



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE
HIDALGO



INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

**“Diseño de un controlador difuso de velocidad en un conjunto motor-
generador de CD”**

Proyecto de tesis para obtener el título de:

Ing. en Electrónica y Telecomunicaciones

Presenta:

García Ortega Marco Antonio

Director de tesis:

M. en C. Norberto Hernández Romero



CIAII

Pachuca de Soto, Hgo.
2006

AGRADECIMIENTOS

A **Dios** que me dio la fuerza para regresar a la escuela y brindarme la oportunidad de conocer a tantas personas buenas.

A mi **madre Inocencia** que nunca perdió las esperanzas en mí dándome todas las oportunidades necesarias para la realización de este trabajo, a ella mi incansable mamá quién no conoce mis derrotas, sólo mis triunfos dedico este trabajo.

A mi hermanita **Griss**, que siempre me brinda su apoyo y espero que tenga éxito y felicidad en su vida, recuerda que mi mano siempre estará para ayudarte a subir la cuesta.

A mi hermano **Oswaldo** que, aunque no esté cerca, siempre me tendió la mano y espero que Dios bendiga su unión con Clara y pronto llegue el primogénito.

A mi padre **Antonio** que me dio la fuerza para enfrentar la crudeza de la vida y a levantarme de todas las caídas que se me han presentado.

A toda mi familia por parte de mis padres.

A mis amigos de mi generación, con los cuales conviví una de las mejores etapas de mi vida, David Domínguez López, Manuel Alejandro Sánchez Acoltzin, José Luis Salazar Campos, Néstor Daniel Ballato Hernández, Laura Elena Muñoz Hernández, América Saldaña Sánchez, José Antonio Sánchez Hernández y con especial aprecio a **Enrique Alejandro Gómez López** que considero mi más grande amigo, aunque no lo sea en tamaño, no lo olvides: "Sostente de pie".

A mi director de tesis **Norberto Hernández Romero**, por compartirme sus conocimientos y sus experiencias para la realización de este trabajo.

Al Centro de Investigaciones Avanzadas en Ingeniería Industrial por las facilidades prestadas para la realización del trabajo.

A todas las personas que en algún momento me apoyaron y confiaron en mi, en especial a las mujeres que han compartido momentos en mi vida, con especial cariño a Sol, Katy, Elvia, Lety, Marisol, Irma Guadalupe, Delia y algunas otras que me brindaron su amistad incondicional.

A todas estas personas gracias por la confianza y amistad depositada nunca los olvidaré.

Resumen

En este trabajo se presenta el diseño de un controlador difuso sintonizado a prueba y error para el control de velocidad de un conjunto motor-generador de C.D., (el motor y el generador tienen las mismas características, velocidad nominal 2532 RPM, potencia 25.6 watts y campo constante) por la técnica de Mamdani.

Al no contar con el modelo matemático del motor se hace uso de la respuesta transitoria y se aproxima a un sistema lineal de primer orden. Obtenido el modelo del motor se sintoniza un controlador convencional PI en tiempo continuo mediante la aproximación a un sistema ideal de segundo orden y se discretiza, este controlador es comparado con el controlador difuso mediante la respuesta transitoria tanto en simulaciones como en la implementación física en el prototipo.

Para las simulaciones se hace uso del software Matlab y la herramienta fuzzy de Simulink, teniéndose mejores resultados con el controlador difuso sintonizado a prueba y error, que con el controlador convencional digital PI, la implementación de los dos controladores se realiza en el lenguaje de interfaz gráfica LabVIEW.

Para llevar a cabo las pruebas físicas de los controladores, se implementa un prototipo, el cual consiste en un conjunto motor-generador de CD, para la interfaz electrónica una tarjeta de adquisición de datos PCI-6024E de National Instruments, para la interfaz de potencia un arreglo de un amplificador operacional OPA2544 con dos transistores de potencia, un convertidor de frecuencia a voltaje VFC32KP utilizado como sensor de velocidad, un arreglo de reguladores de voltaje de la serie 78XX y 79XX para obtener los diferentes voltajes que se utilizan en el prototipo, y un sistema de cargas resistivas que proporcionan un par de carga para el motor.

Se hacen tres pruebas para comparar el desempeño de los controladores, pruebas de la respuesta transitoria del sistema sin carga en el par que consiste en arrancar el motor en vacío, la prueba de respuesta transitoria con cambios en la referencia consiste en arrancar el sistema en vacío, y en un tiempo determinado cambiar el valor de la referencia, por último la prueba de respuesta transitoria que consiste en arrancar el motor en vacío y en un tiempo determinado aplicar un par carga a través del generador.

En todas las pruebas el controlador difuso resulta tener mejor desempeño que el controlador digital PI

ÍNDICE	
Descripción	.Página
índice.....	i
índice de figuras.....	iv
índice de tablas.....	vii
Objetivo general.....	1
Objetivos específicos.....	1
Justificación.....	3
Hipótesis.....	5
Capítulo I Introducción	
1.1 Introducción.....	7
1.2 Contenido de la tesis.....	8
1.3 Contribución de la tesis.....	9
1.4 Contenido de la tesis.....	9
Capítulo II Modelo matemático del motor de CD.	
2.1 Introducción.....	11
2.2 Identificación del modelo matemático del motor.....	11
2.3 Caracterización del sensor de velocidad.....	17
2.3.1 Caracterización del disco rotatorio.....	19
2.3.1 Caracterización del convertidor de frecuencia a voltaje.....	20
2.4 Diseño del control digital.....	22
2.4.1 Especificaciones de diseño.....	25
2.4.2 Discretización del controlador.....	26
2.5 Conclusiones.....	31
Capítulo III Fundamentos de lógica difusa y control difuso	
3.1 Introducción.....	33
3.2 Conjuntos convencionales y difusos.....	34

3.2.1 Teoría de conjuntos nítidos y funciones características	39
3.2.2 Notación de los conjuntos difusos	41
3.3 Funciones de membresía	38
3.3.1 Operaciones con conjuntos difusos	39
3.3.2 Tipos de funciones de membresía	41
3.3.3 Relaciones difusas	44
3.4 Razonamiento difuso	51
3.5 Métodos de desdifusificación	55
3.6 Algoritmo de Mamdani	58
3.7 Diseño del control difuso	59
3.8 Conclusiones	72
Capítulo IV Resultados experimentales	
4.1 Introducción	75
4.2 Pruebas de la respuesta transitoria sin carga en el par	76
4.3 Pruebas de la respuesta transitoria del sistema al aplicarle cambios de referencia	81
4.4 Pruebas de la respuesta transitoria del sistema al aplicarle par perturbador	85
4.5 Conclusiones	89
Capítulo V Conclusiones	
5.1 Conclusiones	91
5.2 Metodología desarrollada	92
5.3 Aportaciones	93
5.4 Trabajos futuros	94
Bibliografía	95

Apéndice A Programas en LabVIEW...	
A.1 Introducción a LabVIEW	99
A.2 Funciones de LabVIEW utilizadas	105
A.3 Programas	109
Apéndice B Descripción del prototipo	
B.1 Introducción.....	129
B.2 Instrumentación.....	129
B.3 Montaje físico de las partes del prototipo.....	139
B.4 Estación de trabajo.....	142
Apéndice C Obtención del modelo matemático del motor	145
Apéndice D Par de carga aplicado al generador	151
Glosario	153
Lista de acrónimos y abreviaturas	157

ÍNDICE DE FIGURAS

Descripción	Página
Figura 2.1 Respuesta del motor a una entrada escalón de 10 V y $T=0.01$ s	13
Figura 2.2 a) Diagrama de bloques de un sistema de primer orden;	
b) Diagrama a bloques simplificado	14
Figura 2.3 Gráfica para la localización de la constante de tiempo T	16
Figura 2.4 Curva de respuesta exponencial de la ecuación (2.7).....	16
Figura 2.5 Incrementador optomecánico típico	18
Figura 2.6 Forma de onda característica de un codificador incremental de un solo canal	18
Figura 2.7 Configuración utilizada para obtener el número de pulsos por revolución del disco rotatorio del motor	19
Figura 2.8 Relación entre voltaje de salida del convertidor F-V y la frecuencia de entrada	21
Figura 2.9 Diagrama a bloques de un sistema de control en lazo cerrado	22
Figura 2.10 Diagrama a bloques del sistema motor generador en lazo cerrado	23
Figura 2.11 Modelo matemático en tiempo continuo de la planta en lazo cerrado con un controlador PI.....	24
Figura 2.12 Sistema discreto en lazo cerrado con el error normalizado	29
Figura 2.13 Respuesta al escalón de la Figura 2.11.....	29
Figura 2.14 Gráfica obtenida al aplicar una referencia fija a la entrada	30
Figura 2.15 Gráfica obtenida al aplicar cambios a la referencia,	30
Figura 2.16 Respuesta obtenida al someter el sistema a perturbaciones.....	31
Figura 3.1 Unión, b) Intersección y c) Complemento de la teoría de conjuntos convencional	35
Figura 3.2 Grado de relevancia (GDR) para diferenciar los conjuntos nítidos de los difusos usando la representación de las funciones de membresía	36

Figura 3.3 Operaciones con conjuntos difusos: a) Dos conjuntos difusos A y B, b) El Complemento del conjunto A, c) Unión de los conjuntos A y B, d) Intersección de los conjuntos A y B	41
Figura 3.4 Diferentes tipos de funciones de membresía; a) Función de membresía triangular, b) Función de membresía trapezoidal, c) Función de membresía gaussiana, d) Función de membresía campana, e) Función de membresía Z, f) Función de membresía S y g) Función de membresía pi.....	43
Figura 3.5 El concepto del principio de extensión	44
Figura 3.6 Comparación entre una relación nítida y una difusa	48
Figura 3.7 Relaciones difusas; a) conjunto difuso; b) relación difusa	48
Figura 3.8 Clasificación del razonamiento Difuso	52
Figura 3.9 Tres implicaciones hipotéticas resultantes que pertenecen a la consecuencia X.....	57
Figura 3.10 Unión, agregación y método de centro de gravedad para desdifusificación.....	57
Figura 3.11 Etapas de un controlador difuso usando la técnica de Mamdani...	60
Figura 3.12 Funciones de membresía para las entradas del controlador difuso.....	63
Figura 3.13 Funciones de membresía Singleton para las desfusificación	63
Figura 3.14 MAD con tres funciones de membresía	64
Figura 3.15 Diagrama a bloques del sistema con un controlador difuso.....	65
Figura 3.16 Superficie de la acción de control del controlador difuso	66
Figura 3.17 Funciones de membresía del error	67
Figura 3.18 Funciones de membresía del cambio del error	68
Figura 3.19 Funciones de membresía de la desfusificación por el método del centroide	69
Figura 3.20 Reglas de inferencia utilizadas para la simulación	70
Figura 3.21 Respuesta al sistema difuso a una entrada escalón de 157.069 rad/s.....	71

Figura 3.22 Respuesta del sistema real a una entrada de 1500 RPM	71
Figura 3.23 Respuesta del sistema a cambios en la referencia	72
Figura 4.1 Funciones de membresía utilizadas para la simulación	77
Figura 4.2 Comparación entre la respuesta transitoria del controlador difuso y el controlador digital PI en la simulación.....	77
Figura 4.3 Comparación de la respuesta transitoria del error	78
Figura 4.4 Funciones de membresía utilizadas para el control de velocidad del prototipo.....	79
Figura 4.5 Comparación entre la respuesta transitoria del controlador digital PI y el controlador difuso	80
Figura 4.6 Acercamiento de la respuesta transitoria de los dos controladores...	80
Figura 4.7 Respuesta transitoria del error	81
Figura 4.8 Comparación de las respuestas del sistema con ambos controladores.....	82
Figura 4.9 Respuesta transitoria del sistema al aplicar un cambio de referencia de 1500 RPM a 2000 en $t = 6$ segundos	83
Figura 4.10 Respuesta transitoria del error en el sistema sometido a cambios de referencia	83
Figura 4.11 Respuesta transitoria del error al aplicar un cambio de referencia de 1500 RPM a 2000 en $t = 6$	84
Figura 4.12 Respuesta del prototipo al aplicar pares perturbadores.....	85
Figura 4.13 Acercamiento de la respuesta de la Figura 4.12 cuando $t = 5$	86
Figura 4.14 Acercamiento de la respuesta de la Figura 4.12 cuando $t = 12$	86
Figura 4.15 Respuesta del error a entradas perturbadoras	87
Figura 4.16 Acercamiento de la Figura 4.16 en $t = 5$	87
Figura 4.17 Acercamiento a una perturbación del error cuando $t = 12$	88

Índice de tablas

Descripción	Página
Tabla 2.1 Mediciones obtenidas para hallar la relación entre la frecuencia del codificador y las revoluciones por segundo	20
Tabla 3.1 Relación para el ejemplo de proyección	49
Tabla 4.1 Parámetros de la simulación del controlador difuso	76
Tabla 4.2 Parámetros del controlador difuso implementado en el prototipo .	78

Objetivo general

Implementar y analizar un control difuso de velocidad de un motor de CD de campo fijo controlado por armadura usando la técnica de Mamdani.

Objetivos específicos

- Desarrollar el prototipo integrado por un conjunto motor-generador, la instrumentación para adquirir la velocidad y el actuador para generar las acciones de control con una tarjeta de adquisición de datos.
- Implementar un controlador PI digital tanto en simulación como en el prototipo.
- Implementar un controlador difuso bajo la técnica de Mamdani tanto en simulación como en el prototipo.
- Comparar el desempeño de ambos controles bajo las mismas circunstancias.

Justificación

Debido a la sencillez de los actuadores para controlar su velocidad o posición angular del motor de C.D. se utiliza en una amplia variedad de aplicaciones sencillas y complejas que van desde la medicina hasta la ingeniería. La razón de este trabajo es mostrar como utilizar una metodología de control difuso se pueden generar acciones control para la máquina de C.D. sin necesidad de usar un modelo matemático, se realiza una comparación del controlador difuso con el controlador PI convencional (el cuál es muy usado para control de velocidad), para evaluar el desempeño. Además se busca investigar como es el desempeño del control difuso en diferentes puntos de operación del motor de C.D. comparado con el control convencional que es sintonizado mediante un modelo linealizado en un punto de operación.

Hipótesis

Un controlador difuso del tipo Mamdani mejora las acciones de control en los sistemas dinámicos, como en los motores de CD, comparado con un controlador digital convencional sin hacer uso del modelo matemático de la planta.

Capítulo I

Introducción

1.1 Antecedentes

La lógica difusa nació en 1965. En ese año Lofti Zadeh de la universidad de California en Berkeley publicó un documento llamado “Fuzzy Sets ó conjuntos difusos” en la revista de difusión científica “Information and Control” [1]. Este documento había sido terminado dos años antes de su publicación, pero su divulgación no había sido aceptada por que se trataba de una idea radical. En ese tiempo era inaceptable permitir imprecisiones en el campo de la ingeniería por esto, sólo “Information and Control” aceptó su publicación debido a que él era el editor de esta revista. Tiempo después Zadeh propuso la idea de un algoritmo difuso, con la cual creo la fundación de lógica difusa y razonamiento. Cuando la primera publicación en lógica difusa en 1965, un nuevo método de control usando ecuaciones de espacio estado propuesto por Rudolf Kalman [1], comenzaba a ser reconocido como el “control moderno”. Poco antes de ese tiempo Zadeh estaba investigando relaciones con la transformada z además de haber realizado un trabajo pionero en este campo. Es interesante observar el cambio entre la precisa ingeniería de control y la lógica difusa, la cual permite imprecisiones. Después él dijo que observó las limitaciones así como la exactitud. El se refería en 1973 al “principio de incompatibilidad”, publicado por él en 1973, este principio afirma que si la complejidad de el sistema excede cierto límite, la capacidad para ser precisos y construir instrucciones sobre su comportamiento se convierte en imposible [1].

El punto crítico para la lógica difusa llego en 1974, cuando Abraham Mamdani de la Universidad de Londres aplicó el control difuso por primera vez en una simple máquina de vapor. La primera aplicación industrial apareció seis años más tarde, en el año de 1980, F.H. Smidth de Dinamarca aplicó el control difuso a un horno de cemento, en esa misma década “Fuji Electric” de Japón en el control de un proceso de purificación de agua, tiempo después Hitachi diseñó un sistema de control automático basado en lógica difusa. Estos fueron los precursores de la expansión de la lógica difusa en Japón. A principios de

los 90's, la lógica difusa fue aplicada a productos electrónicos y el público en general tuvo conocimientos acerca de los sistemas difusos [1].

Sin embargo actualmente a más de 30 años de su nacimiento la lógica difusa tiene una gran variedad de aplicaciones en múltiples disciplinas incluyendo el control automático, electrónica de consumo, procesamiento de señales, predicción de series de tiempo, recuperación de la información, manejo de bancos de datos, visión por computadora, clasificación de los datos, decisión-fabricación y así sucesivamente [2].

1.2 Breve estado del arte

Dentro de las investigaciones en el campo se tienen los siguientes trabajos:

Control difuso de un motor de corriente directa realizado por Gerardo Celso Hernández Mendoza IPN-E.S.I.M.E., 1996 [18].

Control neurodifuso de la velocidad de un motor de corriente directa realizado por el Dr. David Romero Romero y el M. en C Norberto Hernández Romero, publicado en la decimotercera reunión de verano de potencia, aplicaciones industriales y exposición industrial RVP-AI/2000 [19].

Control de una torre de destilación utilizando un control difuso tipo Mamdani, por Salvador Cruz, Ricardo Hurtado, Luís E. Murillo, Armando Morales y David Romero, publicado en el tercer congreso internacional de ingeniería electromecánica y de sistemas IPN 2002 [20].

Control difuso de velocidad tipo Mamdani de un motor de CD autosintonizable por algoritmos genéticos, por Manlio Al Altamirano González IPN-E.S.I.M.E. 2002 [21].

Control directo del par y el flujo de motor de inducción utilizando una red neuro-difusa, por Miguel Ángel Gama Valdez, IPN-E.S.I.M.E. 2004 [21].

1.3 Contribución de la tesis

En este trabajo se realizan programas en lenguaje grafico de un controlador PI digital convencional y un controlador difuso tipo Mamdani, además de una metodología para la sintonización de un controlador difuso y la construcción de un prototipo para llevar a cabo pruebas físicas de desempeño.

1.4 Contenido de la tesis

Dentro del capítulo dos se presenta el modelo matemático del motor de CD, el cuál es utilizado para las simulaciones contenidas en el presente trabajo además de la sintonización en tiempo continuo de un controlador PI y su posterior discretización. Se simula el control de velocidad del motor de CD y se muestran resultados experimentales.

En el capítulo tres se hace una introducción a la lógica difusa comenzando con una comparación entre los conjuntos difusos y los convencionales, las operaciones con los conjuntos difusos, los tipos de funciones de membresía, las relaciones difusas, razonamiento difuso así como los métodos de desfusificación y el algoritmo de Mamdani. También se muestran las simulaciones y los parámetros del controlador difuso dentro de estas. Por último se muestran resultados reales del comportamiento del motor con la implementación del controlador difuso.

En el capítulo cuatro se hace una comparación de las respuestas de los dos controladores para su comparación, los controladores son sometidos a tres pruebas que son: prueba de la respuesta transitoria en vacío, prueba de la respuesta transitoria al aplicar cambios en la referencia y prueba de la respuesta transitoria al aplicarle un par perturbador.

En el capítulo cinco se dan a conocer las conclusiones del trabajo así como también las aportaciones y algunas recomendaciones para trabajos futuros.

En la parte final se muestra el apéndice en el cual se encuentran contenidos los programas, el modelo matemático del motor, los diagramas de los circuitos electrónicos que se diseñaron y del cálculo del par inyectado al sistema además de una lista de acrónimos y un glosario.

Capítulo II

Modelo matemático del motor de CD.

2.1 Introducción

Una de las tareas más importantes en el análisis y diseño de sistemas de control es el modelado matemático de los sistemas, un método común para modelar sistemas lineales es el método de la función de transferencia. No es difícil entender que las simulaciones analíticas y por computadora de cualquier sistema son tan buenas como el modelo utilizado para realizarlas por esto es necesario poner especial interés en el modelo matemático, para que los problemas de análisis y diseño se puedan resolver mediante el empleo de computadoras [3].

En el caso del controlador difuso, el modelo matemático sólo es necesario para la simulación en computadora. A continuación se deducirá un modelo matemático lo más real posible, ya que no se cuenta con las especificaciones y parámetros del motor, por lo anterior se utilizará su respuesta al escalón unitario para obtener una aproximación, por esta razón no se tomará el modelo exacto. El propósito de obtener el modelo matemático es el de simular en una computadora el comportamiento del motor en diferentes condiciones de operación, así como también la sintonización de un controlador proporcional e integral (PI).

2.2 Identificación del modelo matemático del motor

En la práctica no se conoce previamente la señal de entrada a un sistema de control, ya que esta es de naturaleza aleatoria y esta no se puede expresar su naturaleza aleatoria ni la entrada instantánea analíticamente. Al analizar sistemas de control hay que tener una base de comparación del funcionamiento de los diversos sistemas de control. Se pueden establecer esas bases especificando señales de entrada particulares de prueba, y comparando las respuestas de los diversos sistemas a estas señales de entrada. Muchos de los criterios de diseño están basados en estas señales o en la respuesta de los sistemas a cambio en las condiciones iniciales (sin ninguna señal de prueba). Se justifica el uso de señales de prueba debido a la correlación existente entre

las características de un sistema a una señal de entrada conocida de prueba y la posibilidad del sistema de manejar señales reales de entrada.

Una de la señales de entrada típica de prueba es la función escalón, con esta señal de prueba se pueden realizar análisis experimentales y matemáticos de los sistemas de control con facilidad ya que es una función simple en el tiempo. Otra de las razones por la que se eligió la función escalón es por que el sistema estará sujeto a perturbaciones bruscas. Una vez diseñado el sistema de control sobre las bases de las señales de prueba, el funcionamiento del sistema en respuesta a las entradas reales generalmente es satisfactorio. El uso de esta señal de prueba permite comparar el comportamiento de todos los sistemas sobre la misma base [4].

La respuesta en el tiempo de un sistema de control se divide normalmente en dos partes: la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable, sea $y(t)$ la respuesta en el tiempo de un sistema en tiempo continuo, entonces:

$$y(t) = y_t(t) + y_{ss}(t) \quad (2.1)$$

En donde $y_t(t)$ indica la respuesta transitoria y $y_{ss}(t)$ la respuesta en estado estable, en los sistemas de control, la respuesta transitoria esta definida como la parte de la respuesta en el tiempo que tiende a cero cuando el tiempo se hace muy grande. Por lo tanto $y_t(t)$ tiene la siguiente propiedad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t(t) = 0 \quad (2.2)$$

Y la respuesta en estado estable es la parte de la respuesta total que pertenece después que la transitoria ha desaparecido.

Todos los sistemas de control estables reales presentan un fenómeno transitorio antes de alcanzar la respuesta en estado estable, en consecuencia, la respuesta transitoria de un sistema de control es necesariamente importante ya que es una parte significativa del comportamiento dinámico del sistema; y la desviación entre la respuesta de salida y la entrada o respuesta deseada se debe controlar cuidadosamente antes de alcanzar el estado estable. La respuesta en estado estable de un sistema de control es importante también ya que indica dónde termina la salida cuando tiempo se hace grande. En general

si la respuesta en estado estable no concuerda exactamente con la referencia se dice que el sistema tiene un error en estado estable [3].

Para obtener el modelo matemático de la planta fue necesaria la utilización de una señal escalón en este caso de 10 V obteniéndose la respuesta mostrada en la Figura 2.1.

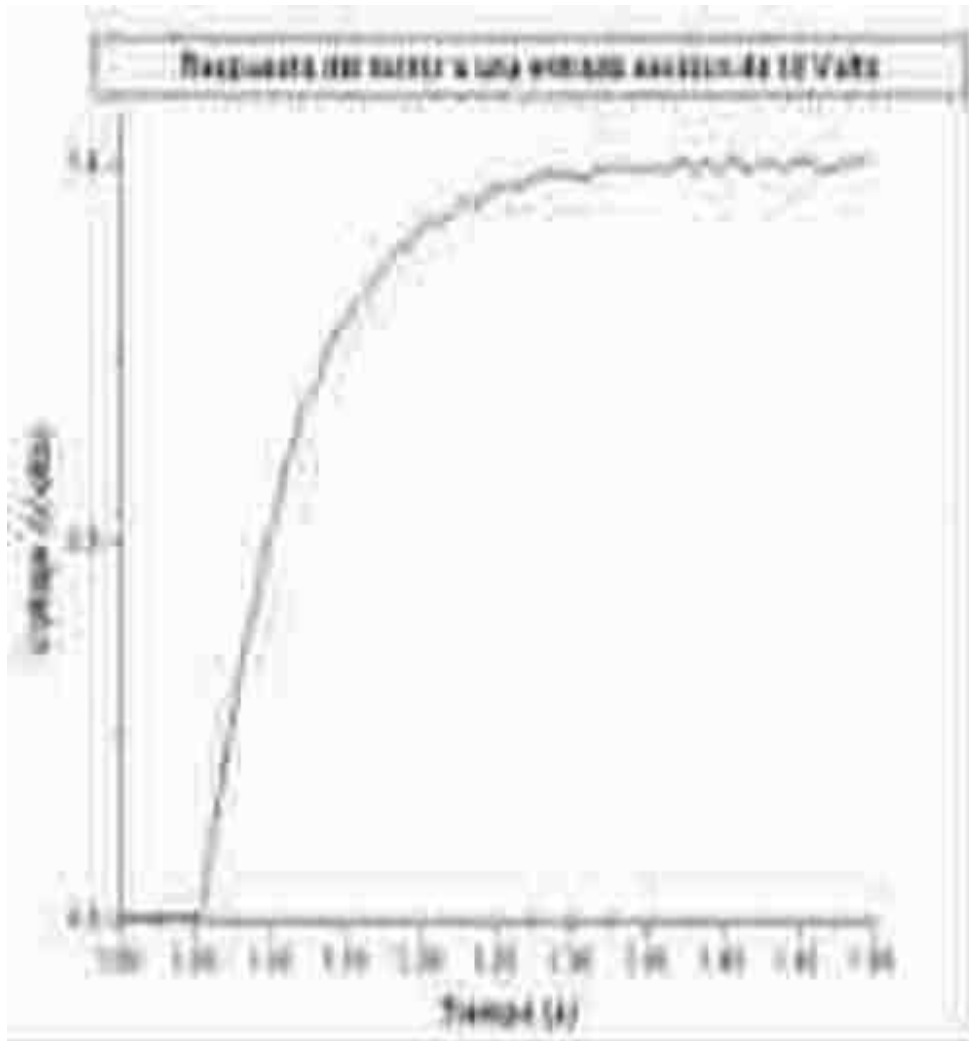


Figura 2.1 Respuesta del motor a una entrada escalón de 10 V y $T=0.01$ s.

Como se puede observar el motor tienen una respuesta de primer orden, en la Figura 2.2 se muestra un diagrama de bloques de un sistema de primer orden y su simplificación. La relación entrada-salida esta dada por la siguiente función de transferencia:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1} \quad (2.3)$$

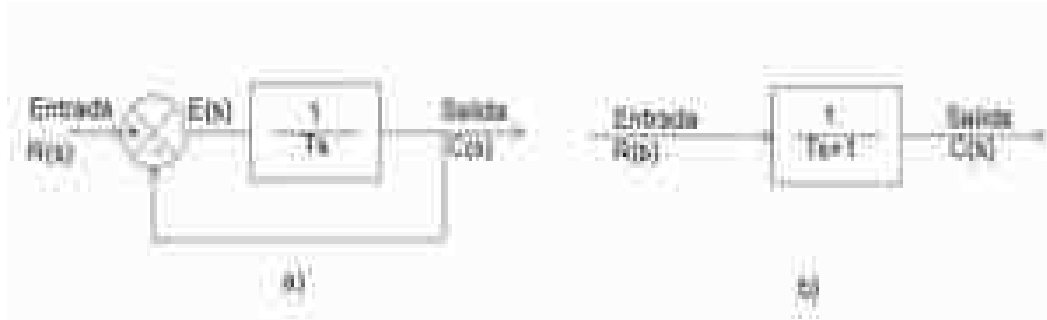


Figura 2.2 a) Diagrama de bloques de un sistema de primer orden; b) Diagrama a bloques simplificado.

Donde:

$C(s)$: representa la señal de salida del sistema,

$R(s)$: representa la entrada o referencia del sistema,

T : es la constante de tiempo del sistema,

$E(s)$: representa la señal de error.

Si la entrada es un escalón unitario $\frac{1}{s}$, entonces

$$R(s) = \frac{1}{s} \quad (2.4)$$

Sustituyendo (2.5) en (2.3):

$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} \frac{1}{s} \quad (2.5)$$

Desarrollando $C(s)$ en fracciones parciales:

$$C(s) = \frac{1}{s} + \frac{T}{Ts + 1} \quad (2.6)$$

Obteniendo la transformada inversa de Laplace de (2.5) se tiene:

$$c(t) = 1 - e^{-t/T} \quad \text{para } (t \geq 0) \quad (2.7)$$

Esta ecuación establece que inicialmente la respuesta $c(t)$ es cero y finalmente se convierte en la unidad. Una de las características importantes de una curva de respuesta exponencial es que en $t = T$ el valor de $c(t)$ es 0.632, es decir que la respuesta habrá alcanzado el 63.2% de su variación total como se muestra a continuación:

$$t = T; \quad c(t) = 1 - e^{-t/T}; \quad c(t) = 1 - e^{-1} = 0.632$$

Donde T es la constante de tiempo del sistema, cuanto más pequeña es la constante del sistema, más rápida es la respuesta del sistema [4], el valor de esta constante como se mencionó anteriormente, se obtiene al 63.2% de la respuesta en estado estable, tomando en cuenta que la respuesta del motor a una entrada escalón de 10 V es de 1.6 V, por esto se debe encontrar el valor de voltaje en el que la respuesta alcanza el 63.2 % del valor en estado estacionario.

$$1.6 \text{ Volts} = 100\%$$

$$X \text{ Volts} = 63.2\%$$

$$X = \frac{(1.6 \text{ Volts})(63.2\%)}{100\%} = 1.0112 \text{ Volts}$$

Ahora ya se tiene un valor de voltaje, para hallar la constante de tiempo es necesario trazar líneas sobre la gráfica de respuesta como se muestra en la Figura 2.3.

En la Figura 2.4 está graficada la curva de respuesta exponencial de la ecuación 2.6, esto es en una constante de tiempo T , el sistema habrá alcanzado el 63.2% de su respuesta, en $2T$ el 86.5% y en $3T$, $4T$ y $5T$ la respuesta alcanza el 95, 98.2, 99.3% respectivamente del valor final. Entonces para $t > 4T$ la respuesta queda dentro del 2% del valor final, como se muestra en la Figura 2.4 se alcanza matemáticamente el estado estacionario sólo tras un tiempo infinito. Sin embargo en la realidad una estimación razonable de la respuesta temporal es el tiempo que necesita la curva para alcanzar el 98% del valor final o sea 4 constantes de tiempo [4].

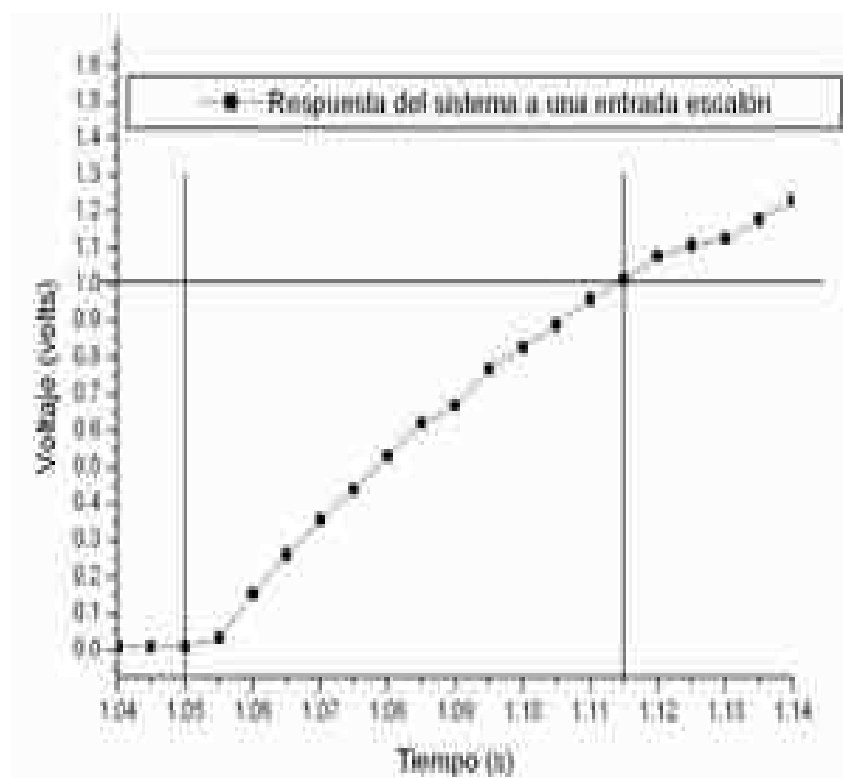


Figura 2.3 Gráfica para la localización de la constante de tiempo T.

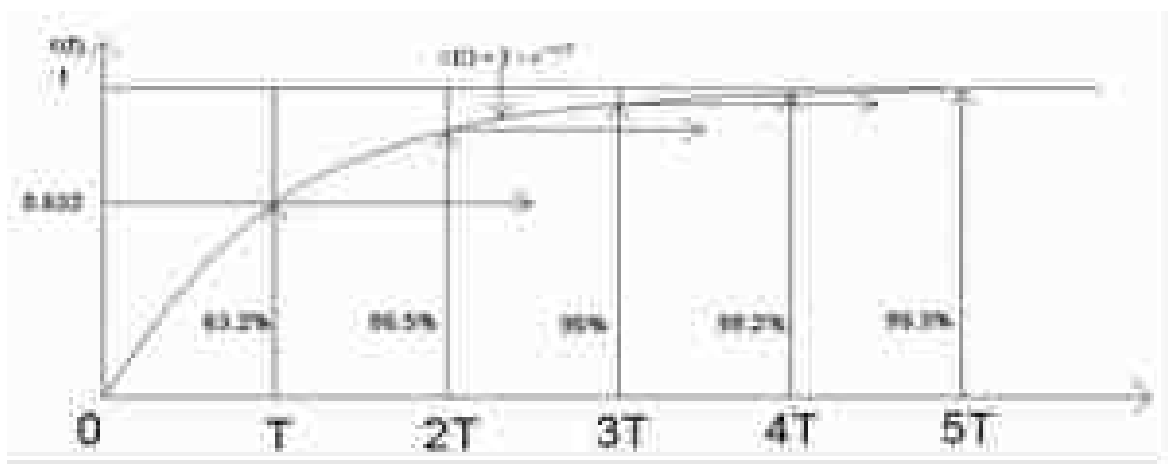


Figura 2.4 Curva de respuesta exponencial de la ecuación 2.7 [4].

Ahora sustituyendo T en la ecuación 2.3:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{0.065s + 1} \quad (2.8)$$

Pero esto es tomando en cuenta que la entrada es un escalón unitario y la salida alcanza la referencia, sin embargo nuestro sistema tiene una entrada escalón de 10 V y una salida que no alcanza la referencia de 1.6 V por esto es necesario encontrar una constante K (que como es velocidad está dada en radianes sobre segundo) para encontrar el modelo real pero para esto es necesario la caracterización del sensor de velocidad.

