



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO  
INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA  
ÁREA ACADÉMICA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

**TESIS**

**MODELOS DE PLANEACIÓN AGREGADA DE LA  
PRODUCCIÓN CONSIDERANDO DEMANDA Y CALIDAD  
ALEATORIA EN UN CONTEXTO DE LOGÍSTICA INVERSA**

PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

**P R E S E N T A**

**Ing. José David Pérez Pérez**

**Director**

Dr. Héctor Rivera Gómez

**Comité tutorial**

Dr. Oscar Montaña Arango

Dr. Jaime Garnica González

Dr. Irving Barragán Vite

Dra. Nadia Samantha Zuñiga Peña

Cd. del Conocimiento, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, Mayo del 2025



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

School of Engineering and Basic Sciences

Área Académica de Ingeniería y Arquitectura

Department of Engineering and Architecture

2/Mayo/2025

Asunto: Autorización de impresión

**Mtra. Ojuky del Rocío Islas Maldonado**  
**Directora de Administración Escolar**  
**Presente**

El Comité Tutorial de la tesis de posgrado titulada **Modelos de planeación agregada de la producción considerando demanda y calidad aleatoria en un contexto de logística inversa**, realizada por el sustentante **José David Pérez Pérez** con número de cuenta **143426**, perteneciente al programa de **Maestría en Ciencias en Ingeniería Industrial**, una vez que ha revisado, analizado y evaluado el documento recepcional de acuerdo a lo estipulado en el Artículo 110 del Reglamento de Estudios de Posgrado, tiene a bien extender la presente:

#### AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

Por lo que el sustentante deberá cumplir los requisitos del Reglamento de Estudios de Posgrado y con lo establecido en el proceso de grado vigente.

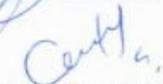
**Atentamente**  
**"Amor, Orden y Progreso"**  
**Mineral de la Reforma, Hidalgo a 9 de abril de 2025**

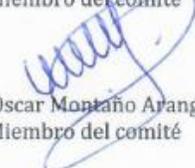
El Comité Tutorial

  
Dr. Héctor Rivera Gómez  
Director

  
Dr. Jaime Garpica González  
Miembro del comité

  
Dr. Irving Barragán Vite  
Miembro del comité

  
Dra. Nadia Samantha Zúñiga Peña  
Miembro del comité

  
Dr. Oscar Montaña Arango  
Miembro del comité



Ciudad del Conocimiento, Carretera Pachuca-Tulancingo Km. 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184  
Teléfono: 52 (771) 71 720 00 Ext. 40031, 40030  
aal\_icbi@uaeh.edu.mx, mendiola@uaeh.edu.mx

"Amor, Orden y Progreso"



uaeh.edu.mx

## **Resumen**

La presente investigación aborda la interacción de la logística inversa, planeación agregada y demanda aleatoria, que mediante el uso de las técnicas de optimización basadas en programación estocástica nos permite conocer la mejor toma de decisiones mediante la optimización de recursos bajo incertidumbre para obtener el costo más bajo. El sistema bajo estudio considera la incertidumbre en la calidad de los productos fabricados y también considera la incertidumbre en la cantidad de productos al final de su vida útil que son recuperados y remanufacturados en la empresa.

El objetivo del estudio es realizar un modelo de optimización que considere las variables que influyen en el costo total y que tome en cuenta las restricciones definidas minimizando el costo total en el que se incluyen el costo de contratación, costo de despido, costo de inventario de la línea principal, costo de inventario de productos reprocesados, costo de salario de los trabajadores, costo de producción, costo de retrabajos y el costo de inventario acumulados. Se considera la dinámica estocástica dentro del sistema, la planeación agregada para considerar todos los elementos que afectan directamente al costo y se ocupa la programación estocástica para obtener un resultado más apegado a la realidad. Se presenta además un análisis de sensibilidad y un estudio comparativo con el fin de mostrar diferentes escenarios y la afectación en cada una de las variables. La metodología utilizada para la resolución del objetivo de estudio está basada en la programación estocástica que nos ayuda a incorporar la incertidumbre en la toma de decisiones. Se desarrollaron dos modelos considerando variables clave como aleatorias. Esto permitió mejorar la toma de decisiones en la empresa en cuanto a la planeación agregada de la producción.

## **Agradecimientos**

En esta sección me gustaría agradecer a las personas que me motivaron a continuar mis estudios y que me han impulsado a realizar el presente trabajo. Un trabajo de investigación requiere orden, disciplina y una guía que nos muestre como ir avanzando, por lo que quiero mencionar al Dr. Héctor Rivera Gómez que me llevó de la mano en la realización del trabajo, me aportó su conocimiento y despertó en mí la curiosidad de investigar. Realmente hay un mundo de conocimiento por aprender y que mejor que tener una guía que nos lo pueda mostrar.

De igual manera quiero agradecer a las personas que han confiado desde siempre, mis padres, ya que siempre me ha dicho que cuando me propongo algo lo cumplo, pero en parte es que gracias a ellos soy constante y perseverante. Y quiero mencionar de una manera especial a mi esposa que me ha apoyado e impulsado con mis estudios, que ha estado atrás de mi para que no quite el dedo del renglón y culmine una etapa más en mi formación.

A todos ustedes ¡Muchas gracias!

## **Dedicatorias**

Quiero dedicar esta tesis a mi familia, por siempre creer en mí. A mi mamá que me ha impulsado siempre y a mi papá, quien desde el cielo estoy seguro de que guía mis pasos. Y finalmente a las personas que son como un sol y que con sus palabras me han ayudado a avanzar siempre.

¡De todo corazón, muchas gracias!

## ÍNDICE

CAPÍTULO 1. PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN .....	1
1.1 Planteamiento del problema .....	1
1.2 Propósito de la investigación .....	4
1.3 Justificación .....	4
1.4 Objetivo general .....	5
1.5 Objetivos específicos .....	5
1.6 Alcances y limitaciones .....	5
1.6.1 Alcances .....	5
1.6.2 Limitaciones .....	6
1.7 Organización del estudio .....	6
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....	7
2.1 Planeación de la producción .....	7
2.1.1 Antecedentes .....	7
2.1.2 Estudios de investigación .....	8
2.2 Programación estocástica .....	12
2.2.1 Antecedentes .....	12
2.2.2 Estudios de investigación .....	14
2.3 Demanda aleatoria .....	17
2.3.1 Antecedentes .....	17
2.3.2 Estudios de investigación .....	19
2.4 Simulación .....	21
2.4.1 Antecedentes .....	21
2.4.2 Estudios de investigación .....	23
2.5 Logística inversa .....	25
2.5.1 Antecedente .....	25
2.5.2 Estudios de investigación .....	27
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA .....	31
3.1 Preparación de los datos de entrada .....	31
3.2 Desarrollo del modelo .....	31
3.3 Verificación y validación .....	32
3.4 Análisis de sensibilidad e interpretación .....	32

CAPITULO 4. PLANEACIÓN AGREGADA DE LA PRODUCCIÓN EN UN CONTEXTO DE LOGÍSTICA INVERSA CONSIDERANDO LA INCERTIDUMBRE DE LA DEMANDA Y NIVEL DE SERVICIO.....	34
4.1 Contexto.....	34
4.2 Modelo estocástico de planeación de la producción agregada .....	35
4.3 Modelo determinista.....	35
4.4 Modelo estocástico de etapas múltiples.....	38
4.5 Materiales y método.....	43
4.6 Resultados numéricos.....	45
4.7 Análisis de sensibilidad.....	47
4.7.1 Efecto de la variación del parámetro de costo.....	48
4.7.2 Influencia de la restricción del nivel de servicio.....	51
4.7.3 Efecto de la variación de los parámetros de las distribuciones aleatorias.....	52
4.8 Conclusiones .....	54
CAPÍTULO 5 PLANEACIÓN AGREGADA DE LA PRODUCCIÓN EN UN CONTEXTO DE LOGÍSTICA INVERSA CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE DE LA CALIDAD Y DEMANDA.....	56
5.1 Contexto.....	56
5.2 Modelo estocástico de planificación de la producción agregada .....	57
5.3 Modelo determinista.....	57
5.4 Modelo estocástico de múltiples etapas.....	60
5.5 Materiales y método.....	65
5.6 Resultado numérico .....	67
5.7 Análisis de sensibilidad.....	69
5.7.1 Efecto de la variación del parámetro de costo.....	69
5.7.2 Influencia de la restricción del nivel de servicio.....	72
5.7.3 Efecto de la variación de los parámetros de las distribuciones aleatorias.....	73
5.8 Conclusiones .....	76
CONCLUSIONES.....	78
REFERENCIAS .....	80

## **CAPÍTULO 1. PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN**

### **1.1 Planteamiento del problema**

Los mercados internacionales presentan continuos cambios, situación que dificulta la competitividad de las empresas en el tiempo. El dinamismo de los mercados se refleja en la evolución de la tecnología, nuevas tendencias en los gustos y preferencias de los consumidores, las transformaciones de las actividades comerciales, entre otras manifestaciones.

Para poder satisfacer a este mercado cambiante, las empresas deben adaptarse desde su parte productiva, llevando a cabo planes de producción a fin de ser rentables y poder cumplir con sus objetivos. Existen varias maneras de realizar un plan óptimo de producción, sin importar la clase de industria; que buscan, por lo general, optimizar o incrementar sus ganancias a través de técnicas de modelar o programar la producción relacionados con la investigación de operaciones, la cual consiste en la aplicación de un método científico que se basa en un enfoque sistémico, cuyo objetivo es producir las mejores alternativas de solución para la toma de decisiones.

La aplicación de un plan de producción se vuelve relevante para eliminar los desperdicios que padece una empresa, como la sobreproducción y el almacenamiento innecesario. Con este sistema se mejora la planeación y fabricación, logrando así un planificador de requerimientos, control de tiempos de producción, consumo de materiales, ciclos de producción, producto fabricado por cada turno, tiempo y mano de obra, costos de producción y stock de seguridad. El resultado de esta implementación optimiza los procesos y recursos, los tiempos de entrega y sus tiempos de fabricación, alcanzando un uso adecuado de la capacidad de almacenaje, satisfaciendo la demanda y mejorando las pérdidas mensuales.

La planeación agregada, que también podría llamarse planeación macro de la producción, aborda el problema de decidir cuántos empleados debe ocupar una empresa; y, para una compañía manufacturera, la cantidad y mezcla de productos que debe

producir. La planeación macro no se limita a las compañías manufactureras. Las organizaciones de servicios también deben determinar necesidades de personal. (Nahmias, 2007).

Eppen (2000), menciona que la planeación agregada es una representación de la realidad que debe entregar los detalles suficientes, para que el resultado satisfaga las necesidades y sea consistente con los datos que se tienen al alcance. Los modelos suelen desempeñar diferentes papeles en distintos niveles de la empresa, así en los niveles más altos estos aportan información en forma de resultados y conocimientos, pero no necesariamente decisiones recomendables, son útiles como instrumentos de planificación estratégica, ayudan a crear pronósticos, explorar alternativas, desarrollar planes para múltiples contingencias, acrecentar la flexibilidad y abreviar el tiempo de reacción.

Para que la planeación agregada funcione, se apoya de los modelos estocásticos, como el propuesto por Ghayour-Baghbani (2021); que presenta un enfoque llamado MLRP (Manufacturing and Logistics Requirement Planning) con programación lineal utilizada como núcleo para resolver problemas de maximización de influencia en el modelo de umbral lineal, que es uno de dos modelos clásicos de propagación estocástica que describen la propagación de la influencia en una red. O también como Shone (2021), que presenta modelos estocásticos dentro de la aviación con un enfoque particular sobre los problemas relacionados con la demanda, gestión de la capacidad y mitigación del tráfico aéreo. El uso de la perspectiva de la investigación de operaciones, incluye la teoría de colas analíticas, control máximo estocástico, optimización robusta y programación entera estocástica.

En el contexto de hacer más rentable las empresas y ofrecer un extra en el proceso de producción, la logística inversa tiene un papel importante. Kopicki (1993) menciona que la logística inversa “es un término que se refiere a las capacidades y actividades de la gestión logística involucradas en la reducción, gestión, y eliminación de materiales peligrosos o no, desde embalajes a productos finales. Incluye la distribución inversa,

como se acaba de definir, la cual provoca el flujo de productos e información en dirección opuesta a las actividades logísticas normales”.

De acuerdo a Dowlatshahi (2000), la logística inversa se explica como un proceso en el que un fabricante acepta sistemáticamente productos o piezas previamente enviadas, desde el punto de adición para su posible reciclaje, remanufactura o eliminación. Dando un servicio de post venta con el que se sienta identificado el cliente final.

Uno de los problemas más grandes con que se cuenta a nivel planeación, es determinar cuáles son los valores óptimos de contratación, despidos inventarios, subcontrataciones, etc., para que los costos sean los menores posibles. Si a esto se agregan los productos que tiene defectos y tienen que regresar para una reparación, se vuelve más complicado definir una manera de planear la producción ya que se tienen que asignar recursos que no se habían contemplado al inicio, lo que provoca retrasos en entregas, gasto de recursos, y mala atención a los clientes de post servicio.

Modelos de programación lineal que considere la logística inversa, se pueden determinar por medio de un modelo matemático a fin de definir cuál es el tiempo idóneo para asignar recursos y tener los menores gastos, dando como resultado una mejor planeación del flujo de recursos y materiales, ayudando a disminuir desperdicios que impactan directamente en la rentabilidad de la empresa, que es el objetivo de todo negocio.

Es por ello por lo que la pregunta que guía el trabajo de investigación es la siguiente:

¿Será la planeación agregada de la producción, que considere la demanda aleatoria en un contexto de logística inversa, factores que ayuden a minimizar el costo de producción en una empresa textil?

Mediante un modelo de optimización estocástico, se determinarán las variables óptimas para mejorar el aprovechamiento de los recursos y disminuir los costos de producción.

## **1.2 Propósito de la investigación**

En el presente trabajo, se pretende realizar un modelo de optimización estocástico, que permita determinar la utilización de los recursos materiales y humanos en diversos escenarios, considerando los productos que requieren reprocesos y demandan la utilización de tiempo en la línea de producción.

La finalidad de este documento es encontrar la forma de disminuir el costo de producción en beneficio de la rentabilidad de la empresa, mediante la optimización de los recursos humanos y materiales en cada periodo de tiempo definido, considerando los recursos asignados para los productos que requieren un reproceso por un defecto de fabricación.

Se busca la combinación óptima de recursos en ciertos periodos de tiempo, para tomar decisiones oportunas de la contratación, despidos y compra de materias primas, que cubran el requerimiento de la producción. Considerando el retrabajo de los productos no conformes, utilizando un modelo de planeación agregada con parámetros aleatorios de calidad, productos de uso final de vida y demanda aleatoria, que permita predecir de una manera real la cantidad de recursos que se deben tener en cierto periodo de tiempo.

## **1.3 Justificación**

Actualmente por el constante cambio de la demanda de los productos y al requerimiento de los clientes para obtener un producto de calidad, incluso devolverlo al proveedor para su reparación, se hace muy relevante tener en la empresa una planeación que nos permita visualizar de manera muy real la cantidad de productos, defectos y devoluciones que se va a tener en cierto periodo y poder reaccionar con la cantidad de recursos que necesita la empresa para poder entregar en tiempo y forma con el menor costo.

Esta investigación es importante porque las empresas deben tener una reacción rápida ante los cambios del mercado, afín de seguir siendo competitivas con el menor costo posible, sin dejar de ser rentables. Además, actualmente los clientes pueden buscar opciones de productos de manera global, al alcance de la mano y se deben adaptar a las condiciones cambiantes del mercado.

## **1.4 Objetivo general**

Desarrollar y validar un modelo de planeación agregada en una empresa textil, comparando un modelo estocástico y un modelo determinista, con el fin de reducir los costos de producción, considerando el nivel de servicio ofrecido a los clientes.

## **1.5 Objetivos específicos**

Se soporta el objetivo general con los siguientes objetivos específicos:

1. Desarrollar un modelo de planeación agregada, que dé resultados confiables con base a los datos proporcionados, para poder tomar decisiones eficientes de acuerdo con los datos de la empresa y poder reaccionar de manera rápida conforme a los cambios.
2. Aplicar técnicas de optimización matemática considerando dos tipos de modelado, estocástico y determinista. Ser capaces de comparar los resultados y determinar cuál método es más acercado a la realidad para tomarlo como base.
3. Considerar restricciones de nivel de servicio, que permitan atender un porcentaje bajo de demanda insatisfecha y poder observar mediante una validación de datos, el efecto de tener un nivel de servicio bajo contra un nivel de servicio alto para tomar la mejor decisión.
4. Realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros de costo y parámetros de las distribuciones de probabilidad involucradas, que muestre el impacto del efecto de ir cambiando cada una los parámetros en el costo total, y poder observar que cualquier cambio en el sistema, trae como consecuencia un cambio en las variables de decisión y el costo total.

## **1.6 Alcances y limitaciones**

### **1.6.1 Alcances**

En la presente investigación se desarrollan dos modelos de planeación agregada, que consideran el proceso de logística inversa; dentro del cual las piezas no conformes se

regresan a la línea de producción para que sean reprocesadas. En particular, se estudia el caso donde se aplica programación estocástica de múltiples etapas en un plan agregado de producción, que dará como resultado diversos escenarios del comportamiento del sistema de acuerdo con el cambio de las variables.

Los modelos propuestos buscan impactar significativamente a los parámetros que influyen directamente en el costo total.

### **1.6.2 Limitaciones**

Debido a la incertidumbre del modelo bajo estudio, se utilizará un software capaz de realizar el número de iteraciones necesarias para llegar a la solución, el software utilizado es Lingo. De igual manera, se está sujeto a la capacidad del software y equipo de cómputo para realizar número de iteraciones necesarias para llegar a la solución, debido a que se elevan de manera exponencial al sumar varios escenarios y sobre todo; al considerar la dinámica estocástica del modelo.

### **1.7 Organización del estudio**

Esta investigación está dividida en cinco capítulos. En el capítulo uno se presenta el propósito y organización de la investigación, además del planteamiento del problema, propósito de la investigación, justificación, objetivo general, objetivos específicos, alcances y limitaciones. En el capítulo 2 se define el marco teórico donde se soporta la investigación, y se hace referencia a la literatura de varios autores y a trabajos de investigación relacionados con el tema. En el capítulo 3 se describe la metodología, niveles y técnicas de diseño de esta tesis. En el capítulo 4 se presenta el primer modelo desarrollado en la investigación, donde se tienen dos variables aleatorias, las cuales son demanda y productos de final de vida, y por medio de diversas iteraciones se realiza un análisis de sensibilidad para revisar el efecto de modificar las variables. En el capítulo 5 se presenta el segundo modelo desarrollado que tiene 3 variables aleatorias: demanda, productos de final de vida y calidad, se realizan diversas iteraciones y se realiza un análisis de sensibilidad para notar el efecto del cambio de las variables. Al final se presentan las conclusiones generales de la investigación.

## **CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 Planeación de la producción**

#### **2.1.1 Antecedentes**

La planeación macro de la producción se denomina planeación agregada y aborda el problema de definir cuántos empleados debe ocupar una empresa; y para una compañía de manufactura, define la cantidad y mezcla de productos que debe producir, aunque esta planeación agregada no sólo se limita a las compañías de manufactura.

La planeación macro comienza con el pronóstico de la demanda, aunque al ser aleatoria siempre tiene un grado de error. La metodología de la planeación agregada cuando es determinista, quiere decir que se conoce con certeza. Bajo este supuesto nos podemos centrar en los cambios sistemáticos o predecibles en el patrón de la demanda y no en los cambios aleatorios.

La planeación agregada implica objetivos encontrados, como reaccionar con rapidez a cambios frecuentes y potencialmente grandes, en el tamaño de la fuerza laboral. Los trabajadores que son despedidos quizás no estén disponibles cuando la empresa cambie su contexto, por esta razón la compañía prefiera tal vez adoptar el objetivo de tener una fuerza laboral estable. Sin embargo, en periodos de baja demanda, puede llegar a acumularse mucho inventario y pueden adquirir grandes deudas para pagar la nómina del personal. Otro objetivo es desarrollar un plan de producción para la empresa que maximice la ganancia en el horizonte de planeación sujeto a restricciones de capacidad. Los costos explícitos de efectuar los cambios deben ser factores clave en el proceso de decisión cuando el objetivo primario es la maximización de la ganancia.

El objetivo de la metodología de la planeación agregada es traducir los pronósticos de la demanda a un esquema de planeación para niveles de personal y de producción en la empresa, durante un horizonte predeterminado de planeación. Esta metodología no solo se limita a la planeación al máximo nivel. La empresa también suelen usarlo a nivel planta. La planeación de la producción se puede considerar como un proceso jerárquico en el

que las decisiones de compra, producción y personal se deben hacer en varios niveles de la empresa.

El objetivo de planeación agregada es balancear las ventajas de producir para cumplir con la demanda tan exactamente como sea posible y los problemas causados por el cambio de los niveles de producción y/o de la fuerza laboral.

Los principales problemas relacionados son:

Suavizamiento. Se refiere a los costos que resultan de cambiar los niveles de fuerza de trabajo de un periodo al día siguiente.

Problemas de cuello de botella. Indica la capacidad del sistema para responder a cambios repentinos de la demanda, que son resultado de restricciones en la capacidad.

Horizonte de planeación. El número de periodos que deben pronosticarse la demanda, y por consiguiente la cantidad de periodos para los que se van a determinar los niveles de fuerza de trabajo y niveles de inventarios, debe especificarse por adelantado.

Tratamiento de la demanda. Es necesario suponer que la demanda se conoce con certidumbre.

Es importante también identificar los costos que se deben medir y que sean afectados por la decisión de la planeación como lo son: costo de suavizamiento, costo por mantener inventarios, costo de faltantes, costo de tiempo regular, costo de tiempo extra y de subcontratación y costo de tiempo libre.

