 \dot{q}_1 C_2 C_3$$

$$c_{21} = \theta_2 \dot{q}_1 S_{22} + 0.5\theta_4 \dot{q}_1 S_2 S_3$$

$$c_{22} = 0$$

$$c_{23} = 0.5\theta_4 \dot{q}_3 C_{2-3}$$

$$c_{31} = \theta_3 \dot{q}_1 S_{23} + 0.5\theta_4 \dot{q}_1 C_2 C_3$$

$$c_{32} = -0.5\theta_4 \dot{q}_2 C_{2-3}$$

$$c_{33} = 0$$

$$g_1 = 0$$

$$g_2 = \theta_8 C_2 + \theta_{10}(q_2 - 0.5\pi)$$

$$g_3 = \theta_9 \sin(\theta_3)$$

# Glosario

**Actuador.** Dispositivo capaz de convertir energía eléctrica, hidráulica u otro tipo de energía en movimiento [54].

**Algoritmo.** Conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema.

**Aprendizaje no supervisado.** También conocido como aprendizaje auto-supervisado, no se requiere influencia externa para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas. No se recibe ninguna información por parte del entorno que indique si la salida generada en respuesta a una determinada entrada es correcta o no.

**Aprendizaje supervisado.** Tipo de aprendizaje basado en una respuesta preprogramada para una entrada particular. Es decir, cada par de entrenamiento está compuesto por los valores de entrada a la red y los valores de salida deseados para tales entradas [50].

**Aprendizaje.** Proceso por el cual los parámetros libres de una red neuronal son adaptados a través de estimulaciones generadas por el entorno en el cual la red neuronal está empotrada [50].

**Arquitectura.** En redes neuronales consiste en la organización y disposición de las neuronas formando capas y la forma en que se conectan entre sí. En este sentido, los parámetros fundamentales de la red que constituyen su arquitectura son: el número de capas, el número de neuronas por capa, el grado de conectividad y el tipo de conexiones entre neuronas.

**Axón.** Prolongación filiforme de la célula nerviosa, a través de la cual viaja el impulso nervioso de forma unidireccional, y que establece contacto con otra célula (neurona) mediante ramificaciones terminales [50].

**Cinemática de robot.** Estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo, y en particular por

las relaciones entre la posición y la orientación del extremo final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares [11].

**Codificador (Encoder).** Dispositivo de retroalimentación que convierte un movimiento mecánico en señales eléctricas, las cuales indican la posición de un actuador [60].

**Control adaptable.** Esquema de control en el cual los parámetros del controlador se ajustan ante cambios de la planta, de manera que el comportamiento en lazo cerrado conserva las características deseadas de diseño. El control adaptable es inherentemente no lineal. Se aplica a sistemas con parámetros que varían lentamente en el tiempo [59].

**Control.** Proceso mediante el cual un sistema es llevado a parámetros preestablecidos [62].

**Convergencia.** Es la propiedad de algunas sucesiones y series de tender progresivamente a un límite. Entonces, acertar la convergencia de una sucesión significa que hay un límite para tal sucesión [11].

**Dinámica de un robot.** Estudia el movimiento de mecanismos bajo la influencia de fuerzas y pares [11].

**Déndrita.** Prolongación protoplásmica ramificada de la célula nerviosa (neurona).

**Energía.** Capacidad de realizar un trabajo [56].

**Entrenamiento.** Se refiere al proceso consciente y planeado de transferir conocimiento, habilidades y capacidades [56].

**Época.** Presentación completa del conjunto de entrenamiento a la red neuronal [21].

**Espacio de estado.** Espacio de  $n$  dimensiones, donde cualquier estado de un sistema dado puede ser representado como un punto [47].

**Estabilidad.** Condición en la cual las variables críticas de un sistema dinámico se mantienen invariables o permanecen dentro de unos límites determinados [11].

**Estado.** Conjunto mínimo de variables de un sistema dado (variables de estado), tal que, conociendo su valor en un instante dado, permiten conocer la respuesta del sistema ante cualquier señal de entrada o perturbación [47].