2.3 Caracterización del sensor de velocidad.

Para comenzar, el motor tiene incluido un codificador incremental utilizado para convertir el desplazamiento angular o rotatorio en un código digital o señales de pulsos. Este codificador produce una señal digital de salida, a este tipo de codificador se le conoce como codificador absoluto, en otras palabras estos codificadores producen como salida un código digital distinto que indica cada incremento menos significativo de resolución. Un codificador incremental típico rotativo tiene cuatro partes básicas: una fuente de luz, un disco giratorio, una máscara estacionaria y un detector como se presenta en la Figura 2.5 el disco tiene sectores opacos y transparentes distribuidos en forma alterna. Un par de estos periodos representa un periodo incremental. La máscara se utiliza para dejar pasar o no la luz entre la fuente de esta y el fotodetector localizado detrás de la máscara. Para los detectores de baja resolución como el de nuestra planta, no es necesaria la máscara

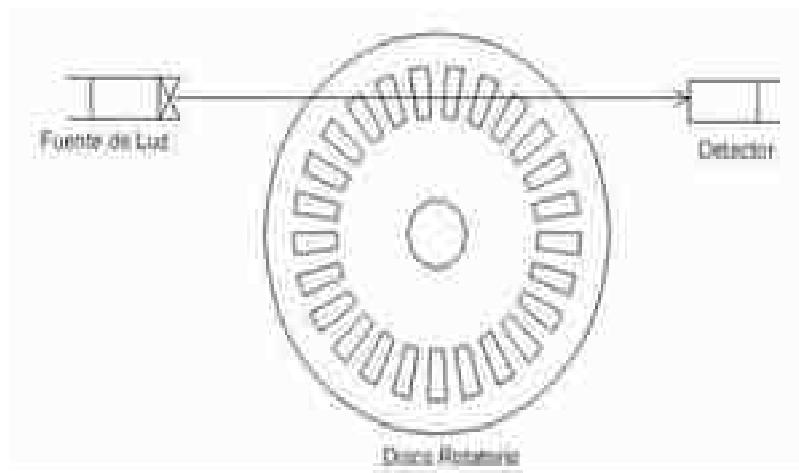


Figura 2.5 Incrementador optomecánico típico.

Como ya se mencionó, la forma de onda obtenida en este caso es una señal cuadrada la cual se obtiene al utilizar un amplificador lineal seguido por un comparador. La figura 2.6 presenta una onda rectangular típica de un codificador incremental de un sólo canal donde T es el periodo de la señal. En este caso los pulsos producidos en ambas direcciones de la rotación del eje. Se necesita un codificador de dos canales con dos juegos de pulsos de salida para detectar la dirección y otras funciones de control [3] pero en este caso solo se utilizará una de las dos señales ya que sólo se controlará la velocidad del motor en una sola dirección, y la frecuencia obtenida es transformada en voltaje por medio de un convertidor de frecuencia a voltaje.

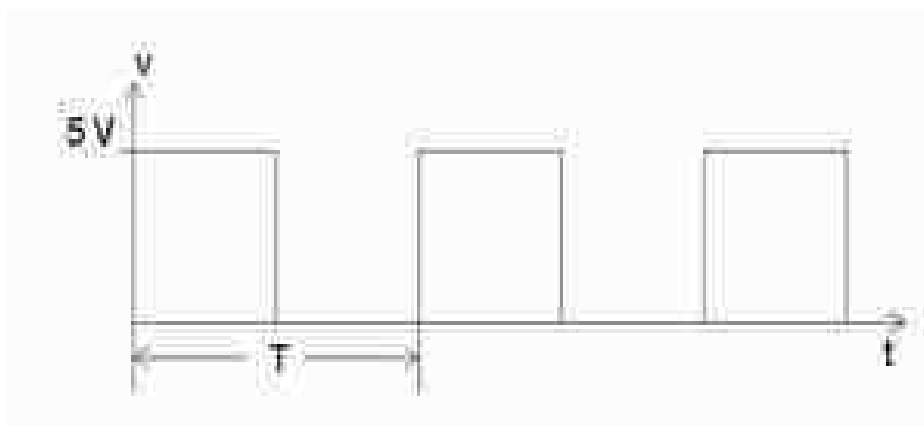


Figura 2.6 Forma de onda característica de un codificador incremental de un solo canal.

2.3.1 Caracterización del disco rotatorio del codificador

Como la cantidad de pulsos en el disco es difícil de contar a simple vista fue necesario caracterizarlo, por esto el disco del generador fue reemplazado con uno de un sólo pulso por revolución como se muestra en la Figura 2.7, las medidas de frecuencia fueron realizadas con dos multímetros digitales, para el codificador del motor se utilizó uno de la marca Agilent Modelo 34401A y para el del generador el MUL-600 de la marca Steren, ambos codificadores se alimentaron con una fuente de 5V genérica, y el motor con una fuente de la marca MATRIX MPS3005LK-2.

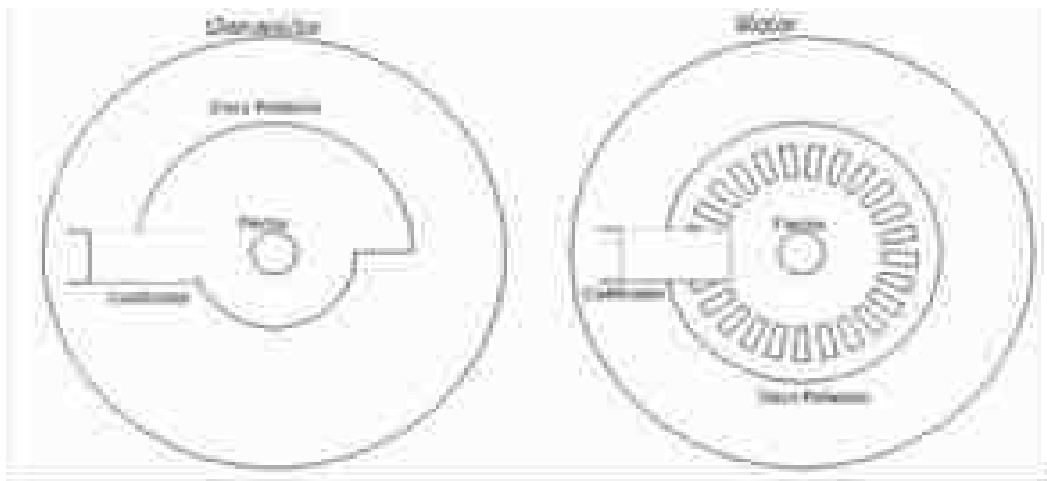


Figura 2.7 Configuración utilizada para obtener el número de pulsos por revolución del disco rotatorio del motor.

El voltaje a la entrada del motor fue variado entre los 10 y los 20V los resultados obtenidos se muestran en la tabla 2.1. En la primera columna se muestra la magnitud de voltaje suministrada al motor, en la segunda la magnitud de la frecuencia obtenida del codificador correspondiente al motor, en la tercera la del generador y en la última la división entre la frecuencia del codificador del motor y la del generador, en esta columna es fácil observar que los valores se aproximan a los 400 pulsos por revolución, el resultado del promedio de la cuarta columna es de 399.83, el paso siguiente es encontrar la relación entre la frecuencia de entrada del convertidor y el voltaje de salida.

Voltaje	frecuencia del codificador del motor(FM)	frecuencia del codificador del generador(FG)	$\frac{FM}{FG}$
10	9370	23.439	399.76108
11	10390	26.015	399.78497
12	11420	28.561	399.84594
13	12570	31.407	400.22925
14	13600	34.018	399.78835
15	14660	36.678	399.69464
16	15800	39.503	399.96962
17	16920	42.337	399.65042
18	18030	45.119	399.60992
19	19110	47.771	400.03349
20	20240	50.63	399.76299

Tabla 2.1 Mediciones obtenidas para hallar la relación entre la frecuencia del codificador y las revoluciones por segundo.

2.3.2 Caracterización del convertidor de frecuencia a voltaje

El circuito utilizado para la conversión es el VFC32KP de Texas Instruments. Para encontrar la relación entre el voltaje de salida del convertidor y la frecuencia de entrada se realizó un experimento, para esto se tomaron las medidas de frecuencia con un multímetro digital de la marca Steren MUL-600 y las de voltaje con el Agilent Modelo 34401A, el motor se alimentó con una fuente de la marca MATRIX MPS3005LK-2 por separado y el resto del sistema con una fuente bipolar genérica obteniéndose la gráfica que se muestra en la Figura 2.8.

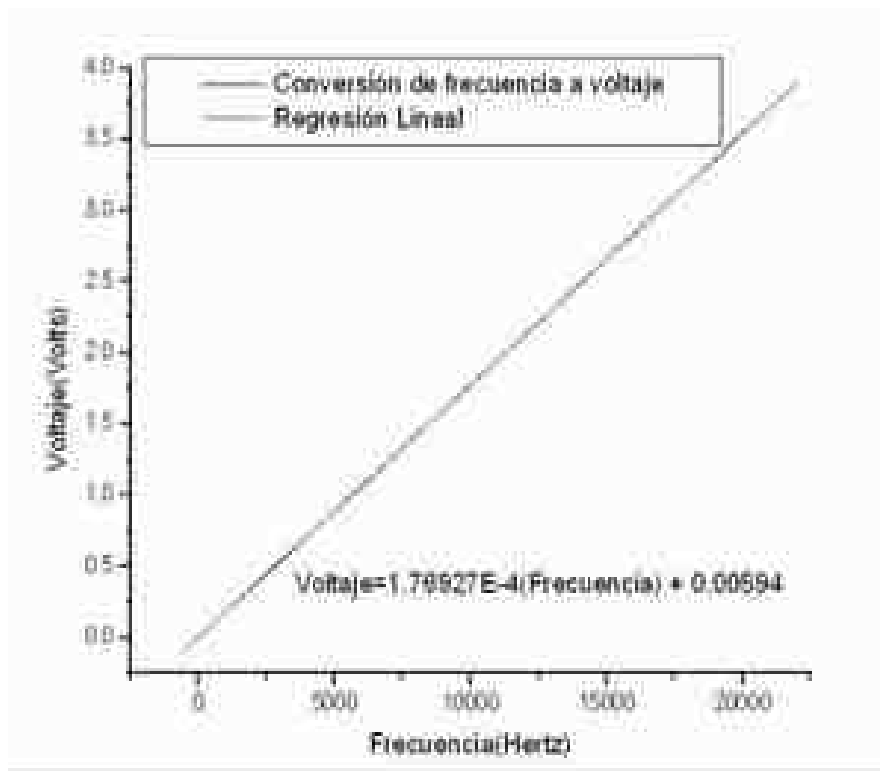


Figura 2.8 Relación entre voltaje de salida del convertidor F-V y la frecuencia de entrada.

La regresión lineal de la grafica de la Figura 2.7 es:

$$\text{Voltaje} = 1.76927 \times 10^{-4} (\text{frecuencia}) + 0.00594 \quad (2.9)$$

Recordando que el resultado esta dado en rad/s los valores obtenidos serán divididos entre 400 para obtener revoluciones por segundo (rps) y multiplicado por 2π para obtener la velocidad del motor en rad/s, de esta manera se llega a la siguiente ecuación:

$$\text{rad / s} = 88.78139(\text{voltaje}) - 0.52651 \quad (2.10)$$

De esta manera conociendo el voltaje se conocerá la velocidad en radianes por segundo. Regresando a la búsqueda de la constante para el modelo que se obtiene con la ecuación obtenida en la gráfica anterior recordando que el escalón tiene una magnitud de 10 V se tiene:

$$10 K = 88.7813(1.6 \text{ Volts}) - 0.5265$$

$$K = \frac{141.5237}{10} = 14.1523$$

De esta manera se completa el modelo matemático del sistema como se muestra a continuación:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{14.1523}{0.065s + 1} \quad (2.11)$$

2.4 Diseño del control digital

Un sistema de control en lazo cerrado es aquel donde la señal de salida tiene efecto directo sobre la señal de control, esto es, los sistemas de control en lazo cerrado son sistemas de control retroalimentado. La señal de error actuante, que es la diferencia entre la señal de referencia y la de retroalimentación, entra al control y éste genera una acción de control que disminuirá el error y llevará al sistema a la referencia deseada. Una ventaja del control en lazo cerrado es que el uso de la retroalimentación hace al sistema en su respuesta, relativamente insensible a perturbaciones externas y a variaciones internas de parámetros. En la Figura 2.9 se muestra el diagrama a bloques de un sistema de control automático.

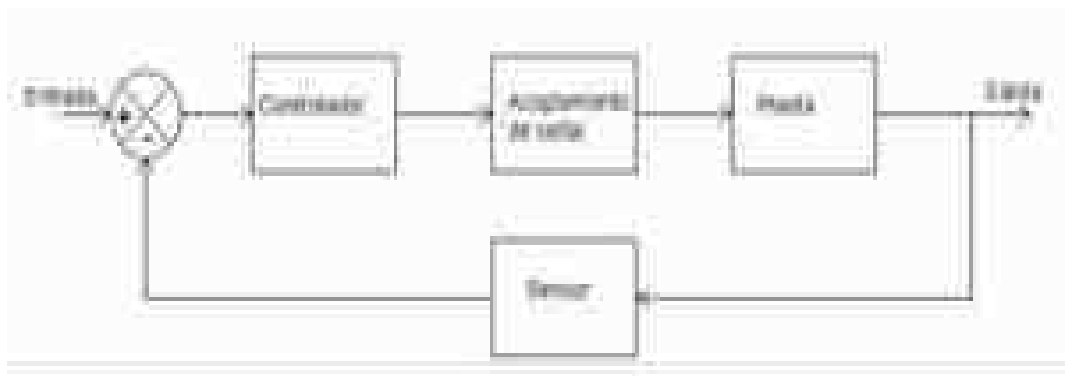


Figura 2.9 Diagrama a bloques de un sistema de control en lazo cerrado.

Un control automático compara el valor efectivo de la salida de una planta con el valor deseado o referencia, determina la desviación y produce una señal de control que reduce la desviación a cero o a un valor pequeño. La forma en que un control automático produce la señal de control recibe el nombre de *acción de control*. Los controles automáticos se clasifican de acuerdo a su acción de control los comúnmente usados son:

1. Control de dos posiciones, de si-no ó on-off
2. Controles proporcionales
3. Controles proporcionales e integrales
4. Controles proporcionales y derivativos
5. Controles proporcionales derivativos e integrales

Un control debe detectar la señal de error actuante, que habitualmente se encuentra a un nivel de potencia muy bajo y amplificarla a un nivel suficiente mente alto, por lo tanto se requiere de un amplificador. La salida del controlador va a actuar sobre un dispositivo de potencia [4], en este caso un motor de C.D.

El diagrama a bloques del sistema se muestra en la Figura 2.10, el controlador es un tipo PI, el acoplamiento de la señal se hace con un amplificador con ganancia de 1.95, la planta el conjunto motor-generator y el sensor que en este caso es un codificador y un convertidor de frecuencia a voltaje (véase apéndice C).

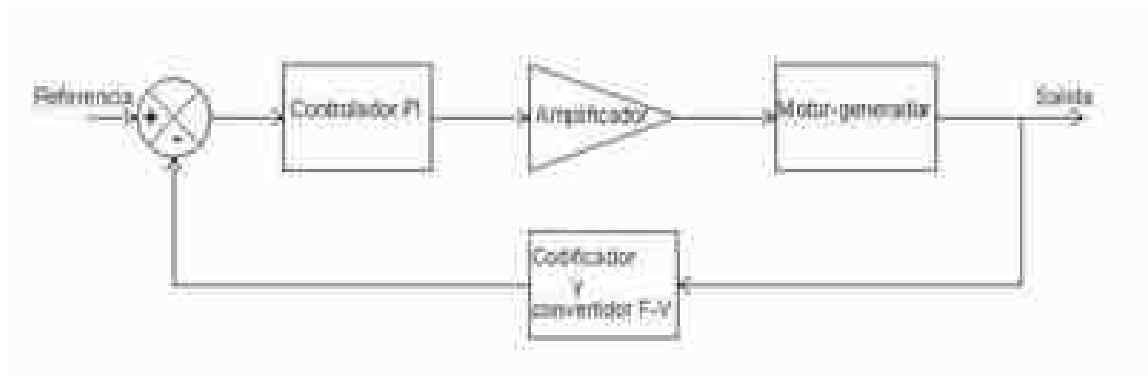


Figura 2.10 Diagrama a bloques del sistema motor generador en lazo cerrado.

El tipo de control utilizado en el presente trabajo es un PI digital ya que mejora la estabilidad relativa y el error en estado estable [3], y se encuentra definido de la siguiente manera:

$$\mu(t) = k_p + \frac{k_i}{s}, \quad k_i = \frac{k_p}{T_i} \quad (2.12)$$

Donde:

- $\mu(t)$: representa la señal de control,
- k_p : representa la ganancia proporcional,
- k_i : representa la ganancia integral,
- T_i : corresponde al tiempo integral.

Implementando 2.12 en la Figura anterior, multiplicando la ganancia del amplificador con la planta, sin tomar en cuenta la entrada de las perturbaciones y que el modelo matemático se obtuvo con el sensor incluido se obtiene el diagrama a bloques mostrado en la Figura 2.11.

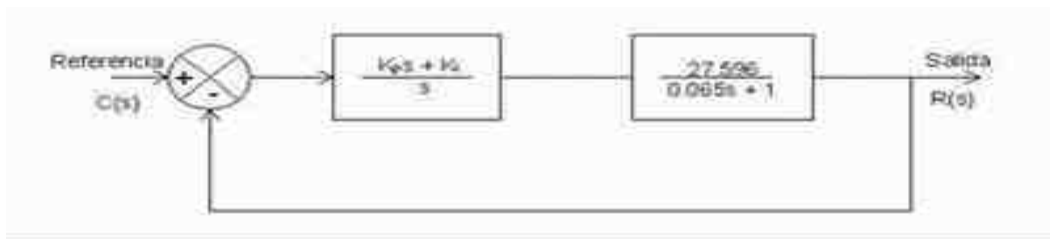


Figura 2.11 Modelo matemático en tiempo continuo de la planta en lazo cerrado con un controlador PI.

En la figura anterior se puede observar que el sistema con el controlador PI se convierte en un sistema de segundo orden. Para el cálculo de las constantes es necesario hallar la ecuación característica e igualar con un sistema ideal de segundo orden.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.13)$$

$$G(s) = \frac{(k_p s + k_i)}{s} \times \frac{(27.596)}{(0.065 s + 1)} = \frac{(27.596 k_p s + 27.596 k_i)}{s(0.065 s + 1)}$$

$$H(s) = 1$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{27.596 k_p s + 27.596 k_i}{0.065 s^2 + 28.596 k_p s + 27.596 k_i}$$

Donde:

$$0.065s^2 + 28.596k_p s + 27.596k_i \quad (2.14)$$

es la ecuación característica.

2.4.1 Especificaciones de diseño.

En muchos casos prácticos, se especifican las características deseadas de los sistemas de control en términos de cantidades en el dominio del tiempo. Estas características de funcionamiento de un sistema de control son especificados en términos de su respuesta transitoria a una entrada escalón unitario ya que es fácil generarla y es suficientemente drástica (si se conoce la respuesta a una entrada escalón matemáticamente es posible calcular la respuesta a cualquier entrada). La función de transferencia en lazo cerrado de un sistema de segundo orden esta dado por la ecuación 2.12, y es posible describir el comportamiento dinámico de este sistema en términos de dos parámetros: ξ (factor de amortiguamiento) y ω_n (frecuencia natural no amortiguada). Si $0 < \xi < 1$, los polos de lazo cerrado son complejos conjugados además de que se encuentran sobre el semiplano izquierdo en este caso se dice que el sistema está subamortiguado y la respuesta transitoria es oscilatoria. Si $\xi = 1$, se dice que el sistema tiene amortiguamiento crítico, para casos en que el factor de amortiguamiento sea mayor a 1 se dice que el sistema esta sobreamortiguado [4].

Para igualar la ecuación obtenida con un sistema de segundo orden se tienen que tomar en cuenta algunos factores, como lo son el normalizar la ecuación característica, dos valores de la ecuación característica serán elegidos de acuerdo a la literatura, estos valores son la frecuencia natural no amortiguada (ω_n) y el factor de amortiguamiento (ξ), debido a que no se quiere un sobre impulso muy grande se toma el valor de $\xi = 0.9$. También debemos de tomar en cuenta que el sistema es relativamente rápido por esto la frecuencia natural que se utilizará es de $\omega_n = 90 \text{ rad} / s$ (elegida arbitrariamente).

Si la ecuación característica de un sistema de segundo orden ideal esta dada por la ecuación (2.15) entonces:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \quad (2.15)$$

Donde:

ω_n : es la frecuencia natural no amortiguada

ξ : es el factor de amortiguamiento

Si:

$$\xi = 0.9 \text{ y } \omega_n = 90$$

Entonces:

$$s^2 + 162s + 8100 = (s + 81 + j39.2301)(s + 81 - j39.2301) \quad (2.16)$$

Normalizando a la ecuación (2.11) se obtiene la ecuación (2.17).

$$s^2 + 438.9384k_p s + 424.553k_i \quad (2.17)$$

De las ecuaciones (2.13) y (2.14) se obtienen las constantes:

$$k_p = \frac{162}{438.9384} = 0.3727$$

$$k_i = \frac{8100}{424.553} = 19.078$$

Por lo tanto el controlador analógico PI queda de la manera siguiente:

$$y(t) = 0.3727 e(t) + 19.078 \int_0^t e(t) dt \quad (2.18)$$

2.4.2 Discretización del controlador

Los controladores digitales pueden ser realizados por redes digitales, computadoras digitales, microprocesadores digitales de señales (DSP's). Una ventaja distintiva de los controladores digitales implementados en microprocesadores o DSP's es que el algoritmo de control contenido en el controlador puede ser alterado con facilidad al cambiar el programa. Por otro lado al cambiar los parámetros en un controlador en tiempo continuo se complica cuando el controlador ya ha sido construido [3].

El controlador a discretizar es el PI que está representado por la siguiente ecuación:

$$y(t) = k_p [e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt] \quad (2.19)$$

Discretizando la ecuación (2.19)

$$y(kT) = k_p \left(e(kT) + \frac{T}{T_i} \left[\frac{e(0) + e(T)}{2} + \Lambda + \frac{e(kT) - 1) + e(kT)}{2} \right] \right) \quad (2.20)$$

$$y(kT) = k_p \left(e(kT) + \frac{T}{T_i} \left[\sum_{h=1}^k \frac{e(h-1) + e(h)}{2} \right] \right) \quad (2.21)$$

Aplicando la transformada Z a la ecuación (2.21) se obtiene la ecuación (2.22)

$$Y(z) = k_p \left(E(z) + \frac{T}{2T_i} \left[\sum_{h=1}^k (z^{-1} E(z) + E(z)) \right] \right) \quad (2.22)$$

A partir de la ecuación (2.22) obtenemos la función de transferencia del controlador digital PI.

$$\frac{Y(z)}{E(z)} = K_p + K_I \left[\frac{1}{1-z^{-1}} \right] \quad (2.23)$$

Donde:

A partir de la ecuación 2.23 se obtiene la ecuación en diferencia.

$$y(k) = y(k-1) + k_p (e(k) - e(k-1)) + k_I e(k) \quad (2.24)$$

Donde:

$$K_p = k_p - \frac{k_p T}{2T_i} \quad (2.25)$$

$$K_I = \frac{k_p T}{T_i} \quad (2.26)$$

Si el periodo de muestreo es $T = 1/60$ segundos entonces:

$$k_p = 0.318 \text{ y } k_I = 0.0547$$

Tomando en cuenta la función de transferencia con un retenedor de orden cero y el periodo de muestreo anterior obtenemos la función de transferencia pulso

$$G(s) = \left(\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right) \left(\frac{27.596}{0.065s + 1} \right) \quad (2.27)$$

$$G(z) = \frac{6.242}{z - 0.7738} \quad (2.28)$$

La estabilidad de un sistema en tiempo discreto puede determinarse por las localizaciones de los polos en lazo cerrado de la ecuación característica:

$$P(z) = 1 + GH(z) \quad (2.29)$$

Como sigue:

- Para que el sistema sea estable, los polos en lazo cerrado se deben de presentar dentro del círculo unitario, cualquier polo fuera de este provoca que el sistema sea inestable.
- Si un polo simple se presenta en $z = 1$, el sistema es críticamente estable. El sistema se convierte en críticamente estable si un sólo par de polos complejos conjugados se presentan sobre el círculo unitario en el plano z . cualquier polo múltiple en lazo cerrado sobre el círculo unitario hace al sistema inestable.
- Los ceros en lazo cerrado no afectan la estabilidad absoluta y por lo tanto pueden quedar localizados en cualquier parte del plano z .

Entonces, un sistema de control en lazo cerrado en tiempo discreto lineal e invariante en el tiempo de una entrada y una salida se vuelve inestable si cualquiera de los polos en lazo cerrado se presenta fuera del círculo unitario y/o cualquier polo múltiple en lazo cerrado se presenta sobre el círculo unitario del plano z [5].

Si la función de transferencia en lazo cerrado es:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{2.326z - 1.03416}{z^2 + 0.5522z + 0.3864} \quad (2.30)$$

Con polos en:

$$p_1 = 0.2761 + j0.556$$

$$p_2 = 0.2761 - j0.556$$

La simulación del sistema se realizó en Simulink de MATLAB como se muestra en la Figura 2.12, en esta se muestra en sistema totalmente discretizado con un periodo de muestreo de $T = 1/60$. El error esta dividido entre la referencia con el fin de normalizarlo. El escalón de entrada tiene el inverso de la magnitud que la ganancia para normalizar el error, la respuesta de este sistema se muestra en la Figura 2.13

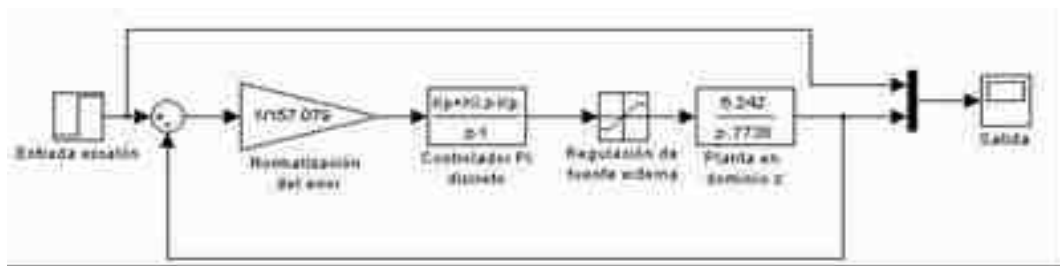


Figura 2.12 Sistema discreto en lazo cerrado con el error normalizado.

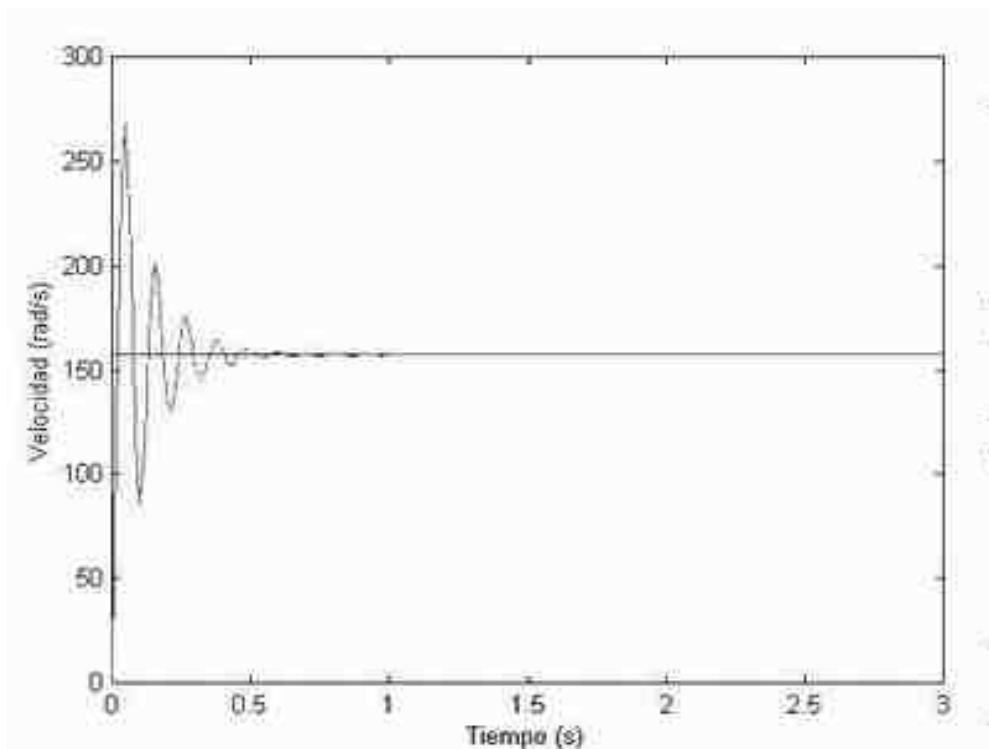


Figura 2.13 Respuesta al escalón del sistema discreto en lazo cerrado

La respuesta al sistema real con una referencia en velocidad de 1500 RPM se muestra en la Figura 2.14.

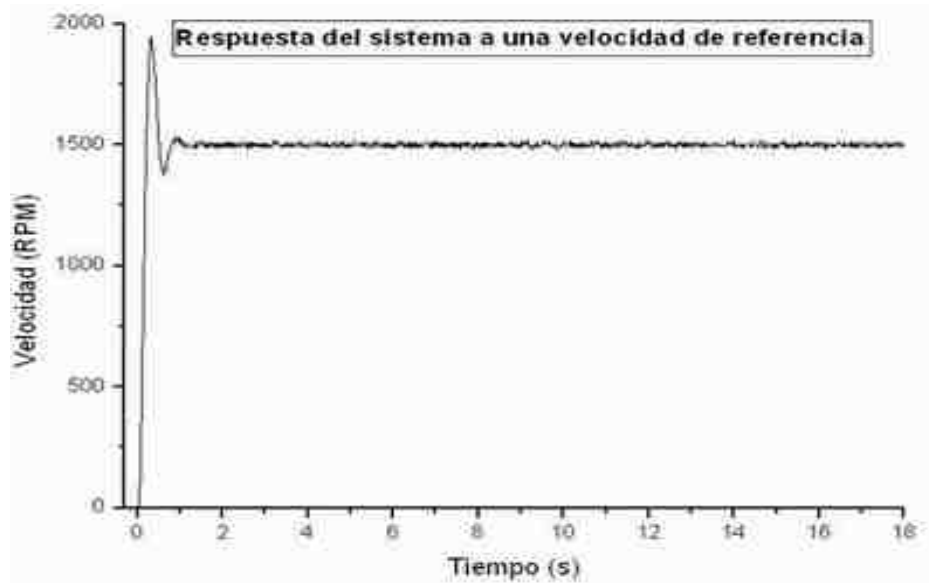


Figura 2.14 Gráfica de la respuesta con referencia de 1500 RPM.

En la Figura 2.15 se muestra la respuesta del sistema sometido a cambios en la velocidad de referencia, de 1000 a 1500, 1500 a 2000, 2000 a 2500, 2500 a 2000, de 2000 a 1500 y de 1500 a 1000 RPM.

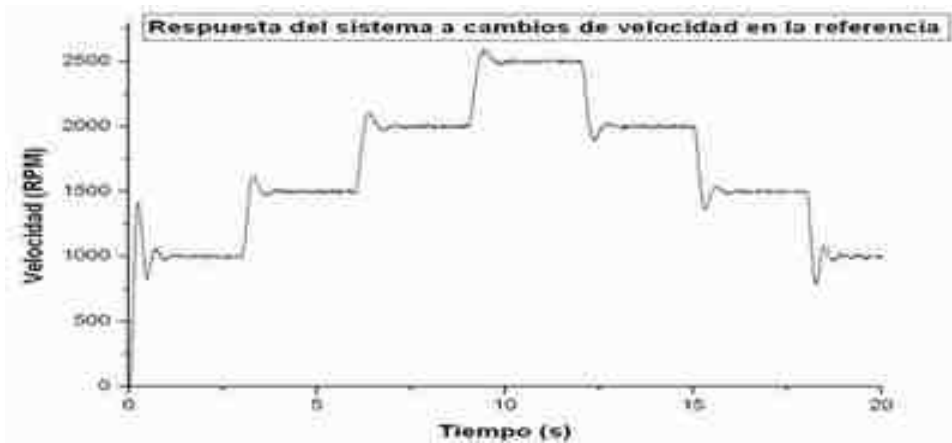


Figura 2.15 Gráfica obtenida al aplicar cambios a la velocidad de referencia.

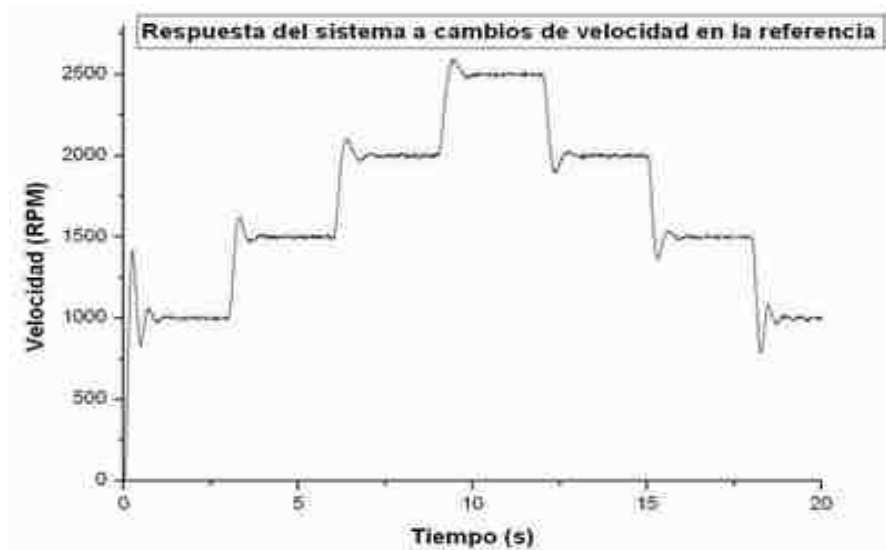


Figura 2.16 Respuesta obtenida al someter el sistema a perturbaciones.

Finalmente en la Figura 2.16 se muestra la respuesta del sistema al someterse a perturbaciones en el par.

2.5 Conclusiones

En este capítulo se muestra como se obtuvo una aproximación del modelo matemático del motor de CD, así como la sintonización de un controlador PI por medio de la aproximación a la ecuación característica de un sistema de segundo orden, que después es llevado al tiempo discreto para al final obtener una ecuación en diferencias para su programación en lenguaje gráfico. Se llevan a cabo simulaciones con el modelo extraído y el controlador sintonizado, para implementarlo en el prototipo.