### **2.1.2 Estudios de investigación**

Xu & Song (2022) desarrollaron un modelo de cadena de suministro en el que integra la planeación de la producción junto con los pedidos de materias primas, y tomando decisiones acerca de la capacidad de producción basándose en 2 casos de estudio en empresas manufactureras. Para este modelo se considera la incertidumbre en algunas variables como: tiempo de entrega y retraso, y la relacionada con el flujo de materiales. Para realizar el modelo, consideraron algunos submodelos que primero formularon

matemáticamente, posteriormente se desarrollaron herramientas de simulación estocástica basada en la simulación y algoritmos genéticos para evaluar estrategias no parametrizadas y optimizar dos estrategias parametrizadas. Posteriormente realizaron los experimentos y analizaron la información para entender el comportamiento del sistema.

Pelser et al. (2022) consideraron que entre el 20% y 40% de los costos totales de producción son atribuidos al consumo de energía, lo que dio como resultado un menor costo del producto final y tuvo un beneficio en la competitividad del material en el mercado mundial. Obtuvieron una nueva solución ya que no existe información sobre un modelo integrado de la planificación de la producción del acero y su aplicación en instalaciones marginalmente rentables. La novedad de este proceso radica en que se integró a la solución diferentes iniciativas de diferentes secciones de las instalaciones.

Hilbert et al. (2023) realizaron un análisis debido al cambio climático y a la reciente escasez de recursos, por lo que el desempeño sostenible de las empresas se está convirtiendo cada vez más en el centro de la ciencia y la práctica. Su trabajo comprende la planificación de la producción con eficiencia energética con dos criterios según las tarifas eléctricas dinámicas de precio está bien establecida y constantemente abarca las compensaciones entre los costos de producción de la electricidad y los costos de producción que normalmente no se toman en cuenta. Así que se pone a prueba la tarifa eléctrica analizando las compensaciones entre los costos de electricidad y el consumo de electricidad en un contexto de programación y dimensionamiento de lotes. De igual manera por la complejidad del problema, presentan heurísticas adecuadas para el análisis de su modelo.

Hrabec et al. (2022) presentaron una comparación de la planificación secuencial e integrada para el problema de ruta de producción en el que se deben tomar decisiones de producción, inventario y ruta. Su objetivo es estimar el valor esperado de tratar los problemas como un todo, en lugar de decisiones de forma secuencial. El objetivo es establecer si las soluciones obtenidas mediante la integración son claramente mejores

que las obtenidas en un proceso más simplificado, comparar y saber en qué circunstancias.

Guzman et al. (2022) realizaron una investigación con en marco holístico que comprendía los niveles de agregación y desagregación de los planes y sus características, los enfoques de solución son los algoritmos adoptados, las áreas de aplicación, los niveles de integración entre las empresas, el tamaño de los conjuntos de datos utilizados para validar los modelos y algoritmos, las herramientas de desarrollo y la calidad de las soluciones obtenidas en relación con el tamaño de los datos de los problemas. El objetivo es identificar algunos vacíos en la investigación relacionada y proponer futuras oportunidades de investigación.

Qasim et al. (2023) tomó un enfoque de la planificación de la producción, pero incorporando criterios ecológicos. Cuando no se toman en cuenta pueden tener resultados perjudiciales para el medio ambiente. Todo esto se ha tomado desde la perspectiva de una eficiencia energética y a la par desde una perspectiva verde que es la de bajas emisiones de carbono. El primer objetivo fue revisar los enfoques de planificación de la producción a medio y corto plazo a partir de los criterios verdes mencionados y, en segundo lugar, identificar nuevas vías de investigación para la incorporación más sencilla de los esquemas verdes en los enfoques de planificación de la producción.

Gómez-Rocha et al. (2021) desarrollaron dos modelos de programación lineal estocástica de múltiples etapas, el primero de ellos utiliza una aproximación usando un muestreo condicional idéntico y técnicas de hipercuadrado latino para reducir la varianza de la muestra, asociando las distribuciones de probabilidad a distribuciones normales con media y desviación estándar definidas; el segundo modelo utiliza una distribución discreta con tres valores y sus respectivas probabilidades de ocurrencia. Se utilizan variables aleatorias para la capacidad de producción y la demanda. El objetivo es obtener una solución factible al plan de producción agregada.

Jamalnia et al. (2019) se enfocaron en la planificación de la producción agregada en condiciones de incertidumbre. Incorporaron diferentes tipos de incertidumbre como la

estocástica, la borrosidad y las formas posibilistas. En la investigación abordaron cinco categorías principales: Programación matemática estocástica, programación matemática difusa, simulación, metaheurística y razonamiento probatorio. Al final analizaron posibles vías de investigación futuras sobre la base de las tendencias y lagunas de investigación identificadas.

Rolon et al. (2019) mencionaron que el plan agregado de una empresa tiene como propósito especificar la combinación óptima de la tasa de producción, el nivel de la fuerza de trabajo y los inventarios disponibles. La planificación agregada y los niveles que se sitúan por debajo se inscriben en el área de producción el cual intenta ajustar la producción con la demanda incurriendo en el menor costo posible considerando como variable generalmente la dimensión de la plantilla, las horas extras, los niveles de producción y de inventarios en cada periodo. En la actualidad la aplicación de modelos de optimización tiene una amplia contribución a la reducción de costos y al ahorro de recursos en todo tipo de organizaciones a nivel mundial lo cual le otorga más relevancia cada día entre la comunidad científica internacional. El modelo de planeación agregada de la producción es efectivo ya que es una técnica sistemática e innovadora que mezcla cada una de las variables que intervienen en la producción y que optimiza cada uno de los recursos de esta manera reduce los costos que se generan por cumplir con la producción.

Yu et al. (2022) realizaron un estudio considerando múltiples objetivos para definir los medios más efectivos para satisfacer la demanda pronosticada, modificando la capacidad de producción, contrataciones, despidos, niveles de inventarios, horas extras, pedidos pendientes y demás variables controlables. Desarrollaron una técnica ampliada para la preferencia de orden por medio del enfoque de solución ideal de similitud (TOPSIS) que fue realizado para resolver el problema de decisiones con múltiples objetivos. El método que se propone transforma un multiobjetivo en dos objetivos que luego se resuelve equilibrando la satisfacción utilizando un operador máximo-mínimo para resolver el conflicto.

## 2.2 Programación estocástica

### 2.2.1 Antecedentes

En la práctica es posible y aún más probable que no pueda predecirse el tiempo exacto de terminación de uno o más trabajos. Es interesante conocer si hay o no algunos resultados con respecto a las reglas de secuencia óptima si los tiempos de procesamiento son inciertos. Suponemos que estos son independientes entre sí.

Cuando se procesa un solo tiempo como el de una máquina, la mayoría de los resultados son muy similares a los casos deterministas.

Suponiendo que se deben procesar  $n$  trabajos a través de una máquina con tiempos de trabajo  $t_1, t_2, \dots, t_n$  son variables aleatorias con funciones de distribución conocida. La meta es minimizar el tiempo de flujo ponderado promedio esperado, es decir:

$$\text{Minimice } E \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i F_i \right)$$

Donde  $u_i$  son los pesos y  $F_i$  es el tiempo de flujo (Promedio) del trabajo  $i$ .

Rothkopf (1996) ha demostrado que la solución óptima consiste en ordenar los trabajos de modo que el trabajo  $i$  preceda al trabajo  $i + 1$  si:

$$\frac{E(t_i)}{u_i} < \frac{E(t_{i+1})}{u_{i+1}}$$

Se puede observar que si se establece todos los pesos como  $u_i = 1$ , entonces esta regla consiste simplemente en ordenar los trabajos según el tiempo de procesamiento mínimo (Nahmias, 2007).

Cuando se trata de máquinas múltiples se vuelve más interesante la programación de tiempos, ya que, al tenerse 2 máquinas, el trabajo se puede realizar en alguna de ellas y no primero en una y después en otra, esto implica un flujo paralelo. Una hipótesis que generalmente se formula para el problema es que la distribución de los tiempos de trabajo es exponencial. La optimalidad de programar los trabajos en orden decreciente a su

tamaño esperado en vez de hacerlo en orden creciente quizás sea más un resultado del procesamiento paralelo que de la aleatoriedad de los tiempos de trabajo.

En la práctica, la programación de trabajos en las máquinas se trata de un problema dinámico, lo que indica que los trabajos llegan aleatoriamente con el tiempo y deben tomarse decisiones sobre la marcha en cuanto a cómo programar estos trabajos.

Cuando los trabajos llegan de forma aleatoria a una sola máquina, implica que el proceso es un Poisson. Si la tasa media de llegada es  $\lambda$ , vamos a considerar que los tiempos de procesamiento tienen una distribución exponencial con medio  $1/\mu$ , lo que significa que la tasa de procesamiento promedio es  $\mu$  y que los tiempos de procesamiento son variables aleatorias independientes con distribución exponencial idéntica. Finalmente se supone que los trabajos se procesan en primeras entradas / primeras salidas. Se sabe que la distribución de probabilidad del número de trabajos en el sistema es geométrica con parámetro  $\sigma = \lambda / \mu$ . Es decir, si  $L$  es el número de trabajos en el sistema en estado permanente, entonces:

$$P\{L = i\} = p^i(1 - p) \quad \text{Para } i = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Minimizar el tiempo de flujo medio es un objetivo común no solamente en la programación estática, sino también en la programación dinámica. El tiempo de flujo de un trabajo comienza en el instante en que el trabajo se incorpora a la cola de los trabajos sin procesar y continua hasta que termina su procesamiento. Para la programación dinámica el tiempo de flujo de un trabajo es una variable aleatoria; está sujeta a la ejecución de los tiempos de procesamiento de los trabajos precedentes, así como a su propio tiempo de procesamiento.

Los avances computacionales han aportado de manera muy importante a los problemas de programación matemática y probablemente el mayor impacto ha sido en la mejora de los procesos de toma de decisiones que manejan algún tipo de incertidumbre mediante la aplicación de programación estocástica, mejor conocidos como modelos con parámetros aleatorios.

Los modelos de programación estocástica crecen proporcionalmente con el número de posibles realizaciones de los parámetros inciertos.

Dentro del contexto de programación estocástica, la planeación de la producción incorpora la incertidumbre al tratar variables como demandas futuras, costos, factores que afectan la producción en términos probabilísticos. La programación estocástica mejora la planeación futura al incorporar variables aleatorias, esto permite modelar tasas o fluctuaciones de la demanda. Además, este enfoque ayuda a preparar programas de producción sólidos que tengan en cuenta cambios inesperados en las necesidades de los consumidores. La programación estocástica permite también la toma de decisiones considerando estas incertidumbres asegurando estrategias de producción que puedan adaptarse a diferentes niveles de disponibilidad y utilización de capacidad.

Los modelos estocásticos ayudan a planificar los requisitos de existencias de seguridad lo que permite a las empresas protegerse contra las interrupciones de la cadena de suministro y mantener la eficiencia operativa a pesar de las fluctuaciones impredecibles. De igual manera proporciona métodos para coordinar vínculos de manera efectiva asegurando que las decisiones de un área estén alineadas con las de otra y permite a las empresas evaluar el impacto de diferentes estados futuros esto fomenta la toma de decisiones informadas al considerar los resultados potenciales y sus probabilidades.

### **2.2.2 Estudios de investigación**

Rahbari et al. (2023) Investiga la cadena de suministro de productos enlatados bajo condiciones inciertas y conceptos de sostenibilidad considerando decisiones estratégicas, operativas y diferentes características. El problema que se propone es de ubicación-inventario-enrutamiento de múltiples niveles, múltiples periodos, múltiples productos y múltiples objetivos en la flota de vehículos que se considera heterogénea. Se utiliza una programación estocástica difusa robusta. El problema de optimización multiobjetivo se resuelve utilizando el método Torabi y Hassini.

Zhuang et al. (2023) toman las redes logísticas de transporte y distribución de bienes o servicios desde proveedores a consumidores para abordar el problema de disrupción posterior a desastres naturales y accidentes. Para abordar el tema de la optimización, su estudio propone un novedoso modelo de programación estocástica de dos etapas con solidas restricciones de tiempo de entrega. El modelo optimiza al mismo tiempo las decisiones de desvío de rutas y apertura de nuevas líneas ante la demanda y tiempos de transporte inciertos. La validación de la estrategia de redireccionamiento y de dos modelos de referencia, demuestra su superioridad en termino de costo operativo, tiempo de entrega y tasa de carga.

Shafiee Roudbari et al. (2023) busca modelar una red exhaustiva de cadena de suministro de circuito cerrado de múltiples niveles. La red tiene trabajo bajo incertidumbre y el modelo propuesto trabaja bajo 3 objetivos diferentes por optimizar: la primera función objetivo maximiza las ganancias de la red; la segunda función objetivo minimiza las emisiones de la red; la tercera función objetivo maximiza los puestos de trabajo creados por la red. Optimizar 3 objetivos contradictorios es un problema, por lo que aplican el método de restricción  $\epsilon$  aumentado para mejorar el modelo.

Yu et al. (2022) aborda que en la síntesis de programas que tienen por objetivo encontrar automáticamente programas de un lenguaje de programación subyacente que satisfaga una especificación determinada. Cuando se requieren programas grandes para una solución, se cree que la búsqueda estocástica tiene ventajas sobre otras clases de técnicas de búsqueda. Los sintetizadores actuales no cumplen y sufren problemas de escalabilidad. Para superar esto, se propone un nuevo marco para la síntesis de programas estocásticos, llamado genética iterativa. Esta puede aumentar la complejidad de los programas de forma incremental y más sólida y tiene ventajas considerables sobre varias técnicas representativas de sintetizadores de programas.

Röling et al. (2023) aborda la dinámica prima dual para un problema de programación estocástica para el diseño de redes de capacidad. La principal contribución es un enfoque heurístico en el que cada agente en el juego de campo medio tiene control propio sobre sobre su dinámica dual primaria y de acuerdo con la tipología de comunicación busca

consenso con los agentes vecinos y así se obtiene resultados teóricos sobre la existencia de un equilibrio en el campo medio.

Li et al. (2023) trata la programación de mantenimiento preventivo de la energía hidroeléctrica con el objetivo de optimizar el beneficio en un mercado desregulado. Dos cosas que tienen impactos económicos significativos son el precio de la electricidad y el flujo natural de entrada. Las decisiones de mantenimiento se toman secuencialmente y la información sobre el precio de la electricidad y el dato de las incertidumbres se revelan gradualmente. Para resolver el problema se propone un modelo de programación de mantenimiento con aversión al riesgo de múltiples etapas basado en el valor de riesgo condicional de múltiples etapas, se reformulan como problemas como problemas de programación lineal estocástica de enteros mixtos de múltiples etapas y aplica el algoritmo de programación entera dinámica dual estocástica para resolverlos.

Kammammettu & Li (2023) habla que la programación estocástica basada en escenarios es un método ampliamente utilizado para la optimización en condiciones de incertidumbre. Se aborda el problema de reducción de escenarios desde la perspectiva del transporte óptimo regularizado por entropía. Se utiliza el algoritmo de Sinkhorn-Knopp en lugar del basado en la programación lineal y así disminuye apreciablemente el tiempo de solución usando menos carga de la memoria. Demuestran que se ofrecen soluciones con buena precisión.

Nishizaki et al. (2023) consideran problemas de planificación de producción lineal estocástica de dos etapas con cooperación parcial que incluye la puesta en común de recursos, la transferencia de tecnología y el transbordo de productos, para abordar demandas inciertas, emplean un modelo de programación de dos etapas con un recurso simple. En la primera etapa cada fabricante determina su nivel de producción, posteriormente varios fabricantes producen conjuntamente los productos utilizando recursos mancomunados y los productos sobrantes se transbordan a fabricantes con demandas residuales. Para esto se usa un punto de equilibrio de Nash tal que se maximice la suma de las ganancias obtenida por todos los fabricantes.

De Carvalho & Dimitrakopoulos (2023) se enfocan en la planificación de la producción de complejos mineros industriales para tener las mejores decisiones para alcanzar los objetivos establecidos por la planificación a largo plazo. Presentan un método de aprendizaje por refuerzo actor crítico para la toma de decisiones que maximice la rentabilidad de la operación minera. Se proponen dos agentes, el primero asigna palas a los frentes mineros considerando algunos requisitos operativos, el segundo, define el destino del procesamiento y la cantidad de camiones necesarios para el transporte. Igualmente se propone un simulador que proporcione nuevos estados y recompensas a los dos agentes. La mejora en la caracterización del suministro de materiales permite a los agentes de RL tomar decisiones más informadas.

Raei et al. (2023) se enfocan en el desafío de optimizar los recursos hídricos para equilibrar la conservación del agua y la sostenibilidad ambiental. Las incertidumbres y el cambio climático juntos deterioran la complejidad de la asignación óptima relacionada con los recursos hídricos utilizados por el sector agrícola. En su estudio buscan diseñar un modelo de programación estocástica de múltiples etapas de intervalo límite aleatorio basado en la incertidumbre integrando el método de criterio de Kataoka y la programación restringida por el azar dentro de un marco de optimización general para controlar la información incierta que existe tanto en las restricciones como en el objetivo.

## **2.3 Demanda aleatoria**

### **2.3.1 Antecedentes**

Cuando no hay un patrón notable en los datos registrados de algún evento como la demanda, se dice que es aleatorio y lo vuelve muy difícil de predecir. Sin embargo, los datos obtenidos pueden representarse en un histograma de frecuencias que nos ayuda para estimar las probabilidades de la demanda, de esta manera, conjuntando todas las posibilidades podemos obtener una distribución empírica de probabilidades, aunque no son muy convenientes por varias razones. En primera, se debe mantener un registro de

la historia de los eventos, lo que se vuelve muy difícil y tedioso. En segundo lugar, la distribución debe expresarse como probabilidades distintas cada evento.

La historia de la demanda suele aproximarse usando una distribución continua, la forma de la distribución elegida depende de la historia de la demanda y de lo fácil que sea emplearla. Para determinar una distribución de probabilidad, se calcula a partir de los históricos, en este caso de la demanda.

Para fines prácticos, es común suponer que la demanda sigue un comportamiento normal. Cuando la demanda se supone normal, solo se necesita calcular la media y la varianza. Esto sirve para fines prácticos y evaluar el comportamiento de ciertos sistemas, sin embargo, esto no refleja la realidad.

En la vida real, no se pueden predecir exactamente la demanda de algún artículo en un periodo dado, sin embargo, es muy necesario tener un dato lo más certero posible de cuanta será la demanda para poder tomar decisiones y un rumbo de lo que se debe hacer. Para esto se usan las distribuciones de probabilidad. Al cuantificar en forma adecuada las consecuencias de las decisiones incorrectas, un modelo matemático bien pensado del sistema que se estudiará generará estrategias inteligentes. El objetivo casi siempre consiste en minimizar el costo esperado o maximizar las ganancias esperadas cuando existe incertidumbre.

La demanda aleatoria afecta a otras variables como lo son el costo, ya que, al ser la demanda aleatoria, el costo en el que se incurre también lo es. De ahí la importancia de tener una distribución de probabilidad lo más apegada a la realidad e ir cambiando de acuerdo con los resultados.

Existen dos tipos de variables aleatorias: las discretas y continuas. Además, para determinar la distribución de probabilidad de los datos históricos obtenidos, puede realizarse mediante las pruebas de Chi-cuadrada, Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling. Ya con los avances tecnológicos, existen software que, insertando los datos, determinan el tipo de distribución de probabilidad que mejor se ajusta, unos ejemplos de este tipo de software son ProModel y Arena (Dunna et al., 2013).

### 2.3.2 Estudios de investigación

Shehadeh & Sanci (2021) consideran un tomador de decisiones para determinar un subconjunto de ubicaciones dado de sitios para abrir instalaciones y asignar la demanda de los clientes a las nuevas instalaciones. Se centran en un entorno bimodal y supone que las dos distribuciones son ambiguas y solo se conocen sus valores medios y rangos. Primero construyen un conjunto de ambigüedad, luego se formula un modelo de ubicación de instalaciones distributivamente robusto con el objetivo de minimizar el costo fijo de apertura y la expectativa del peor de los casos del transporte y costos de demanda insatisfecha.

Q. Chen et al. (2019) desarrollan una metodología común para evaluar la suficiencia del suministro del sistema de gasoductos bajo demanda aleatoria. Para cada escenario de suministro de gas se calcula mediante simulaciones hidráulico-térmicas del gasoducto considerando todas las limitaciones físicas y legales. Cuando las condiciones no puedan satisfacerse completamente, se proponen cuatro métodos para ajustar el caudal de cada cliente para cumplir los requisitos del contrato, se obtienen datos para analizar y tomar una decisión. Para que la carga computacional sea menor, se aplica el muestreo de hipercubo latino con la descomposición de Cholesky para generar varios escenarios de demanda.

Alnaggar et al. (2020) consideran un problema de planificación de distribución en una red de transbordo bajo demanda estocástica de los clientes, para tener en cuenta la incertidumbre que se enfrenta en aplicaciones de la vida real al planificar actividades de distribución. Abordan la incertidumbre en una red de distribución con una instalación intermedia y dando información sobre el beneficio de tener en cuenta la aleatoriedad en la fase de planificación de la distribución. Formulan un modelo de programación estocástica de dos etapas que busca minimizar la suma del costo de transporte, el costo esperado de mantener el inventario y el costo esperado de subcontratación.

N. Zhao et al. (2022) examinan como la interrupción aleatoria de la demanda y el efecto de referencia de los consumidores impactan las decisiones operativas, los precios, la recopilación y el intercambio de información en una cadena de suministro de doble canal

compuesta por un proveedor y una plataforma. Se encontró que la información inexacta sobre las interrupciones genera pérdidas sustanciales a la cadena de suministro y el efecto de referencia hará más grande la pérdida en la plataforma, pero disminuirá la pérdida para el proveedor. Caso contrario cuando el grado de distorsión de la plataforma es alto. En este punto si el proveedor está dispuesta a aceptar un contrato de intercambio de información con la plataforma, la plataforma elige un esquema de reparto de ingresos y el proveedor un esquema de tarifa fija.

Zhou et al. (2022) examinan la programación capacitada de desmontaje teniendo en cuenta la demanda y la incertidumbre del tiempo de operación de desmontaje, que es el problema de determinar la cantidad de productos al final de su vida útil que se desmontarán mientras se satisface el mercado de reciclaje interno. El problema se formula como un nuevo modelo de programación estocástica y proponen un algoritmo de base genética híbrida para derivar la mejor solución.