**Función de activación.** Sirve para limitar la amplitud de la neurona de salida. La función de activación limita el rango de amplitud permisible de la señal de salida a algún valor finito [22].

- Función suave.** La función  $f$  se dice que es suave si sus derivadas parciales de cualquier orden existen y son continuas.
- Función wavelet hija.** Es una función wavelet resultado de dilatar o contraer y trasladar una función wavelet madre [5].
- Función wavelet madre.** Es una función wavelet que se puede dilatar o contraer y trasladar, generando funciones wavelet hijas [5].
- Función Wavelet.** Es una función de onda oscilatoria de duración muy corta, también se le llama ondoleta.
- Grados de libertad.** Número de coordenadas que describen de manera única la posición de todos los eslabones de un sistema [44].
- Guiado háptico activo.** El usuario controla sus propias acciones [48].
- Guiado háptico pasivo.** El usuario es guiado por un agente externo [48].
- Guiado háptico.** Técnica común para enseñar a los pacientes durante las pautas de movimiento deseado durante una rehabilitación motriz [1].
- Hamiltoniano.** Suma de energía cinética y potencial [52].
- Hardware.** Se dice de cualquier componente físico relacionado con cierta tecnología.
- Hemiparesia.** Debilidad o parálisis parcial de una mitad del cuerpo cuyas causas suelen ser las mismas que en la hemiplejía [61].
- Háptica.** Proviene del griego *hápto* (tocar), es el estudio del comportamiento sensorial [55].
- Identificación.** Conjunto de métodos para la obtención de modelos matemáticos a partir de datos experimentales de las entradas y salidas de un sistema. Evitándose la obtención de un modelo a partir de complejas leyes [5].
- Incertidumbre dinámica.** Surge cuando ciertos fenómenos físicos (elasticidad, flexibilidad) no son incluidos en la descripción de la planta, o cuando la descripción del sistema es muy complicada como para dar problemas manejables. [56].
- Incertidumbre.** La incertidumbre surge porque se tiene un conocimiento incompleto o incorrecto del mundo por limitaciones en la forma de representar dicho conocimiento, por ejemplo un sistema experto médico, un robot móvil, un sistema de análisis financiero, un sistema de reconocimiento de voz o imágenes [71].

**Interfaz hombre-robot.** Es utilizar a un robot como un asistente inteligente. En esta aplicación el ser humano tiene a su cargo la toma de decisiones, mientras que un robot se encarga de generar la fuerza [37].

**Interfaz háptica.** Dispositivo en el cual al usuario le permite interactuar con un medio real o virtual teniendo una realimentación, la cual permite sentir fuerza, textura o de alguna forma una interacción sensorial [56].

**Lagrangiano.** Las ecuaciones de movimiento pueden ser derivadas de manera sistemática independientemente del marco de coordenadas de referencia. El Lagrangiano de un sistema mecánico puede ser definido como una función generalizada de coordenadas: la diferencia de energías cinéticas y potenciales [11].

**Manipulabilidad cinemática.** Permite la definición de los índices para la evaluación del comportamiento del robot. Tales índices pueden ser útiles para el diseño mecánico del manipulador y para determinar su apropiada postura para ejecutar una tarea dada en su actual configuración [56].

**Manipulabilidad dinámica.** De acuerdo a las propiedades dinámicas del robot, el índice de manipulabilidad se obtiene por la propiedad definida positiva de la matriz de inercia, se puede distinguir cuando el efector final del robot se acerca a la zona singular cuando el índice de manipulabilidad tiende a ser cero o un valor máximo [56].

**Manipulador.** Mecanismo formado generalmente por elementos en serie, articulados entre sí, destinado al agarre y desplazamiento de objetos. Es multifuncional y puede ser gobernado directamente por un operador humano o mediante dispositivo lógico [44].

**Mayordomo.** En robótica, es un robot que se opone al movimiento del humano cuando este intenta moverse a través de un objeto virtual y lo hace poniendo en los límites del objeto a un objeto real. Proporciona una impedancia mecánica en el ambiente. Sólo puede presenciar estas propiedades para un solo punto a la vez [?].