Capítulo III***Fundamentos de lógica difusa y control.*****3.1 Introducción**

La lógica difusa es esencialmente lógica multivaluada, que extiende a la lógica clásica, esta última impone a sus enunciados únicamente valores falso o verdadero, aun así han modelado satisfactoriamente a una gran parte del razonamiento “natural”, es cierto que el razonamiento humano utiliza valores de verdad que no necesariamente son “tan deterministas”. Por ejemplo, al calificar que “el cielo es azul” uno está tentado a definir qué tan “azul” es el cielo, e igualmente, si “un vehículo se mueve rápido”, también se está obligado a considerar qué tan rápido se mueve el vehículo, aunque esto último no implique necesariamente cuantificar la velocidad del vehículo con toda precisión. La lógica difusa procura crear aproximaciones matemáticas en la resolución de ciertos tipos de problemas, pretendiendo producir resultados nítidos a partir de datos imprecisos, por lo cual son particularmente útiles en aplicaciones electrónicas o computacionales. El adjetivo “difuso” aplicado a ellas se debe a que los valores de verdad no-deterministas utilizados en ellas tienen, por lo general, una connotación de incertidumbre. Un vaso medio lleno, independientemente de que también esté medio vacío, no está lleno completamente ni está vacío completamente. Qué tan lleno puede estar es un elemento de incertidumbre, es decir, de difusividad, entendida esta última como una propiedad de indeterminismo. Ahora bien, los valores de verdad asumidos por enunciados aunque no son deterministas, no necesariamente son desconocidos. Por otra parte, desde un punto de vista optimista, lo difuso puede entenderse como la posibilidad de asignar más valores de verdad a los enunciados que los clásicos “falso” o “verdadero” [8].

3.2 Conjuntos convencionales y difusos

Las conversaciones de todos los días contienen muchas palabras imprecisas como por ejemplo un comentario acerca de alguien: “la chica de al lado es bella” o “el precio del peso esta relativamente estable”. Los conjuntos difusos tienen el propósito de otorgar un valor en proporción a estas palabras y expresiones imprecisas, conceptos como “el conjunto de gente alta” y “la gente que vive cerca de china” los cuales son incapaces de expresarse en la teoría de conjuntos convencional, en las expresiones anteriores las palabras alto y cerrado tienen ideas ambiguas y no son permitidas en la teoría de conjuntos convencional y se tienen que definir términos nítidos como “El conjunto de personas de más de 190 cm. de altura” o “La gente que vive en Tokio.” La medida en peso de las personas se mostrará sólo si la persona pertenece al grupo formado. Este conjunto convencional el cual es definido exactamente son llamados “conjuntos nítidos” en la teoría de conjuntos difusa. Primero se explicará la teoría de conjuntos convencional ya que la teoría de conjuntos difusa es una extensión de esta [1].

3.2.1 Teoría de conjuntos nítidos y funciones características

En la teoría de conjuntos nítidos o convencionales la unión, intersección, y complemento están definidos de la siguiente forma:

Unión:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ó } x \in B\} \quad (3.1)$$

Intersección:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\} \quad (3.2)$$

Complemento:

$$\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}. \quad (3.3)$$

Donde A y B son conjuntos nítidos o convencionales. La representación gráfica de estas operaciones se muestra en la Figura 3.1, estas representaciones son llamadas diagramas de Venn o diagramas de Euler. De esta manera representamos a A y B como subconjuntos del universo X así:

$$A \subset X \quad \& \quad B \subset X \quad (3.4)$$

Cuando se dice “ A es un subconjunto de X ”, esto significa que todos los elementos del conjunto A pertenecen a X , por ejemplo:

$$X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

$$A = \{2,4,6,8,10\}$$

$$B = \{-3,0,3\}$$

Entonces $A \subset X$ pero $B \not\subset X$. Aquí $B \not\subset X$ indica que B no es un subconjunto de X [1].

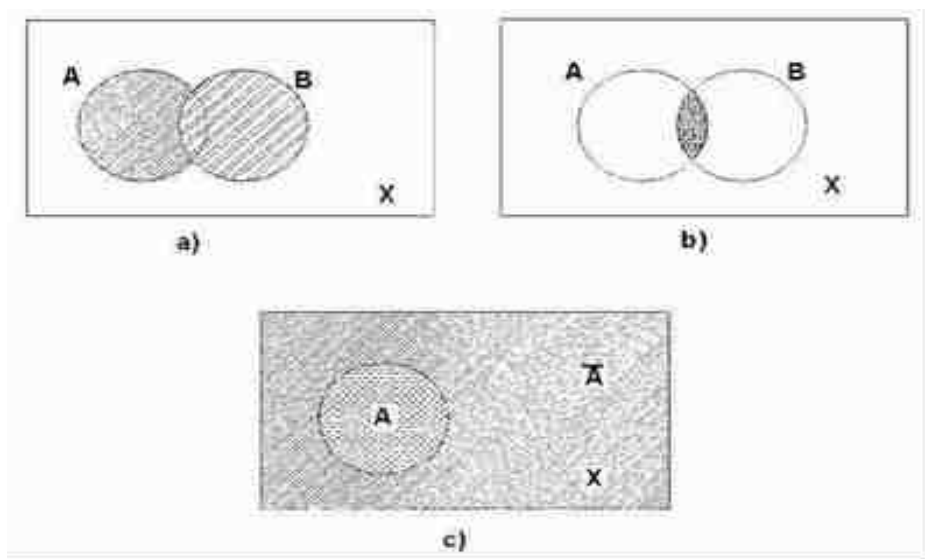


Figura 3.1 a) Unión, b) Intersección y c) Complemento de la teoría de conjuntos convencional [1].

De esta manera se pueden definir las siguientes propiedades:

$$\text{Unión} \quad A \subset (A \cup B), B \subset (A \cup B) \quad (3.5)$$

$$\text{Intersección:} \quad (A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{Complemento:} \quad A \cup \bar{A} &= X \quad (\text{Ley de la media exclusión}) \\ A \cap \bar{A} &= \emptyset \quad (\text{Ley de la contradicción}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Donde \emptyset corresponde al conjunto vacío.

Estas propiedades pueden ser verificadas con los diagramas de Venn. Otras propiedades se muestran a continuación:

$$\text{Ley de la identidad:} \quad A \cup A = A, \quad A \cap A = A \quad (3.8)$$

$$\text{Ley conmutativa: } A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A. \quad (3.9)$$

$$\text{Ley asociativa: } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C, \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C. \dots (3.10)$$

$$\begin{aligned} \text{Ley distributiva: } A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C), \\ A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C). \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\text{Ley de la doble negación: } A = \overline{\overline{A}} \quad (3.12)$$

$$\text{Ley de Morgan: } \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}. \quad (3.13)$$

3.2.2 Notación de los conjuntos difusos

Como se ha mencionado con anterioridad los conjuntos difusos son una extensión de los conjuntos ordinarios. De cualquier manera se debe tener cuidado con la notación de los conjuntos difusos ya que utilizan algunos símbolos que aparecen en las matemáticas ordinarias. Muchos lectores, que por primera vez leen acerca de la lógica difusa tienden a confundirse por la notación especial de la lógica difusa. Una vez que el lector conoce estos símbolos es fácil comprender la nomenclatura de la lógica difusa. Los métodos de expresión para conjuntos difusos pueden ser divididos en las dos definiciones que se mostraran a continuación.

- Expresión discreta

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}. \quad (3.14)$$

Entonces, el conjunto difuso X puede expresarse como:

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 \dots + \mu_A(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)/x_i \quad (3.15)$$

- Expresión continua: Cuando el universo X es un conjunto infinito, el conjunto difuso puede ser representado como:

$$\int_x \mu_A(x_i)/x_i \quad (3.16)$$

El símbolo “/” es llamado separador. A la derecha del separador se escribe el elemento del universo y a la izquierda el valor de membresía del elemento en el conjunto definido. Los elementos se escriben de la misma forma además de ser conectados con el símbolo “+”. En las matemáticas ordinarias los símbolos / y +, los cuales significan dividir y

suma respectivamente, son diferentes expresiones para la definición de conjuntos difusos. Si se necesita agregar los términos en una expresión discreta se utiliza el símbolo Σ , pero también el significado de este es diferente en matemáticas.

Estas son otras dos reglas para la expresión discreta:

- 1) Cuando el grado de membresía del elemento x' es cero, esto es, $\mu_A(x') = 0$, el término es omitido.
- 2) Si son varios los valores asignados a un evento del universo, es posible tomar el máximo para representar el valor de membresía. Por ejemplo, para x' ,

$$0.6/x' + 0.7/x' + 0.3/x' - > 0.7/x.$$

Por otra parte, en la expresión continua, el símbolo " \int " es usado como una extensión de " Σ " para el mundo continuo, y esta no tiene conexión con la integral. En la parte baja del símbolo \int se escribe el nombre del universo este también indica en que universo esta representado el conjunto difuso. En la expresión continua se tienen un valor infinito de elementos por esta razón no pueden ser escritos los elementos y su valor de membresía, por lo cuál se colocan los elementos como una variable, en este caso la x colocada a la derecha del separador, y la función de membresía a la izquierda. Reescribiendo las expresiones de conjuntos difusos en una forma general se tiene lo siguiente:

- Expresión discreta:

$$\begin{aligned} & (\text{Valor de membresía del primer elemento}) / (\text{Valor del primer elemento}) + (\text{Valor de membresía del segundo elemento}) / (\text{valor del segundo elemento}) + \dots + (\text{Valor de membresía del } n\text{ésimo elemento}) \\ & / (\text{valor del } n\text{ésimo elemento}) = \sum_{i=1}^n (\text{Valor de membresía del } i\text{ésimo elemento}) / (\text{valor del } i\text{ésimo elemento}). \end{aligned}$$

- Expresión continua:

$$\int_{\text{Universo}} (\text{Función de membresía}) / (\text{Variable}).$$

El número de variaciones de los conjuntos difusos pueden ser infinitos pero en la práctica son limitados [7].

3.3 Funciones de membresía

Así como los conjuntos nítidos pueden ser redefinidos por una función característica, los conjuntos difusos son caracterizados por funciones de membresía, por ejemplo:

Sea X el conjunto de los miembros de un club, A el conjunto de los miembros femeninos y B el conjunto de los miembros que estudian, esto expresado en conjuntos nítidos, ahora reemplazaremos los conjuntos nítidos por los conjuntos difusos \tilde{A} y \tilde{B} (el símbolo “~” es utilizado sólo para diferenciar los conjuntos difusos de los nítidos):

\tilde{A} : El conjunto de la gente con sobrepeso;

\tilde{B} : El conjunto de la gente con peso moderado.

No es conveniente expresar estos conjuntos difusos en diagramas de Venn por que las ideas de “sobrepeso” y peso moderado son diferentes de persona a persona y dependen de la situación, tampoco es práctico dividir a las personas en un grupo de personas con “sobrepeso” y otro de no “sobrepeso”. El grado de “sobrepeso” puede variar de manera de “poco pesado” o “extremadamente pesado”. Como sea es necesario expresar el grado de tener “sobrepeso”.

Se puede definir que un conjunto difuso es una colección de elementos distintos que varían su grado de relevancia o inclusión. La función característica no tiene un papel trivial debido a que determina el grado de relevancia o inclusión, la función característica que es conocida como *la función de membresía* que, como ya se mencionó puede tener valores entre 1 y 0, esto siempre se muestra entre corchetes [1, 0]. Así los conjuntos difusos pueden ser representados de la manera siguiente:

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \}, x \in X \quad (3.17)$$

Donde μ denota la función de membresía y $((x, \mu_A(x)))$ es un “Singleton” o “pi”, otra forma común de representar un conjunto difuso es la siguiente:

$$A = \bigcup_{x \in X} \mu_A(x_i) / x_i \quad (3.18)$$

En esta, el conjunto difuso A es la colección o unión (denotada como \bigcup) de todas las funciones Singleton $\mu_A(x_i) / x_i$. La diferencia entre un conjunto nítido y uno difuso puede ser examinado con la diferencia entre sus funciones características (funciones de

membresía) como se muestra en la Figura 2.3, en el caso de que el conjunto A sea un conjunto nítido es identificado con la función delimitada por puntos (a, b) sobre el universo de discurso y si el conjunto A es un conjunto difuso esta determinado por la función de membresía la cual muestra los grados de relevancia o inclusión a través del universo de discurso [7].

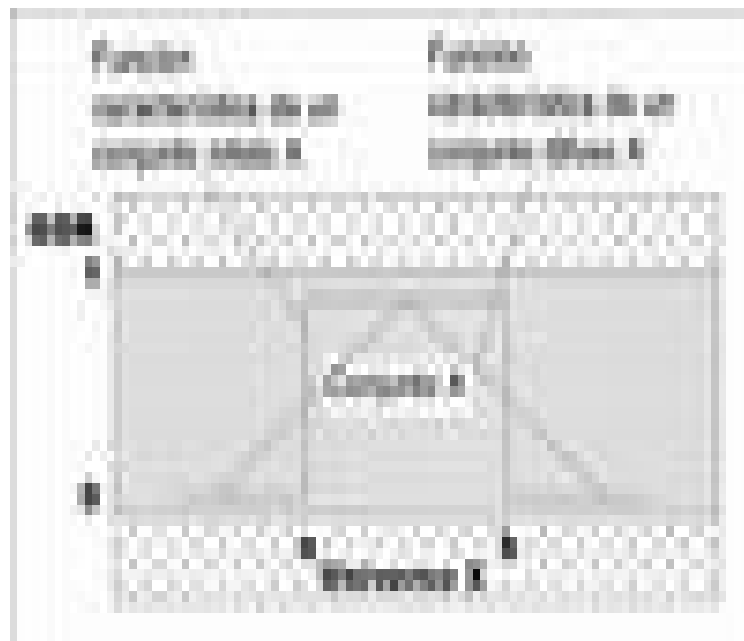


Figura 3.2 Grado de relevancia (GDR) para diferenciar los conjuntos nítidos de los difusos usando la representación de las funciones de membresía.

3.3.1 Operaciones con conjuntos difusos

Cuando se tienen dos o más conjuntos difusos describiendo la incertidumbre de algún problema, la solución analítica requiere de la operación entre conjuntos difusos [7]. Las operaciones fundamentales en los conjuntos difusos son la de unión, intersección y complemento, y se definen de la siguiente manera:

Unión

La unión de n conjuntos difusos, definidos en el mismo universo de discurso es un nuevo conjunto difuso con una función de membresía que representa el máximo grado de relevancia entre cada elemento y el nuevo conjunto difuso. La función de membresía del nuevo conjunto difuso $\mu_{\cup}(x)$, está expresada de la siguiente forma:

$$\mu_{\cup}(x) = \mu_1(x) \vee \mu_2(x) \vee \dots \vee \mu_n(x) \quad x \in X \quad (3.19)$$

Donde X es el universo de discurso y \vee es la operación máximo.

Intersección

La intersección en los conjuntos difusos (n de ellos), definido sobre el mismo universo de discurso, es un nuevo conjunto difuso con una función de membresía que representa el mínimo grado de relevancia entre cada elemento y un nuevo conjunto difuso. La función de membresía del nuevo conjunto difuso $\mu_{\cap}(x)$, esta expresado como:

$$\mu_{\cap}(x) = \mu_1(x) \wedge \mu_2(x) \wedge \dots \wedge \mu_n(x) \quad x \in X \quad (3.20)$$

Donde X es el universo de discurso y \wedge es la operación mínimo.

Nótese que la operación mínimo se aplica sobre las Singleton correspondientes en cada conjunto difuso [7].

Complemento

El complemento de un conjunto difuso, es un nuevo conjunto difuso con una función de membresía representando el grado de exclusión o irrelevancia, la nueva función de membresía esta expresada por:

$$\bar{\mu}(x) = 1 - \mu(x) \quad x \in X \quad (3.21)$$

Donde X es el universo de discurso, y 1 representa el máximo grado de inclusión.

En la Figura 3.3 se muestran las tres operaciones básicas.

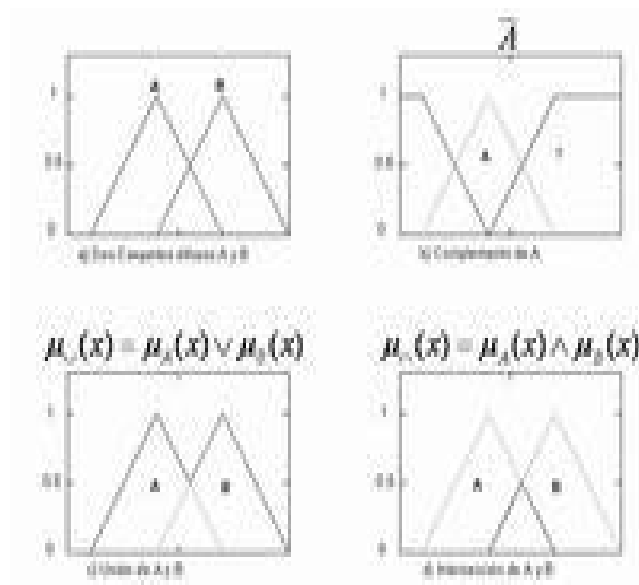


Figura 3.3 Operaciones con conjuntos difusos: a) Dos conjuntos difusos A y B , b) El Complemento del conjunto A , c) Unión de los conjuntos A y B , d) Intersección de los conjuntos A y B .

3.3.2 Tipos de funciones de membresía

En la lógica difusa existen diferentes tipos de funciones de membresía estas serán definidas a continuación:

- Función de membresía triangular; esta función está definida en tres parámetros (a , b y c) los cuales determinan las coordenadas en x de las tres esquinas como se muestra a continuación:

$$\text{triángulo}(x; a, b, c) = \max \left[\min \left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right] \quad (3.22)$$

- Función de membresía trapezoidal; esta función está definida por cuatro parámetros (a , b , c y d) y se determina mediante la siguiente función:

$$\text{trapezoidal}(x; a, b, c, d) = \max \left[\min \left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right), 0 \right] \quad (3.23)$$

- Función de membresía gaussiana; esta función esta determinada solo por dos parámetros (σ y c), y está determinada por la siguiente función:

$$gaussiana(x; \sigma, c) = e^{-\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2} \quad (3.24)$$

Donde c representa el centro de la función de membresía y σ el ancho de la función.

- Función de membresía campana; esta función definida en tres parámetros (a , b y c) es una generalización directa de una distribución de Cauchy utilizada en probabilidad definida por la función siguiente:

$$campana(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}} \quad (3.25)$$

- Función de membresía Z ; esta función esta definida por dos parámetros (a y b), y esta determinada por la siguiente función:

$$Z(x; a, b) = \max\left[\min\left(\frac{b-x}{b-a}, 1\right), 0\right] \quad (3.26)$$

- Función de membresía S ; esta función esta definida por los parámetros (α , β y γ) conforme a las siguientes definiciones:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq \alpha \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \text{para } \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2\left(\frac{x-\gamma}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \text{para } \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \text{para } x > \gamma \end{cases} \quad (3.27)$$

- Función de membresía μ_A ; esta función esta definida de la manera siguiente:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \quad (3.28)$$

Esto equivale al conjunto nítido de la figura 3.2 cuando la diferencia de sus límites tiende a cero, ($b - a \rightarrow 0$).

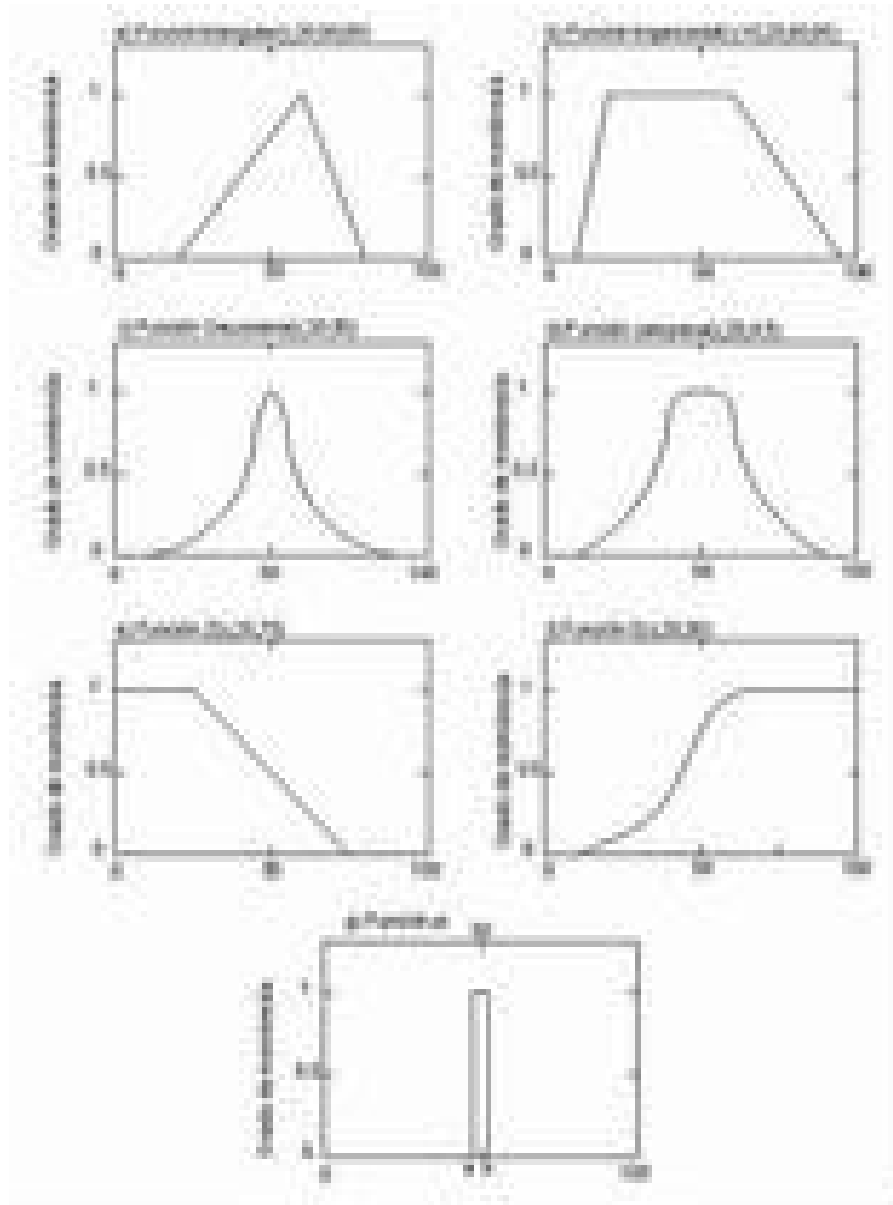


Figura 3.4 Diferentes tipos de funciones de membresía; a) Función de membresía triangular, b) Función de membresía trapezoidal, c) Función de membresía gaussiana, d) Función de membresía campana, e) Función de membresía Z , f) Función de membresía S y g) función de membresía δ .

En la figura anterior se observan los diferentes tipos de funciones de membresía que se dan a conocer anteriormente, con parámetros reales.

3.3.3 Relaciones difusas

Las relaciones difusas son una extensión de las relaciones en la teoría de conjuntos difusos. En la teoría de conjuntos convencional las relaciones están dadas en conjuntos nítidos y en la teoría difusa están dados en conjuntos difusos, a continuación se dan a conocer algunas definiciones y propiedades para llegar a la composición de las relaciones difusas.

Principio de extensión

Para introducirnos al principio de extensión podemos definir varias operaciones de los conjuntos difusos.

Cuando se tiene una relación $y = 3x + 2$, entre x y y , el valor de y para $x = 4$, puede ser calculado de la manera siguiente:

$$y = 3(4) + 2 = 14$$

Entonces, ahora calcularemos el valor de y cuando x esta dado por un conjunto difuso de tal manera que $x = \text{"cercano a 4"}$. El principio de extensión otorga un método para la solución de este problema el cual puede ser observado en la Figura 3.5. El proceso de cálculo puede ser interpretado de la manera siguiente:

$$y = 3(\text{"cercano a 4"}) + 2 = \text{"cercano a 12"} + 2 = \text{"cercano a 14"}$$

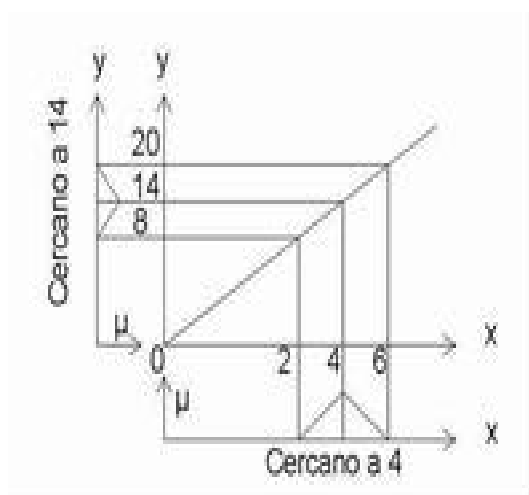


Figura 3.5 El concepto del principio de extensión.

Ahora se necesitan introducir algunas ideas para explicar al principio de extensión. Considérese un mapeo de un conjunto X , a otro conjunto Y como se muestra a continuación:

$$f : X \rightarrow Y \quad (3.29)$$

Si se tiene un conjunto A que es un subconjunto de X . Entonces:

$$f(A) = \{y \mid y = f(x), x \in A\} \quad (3.30)$$

A esto se le llama la imagen de A por f . Nótese que $f(A)$ es un subconjunto de Y .

De manera similar proponemos a B como un subconjunto de Y , entonces:

$$f^{-1}(B) = \{x \mid f(x) = y, y \in B\} \quad (3.31)$$

A esto se le llama imagen inversa de B por f . $f^{-1}(B)$ Es un subconjunto de X .

Estas relaciones son definidas en los conjuntos difusos A y B por el principio de extensión como se muestra a continuación:

Mapa extendido $f : X \rightarrow Y$ relacionado con el conjunto difuso A en X y el conjunto difuso B en Y :

$$\mu_{f(A)}(y) = \begin{cases} \sup_{y=f(x)} \mu_A(x) & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (3.32)$$

Cuando f es un mapeo uno contra uno, es posible simplificar la relación como se muestra a continuación:

$$\mu_{f(A)}(Y) = \mu_A(X) \quad (3.33)$$

Para analizarlo se tomará en cuenta el ejemplo anterior.

$$3x \text{ "cercano a } 4" + 2 = \text{"cercano a } 12" + 2 = \text{"cercano a } 14"$$

Usando conjuntos difusos y el principio de extensión.

Antes que nada, hay que considerar el mapeo dado por:

$$y = 3x + 2 \quad (3.34)$$

Otorgando valores al conjunto difuso A "cercanos a 4" como se muestra a continuación:

$$A = 0.5/3 + 1.0/4 + 0.5/5$$

De la misma manera se define: $x_1 = 3$, $x_2 = 4$, $x_3 = 5$

$$y_i = 3x_i + 2, \quad i = 1, 2, 3.$$

Debido a que f toma el mapeo 1:1, es posible aplicar la ecuación 3.33, para obtener $f(A)$ para el conjunto difuso como sigue:

$$\begin{aligned} f(A) &= \sum_{i=1}^3 \mu_{f(A)}(Y_i) / (y_i) \\ &= \sum_{i=1}^3 \mu_{f(A)}(Y_i) / (3x_i + 2) \\ &= 0.5 / (3 \times 3 + 2) + 1 / (3 \times 4 + 2) + 0.5 / (3 \times 5 + 2) \\ &= 0.5 / 11 + 1.0 / 14 + 0.5 / 17 \\ &= \text{"cercano a 14"} \end{aligned}$$

Debido a que $f(A)$ es un conjunto difuso simétrico con la función de membresía valuada del 1 al 14, es posible interpretar esto como "cercano a 14."

Ahora expandiremos la discusión a un caso general para introducirnos a la idea del producto cartesiano usando la definición del principio de extensión.

Supongamos que:

x_1, \dots, x_n son elementos de X_1, \dots, X_n respectivamente. El conjunto de todas las combinaciones de (x_1, \dots, x_n) es llamado el producto cartesiano de X_1, \dots, X_n y se denota por $X_1 \times \dots \times X_n$, esto para los conjuntos nítidos, para los conjuntos difusos supongamos que:

$X_1 \times \dots \times X_n$ son el producto cartesiano del universo X_1, \dots, X_n , y A_1, \dots, A_n son conjuntos difusos sobre X_1, \dots, X_n . El producto cartesiano de los conjuntos difusos A_1, \dots, A_n puede ser definido como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} A_1 \times \dots \times A_n \\ &= \int_{X_1 \times \dots \times X_n} \min(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n)) / (x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Sobre el universo $X_1 \times \dots \times X_n$

Ahora generalizaremos el principio de extensión (sobre el producto del espacio cartesiano)

Sea f un mapeo de $X_1 \times \dots \times X_n$ en Y para satisfacer $y = f(x_1, \dots, x_n)$, extendiendo la función f ,

$$f : X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow Y,$$

Para encontrar la relación entre el producto cartesiano $A_1 \times \dots \times A_n$ de los conjuntos difusos A_1, \dots, A_n sobre X y el conjunto difuso $B = f(A \times \dots \times A_n)$ sobre Y de la manera siguiente:

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_{\substack{(x_1, \dots, x_n) \in \\ X_1 \times \dots \times X_n}} \min(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n)) & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (3.36)$$

Donde f^{-1} es el inverso de la imagen de y .

Relaciones difusas

Antes de la definición de relación difusa se mostrarán dos ejemplos:

Un ejemplo es una extensión de los conjuntos nítidos. En la Figura 3.6 se compara una relación nítida con una difusa. La diferencia entre estas es la misma que la de conjuntos nítidos y los conjuntos difusos, es decir si estos están definidos por un límite exacto o no. Otro ejemplo de las relaciones difusas es una relación difusa de un conjunto difuso en un espacio multidimensional (como el espacio del producto cartesiano). El conjunto difuso esta dado como se muestra en la Figura 3.7 a) sobre un universo (en el caso de la Figura 3.6 el eje horizontal X). Por ejemplo, el conjunto difuso de “peso medio”, está expresado en el eje horizontal de “peso”, y el conjunto difuso de “edad media”, expresado en el eje horizontal de la edad. De otra manera, la relación difusa entre el peso y la edad es expresada en el espacio multidimensional del peso y la edad, como se muestra en la Figura 3.7 b), debido a que el espacio multidimensional esta dado por el producto cartesiano antes mencionado, una relación difusa es un conjunto difuso en un espacio de producto cartesiano.

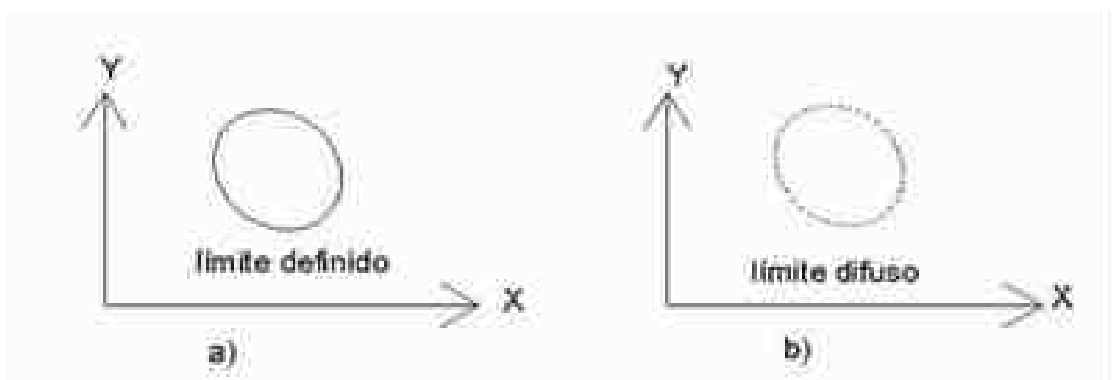


Figura 3.6 Comparación entre una relación nítida y una difusa.

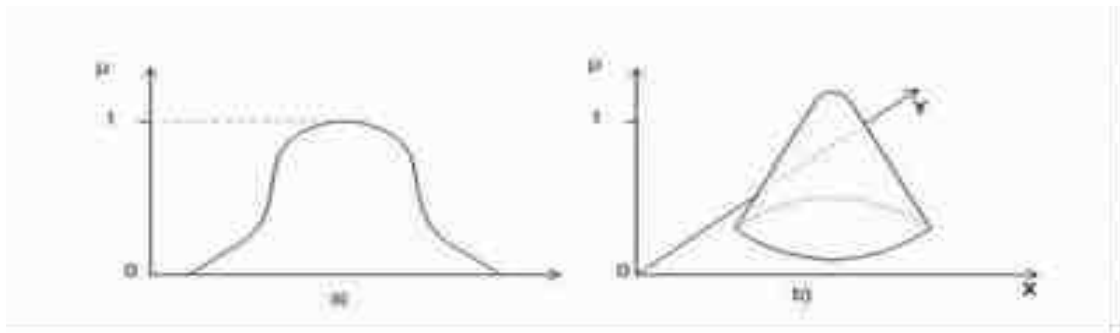


Figura 3.7 Relaciones difusas; a) conjunto difuso; b) relación difusa.

También existen otras operaciones en las relaciones difusas como son la proyección y la extensión cilíndrica. La operación de proyección en relaciones difusas regresa a una relación difusa ternaria a una relación binaria o una relación binaria a un conjunto difuso o un conjunto difuso a un valor nítido.

La proyección R en V esta definida por:

$$proj \quad R \text{ en } V = \int_V \sup_{x_j^1, \dots, x_j^l} \mu_R(x_1, \dots, x_n) / (x_{i1}, \dots, x_{ik}) \quad (3.37)$$

En el caso binario es más simple

$$proj \quad R \text{ en } V = \int_x \sup_y \mu_R(x, y) / y \quad (3.38)$$

Donde R esta definida en $X \times Y$.

Como ejemplo consideremos la siguiente relación R

	Y1	Y2	Y3	Y4
X1	0.8	1	0.1	0.7
X2	0	0.8	0	0
X3	0.9	1	0.7	0.8

Tabla 3.1 Relación para el ejemplo de proyección

Entonces la proyección en X significa que:

- A x_1 se le asigna el mayor grado de membresía de la tuplas (x_1, y_1) , (x_1, y_2) , (x_1, y_3) y (x_1, y_4) , en este caso el mayor grado de membresía del primer renglón es 1.
- A x_2 se le asigna el mayor grado de membresía de las tuplas (x_2, y_1) , (x_2, y_2) , (x_2, y_3) y (x_2, y_4) , para este caso el mayor grado de membresía para el segundo renglón es 0.8.
- A x_3 se le asigna el mayor grado de membresía de las tuplas (x_3, y_1) , (x_3, y_2) , (x_3, y_3) y (x_3, y_4) , para este caso el mayor grado de membresía para el segundo renglón es 1.

De esta manera se obtiene:

$$\text{proj } R \text{ en } X = 1/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3$$

Aplicando el mismo procedimiento la proyección en y se toma de la búsqueda del máximo valor en las 4 columnas para encontrar el siguiente conjunto difuso [2]:

$$\text{proj } R \text{ en } Y = 0.9/y_1 + 1/y_2 + 0.7/y_3 + .8/y_4$$

La extensión cilíndrica es la operación parecida al inverso de la proyección. La extensión cilíndrica extiende conjuntos difusos a relaciones binarias, relaciones difusas binarias a relaciones difusas ternarias, etc.