Liang et al. (2023) centran su estudio en el modelado del método de superficie de respuesta estocástica y la solución óptima de programación de cono de segundo orden, buscando la optimización estocástica de microrredes, considerando la aleatoriedad de las fluctuaciones de los suministros de demanda de gas y energía renovable. Con base en el método, las distribuciones aleatorias de incertidumbre se convierten en distribuciones normales estándar independientes mediante la transformación de Nataf. Posteriormente se para describir el proceso de respuesta aleatoria de ajustes de microrredes se formulan los polinomios caóticos de Hermite. La eficacia del modelo se demuestra por los estudios de caso de simulación Montecarlo.

Dissa & Ushakumari (2023) analizan dos productos perecederos con tiempos de vida comunes aleatorios en un sistema de inventario en cola de productos y se consideran dos tipos de clientes: prioritarios y no prioritarios. La vida útil de los productos y los tiempos de servicio siguen distribuciones exponenciales independientes y la llegada de los clientes se realizan mediante dos procesos de Poisson independientes. Examinan los efectos de parámetro de vida común en las medidas de desempeño, como el tiempo de

ciclo promedio, el número promedio de reórdenes debido a la realización de la vida útil común de los productos básicos.

Haoudi et al. (2023) proponen una predicción de la demanda basada en algoritmos de aprendizaje automático para pronosticar la cantidad de insulina requerida en EU. El estudio se basó en algunos modelos de aprendizaje automático: bosque aleatorio, regresión múltiple y red neuronal artificial. Para determinar cuál modelo es mejor para la investigación, se comparó el rendimiento de los tres modelos en función de las métricas de regresión: la raíz del error cuadrado medio, el coeficiente de determinación y el valor R.

X. Zhao & Yin (2018) investigaron el problema de coordinación de una cadena de suministro compuesta por un minorista que enfrenta una demanda aleatoria y un fabricante que exhibe responsabilidad social corporativa. El problema se centra en definir la fijación de precios del vendedor. Para la decisión se descentraliza según el juego Stackelberg del fabricante. El fabricante determina el precio mayorista y la inversión en la responsabilidad social corporativa, luego el minorista decide la cantidad del pedido y el precio minorista. La efectividad se evalúa mediante el uso de MATLAB.

Zhao & Wallace (2015) consideran el diseño de instalaciones para un solo producto con demanda aleatoria y considerando la capacidad de máquina. Desarrollan una heurística eficiente capaz de encontrar buenas soluciones al caso estocástico, con la restricción de encontrar buenas soluciones para el problema determinista correspondiente con máquinas no capacitadas con la misma dimensión. Se ofrece una buena solución para el modelo estocástico.

## **2.4 Simulación**

### **2.4.1 Antecedentes**

Para observar un sistema real sin la necesidad de construirlo ni invertir una cantidad elevada de dinero, recurrimos a las simulaciones. Las simulaciones pueden tener varias

formas como un juego de mesa, ejercicios de guerra, no se debe olvidar la primera regla de que la simulación es solo una representación de una cosa real.

Una simulación de computadora es una técnica numérica para llevar a cabo experimentos en una computadora digital lo cual involucra una relación matemático-lógica que interactúa para describir el comportamiento de un sistema a lo largo del tiempo. Se simula para poder evaluar alguna mejora sin necesidad de implementarla y poniendo en riesgo la situación actual. Con la simulación se pueden obtener datos que, si son positivos, se puede implementar la acción siendo más certeros de su viabilidad.

“Un sistema es un compuesto de personas, productos y procesos que proporcionan la capacidad de satisfacer necesidades declaradas. Un sistema completo incluye las instalaciones, equipos (hardware y software), materiales, servicios, datos, personal calificado y técnicas necesarias para lograr, proporcionar y mantener la eficacia del sistema”. Comando de Sistemas de la Fuerza Aérea (1991).

La percepción del sistema depende en gran medida del observador y él define que campos son necesarios o no en la conceptualización. Cada sistema tiene sus propias entradas y salidas. En los sistemas discretos se definen eventos cuantificables y en los continuos se tienen que tomar varias mediciones en pequeños intervalos. Un modelo descriptivo dice cómo se comporta el sistema, sus características y su propósito, y en un modelo prescriptivo se describe que se debe de hacer para dar una solución.

En la mayoría de las situaciones de la vida real, los eventos suceden de manera aleatoria, pero esto no quiere decir que no se puedan describir. Si se tienen datos históricos se pueden elegir entre dos opciones para modelar, la primera es un modelo probabilístico y el segundo es una simulación.

Existen diversos tipos de simulación que permiten representar situaciones reales de diversos tipos. Modelos físicos, como un avión a escala, o modelos matemáticos, a los cuales pertenecen los modelos de simulación de eventos discretos. De igual manera los modelos se pueden diferenciar según el tipo de ecuaciones matemáticas que los componen. Los modelos continuos son aquellos en los que las relaciones entre las

variables relevantes de la situación real se definen por medio de ecuaciones diferenciales, ya que están permiten conocer el comportamiento de las variables en cierto tiempo. Los modelos discretos son aquellos en el que el comportamiento que nos interesa analizar puede representarse por medio de ecuaciones evaluadas en un punto determinado.

Los modelos dinámicos son en los que el estado del sistema que estamos analizando cambia respecto al tiempo y por otro lado los modelos estáticos representan un resultado bajo un conjunto de situaciones o condiciones determinado (Rossetti, 2016).

#### **2.4.2 Estudios de investigación**

Kephe et al. (2021) estudiaron una amplia gama de modelos de cultivos de diferentes demandas, como medida para controlar el impacto del cambio climático en la producción futura de cultivos. Se enfrentan a la falta de disponibilidad de datos históricos confiables para la calibración de los modelos. Proponen emplear más de un método de recopilación de datos como datos de entrada para reducir los desafíos a los que se enfrentan los modeladores de cultivo, ya que el futuro del modelado depende de la bondad y disponibilidad de los datos de entrada.

H.Q. Chen et al. (2023) establecen un modelo de optimización orientado a costos para aumentar el equipo de transporte de materiales y expandir la capacidad del inventario para un proceso de desmantelamiento de vagones. Se utilizó un algoritmo genético y una simulación del modelo para la resolución del modelo. Para la validación del sistema se propone un esquema de optimización donde las restricciones satisfagan las necesidades de producción con el menor costo posible.

Lepillier et al. (2019) basan su investigación en la caracterización, exploración, y evaluación de dos sistemas geotérmicos ubicados en la faja volcánica transmexicana. Prevén conectar pozos existentes a una zona productiva y ubican que Acoculco puede ser un sitio viable por no encontrar fluidos siendo que tienen temperaturas altas. El estudio investiga la dependencia de la permeabilidad de las fracturas, limitada por la

longitudes y aperturas de las fracturas. Las simulaciones se realizan en 2D utilizando el método COMSOL alimentado con datos mecánicos recopilados en la física de rocas.

Zahid & Syed (2021) realizan una simulación del proceso de combustión dentro de un cilindro de un motor diésel para analizar el rendimiento del motor y la formación de contaminantes. Su simulación la realiza en un sector en 3D empleando modelos que sean acordes a los procesos físicos y químicos que están presentes en el fenómeno de la combustión. Las soluciones numéricas se basan en la discretización de volumen finito de las ecuaciones diferenciales parciales gobernantes. Los resultados de la simulación son muy consistentes de acuerdo con los resultados esperados de las variables objetivo.

Borges et al. (2020) evalúan el impacto de la implementación de prácticas de Lean Production en la cadena de suministro de un hospital, buscando adelantarse a los errores de las implementaciones en otros hospitales. La evaluación se realiza mediante modelos de simulación computacional considerando la variabilidad de proveedores y clientes, verificando las políticas de inventario y evitando afectar al nivel de servicio. Esto ayuda a una mejor toma de decisiones sobre la implementación lean y garantizar una mejor atención médica.

Oliveira et al. (2023) proponen un marco para respaldar los estudios de simulación en línea considerando el modelado facilitado y utilizando conceptos recientes para la industria como la flexibilidad y la agilidad. Se usó el método de investigación acción y se aplicó el framework FaMoSim en un caso real para verificar su aplicabilidad. El marco ayuda a expandir los estudios DES en donde no se ocupa ampliamente, permite intervenciones en línea lo que la vuelve atractiva para tiempos de distanciamiento social.

May et al. (2024) mencionan que la simulación de sistemas de producción es una excelente herramienta que ayuda a optimizar los recursos a nivel de planeación o control, por lo que ajustar las simulaciones es de vital importancia en la producción actual. En la era de la industria 4.0 los datos son ubicuos y fácilmente disponibles que sirven de base para datos virtuales. El objetivo principal de su estudio es entrenar el modelo de aprendizaje automático para minimizar la brecha de la realidad entre el sistema simulado y el real mediante la selección de parámetros correspondientes.

Longo et al. (2024) emplean características sofisticadas del programa de simulación AnyLogic para analizar y evaluar dos políticas de producción: El tiempo de entrega y el tiempo de producción más corto. El objetivo principal es determinar cuál de las dos políticas da resultados más puntuales en las entregas. Para verificar la credibilidad y la resiliencia de los resultados de la simulación, se realiza un análisis estadístico integral utilizando Minitab, con especial atención en los gráficos de efectos principales.

Ghasemi et al. (2024) realizan un estudio sobre la programación de la producción que es un elemento importante en la toma de decisiones que, estando diseñado adecuadamente y utilizado de manera óptima, aporta eficiencia a toda la red de cadena de suministro de muchos sistemas de fabricación. Se revisa la optimización de la simulación como herramienta de apoyo en la toma de decisiones de los programas de producción, dentro de los sistemas de fabricación modernos.

Zheng et al. (2023) consideran el estudio de un problema en la coordinación de la producción, transporte y ventas en una red de cadena de suministro. Se realiza un modelo de simulación para generar demandas aleatorias de los clientes en diversas ubicaciones que son impactadas por estrategia de marketing en el que las demandas de los clientes deben ser cumplidas. Para abordar el problema, primero se formula una programación lineal en el que se busca maximizar el beneficio de las estrategias de marketing. De igual forma se amplía el modelo de optimización a una programación entera mixta y también se demuestra la eficiencia computacional del método propuesto.

## **2.5 Logística inversa**

### **2.5.1 Antecedente**

Es sabido que las cadenas de suministro dañan al medio ambiente cuando la producción termina en el basurero por lo que una de las mayores oportunidades de mejora y sustentabilidad es que las empresas diseñen productos que se puedan reutilizar y reciclar. No basta con solo diseñar un producto reciclable, sino que el producto debe ir

respaldado por una cadena de suministro que garantice el proceso de reciclado, ya que sin el proceso adecuado, los productos reciclables terminarán en la basura.

La logística inversa es un componente crítico de la gestión de la cadena de suministro que se centra en procesar los productos devueltos por los consumidores para su recuperación y reutilización nuevamente en la empresa. A diferencia de la logística directa que implica trasladar mercancías desde los fabricantes a los usuarios finales, la logística inversa opera con la dirección opuesta esto en el contexto de implementar acciones de sustentabilidad en la producción.

Guide y Van Wassenhove (2009) describen tres escenarios en los que la cadena de suministro puede manejar las devoluciones. En el primero el cliente realiza una devolución porque el producto está defectuoso o porque decide que el producto no es de su agrado. Si el producto está defectuoso, la cadena de suministro debe de ser capaz de realizar la cualquier reparación menor y reintroducirlo en el mercado. Cuando el producto ha llegado al final de su vida útil, el producto se deposita en el bote de la basura o puede ser retomado por la cadena de suministro. Aunque el producto vuelva a la cadena de suministro, se tienen que abordar varios temas para obtener las ganancias ambientales. Algunas de las partes devueltas se pueden utilizar para producir otros artículos y las demás partes deben de ser recicladas con éxito.

Se presentan las siguientes 3 situaciones:

1. Las devoluciones del cliente se tienen que reparar
2. Las devoluciones al final de uso se tienen que reconstruir
3. Las devoluciones al final de vida se tienen que reciclar

Aparte de todos los retos técnicos, se debe considerar el diseño de productos y cadenas de suministro en la que las tareas se puedan hacer económicamente ya que por ejemplo en Nueva York a principios del siglo XXI redujeron sus esfuerzos de reciclado por el costo alto y que el mercado de reciclados era bajo.

La logística inversa implica mantener un inventario en cada etapa para evitar el exceso de existencias o la subutilización esto requiere coordinar a diferentes socios de la cadena

de suministro como fabricantes para el desmontaje y recicladores para la devolución de artículos, además existen algoritmos específicos utilizados en logística inversa para optimizar los procesos asegurando estrategias eficientes de recuperación y reabastecimiento.

Los desafíos incluyen el seguimiento de las devoluciones el manejo de diversos tipos de devoluciones como productos dañados contra materiales no reciclables y navegar por las diferentes regulaciones entre regiones. Las implicaciones de costos también encarecen la logística inversa debido a la necesidad de mano de obra para el desmontaje y al mismo tiempo se benefician de la capacidad de reparar o recuperar activos valiosos.

Ya sea que los productos se tengan que reconstruir, reciclar o reparar, los intereses económicos de las partes involucradas deben entenderse y alinearse para que se realicen las actividades. La planificación empresarial en logística inversa a menudo implica determinar estrategias de recolección óptimas, hoy centrándose primero en los artículos de alto valor para maximizar los beneficios de recuperación. Hoy esta flexibilidad permite a las empresas adaptarse a industrias específicas y necesidades de los consumidores garantizando que la cadena de suministro siga siendo eficiente y rentable.

En resumen, actualmente la logística inversa es esencial para comprender cómo los productos devueltos impactan la eficiencia y sostenibilidad de una cadena de suministro, requiere coordinación en múltiples etapas, manejo cuidadoso de diversas devoluciones y planificar estrategias para sortear las complejidades regulatorias y al mismo tiempo aprovechar el ahorro de costos mediante la reparación y reutilización (Birge, 2011).

## **2.5.2 Estudios de investigación**

González-Castillo et al. (2023) mencionan que la logística inversa es un proceso dentro de la cadena de suministro que ayuda al medio ambiente y también el aprovechamiento de procesos productivos y abastecimientos de mercados por excesos de devoluciones, inventarios, etc. Que puedan ser utilizados nuevamente y generen un valor con una adecuada gestión de planeación, ejecución y control. La investigación consiste en revisar

la relación existente entre logística inversa y el impacto ambiental en la industria textil e implementar procesos innovadores que permitan recuperar o extender el valor del material.

Jaimes (2020) revisa factores relevantes y poso utilizados en la cadena de suministro revisando más de cuarenta artículos acerca de los orígenes, factores y avances que impactan directamente al sector industrial. De la misma forma hace un análisis de los principales componentes de la logística, dentro de la gestión de operaciones, analizando la cadena de suministro como elemento clave de la gestión logística.

Pazmiño Unda et al. (2023) proporcionan una visión integral sobre los remantes textiles y la implementación de prácticas sostenibles en la industria. Se emplea un método mixto de investigación descriptivo que combinó enfoques cuantitativos y cualitativos en un estudio de campo. Los resultados enfatizan la importancia de avanzar hacia un enfoque más sostenible en la confección textil, al mismo tiempo que identifican áreas de oportunidad para impulsar un cambio positivo en la gestión de los sobrantes textiles reduciendo el impacto en el medio ambiente y prolongando el valor de los productos o materiales involucrados.

Gómez Zepeda et al. (2022) se enfocan en analizar las prácticas de unas empresas de maquinados en el proceso de logística inversa y analizar como este proceso puede hacer competitivas a las empresas de acuerdo con el grado de implementación con el que cuenta cada una. Las variables más significativas de validación son la inspección de mercancía devuelta, clasificar las devoluciones, transporte disponible para la recolección de los artículos devueltos, personal disponible para la recepción y manejo de devoluciones, transporte en óptimas condiciones, disponer de un área especial para devoluciones y documentar todo el proceso.

Malpica Zapata et al. (2022) basan su estudio en la logística inversa debido a la urgencia de implementar mecanismos de producción más sostenibles y amigables con el medio ambiente para tener una mejor gestión empresarial y ser más competitivos en el mercado actual. Se investigan una infinidad de documentos en un periodo comprendido de 1990 a

2020 y los resultados permiten la gestión del análisis de la información de una manera objetiva y acotada.

Cardenas Acosta et al. (2023) investigan la adaptación de la logística inversa en la gestión de residuos en un establecimiento comercial. Se emplea una metodología cuantitativa y cualitativa de manera que se pueda recopilar la mayor información posible con la finalidad de obtener un diagnóstico de la situación actual y verificar donde hay áreas de oportunidad que ayuden a tener un mejor orden, y en donde ya existe una gestión, implementar estrategias destinadas a mejorar.

Achahuanco Molina et al. (2023) definen que la logística inversa puede proporcionar diversos beneficios, uno de ellos es la reducción de los costos de producción, otro es la mejora de la imagen corporativa y el cumplimiento con las regulaciones ambientales vigentes. Además, contribuye a la economía circular al ayudar al reciclaje de productos y materiales de manera adecuada y de esta manera haciendo sostenible los procesos. Se busca mediante una revisión conceptual proponer un modelo basado en programación lineal y otros conceptos relacionados.

Hennequin et al. (2022) abordan como principal objetivo determinar los niveles de stock base en el marco de una simbiosis industrial. Se definen políticas de reposición de productos terminados y usados a nivel operativo. El sistema está compuesto de tres empresas y dos almacenes principales ubicados en la misma región. Las empresas están divididas haciendo productos finales, otra recuperando productos usados y la tercera recibiendo subproductos para ser terminados. Para hacer más sencillo, se presenta solo un tipo de producto terminado y se considera una generalización de productos, clientes y empresas productoras. Entonces el objetivo es definir los niveles de existencia base que minimicen la función total esperada promedio a largo plazo.

Wang et al. (2018) observan el costo de la logística inversa y la satisfacción del cliente en regiones importantes y luego establecen una red de logística inversa para bicicletas compartidas defectuosas en el que, para resolver el modelo, se usa el algoritmo de recocido simulado genético modificado. Ya que, con el rápido desarrollo de la economía colaborativa y las redes, las bicicletas compartidas se han vuelto muy populares de una

manera rápida porque resuelven unos problemas de último viaje. Se invierte en muchas bicicletas para mejorar el índice de ocupación del mercado, pero no se recuperan las bicicletas defectuosas provocando contaminación ambiental.

Casper & Sundin (2018) menciona que un proceso clave en la cadena de suministro de circuito cerrado es la gestión del transporte. El objetivo es proporcionar el marco para la gestión del flujo inverso de materiales en la industria automotriz, específicamente en las actividades de remanufactura. Los principales resultados arrojan que los problemas se centran en el ámbito de la logística directa e inversa como el embalaje que no protegen el producto de forma óptima y se evalúan conceptos que no protegen el medio ambiente contra posibles influencias negativas de una pieza usada.

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA**

Este capítulo describe la metodología empleada en la presente investigación para resolver del modelo estocástico que involucra dos variables aleatorias: la demanda de productos y la devolución de productos al final de su vida útil. El modelo se divide en varios escenarios basados en etapas de optimización, cada uno con su propia distribución de probabilidad. El proceso de investigación comprende las siguientes etapas:

### **3.1 Preparación de los datos de entrada**

En esta fase inicial, la recolección de datos es de suma importancia. Durante esta fase, se recopilan los datos necesarios relacionados con la producción y comercialización. Estos datos se utilizan para determinar los distintos parámetros de la distribución normal que modela la demanda aleatoria de productos. Los parámetros de la distribución beta también se definen utilizando los datos de mercado recopilados. Esta fase es crucial, ya que constituye la base de una modelización eficaz de los patrones de demanda de productos, lo que permite a las empresas optimizar sus estrategias de producción, comercialización y distribución.

### **3.2 Desarrollo del modelo**

El modelo está diseñado para optimizar los procesos de toma de decisiones en entornos complejos y dinámicos en los que existe incertidumbre. Para resolver el modelo, se considera un conjunto de parámetros utilizando el software de optimización Lingo. El software Lingo utiliza varios algoritmos y técnicas para analizar los parámetros dados y ofrecer soluciones que se ajusten a los objetivos generales de la empresa. Mediante el uso de este modelo, las empresas pueden tomar decisiones más informadas en términos de producción y gestión, lo que conduce a una mayor eficiencia y rentabilidad. El modelo propuesto es una herramienta valiosa para las empresas que operan en una variedad de industrias, desde la fabricación hasta la venta al por menor, entre otras.

### **3.3 Verificación y validación**

La eficacia del modelo estocástico se ha confirmado mediante una serie de instancias numéricas. Estas instancias han demostrado que el modelo funciona de acuerdo con los supuestos presentados. Además, se ha comprobado que el costo y otros índices relevantes, como los indicadores esperar y ver (WS), valor esperado de la información perfecta (EVPI) y el valor esperado (EV), varían de forma lógica y significativa dentro del sistema de producción. A modo de ejemplo ilustrativo, se realizan instancias numéricas para demostrar la funcionalidad y eficacia del modelo.

Los modelos desarrollados se validan mediante un extenso análisis de sensibilidad, donde se analiza a detalle el comportamiento del sistema, especialmente el comportamiento de las variables de decisión cuando se modifica el valor de los parámetros de costo y otros parámetros del sistema. Además, se realiza un modelo discreto y uno aleatorio para poder comparar el resultado y verificar cuál es el más apegado a la realidad comparando los resultados de indicadores y variables clave.

### **3.4 Análisis de sensibilidad e interpretación**

El análisis de sensibilidad implica una evaluación exhaustiva de diversos parámetros y costos del modelo. El objetivo de este análisis es comprender en detalle cómo influyen los costos en las variables de decisión, lo que a su vez determina el rendimiento del sistema. El análisis implica un examen exhaustivo de los efectos de cambiar cualquier dato de costo en cualquiera de las variables de decisión. Con el fin de tener una visión más profunda sobre el rendimiento del sistema y su sensibilidad, se analizó el rendimiento del sistema en diferentes escenarios, en cuanto a la sensibilidad de costos. Para profundizar en el rendimiento, se comparó el modelo propuesto con su contraparte determinista. También se analizó la sensibilidad de la restricción de nivel de servicio y los parámetros de las distribuciones aleatorias, con el fin de identificar la configuración óptima que ofrezca la mejor relación calidad-precio.