**Mielomeningocele.** Es un defecto del tubo neural en el cual los huesos de la columna no se forman totalmente, provocando un conducto raquídeo incompleto. Esto lleva a que la médula espinal y las meninges sobresalgan de la espalda del niño [61].

**Modelo matemático.** Es la representación por medio de ecuaciones de la dinámica de un sistema. Es el tipo de modelo más importantes para la ciencia y la tecnología [52].

- Neurona.** Célula nerviosa, elemento fundamental de la arquitectura nerviosa. Es una unidad de procesamiento de información que es fundamental para la operación de una red neuronal [50].
- Pasividad.** Corresponde a no generar más energía de la que se suministra al sistema [53].
- Perceptrón.** Es de una arquitectura de red neuronal estática multicapa, cuyos nodos ocultos tienen una función de activación suave (sigmoideal), mientras que los nodos de salida poseen una función de activación lineal [50].
- Perturbación.** Variable no deseada aplicada a un sistema y la cual tiende a modificar adversamente el valor de una variable controlada. Si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina interna, en tanto que una perturbación externa se produce fuera del sistema y es una entrada [71].
- Punto de equilibrio.** El estado  $\mathbf{x}^*$  se dice que es un punto de equilibrio del sistema  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$  si  $\mathbf{x}(t)$  es igual a  $\mathbf{x}^*$ , para todo  $t \geq t_0$  [62].
- Redes neuronales.** Procesador distribuido masivamente paralelo constituido de unidades de procesamiento simples, el cual tiene una tendencia natural a almacenar conocimiento experimental y hacerlo viable para su posterior uso [22].
- Retroalimentación de fuerza.** Sensación de peso o resistencia en un mundo virtual. La realimentación de fuerza requiere del uso de un dispositivo que produzca una fuerza sobre un cuerpo equivalente (o escalado) al de un objeto real. Esto permite a una persona en el ciberespacio sentir el peso de un objeto virtual, o la resistencia al movimiento que ellos crean [55].
- Retroalimentación.** En el proceso de control consiste en la reinyección de la salida (o algunas salidas) a la entrada del sistema, con el fin de mantener cierto desempeño [46].
- Robot.** Dispositivo generalmente mecánico, que desempeña tareas automáticamente, ya sea de acuerdo a supervisión humana directa, a través de un programa predefinido o siguiendo un conjunto de reglas generales. Generalmente estas tareas reemplazan, asemejan o extienden el trabajo humano, como ensamblaje en manufactura, manipulación de objetos pesados o peligrosos y trabajos en el espacio exterior. [44].
- Robusto.** Poco sensible a errores o incertidumbres de modelado. La tolerancia a fallos se considera sinónimo de robustez [56].

**Robótica asistida.** Es actualmente utilizada en diversos campos inclusive reparaciones en naves o plataformas espaciales, bajo el océano u operaciones de rescate, mantenimiento y manejo de equipo y sustancias nucleares [37].

**Ruido.** Típicamente es una perturbación aleatoria. Señal indeseada presente en un sistema físico [4].

**Sensor.** Dispositivo que convierte un parámetro físico (como temperatura, presión, flujo, velocidad, posición) en una señal eléctrica. En algunos casos se le considera un sinónimo de transductor, pero un verdadero sensor contiene un sistema de acondicionamiento de la señal, de manera que es mucho más sencillo realizar una medición [54].

**Sinapsis.** Son uniones especializadas mediante las cuales las células del sistema nervioso envían señales de unas a otras y a células no neuronales como las musculares o glandulares. Son la estructura elemental y unidad funcional que regulan la interacción entre neuronas [50].

**Sistema dinámico.** Sistema cuya respuesta depende de entradas presentes y pasadas (e incluso futuras), dicho sistema puede ser representado mediante ecuaciones diferenciales dinámicas [56].

**Sistema en tiempo real.** Un sistema de tiempo real (STR) es un sistema informático en el que es significativo el tiempo en el que se producen las acciones. Las acciones deben realizarse dentro de un intervalo de tiempo determinado [70].