La extensión cilíndrica se puede definir de la siguiente manera:

Sea R una relación difusa en un producto cartesiano $X_1 \times \dots \times X_n$, la extensión cilíndrica $c(R)$ de R en $X_1 \times \dots \times X_n$ está definido de la siguiente manera:

$$c(R) = \int_{X_1 \times \dots \times X_n} \mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) / (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.39)$$

Esto para una relación difusa n-aria. La expresión para el tiempo continuo se muestra a continuación:

Supongamos que A es un conjunto difuso sobre el universo X . La expresión cilíndrica $c(A)$ de A en $X \times Y$, puede ser definida por la siguiente relación difusa:

$$c(A) = \int_{X \times Y} \mu_A(x)/(x, y) \quad (3.40)$$

Ahora supongamos que B es un conjunto difuso sobre el universo Y . La expresión cilíndrica $c(B)$ de B en $X \times Y$, puede ser definida por la siguiente relación difusa:

$$c(B) = \int_{X \times Y} \mu_B(y)/(x, y) \quad (3.41)$$

Para la expresión discreta supongamos que A es un conjunto difuso sobre el universo X , la extensión cilíndrica $c(A)$ de A sobre $X \times Y$, puede ser definida por una matriz difusa

$$c(A) = \begin{bmatrix} & y_1 & y_2 & \cdots & y_{m-1} & y_m \\ x_1 & \mu_A(x_1) & \mu_A(x_1) & \cdots & \mu_A(x_1) & \mu_A(x_1) \\ x_2 & \mu_A(x_2) & \mu_A(x_2) & \cdots & \mu_A(x_1) & \mu_A(x_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_n & \mu_A(x_n) & \mu_A(x_n) & \cdots & \mu_A(x_n) & \mu_A(x_n) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Ahora supongamos que B es un conjunto difuso en el universo Y . la expresión cilíndrica $c(A)$ en A sobre $X \times Y$, puede ser definida por la matriz siguiente [1]:

$$c(B) = \begin{bmatrix} & y_1 & y_2 & \cdots & y_{m-1} & y_m \\ x_1 & \mu_B(y_1) & \mu_B(y_1) & \cdots & \mu_B(y_1) & \mu_B(y_1) \\ x_2 & \mu_B(y_2) & \mu_B(y_2) & \cdots & \mu_B(y_2) & \mu_B(y_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_n & \mu_B(y_n) & \mu_B(y_n) & \cdots & \mu_B(y_n) & \mu_B(y_n) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

La combinación de conjuntos difusos y relaciones difusas con la extensión cilíndrica y proyección es llamada composición esta operación se define con el signo " \circ ", y esta definida de la siguiente manera:

Supongamos que A es un conjunto difuso definido en X y R que es la relación difusa en $X \times Y$. Entonces la composición de A y R resulta un conjunto difuso B definido en Y que esta dado por:

$$B = A \circ B = \text{proj}(\text{ce}(A) \cap R) \quad \text{en } Y \quad (3.44)$$

Si la intersección es realizada con la operación mínimo y la proyección con máximo resulta:

$$\mu_B(y) = \max \min(\mu_A(x), \mu_R(x, y)) \quad (3.45)$$

A esta ecuación se le llama máximo-mínimo de composición. Si la intersección es llevada a cabo con el máximo y la proyección con el producto, se obtiene:

$$\mu_B(y) = \max \mu_A(x) \cdot \mu_R(x, y) \quad (3.46)$$

A esta ecuación se le llama máximo producto de composición.

La composición difusa también se puede llevar a cabo entre dos relaciones, si R es una relación difusa en el espacio cartesiano $X \times Y$, S es la relación difusa sobre $X \times Z$ y T es la relación difusa sobre $X \times Z$, entonces la relación difusa max-min de composición es la siguiente [2]:

$$T = R \circ S = \max \min(\mu_R(x, y), \mu_S(y, z)) \quad (3.47)$$

3.4 Razonamiento difuso

Para representar el razonamiento difuso son necesarias reglas de inferencia, estas están expresadas en el formato IF-THEN. Las reglas IF-THEN usadas en el razonamiento difuso son llamadas "reglas IF-THEN difusas". La clasificación de los métodos de razonamiento difuso se muestran en la siguiente figura:

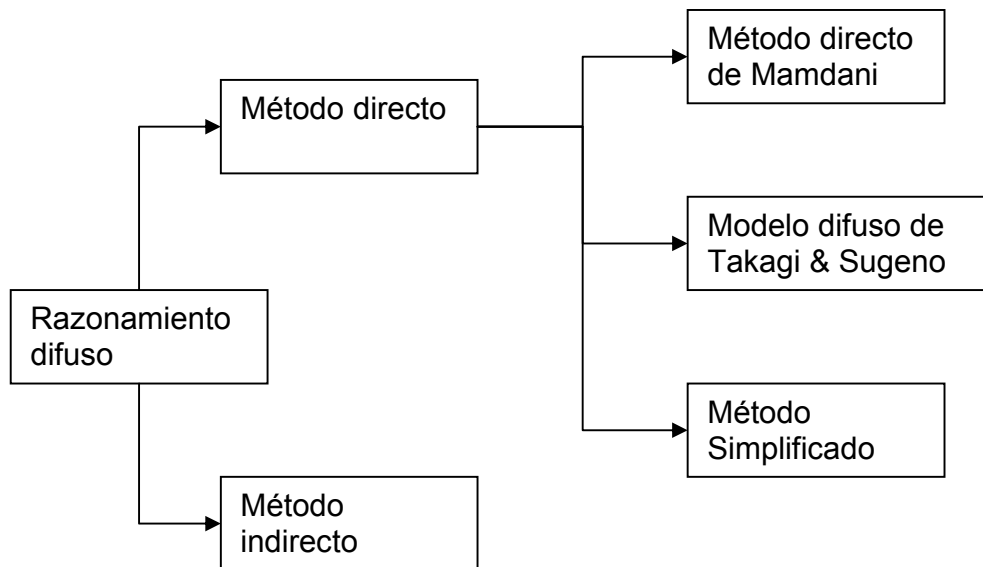


Figura 3.8 Clasificación del razonamiento Difuso [1].

El razonamiento como se muestra en la Figura 3.8 puede ser clasificado en dos, método directo y método indirecto, pero los más usados son los métodos directos. Los métodos indirectos conducen el razonamiento por medio de espacio por valores de verdad. El método más popular de los métodos directos fue propuesto por Mamdani, el método directo de Mamdani tiene una simple estructura de operadores min y max además de ser muy popular en aplicaciones [1].

Existen dos tipos de proposiciones en la lógica difusa, unas se denominan proposiciones atómicas y otras proposiciones moleculares. En lógica, atómica son las proposiciones de la forma más simple o básica, si se reúnen una o varias proposiciones atómicas con término de enlace, se tiene una proposición molecular; los términos de enlace son: y, o, no y si-entonces (IF-THEN), basados en la noción de proposiciones atómicas y conexiones lingüísticas podemos formar proposiciones difusas compuestas por ejemplo [2]:

- X es A y X es B ,
- X es A o X es B ,
- X no es A ,
- $(X$ es A y X no es B) o X es C

- Si X es A entonces X es B , etc.

En las reglas si-entonces el término siguiente al comando “si”, es comúnmente llamada premisa y el término después de “entonces” es llamado consecuencia por ejemplo:

Si x es A y y es B entonces z es C ,

Donde la premisa es “ x es A y y es B ”, y la consecuencia es “ z es C ”, donde las variables x , y y z , son variables lingüísticas, las variables x y y , en este caso son llamadas variables de la premisa ó antecedente y la variable z es llamada variable de la consecuencia o conclusión. Por ejemplo, aplicando lo anterior a una regla practica:

SI	la temperatura del cuarto es “un poco alta”
Y	la humedad es “muy alta”
ENTONCES	incrementar el aire acondicionado a “alto”

Ahora comparando estas reglas con las del primer ejemplo:

x : temperatura del cuarto

y : humedad

z : el ajustador del aire acondicionado

Donde: x, y y z son variables lingüísticas.

A : un poco alta

B : muy alta

C : alta

Donde: A, B y C son conjuntos difusos.

Como se puede observar A , B y C son conjuntos difusos. La temperatura del cuarto esta dada en grados Centígrados, la humedad relativa en porcentaje, y podemos asumir que el ajustador del aire acondicionado tiene 10 niveles de 0 a10, dónde el nivel más alto representa el mayor efecto.

Si reemplazamos los conjuntos difusos “un poco alto”, “muy alto” y “alto” con números difusos más explícitos de la siguiente manera: “cercano a 20°”, “cercano a 80%” y “cercano a 8”, respectivamente podemos escribir el ejemplo anterior como se muestra a continuación:

SI	x esta “cercano a 20°”
----	--------------------------

Y y esta "cercano a 80%"

ENTONCES z esta "cercano a 8"

En la lógica binaria, el razonamiento esta basado en "modus ponens" (deducción), y "modus tollens" (inducción), estos dos son complementarios. En el modus ponens, cuando el enunciado "si A entonces B ", es verdadero, se puede inferir que " A es verdadero entonces B es verdadero", el razonamiento se puede escribir de la manera siguiente:

Premisa 1: $A \rightarrow B$

Premisa 2: A

Consecuencia: B

Donde la operación \rightarrow significa implicación.

Ahora escribiendo esta condición en la forma "si entonces":

Premisa 1: Si x es A ENTONCES y es B

Premisa 2: x es A

Consecuencia: y es B .

En la lógica binaria A y B son conjuntos nítidos.

En el modus tollens, cuando se tiene la oración "Si A , entonces B ", se puede inferir que " A no es verdadero, entonces B no es verdadero", el proceso de razonamiento esta escrito de la manera siguiente:

Premisa 1: $A \rightarrow B$

Premisa 2: no A

Consecuencia: no B

El razonamiento difuso está basado en la generalización del modus ponens y podría llamarse "modus ponens difuso". Si se escribe el modus ponens en la forma si-entonces se tiene:

Premisa 1: Si x es A ENTONCES y es B

Premisa 2: x es A'

Consecuencia: y es B'

Donde A , A' , B y B' son conjuntos difusos.

La mejor diferencia del modus ponens basado en la lógica binaria, es que, en el modus ponens generalizado, es posible usar un conjunto difuso diferente para A en la premisa 1, A' en la premisa 2. En la lógica binaria, el conjunto nítido A en la premisa 1 y 2 deben ser completamente idénticos.

De otra manera, en el modus ponens generalizado basado en la lógica difusa, los conjuntos difusos A y A' en la premisa 1 y 2 no tienen que ser precisamente los mismos. Ahora ya podemos inferir la conclusión “ y es B ”, de la premisa “ y es B ” dependiendo de su similaridad. Por esto el razonamiento difuso es llamado a menudo “razonamiento aproximado”.

El razonamiento difuso en la práctica esta compuesto por los siguientes pasos:

Paso1:

Medir la adaptabilidad de las reglas de la premisa a una entrada dada.

Paso2:

Para la adaptabilidad obtenida en el procedimiento, inferir la conclusión de cada regla

Paso 3:

Agregar conclusiones individuales para obtener una conclusión sobre todas las individuales.

3.5 Métodos de desdifusificación

Agregando dos o más funciones de membresía o conjuntos difusos a la salida se produce un nuevo conjunto difuso o una nueva función de membresía en el algoritmo básico de inferencia. En más casos, el resultado en la forma de conjuntos difusos es convertido a valores nítidos mediante un proceso de desdifusificación. La desdifusificación es necesaria para aplicaciones de Hardware, debido a que los sistemas convencionales se basan en el intercambio nítido de la información. El caso es seleccionar un simple valor para representar la información contenida en un conjunto difuso. Los métodos más usados se muestran a continuación:

Métodos de centroide:

- Centro de peso
- Centro de la área más larga

- Centro de masas de la región con más intersección

Métodos de máximo:

- Significación de máximos
- Máxima posibilidad
- Izquierda-derecha máximo

Estos métodos definitivamente producen resultados diferentes como resultado del cómputo de la inferencia. Como es posible observar son dos mecanismos básicos, el de centro y máximo. Los métodos de centroide se basan en la localización del punto de balance de propiedad, que puede ser el total de la figura geométrica, el peso o área de cada conjunto difuso, el área del conjunto difuso más largo, el área de la intersección más grande. El método de máxima posibilidad busca el máximo pico considerado, el método de derecha-izquierda máximo busca un pico en una dirección seleccionada. El significado del método máximo podría ser considerado como una técnica de centroide debido a que su significado prácticamente se refiere a la misma propiedad.

El método de centro de gravedad esta dado por:

$$x' = \frac{\int \mu(x)x \, dx}{\int \mu(x) \, dx} \quad (3.48)$$

Donde $\mu(x)$ es la salida del conjunto difuso después de la agregación del resultado de la implicación individual. Una aproximación práctica para la resolución de la ecuación (3.48) esta dada por:

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \mu_0(x)}{\sum_{i=1}^N \mu_0(x)} \quad (3.49)$$

La cual consiste en la división de las posibilidades de peso entre el total de posibilidades, esta aproximación es justificada cuando la función de membresía esta definida por conjuntos difusos Singleton. De otra manera, (cuando la función de membresía continua es usada), la aproximación esta determinada por el número de sumatorias. La función de membresía $\mu_0(x)$ representa el conjunto difuso final de la salida de una lingüística/difusa variable y x el lugar de cada una de las funciones Singleton en el universo de discurso. Supongamos que una variable lingüística X tiene tres implicaciones, las cuales parecen a mano izquierda del lado de las tres reglas. A esto

se asume que las funciones de membresía corresponden a las implicaciones que estaban sujetos a un proceso de implicación, donde las tres salidas antes de la agregación están mostradas en la figura siguiente:

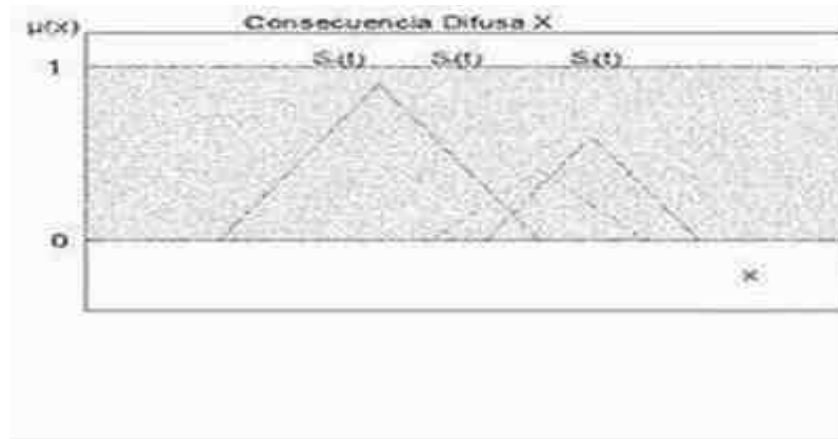


Figura 3.9 Tres implicaciones hipotéticas resultantes que pertenecen a la consecuencia X .

El resultado del método de centro de gravedad se muestra en la Figura 3.10. El método de centro de pesos (mejor conocido como momento compuesto) está expresado como:

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^N w_i C_i A_i}{\sum_{i=1}^N w_i A_i} \quad (3.50)$$

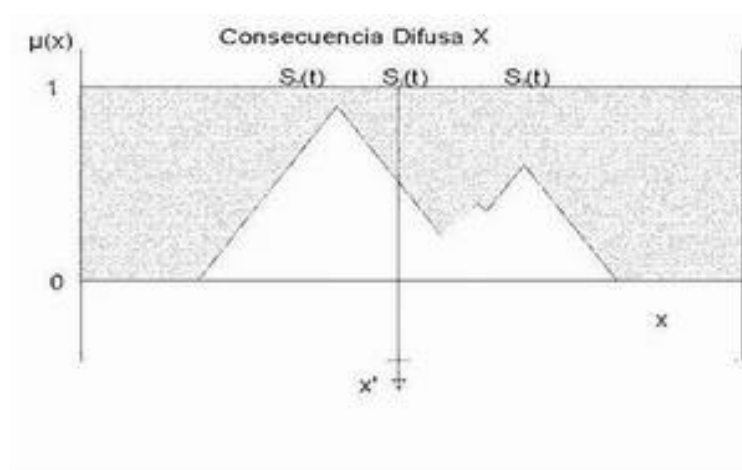


Figura 3.10 Unión, agregación y método de centro de gravedad para desdifusificación

Donde w , C y A son las reglas de peso importante, el centro de gravedad y el área del resultado de cada implicación respectivamente, debido a que cada resultado de implicación es usado. Este método elimina el proceso de agregación. Nótese que la reglas importantes de peso no es la razón por la que se le llama método de centro de pesos, el término peso se refiere al resultado de cada implicación (área A) en un balance analógico.

El centro del área más larga evalúa cada resultado de implicación, además de encontrar el área más larga, entonces computa su centro de gravedad por medio de la ecuación 3.48. Para las funciones de membresía simétricas consecuentes, el centro de gravedad de cada conjunto difuso de salida puede ser almacenado en la memoria, esto elimina el cómputo.

Los métodos de máximo se basan en el punto de máxima posibilidad sobre el universo de discurso para la resolución de la desfusificación.

$$x' = x_i \quad \mu_0(x_i) > \mu_0(x_j) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad j \neq i \quad (3.51)$$

Si el punto máximo es no singular, la salida desfusificada es el promedio de los máximos o el centro de máximos.

El método derecha-izquierda máximo selecciona el punto máximo de posibilidad tanto en el extremo derecho como en el izquierdo sobre el universo de discurso [7].

3.6 Algoritmo de Mamdani

Existen diferentes arquitecturas de controladores difusos, por ejemplo el modelo difuso de Mamdani, el modelo difuso de Sugeno, el modelo difuso de Tsukamoto, etc.[2]. El modelo que se utilizará en este trabajo para controlar la velocidad de un motor de CD, será el modelo difuso de Mamdani ya que es uno de los métodos de control difuso más sencillos de aplicar, además ha dado lugar a muchas variantes del mismo [6].

La arquitectura de un controlador básico por el modelo de Mamdani esta formado por las siguientes etapas:

- Normalización: esta etapa escala la entrada nítida con el fin de tener un universo de discurso normalizado, debido a que esta etapa es opcional si se hace uso de ella es necesario aplicar la operación inversa a la salida.
- Difusificación: esta etapa consiste en el mapeo de una variable nítida a una difusa o lingüística, por medio de funciones de membresía y la asignación de un grado de membresía a cada variable lingüística. En esta etapa también se definen las funciones de membresía que se van a utilizar así como el número y el tipo de funciones.
- Inferencia: en esta etapa se lleva a cabo la evaluación de las reglas que infieren las acciones de control difusa en forma de variables lingüísticas, conocida como MAD(Memoria Asociativa Difusa), para llevar a cabo la programación MAD se deberá ser un experto en controlar el proceso.
- Desnormalización: esta etapa consiste en pasar de una variable nítida normalizada a una variable real, como ya se mencionó esta etapa solo se incluirá en caso de que se utilice la etapa de normalización a la entrada del controlador difuso.

En la Figura 3.11 se muestra el diagrama de flujo con las diferentes etapas del controlador difuso usando el método de Mamdani [2].

3.7 Diseño del controlador difuso

El propósito de control lógico es la realización de una estrategia humana de control. Los controles convencionales como el PID están expresados en funciones matemáticas. Esto es fundamentalmente diferente para el control humano ya que este es imposible de representar en funciones matemáticas. Por otra parte el control lógico difuso hace uso del conocimiento y experiencia humanos para controlar de manera similar a una estrategia humana, para realizar un control inteligente [1].

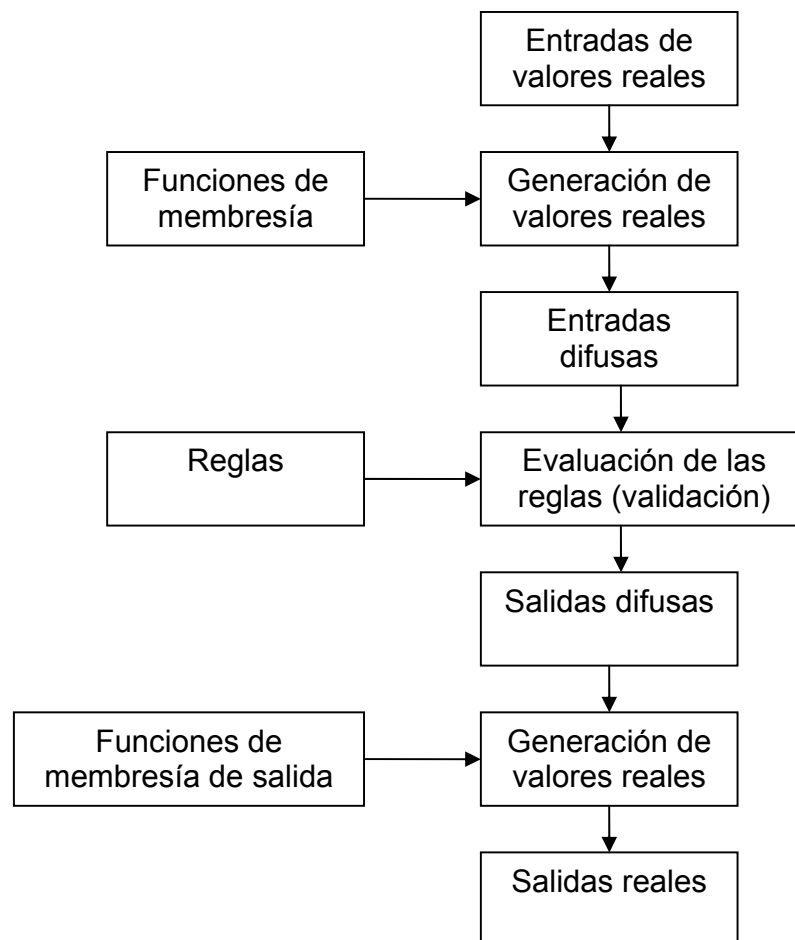


Figura 3.11 Etapas de un controlador difuso usando la técnica de Mamdani [2].

Para diseñar un control difuso se deben tomar en cuenta diferentes parámetros y características como los son:

- Tipo de controlador difuso
- Tipos de funciones de membresía
- Rango del universo de discurso
- Determinación del número de funciones de membresía
- Determinación de las reglas de inferencia

Tipo de controlador difuso

Así como el un control convencional puede ser proporcional (P), proporcional integral (PI), proporcional derivativo (PD) ó proporcional integral derivativo (PID), el controlador difuso también puede ser del mismo tipo ya sea P, PI, PD ó PID [2]. Para este trabajo se empleará un controlador difuso del tipo PI.

El controlador PI convencional está descrito por la expresión analítica:

$$u = k_p e + k_i \int e dt \quad (3.52)$$

Si derivamos la ecuación en ambos lados se tiene:

$$du = k_p de + k_i e \quad (3.53)$$

Si se lleva al dominio discreto resulta:

$$\Delta u(k) = k_p \cdot \Delta e(k) + k_i \cdot e \quad (3.54)$$

Donde:

- $\Delta u(k)$ es el cambio de la salida del controlador, $u(k)$ es la acción de control y esta definida por:

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (3.55)$$

- $e(k)$ es la desviación o error y se tiene que:

$$e(k) = y_{REF} - y(k) \quad (3.56)$$

Donde $y(k)$ es la salida del sistema, y_{REF} es la referencia

- $\Delta e(k)$ es el cambio del error en razón del tiempo y se tiene que:

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1) \quad (3.57)$$

- k es el k -ésimo periodo de muestreo

Como ya se mencionó anteriormente el controlador que se utilizará en el trabajo es un PI por esto, las entradas del controlador el error ($e(k)$) y el cambio del error ($\Delta e(k)$), y sus salida del controlador es el cambio de la acción de control, por lo tanto para ejercer la acción de control se integrará la salida del controlador.

Tipos de funciones de membresía

La forma de la ecuación característica depende del criterio aplicado en la resolución de cada problema y variará en función de la cultura, geografía, época o punto de vista del

usuario. La única condición que debe de seguir es que tome valores entre 0 y 1, con continuidad. Las funciones características más comúnmente utilizadas por su simplicidad matemática y su manejabilidad son la triangular, trapezoidal, gaussiana, sigmoideal, gamma, pi, Z, campana etc. La bibliografía consultada señala que para determinar el tipo de función característica asociada al conjunto existen dos aproximaciones, la primera se basa en el conocimiento humano de los expertos y la segunda es utilizar una colección de datos para diseñar la función. En nuestro caso se utilizarán tres tipos de funciones: las triangulares, las funciones pi y Z, esto por su simplicidad de programación.

Rango del universo de discurso

El universo de discurso es el rango de todos los números reales, desde el menos infinito hasta el infinito en unidades de las variables de entrada y salida bajo consideración, o un rango infinito de acuerdo al interés para la aplicación y manejo, una vez definidas las variables de entrada y salida se debe definir el rango del universo de discurso para el error y el cambio del error con respecto al tiempo.

Para determinar el rango del error se debe conocer el rango aproximado en el que variará el error durante la simulación, por ejemplo cuando el tiempo es menor o igual que cero el error es del 100%, cuando el sistema alcance a la referencia el error estará muy próximo al 0%, en el caso de que el sistema sea subamortiguado (con sobreimpulso), el error es negativo pero difícilmente llegará al 100% (el doble de la velocidad de referencia).

Debido a esto se puede pensar en un rango para el error de entre $\pm 100\%$, en un valor normalizado de entre ± 1 , el cambio del error (derivada del error) es la velocidad de cambio que tienen el error durante fenómenos transitorios, este puede tomar valores desde menos infinito hasta infinito, para efectos de simulación tomaremos un valor de entre ± 3 , con un tiempo de muestreo de 0.0333 segundos esto quiere decir que el error cambia 0.1 en 33.33 milisegundos, lo que quiere decir el 10% de error en 33.33 milisegundos.

Determinación del número de funciones de membresía

El número de funciones características asociadas a una misma variables elegido por el experto: a mayor número de funciones características se tiene mayor resolución y experiencia en el sistema pero se tiene una mayor complejidad al programar. En este trabajo se utilizaran sólo tres funciones de membresía para cada variable, para las entradas se utilizarán dos funciones de membresía Z y una triangular(Figura 3.12) y para la salida tres funciones π_i , como se muestra Figura 3.13.

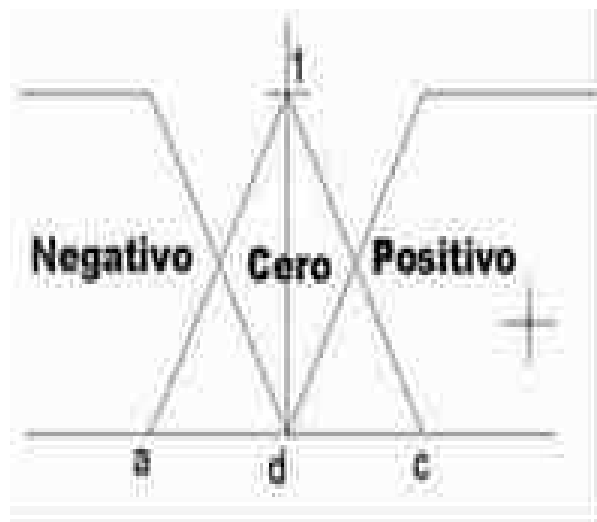


Figura 3.12 Funciones de membresía para las entradas del controlador difuso

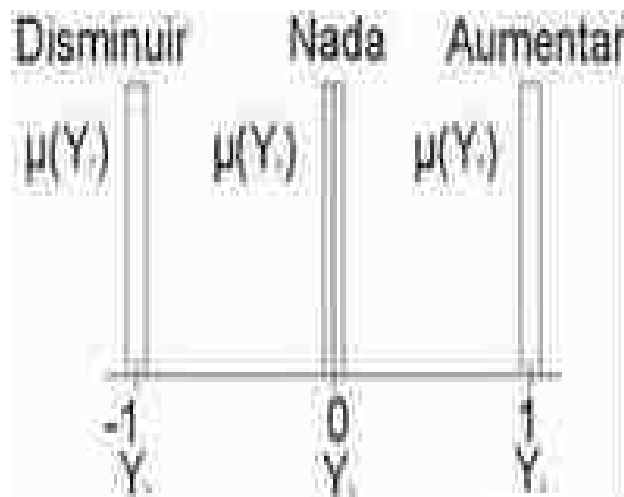


Figura 3.13 Funciones de membresía π_i para la desfusificación.

Determinación de las reglas de inferencia

Las reglas de inferencia es el lugar del controlador difuso donde queda plasmada la experiencia del operador, la sistematización de la experiencia se hace tomando en cuenta las variables lingüísticas error y cambio del error, para tres funciones de membresía se asignan las variables lingüísticas de N(negativo), C(cero) y P(positivo).

De esta manera obtenemos una MAD como se muestra a continuación, donde NA es la función negativo, CA la función cero y PA la función positivo con respecto al error, para le derivada del error se tiene que NB es la función negativo, CB la función cero y PB la función negativo.

		Error		
		NA	CA	PA
Derivada de el error	NB	Disminuir	Disminuir	Nada
	CB	Disminuir	Nada	Aumentar
	PB	Nada	Aumentar	Aumentar

Figura 3.14 MAD con tres funciones de membresía.

Para la simulación del sistema se utiliza la herramienta Simulink de Matlab, las simulaciones se realizaran bajo las mismas condiciones utilizadas para el controlador convencional excepto por el periodo de muestreo ya que en el convencional se utilizó un periodo de muestreo de 1/60 segundos y en el difuso de 1/30 segundos.

El controlador se sintoniza de manera manual a prueba y error en los rangos de discurso de las funciones de membresía del error y cambio del error.

Para los efectos de simulación no es posible aplicar un par de carga nominal al movimiento de la flecha debido a que el modelo es una aproximación a un modelo de primer orden, sólo se someterá a cambios en la referencia.

La Figura 3.15 muestra el diagrama de bloques para la simulación, como se puede observar el error esta normalizado, la entrada escalón es de la magnitud inversa que la ganancia de entrada.

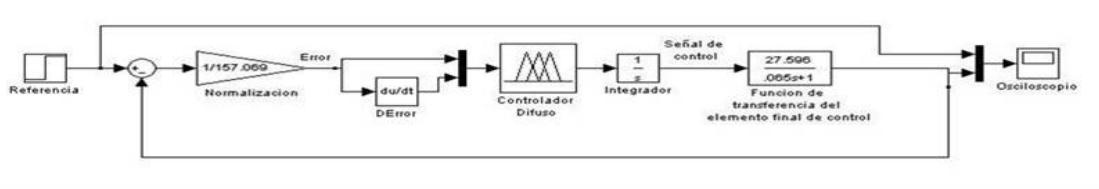


Figura 3.15 Diagrama a bloques del sistema con un controlador difuso

En la figura anterior es posible observar las entradas del controlador difuso así como la salida a un integrador y posteriormente a la planta.

El controlador difuso fue diseñado mediante la herramienta “Fuzzy” de Matlab y posteriormente en la herramienta Simulink, los rangos fueron ajustados a prueba y error tomando en cuenta sus rangos observables dentro de la simulación comenzando por el ajuste de la salida, continuando con el ajuste del error y finalmente el ajuste del cambio del error.

La metodología a seguir es la siguiente:

1. Ampliar el universo de discurso de la salida hasta que su modificación no tenga efecto sobre la salida.
2. Disminuir el universo de discurso del error hasta que la respuesta transitoria presente oscilaciones.
3. Disminuir el universo de discurso del error hasta que la respuesta no presente oscilaciones.
4. Repetir los pasos 2 y 3 hasta que se obtenga la mejor respuesta en tiempo y en transitorio.
5. Se considera que el controlador esta sintonizado cuando al reducir los universos de discurso del error y cambio del error no mejora la respuesta del sistema.

Para la sintonización del controlador implementado en el motor de CD sólo se elimina el paso 1.

En la Figura 3.16 se muestra la superficie de la acción de control, el rango negativo del error de entre ± 0.5 , el del cambio del error de entre ± 4.1 y el rango de la salida de entre ± 157.069 .

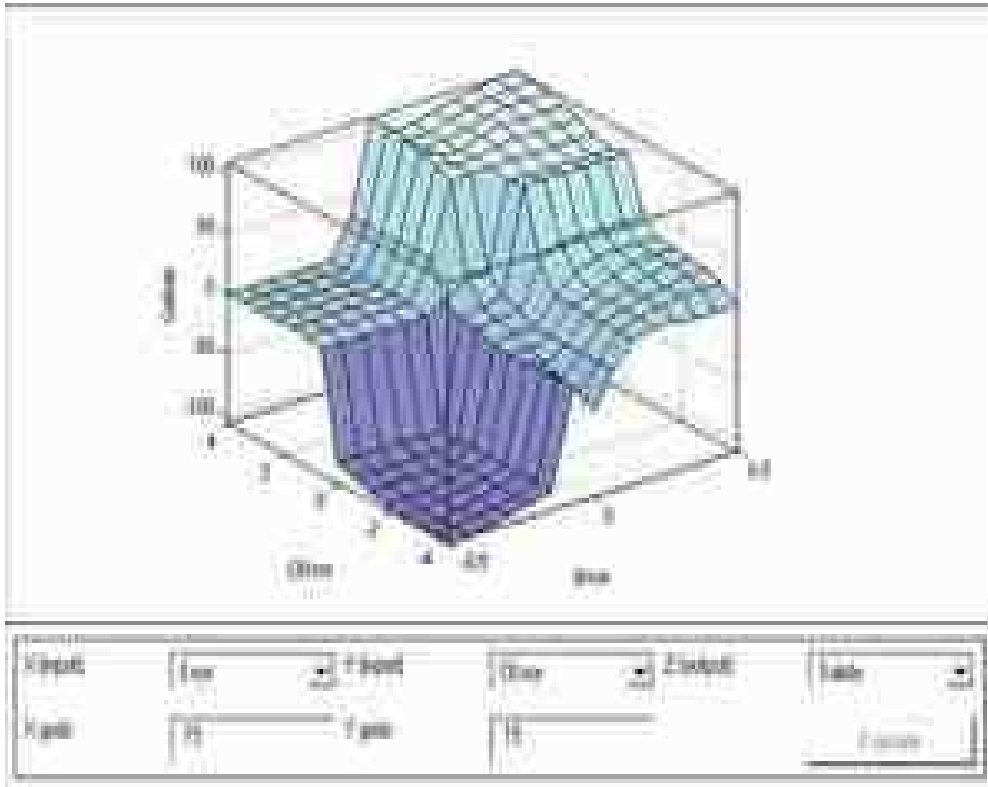


Figura 3.16 Superficie de la acción de control del controlador difuso.

Se puede observar que cuando los valores del error y cambio del error son los máximos la salida o señal de control es máxima, y disminuye conforme los valores del error y el cambio del error disminuyen. Por ejemplo cuando se tiene un valor de error de -0.5 y el cambio del error con respecto al tiempo de -4.1 la señal de salida es de más de 100 y cuando el valor del error y el cambio del error con respecto al tiempo se aproximan a cero la señal de salida también se aproxima a cero.

Las funciones de membresía del error se muestran en la Figura 3.17, las del cambio del error en la Figura 3.18 y las funciones de membresía de salida en la Figura 3.19.