En el análisis de sensibilidad se realizó una variación en los parámetros de costo del modelo por separado a fin de analizar el impacto en las variables de decisión y por ende el impacto en el costo total. También se analizó el impacto de la variación de los parámetros de las distribuciones de probabilidad.

## **CAPITULO 4. PLANEACIÓN AGREGADA DE LA PRODUCCIÓN EN UN CONTEXTO DE LOGÍSTICA INVERSA CONSIDERANDO LA INCERTIDUMBRE DE LA DEMANDA Y NIVEL DE SERVICIO**

### **4.1 Contexto**

Los cambios que se han dado a nivel mundial como el aumento en el costo de las materias primas, el aumento de la mano de obra, la competencia con empresas que ofrecen productos similares o sustitutos, etc., obligan a evolucionar hacia un sistema que optimice recursos en las empresas y que además nos dé una visibilidad a futuro de cómo se va a comportar el mercado al que pertenece cada industria, para poder tener reacciones rápidas que nos permitan adaptarnos a cada situación y así obtener los menores costos posibles en la realización de los productos. Esto permitirá conocer un pronóstico de cuánto es la cantidad de productos que se deben producir mensualmente, la cantidad de inventario ideal que se debe tener para evitar, en la medida de lo posible, ventas no concretadas por falta de producto, la cantidad de personal que se requiere en la línea de producción y la cantidad de operadores que deben contratarse o despedirse en cada periodo. En la literatura, se han estudiado por separado los temas que abordan al caso de estudio como son la de planeación de la producción, demanda aleatoria, programación estocástica, nivel de servicio, logística inversa, siendo que se deben abordar como un todo ya que su interacción es evidente a la hora de realizar el cálculo del costo.

El presente capítulo tiene como objetivo principal, desarrollar un modelo de planeación agregada que incluya las variables necesarias que nos permita obtener un dato fiable que ayude a obtener las mejores decisiones que nos de él menor costo total cumpliendo con el nivel de servicio deseado. Evitando las ventas no concretadas y usando un modelo que nos permita tener la consideración de la demanda aleatoria del producto y los retornos de productos de final de vida, como se presenta en la Figura 1.

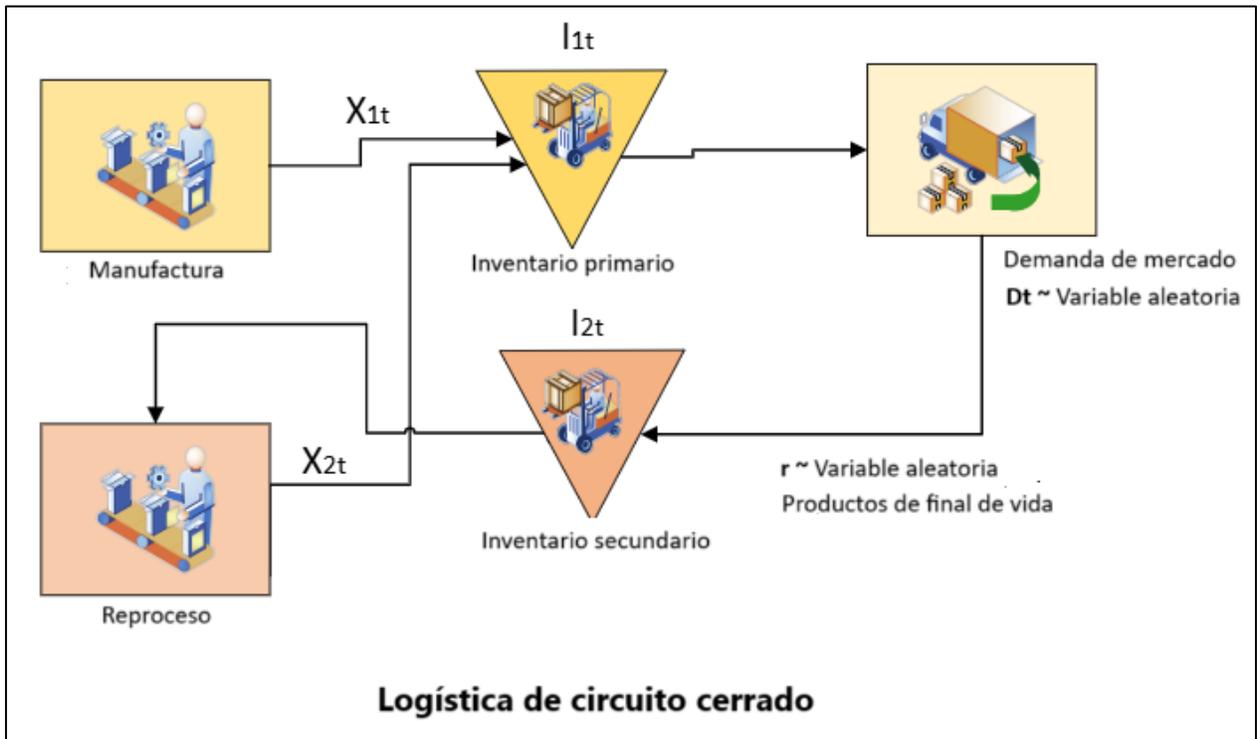


Figura 1. Sistema de producción bajo estudio. Elaboración propia

#### 4.2 Modelo estocástico de planeación de la producción agregada

Esta sección presenta primero la formulación determinista del problema de planeación agregada y a continuación, su extensión al modelo estocástico de múltiples etapas que incluye dos variables aleatorias de retorno de productos de final de vida y demanda aleatoria.

#### 4.3 Modelo determinista

Para la formulación del modelo de programación lineal determinista se emplea la siguiente notación:

Parámetros:

$D_t$	Demanda mensual del producto en el periodo t
$C_{sal}$	Salario de los trabajadores en el periodo t
$C_{fir}$	Costo de despido por empleado en el periodo t
$C_{hir}$	Costo de contratación del empleador para el periodo t
$C_{inv1}$	Costo de inventario por unidad en el periodo t
$C_{inv2}$	Costo de inventario de productos recuperados en el periodo t
$C_b$	Costo de backlog por cada unidad en el periodo t
$C_{man}$	Costo de producción por unidad en el periodo t
$C_{rem}$	Costo de producción por unidad recuperada en el periodo t
$K_1$	Capacidad de producción de manufactura mensual por empleado
$K_2$	Capacidad de producción de remanufactura mensual por empleado
$r$	Proporción de productos al final de vida que son reprocesados
SL	Objetivo de nivel de servicio requerido por los clientes

Variables de decisión:

$W_t$	Trabajadores totales para el periodo t
$P_{1t}$	Trabajadores en manufactura en el periodo t
$P_{2t}$	Trabajadores en remanufactura en el periodo t
$H_t$	Trabajadores contratados en el periodo t
$F_t$	Trabajadores despedidos en el periodo t
$I_{1t}$	Inventario de piezas producidas en el periodo t
$I_{2t}$	Inventario de piezas reprocesadas en el periodo t
$X_{1t}$	Número de piezas producidas en el periodo t
$X_{2t}$	Número de piezas reprocesadas en el periodo t
$S_t$	Backlog en el periodo t

Se extendió el modelo determinista para incluir los supuestos presentados en la sección anterior de nivel de servicio tipo II. Considerando las notaciones mencionadas y los

supuestos, se inicia con la formulación del modelo de programación lineal determinista multi periodo.

La función objetivo del modelo determinista es la siguiente:

min  $Z =$

$$C_{sal} \sum_{t=1}^T (P_{1t} + P_{2t}) + C_{hir} \sum_{t=1}^T H_t + C_{fir} \sum_{t=1}^T F_t + C_{inv1} \sum_{t=1}^T I_{1t} + C_{inv2} \sum_{t=1}^T I_{2t} + C_{bac} \sum_{t=1}^T S_t + C_{man} \sum_{t=1}^T X_{1t} + C_{rem} \sum_{t=1}^T X_{2t} \quad (1)$$

En la Ecuación 1 se define que el objetivo es minimizar el costo final que se compone de la suma de los costos de los salarios de los operadores de producción y reprocesos, contratación, despido, inventario de producción, inventario de reprocesos, producción y reprocesos. Este modelo determinista está sujeto a las restricciones que a continuación se presentan:

$$W_t = W_{t-1} + H_{t-1} - F_{t-1} \quad \forall t = 2, 3, \dots, T \quad (2)$$

$$W_t = P_{1t} + P_{2t} + F_t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

$$I_{1t} = I_{1t-1} + X_{1t} + X_{2t} - D_t + S_t - S_{t-1} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

$$I_{2t} = I_{2t-1} + rD_t - X_{2t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

$$X_{1t} \leq k_1 P_{1t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (6)$$

$$X_{2t} \leq k_2 P_{2t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

$$\frac{\sum_{t=1}^T X_{1t} + \sum_{t=1}^T X_{2t} - \sum_{t=1}^T S_t}{\sum_{t=1}^T D_t} \geq SL \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (8)$$

$$P_{1t}, P_{2t}, H_t, F_t, I_{1t}, I_{2t}, S_t, X_{1t}, X_{2t} \geq 0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (9)$$

En la Ecuación 2, se consideran las contrataciones y despidos necesarios al inicio del periodo  $t$  para tener la plantilla de trabajadores completa necesaria para producir las unidades requeridas por el plan de producción. La Ecuación 3, define la cantidad de trabajadores con la que se contará al inicio del mes considerando los necesarios para la

producción, reprocesos y despidos. La Ecuación 4, nos da un balance entre las piezas producidas, las reprocesadas, los inventarios, faltantes y demanda para determinar el inventario óptimo de piezas en el periodo t. La Ecuación 5, considera las piezas de retorno de final de vida y la demanda para determinar el inventario idóneo de piezas de retorno de final de vida. La Ecuación 6, nos indica que las piezas producidas deben de ser menores o iguales que la capacidad de piezas que puede realizar la plantilla de trabajadores. La Ecuación 7 nos indica que las piezas producidas de retorno de final de vida deben de ser menores o iguales que la capacidad de piezas que puede realizar la plantilla de trabajadores. La Ecuación 8, nos indica la restricción de nivel de servicio. La Ecuación 9, nos asegura que todos los valores sean positivos.

#### 4.4 Modelo estocástico de etapas múltiples

El modelo determinista anterior tiene la particularidad de que es un modelo de múltiples etapas. Esto nos da como consecuencia el desarrollo de un modelo estocástico con múltiples etapas (MSP) para considerar dos variables aleatorias que son en este caso los retornos de productos de final de vida y la demanda. Donde el modelo genera piezas de retorno aleatoriamente. Para la formulación del modelo MSP se ocupan la siguiente notación:

Parámetros aleatorios

- $D_t$  Demanda mensual del producto en el periodo t, modelada por una distribución normal con parámetros  $(\mu, \sigma)$
- $\omega_1^t$  Realización de la demanda aleatoria en el periodo t con  $\omega_1^t \sim N(\mu, \sigma)$
- $r$  Proporción de productos al final de vida que son reprocesados dado por una distribución uniforme
- $\omega_2^t$  Realización de la proporción de productos al final de vida en el periodo t con  $\omega_2^t \sim U(l, u)$
- $\Omega_t$  Proceso estocástico definido por las variables aleatorias  $(\omega_1^t, \omega_2^t)$

## Parámetros

$C_{sal}$	Salario de los trabajadores en el periodo t
$C_{fir}$	Costo de despido por empleado en el periodo t
$C_{hir}$	Costo de contratación por empleado para el periodo t
$C_{inv1}$	Costo de inventario por unidad en el periodo t
$C_{inv2}$	Costo de inventario de productos recuperados en el periodo t
$C_b$	Costo de backlog por cada unidad en el periodo t
$C_{man}$	Costo de producción por unidad en el periodo t
$C_{rem}$	Costo de producción por unidad recuperada en el periodo t
$K_1$	Capacidad de producción mensual por empleado
$K_2$	Capacidad de producción de recuperación mensual por empleado
SL	Nivel de servicio requerido por el cliente

## Variables de decisión

$W_t(\omega_1^t, \omega_2^t)$	Número de trabajadores por mes en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
$P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$	Número de trabajadores en el proceso principal en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
$P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$	Número de trabajadores en el proceso secundario en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
$H_t(\omega_1^t, \omega_2^t)$	Número de trabajadores contratados en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
$F_t(\omega_1^t, \omega_2^t)$	Número de trabajadores despedidos en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
$X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$	Número de unidades producidas en el proceso principal en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t)$

- $X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$  Número de unidades producidas en el proceso secundario en el periodo  $t$  cuando las variables aleatorias son  $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
- $I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$  Número de unidades en el inventario principal en el periodo  $t$  cuando las variables aleatorias son  $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
- $I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$  Número de unidades en el inventario principal en el periodo  $t$  cuando las variables aleatorias son  $(\omega_1^t, \omega_2^t)$
- $S_t(\omega_1^t, \omega_2^t)$  Backlog en el periodo  $t$  cuando las variables aleatorias son  $(\omega_1^t, \omega_2^t)$

Más formalmente, el modelo MSP puede ser formulado como se muestra a continuación:

min  $Z =$

$$\begin{aligned}
& E_{\Omega_t} \left[ C_{sal} \sum_{t=1}^T (P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)) + C_{hir} \sum_{t=1}^T H_t(\omega_1^t, \omega_2^t) + \right. \\
& C_{fir} \sum_{t=1}^T F_t(\omega_1^t, \omega_2^t) + C_{inv1} \sum_{t=1}^T I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + C_{inv2} \sum_{t=1}^T I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + \\
& \left. C_{bac} \sum_{t=1}^T S_t(\omega_1^t, \omega_2^t) + C_{man} \sum_{t=1}^T X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + C_{rem} \sum_{t=1}^T X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \right] \quad (10)
\end{aligned}$$

Sujeto a

$$\begin{aligned}
W_t(\omega_1^t, \omega_2^t) &= W_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t) + H_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t) - F_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t) \\
& \quad t = 2, 3, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_t(\omega_1^t, \omega_2^t) &= P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + F_t(\omega_1^t, \omega_2^t) \\
& \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) &= I_{1t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t) + X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) - \mathbf{D}_t + S_t(\omega_1^t, \omega_2^t) \\
& \quad - S_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t) \\
& \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (13)
\end{aligned}$$

$$I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) = I_{2t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t) + \mathbf{rD}_t - X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (14)$$

$$X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \leq kP_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (15)$$

$$X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \leq kP_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (16)$$

$$\frac{\sum_{t=1}^T X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) + \sum_{t=1}^T X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) - \sum_{t=1}^T S_t(\omega_1^t, \omega_2^t)}{\sum_{t=1}^T \mathbf{D}_t} \geq SL$$

$$\forall t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (17)$$

$$P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0, P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0, H_t(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0, F_t(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0, I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0,$$

$$I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0, S_t(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0, X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0, X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) \geq 0,$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \forall (\omega_1^t, \omega_2^t) \in \Omega_t \quad (18)$$

$$P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) = P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t), P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) = P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t), H_t(\omega_1^t, \omega_2^t) = H_t(\omega_1^t, \omega_2^t),$$

$$F_t(\omega_1^t, \omega_2^t) = F_t(\omega_1^t, \omega_2^t), I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) = I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t), I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) = I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$$

$$, S_t(\omega_1^t, \omega_2^t) = S_t(\omega_1^t, \omega_2^t), X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t) = X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t), X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t) = X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t)$$

$$\text{para } \{(\omega_1^t, \omega_2^t), (\omega_1^t, \omega_2^t)\} \in \{\Omega_t\}, t = 1, 2, \dots, T \quad (19)$$

Se puede observar en las Ecuaciones 10 a 19 que los modelos MSP tienen una estructura que incorpora dos variables aleatorias. En la Ecuación 10 se muestra que el objetivo es minimizar el costo final que se compone de la suma de los costos de contratación, despido, inventario, procesos y producción, considerando la aleatoriedad de la demanda y el retorno de productos de final de vida. Las restricciones expresadas en las ecuaciones 11 a 18 se comprenden como condiciones que se deben cumplir en el modelo tomando en consideración la aleatoriedad de las variables. La Ecuación 19 impide que los resultados se puedan saltar de algún periodo, ya que no se pueden predecir

resultados futuros, donde  $t$  denota el conjunto de realizaciones indistinguibles de las variables aleatorias en la etapa  $t$ .

Considerando las distribuciones continuas, la optimización de la función objetivo (10) se implementa de manera que sea factible, salvo que los datos disponibles sean finitos en cuanto a su realización. El modelo (11-20) da como resultado un modelo de dimensión infinita. Esto implica recurrir a un árbol de decisión por el enfoque discrecional para las distribuciones estocásticas. La demanda estocástica se modela con una distribución de probabilidad estacionaria definida por una distribución normal y se muestra un comportamiento no constante durante el horizonte temporal. Se utiliza una distribución uniforme para modelar el retorno de productos al final de vida. En este documento usamos para la resolución un árbol de escenarios para estas dos funciones de probabilidad continua, donde cada uno de las intersecciones o nodos definen los escenarios. Este enfoque utiliza varios escenarios para hacer discreta la demanda aleatoria y la tasa de productos de retorno de final de vida aleatoria, que al final, estos dos conjuntos se unen para formar un árbol único de escenarios. Cada unión o nodo del árbol representa un escenario de demanda para cierta etapa, de esta manera se pueden observar diversos escenarios de retorno de productos de final de vida. Por ejemplo, ambos conjuntos se discretizan ( $1T$ ,  $2T$ ) en dos valores diferentes (bajo y alto), entonces en la etapa 1, tenemos 4 escenarios diferentes, por consiguiente, al final de la etapa 2, tenemos 16 escenarios, como se nota en la Figura 2. Se puede observar que la cantidad de escenarios aumenta exponencialmente si aumenta el número de etapas.

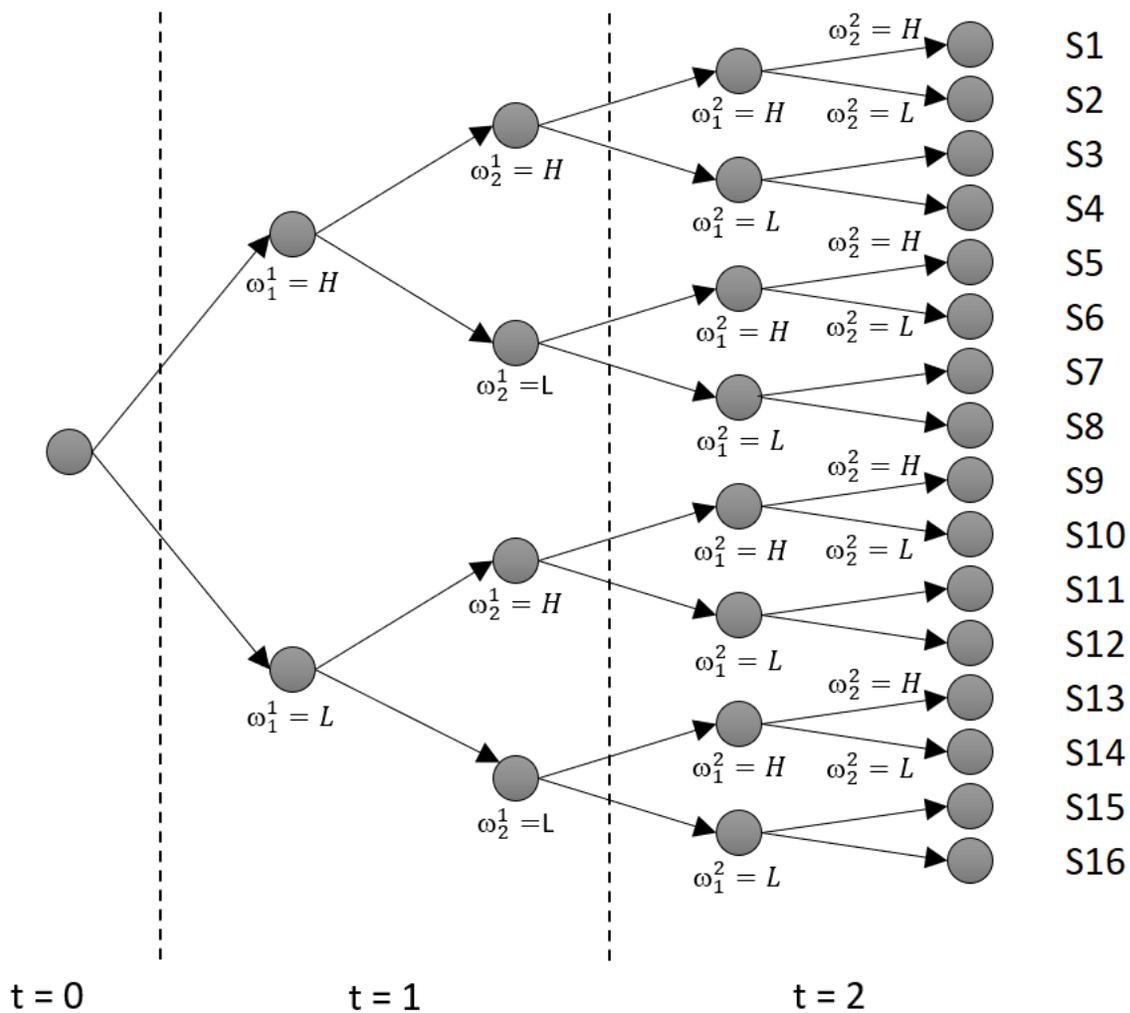


Figura 2. Árbol de decisión con 16 escenarios

#### 4.5 Materiales y método

El objetivo de esta sección es presentar el enfoque de resolución adoptado. Es importante recapitular que el modelo estocástico mostrado en la sección anterior tiene 2 variables aleatorias: la demanda y el retorno de productos de final de vida. El modelo se divide en varios escenarios, cada uno con su propia probabilidad de ocurrencia, ya que el algoritmo de solución se basa en métodos de programación estocástica. Los pasos de este método son:

- a) Preparación de los datos de entrada: Se recopilan los datos que se requieren en el modelo estocástico. Se requieren datos de producción y marketing para poder determinar los parámetros de la distribución normal que van a modelar la demanda aleatoria. De igual manera para definir los parámetros de la distribución uniforme, se requieren datos de retorno de productos de final de vida que se usarán para simular el retorno aleatorio.
  