**Sistema lineal.** Se dice que un sistema es lineal sí cumple con los principios de homogeneidad y superposición [62].

**Sistema no lineal.** Se dice que un sistema es lineal sí no cumple con los principios de homogeneidad y superposición [62].

**Sistema subactuado.** Sistema con menos actuadores que grados de libertad [4].

**Transformación homogénea.** Se define como matriz de transformación homogénea  $T$  a una matriz de dimensión  $4 \times 4$  que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro. Un conjunto de transformación homogénea básica está dada por  $Trans_{x,\alpha}$ ;  $Rot_{x,\alpha}$ ;  $Trans_{y,b}$ ;  $Rot_{y,\beta}$ ;  $Trans_{z,c}$ ;  $Rot_{x,\gamma}$  para traslaciones y rotaciones alrededor de los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente [64].

**Umbral.** Tiene el efecto de incrementar o decrementar la entrada de la red de la función de activación, dependiendo de si es positivo o negativo, respectivamente [50].

**Variables de estado.** Conjunto más pequeño de variables que determinan el estado de un sistema dinámico [47].

**Vector de estado.** Si se necesitan  $n$  variables para describir el estado de un sistema dado, entonces estas  $n$  variables se pueden considerar como los componentes de un vector  $\mathbf{x}$  [47].

# Bibliografía

- [1] O. A. Domínguez Ramírez A. Jarillo Silva. *Joint Control Strategy for Haptic Guidance*. 2010.
- [2] Jose A. Cruz Tolentino Luis E. Ramos Velasco Vicente Parra Vega Alejandro Jarillo Silva, Omar A. Domínguez Ramírez. *Kinesthetic Guided with Graphotherapeutic Purposes*. 2013.
- [3] Vicente Parra-Vega Alejandro Jarillo-Silva, Omar A. Domínguez-Ramírez and J. Patricio Ordaz-Oliver. *PHANToM OMNI Haptic Device: Kinematic and Manipulability*. 2009.
- [4] J. Craig. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Prentice Hall, 1989.
- [5] J. Cruz-Tolentino, L.E. Ramos-Velasco, and M. A. Espejel-Rivera. *A self-tuning of a wavelet PID controller*. 2010.
- [6] O. A. Domínguez-Ramírez A. Curiel Anaya D. Vega Hernández, L. G. García-Valdovinos. *Kinesthetic Guidance Based on PID Control for Haptic Interaction*.
- [7] I. Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, 1992.
- [8] I. Daubechies. *The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis*. IEEE Trans. Inf. Theory, Vol. 36, num. 5, pp. 961-1005, September 1990.
- [9] I. Daubechies. *Othonormal Bases of Compactly Supported Wavelets*. Commun. on Pure and Appl. Math., Vol. 41, pp. 909-996, November 1988.
- [10] H. Dickhaus and H. Heinrich. *Identification of High Risk Patients In Cardiology By Wavelet Networks*. pp. 923-924, Amsterdam, Netherlands, USA, 1996.
- [11] Aurora M. Edgar P. and Ramón S. *Mecatrónica*. Colección CIDETEC, Instituto Politécnico Nacional, 2010.