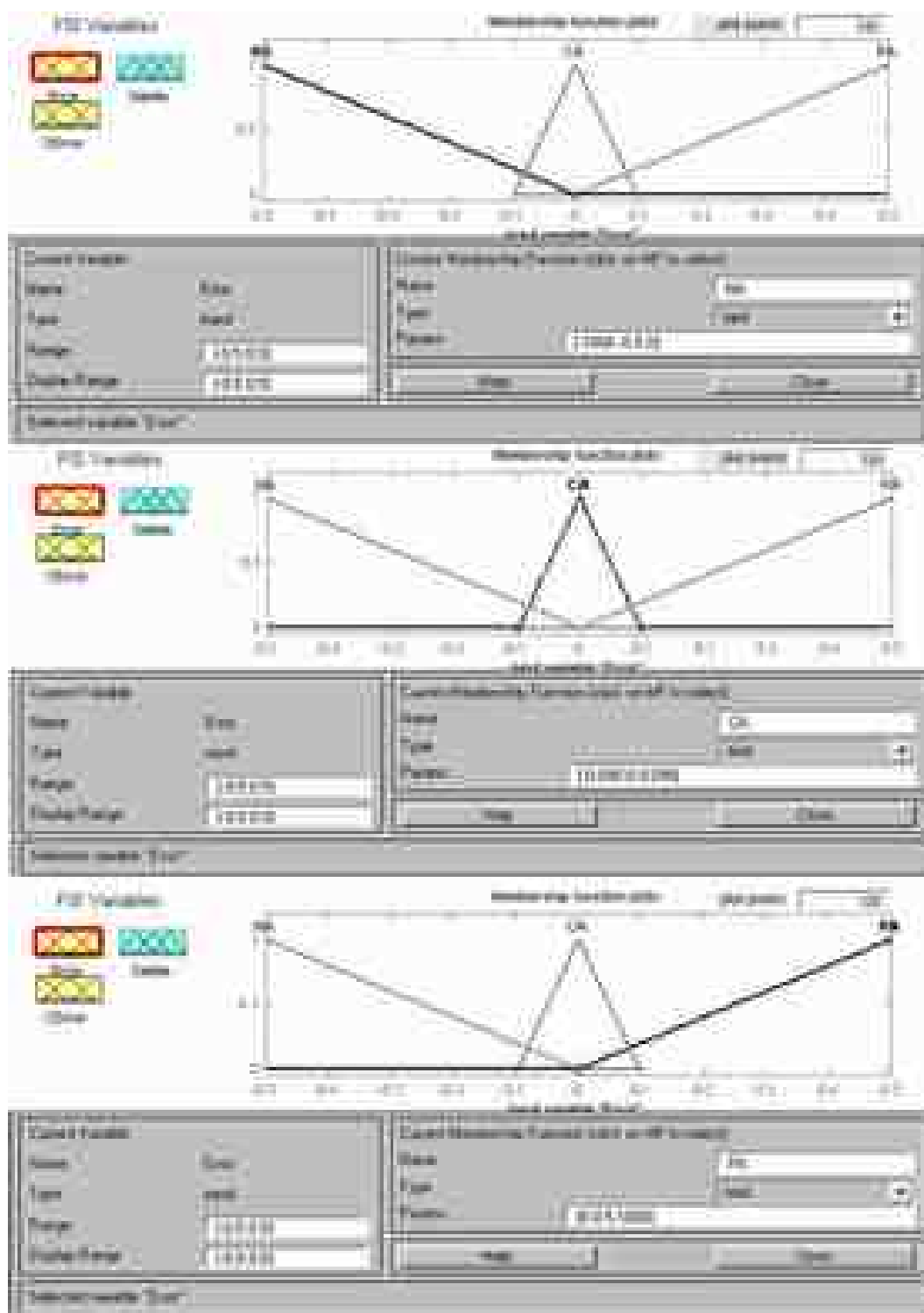


Figura 3.17 Funciones de membresía del error.

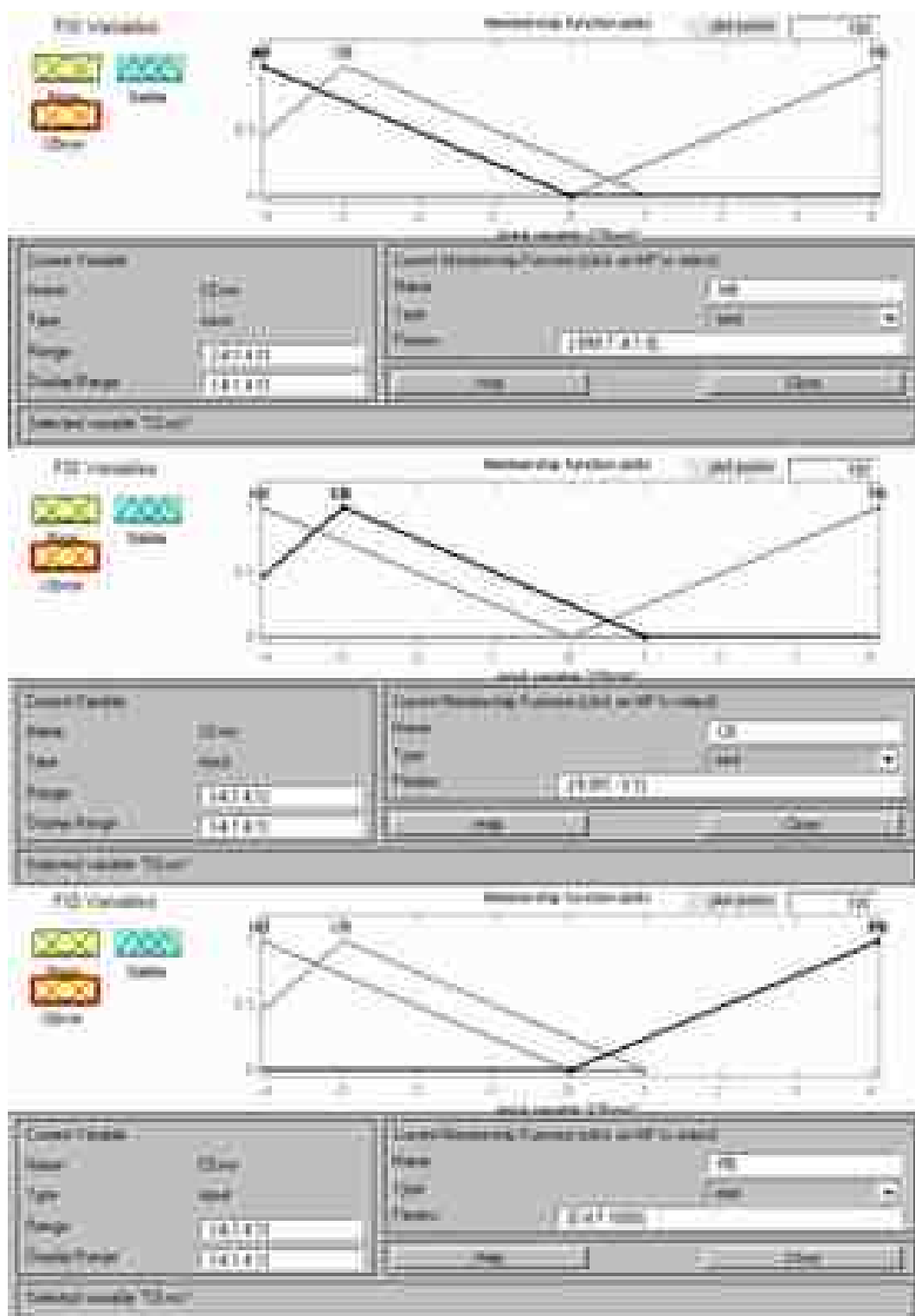


Figura 3.18 Funciones de membresía del cambio del error.

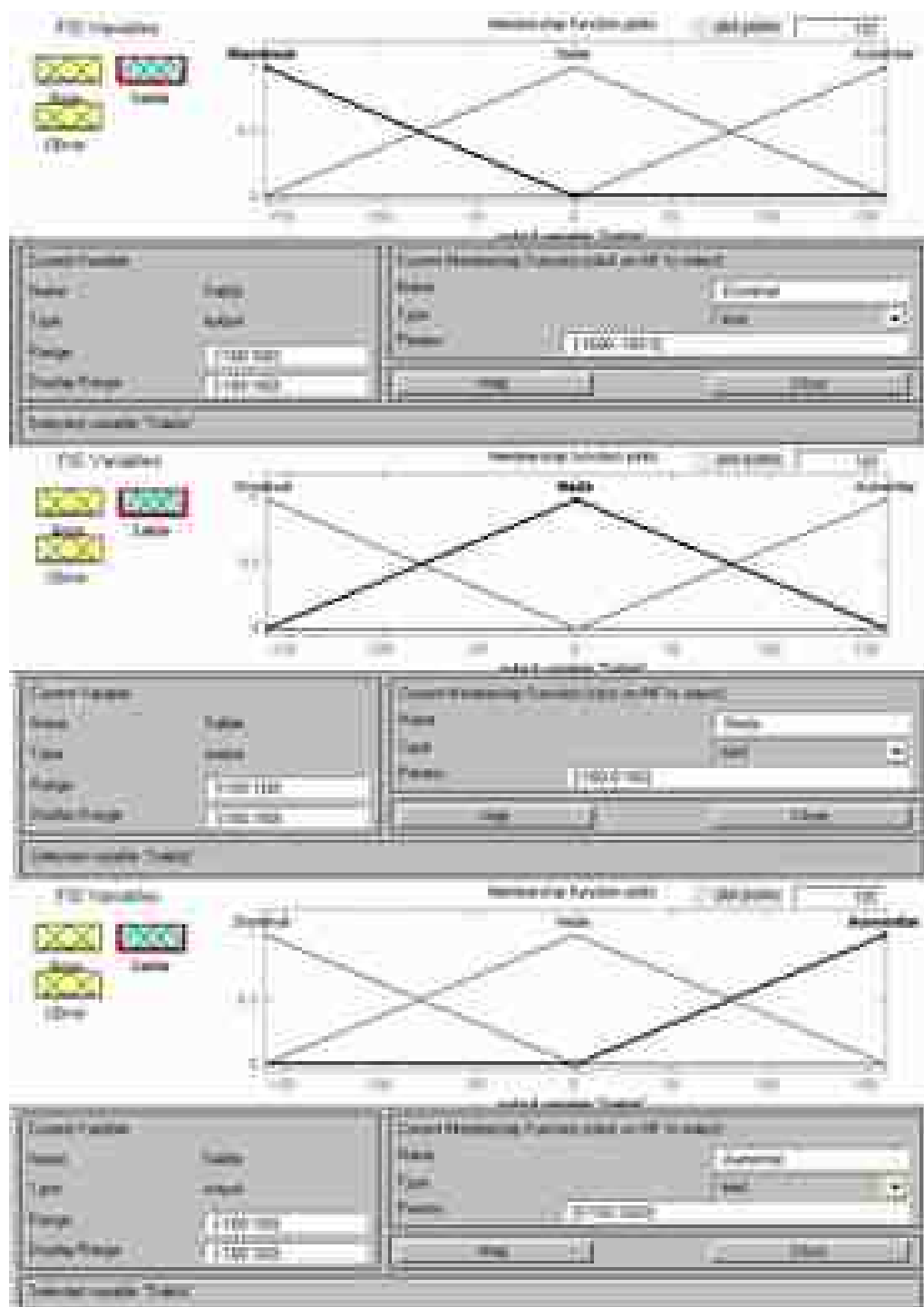


Figura 3.19 Funciones de membresía de la desdifusificación por el método del centroide

En la Figura 3.19 se observan las funciones de membresía del sistema de desfusificación, las funciones utilizadas son, una triangular y dos Z (debido a que el simulador no contiene funciones Z, estas fueron aproximadas por medio de una función triángulo, otorgándole un valor muy grande a uno de los extremos dependiendo del lado donde la función este ubicada). en el sistema físico se utilizarán su lugar tres funciones pi aunque el método de desfusificación será el mismo.

Las reglas de inferencia se muestran en la Figura 3.20.

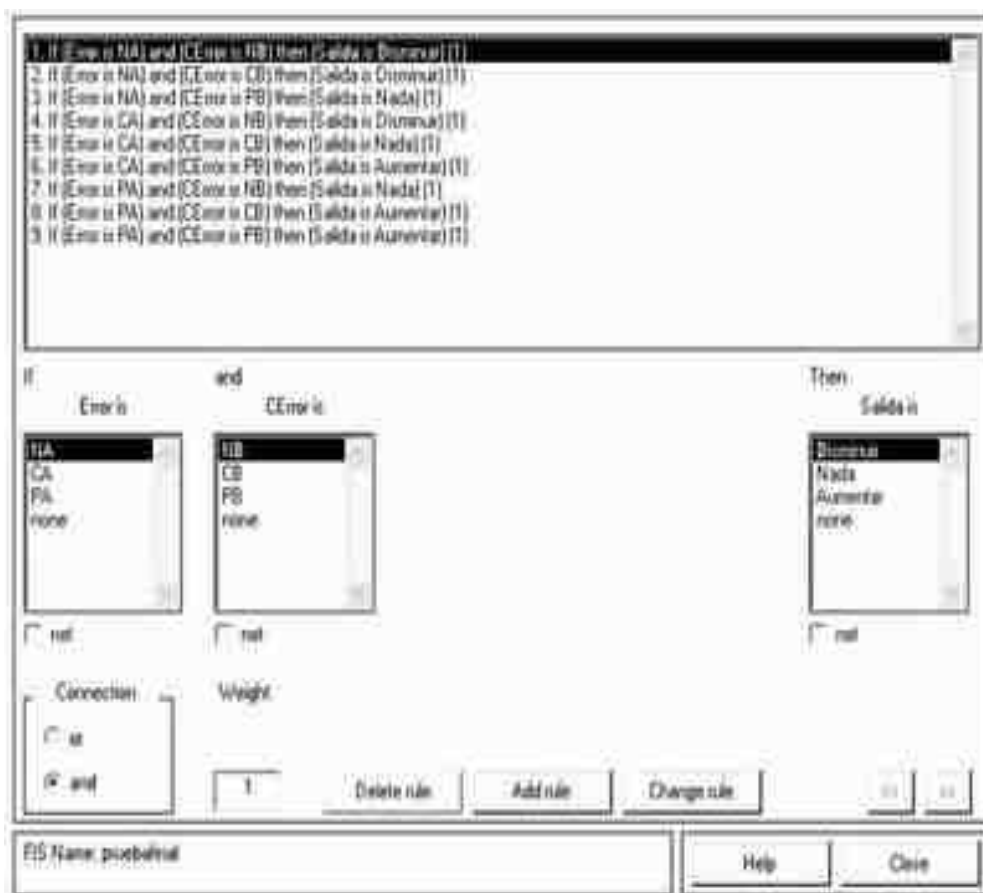


Figura 3.20 Reglas de inferencia utilizadas para la simulación.

La respuesta del sistema con el controlador sintonizado se muestra en la Figura 3.21, la entrada escalón (en este caso es la referencia), es de 157.069 rad/s como se puede observar el sistema alcanza la referencia sin sobreimpulso.

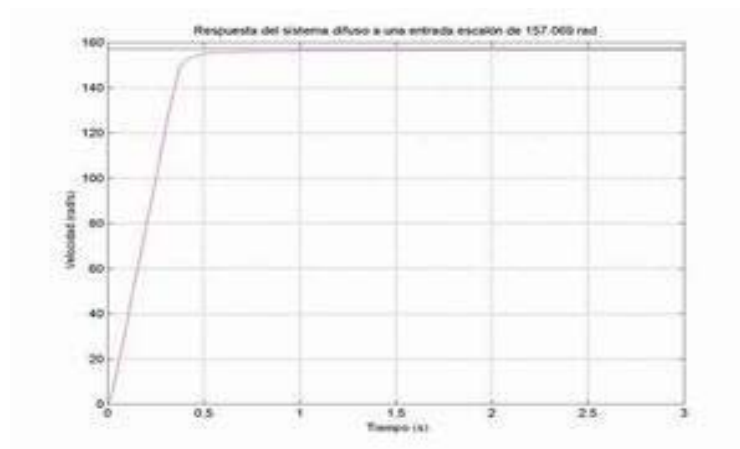


Figura 3.21 Respuesta al sistema difuso a una entrada escalón de 157.069 rad/s.

Para el sistema físico se realizó la resintonización del sistema ya que en la simulación no se contempla el ruido propio del sistema, y que resulta un tanto perjudicial. La respuesta del sistema físico a una sola referencia se muestra en la Figura 3.22



Figura 3.22 Respuesta del sistema real a una entrada de 1500 RPM.

En la figura anterior se observa que el sistema carece de sobreimpulso además de tener un comportamiento similar al de la simulación, la respuesta a cambios de entrada se muestra en la Figura 3.23.

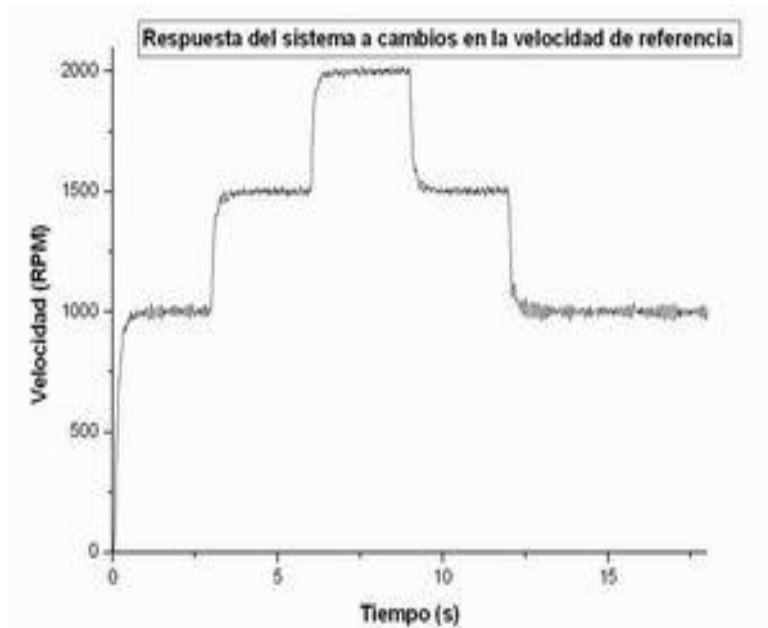


Figura 3.23 Respuesta del sistema a cambios en la referencia

En la figura anterior se puede observar el sistema a cambios de referencia, de 0 a 1000 RPM, de 1000 a 1500 RPM, de 1500 a 2000 RPM, de 2000 a 1500 RPM y de 1500 a 1000 RPM.

Con esto se dice que el sistema está sintonizado ya que al modificar los rangos de las funciones de membresía la respuesta del sistema no se mejora, sino que todo lo contrario ya sea se vuelve lento o tiene respuesta oscilatoria.

3.8 Conclusiones

En este capítulo se hace una introducción a los principios de la lógica convencional y la lógica difusa, se da a conocer la notación, que es muy importante para la comprensión debido a que se ocupan símbolos que son muy utilizados en matemáticas pero que en lógica difusa tienen otro significado. Se hace una pequeña introducción al algoritmo de Mamdani y se realiza una metodología para la sintonización de un controlador PI difuso tipo Mamdani tanto a nivel simulación como en el prototipo. En cuanto al periodo de muestreo se utilizó uno menor al usado en el PI digital debido a que el controlador difuso requiere más tiempo de ejecución, al tratar de disminuir el periodo de muestreo del

controlador PI el sistema se vuelve inestable por la rapidez del sistema y al tratar de aumentar el periodo de muestreo en controlador difuso el sistema pierde su estabilidad.

Capítulo IV

Resultados experimentales

4.1 Introducción

En este capítulo se usará el prototipo para probar los dos controladores vistos en los capítulos II y III con la finalidad de comparar las respuestas tanto en las simulaciones como en el sistema físico o prototipo. El prototipo es un motor de CD que tiene acoplado un generador por medio de una banda dentada como se muestra en el apéndice B. La acción de control se ejerce sobre el motor y las perturbaciones sobre el generador, para lograr esto el generador será sometido a cambios en la carga entre sus terminales.

En este capítulo se reportan los resultados experimentales obtenidos con el controlador convencional y el difuso. Los controladores ya han sido sintonizados en los capítulos anteriores. Para verificar el desempeño de los controladores en cuanto a mejores acciones de control se verificará la respuesta transitoria del sistema.

Los algoritmos de los dos controladores se implementaron en lenguaje de programación LabVIEW, estos se localizan en el apéndice A. la interfaz usada entre el prototipo y la PC se realiza mediante una tarjeta de adquisición de datos PCI-6024I y un amplificador operacional y transistores de potencia, la información técnica acerca de estos se encuentra en el apéndice B.

Los dos controladores se someten a tres pruebas:

1. Respuesta transitoria del sistema en vacío.
2. Respuesta transitoria al aplicarle cambios de referencia.
3. Respuesta transitoria del sistema al aplicar un par perturbador.

El tiempo que se utiliza para las simulaciones será de 3 segundos y para el prototipo de 18 segundos, para la simulación y el prototipo del PI digital se utiliza un tiempo de muestreo de 1/60 segundos, para la simulación del controlador difuso se hace en tiempo

continuo y para el prototipo se realiza con un periodo de muestreo de 1/30 segundos por las razones mencionadas en las conclusiones del capítulo III.

Para la comparación de las respuestas se utilizará el graficador de Matlab en el caso de las simulaciones y el software Origin versión 6.0 para la respuesta del prototipo.

4.2 Pruebas de respuesta transitoria del sistema en vacío.

La prueba de respuesta transitoria del sistema en vacío, consiste en arrancar el motor sin carga, esto es posible tanto en la simulación como en el prototipo, en la tabla 4.1 se muestran los parámetros que se utilizaron en la simulación del controlador difuso:

Error	Funciones		
	Negativo	Centro	Positivo
NA	-1000	-0.5	0
CA	-0.098	0	0.098
PA	0	0.5	1000
Cambio del error			
NB	-1000	-4.1	0
CB	-5	-3	1
PB	0	4.1	1000
Cambio de la salida			
NB	-1600	-160	0
CB	160	0	160
PB	0	160	1600

Tabla 4.1 Parámetros de la simulación del controlador difuso.

En la Figura 4.1 se muestran las funciones utilizadas para la simulación con los valores de la tabla 4.1.

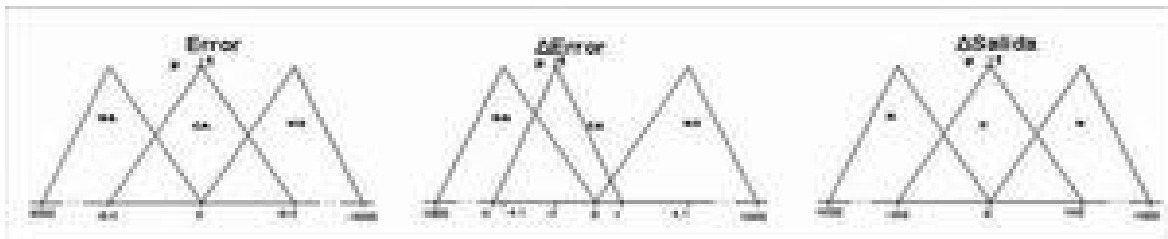


Figura 4.1 Funciones de membresía utilizadas para la simulación.

Como se observa tanto en la tabla como en la imagen se utilizaron algunos valores muy elevados esto es debido a que dentro de la simulación no se cuenta con funciones Z , por esto fue necesario aproximar una función triangular a una función Z , lo que no pasa con el controlador implementado ya que las funciones son creadas por medio de la programación. En la Figura 4.2 se muestra la respuesta superpuesta entre la respuesta del controlador difuso y el controlador digital PI y en la Figura 4.3 la respuesta transitoria del error. El controlador digital PI utiliza las constantes calculadas en el capítulo II.

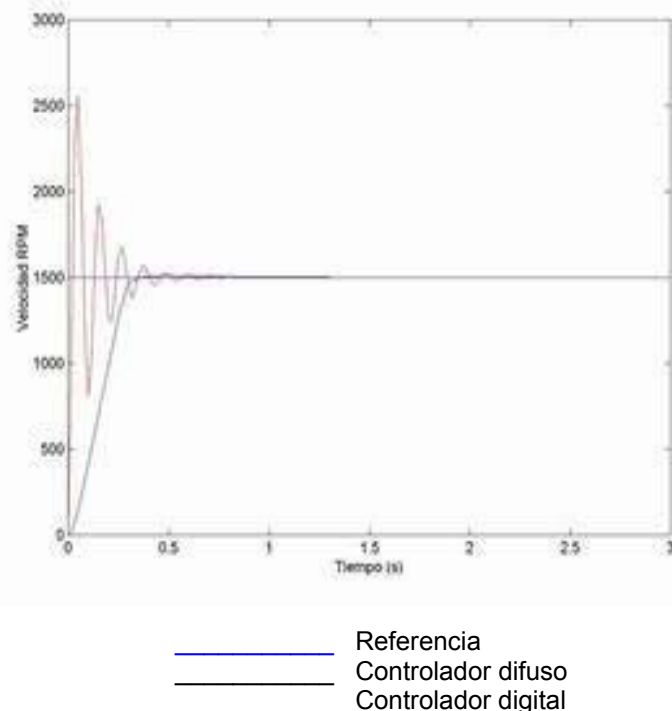
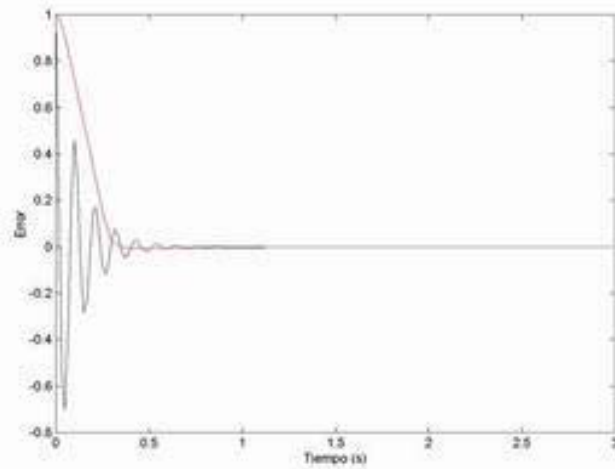


Figura 4.2 Comparación entre la respuesta transitoria del controlador difuso y el controlador digital PI en la simulación.



——— Controlador difuso
——— Controlador digital

Figura 4.3 Comparación de la respuesta transitoria del error

Como se puede observar la respuesta transitoria del sistema con el controlador digital PI tanto en la respuesta del sistema como del error tienen oscilaciones y tardan más tiempo en alcanzar el estado estacionario, el sistema con el control difuso tarda más tiempo en alcanzar la referencia pero alcanza el estado estable en un tiempo menor.

Para las pruebas en el prototipo fue necesario resintonizar los parámetros de las funciones de membresía en la tabla 4.2 se muestran los valores de los parámetros para el controlador difuso implementado en el prototipo.

Error	Funciones		
	Negativo	Centro	Positivo
NA	$-\infty$	-0.5	0
CA	-0.5	0	0.5
PA	0	0.5	∞
Cambio del error			
NB	$-\infty$	-5	0
CB	-5	0	5
PB	0	5	∞
Cambio de la salida			
NB	-1	0	0
CB	0	1	0
PB	0	0	1

Tabla 4.2 Parámetros del controlador difuso implementado en el prototipo.

En la Figura 4.4 se muestran las funciones de membresía utilizadas para el controlador difuso de la tabla 4.2.

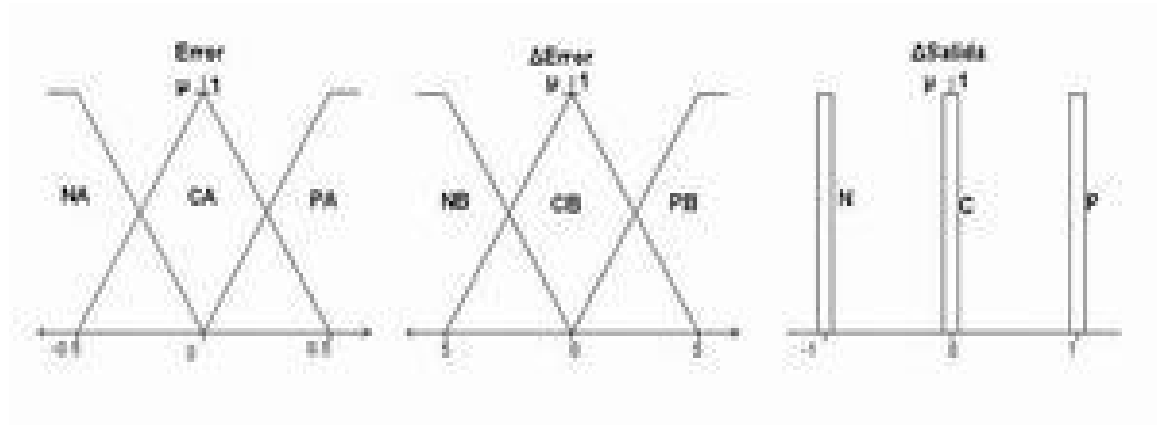


Figura 4.4 Funciones de membresía utilizadas para el control de velocidad del prototipo

A comparación de la simulación, en la Figura 4.4 se muestran en el cambio de la salida funciones singleton. La comparación entre la respuesta del sistema con ambos controladores se muestra en la Figura 4.5. En esta figura se puede observar que la respuesta transitoria con el controlador PI digital presenta un sobreimpulso, en esta figura no es muy clara la diferencia entre los dos controladores, así que en la figura 4.6 se realiza un acercamiento en la fase transitoria cuando se presenta una perturbación. Finalmente se muestra en la Figura 4.7 la respuesta transitoria del error.

Los datos son extraídos por la herramienta *Write LabView Measurement File*. Esta herramienta de LabVIEW extrae datos de una señal conectada a ella y la exporta a un archivo de texto en forma de vectores, para procesarla se utilizó el software Origin versión 6.0, los vectores obtenidos son los de tiempo y amplitud de la señal. Este proceso se realizó en el prototipo tanto con el control proporcional integral, como en el controlador difuso.

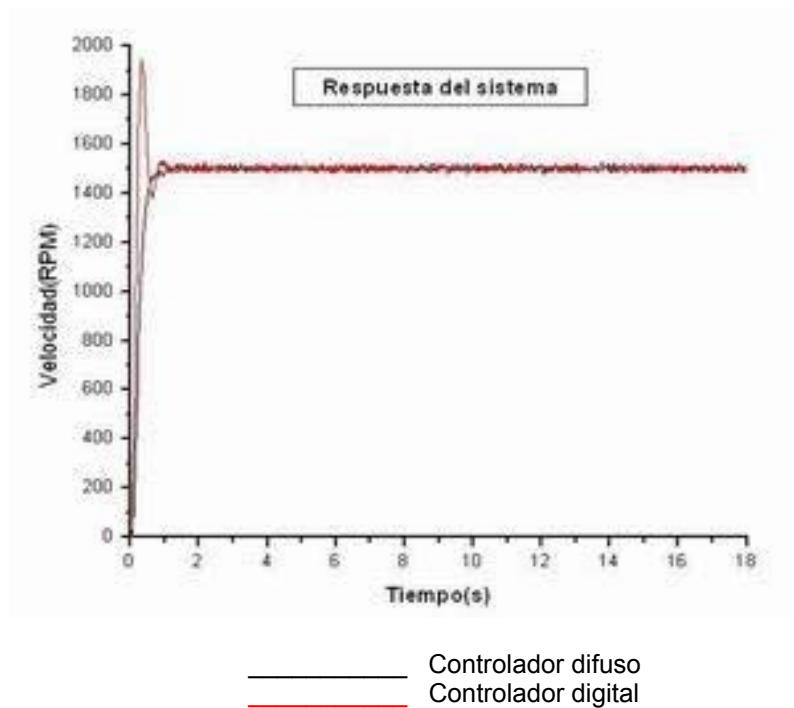


Figura 4.5 Comparación entre la respuesta transitoria del controlador digital PI y el controlador difuso.

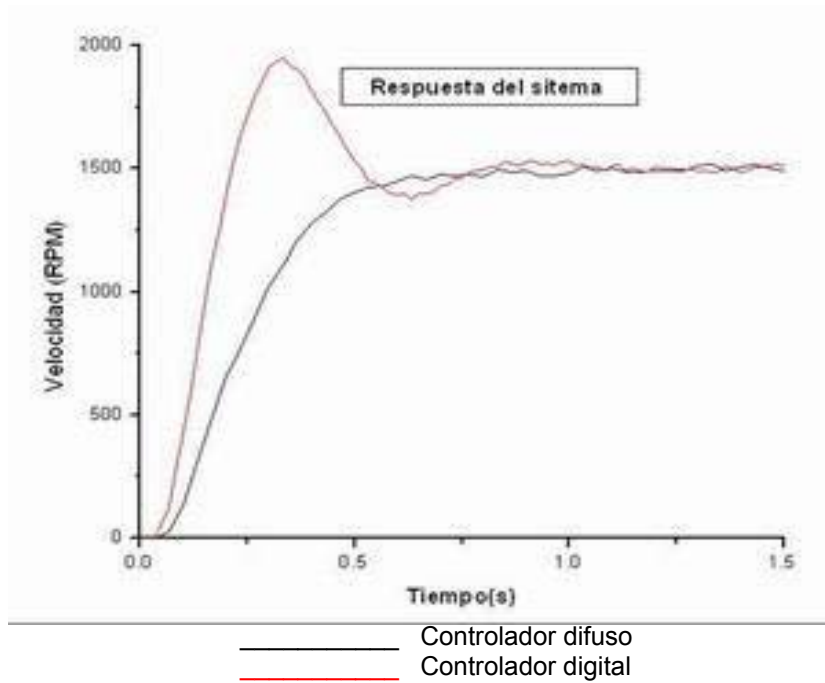


Figura 4.6 Acercamiento de la respuesta transitoria de los dos controladores.

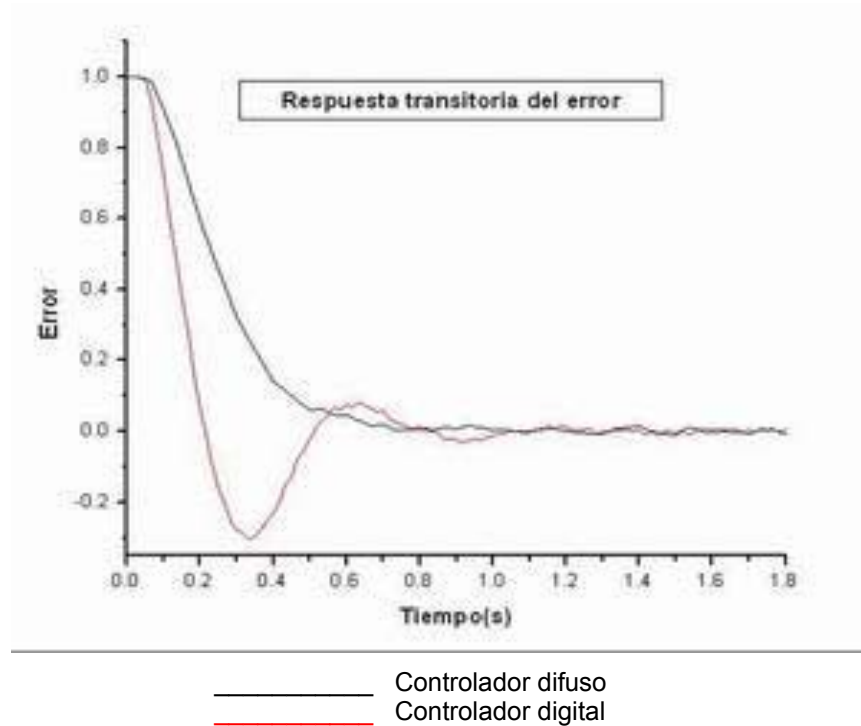


Figura 4.7 Respuesta transitoria del error.