- b) Desarrollo del modelo: se obtiene el modelo de optimización estocástica tomando en cuenta los supuestos de retorno de productos de final de vida y demanda aleatoria. El modelo se genera aplicando técnicas de programación estocástica y para resolverlo se emplea el software de optimización Lingo.
  
- c) Aproximación discreta: Se aplica el método de aproximación gaussiana para realizar una aproximación de la distribución continua utilizado para modelar la demanda aleatoria con una distribución discreta para disminuir el tiempo de operación del equipo de cómputo requerido para obtener la mejor solución, ya que el número de escenarios aumenta exponencialmente con el número de periodos.
  
- d) Verificación y validación: Se confirma que el modelo estocástico funciona conforme a los supuestos presentados y que los costos y demás índices de interés tienen sentido en el sistema de producción. Se realizan múltiples instancias numéricas en un análisis de sensibilidad lo que nos permite analizar el impacto de modificar los parámetros de costo en las variables de decisión.
  
- e) Análisis de sensibilidad e interpretación: Se interpretan los datos obtenidos para saber cómo influyen los costos y variables de decisión. De esta manera se obtiene información sobre el desempeño del sistema al cambiar algún dato de costo en cualquiera de las variables de decisión. En el análisis de sensibilidad, se presenta

un caso de base el cual sirve como parámetro de comparación cuando los costos y demás parámetros fluctúan en un mínimo y máximo. Se analiza el impacto de dicha variación en las variables de decisión y el costo total.

#### 4.6 Resultados numéricos

El planteamiento numérico abarca varias instancias numéricas que se ven reflejadas por el MSP, se visualiza la complejidad enfocándose en los distintos escenarios, variables y restricciones involucradas en el modelo determinista. Se utiliza el método propuesto en la sección anterior, y se discute el tiempo de respuesta de una computadora para determinar la solución, entre mayor sea el número de periodos, más iteraciones requiere el modelo para determinar una solución.

Todas las iteraciones le llevaron a cabo en una computadora Intel(R) Core(TM) i5-8250U CPU @ 1.60GHz y 8GB de RAM utilizando el software de optimización Lingo para resolver instancias numéricas. A continuación, se muestran los datos de entrada necesarios para el modelo MSP en la Tabla 1.

Tabla 1. Datos de entrada para las instancias numéricas

Valor de parámetro	$C_{sal}$ 5000	$C_{hir}$ 4000	$C_{fir}$ 12000	$C_{inv1}$ 15	$C_{inv2}$ 10	$C_{bac}$ 65
Valor de parámetro	$C_{man}$ 20	$C_{rem}$ 15	$k_1$ 10	$k_2$ 12	$\mu$ 353	$\sigma$ 29
Valor de parámetro	$W_1$ 10	$I_1$ 0	$I_2$ 0	1 0	$u$ 0.3	

El uso del procedimiento descrito permite obtener las soluciones de varios escenarios. Con la cantidad total de variables y restricciones para obtener un resultado, se puede apreciar el comparativo entre el modelo determinista y el estocástico presentados en la Tabla 2. Los modelos estocásticos se asemejan más a la realidad por la utilización de variables aleatorias ya que ningún sistema de producción en la vida real tiene parámetros de operación constantes, entonces y mediante el análisis de datos se puede determinar alguna distribución de probabilidad para los parámetros de algunas variables clave para la empresa. Los resultados del modelo determinista se obtienen para enfatizar la

diferencia de considerar o no las variables aleatorias en la toma de decisiones. De igual manera se visualiza el número de escenarios y variables aleatorias necesarias, como también el tamaño del modelo determinista equivalente del modelo MSP. El modelo determinista se presentó al inicio de este capítulo, el cual no considera variables aleatorias en su formulación, la demanda y el retorno de productos son constantes. El modelo estocástico equivalente lo genera internamente Lingo, al desglosar el árbol de decisión para las dos variables aleatorias del modelo considerando el horizonte de tiempo definido en la optimización.

Tabla 2. Comparación de los modelos con respecto al número de periodos

Periodo	Modelo determinista		Modelo estocástico				Modelo determinista equivalente	
	Variables	Restricciones	Numero de escenarios	Variables	Variables aleatorias	Restricciones	Variables	Restricciones
2	26	20	9	32	4	26	288	348
4	46	32	81	48	8	38	4212	5628
6	66	44	729	72	12	50	52488	73884
8	86	56	6561	92	16	62	603612	874812

Analizando los resultados de la Tabla 2, podemos observar que Lingo solo pudo resolver hasta 8 periodos, a partir del periodo 10, el número de variables y restricciones era tan grande que el software ya no fue capaz de obtener el resultado, lo que nos permite visualizar es que el número de escenarios, variables y restricciones aumentan de manera exponencial con respecto al número de periodos. Lingo convierte el modelo estocástico en un modelo determinista equivalente, esto es se despliega un árbol de escenarios como el mencionado anteriormente con las dos distribuciones de probabilidad.

Tabla 3. Comparación entre el modelo determinista y estocástico

Periodo	Tiempo de computo (segundos)		Número de iteraciones		Tipo de solución	
	Formulación determinista	Formulación estocástica	Formulación determinista	Formulación estocástica	Formulación determinista	Formulación estocástica
2	0.11	0.2	5	157	Global optimal solution	Global optimum
4	0.11	1.11	13	1333	Global optimal solution	Global optimum
6	0.11	7.26	24	12524	Global optimal solution	Global optimum
8	0.11	248.09	36	134074	Global optimal solution	Global optimum

Para hacer más simple la comparación entre el modelo determinista y el modelo MSP, se presenta en la Tabla 3 el tiempo de cálculo de la computadora, el número de iteraciones para llegar a la mejor solución y el tipo de solución. Podemos observar que las soluciones obtenidas para el modelo determinista son más rápidas que el modelo MSP, que, al subir el número de iteraciones, el tiempo aumenta exponencialmente. Recordemos que en el modelo determinista no se toma en cuenta la incertidumbre, por lo que el cálculo es mucho más rápido y el modelo MSP al incorporar variables aleatorias en su formulación lo hace más apegado a la realidad sin dejar de considerar que se basa en discretización de las variables continuas. El número de iteraciones necesarias para llegar a la solución en el modelo determinista son muy pocas comparadas con el modelo MSP que a partir del periodo 10 ya no fue posible obtener una solución por el número de variables y restricciones que aumentan exponencialmente por cada periodo representado en la construcción de un árbol de escenarios que explora todos los escenarios posibles hasta llegar a la solución óptima. En la calidad de las soluciones, en ambos modelos se obtuvieron soluciones óptimas, sin embargo, no hay que perder de vista que el modelo MSP incorpora incertidumbre lo que nos lleva a tener un panorama más apegado a la realidad.

#### **4.7 Análisis de sensibilidad**

En esta sección se estudia cómo afectan diversos parámetros de costos en la toma de decisiones y costo total. Este análisis de sensibilidad se realiza en el modelo estocástico, pues estamos interesados en estudiar como la toma de decisiones se afecta en un contexto estocástico. También se observa el impacto de diferentes objetivos de nivel de servicio mediante un análisis de sensibilidad. De igual manera se analiza como la incertidumbre influye en los resultados, el efecto de ir cambiando los parámetros de las distribuciones de probabilidad utilizadas para modelar la demanda y la generación aleatorias de piezas con defectos.

#### 4.7.1 Efecto de la variación del parámetro de costo

El análisis inicia evaluando diversos casos presentados en la siguiente tabla donde los parámetros marcados se generaron al variar el caso base en un cierto porcentaje arriba y debajo de su valor base. En total se analizaron 8 parámetros de costos diferentes.

Tabla 4. Variación de costos

Casos	Par.	Variación de costo							
		$C_{sal}$	$C_{hir}$	$C_{fir}$	$C_{inv1}$	$C_{inv2}$	$C_{bac}$	$C_{man}$	$C_{rem}$
<b>Caso de base</b>	-	<b>5000</b>	<b>4000</b>	<b>12000</b>	<b>15</b>	<b>10</b>	<b>65</b>	<b>20</b>	<b>15</b>
caso i	$C_{sal}$	2000	4000	12000	15	10	65	20	15
caso ii		15000	4000	12000	15	10	65	20	15
caso iii	$C_{hir}$	5000	500	12000	15	10	65	20	15
caso iv		5000	16000	12000	15	10	65	20	15
caso v	$C_{fir}$	5000	4000	3500	15	10	65	20	15
caso vi		5000	4000	22000	15	10	65	20	15
caso vii	$C_{inv1}$	5000	4000	12000	2	10	65	20	15
caso viii		5000	4000	12000	260	10	65	20	15
caso ix	$C_{inv2}$	5000	4000	12000	15	1	65	20	15
caso x		5000	4000	12000	15	200	65	20	15
caso xi	$C_{bac}$	5000	4000	12000	15	10	10	20	15
caso xii		5000	4000	12000	15	10	230	20	15
caso xiii	$C_{man}$	5000	4000	12000	15	10	65	2	15
caso xiv		5000	4000	12000	15	10	65	40	15
caso xv	$C_{rem}$	5000	4000	12000	15	10	65	20	3
caso xvi		5000	4000	12000	15	10	65	20	45

En la Tabla 5 se examina el resultado de las variaciones de costos en términos de las variables de decisión promedio. Por ejemplo,  $W_t$  indica el número de trabajadores para el periodo  $t$ . En esta tabla agregamos 8 variables de decisión que son típicas en los modelos de planeación agregada como son mano de obra, despidos, contrataciones, inventarios, escasez, producción y defectos. También se muestran tres índices de programación estocástica útiles, a saber, WS, EVPI y EV que nos ayudan para la justificación de uso de técnicas de programación estocástica. El índice WS (esperar y ver) nos indica el costo total, cuando quien va a tomar la decisión supiera el valor de la demanda y el retorno de producto antes de tomar una decisión, algo que no es posible en la realidad por la incertidumbre, WS es una relajación del modelo MSP al eliminar las restricciones de no anticipación. El índice EV (enfoque aquí y ahora) es el costo total determinado por el modelo estocástico MSP, definido como el costo total considerando las restricciones de no anticipación. El índice EVPI (valor esperado de la información

perfecta) es la diferencia entre WS y EV y mide que tan lejos está la solución del modelo estocástico de la solución WS cuando se tiene información completa de la incertidumbre. Los valores de estos índices WS, EVPI, EV los genera automáticamente el software Lingo. Entre más grande es el indicador EVPI más fuerte es el efecto de la aleatoriedad en el modelo y por ende con un valor alto de EVPI se justifica el desarrollo de modelos estocásticos.

Tabla 5. Análisis de sensibilidad de la variación de costo

Casos	Par.	Variables de decisión										Otros indicadores			Observación
		$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	WS	EVPI	EV (Costo Total)	
<b>Caso base</b>	–	<b>232</b>	<b>208</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>1</b>	<b>417</b>	<b>195</b>	<b>2040</b>	<b>276</b>	<b>423</b>	<b>1357274</b>	<b>35583</b>	<b>1392857</b>	-
caso i	$C_{sal}$	235	210	24	35	0	386	175	2041	276	424	671788	20338	692127	
caso ii		230	201	23	37	6	338	198	1977	276	359	3588570	76456	3665026	$\bar{P}_{1t} \downarrow, \bar{F}_t \uparrow, \bar{I}_{1t} \downarrow, \bar{S}_t \downarrow$
caso iii	$C_{hir}$	232	208	23	35	1	413	195	2043	276	426	1239327	28877	1268204	
caso iv		232	208	23	35	1	417	194	2037	276	420	1761661	56411	1818072	$\bar{I}_{1t} \uparrow, \bar{I}_{2t} \downarrow, \bar{X}_{1t} \downarrow, \bar{S}_t \downarrow$
caso v	$C_{fir}$	230	201	23	37	6	342	198	1977	276	360	1337654	30534	1368189	
caso vi		234	210	23	35	0	405	185	2049	276	432	1357274	38930	1396204	$\bar{P}_{1t} \uparrow, \bar{F}_t \downarrow, \bar{I}_{1t} \downarrow, \bar{S}_t \uparrow$
caso vii	$C_{inv1}$	232	207	23	35	1	426	190	2035	281	423	1351946	35415	1387361	
caso viii		233	207	24	36	2	302	290	2007	276	390	1443901	36109	1480010	$\bar{P}_{1t} \downarrow, \bar{F}_t \uparrow, \bar{I}_{1t} \downarrow, \bar{S}_t \downarrow$
caso ix	$C_{inv2}$	232	208	23	35	1	402	289	2040	276	423	1357108	33843	1390952	
caso x		234	207	26	35	0	418	146	2027	285	418	1357274	67914	1425188	$\bar{P}_{1t} \downarrow, \bar{F}_t \uparrow, \bar{I}_{1t} \uparrow, \bar{S}_t \downarrow$
caso xi	$C_{bac}$	232	208	23	35	1	419	196	2042	276	425	1333027	36496	1369524	
caso xii		232	207	23	35	1	407	193	2032	276	415	1430013	31949	1461963	$\bar{P}_{1t} \downarrow, \bar{F}_t \uparrow, \bar{I}_{1t} \downarrow, \bar{S}_t \downarrow$
caso xiii	$C_{man}$	232	208	23	35	1	418	219	2065	253	424	1320626	35422	1356048	
caso xiv		232	207	23	35	1	420	191	2034	280	421	1397994	35587	1433581	$\bar{P}_{1t} \downarrow, \bar{F}_t \uparrow, \bar{I}_{1t} \uparrow, \bar{S}_t \downarrow$
caso xv	$C_{rem}$	232	207	23	35	1	422	192	2037	280	423	1353689	35815	1389504	
caso xvi		232	209	21	35	1	420	245	2079	237	423	1366236	34477	1400714	$\bar{P}_{1t} \uparrow, \bar{F}_t \uparrow, \bar{I}_{1t} \uparrow, \bar{S}_t \downarrow$

La interpretación de la variación de los parámetros de costo es la siguiente:

- Variación del salario de los trabajadores: cuando disminuimos el salario  $C_{sal}$  pagado por periodo por trabajador (caso i), se puede observar que el número promedio de trabajadores de producción  $P_t$  aumenta en el plan de producción, el número de personas contratadas se mantiene, sin embargo, no se considera ningún despido. Los niveles de inventario disminuyen  $I_t$ , aunque la producción  $X_t$  y faltantes  $S_t$  se mantiene en niveles muy similares. En tal caso el modelo recomienda producir lo mismo, pero bajar los niveles de ambos inventarios para reducir los costos. Al aumentar el costo  $C_{sal}$  se notan efectos contrarios.

- Variación del costo de despido: cuando el costo  $C_{fir}$  es más grande (caso vi) no se contrata a ninguna persona nueva por lo que desde el periodo inicial se contempla la plantilla necesaria para asegurar la demanda. Al tener desde el inicio la plantilla completa provoca que la producción sea mayor, los niveles de inventario son más bajos, lo que da como consecuencia que se eleven un poco los faltantes. Cuando el  $C_{fir}$  es menor el impacto se nota directamente en el número de personas despedidas que es mayor. Los niveles de producción  $P_t$ , inventario  $I_t$  y faltantes  $S_t$  reducen (caso v).
- Variación del costo de inventario 1: el aumento del costo  $C_{inv1}$  (caso vii) se hace notar en la reducción del nivel de inventario del proceso principal  $I_{1t}$ , sin embargo, se nota un aumento en el inventario de producto reprocesado  $I_{2t}$  y el número de despidos  $F_t$ . En tal caso, el modelo recomienda producir menos para tener un menor inventario y se reduzcan los costos, reduciendo el número de faltantes. De los resultados obtenidos, cuando el  $C_{inv1}$  es menor, los resultados son inversos.
- Variación del costo de faltantes: Cuando el costo  $C_{bac}$  tiene un incremento (caso xii) el modelo sugiere disminuir muy poco la fuerza laboral y reducir el nivel de ambos inventarios, disminuyendo así el costo total, de igual manera se nota que los faltantes también son menores pues se tiene una mayor penalización por la falta de producto disponible. En la tabla se puede notar que cuando este costo tiene una disminución, se notan efectos opuestos.
- Variación del costo de producción: el incremento en el costo  $C_{man}$  (caso xiv), produce una disminución en la producción del proceso principal  $X_{1t}$  y por consecuencia una disminución en la fuerza laboral  $P_{1t}$  en el periodo planificado. Con menos producción aumenta el inventario  $I_{1t}$  para asegurar la demanda. También se nota una reducción en los faltantes  $S_t$ . Sin embargo, la cantidad de productos reprocesados  $X_{2t}$  aumenta.

Cuando el costo  $C_{man}$  disminuye, resultan los efectos contrarios, por ejemplo, es muy notorio que la producción  $X_{1t}$  aumenta.

Complementando el análisis de los datos, se observa que la variación de los índices de programación estocástica WS, EVPI y EV, aumentan a medida que se incrementan los parámetros de costos. Con respecto al EVPI, se nota que se podría lograr una reducción de costos mayor sobre el costo total, cuando los parámetros de costos tengan un valor más alto. Por lo que la justificación es mayor para el uso de un modelo estocástico cuando aumentan los parámetros de costos.

#### **4.7.2 Influencia de la restricción del nivel de servicio**

En esta parte se analiza el efecto del nivel de servicio en las variables de decisión y el costo total. En la siguiente tabla se presenta el resultado considerando el promedio de todos los escenarios de las variables de decisión, para distintos valores del objetivo de nivel de servicio que van desde el 79% al 99%. También en la tabla podemos observar los costos totales, los faltantes, inventarios y producción. En la primera observación con un nivel de servicio del 79%, se observa un cambio en las variables de decisión donde disminuyen desde el número de trabajadores, el número de trabajadores contratados, el inventario  $I_{1t}$ , obviamente se puede observar que aumenta el número de faltantes. Cuando el nivel de servicio objetivo es bajo, implica que la fuerza laboral y la producción disminuyen. Para el caso en el que el nivel de servicio es alto de 99%, se observa que los trabajadores requeridos y la producción del proceso principal aumentan en gran medida, esto para satisfacer la demanda requerida, como una estrategia para no tener desabasto, el nivel de inventario aumenta también en el proceso principal y se puede observar que los faltantes disminuyen a consecuencia del nivel de penalización, se observa que entre mayor es el nivel de servicio, los faltantes disminuyen y la fuerza laboral e inventario aumentan.

Tabla 6. Influencia de las restricciones del nivel de servicio

Casos	Nivel de Serv. (%)	Variables de decisión										Otros indicadores		
		$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	WS	EVPI	EV (Costo Total)
caso xvii	99	245	221	23	38	0	738	194	2173	276	366	1429661	40567	1470228
caso xviii	96	241	217	23	37	0	621	191	2126	276	382	1404222	38800	1443022
caso xix	93	236	212	23	36	0	518	196	2082	276	402	1380478	36824	1417303
caso xx	91	233	209	23	35	1	451	196	2054	276	416	1364927	35935	1400862
caso XXI	88	229	205	23	34	1	350	190	2011	276	436	1342431	35336	1377767
caso xxii	85	226	201	23	34	1	266	186	1974	276	462	1321793	35207	1357001
caso xxiii	82	222	197	23	33	1	193	189	1939	276	490	1303327	34540	1337868
caso xxiv	79	219	194	23	33	1	128	194	1906	276	520	1286796	33246	1320042

#### 4.7.3 Efecto de la variación de los parámetros de las distribuciones aleatorias

Para complementar el análisis de sensibilidad, se analiza el efecto de modificar los parámetros de las dos variables aleatorias, las cuales son la demanda y el retorno de producto al final de vida (EOL, End of life Products). En la Tabla 7 vemos los efectos de la aleatoriedad de la demanda, se analiza que efecto tiene variar la desviación estándar y la media de la distribución normal que modela la demanda aleatoria. De los resultados obtenidos, se observa que cuando aumenta la desviación estándar, se observa una mayor variación en la demanda, lo que da como consecuencia una mayor incertidumbre. Tenemos consecuentemente que las contrataciones  $H_t$  aumentan para incrementar la fuerza laboral  $P_t$  cómo se observa en la Tabla 7. Además, se observa una disminución en la producción de piezas del proceso principal  $X_{1t}$ , sin embargo, aumenta la producción en el reproceso  $X_{2t}$ . Como se tiene mayor fuerza laboral, el inventario aumenta en el proceso principal protegiéndose de un aumento en la demanda. Con mayor inventario se observa que las piezas faltantes  $S_t$  disminuyen. Además, la producción en el proceso de reproceso  $X_{2t}$  aumenta.

Con respecto a la variación en la media de la distribución normal. Se puede observar que cuando la media aumenta se necesita más fuerza laboral para lograr el nivel de servicio, de igual forma aumenta la producción en el proceso principal  $X_{1t}$  y la producción de piezas reprocesadas  $X_{2t}$ . Además, las contrataciones  $H_t$  aumentan. Otra observación de los resultados es que, aunque se producen más piezas, no es suficiente para disminuir la

escasez, lo que indica que no se alcanza a satisfacer la demanda en su totalidad. En resumen, del análisis de sensibilidad, podemos concluir que el modelo brinda resultados de calidad. El ajuste que se realiza en las variables de decisión en la sensibilidad de costos se realiza de una manera lógica a fin de lograr el mejor costo total posible y satisfacer los niveles de servicio. Estos resultados proporcionan evidencia sólida sobre la eficiencia del enfoque propuesto.

Tabla 7. Influencia de la variación de los parámetros de la distribución normal que modela la demanda aleatoria

Casos	Parámetros de demanda aleatorias		Variables de decisión										Otros índices
	$\mu$	$\sigma$	$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	EV (Costo Total)
<i>Variación de la desviación estándar de la demanda aleatoria</i>													
caso xxv	350	20	229	206	22	34	0	412	197	2034	273	426	1373413
caso xvi	350	40	231	206	23	35	1	419	187	2007	275	410	1389576
caso xxvii	350	60	233	207	24	36	1	447	172	1988	278	402	1408921
<i>Variación de la media de la demanda aleatoria</i>													
caso xxviii	300	30	195	174	19	28	1	314	161	1704	235	333	1166142
caso xxvix	350	30	230	206	23	35	1	411	192	2019	274	417	1380794
caso xxx	400	30	265	237	26	42	1	511	223	2335	313	501	1596153

Con respecto a la variación de los parámetros de la distribución que modela la proporción de productos de retorno de final de vida, en la Tabla 8 se presenta la cantidad de variables de decisión promedio y el costo total para diferentes valores de la media de la distribución uniforme utilizada. De los resultados de la Tabla 8 se puede observar que, si la media de la distribución uniforme aumenta, la producción de reprocesos aumenta  $P_{2t}$ , también aumenta el inventario de producto reprocesado y se ve una reducción de las unidades faltantes  $S_t$ . Con más piezas en el inventario secundario se reduce la falta de producto.