- 
- [12] O. A. Domínguez Ramírez F. Diaz Lopez and L. E. Ramos Velazco. *Sliding computed torque control based on passivity for a haptic device: PHANTOM premium 1.0*. 2012.
- [13] R. Feris, J. Kentaro, and W. Kruger. *Hierarchical Wavelet Networks for Facial Feature Localization*. 2002.
- [14] M. Frazier. *An Introduction to Wavelets Through Linear Algebra*. Springer, 1999.
- [15] Rogelio Lozano Gang Feng. *Adaptive Control Systems*. Newnes, 1999.
- [16] P. Goupillaud, A. Grossmann, and J. Morlet. *Cycle-Octave and Related Transforms in Seismic Signal Analysis Geoprospection*. Elsevier Science, Vol. 23, pp. 85-102, 1984.
- [17] A. Grossman and J. Morlet. *Decomposition of Hardy Functions into Squared Integrable Wavelets of Constant Shape*. SIAM J. of Math. Anal., Vol. 15, num. 4, pp. 723-736, July 1984.
- [18] A. Haar. *Zur theorie der Orthogonalen Funktionssysteme*. Math. Annal., Vol. 64, pp. 331-373, 1910.
- [19] G. Hans. *Wavelets and Signal Processing : An Application-Based Introduction*. Springer, 2005.
- [20] Sandra G Hart and Lowell E Staveland. *Development of NASA-TLX (Task Load Index): Results of empirical and theoretical research*, volume 52. Elsevier, 1988.
- [21] S. Haykin. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 1999.
- [22] Simon Haykin. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 1994.
- [23] Simon Haykin. *Kalman Filtering and Neural Networks*. John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [24] A. Hojjat. *Wavelets in Intelligent Transportation System*. Wiley, 2004.
- [25] O. Islas-Gómez, L. E. Ramos-Velasco, J. C. Ramos-Fernández, M. A. Espejel-Rivera, and J. García-Lamont. *Implementation of different wavelets in an auto-tuning wavenet PID controller and its application to a DC motor*. 2011.
- [26] O. Islas-Gómez, L. E. Ramos-Velasco, J. C. Ramos-Fernández, J. García-Lamont, and M. A. Espejel-Rivera. *Identificación y Control Wavenet de un Motor de CA*. 2012.

- 
- [27] L. E. Ramos Velasco O A. Domínguez Ramírez J. A. Cruz Tolentino, A. J. Silva. *Wavelet PID and Wavenet PID: Theory and Applications*. InTech, 2012.
- [28] O. A. Domínguez Ramírez V. Parra Vega J. A. Turijan Rivera, F.J. Ruiz Sanchez. *Modular Platform for Haptic Guidance in Paediatric Rehabilitation of Upper Limb Neuromuscular Disabilities*, volume 1. 2013.
- [29] A. Jarillo. *Diseño e Implementación de Técnicas de Control No lineal Basada en Pasividad Aplicadas a Guiado Háptico*. Tesis de Maestría en Automatización y Control, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Pachuca, Hidalgo, México, Noviembre, 2009.
- [30] Marios M. Polycarpou Jay A. Farrell. *ADAPTIVE APPROXIMATION BASED CONTROL Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*. WILEYINTERSCIENCE, 2006.
- [31] Weiping Jean-Jacques E. Slotine. *Applied nonlinear control*. Prentice-Hall, Inc, 1991.
- [32] F. Keinert. *Wavelets and Multiwavelets*. Chapman and Hall, 2004.
- [33] A. Lapedes and R. Farber. *Nonlinear Signal Processing Using Neural Networks: Prediction and System Modelling*. Number LA-UR-87-2662. Los Alamos, NM, 1987.
- [34] H. Li, H. Jin, and C. Guo. *PID Control Based on Wavelet Neural Network Identification and Tuning and Its Application to Fin Stabilizer*. pp. 1907-1911, Niagara Falls, Canada, July 2005.
- [35] C. Lin, Y. Lee P. Chen, and T. Chen. *Multiple Cardiac Arrhythmia Recognition Using Adaptive Wavelet Network*. pp. 5655-5659, Shanghai, China, September 2005.
- [36] C. K. Lin. *Adaptive Tracking Controller Design for Robotic Systems Using Gaussian Wavelet Networks*. Vol. 149, num. 4, pp. 316-322, China, July 2002.
- [37] Phillip M. *Introduction to Robotics*. Addison-Wesley Longman Publishing Co. Inc., 1991.
- [38] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Prentice Hall PTR, New York, 1999.
- [39] The MathWorks. *The Wavelet Toolbox version 3.0*. 1995-2004.