En las Figura 4.5 y 4.6 el prototipo con la implementación del controlador digital PI se levanta de manera brusca y alcanza la referencia en cerca de 0.2 segundos pero alcanza el estado estacionario en aproximadamente 1.15 segundos, por otro lado el controlador difuso tarda un poco mas en alcanzar la referencia aproximadamente 0.8 segundos, pero una vez alcanzándola termina su respuesta transitoria.

En la Figura 4.7 se puede observar que el error del controlador digital PI alcanza un error de aproximadamente -0.3, esto quiere decir que el controlador tiene un sobreimpulso de aproximadamente 30% mientras que el controlador difuso carece de este.

4.3 Pruebas de la respuesta transitoria del sistema al aplicarle cambios de referencia

La prueba de respuesta transitoria al aplicar cambios a la referencia consiste en variar la referencia entre los valores de 1000,1500, 2000, 2500, 2000, 1500 y 1000

revoluciones, estas pruebas solo se realizarán sobre el prototipo ya que el error esta normalizado y durante las simulaciones no es posible cambiar de valor las ganancias. Los parámetros del controlador digital PI y el controlador difuso son los mismos que los utilizados en la prueba anterior.

En la Figura 4.8 se muestra la comparación entre la respuesta del prototipo con el controlador digital PI y el controlador difuso, en la Figura 4.9 se muestra un acercamiento a un fragmento de la gráfica de la Figura 4.8, en la Figura 4.10 se muestra la respuesta transitoria del error y en la Figura 4.11 un acercamiento a un fragmento de la gráfica del error.

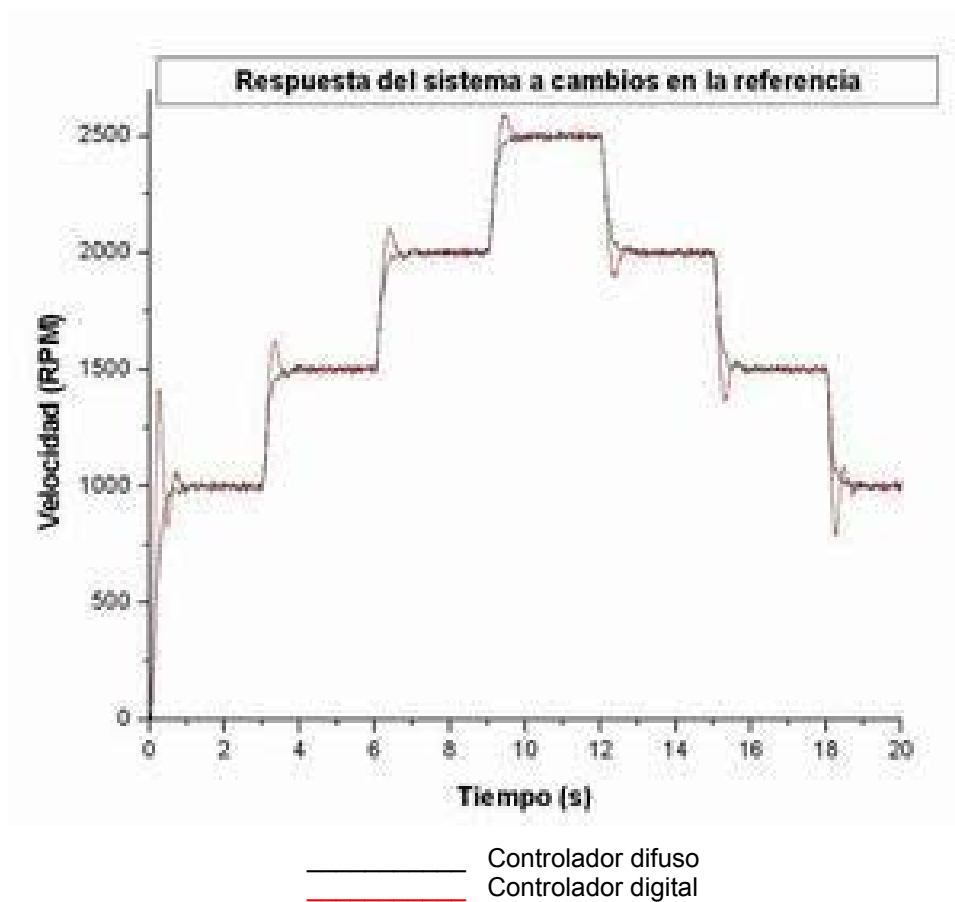
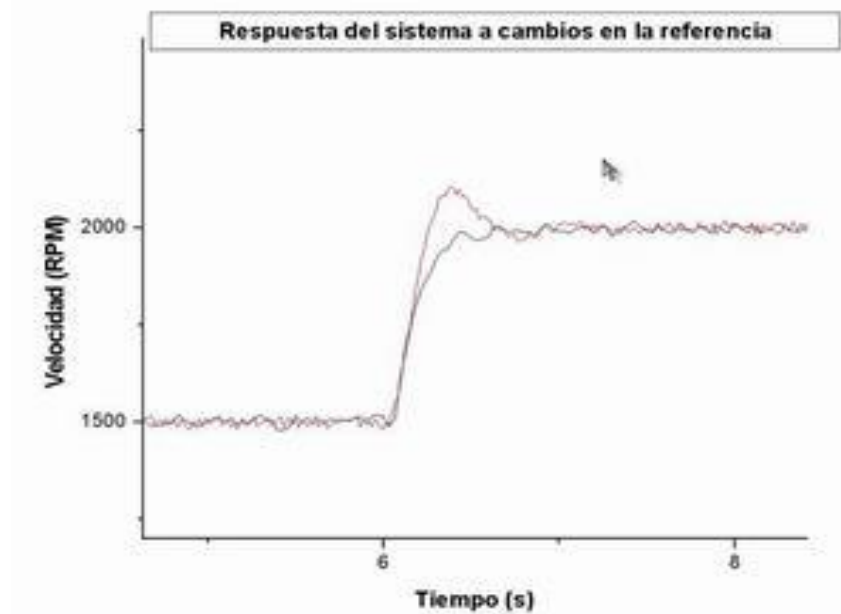
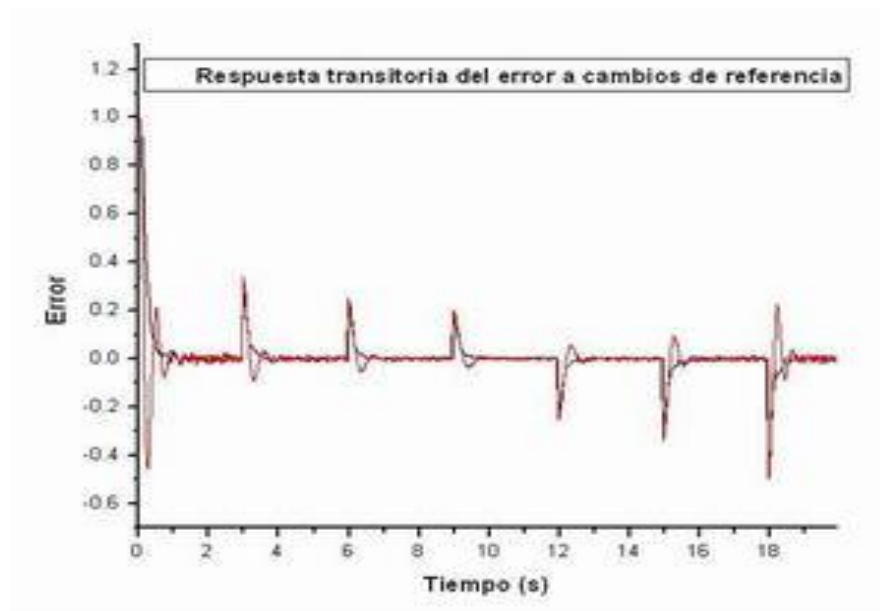


Figura 4.8 Comparación de las respuestas del sistema con ambos controladores



_____ Controlador difuso
 _____ Controlador digital

Figura 4.9 Respuesta transitoria del sistema al aplicar un cambio de referencia de 1500 RPM a 2000 en $t = 6$ segundos.



_____ Controlador difuso
 _____ Controlador digital

Figura 4.10 Respuesta transitoria del error en el sistema sometido a cambios de referencia.

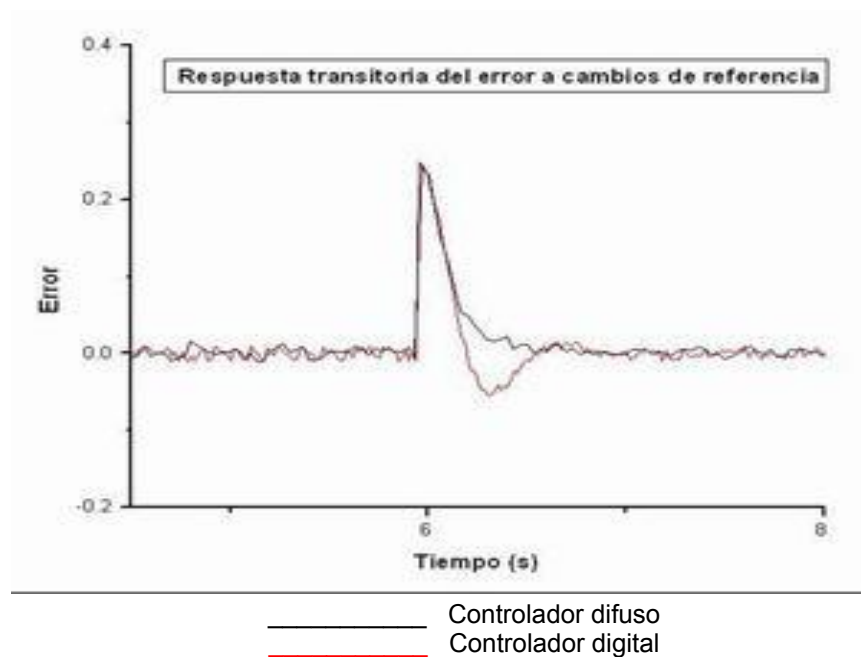


Figura 4.11 Respuesta transitoria del error al aplicar un cambio de referencia de 1500 RPM a 2000 en $t = 6$.

En la Figura 4.8 se observa que en el cambio de referencia el controlador digital presenta oscilaciones en la respuesta transitoria, no sucediendo así con el controlador difuso que suaviza la respuesta evitando las oscilaciones. La referencia hasta antes de $t = 3$ segundos la referencia es de 1000 RPM, en $t = 3$ la referencia se eleva a 1500 RPM, en $t = 6$ a 2000 RPM, en $t = 9$ a 2500, cuando $t = 12$ segundos la referencia disminuye a 2000, cuando $t = 15$ a 1500 y cuando $t = 18$ segundos la referencia regresa al valor inicial. En la Figura 4.9 se muestra una ampliación de una de las respuestas, en este caso cuando $t = 12$.

En la Figura 4.10 se muestra la respuesta transitoria del error de la respuesta obtenida en la Figura 4.8, en esta se observa que la magnitud del pico del error es sólo un poco mayor en el caso del controlador digital convencional. En la Figura 4.11 se muestra la respuesta transitoria del error obtenido de la respuesta transitoria de la Figura 4.9, en los dos casos el controlador convencional presenta oscilaciones no sucediendo así con el difuso.

4.4 Pruebas de la respuesta transitoria del sistema al aplicarle par perturbador

La prueba de respuesta transitoria del sistema al aplicar un par perturbador consiste en aplicar cargas resistivas al generador en un tiempo dado igual para los dos controladores. Esto sólo en el prototipo ya que en la simulación no es posible ya que el modelo matemático del motor es una aproximación a un modelo de primer orden. Por esto solo se realizarán las pruebas sobre el prototipo. En la Figura 4.12 se muestra la respuesta del sistema al aplicarle 4 perturbaciones, una a la vez en $t = 3, 5, 7$ y 9 segundos, en $t = 12$ segundos el par de carga es retirado y en $t = 15$ segundos el par es aplicado nuevamente, de esta manera se tienen siete respuestas transitorias.

En las Figuras 4.13 y 4.14 se muestran acercamientos de la respuesta de la Figura 4.12 en tiempos diferentes, en la Figura 4.15 se muestra la respuesta transitoria del error y en la Figura 4.16 y 4.17 un acercamiento de la Figura 4.15 en tiempos diferentes.

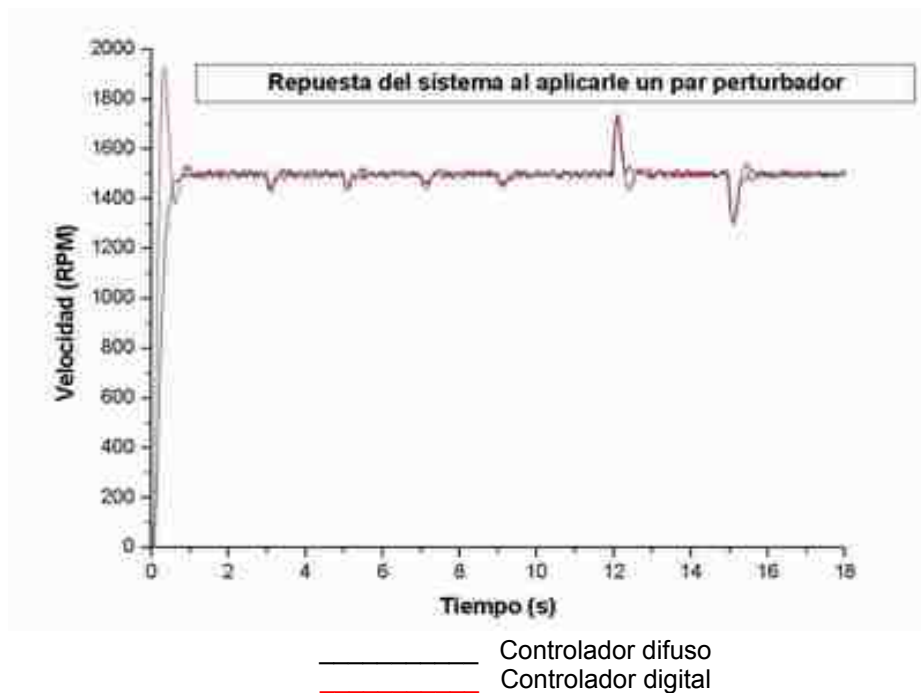


Figura 4.12 Respuesta del prototipo al aplicar pares perturbadores.

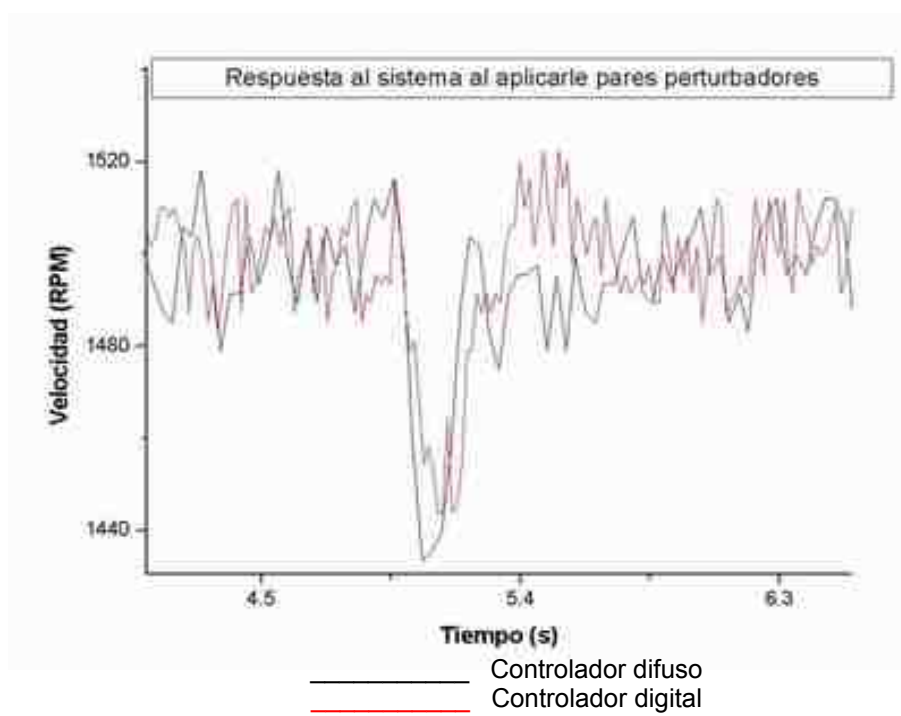


Figura 4.13 Acercamiento de la respuesta de la Figura 4.12 cuando $t = 5$.

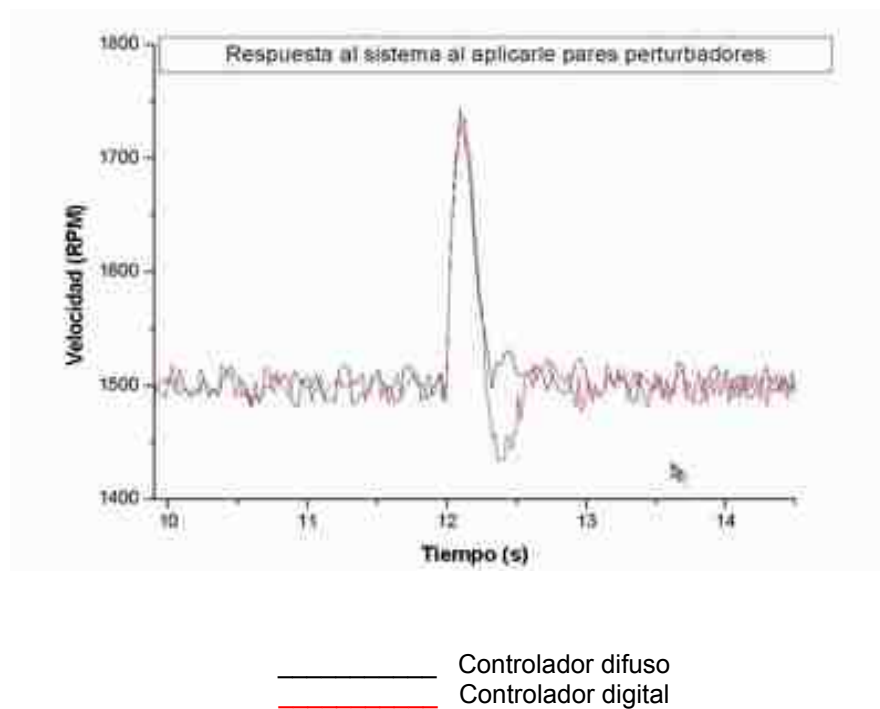
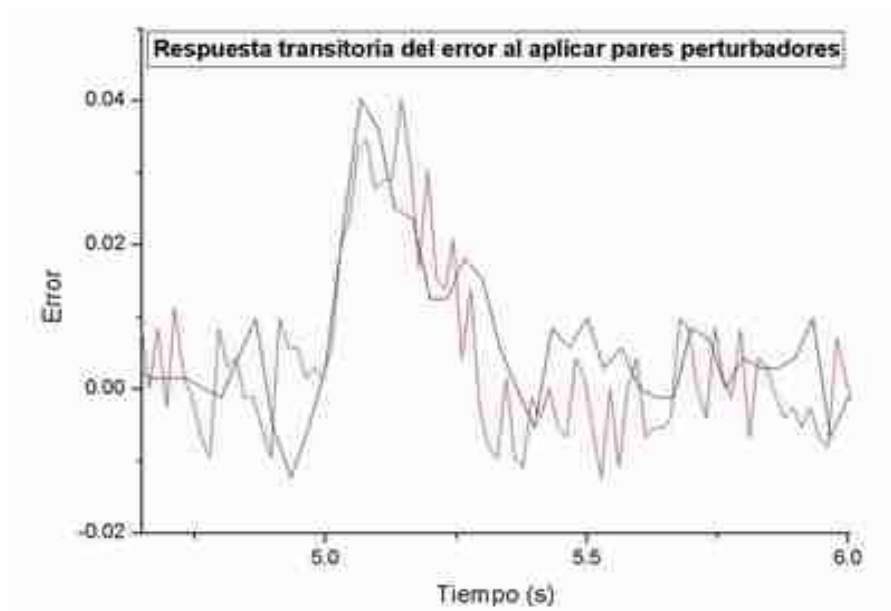


Figura 4.14 Acercamiento de la respuesta de la Figura 4.12 cuando $t = 12$.



Controlador difuso
Controlador digital

Figura 4.15 Respuesta del error a entradas perturbadoras.



Controlador difuso
Controlador digital

Figura 4.16 Acercamiento de la Figura 4.15 en t = 5.

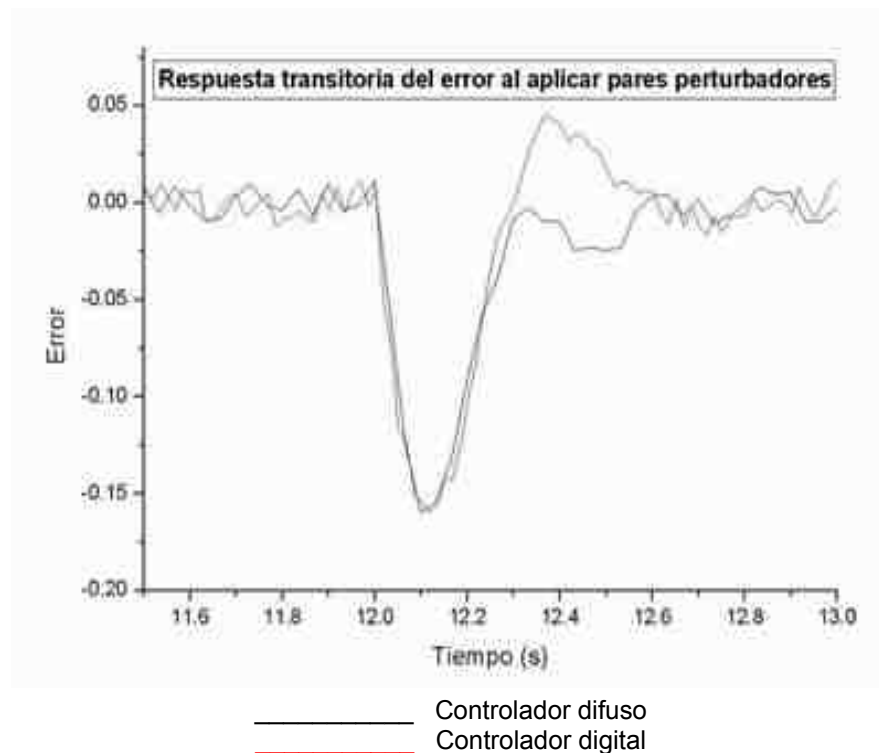


Figura 4.17 Acercamiento a una perturbación del error cuando $t = 12$.

Como se observa en la Figura 4.12, la respuesta a las perturbaciones es similar en los dos controladores con la diferencia de que el controlador PI dentro de su respuesta presenta oscilaciones. En la Figura 4.13 la magnitud pico del error de la respuesta del controlador difuso es mayor que en la del controlador PI, sin embargo, el controlador difuso regresa en menor tiempo a la referencia. En la Figura 4.14 se muestra la respuesta cuando le es retirado el par de carga ($t = 12$), el sobreimpulso del controlador digital es mayor que el del controlador difuso, además de esto el primero presenta oscilaciones. En la Figura 4.15 se muestra la respuesta del error, la respuesta del error presenta oscilaciones, que son fáciles de observar cuando el par de carga es retirado en su totalidad y cuando es aplicado nuevamente, en la Figura 4.16 se muestra un acercamiento a la gráfica de la figura anterior, esto cuando entra la segunda carga (en $t = 5$) la magnitud pico del error en la fase transitoria es muy aproximada a la del controlador difuso sin embargo, también en este caso se presentan oscilaciones. Finalmente en la Figura 4.17 se muestra la gráfica de la respuesta del error cuando es retirado el par de carga en su totalidad, el error controlador difuso presenta una pequeña oscilación antes

de alcanzar el estado estacionario, aun así lo alcanza en un tiempo menor que el controlador digital PI.

4.5 Conclusiones.

En este capítulo se realizó la comparación de la respuesta transitoria en ambos controladores en diferentes puntos de operación. Como resultado se obtuvo un mejor desempeño del controlador difuso al no tener sobreimpulso en ninguna de las pruebas y alcanzar el estado estacionario en un menor tiempo sin hacer uso del modelo matemático. El controlador PI discreto presenta un sobreimpulso y oscilaciones antes de alcanzar el estado estable, con esto que demostrada la hipótesis que se describe al principio de este trabajo.

Capítulo V

Conclusiones

5.1 Conclusiones

En el presente trabajo se diseñan un par de controladores, un controlador convencional PI y un controlador difuso tipo de Mamdani.

El controlador PI se sintoniza mediante la aproximación a un sistema de segundo orden, de esta manera se tiene una excelente sintonización, la cual desempeña buenas acciones de control.

El controlador difuso mediante el algoritmo de Mamdani tiene la capacidad de controlar y aplicar buenas acciones de control sobre el motor de C.D.

El controlador que logra la mejor respuesta es el controlador difuso ya que su respuesta transitoria no presenta sobreimpulso ni oscilaciones, en cambio el controlador convencional PI presenta un sobreimpulso de 30% aproximadamente durante el arranque además de presentar oscilaciones antes de alcanzar el estado estacionario.

Conclusión general

Como conclusión general con el controlador difuso se obtuvieron resultados satisfactorios que se detallan a continuación:

- Para el controlador difuso no es necesario conocer el modelo matemático de la planta, sólo se utilizó la caracterización del sensor de velocidad.
- El controlador difuso presenta una mejor respuesta que el controlador convencional y se hace más notable cuando las perturbaciones son grandes.
- Haciendo uso de la respuesta transitoria característica de un sistema de segundo orden se obtiene una sintonización efectiva del controlador PI.

Por otra parte el controlador difuso tiene algunas limitaciones como lo son:

- Si no se cuenta con la experiencia para sintonizar un controlador difuso es difícil obtener un buen desempeño.
- El código del controlador difuso es mucho más grande que el código del controlador convencional por esto el tiempo de procesamiento es mucho mayor.

5.2 Metodología desarrollada

Para la realización del trabajo presente se siguieron las siguientes etapas:

- Se acoplan dos máquinas de CD a través de las flechas por medio de una banda como se muestra en el apéndice B.
- Se identifica el modelo matemático de la planta (Conjunto motor-generador)
- Se sintoniza un controlador PI y se hacen simulaciones para verificar su comportamiento.
- Se realizan las simulaciones del controlador difuso con el modelo matemático de la planta. La comparación se realiza por medio de la respuesta transitoria.
- Se diseña un circuito para sensor la velocidad de la flecha del motor.
- Diseño de un circuito amplificador para ejercer las acciones de control sobre la planta (actuador).
- Diseño de un circuito para la regulación de los diferentes voltajes que se utilizan en el proceso.
- Diseño de un circuito resistivo cuya función es servir de carga al generador que se puede programar en un instante de tiempo determinado mediante software.
- Implementación del prototipo con los diferentes circuitos y la tarjeta de adquisición de datos PCI-6024I de National Instruments. La PC utilizada es una Pentium 4 a 2.2 Ghz.

- Se realizan pruebas en el prototipo con el controlador convencional PI sintonizado en el capítulo II. Se llevan a cabo tres pruebas prueba sin carga en el par, prueba de cambio de referencia y prueba con perturbaciones en el par.
- Se realizan pruebas en el prototipo con el controlador difuso para la sintonización a prueba y error. Los parámetros utilizados para la simulación no son los mismos que los del prototipo, debido a que el prototipo tiene ruido propio de la planta lo cual no se contempla en la simulación.
- Se realiza la comparación de las tres pruebas mediante la superposición de la respuesta del sistema con los dos controladores.

5.3 Aportaciones

- Desarrollo de una metodología para la sintonización de un controlador difuso mediante la observación de los rangos de la respuesta del motor de CD a las variaciones de los rangos de discurso de las funciones de membresía.
- Desarrollo de un prototipo para la demostración de la factibilidad de implementación de un controlador difuso.
- Desarrollo de un conjunto de programas para la implementación de las leyes de control tanto convencional como difusa en un lenguaje de interfaz gráfica.

5.4 Trabajos futuros

Para trabajos futuros se propone lo siguiente:

- Diseñar y programar el controlador con 5 y 7 funciones de membresía.
- Desarrollar el control neurodifuso para la misma planta en algún lenguaje de nivel medio (como c, c++, Basic etc.).
- Implementar el prototipo en un microcontrolador.
- Diseñar todos los circuitos sobre una misma placa para disminuir el ruido además de la utilización de cable coaxial para las conexiones.
- Implementar el controlador en otro prototipo por ejemplo para controlar temperatura.

- Buscar la forma de aplicar el mismo periodo de muestreo para los dos controladores.
- Desarrollar el control neurodifuso para sintonizar las constantes del PI en un lenguaje de nivel medio.
- Implementar un PWM para la alimentación del motor.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Kazuo Tanaka, *An introduction to fuzzy logic for practical applications*, Springer, 1996, pp 1-2
- [2] Norberto Hernández Romero “*Control neurodifuso de la velocidad de un motor de corriente directa*”, Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con especialidad en ingeniería eléctrica, Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón Coahuila, México, 2000, pp 1,27,28
- [3] Benjamín C. Kuo, *Sistemas de control automático*, Séptima edición, Prentice Hall, 1996, pp 168,134-135, 362,708
- [4] Katsuhiko Ogata, *Ingeniería de control moderna*, Prentice Hall, 1986, pp 4, 5, 7, 232-239, 250-255
- [5] Katsuhiko Ogata *Sistemas de control en tiempo discreto*, Prentice Hall, 1996, pp. 183.
- [6] Saucedo Flores Salvador, *Simulación del control difuso de un motor de CD*, ICA-ESIME, Diciembre 2000, pp 2
- [7] Riza C. Berkam, Sheldon L. Trubatch, *fuzzy Systems design principles: building fuzzy IF-THEN rule bases*, IEEE PRESS, 1997, pp1-3, 70-73
- [8] Morales Luna Guillermo, *Introducción a la lógica difusa*, CINVESTAV-IPN Febrero 2002.
- [9] LabVIEW Bookshelf National Instruments 2000-2004.
- [10] Ayuda de LabVIEW
- [11] Hoja de datos del CI OPA2544,

- <http://focus.ti.com/lit/ds/symlink/opa2544.pdf>
- [12] Hoja de datos del CI VFC32KP,
<http://focus.ti.com/lit/ds/symlink/vfc32.pdf>
- [13] Hoja de datos del transistor 2N3055,
<http://www.onsemi.com/pub/Collateral/2N3055A-D.PDF>
- [14] Hoja de datos de transistor MJ15016,
<http://www.onsemi.com/pub/Collateral/2N3055A-D.PDF>
- [15] Hoja de datos de los reguladores de la serie 78xx y 79xx
<http://www.fairchildsemi.com/ds/LM/LM7815.pdf>
<http://www.fairchildsemi.com/ds/LM/LM7915.pdf>
- [16] Hoja de datos del transistor BC548,
<http://www.fairchildsemi.com/ds/BC/BC548.pdf> bc548
- [17] Hoja de datos del optoacoplador 4N28 de Fairchild Semiconductors
<http://www.fairchildsemi.com/ds/4N/4N28.pdf>
- [18] Gerardo Celso Hernández Mendoza, "*Control difuso de un motor de corriente directa*", tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Ingeniería Eléctrica, IPN-E.S.I.M.E., México D.F., 1996.
- [19] Memoria de la decimotercera reunión de verano de potencia, aplicaciones industriales y exposición industrial RVP-AI/2000, tomo 2, IEEE sección México, Año 2000. pp. 26
- [20] Memoria del tercer congreso internacional de Ingeniería Electromecánica y de sistemas, IPN-E.S.I.M.E., sección de estudios de postgrado e investigación, noviembre de 2002

- [21] <http://www.sepielectrica.esimez.ipn.mx/te90dosm.htm>
- [22] Stephen J. Chapman, *Maquinas eléctricas*, 4^a Edición, Mc Graw Hill, traducido por Carla De Robina Cordera, México 2005

Apéndice A

Programas

A.1 Introducción a LabVIEW.

LabVIEW constituye un revolucionario sistema de programación gráfica para aplicaciones que involucren adquisición, control, análisis y presentación de datos. Las ventajas que proporciona el empleo de LabVIEW se resumen en las siguientes características:

- Se reduce el tiempo de desarrollo de las aplicaciones al menos de 4 a 10 veces, ya que es muy intuitivo y fácil de aprender.
- Dota de gran flexibilidad al sistema, permitiendo cambios y actualizaciones tanto del hardware como del software.
- Da la posibilidad a los usuarios de crear soluciones completas y complejas.
- Con un único sistema de desarrollo se integran las funciones de adquisición, análisis y presentación de datos.
- Tiene la posibilidad de incorporar aplicaciones escritas en otros lenguajes.

LabVIEW es un entorno de programación destinado al desarrollo de aplicaciones, similar a los sistemas de desarrollo comerciales que utilizan el *lenguaje C* o *BASIC*. Sin embargo, LabVIEW se diferencia de dichos programas en un importante aspecto: los citados lenguajes de programación se basan en líneas de texto para crear el código fuente del programa, mientras que LabVIEW emplea la programación gráfica o *lenguaje G* para crear programas basados en diagramas de bloques.

Para el empleo de LabVIEW no se requiere gran experiencia en programación, ya que se emplean iconos, términos e ideas familiares a científicos e ingenieros, y se apoya sobre símbolos gráficos en lugar de lenguaje escrito para construir las aplicaciones. Por ello resulta mucho más intuitivo que el resto de lenguajes de programación convencionales.

LabVIEW posee extensas librerías de funciones y subrutinas. Además de las funciones básicas de todo lenguaje de programación, LabVIEW incluye librerías específicas para la adquisición de datos, control de instrumentación VXI, GPIB y comunicación serie, análisis presentación y guardado de datos.

LabVIEW también proporciona potentes herramientas que facilitan la depuración de los programas.

Los programas desarrollados mediante LabVIEW se denominan *Instrumentos Virtuales (VIs)*, porque su apariencia y funcionamiento imitan los de un instrumento real. Sin embargo son análogos a las funciones creadas con los lenguajes de programación convencionales. Los *VIs* tienen una parte interactiva con el usuario y otra parte de código fuente, y aceptan parámetros procedentes de otros *VIs*.

Todos los *VIs* tienen un *panel frontal* y un *diagrama de bloques*. Las *paletas* contienen las opciones que se emplean para crear y modificar los *VIs*. A continuación se procederá a realizar una somera descripción de estos conceptos.

Panel Frontal

Se trata de la interfaz gráfica del *VI* con el usuario. Esta interfaz recoge las entradas procedentes del usuario y representa las salidas proporcionadas por el programa. Un *panel frontal* está formado por una serie de botones, pulsadores, potenciómetros, gráficos, etc.

Cada uno de ellos puede estar definido como un *control* (a) o un *indicador* (b). Los primeros sirven para introducir parámetros al *VI*, mientras que los indicadores se emplean para mostrar los resultados producidos, ya sean datos adquiridos o resultados de alguna operación.

Diagrama de bloques

El *diagrama de bloques* constituye el código fuente del *VI*. En el *diagrama de bloques* es donde se realiza la implementación del programa del *VI* para controlar o realizar cualquier procesado de las entradas y salidas que se crearon en el *panel frontal*.

El *diagrama de bloques* incluye *funciones* y *estructuras* integradas en la biblioteca que incorpora LabVIEW. En el *lenguaje G* las *funciones* y las *estructuras* son nodos elementales. Son análogas a los operadores o librerías de funciones de los lenguajes convencionales.