Tabla 8. Influencia de la variación de los parámetros de la distribución uniforme utilizada para modelar el retorno aleatorio de productos de final de vida (EOL)

Casos	Parámetros de retornos EOL aleatorios		Variables de decisión								Otros indicadores			
	$u$	$l$	mean	$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	EV (Costo total)
caso xxxii	0	0.05	0.025	237	232	4	36	1	431	29	2277	46	429	1422236
caso xxxiii	0	0.10	0.050	236	227	8	36	1	429	61	2230	92	428	1416336
caso xxxiv	0	0.15	0.075	235	222	11	36	1	426	94	2183	138	427	1410456
caso xxxv	0	0.20	0.100	234	217	15	35	1	424	128	2135	184	426	1404584
caso xxxvi	0	0.25	0.125	233	213	19	35	1	421	162	2088	230	425	1398917
caso xxxvii	0	0.30	0.150	232	208	23	35	1	417	195	2040	276	423	1392857
caso xxxviii	0	0.35	0.175	231	203	27	35	1	414	229	1992	322	421	1387014

#### 4.8 Conclusiones

Este capítulo propone la formulación de un modelo de programación estocástica diseñado para abordar los problemas de producción y logística inversa, además de considerar una restricción a nivel servicio con la que se debe cumplir. El software de optimización utiliza un árbol de decisión para determinar todas las combinaciones posibles y definir la mejor solución en un corto tiempo. Además, se utilizaron dos distribuciones de probabilidad para modelar el comportamiento de la demanda, y el retorno aleatorio de producto reprocesado. Se observó que el tamaño del modelo estocástico aumenta con respecto a los periodos, restricciones, variables de decisión y variables aleatorias. En la parte del análisis de sensibilidad, se observa que la variación en los parámetros de costos da como consecuencia que las variables de decisión se ajusten como una acción, para compensar el incremento de los costos. Se observó que, al aumentar los costos, entonces el sistema opta por compensar reduciendo la fuerza laboral, los inventarios, la producción de piezas dependiendo del costo que se haya analizado, con el fin de optimizar el costo total. También se pudo observar que, al aumentar el nivel de servicio, el modelo aumenta la cantidad de piezas producidas e

inventarios para poder satisfacer la demanda. De igual manera, se examinó la variación en los parámetros de las distribuciones aleatorias, donde se nota que, al aumentar la media de producto reprocesado, aumentan la producción de unidades reprocesadas, inventarios y se tienen menos faltantes.

## **CAPÍTULO 5 PLANEACIÓN AGREGADA DE LA PRODUCCIÓN EN UN CONTEXTO DE LOGÍSTICA INVERSA CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE DE LA CALIDAD Y DEMANDA**

### **5.1 Contexto**

Actualmente los clientes que buscan obtener un producto de calidad se cercioran que las empresas ofrezcan un servicio de devoluciones y reparaciones cuando existe un defecto en lo que reciben o simplemente no están satisfechos con el producto recibido. Esto afecta directamente en el plan de producción de las empresas ya que se debe adecuar una línea de producción que reciba las devoluciones, se reprocesen, almacenen y sean enviadas nuevamente, todo esto se debe realizar sin perder de vista la producción normal. Además, nos conduce a desarrollar un sistema que nos permita optimizar los recursos y que además nos dé un avance de cómo se puede comportar el mercado, la cantidad de defectos que vamos a tener y el retorno de productos de final de vida para poder tener reacciones rápidas que nos permitan tener los menores costos posibles en la realización de los productos. Por ello permitirá saber cuánto es la cantidad de productos que se deben producir mensualmente, la cantidad de inventario que se debe tener para no tener ventas no concretadas por falta de producto, la cantidad de personas que se requiere tener en la línea de producción y de reprocesos, cuantas se deben estar contratando o despidiendo, dependiendo del periodo y los niveles de inventarios óptimos. En la literatura, se han estudiado por separado los temas de planeación de la producción, demanda aleatoria, programación estocástica, nivel de servicio, logística inversa, aunque su interacción es evidente para poder determinar un costo total y poder determinar un costo óptimo.

El presente capítulo tiene como objetivo principal, desarrollar un modelo de planeación agregada que incluya las variables necesarias para poder obtener los valores de los parámetros que influyen en el costo total y cumpliendo con el nivel de servicio establecido considerando la incertidumbre en la demanda y calidad del producto.

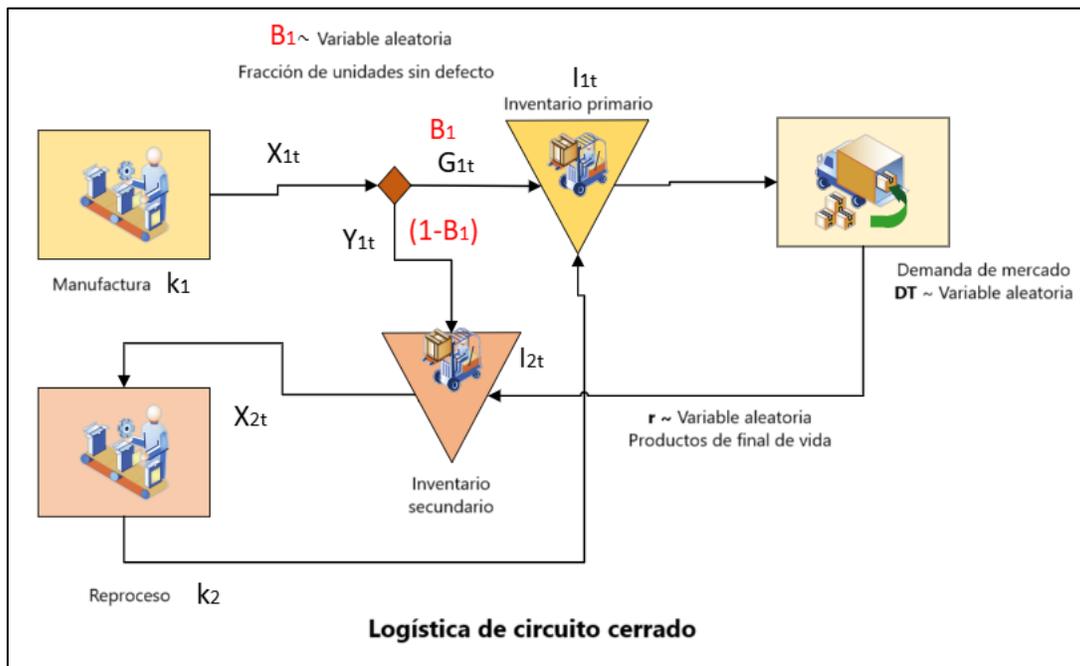


Figura 3. Flujo de sistema bajo estudio

## 5.2 Modelo estocástico de planificación de la producción agregada

En esta sección se aborda un modelo determinista para el plan de producción agregado del objeto de estudio. Posteriormente se amplía el modelo para realizar un caso estocástico, donde se presenta un modelo de programación de múltiples etapas que toma en cuenta tres variables aleatorias que se consideran en este capítulo, las cuales son: demanda, retorno de productos de final de vida y calidad.

## 5.3 Modelo determinista

La siguiente notación es utilizada en la formulación del modelo de programación lineal determinista:

## Parámetros

$D_t$	Demanda mensual del producto en el periodo $t$
$C_{sal}$	Salario de los trabajadores en el periodo $t$
$C_{fir}$	Costo de despido por empleado en el periodo $t$
$C_{hir}$	Costo de contratación por empleado para el periodo $t$
$C_{inv1}$	Costo de inventario por unidad en el periodo $t$
$C_{inv2}$	Costo de inventario de productos recuperados en el periodo $t$
$C_{bac}$	Costo de backlog por cada unidad en el periodo $t$
$C_{man}$	Costo de producción por unidad en el periodo $t$
$C_{rem}$	Costo de producción por unidad recuperada en el periodo $t$
$K_1$	Capacidad de producción mensual por empleado
$K_2$	Capacidad de producción de remanufactura mensual por empleado
$\beta_{1t}$	Probabilidad de producir piezas sin defecto para el periodo $t$
$(1 - \beta_{1t})$	Probabilidad de generar defectos en el periodo $t$
SL	Objetivo de nivel de servicio requerido por los clientes

## VARIABLES DE DECISIÓN

$W_t$	Trabajadores totales para el periodo $t$
$P_{1t}$	Trabajadores de producción en el periodo $t$
$P_{2t}$	Trabajadores de producción de remanufactura en el periodo $t$
$H_t$	Trabajadores contratados en el periodo $t$
$F_t$	Trabajadores despedidos en el periodo $t$
$X_{1t}$	Número de piezas producidas en el periodo $t$
$X_{2t}$	Número de piezas reprocesadas en el periodo $t$
$I_{1t}$	Inventario de piezas producidas en el periodo $t$
$I_{2t}$	Inventario de piezas reprocesadas en el periodo $t$
$S_t$	Backlog en el periodo $t$
$Y_t$	Unidades con defecto en el periodo $t$
$G_t$	Unidades sin defecto en el periodo $t$

El modelo determinista se incluyen los supuestos presentados en la sección anterior y se incorpora la restricción de nivel de servicio tipo II. La formulación del modelo de programación lineal determinista de periodos múltiples, define la siguiente función objetivo:

min Z =

$$\begin{aligned}
& C_{sal} \sum_{t=1}^T (P_{1t} + P_{2t}) + C_{hir} \sum_{t=1}^T H_t + C_{fir} \sum_{t=1}^T F_t + C_{inv1} \sum_{t=1}^T I_{1t} + C_{inv2} \sum_{t=1}^T I_{2t} + C_{bac} \sum_{t=1}^T S_t \\
& + C_{def} \sum_{t=1}^T Y_{1t} + C_{man} \sum_{t=1}^T X_{1t} + C_{rem} \sum_{t=1}^T X_{2t}
\end{aligned} \tag{1}$$

La Ecuación (1) representa la función objetivo que minimiza la suma del salario de los trabajadores de producción, el costo de despido y contratación, el costo de inventarios en ambos almacenes, el costo de productos y de productos defectuosos. Este tipo de modelo determinista está sujeto a las siguientes restricciones:

$$W_t = W_{t-1} + H_{t-1} - F_{t-1} \quad \forall t = 2, 3, \dots, T \tag{2}$$

$$W_t = P_{1t} + P_{2t} + F_t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{3}$$

$$I_{1t} = I_{1t-1} + X_{1t} + X_{2t} - D_t + S_t - S_{t-1} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{4}$$

$$I_{2t} = I_{2t-1} + rD_t - X_{2t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{5}$$

$$G_{1t} \leq k_1 P_{1t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{6}$$

$$Y_{1t} = (1 - \beta_{1t}) k_1 P_{1t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{7}$$

$$X_{1t} = G_{1t} + Y_{1t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{8}$$

$$X_{2t} \leq k_2 P_{2t} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{9}$$

$$\frac{\sum_{t=1}^T G_{1t} + \sum_{t=1}^T X_{2t} - \sum_{t=1}^T S_t}{\sum_{t=1}^T D_t} \geq SL \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{10}$$

$$W_t, P_{1t}, P_{2t}, H_t, F_t, I_{1t}, I_{2t}, S_t, X_{1t}, X_{2t}, G_{1t}, Y_{1t} \geq 0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \tag{11}$$

La interpretación de las Ecuaciones 2-5 es similar al capítulo anterior, la Ecuación 6 denota la producción de piezas conformes en el proceso principal, la Ecuación 7 denota la producción de piezas defectivas del proceso principal. La Ecuación 8 define el total de piezas producidas. Las Ecuaciones 9-10 son similares al capítulo anterior.

#### 5.4 Modelo estocástico de múltiples etapas

Tomando como base el modelo anterior, se modifica para agregar la incertidumbre en tres variables clave, lo que nos lleva al desarrollo de un modelo de programación estocástica de múltiples etapas para abordar el tema de la planeación de producción agregada considerando las siguientes 3 variables aleatorias: demanda, productos de retorno de nivel de vida y calidad definida como el porcentaje productos libre de defectos generados por el proceso principal. En la formulación de este modelo se utiliza la siguiente notación:

Parámetros aleatorios

- $D_t$  Demanda mensual del producto en el periodo  $t$  con los siguientes parámetros de una distribución normal  $(\mu, \sigma)$
- $\omega_1^t$  Realización de la demanda aleatoria en el periodo  $t$  con  $\omega_1^t \sim N(\mu, \sigma)$
- $r$  Proporción de productos de final de vida reprocesados en el periodo  $t$ , considerando una probabilidad de distribución uniforme con parámetros  $(l, u)$ .
- $\omega_2^t$  Realización de la proporción de productos de final de vida reprocesados en el proceso secundario de logística inversa en el periodo  $t$  con  $\omega_2^t \sim U(l, u)$
- $\beta_{1t}$  Probabilidad de producir productos libres de defectos en el periodo  $t$ , con la siguiente probabilidad de distribución beta con  $(\alpha, \beta)$
- $\omega_3^t$  Realización de la proporción de productos libres de defectos en el periodo  $t$  con  $\omega_3^t \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$
- $(1 - \beta_{1t})$  Probabilidad de generar defectos en el periodo  $t$
- $\Omega_t$  Proceso estocástico definido por las variables aleatorias  $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$

## Parámetros

$C_{sal}$	Salario de los trabajadores en el periodo t
$C_{fir}$	Costo de despido por empleado en el periodo t
$C_{hir}$	Costo de contratación por empleado para el periodo t
$C_{inv1}$	Costo de inventario por unidad en el periodo t
$C_{inv2}$	Costo de inventario de productos recuperados en el periodo t
$C_{bac}$	Costo de backlog por cada unidad en el periodo t
$C_{man}$	Costo de producción por unidad en el periodo t
$C_{rem}$	Costo de producción por unidad recuperada en el periodo t
$K_1$	Capacidad de producción mensual por empleado
$K_2$	Capacidad de producción de remanufactura mensual por empleado
SL	Nivel de servicio requerido por el cliente

## VARIABLES DE DECISIÓN

$W_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de trabajadores por mes en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de trabajadores de producción en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de trabajadores para el proceso de reprocesado en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$H_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de trabajadores contratados en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$F_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de trabajadores despedidos en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de unidades producidas en el proceso principal en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$

$X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de unidades producidas en el proceso secundario en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de unidades en el inventario principal en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Número de unidades en el inventario secundario en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$
$S_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$	Backlog en el periodo t cuando las variables aleatorias son $(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$

Más formalmente, el modelo MSP puede ser formulado como se muestra a continuación:

min  $Z =$

$$\begin{aligned}
& E_{\Omega_t} \left[ C_{sal} \sum_{t=1}^T (P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)) + C_{hir} \sum_{t=1}^T H_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \right. \\
& + C_{fir} \sum_{t=1}^T F_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + C_{inv1} \sum_{t=1}^T I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + C_{inv2} \sum_{t=1}^T I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \\
& + C_{bac} \sum_{t=1}^T S_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + C_{def} \sum_{t=1}^T Y_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \\
& \left. + C_{man} \sum_{t=1}^T X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + C_{rem} \sum_{t=1}^T X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \right] \quad (12)
\end{aligned}$$

Sujeto a

$$W_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = W_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + H_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) - F_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \quad t = 2, 3, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (13)$$

$$W_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + F_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (14)$$

$$I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = I_{1t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) - \mathbf{D}_t + S_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) - S_{t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (15)$$

$$I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = I_{2t-1}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + \mathbf{rD}_t - X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (16)$$

$$G_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \leq k_1 P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (17)$$

$$Y_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = (\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta}_{1t}) k_1 P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (18)$$

$$X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = G_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + Y_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (19)$$

$$X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \leq k_2 P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (20)$$

$$\frac{\sum_{t=1}^T G_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) + \sum_{t=1}^T X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) - \sum_{t=1}^T S_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)}{\sum_{t=1}^T \mathbf{D}_t} \geq SL$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (21)$$

$$W_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0, P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0, H_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0,$$

$$F_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0, I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0,$$

$$I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0, S_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0, X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0$$

$$X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), G_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), Y_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \geq 0,$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad \forall (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) \in \Omega_t \quad (22)$$

$$W_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = W_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = P_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t),$$

$$P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = P_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), H_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = H_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t),$$

$$F_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = F_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = I_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t),$$

$$I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = I_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), S_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = S_t(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t),$$

$$X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = X_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = X_{2t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t),$$

$$G_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = G_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), Y_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t) = Y_{1t}(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)$$

$$\text{for which } \{(\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t), (\omega_1^t, \omega_2^t, \omega_3^t)\} \in \{\Omega_t\}, t = 1, 2, \dots, T \quad (23)$$

En las ecuaciones de la 12 a la 21 se puede observar la estructura del modelo MSP propuesto, definiendo las variables y restricciones del modelo. La ecuación 12 nos indica que el objetivo de este planteamiento es minimizar el costo total compuesto de la suma de los costos de producción, reprocesos, salarios, contratación, despido, backlog e

inventario que se ve afectado por los datos aleatorios de la demanda, calidad y de retorno de productos de final de vida. De la ecuación 13 a la 20 se expresan las restricciones a las que está sujeta el modelo sin perder de vista las variables aleatorias mencionadas previamente. La ecuación 23 nos ayuda a que las decisiones no se adelanten periodos, ya que no se pueden predecir datos futuros de las variables aleatorias. Donde  $t$  denota las realizaciones indistinguibles de las variables aleatorias en la etapa  $t$ .

La optimización de la función objetivo (12) considerando 3 distribuciones continuas como variables aleatorias, se implementa de tal forma que sea posible resolver el modelo en un tiempo de cómputo razonable, salvo que los datos disponibles sean finitos en cuanto a su realización, el modelo de ecuaciones (12 a 22) da como resultado un modelo de dimensión infinita. Lo que nos lleva a usar un árbol de decisión a fin de discretizar en un número finito de realizaciones, a las 3 funciones de distribución consideradas. El árbol de decisión empleado se presenta en la Figura 4 para dos valores (alto y bajo) de las 3 distribuciones continuas. Como puede observarse el incremento en el número de escenarios aumenta exponencialmente con el número de periodos considerados en la optimización.

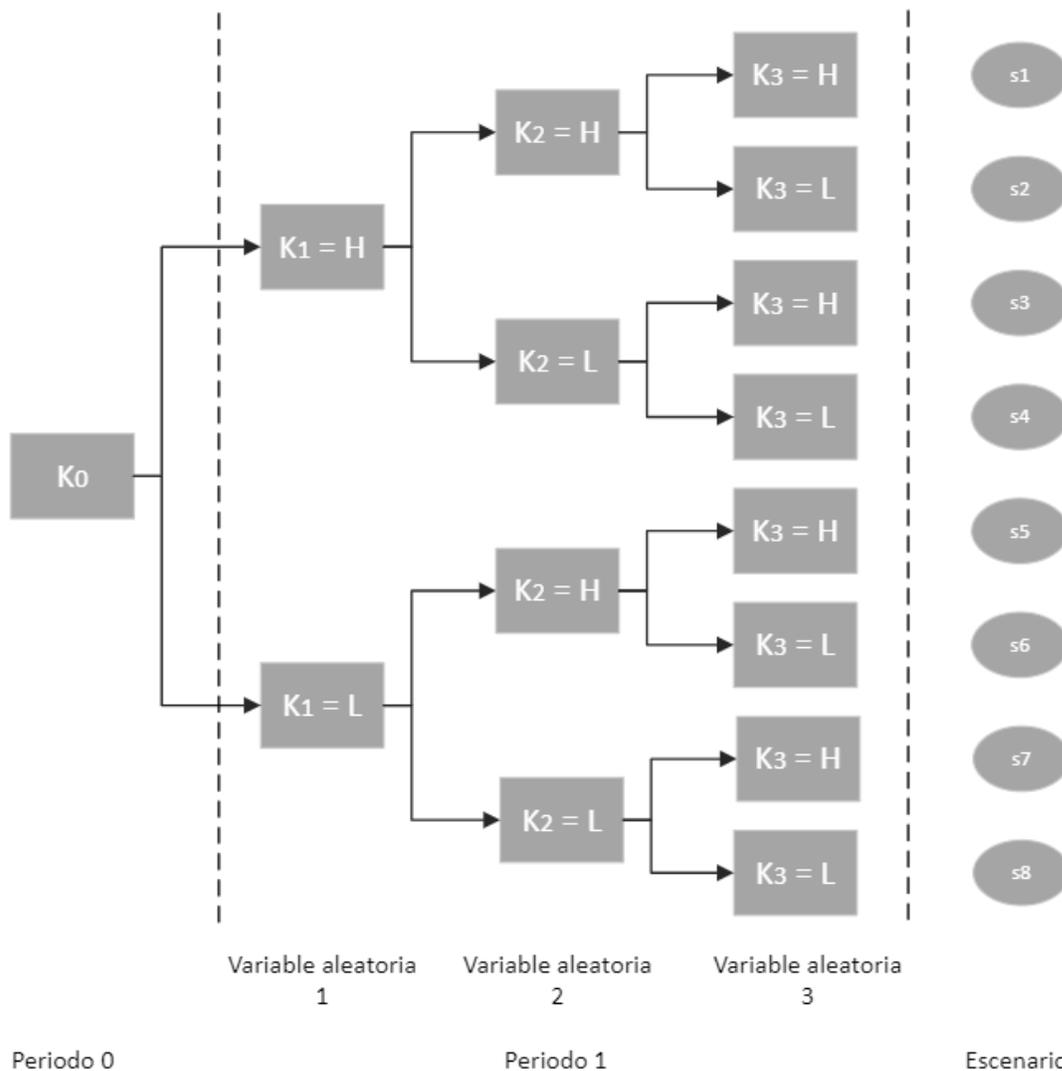


Figura 4. El árbol de decisión empleado para dos valores (alto y bajo) de las 3 distribuciones continuas

### 5.5 Materiales y método

Esta sección tiene por objetivo presentar la resolución del enfoque adoptado. Como dato importante, se menciona que el modelo tiene 3 variables aleatorias; demanda, calidad y retorno de productos de final de vida. El modelo se divide con varios escenarios, cada uno con su propia probabilidad de ocurrencia, ya que el algoritmo de solución se basa en

métodos de programación estocástica. Los pasos de la metodología empleada son los siguientes:

- a) Preparación de los datos de entrada: Se recopila la información necesaria que se requiere para hacer el modelo estocástico. Los datos que requerimos para nuestro modelo son datos de producción para poder determinar la distribución normal que modela la demanda aleatoria, los datos de calidad para definir los parámetros de la distribución beta y datos de los retornos de producción final de vida para determinar los parámetros de la distribución uniforme que se utiliza para la simulación de aleatoriedad de estos 3 parámetros.
- b) Desarrollo del modelo: Se realiza el modelo de optimización estocástica tomando en cuenta los supuestos de demanda, calidad y retorno de producción de final de vida. De igual manera se consideran los parámetros que están involucrados en la suma del costo total. Para este modelo se considera el software de optimización Lingo utilizado para la resolución de modelos.
- c) Verificación y validación: Se realizan algunas pruebas para validar que el modelo estocástico funciona de acuerdo con los supuestos presentados y que los costos obtenidos tienen coherencia para el sistema de producción. Se analiza el impacto de la variación de costos, nivel de servicio y los parámetros de las distribuciones aleatorias. Se compara el costo total obtenido y los valores de las variables de decisión.
- d) Análisis de sensibilidad: se analiza la variación de los parámetros de las distribuciones y se realiza una interpretación de los datos para saber cómo impactan en los costos y variables de decisión, esto es, como cambia el número de trabajadores, inventarios, piezas producidas dependiendo de la variación de los costos de producción, inventarios, despidos, contrataciones y como afectan al costo final. De esta manera se obtiene información sobre el desempeño del sistema.