- 
- [40] Y. Meyer. *Méthodes Temps-Fréquence et Méthodes Temps-Échelle en Traitement du Signal et de L'imagen*. INRIA lectures, 1990.
- [41] Y. Meyer. *Ondelettes et Opérateurs*. Hermann, Paris, Francia, 1990.
- [42] Y. Meyer. *Wavelets, Algorithms and Applications*. SIAM, Philadelphia, USA, 1993.
- [43] M. L. Minsky and S.A. Papert. *Perceptrons an Introduction to Computational Geometry*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1969.
- [44] Shimon N. *Handbook of Industrial Robotics*. John Wiley and Sons, 1999.
- [45] A. Nygaard. *High-Level Control System for Remote Controlled Surgical Robots Haptic Guidance of Surgical Robot*. 2008.
- [46] K. Ogata. *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*. Prentice-Hall, Naucalpan, Edo. de México, 1996.
- [47] K. Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Prentice-Hall, Naucalpan, Edo. de México, 1998.
- [48] Mario O. Ordaz Oliver. *Control Sub-Óptimo y Convencional con Penalización Robusta para Sistemas Hápticos Sujetos a Incertidumbres Dinámicas y Latencia*. Septiembre 2013.
- [49] Parra-Vega Vicente Jarillo-Silva Alejandro. Ordaz-Oliver J. Patricio, Domínguez-Ramírez Omar A. *Mecatronica, cap 2 Dise no de estrategias de control basadas en pasividad para sistemas Euler-Lagrange aplicado en robots manipuladores*. IPN, 2009.
- [50] Inés Galvan Pedro Isasi. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 2004.
- [51] D. Powell and M. K. O'Malley. *The Task-Dependent Efficacy of Shared-Control Haptic Guidance Paradigms*, volume 5. 2012.
- [52] Murray R. and Sastry S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC press, 1994.
- [53] Omar A. Domínguez Ramírez. *Diseño e Integración de una Interfaz Háptica Activa Realista*. Abril 2005.
- [54] Peterson Rus D. Corke P. R. *Networked robots: Flying robot navegation using a sensor net*. 2005.

- [55] Tachi S. *Whither Force Feedback*. 1995.
- [56] L. Sciavicco and B. Siciliano. *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Springer-Verlag, 2000.
- [57] Sensable-Technologies. *PHANTOM Premium 1.0/1.5A, 3D Touch Components, Hardware and Technical Manual*. Sensable Technologies, Inc., Woburn, MA, 1998.
- [58] Marc Bodson Shankar Sastry. *ABC de Física*. 1975.
- [59] Marc Bodson Shankar Sastry. *Adaptative Control Stability, convergence, and Robustness*. Prentice Hall, 1989.
- [60] Alejandro Jarillo Silva. *Diseño e Implementación de Técnicas de Control No Lineal Basadas en Pasividad Aplicadas a Guiado Háptico*. Febrero 2010.
- [61] Kinsman SL. *Congenital anomalies of the central nervous system, Textbook of Pediatrics*. Saunders Elsevier, 2011.
- [62] J.J.E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [63] M. Spong and M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, New York, USA, 1989.
- [64] Mark W. Spong and M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*. Wiley, 2008.
- [65] SensAble Tecnologies. *PHANTOM premium 1.0/1,5A, 3D Touch Componets: HAdware Instalacion and Technical Manual Revision 6.5*. 2000.
- [66] Itthisek Nilkhamhang Thitipong Sansanayuth and Kanokvate Tungpimolrat. *Teleoperation with Inverse Dynamics Control for PHANTOM Omni Haptic Device*. 2012.
- [67] Y. Tong, Q. Dao, and F. Xu. *AC Motor Control Based on Wavelet Network*. pp. 861-865, Shangai, China, August 2004.
- [68] M. Vetterli and J. Kovačević. *Wavelets and Subband Coding*. Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 2007.
- [69] P. Viñuela and I. León. *Redes de Neuronas Artificiales un Enfoque Práctico*. Person Prentice Hall, España, 2004.
- [70] Borkowski A. Gnatowski M. y Makec J. *Mobile robot cooperation in simple environments*. 2001.

- [71] Roger N. y Nicholas O. Mikell G. *Robótica industrial*. Mc Graw Hill, 1994.
- [72] Kwanho You. *Adaptive Control*. In-Tech, 2009.
- [73] Juan Daniel Ramírez Zamora. *Control Wavenet de un Sistema CYBERFORCE con Dinámica Humana en Tareas de Guiado Háptico Pasivo*. Noviembre 2014.
- [74] W. Zhou and L. Jia. *A Modeling Method Based on Wavelet Networks*.