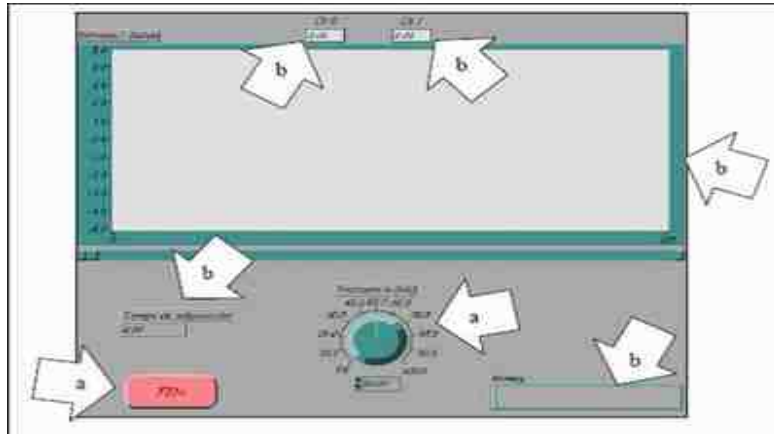


Figura A.1 Panel Frontal de un programa en LabView.

Los *controles* e *indicadores* que se colocaron previamente en el Panel Frontal, se materializan en el diagrama de bloques mediante los *terminales*. A continuación se presenta un ejemplo de lo recién citado:

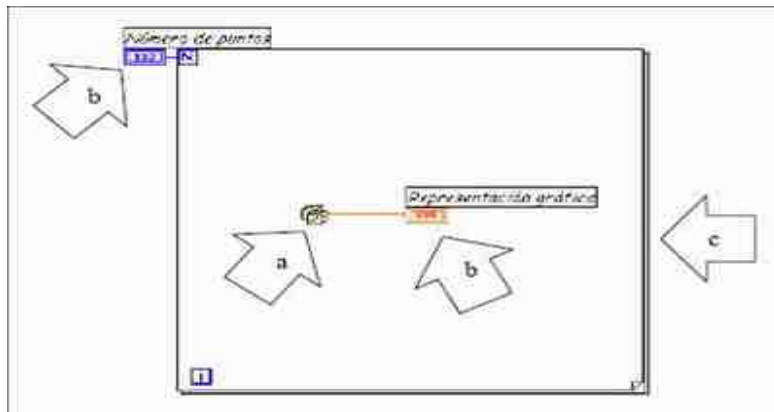


Figura A.2 Diagrama de bloques de un programa en LabView.

- (a) Función.
- (b) Terminales (control e indicador).
- (c) Estructura.

El *diagrama de bloques* se construye conectando los distintos objetos entre sí, como si de un circuito se tratara. Los cables unen terminales de entrada y salida con los objetos correspondientes, y por ellos fluyen los datos.

LabVIEW posee una extensa biblioteca de *funciones*, entre ellas, aritméticas, comparaciones, conversiones, funciones de entrada/salida, de análisis, etc. Las *estructuras*, similares a las declaraciones causales y a los bucles en lenguajes convencionales, ejecutan el código que contienen de forma condicional o repetitiva (bucle *for*, *while*, *case*,...). Los cables son las trayectorias que siguen los datos desde su origen hasta su destino, ya sea una función, una estructura, un terminal, etc. Cada cable tiene un color o un estilo diferente, lo que diferencia unos tipos de datos de otros.

Paletas

Las *paletas* de LabVIEW proporcionan las herramientas que se requieren para crear y modificar tanto el *panel frontal* como el *diagrama de bloques*. Existen las siguientes paletas:

Paleta de herramientas (Tools palette)

Se emplea tanto en el *panel frontal* como en el *diagrama de bloques*. Contiene las herramientas necesarias para editar y depurar los objetos tanto del *panel frontal* como del *diagrama de bloques*.

Las opciones que presenta esta paleta son las siguientes:

- *Operating tool* – Cambia el valor de los controles.
- *Positioning tool* – Desplaza, cambia de tamaño y selecciona los objetos.
- *Labeling tool* – Edita texto y crea etiquetas.
- *Wiring tool* – Une los objetos en el *diagrama de bloques*.
- *Object Pop-up Menu tool* – Abre el menú desplegable de un objeto.
- *Scroll tool* – Desplaza la pantalla sin necesidad de emplear las barras de desplazamiento.
- *Breakpoint tool* – Fija puntos de interrupción de la ejecución del programa en *VIs*, *funciones* y *estructuras*.

Paleta de funciones (functions palette)

Se emplea en el diseño del *diagrama de bloques*. La *paleta de funciones* contiene todos los objetos que se emplean en la implementación del programa del VI, ya sean *funciones* aritméticas, de entrada / salida de señales, entrada / salida de datos a fichero, adquisición de señales, temporización de la ejecución del programa etc.

La paleta presenta las funciones siguientes:

String: Funciones para manipular cadenas de caracteres.

Array : Procesar datos.

Clusters: Procesar datos de gráficas.

Comparison: Comparación de números, caracteres y boléanos.

Time & dialog: Funciones de tiempo y espera.

File I/O: Funciones para abrir, guardar y salvar datos en archivos.

Comunicacion: Comunicación entre ordenadores.

Instruments : Comunicación con periféricos.

Data Adquisition: funciones para dispositivos de adquisición de datos.

Analysis : Funciones para procesar datos.

Tutorial : Funciones ayuda para realizar programas.

Instrument driver: Funciones y programas que controlan dispositivos externos.

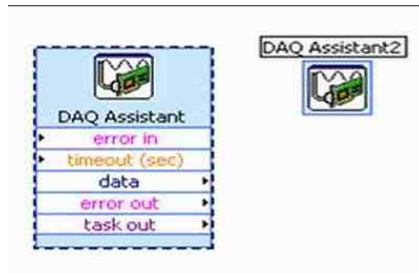
Advanced: Funciones de memoria, MDA, etc. [9].



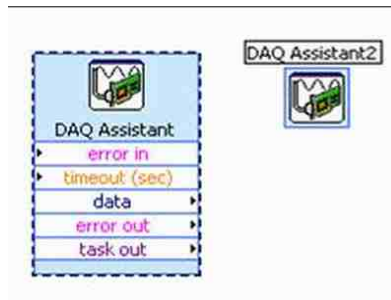
Figura A.5 Paleta de funciones del programa LabView.

A.2 Funciones de LabVIEW utilizadas

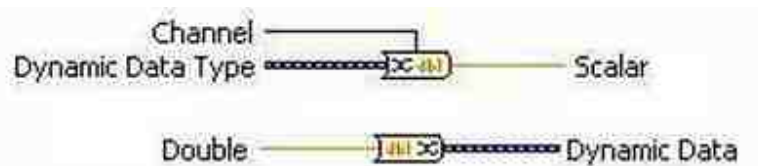
En este apartado se muestran las funciones utilizadas para el diseño del software de control del sistema, del lado izquierdo se muestra la forma desplegada de la función y del otro lado su representación en ícono, si solo tiene una figura es que solo tiene una representación.



Esta función permite tanto como la importación como la exportación de señales. Con un doble clic en el botón izquierdo del Mouse es posible acceder a la configuración, dentro de la configuración se puede elegir el tipo de señal de entrada o salida, analógica, digital o un contador, y el canal de salida o entrada, además del numero de muestras.



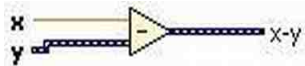
El uso de esta función permite la creación de fórmulas matemáticas, además de contener las mismas o más funciones de una calculadora científica.



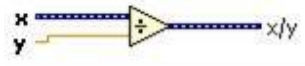
Esta función permite la conversión de datos de tipo dinámico a escalar o escalar a dinámico para su utilización con otras funciones.



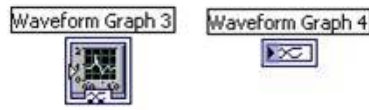
Este icono permite graficar en el panel frontal datos de tipo escalar almacenándolos en un archivo temporal en un rango establecido previamente.



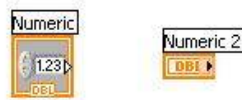
Esta función permite hacer una diferencia entre las entradas como muestra la figura a la señal que en este caso es una constante le es restada una señal de tipo dinámico y en la salida se obtendrá la respuesta de la resta.



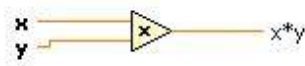
Esta función permite dividir una señal entre otra en este caso una señal de tipo dinámico y una constante, el resultado será la división de la entrada en X y Y.



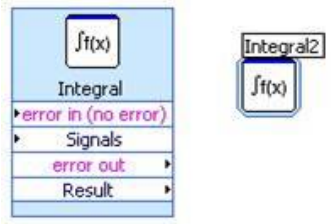
Esta gráfica permite desplegar en la pantalla datos de tipo dinámico en el panel frontal.



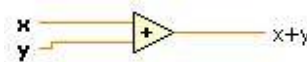
El control numérico permite insertar antes o durante el proceso una variable de control desde el panel frontal.



Esta función permite la multiplicación de dos señales, y como lo muestra la imagen la salida será el producto de este.



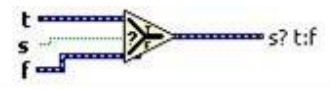
Esta función integra una señal en tiempo continuo, al darle doble clic pueda ser configurado como Derivador, Diferencia, Integración o Sumatoria, en nuestro caso es ocupada como integrador o derivador.



Este operador realiza la suma de dos señales.



Este operador compara la entrada en X, con la entrada en Y, la salida es en datos Booleanos, es decir entrega una salida de verdadero o falso, esto es si $X > Y$ entonces la salida será verdadera, pero si $X < Y$ entonces la salida será falsa.



Este operador tiene la función de seleccionar una salida dependiendo de una entrada de dato Booleano si la entrada es verdadera a la salida se tendrá solo la señal de entrada en "t", si no es así la salida será la señal de entrada en f.



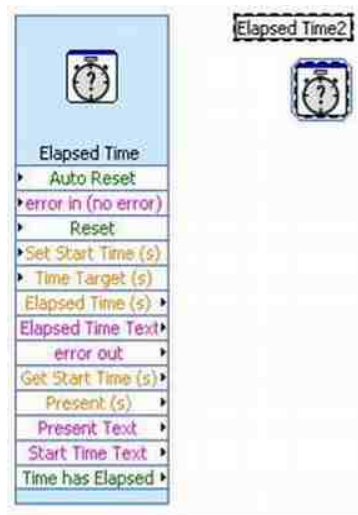
En esta función alberga un valor constante el cual no puede ser modificado durante un proceso.



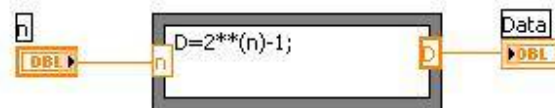
Este operador funciona como condición X mayor o igual que Y , la salida obtenida es un valor Booleano.



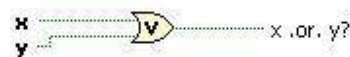
Este operador convierte un valor de tipo Booleano ya sea verdadero o falso, a valores de 1 o 0 respectivamente.



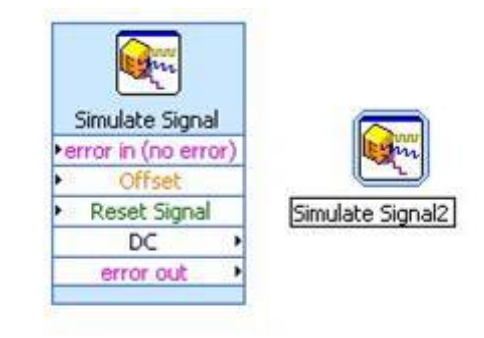
Esta función de tiempo es utilizada para llevar un contador de tiempo, puede ser configurado para un tiempo determinado de funcionamiento.



Esta función es un bloque de fórmula en este es posible programar funciones matemáticas de manera similar que en lenguaje C.



Este operador maneja datos de entrada tanto Booleanos como numéricos (0,1), si cualquiera de las entradas es verdadera la salida será verdadera, de otra manera la salida será falsa.



Esta función simula un generador de funciones, con doble clic es posible entrar a la configuración, las formas de onda opcionales son: senoidal, triangular, diente de sierra, cuadrada y DC como la de la imagen también es posible añadir ruido a la señal.



While Loop

Esta función repite las funciones que se encuentren dentro de este, hasta que una condición lo decida. Esta condición (circulo rojo) es de tipo Booleana, es decir mientras la condición no sea verdadera continuara repitiendo la rutina, de otra manera no se detendrá. La iteración (i), es el contador de ciclos [10].

A.3 Programas

Control proporcional integral

El control PI ya ha sido calculado con anterioridad de esta manera solo tenemos que realizar el programa en LabVIEW. A continuación se muestra el diagrama de flujo (Figura A.6) y el diagrama de bloques (Figura A.7).

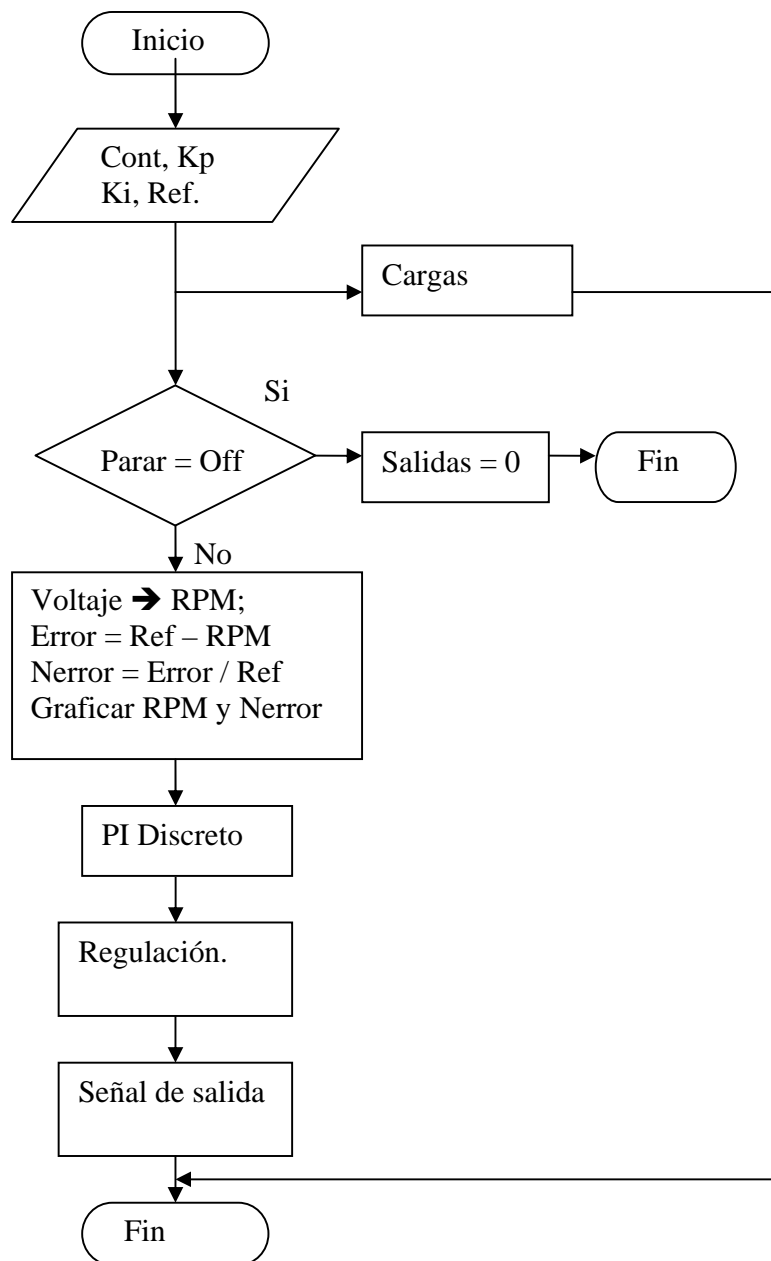


Figura A.6 diagrama de flujo para el programa de control proporcional e integral del sistema.

El programa terminado se muestra en la Figura A.7, en esta figura es posible observar que algunas de las funciones del programa han sido agrupadas en SubVI's o

subprogramas, estos contienen a su vez un programa para la una función en especial y se muestran como iconos con el nombre de la función que desarrollan.

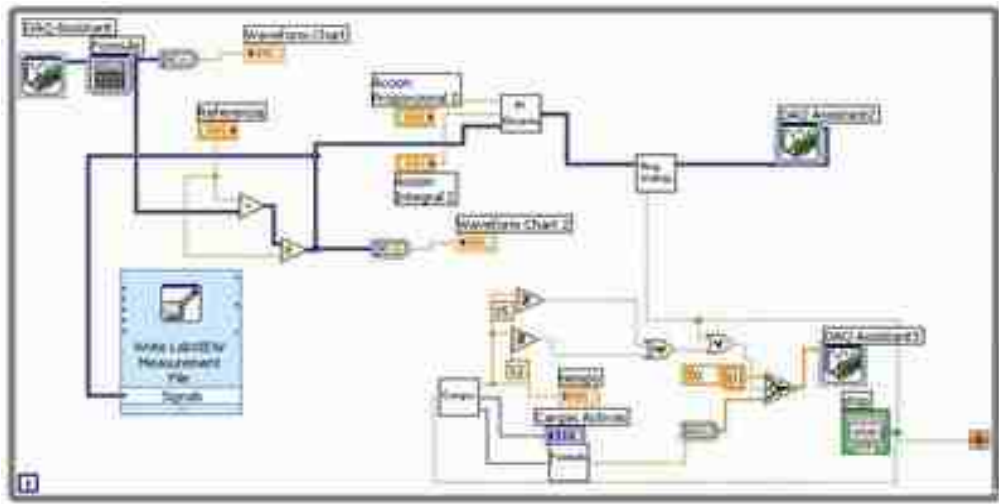


Figura A.7 Programa del control de lazo cerrado con un controlador PI y un sistema de cargas.

La señal es extraída del sistema físico por medio de la tarjeta de adquisición de datos modelo PCI-6024E de National Instruments, y el proceso de la señal se explica a continuación:

1. La señal es obtenida por medio de un DAQ Assistant configurado para recibir una señal analógica de entre ± 5 Volts con un periodo de muestreo 1/60 segundos.
2. La señal se hace pasar por una fórmula, la cual por medio de una relación convierte el voltaje de entrada en una señal de revoluciones por minuto posteriormente se grafica.
3. A la señal de referencia le es restada la señal de entrada el resultado de esta señal es el error que es dividido entre la referencia para obtener un valor normalizado de ± 1 y se grafica la respuesta
4. La señal obtenida se hace pasar por el bloque del controlador proporcional e integral
5. La señal de salida del controlador es enviada a un bloque de regulación de voltaje y se grafica la respuesta

6. La señal es exportada al sistema por medio de un DAQ Assistant configurado para un rango de salidas de entre 0 y 10 Volts

Las cargas serán activadas por medio del Sub VI “Cargas” en un tiempo determinado. Finalmente la activación física de las cargas se realizara por medio de un DAQ Assistant configurado como salida de puerto digital, y si el botón “Parar” esta activado todas las salidas tanto digitales como análogas serán enviadas a 0.

A continuación se mostrara el contenido de cada uno de los subprogramas o Sub VI's y se dará una breve explicación.

El Sub VI “PI Discrete”.

Este subprograma como se muestra en la siguiente figura contiene el controlador proporcional integral, la señal de entrada es enviada al mismo tiempo a un par de multiplicaciones una por la acción proporcional, y la otra la señal es multiplicada por la acción integral después la señal resultante es procesada en un bloque de fórmula para la ecuación en diferencias, finalmente las dos señales son sumadas y enviadas a una gráfica.

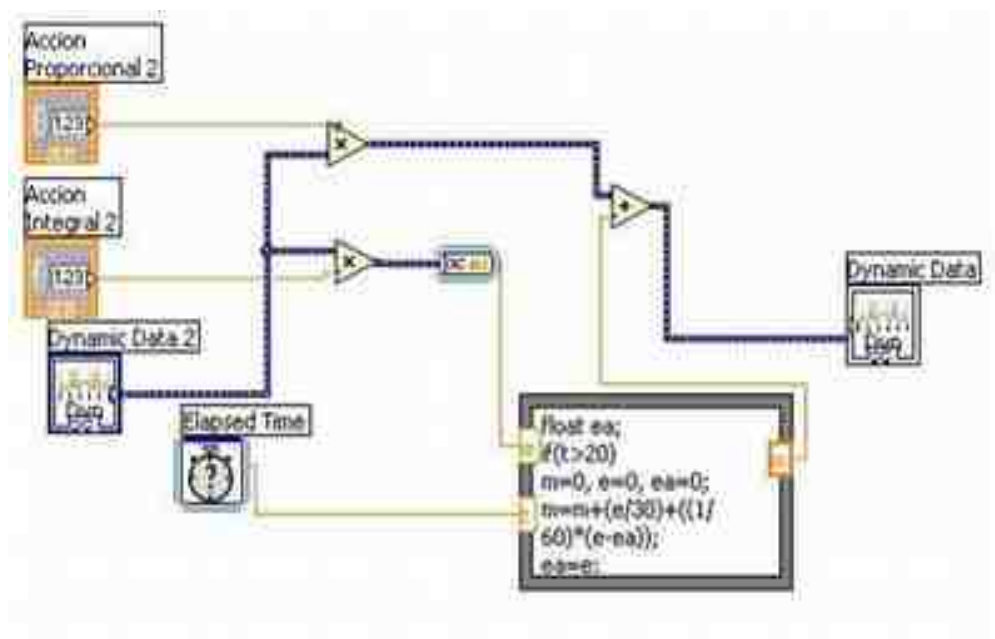


Figura A.8 Sub VI “PI Control”

El Sub VI “Reg. Voltaje”

El diagrama mostrado en la Figura A.9 muestra los elementos del subprograma regulación de voltaje, este toma la señal de salida del Sub VI “PI Control” y la compara primero con una constante elegida de voltaje en este caso es de 9.5 Volts, si la señal es mayor a este voltaje el voltaje de salida será de 9.8 Volts (este voltaje es entregado por la función Simulate señal que funciona como un generador funciones y en este caso un generador de CD), si no lo es no se hace ninguna operación sobre la señal y pasa como entra, la señal de salida es comparada con otra constante, ahora de 0.2 Volts, si la señal es mayor no se hace ninguna operación sobre la señal, pero si es menor la señal de salida será un voltaje de CD con una amplitud de 0.5 Volts, después de esto se toma otra decisión, si el botón “Parar” esta inactivo la salida será la salida de voltaje será la de las señal regulada, si no es así el voltaje de salida será de 0 Volts

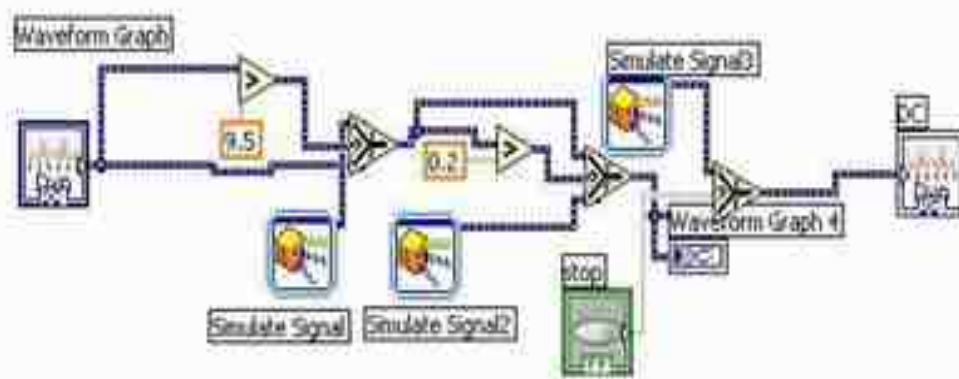


Figura: A.9 Sub VI “Reg.

El Sub VI “Cargas”

Como se puede observar este no depende de señales externas, solo de un swich, en este caso es el de Reset del reloj y esta conectado a el botón “Parar”, como se observa la señal de tiempo es comparada con constantes, estas constantes significan el tiempo en el que las cargas entraran en acción, como se puede observar, los tiempos de activación son de 3, 5, 7 y 9 segundos, como la salida de una comparación es un dato Booleano, es necesario la conversión a datos numéricos (en este caso de verdadero = 1 y Falso = 0) para poder sumarlos. Después de los 10 segundos la suma total del proceso será de 4, siendo esta la salida del bloque de cargas el subprograma se muestra en la figura A.10.

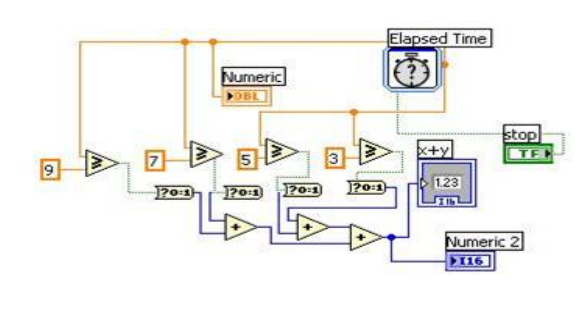


Figura A.10 Sub VI Cargas

El Sub VI Fórmula

Como ya se mostró con anterioridad la activación de las cargas se hará con un puerto digital por esto es necesario una fórmula que conforme a los datos de entrada active las cargas una a una de la siguiente manera:

En $T = 3$ seg., activación de la primera carga;

Salida en el puerto = $00000001_2 = 1_d$

En $T = 5$ seg., activación de la segunda carga;

Salida en el puerto = $00000011_2 = 3_d$

En $T = 7$ seg., activación de la tercera carga;

Salida en el puerto = $00000111_2 = 7_d$

En $T = 9$ seg., activación de la cuarta carga;

Salida en el puerto = $00001111_2 = 15_d$

La serie obtenida es 1, 3, 7 y 15 por lo cual fue necesario hallar una función que a partir de la serie que entrega el subprograma de cargas (1, 2, 3 y 4) entregará la que se necesitaba. La función que satisface la condición es la siguiente:

$$D = 2^n - 1$$

Donde D es el dato de salida y n es el número de cargas.

Comprobación:

$$n = 0; D = 0;$$

$$n = 1; D = 1;$$

$$n = 2; D = 3;$$

$$n = 3; D = 7;$$

$$n = 4; D = 15.$$

Esta función como lo muestra la Figura A.11, esta programada en el bloque fórmula después para la conversión de los datos a binario se colocó un convertidor de datos dinámicos de esta manera se envían a un bloque de decisión que como ya se mencionó, si el botón “Parar” esta habilitado las salidas digitales serán 0.

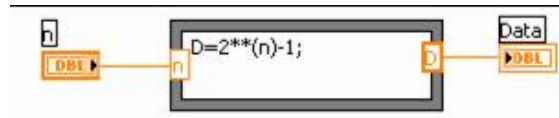


Figura A.11 Sub VI Fórmula

Por último se implementaron un par de funciones para retirar las cargas en su totalidad en un momento dado (en $t = 12$) y después aplicarlas en un solo instante de tiempo ($t = 15$).

Finalmente en la Figura A.12 se muestra el panel frontal y las graficas obtenidas:

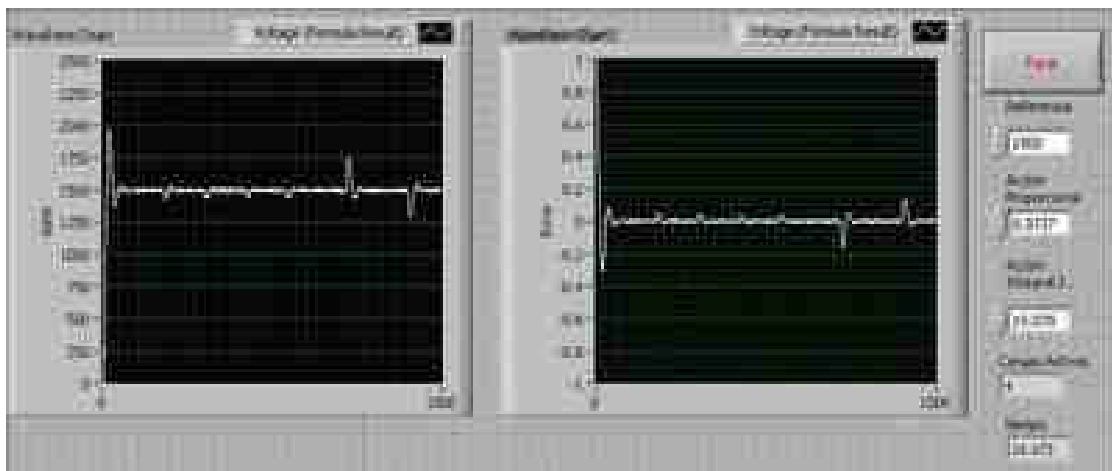


Figura A.12 Panel frontal del programa para el controlador convencional PI.

En el graficador de la izquierda se tiene la respuesta transitoria del motor, en el del lado derecho la respuesta transitoria del error, el botón de parar, la referencia en este caso de 1500 RPM, la constante de acción proporcional y la integral finalmente los indicadores de tiempo y el tiempo transcurrido.

Controlador difuso

Para la realización de este programa se utilizaron los subprogramas de “Cargas”, Regulación y fórmula. Por esto la estructura del diagrama de flujo cambia solo en un par de cuestiones: El error es derivado por las razones que se mencionan en el capítulo 3 y se crea un subprograma para el controlador difuso.

El diagrama de flujo se muestra en la Figura A.13 nótese la similitud con el diagrama de flujo del controlador PI.

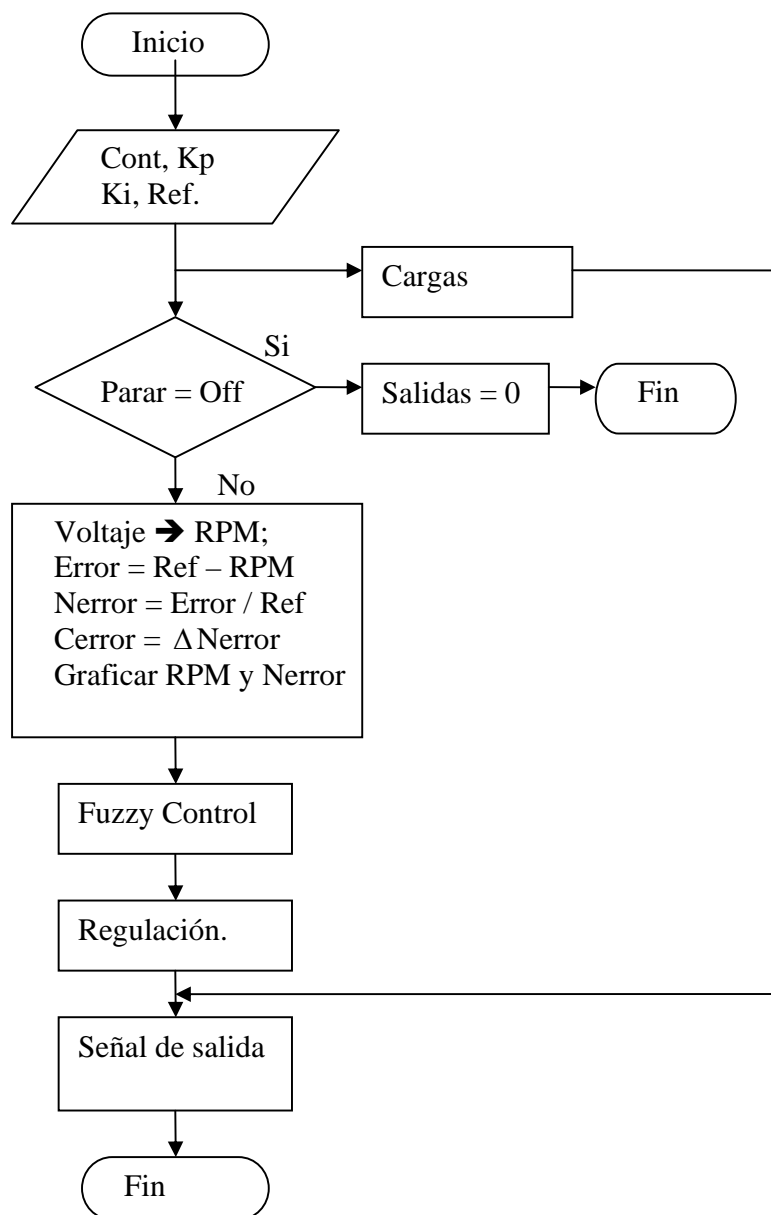


Figura A.13 diagrama de flujo para el programa del controlador difuso.

Para el diseño del controlador difuso fue necesario crear el diagrama de flujo mostrado en la Figura A.14. Esto con fundamento al algoritmo de Mamdani explicado el capítulo 3. como entradas tenemos el error y el cambio del error los cuales son difusificados con funciones las de membresía mostradas en el capítulo 3, los valores de membresía obtenidos se hacen pasar por un subprograma llamado sistema de inferencia que contiene las reglas IF-THEN, por último se implementa un subprograma con las funciones de desfusificación para la obtención de una salida nítida que pueda ser entendida por el actuador.

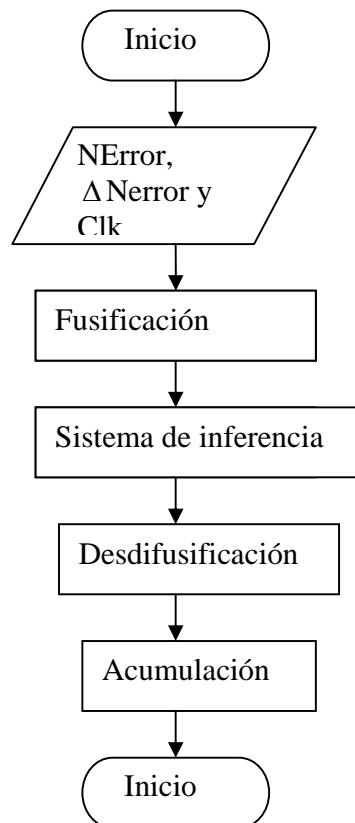


Figura A.14 Diagrama de flujo del subprograma del controlador difuso.

SubVI difusificación

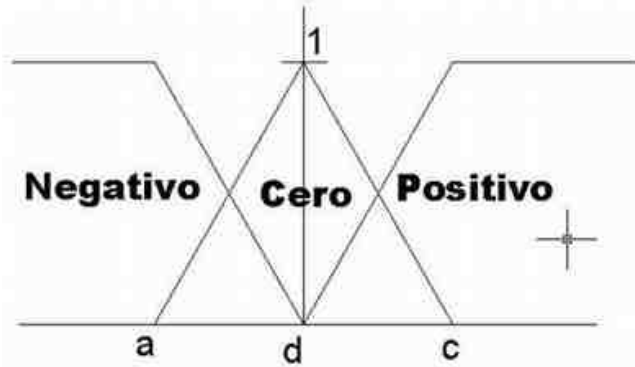


Figura A.15 Funciones para la difusificación del error

Lo primera acción que se tomó es la de difusificar el error, esto mediante su mapeo en funciones triángulo a la cual se le llamó cero y dos funciones Z, una para la función Negativo y otra para la Positivo. Para poder hacer el mapeo fue necesario encontrar las ecuaciones que realizaran el mapeo.

La función cero

Para esta función fue necesario encontrar dos ecuaciones de la recta como se muestra en la Figura A.16.