## 5.6 Resultado numérico

El planteamiento numérico abarca diversas instancias numéricas reflejadas por el modelo MSP, se visualiza la complejidad enfocándose en los distintos escenarios, variables y restricciones involucradas en el modelo determinista. Se utiliza el método propuesto en la sección anterior, y se discute el tiempo de respuesta de una computadora para determinar la solución, entre más periodos, se requieren un mayor número de iteraciones. Todas las iteraciones se llevaron a cabo en una computadora Intel(R) Core(TM) i5-8250U CPU @ 1.60GHz y 8GB de RAM utilizando el software de optimización Lingo para resolver instancias numéricas. A continuación, se muestran los datos de entrada necesarios para el modelo MSP en la Tabla 9.

Tabla 9. Datos de entrada

Valor de parámetro	$C_{sal}$ 10000	$C_{hir}$ 13000	$C_{fir}$ 26000	$C_{inv1}$ 1.5	$C_{inv2}$ 11	$C_{bac}$ 50
Valor de parámetro	$C_{man}$ 15	$C_{rem}$ 10	$k_1$ 670	$k_2$ 800	$\mu$ 30000	$\sigma$ 6000
Valor de parámetro	$W_1$ 45	$I_1$ 0	$I_2$ 0	$l$ 0	$u$ 0.3	$\sigma$ 50
Valor parámetro	$\beta$ 5	SL 90%				

La aplicación del procedimiento permite conseguir las soluciones de varios escenarios. Con la cantidad total de variables y restricciones para obtener un resultado, se puede apreciar el comparativo entre los modelos deterministas y el estocástico, esta comparación se presenta en la Tabla 10. Igualmente podemos observar el número de escenarios y variables aleatorias creadas, también el tamaño del modelo determinista equivalente del modelo MSP.

Tabla 10. Comparación del modelo con respecto al número de periodos

Periodo	Modelo determinista		Modelo estocástico				Modelo determinista equivalente	
	Variables	Restricciones	Numero de escenarios	Variables	Variables aleatorias	Restricciones	Variables	Restricciones
2	38	34	9	39	6	33	351	437
4	62	72	81	63	12	49	5103	7061
6	86	50	729	87	18	65	68423	92597
8	110	88	6561	111	24	81	728271	1095701

Analizando los resultados presentados en la Tabla 10, podemos observar que Lingo solo nos permite resolver hasta 8 periodos, a partir del periodo 10, ya no fue capaz de obtener un resultado y consideramos que esto fue debido a que el número de restricciones y variables era muy grande, llegamos a esta conclusión dejando trabajar el PC durante 8 horas resolviendo el modelo sin obtener un resultado, lo que nos lleva a concluir que el número de escenarios, variables y restricciones aumentan de manera exponencial con respecto al número de periodos. Lingo convierte el modelo estocástico en un modelo determinista equivalente.

Tabla 11. Comparación entre el modelo determinista y estocástico

Periodo	Tiempo de computo (segundos)		Número de iteraciones		Tipo de solución	
	Formulación determinista	Formulación estocástica	Formulación determinista	Formulación estocástica	Formulación determinista	Formulación estocástica
2	0.09	0.14	3	118	Global optimal	Global optimal
4	0.09	0.97	17	1261	Global optimal	Global optimal
6	0.11	10.76	33	11909	Global optimal	Global optimal
8	0.11	334.39	35	115579	Global optimal	Global optimal

Para hacer más sencilla la comparación entre el modelo determinista y el modelo MSP, se considera en la Tabla 11 el tiempo de cálculo de la computadora, el número de iteraciones para llegar a la mejor solución y el tipo de solución. Se observa que las soluciones para el modelo determinista se obtienen más rápido que las del MSP, al aumentar el número de iteraciones, el tiempo no aumenta linealmente, sino exponencialmente. El modelo determinista no toma en cuenta la incertidumbre por lo que el cálculo es más fácil, sin embargo, el modelo MSP que incorpora variables aleatorias en la formulación, lo hace más complejo y apegado a la realidad, sin dejar de considerar que no deja de ser una simulación. Haciendo un comparativo del número de iteraciones que se requiere para llegar a la solución de los dos modelos, la del modelo determinista son muy pocas comparada con la del modelo MSP, que a partir del periodo 10 ya no fue posible obtener una solución por el número de variables y restricciones que aumentan exponencialmente por cada periodo. Respecto a la calidad de soluciones, en ambos

modelos fueron óptimas, sin embargo, no hay que perder de vista la incertidumbre que agrega el MSP que nos lleva a tener un panorama más apegado a la realidad.

## 5.7 Análisis de sensibilidad

En esta sección se estudiará como afectan los diversos parámetros de costos en la toma de decisiones y al costo total del modelo estocástico. De igual manera veremos reflejado como afecta el nivel de servicio mediante un análisis de sensibilidad. El efecto de la incertidumbre será visualizado en los resultados al cambiar los parámetros de las distribuciones de probabilidad que modelan la demanda, calidad y productos de retorno de productos de final de vida.

### 5.7.1 Efecto de la variación del parámetro de costo

El análisis inicia evaluando diversos casos presentados en la siguiente tabla donde los parámetros marcados se generan al variar el caso base en un cierto porcentaje arriba y debajo de su valor base. En total se analizaron 8 parámetros de costos diferentes.

Tabla 12. Variación de costo ideado

Casos	Par.	Variación del costo								
		$C_{sal}$	$C_{hir}$	$C_{fir}$	$C_{inv1}$	$C_{inv2}$	$C_{bac}$	$C_{man}$	$C_{rem}$	$C_{def}$
<b>Caso base</b>	-	<b>10000</b>	<b>13000</b>	<b>26000</b>	<b>1.5</b>	<b>1</b>	<b>50</b>	<b>15</b>	<b>10</b>	<b>15</b>
caso i	$C_{sal}$	3000	13000	26000	1.5	1	50	15	10	15
caso ii		13000	13000	26000	1.5	1	50	15	10	15
caso iii	$C_{hir}$	10000	1000	26000	1.5	1	50	15	10	15
caso iv		10000	25000	26000	1.5	1	50	15	10	15
caso v	$C_{fir}$	10000	13000	2000	1.5	1	50	15	10	15
caso vi		10000	13000	35000	1.5	1	50	15	10	15
caso vii	$C_{inv1}$	10000	13000	26000	0.1	1	50	15	10	15
caso viii		10000	13000	26000	10	1	50	15	10	15
caso ix	$C_{inv1}$	10000	13000	26000	1.5	0.1	50	15	10	15
caso x		10000	13000	26000	1.5	15	50	15	10	15
caso xi	$C_{bac}$	10000	13000	26000	1.5	1	10	15	10	15
caso xii		10000	13000	26000	1.5	1	150	15	10	15
caso xiii	$C_{man}$	10000	13000	26000	1.5	1	50	3	10	15
caso xiv		10000	13000	26000	1.5	1	50	35	10	15
caso xv	$C_{rem}$	10000	13000	26000	1.5	1	50	15	2	15
case xvi		10000	13000	26000	1.5	1	50	15	40	15
case xv	$C_{def}$	10000	13000	26000	1.5	1	50	15	10	1
case xvi		10000	13000	26000	1.5	1	50	15	10	55

En la Tabla 12 se observa el resultado de las variaciones de costos en términos de las variables de decisión promedio. Por ejemplo,  $W_t$  indica el número de trabajadores iniciales promedio en el mes  $t$  antes de despedir. En la tabla agregamos 8 variables de decisión que son típicas en los modelos de planeación agregada como la mano de obra, despidos, contrataciones, inventarios, escasez, producción y defectos. También se incluyen 3 índices de programación estocástica útiles a saber WS, EVPI y EV que nos ayudan para la justificación de la programación estocástica. El índice WS indica el costo total cuando la persona que va a tomar la decisión, conociera el valor de la demanda y calidad antes de elegir una opción, algo que no es posible en la realidad por la incertidumbre, WS es una relajación del modelo MSP al eliminar las restricciones de no anticipación. El índice EV es el costo total determinado por el modelo MSP, definido como el costo total tomando todos los escenarios. El índice EVPI es la diferencia entre WS y EV.

La interpretación de la variación de algunos de los parámetros de costo es la siguiente:

- Variación del salario de los trabajadores: Cuando se disminuye el salario  $C_{sal}$  pagado por periodo al trabajador (caso i), se observa que el número de empleados promedio  $W_t$  aumenta en la empresa sobre todo se asignan más trabajadores al reproceso, el número de personas despedidas disminuye. Los niveles de inventario en el proceso principal disminuyen. Los niveles de producción en ambos procesos disminuyen, las faltantes  $S_t$  reducen. Al aumentar el salario  $C_{sal}$  se notan los efectos opuestos.
- Variación del costo de contratación: particularmente hablando del costo  $C_{hir}$  al momento de variarlo no se nota una diferencia significativa en los valores (caso iii y iv). Se observa que, al aumentar el costo de contratación, se tienen menos trabajadores en la empresa y se realizan menos contrataciones, lo que impacta en el número de faltantes  $S_t$ , las cuales aumentan. Se observa el caso contrario cuando el costo de contratación disminuye.

Tabla 13. Análisis de sensibilidad de la variación de costo, ↑ a ↓ indica el efecto del incremento del costo comparado con el caso de base.

Casos	Pa r.	Variables de decisión												Índices de costo			
		$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	$\bar{Y}_t$	$\bar{G}_t$	def (%)	WS	EVPI	EV (Costo total)
<i>Caso base</i>	–	270	223	41	3	5	39246	24264	159309	21744	4584	14192	145116	8.91	5514556	470526	5985082
caso i	$C_{sal}$	302	222	80	6	0	23383	26551	158325	21523	2776	14088	144237	8.90	3684983	312190	3997174
caso ii		266	222	35	4	9	40664	26375	158743	21916	4568	14143	144600	8.91	6249818	524302	6774120
caso iii	$C_{hir}$	272	222	42	5	7	38763	23599	158557	21741	3737	14122	144434	8.91	5480430	447583	5928013
caso iv		270	223	41	3	5	40016	24962	159595	21749	4840	14218	145377	8.91	5542702	486593	6029296
caso v	$C_{fir}$	270	219	32	1	18	47987	27811	156426	21890	2422	13881	142544	8.87	5259783	419244	5679028
caso vi		278	223	52	0	1	32641	24626	159645	21693	4806	14220	145425	8.91	5577304	439411	6016715
caso vii	$C_{inv1}$	270	223	40	3	6	41709	24028	159545	21751	4584	14209	145335	8.91	5490779	437860	5928640
caso viii		285	221	60	5	3	19396	28698	157813	22459	4419	14076	143736	8.92	5620529	591769	6212298
caso ix	$C_{inv2}$	270	223	41	3	5	38709	33873	159548	21182	4680	14215	145333	8.91	5512388	446460	5958849
caso x		279	221	54	4	4	40158	4359	157727	26333	4592	14119	143607	8.95	5514716	603824	6118540
caso xi	$C_{bac}$	268	223	40	3	5	39273	25176	159082	22211	5889	14162	144920	8.90	5406148	366562	5772711
caso xii		277	221	44	9	12	40881	24648	157888	21445	1936	14060	143828	8.91	5651826	618897	6270724
caso xiii	$C_{man}$	271	238	28	3	5	44117	38333	169872	14207	4693	15164	154707	8.93	3668183	393876	4062060
caso xiv		271	220	43	5	7	38131	21642	157451	22388	4279	14031	143419	8.91	8529584	611892	9141477
caso xv	$C_{rem}$	269	222	40	3	6	39694	16522	158664	23404	4776	14203	144460	8.95	5303435	502394	5805829
caso xvi		274	259	8	4	5	49136	94906	185050	734	4908	16522	168528	8.93	5832591	526119	6358710
caso xvii	$C_{def}$	270	223	41	3	5	39488	24712	159373	21692	4563	14198	145175	8.91	5335571	450777	5786348
caso xviii		270	221	42	4	6	38379	23159	157978	22162	4541	14066	143912	8.90	6021358	529241	6550599

- Variación del costo de despido: cuando el costo  $C_{fir}$  es más bajo (caso v) aumenta el número de contrataciones  $H_t$  al igual que los despidos  $F_t$ . El número de trabajadores  $W_t$  es menor. Se nota una disminución en el número de piezas producidas  $X_{1t}$  al tener menos trabajadores, sin embargo, las piezas reprocesadas  $X_{2t}$  se mantienen casi igual. El inventario de piezas en el inventario principal  $I_{1t}$  se ve disminuido, y esto origina que el número de piezas faltantes aumente  $S_t$ . Cuando el costo  $C_{fir}$  es mayor, se nota directamente el impacto contrario.
- Variación en el costo de producción: el incremento en el costo  $C_{man}$  nos da una reducción en el inventario principal  $I_{1t}$  y el inventario secundario  $I_{2t}$ , además el proceso principal produce menos, y el proceso secundario produce más unidades. Al

destinar más personal al reproceso se logran reducir la cantidad de faltantes  $S_t$ . Cuando el costo tiene un decremento, se notan los valores contrarios.

Se complementa el análisis de datos, se observa que la variación de los índices de programación estocástica WS, EVPI y EV, aumentan a medida que se incrementan los parámetros de costos. Con respecto al EVPI, se nota que se podría lograr una reducción de costos mayor sobre el costo total, cuando los parámetros de costos tengan un valor más alto. Por lo que la justificación de utilizar un modelo estocástico es más grande cuando aumentan los parámetros de costos.

### **5.7.2 Influencia de la restricción del nivel de servicio**

En esta sección se analiza el efecto del nivel de servicio en las variables de decisión y el costo total. En la siguiente tabla se presenta para todos los escenarios el valor promedio de las variables de decisión, para distintos valores de nivel de servicio, que van desde el 79% al 98%. De igual manera se puede observar los costos totales, faltantes, inventarios y producción. De los resultados obtenidos se observa que cuando el nivel de servicio es 79%, se nota un cambio en las variables teniendo un menor número de trabajadores, el número de trabajadores contratados reduce, el inventario de producción también reduce y, por ende, el número de faltantes es mayor. Caso contrario al tener el nivel de servicio de 98%, el número de los trabajadores aumenta, se asignan más trabajadores al proceso principal y también las piezas de producción aumentan para satisfacer la demanda, el inventario del proceso principal aumenta para mantener la demanda satisfecha y como consecuencia se observa que los faltantes  $S_t$  disminuyen.

Tabla 14 Influencia de las restricciones del nivel de servicio nivel tipo II

Casos	Nivel Serv. (%)	Variables de decisión													Índices de costo	
		$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$H_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	$\bar{Y}_t$	$\bar{G}_t$	def (%)	EV (Costo total)	
caso xix	98	285	240	41	6	3	64406	24652	171621	21772	3630	15289	156331	8.91	6318102	
caso xx	95	278	232	41	5	4	52658	23757	166041	21907	4000	14789	151251	8.91	6159473	
caso xxi	92	272	225	41	4	5	42974	23951	161121	21767	4294	14352	146768	8.91	6032272	
caso xxii	89	269	222	41	3	6	38127	24704	158654	21665	4652	14135	144519	8.91	5968328	
caso xxiii	86	267	220	41	3	6	36239	25932	157568	21564	4991	14041	143526	8.91	5939174	
caso xxiv	83	267	220	41	3	6	35215	25666	156984	21538	5069	13988	142995	8.91	5925280	
caso xxv	80	267	219	41	3	6	34885	25746	156746	21500	5130	13966	142779	8.91	5920223	
caso xxvi	77	266	219	41	2	5	34792	26468	156719	21482	5428	13959	142760	8.91	5918388	

### 5.7.3 Efecto de la variación de los parámetros de las distribuciones aleatorias

Para completar el análisis de sensibilidad, se estudia el efecto de la incertidumbre en las variables de decisión. Específicamente se analiza el efecto de modificar las variables de los parámetros de demanda y productos de final de vida. En particular, se analiza el efecto de cambiar la media y la desviación estándar de la distribución normal utilizada para modelar la demanda aleatoria. Es muy importante visualizar el efecto de que el sistema genere más defectos y que la demanda tenga mayores variaciones para que se pueda anticipar a realizar un plan adecuado que pueda contrarrestar los efectos de la incertidumbre.

En primer lugar, se discuten los efectos de la variación de los parámetros de la demanda aleatoria, en la Tabla 15 se observa que cuando la desviación estándar de la distribución normal aumenta, el sistema experimenta mayor incertidumbre (caso xxvii), por lo que el número de trabajadores aumenta, y se destinan más trabajadores en ambos procesos. Además, el sistema opta por aumentar el inventario del proceso principal y producir más con el proceso principal. Sin embargo, dado la alta fluctuación de la demanda, el número de faltantes  $S_t$  aumentan. En el caso donde la media de la distribución normal aumenta, el sistema experimenta una alta incertidumbre en la demanda, por lo que aumenta el número de trabajadores, y se incrementan los trabajadores en ambos procesos. Por esta razón los inventarios en ambos procesos aumentan y se produce una mayor cantidad de piezas en ambos procesos a fin mitigar los faltantes, las cuales se mantienen en un nivel alto.

Tabla 15. Influencia de la variación de los parámetros de la distribución normal que modela la demanda aleatoria

Casos	Parámetros aleatorios de demanda		Variables de decisión												Otros índices	
	$\mu$	$\sigma$	$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	$\bar{Y}_t$	$\bar{G}_t$	def (%)	EV (Costo total)
<i>Variación de la desviación estándar</i>																
caso xxvii	30000	3000	259	218	36	0	4	20241	21425	155978	23197	1459	13893	142085	8.91	5569415
caso xxviii	30000	6000	270	223	41	3	5	39246	24264	159309	21744	4584	14192	145116	8.91	5985082
caso xxix	30000	9000	283	229	46	8	8	60278	23347	163410	21524	7548	14581	148828	8.92	6447889
<i>Variación de la media</i>																
caso xxx	20000	6000	195	147	29	0	18	54932	19212	105143	14081	332	9290	95853	8.84	4238855
caso xxxi	30000	6000	270	223	41	3	5	39246	24264	159309	21744	4584	14192	145116	8.91	5985082
caso xxxii	40000	6000	363	302	52	23	8	36099	27510	215540	30261	11602	19285	196255	8.95	8563887

Con respecto a la fluctuación de la proporción de piezas reprocesadas (EOL), se observa que, al aumentar el porcentaje de piezas reprocesadas (caso xl) es necesario asignar más personal el proceso secundario  $P_{2t}$ , además se observa que el nivel de inventario del proceso principal reduce, mientras que el nivel de inventario del proceso secundario aumenta. Al aumentar el porcentaje de piezas reprocesadas la producción del proceso principal reduce y se observa que la producción del proceso secundario aumenta. Con estas medidas se logra reducir el número de faltantes.

Tabla 16. Influencia de la variación de los parámetros de la distribución uniforme que modela la fracción de productos de final de vida reprocesados

Casos	EOL Parámetros		Variables de decisión												Otros Índices	
	$l$	$u$	$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	$\bar{Y}_t$	$\bar{G}_t$	def (%)	EV (Costo total)
caso xxxiii	0	0.05	273	255	12	4	5	47618	5393	181936	3241	4854	16246	165689	8.93	6216591
caso xxxiv	0	0.10	273	248	18	4	5	45485	10405	177330	6770	4750	15826	161504	8.92	6167145
caso xxxv	0	0.15	272	242	24	4	5	43377	15149	172762	10374	4716	15413	157349	8.92	6119387
caso xxxvi	0	0.20	271	235	29	4	5	41518	19777	168295	13968	4712	15008	153287	8.92	6072804
caso xxxvii	0	0.25	271	229	35	4	5	40228	21736	163786	17858	4676	14598	149187	8.91	6027976
caso xxxviii	0	0.30	270	223	41	3	5	39246	24264	159309	21744	4584	14192	145116	8.91	5985082
caso xxxix	0	0.35	269	216	46	3	6	38345	26894	154677	25753	4547	13774	140902	8.91	5943316
caso xl	0	0.40	269	210	52	3	6	37893	28714	150126	29882	4491	13360	136766	8.90	5902572

En la Tabla 17 se complementa el análisis con la discusión del efecto de la variación de los parámetros de la distribución beta que modela la generación de piezas defectivas en el proceso. De los datos obtenidos se observa que cuando el proceso principal genera más defectos (caso XLI), 30% de defectos comparado con 70% de piezas conformes, entonces el sistema reduce el tamaño de la fuerza laboral y asigna menos trabajadores en ambos procesos. Sin embargo, se observa un incremento considerable en el inventario del proceso principal y el proceso secundario para compensar la alta generación de defectos. Además, ambos procesos aumentan su producción. A pesar de que el proceso genera más defectos se observa que se logran reducir la cantidad de faltantes  $S_t$ . En este escenario el proceso genera alrededor de 24.33% de defectos.

Tabla 17. Influencia de la variación de los parámetros de la distribución beta que modela la fracción de productos defectivos

Casos	Parámetros aleatorios de unidades conformes			Variables de decisión											Otros índices		
	$\alpha$	$\beta$	mean (%)	$\bar{W}_t$	$\bar{P}_{1t}$	$\bar{P}_{2t}$	$\bar{H}_t$	$\bar{F}_t$	$\bar{I}_{1t}$	$\bar{I}_{2t}$	$\bar{X}_{1t}$	$\bar{X}_{2t}$	$\bar{S}_t$	$\bar{V}_t$	$\bar{G}_t$	def (%)	EV (Costo total)
caso XLI	50	21.43	70	258	215	38	2	4	112545	27691	182383	22178	158	44379	138003	24.33	6525037
caso XLII	50	17.57	74	259	215	38	3	5	97486	30758	177089	22155	591	38622	138467	21.81	6385301
caso XLIII	50	14.10	78	260	216	38	3	5	81650	25834	172111	22098	1275	32911	139200	19.12	6251990
caso XLIV	50	10.98	82	264	217	40	3	6	62539	22463	166956	22145	1909	27093	139863	16.23	6131923
caso XLV	50	8.14	86	266	218	41	3	6	49549	22807	162270	22062	2897	21250	141020	13.10	6033314
caso XLVI	50	5.56	90	269	222	41	3	5	40783	24124	159789	21765	4384	15535	144253	9.72	5988919
caso XLVII	50	3.19	94	275	227	42	4	5	34887	24723	158222	21568	5180	9555	148667	6.04	5982236

## 5.8 Conclusiones

Este documento formula un modelo de programación estocástica, realizado para apoyar la toma de decisiones de un plan agregado de producción bajo un contexto de logística inversa. En el modelo se consideraron aspectos de producción, calidad y un elemento más que son los productos de final de vida o también llamada logística inversa, los cuales son productos recuperados por la empresa para su reprocesamiento. Además, se incluye en el modelo una restricción de nivel de servicio, a fin de asegurar que las demandas de los clientes se satisfacen en un cierto porcentaje.

Para determinar la solución del modelo, el software de optimización utiliza un árbol de decisión para discretizar las tres distribuciones de probabilidad continuas utilizadas y definir la solución del modelo en un tiempo de cómputo adecuado. De igual manera, se requirió analizar el impacto de la incertidumbre, donde se discutió la variación de los parámetros de las distribuciones de probabilidad utilizadas en el modelo.

Se puede observar que el tamaño del modelo estocástico se vuelve más complejo al incluir las restricciones, variables de decisión y variables aleatorias, y se vuelve más grande en tamaño por el número de periodos utilizados.

En la parte de análisis de sensibilidad, se percata que la variación de los parámetros de costos da como consecuencia que cada una de las variables de decisión se ajuste como una acción para compensar el aumento o disminución de los costos, para al final poder obtener el menor costo posible.

De los resultados obtenidos se observa que, al aumentar los costos, el sistema hace una compensación reduciendo fuerza laboral y como consecuencia se tiene una disminución en las piezas producidas y/o en las piezas reprocesadas.

Por último, al analizar el impacto de la incertidumbre en los resultados, se observa que, al aumentar la media de las distribuciones de probabilidad, todas las variables de decisiones reacciones y se ajustan de una manera lógica a fin de minimizar los costos. Se concluye que, la incertidumbre influye de manera significativa en las variables de decisión y el costo total, por lo que se recomienda tomar en cuenta las variables estocásticas ya que influyen significativamente en toma de decisiones de las empresas.

## CONCLUSIONES GENERALES

Es muy importante considerar dentro de los modelos de planeación agregada de la producción, el efecto de la demanda aleatoria, logística inversa y aspectos de calidad para un sistema de producción sujeto a un contexto de incertidumbre. El modelo propuesto en el capítulo 4 estudia el comportamiento de un sistema considerando que la demanda es aleatoria y el retorno de productos de final de vida también es aleatorio. A través del planteamiento del modelo y la aplicación de técnicas especializadas de programación estocástica, se observó cómo el nivel de servicio o grado de cumplimiento de la demanda tiene un fuerte impacto en la decisión del número de trabajadores necesarios, nivel de inventarios para obtener el menor costo posible, que dependiendo el escenario nos puede dar una diferencia de hasta un 100% de acuerdo con el escenario evaluado. En el análisis de sensibilidad se notó como el sistema busca minimizar el costo cuando se cambia algún valor de las variables ya sea porque el salario de los trabajadores puede fluctuar de un periodo a otro, o el costo del despido y/o inventarios baje o suba. Este tipo de modelo estocástico puede ser la base para la toma de decisiones de nivel directivo de una empresa, para esto es necesario ir actualizando los datos de entrada del modelo, dependiendo del comportamiento del sistema y resultados de cada periodo.

Desarrollar una solución óptima de los sistemas de producción es una tarea compleja dependiendo del tamaño de la operación, las técnicas de optimización nos ofrecen una alternativa para la obtención de una solución del problema. Si al sistema anterior le sumamos la variable de calidad, el estudio se vuelve más complejo ya que se definen piezas libres de defectos y piezas con defecto, que afectan directamente a la producción. En el capítulo 5 se desarrolló un modelo estocástico que considera la calidad de la producción y piezas con defecto. A través de un ejemplo numérico se observó que la restricción de nivel de servicio afecta de manera directa a los parámetros de producción, fuerza laboral, inventarios, lo que va demandando la realización de más piezas para poder satisfacer la demanda. Mediante el análisis de sensibilidad pudimos observar la efectividad que tiene el modelo propuesto, así como la disminución de costos.

Con la realización de esta tesis se alcanzaron los objetivos propuestos, se desarrolló un modelo de planeación agregada que permitió obtener el menor costo con las variables y parámetros definidos de manera fiable. Se realizó un comparativo de modelado determinista y estocástico que permitió darnos cuenta de que el modelo determinista es fácil de resolver, pero no se apega al comportamiento de los datos de la vida real. Sin embargo, el modelo estocástico que incluye la utilización de variables aleatorias, es más realista y se apega mejor a la dinámica real de la empresa.

El análisis de sensibilidad permitió observar como el cambio en las variables de decisión afectan a los variables de decisión del número de trabajadores contratados, despedidos, piezas en inventario, en inventario de reproceso de manera que al final se obtenga el menor costo.

Se observó que el nivel de servicio del sistema es un punto importante que considerar, ya que, en el análisis desarrollado, se detectó que entre más bajo es el porcentaje de nivel de servicio, se hacen consideraciones hacia la demanda insatisfecha, pudiendo dejar parte de la demanda sin ser atendida. Entre más alto es el nivel de servicio, más restrictivo es el sistema en cuanto a la producción insatisfecha, lo que reduce el nivel de faltantes.

Los resultados obtenidos a través de este trabajo nos dejan satisfechos y fomentan la realización de nuevos estudios en esta área de investigación. Como trabajo futuro se puede abordar la consideración de estrategias de mantenimiento en la toma de decisiones o extender el modelo mediante técnicas de optimización robusta, donde parte de la distribución de probabilidad es conocida o se tiene poca información para definir el tipo de distribución.

## REFERENCIAS

- Achahuanco Molina, A., Quispe Quispe, Y. C., Guillen Gómez, I., Chavez Casani, F. A., & Velasquez Doig, M. E. (2023). Logística Inversa y Economía Circular de los Años 2022 al 2023. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(4), 5338-5350. [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v7i4.7350](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i4.7350)
- Alnagar, A., Gzara, F., & Bookbinder, J. H. (2020). Distribution planning with random demand and recourse in a transshipment network. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 9(1), 100007. <https://doi.org/10.1016/j.ejtl.2020.100007>
- Birge, and F. Louveaux . Introduction to Stochastic Programming . Springer- Verlag , New York , 1997 . [ 20 ] G ... ap- plication to the diffusion equations . *Journal of Functional Analysis* , 22 : 366-389 , 1976 . [ 27 ] J. Bukszár
- Borges, G. A., Tortorella, G. L., Martínez, F., & Thurer, M. (2020). Simulation-based analysis of lean practices implementation on the supply chain of a public hospital. *Production*, 30, e20190131. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.20190131>
- Cardenas Acosta, S. J., Cedeño Villalta, C. O., & Muños Briones, M. C. (2023). Aplicación de la logística inversa en la gestión de residuos en el Supermercado “Super 1001” Santo Domingo, 2023: Application of reverse logistics in waste management in the Supermarket “Super 1001” Santo Domingo, 2023. *Boletín Científico Ideas y Voces*, 210-227. <https://doi.org/10.60100/bciv.v3iE1.63>
- Casper, R., & Sundin, E. (2018). Reverse Logistic Transportation and Packaging Concepts in Automotive Remanufacturing. *Procedia Manufacturing*, 25, 154-160. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2018.06.069>
- Chen, H.-Q., Dong, Y.-D., Hu, F., Liu, M.-M., & Zhang, S.-B. (2023). Simulation and optimization of scrap wagon dismantling system based on Plant Simulation. *Visual Computing for Industry, Biomedicine, and Art*, 6(1), 7. <https://doi.org/10.1186/s42492-023-00134-7>
- Chen, Q., Zuo, L., Wu, C., Bu, Y., Huang, Y., Chen, F., & Chen, J. (2019). Supply adequacy assessment of the gas pipeline system based on the Latin hypercube

- sampling method under random demand. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 71, 102965. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2019.102965>
- De Carvalho, J. P., & Dimitrakopoulos, R. (2023). Integrating short-term stochastic production planning updating with mining fleet management in industrial mining complexes: An actor-critic reinforcement learning approach. *Applied Intelligence*, 53(20), 23179-23202. <https://doi.org/10.1007/s10489-023-04774-3>
- Dissa, S., & Ushakumari, P. V. (2023). Two commodity queueing inventory system with random common lifetime, two demand classes and pool of customers. *Heliyon*, 9(11), e21478. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e21478>
- Dowlatshahi, S. (2000). Developing a Theory of Reverse Logistics. *Interfaces*, 30(3), 143-155. <https://doi.org/10.1287/inte.30.3.143.11670>
- Eppen, G. D. (with Gould, F. J., Schmidt, C. P., Moore, J. H., & Weatherford, L. R.). (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa* (Quinta edición). Pearson Educación.
- Ghasemi, A., Farajzadeh, F., Heavey, C., Fowler, J., & Papadopoulos, C. T. (2024). Simulation optimization applied to production scheduling in the era of industry 4.0: A review and future roadmap. *Journal of Industrial Information Integration*, 39, 100599. <https://doi.org/10.1016/j.jii.2024.100599>
- Ghayour-Baghbani, F. (2021). MLPR: Efficient influence maximization in linear threshold propagation model using linear programming. <https://doi.org/10.1007/s13278-020-00704-0>
- Gómez Zepeda, P. I., Flores Sánchez, A., Poblano Ojinaga, E. R., Rodríguez Medina, M. A., & Pinto Santos, J. A. (2022). Determinación de mejores prácticas de logística inversa asociadas a la competitividad a través del teorema de Bayes. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 13(25). <https://doi.org/10.23913/ride.v13i25.1335>
- Gómez-Rocha, J. E., Hernández-Gress, E. S., & Rivera-Gómez, H. (2021). Production planning of a furniture manufacturing company with random demand and production capacity using stochastic programming. *PLOS ONE*, 16(6), e0252801. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0252801>

- González-Castillo, N. S., Núñez-Rodríguez, J., & Ramírez-Rojas, M. S. (2023). Implicación de la logística inversa en la sostenibilidad del sector textil: Una revisión sistemática. *I+D Revista de Investigaciones*, 18(1), 16-44. <https://doi.org/10.33304/revinv.v18n1-2023002>
- Guzman, E., Andres, B., & Poler, R. (2022). Models and algorithms for production planning, scheduling and sequencing problems: A holistic framework and a systematic review. *Journal of Industrial Information Integration*, 27, 100287. <https://doi.org/10.1016/j.jii.2021.100287>
- Haoudi, Y., Yazdani, M. A., Roy, D., & Hennequin, S. (2023). Demand Prediction Based on Machine Learning Algorithms for Optimal Distribution of Insulin. *IFAC-PapersOnLine*, 56(2), 10174-10179. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2023.10.893>
- Hennequin, S., Yazdani, M. A., & Roy, D. (2022). Echelon Base Stock Policy for Symbiotic and Reverse Logistic Flows. *IFAC-PapersOnLine*, 55(10), 269-274. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.399>
- Hilbert, M., Dellnitz, A., & Kleine, A. (2023). Production planning under RTP, TOU and PPA considering a redox flow battery storage system. *Annals of Operations Research*, 328(2), 1409-1436. <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05338-x>
- Hrabec, D., Hvattum, L. M., & Hoff, A. (2022). The value of integrated planning for production, inventory, and routing decisions: A systematic review and meta-analysis. *International Journal of Production Economics*, 248, 108468. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2022.108468>
- Jamalnia, A., Yang, J.-B., Feili, A., Xu, D.-L., & Jamali, G. (2019). Aggregate production planning under uncertainty: A comprehensive literature survey and future research directions. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 102(1-4), 159-181. <https://doi.org/10.1007/s00170-018-3151-y>
- Jaimes, D. (2020). Cadena de suministro inteligente, sistemas cross docking y logística inversa como mecanismos integradores y sistenibles: una revisión. *Revista Digital de Semilleros de Investigación REDSI*, 2(1), 1-15. [http://revistas.unipamplona.edu.co/ojs\\_viceinves/index.php/SEMINVE/article/download/4129/2445](http://revistas.unipamplona.edu.co/ojs_viceinves/index.php/SEMINVE/article/download/4129/2445)

- Kammammettu, S., & Li, Z. (2023). Scenario reduction and scenario tree generation for stochastic programming using Sinkhorn distance. *Computers & Chemical Engineering*, 170, 108122. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2022.108122>
- Kephe, P. N., Ayisi, K. K., & Petja, B. M. (2021). Challenges and opportunities in crop simulation modelling under seasonal and projected climate change scenarios for crop production in South Africa. *Agriculture & Food Security*, 10(1), 10. <https://doi.org/10.1186/s40066-020-00283-5>
- Kopicki, R. (1993). *Reuse and V Recycling: Reverse Logistics Opportunities*.
- Lepillier, B., Daniilidis, A., Doonechaly Gholizadeh, N., Bruna, P.-O., Kummerow, J., & Bruhn, D. (2019). A fracture flow permeability and stress dependency simulation applied to multi-reservoirs, multi-production scenarios analysis. *Geothermal Energy*, 7(1), 24. <https://doi.org/10.1186/s40517-019-0141-8>
- Li, Z., Yang, P., Yang, Y., Lu, G., & Tang, Y. (2023). Hydropower preventive maintenance scheduling in a deregulated market: A multi-stage stochastic programming approach. *Electric Power Systems Research*, 221, 109379. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2023.109379>
- Liang, Y., Xu, Z., Li, H., Wang, G., Huang, Z., & Li, Z. (2023). A random optimization strategy of microgrid dispatching based on stochastic response surface method considering uncertainty of renewable energy supplies and load demands. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 154, 109408. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2023.109408>
- Longo, F., Nervoso, A., Nicoletti, L., Solina, V., & Solis, A. O. (2024). Modeling & Simulation for assessing production policies: A real case study from a manufacturing company in Canada. *Procedia Computer Science*, 232, 1192-1200. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2024.01.117>
- Malpica Zapata, W. A., Caicedo Pereira, C. A., & Lasso Espitia, D. A. (2022). Estudio de la logística inversa y su importancia en la gestión empresarial de organizaciones sostenibles. *Revista Estrategia Organizacional*, 11(1), 31-47. <https://doi.org/10.22490/25392786.5657>

- May, M. C., Finke, A., Theuner, K., & Lanza, G. (2024). Framework for automatic production simulation tuning with machine learning. *Procedia CIRP*, 121, 49-54. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2023.11.002>
- Nahmias, S. (2007). *Análisis de la producción y las operaciones* (Quinta edición). McGraw-Hill.
- Nishizaki, I., Hayashida, T., Sekizaki, S., & Furumi, K. (2023). A two-stage linear production planning model with partial cooperation under stochastic demands. *Annals of Operations Research*, 320(1), 293-324. <https://doi.org/10.1007/s10479-022-05056-w>
- Oliveira, M. S. D., Santos, C. H. D., Gabriel, G. T., Leal, F., & Montevechi, J. A. B. (2023). FaMoSim: A facilitated discrete event simulation framework to support online studies. *Production*, 33, e20220073. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.20220073>
- Pazmiño Unda, A. M., Rosado Cedeño, M. A., Echeverría Padilla, M. I., & Benítez Hidalgo, E. S. (2023). Propuesta de logística inversa de los remanentes textiles de la empresa Hilvanando Sueños, Santo Domingo, 2023.: Proposal for reverse logistics of the textile remnants of the Basting Dreams company, Santo Domingo, 2023. *Boletín Científico Ideas y Voces*, 989-1021. <https://doi.org/10.60100/bciv.v3iE1.69>
- Pelser, W. A., Marais, J. H., Van Laar, J. H., & Mathews, E. H. (2022). Development and Application of an Integrated Approach to Reduce Costs in Steel Production Planning. *Process Integration and Optimization for Sustainability*, 6(3), 819-836. <https://doi.org/10.1007/s41660-022-00237-3>
- Qasim, M., Wong, K. Y., & Saufi, M. S. R. M. (2023). Production planning approaches: A review from green perspective. *Environmental Science and Pollution Research*, 30(39), 90024-90049. <https://doi.org/10.1007/s11356-022-24995-2>
- Raei, M., Hossienzad, J., & Ghorbani, M. A. (2023). An Uncertainty-Based Random Boundary Interval Multi-Stage Stochastic Programming for Water Resources Planning. *Water Resources Management*, 37(12), 4571-4587. <https://doi.org/10.1007/s11269-023-03557-2>
- Rahbari, M., Khamseh, A. A., & Mohammadi, M. (2023). A novel multi-objective robust fuzzy stochastic programming model for sustainable agri-food supply chain: Case

- study from an emerging economy. *Environmental Science and Pollution Research*, 30(25), 67398-67442. <https://doi.org/10.1007/s11356-023-26305-w>
- Röling, C. T., Ramirez, S., Bauso, D., & Tembine, H. (2023). Stochastic programming with primal–dual dynamics: A mean-field game approach. *Optimization Letters*, 17(4), 1005-1026. <https://doi.org/10.1007/s11590-022-01910-9>
- Rolon, A. J. C., Alvarado, A. M. C., & Ramón, K. J. M. (2019). Modelo matemático para la planeación de la producción en una industria metalmecánica. *Scientia Et Technica*, 24(3), 408-419. <https://doi.org/10.22517/23447214.16031>
- Rothkopf, M. S. “Scheduling with Random Service Times”. *Management Science* 12, 1966, pp.707-713.
- Shafiee Roudbari, E., Fatemi Ghomi, S. M. T., & Eicker, U. (2023). Designing a multi-objective closed-loop supply chain: A two-stage stochastic programming, method applied to the garment industry in Montréal, Canada. *Environment, Development and Sustainability*, 26(3), 6131-6162. <https://doi.org/10.1007/s10668-023-02953-3>
- Shehadeh, K. S., & Sanci, E. (2021). Distributionally robust facility location with bimodal random demand. *Computers & Operations Research*, 134, 105257. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105257>
- Shone, R. (2021). Applications of stochastic modeling in air traffic management: Methods, challenges and opportunities for solving air traffic problems under uncertainty. 1-26.
- Wang, X., Zhao, M., & He, H. (2018). Reverse Logistic Network Optimization Research for Sharing Bikes. *Procedia Computer Science*, 126, 1693-1703. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.08.108>
- Xu, W., & Song, D.-P. (2022). Integrated optimisation for production capacity, raw material ordering and production planning under time and quantity uncertainties based on two case studies. *Operational Research*, 22(3), 2343-2371. <https://doi.org/10.1007/s12351-020-00609-y>
- Yu, V. F., Kao, H.-C., Chiang, F.-Y., & Lin, S.-W. (2022). Solving Aggregate Production Planning Problems: An Extended TOPSIS Approach. *Applied Sciences*, 12(14), 6945. <https://doi.org/10.3390/app12146945>

- Zahid, M., & Syed, K. S. (2021). Investigation of pollutants formation in a diesel engine using numerical simulation. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 8(1), 19. <https://doi.org/10.1186/s40323-021-00204-6>
- Zhao, N., Liu, X., Wang, Q., & Zhou, Z. (2022). Information technology-driven operational decisions in a supply chain with random demand disruption and reference effect. *Computers & Industrial Engineering*, 171, 108377. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108377>
- Zhao, X., & Yin, R. (2018). Coordination of a socially responsible two-stage supply chain under price-dependent random demand. *4OR*, 16(4), 379-400. <https://doi.org/10.1007/s10288-017-0368-9>
- Zhao, Y., & Wallace, S. W. (2015). A heuristic for the single-product capacitated facility layout problem with random demand. *EURO Journal On Transportation And Logistics*, 4(3), 379-398. <https://doi.org/10.1007/s13676-014-0052-6>
- Zheng, Y., Lei, M., & Peng, Y. (2023). A Simulation Optimization Method for Coordination of Production, Transportation and Sales. *Fundamental Research*, S2667325823002285. <https://doi.org/10.1016/j.fmre.2023.06.013>
- Zhou, F., He, Y., Ma, P., Lim, M. K., & Pratap, S. (2022). Capacitated disassembly scheduling with random demand and operation time. *Journal of the Operational Research Society*, 73(6), 1362-1378. <https://doi.org/10.1080/01605682.2021.1911603>
- Zhuang, X., Zhang, Y., Han, L., Jiang, J., Hu, L., & Wu, S. (2023). Two-stage stochastic programming with robust constraints for the logistics network post-disruption response strategy optimization. *Frontiers of Engineering Management*, 10(1), 67-81. <https://doi.org/10.1007/s42524-022-0240-2>