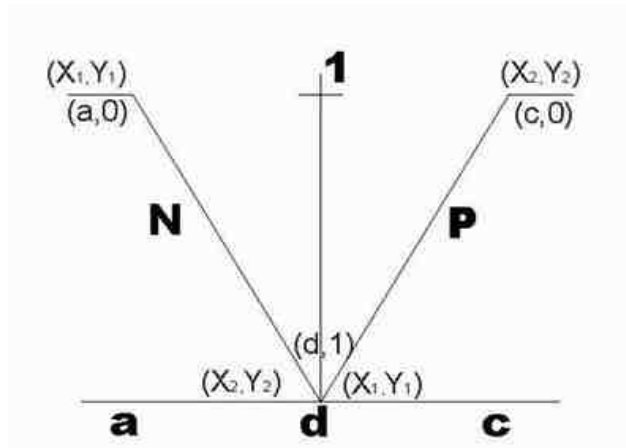


Figura A.16 Función cero

Los cálculos de las ecuaciones se realizaron de la manera siguiente:

$$Y = mX + b; \quad b = Y - mX$$

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$m_A = \frac{1-0}{d-a} = \frac{1}{d-a} \therefore Y_A = \frac{X}{d-a} + b;$$

si : $(X_1, Y_1) = (a, 0)$, Entonces :

$$b = 0 - \frac{a}{d-a} = -\frac{a}{d-a}$$

$$Y_A = \frac{X}{d-a} - \frac{a}{d-a} = \frac{X-a}{d-a}$$

$$m_B = \frac{0-1}{c-d} = \frac{-1}{c-d} \therefore Y_B = \frac{-X}{c-d} + b;$$

si : $(X_2, Y_2) = (c, 0)$; Entonces :

$$b = 0 - \frac{-c}{c-d} = \frac{c}{c-d}$$

$$Y_B = \frac{-X}{c-d} + \frac{c}{c-d} = \frac{-X+c}{c-d}$$

El siguiente paso fue hallar las ecuaciones de la recta para las funciones negativo y positivo, que se realizaron utilizando el mismo proceso utilizado para hallar las de la función cero, en la Figura A.17 se observa por separado las funciones negativo y positivo además de sus coordenadas para el cálculo de sus pendientes.

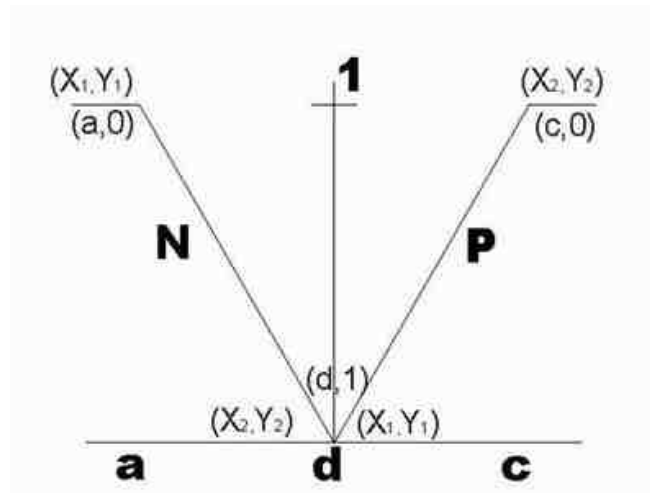


Figura A.17 Las funciones Negativo y Positivo

De manera siguiente se calcularon sus ecuaciones:

$$mN = \frac{0-1}{d-a} = \frac{-1}{d-a} \therefore YN = \frac{-X}{d-a} + b;$$

si : $(X_2, Y_2) = (d, 0)$, Entonces :

$$b = 0 - \frac{d}{c-d} = \frac{-d}{c-d};$$

$$YN = \frac{-X}{d-a} + \frac{d}{d-a} = \frac{-X + d}{d-a}$$

$$mP = \frac{1-0}{c-d} = \frac{1}{c-d}; YP = \frac{X}{c-d} + b$$

si : $(X_1, Y_1) = (d, 0)$, Entonces :

$$b = 0 - \frac{d}{c-d} = \frac{-d}{c-d}$$

$$YB = \frac{X}{c-d} + \frac{-d}{c-d} = \frac{X-d}{c-d}$$

Una vez terminadas las ecuaciones se realizo el subprograma en LabVIEW, comenzando como se muestra a continuación:

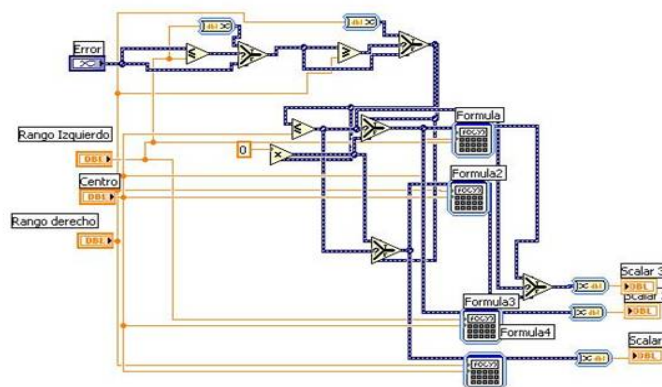


Figura A.18 SubVI Fuzzy

Sub VI Sistema de inferencia

Este subprograma tiene la función de determinar la acción de control en forma lingüística mediante la utilización de reglas Condición-Consecuencia (If-Then) para esto primero se analizaron los posibles eventos que se presentaran en el sistema, de esta manera:

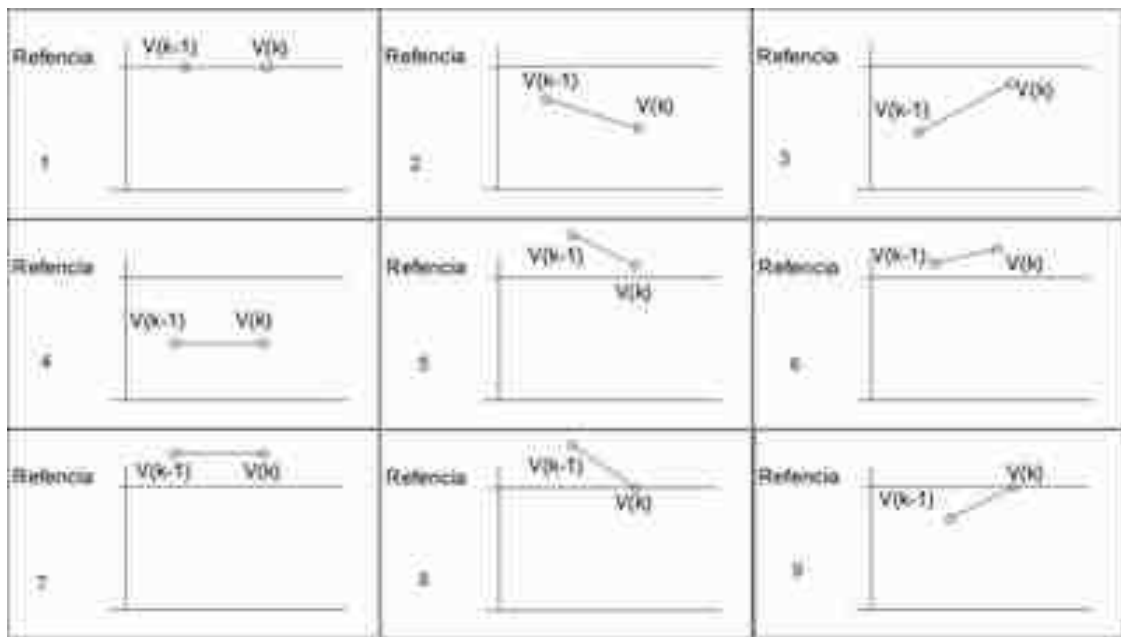


Figura A.19 Eventos que se pueden presentar en el sistema

Para calcular las acciones es necesario conocer el error y su derivada como se muestra a continuación:

$$e(K) = \frac{\text{referencia} - V(K)}{\text{referencia}}$$

$$e(K - 1) = \frac{\text{referencia} - V(K - 1)}{\text{referencia}}$$

$$\frac{d e(K)}{d(K)} = \frac{e(K) - e(K - 1)}{T}$$

De esta manera se analiza uno a uno todos los eventos disponibles, por ejemplo para el evento 1 tomamos una referencia de 1200 RPM, $V(k) = 1200 \text{ RPM}$ y $V(k-1) = 1200$, así:

$$e(K) = \frac{1200 \text{ RPM} - 1200 \text{ RPM}}{1200 \text{ RPM}} = 0$$

$$e(k - 1) = \frac{1200 \text{ RPM} - 1200 \text{ RPM}}{1200 \text{ RPM}} = 0$$

$$\frac{d e(K)}{d(K)} = 0$$

En este caso la el error es cero, que quiere decir que el sistema se encuentra en la referencia y no se toma ninguna acción de control, ahora analizaremos el evento número 2 con la misma referencia pero en este caso $V(k) = 800 \text{ RPM}$ y $V(k-1) = 1000 \text{ RPM}$, como se muestra a continuación:

$$e(K) = \frac{1200 \text{ RPM} - 800 \text{ RPM}}{1200 \text{ RPM}} = 0.3333$$

$$e(K - 1) = \frac{1200 \text{ RPM} - 1000 \text{ RPM}}{1200 \text{ RPM}} = 0.1667$$

$$\frac{d e(K)}{d(K)} = 0.3333 - 0.1667 = 0.1667$$

Acción a tomar : Aumentar

Y así con cada de los eventos los resultados se muestran en la siguiente tabla (los valores fueron elegidos arbitrariamente conforme a los eventos con una referencia de 1200 RPM)

N° Evento	V(k) RPM	V(k- 1) RPM	e(k)	e(k-1)	$\frac{de(k)}{d(k)}$ /T	Acción a tomar
1	1200	1200	0	0	0	Nada
2	800	1000	0.3333	0.1667	0.1667	Aumentar
3	1000	800	0.1667	0.3333	- 0.1667	Nada
4	800	800	0.3333	0.3333	0	Aumentar
5	1300	1500	- 0.0833	-0.25	- 0.1667	Nada
6	1500	1300	-0.25	- 0.0833	- 0.1667	Disminuir
7	1500	1500	-0.25	-0.25	0	Disminuir
8	1200	1500	0	-0.25	0.25	Aumentar
9	1500	1200	-0.25	0	-0.25	Disminuir

Tabla A.1 Análisis de cada uno de los eventos y la acción de control.

De esta manera se obtuvieron las reglas para la acción de control de manera lingüística, las cuales se muestran a continuación

- If (NA & NB) Then Disminuir;
- If (NA & CB) Then Disminuir;
- If (NA & PB) Then Nada;
- If (CA & NB) Then Disminuir;
- If (CA & CB) Then Nada;
- If (CA & PB) Then Aumentar;
- If (PA & PB) Then Nada;
- If (PA & CB) Then Aumentar;

```

float a, b, c, d;
#(NA<=PB) a=NA; else a=PB;
#(CA<=CB) b=CA; else b=CB;
#(PA<=NB) c=PA; else c=NB;
if(a>=b) d=a; else d=b;
if(c>=d) d=c; Maxnada=d;

#(NA<=NB) a=NA; else a=NB;
#(CA<=NB) b=CA; else b=NB;
#(NA<=CB) c=NA; else c=CB;
if(a>=b) d=a; else d=b;
if(c>=d) d=c; Maxdisminuir=d;

#(CA<=PB) a=CA; else a=PB;
#(PA<=CB) b=PA; else b=CB;
#(PA<=PB) c=PA; else c=PB;
if(a>=b) d=a; else d=b;
if(c>=d) d=c; Maxaumentar=d;
    
```

Figura A.20 Sub VI Inferencia

En la Figura A.20 se muestra el subprograma terminado mediante el uso de una estructura llamada fórmula la cual permite la introducción de fórmulas de manera igual que el lenguaje de programación C, como se puede observar en este se programaron las funciones de inferencia para encontrar primero los mínimos y después los máximos de los anteriores.

Las funciones obtenidas son las funciones “singleton” y se muestran en la siguiente figura, debido a que estas funciones no las reconoce el amplificador fue necesario hacer otro proceso para la transformación de los resultados

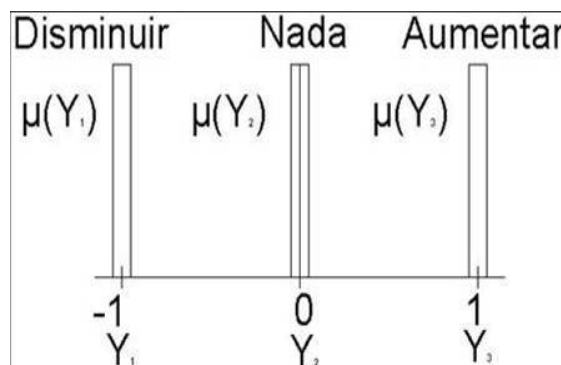


Figura A.21 Funciones “Singleton”

Sub VI desfusificación

Este subprograma tiene la función de convertir las variables lingüísticas en valores nítidos(analógicos), que puedan ser entendidos por el amplificador. Lo que se tuvo que hacer fue encontrar el centroide, la fórmula para este es la siguiente:

$$Y = \frac{\sum_{j=1}^n Y_j \mu_j(Y)}{\sum_j^m \mu_j(Y)}$$

y si tomamos los valores de la Figura A.21 entonces:

$$Y = \frac{Y_1 \mu(Y_1) + Y_2 \mu(Y_2) + Y_3 \mu(Y_3)}{\mu(Y_1) + \mu(Y_2) + \mu(Y_3)}$$

Si :

Nada = μ_2 ; *Disminuir* = μ_1 y *Aumentar* = μ_3 ;

Rango izquierdo = Y_1 ; *Centro* = Y_2 y *Rango derecho* = Y_3 ;

Entonces :

$$Y = \frac{Y_1 \times \text{Disminuir} + Y_2 \times \text{Nada} + Y_3 \times \text{Aumentar}}{\text{Disminuir} + \text{Aumentar} + \text{Nada}}$$

Obteniéndose un valor analógico. Este subprograma está desarrollado en un bloque de fórmula en el cual, como ya se menciono, es posible programar fórmulas en lenguaje C tal y como se muestra en la Figura A.22 donde se muestra el subprograma terminado

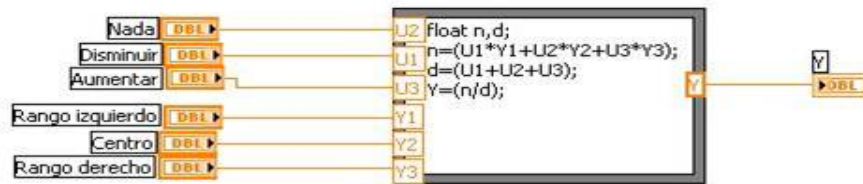


Figura A.22 Sub VI Dedifusificación

Por último se colocó un acumulador a la salida, este tendrá la función de un integrador ya que realizara la suma de un valor anterior con un presente de la salida del sistema de desfusificación, este se encuentra en un bloque de fórmula como se muestra en la Figura A.23

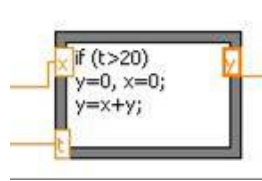


Figura A.23 Acumulador

Como se puede observar en la Figura A.23 se tienen 2 entradas, una es la de la señal desdifusificada y la otra es un reloj por medio de este se limpian las variables cuando el tiempo rebasa los 20 segundos, esto para no tener valores acumulados dentro del sistema que causen fallas en el sistema.

El subprograma del controlador terminado se muestra en la Figura A.24, el programa terminado se muestra en la Figura A.25 y panel frontal del programa se muestra en la Figura A.26.

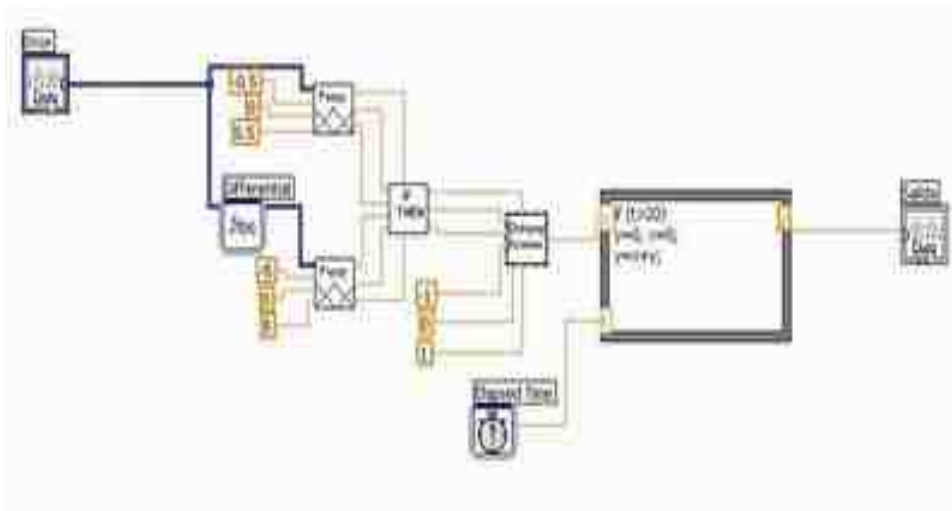


Figura A.24 Subprograma para el controlador difuso.

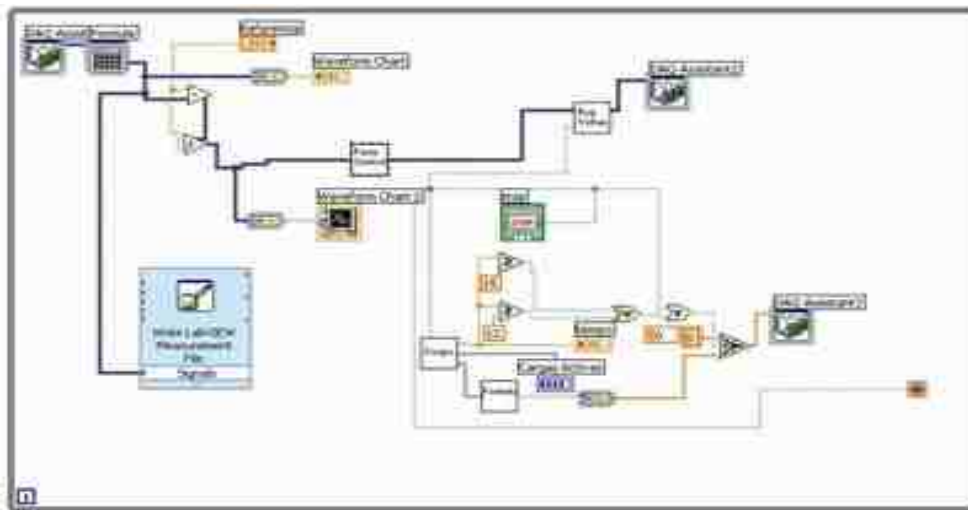


Figura A.25 Controlador difuso terminado

Como se observa se utilizan los subprogramas que de igual manera se utilizan en el controlador digital PI por esto no se dará la explicación de estos ya que están explicados con anterioridad.

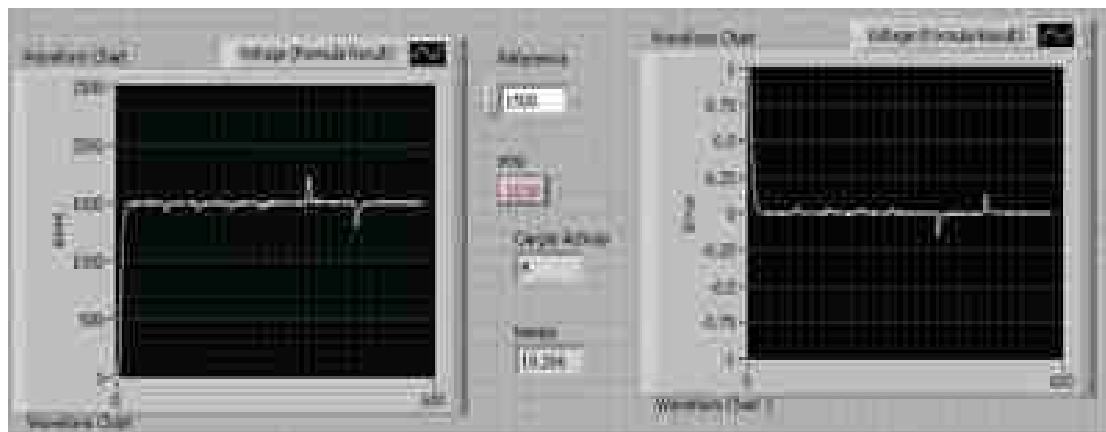


Figura A.26 Panel frontal del programa del controlador difuso

En la figura anterior se muestra el panel frontal del programa para el control difuso del motor, del lado izquierdo se muestra la respuesta del motor, del lado derecho la respuesta transitoria del error, en medio de estas gráficas se cuenta con el control de referencia, el botón de apagado y los indicadores de las cargas activas y el tiempo.

Para obtener la respuesta a cambios de referencia fue necesaria la modificación de los dos programas. En los dos casos el subVI de “cargas” es eliminado y se colocó una función con un reloj aparte para hacer los cambios programados en un tiempo igual para ambos controladores.

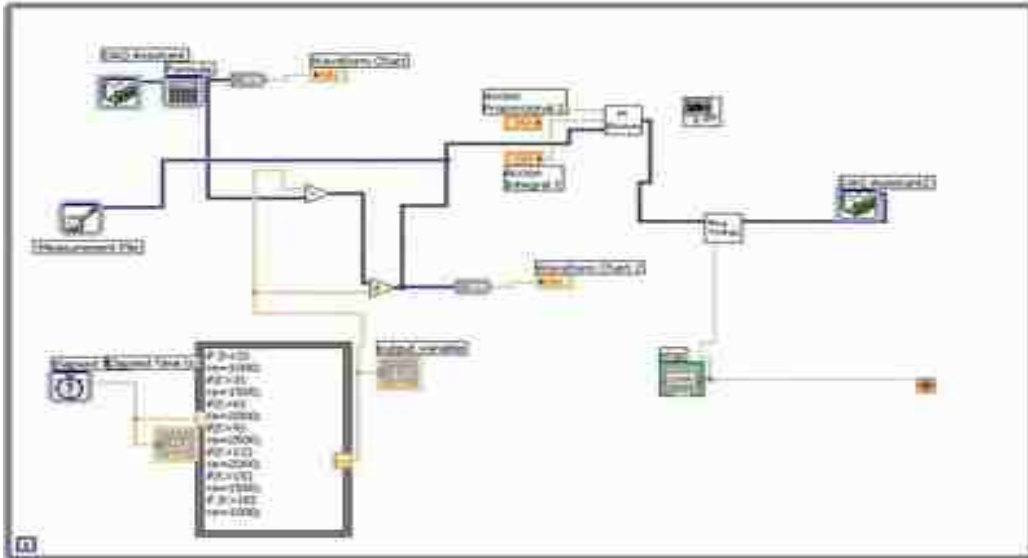


Figura A.27 Programa para obtener la respuesta de cambio de referencia en este caso para el controlador PI discreto.

Esta función se realizó por medio de un bloque de fórmula tiene una entrada que es la base de tiempo y una salida que son los cambios en la referencia.

Para obtener la respuesta transitoria con una entrada y sin perturbaciones se reemplazó el bloque anterior con una simple constante.

Apéndice B

Descripción del prototipo

B.1 Introducción

En este apéndice se muestra la instrumentación diseñada, el montaje físico de las partes del prototipo, así como la estación de trabajo.

La instrumentación consta de las siguientes partes:

- Convertidor de frecuencia a voltaje (sensor)
- Amplificación o acoplamiento de la señal
- El circuito de regulación
- Circuito de cargas

El montaje físico corresponde el montaje de los motores y la instrumentación sobre una base y por último la descripción de la estación de trabajo.

B.2 Instrumentación

El circuito del convertidor de frecuencia a voltaje.

Este circuito tiene la función de convertir la frecuencia del codificador en un voltaje proporcional a la frecuencia, el circuito fue tomado de la Hoja de datos del fabricante con algunas modificaciones [12].

El circuito tiene las siguientes características:

- Voltaje de alimentación de ± 15 V de CD.
- Rango de frecuencia de entrada de 0 a 40 Khz. aproximadamente.
- Rango de voltaje de salida del convertidor (escala máxima) de 0 a 10 V.

Linealidad de $\pm 0.05\%$.

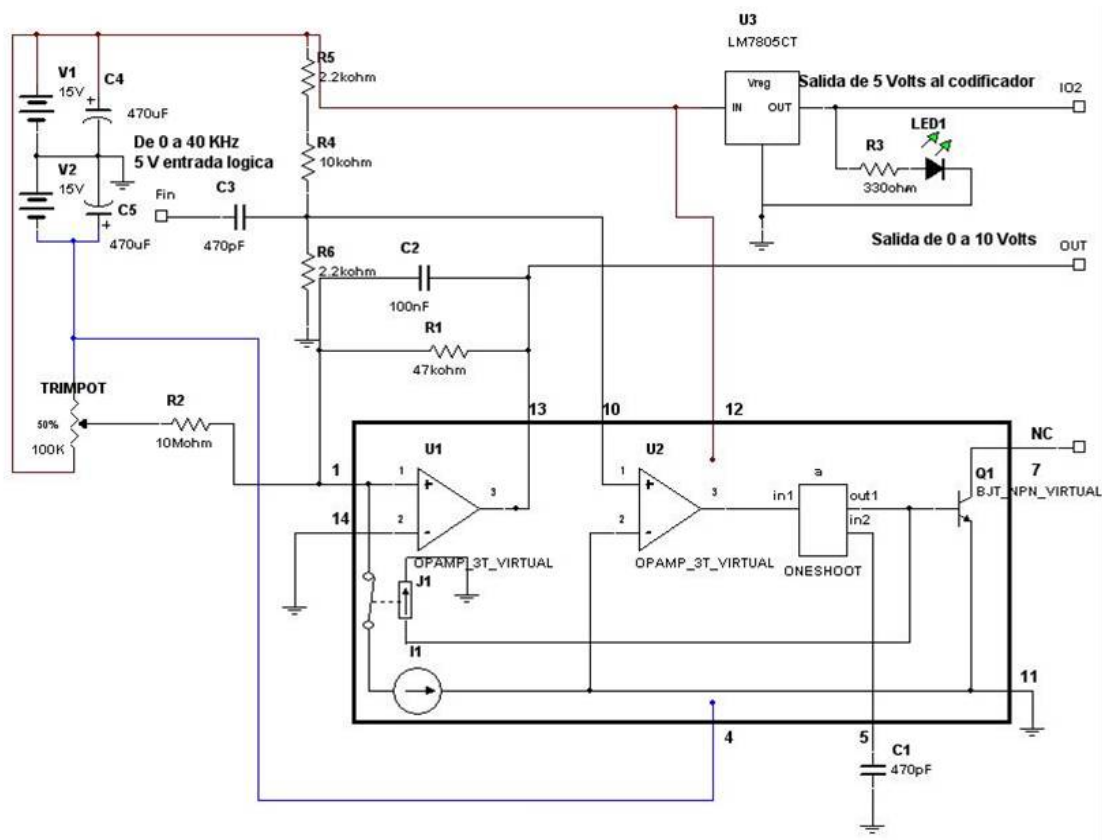


Figura B.1 diagrama electrónico del circuito del convertidor de frecuencia a voltaje

El diseño del circuito impreso se muestra en la figura B.2 y el circuito terminado se muestra en la figura B.3.

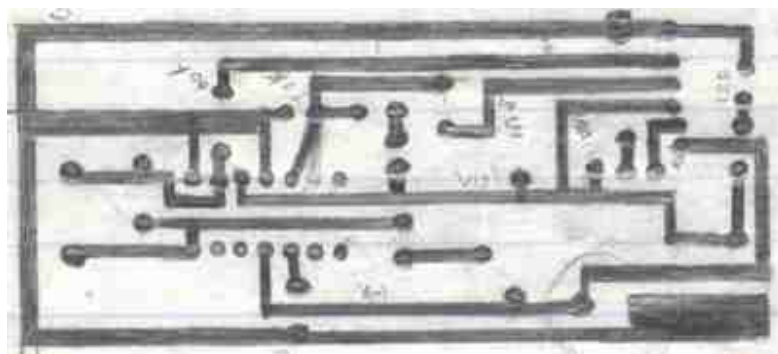


Figura B.2 diseño del circuito impreso en papel del convertidor de frecuencia a voltaje.



Figura B.3 Fotografía aérea del circuito de conversión de frecuencia a voltaje

El circuito de amplificación.

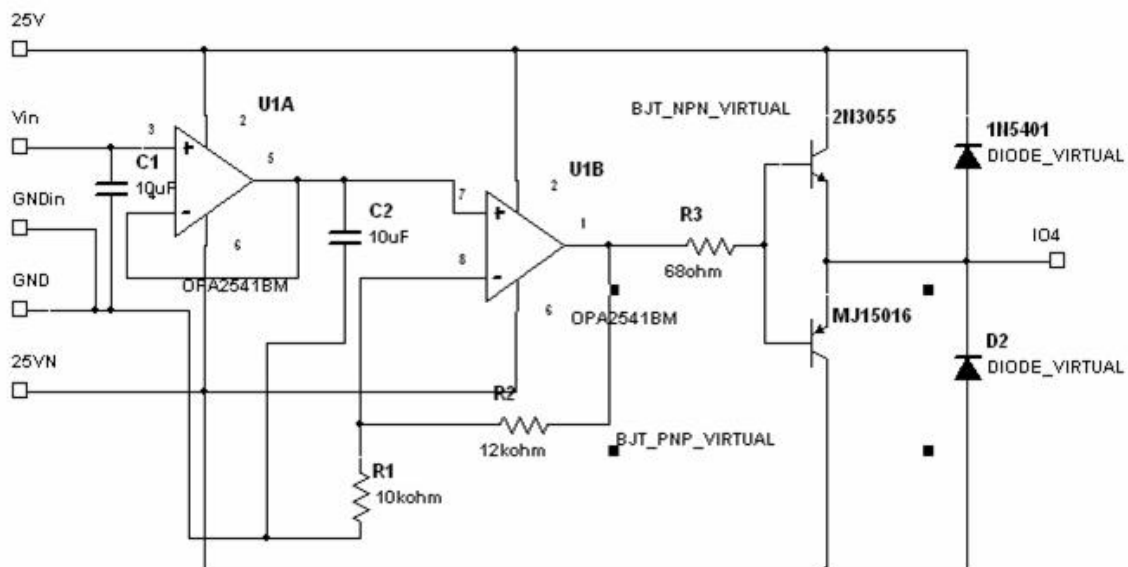


Figura B.4 diagrama electrónico del amplificador

Este circuito tiene la función de amplificar las acciones de control sobre la planta en este caso el conjunto motor-generador, y tiene las siguientes características:

- Alta impedancia de entrada, ($M\Omega$)
- La alimentación del circuito es de ± 25 Volts
- Entrada FET $I_B = 50 \mu A$ Máximo
- Salida a colector abierto
- Baja impedancia de salida.
- Ganancia de 1.95

El diseño del circuito impreso en papel se muestra en la figura B.5 y el circuito terminado en la figura B.6.

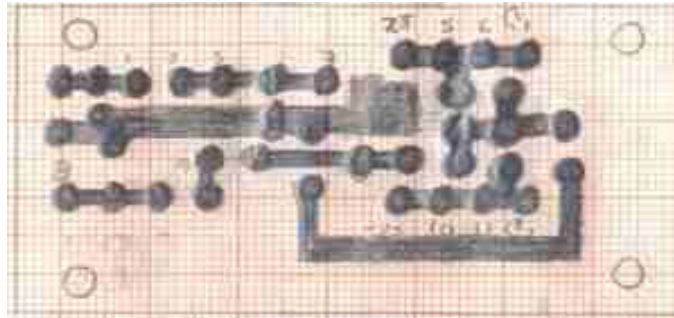


Figura B.5 diagrama del circuito impreso para el bloque de amplificación.

Los transistores utilizados son montados sobre un disipador de aluminio ya que producen grandes cantidades de calor, también se debe de tomar en cuenta que el encapsulado de estos transistores están conectados al colector del mismo además de que el TAB del amplificador operacional esta conectado internamente al voltaje negativo, tomando en cuenta estas consideraciones cada uno debe contar con su disipador aislado, por esto y como se muestra en la figura B.6, la placa solo nos servirá para hacer conexiones con los elementos pasivos (Resistencias y capacitores) y los diodos de protección. Los transistores y el amplificador operacional fueron cableados hasta la placa.



Figura B.6 fotografía del Montaje de los transistores y el amplificador operacional.

Los disipadores de calor están aislados unos de otros para evitar cortos y las conexiones como ya se mencionó se llevaron a cabo en la placa como se muestra en la figura B.7. Las características del amplificador operacional son tomadas de la hoja de datos del fabricante [11], así como también las de los transistores [12] y [13].



Figura B.7 Fotografía del circuito de amplificación.

El circuito de regulación

El circuito de regulación se muestra en la figura B.8 y tiene las características siguientes:

- Voltaje de entrada de ± 25 V
- Voltaje de salida de ± 15 y ± 25 V

Para esto se utilizaron reguladores de la serie 78XX y sus características fueron extraídas de la hoja de datos del fabricante [15], se adiciona una etapa de filtrado por medio de capacitores.

El diseño en circuito impreso se muestra en la figura B.8 y el circuito terminado en la figura B.9.

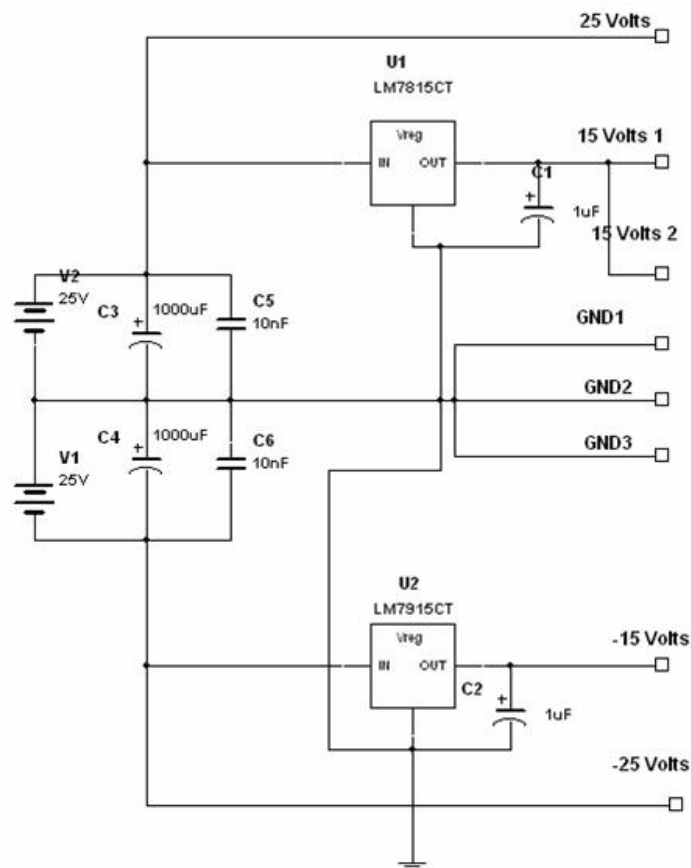


Figura B.8 diagrama del circuito de regulación.

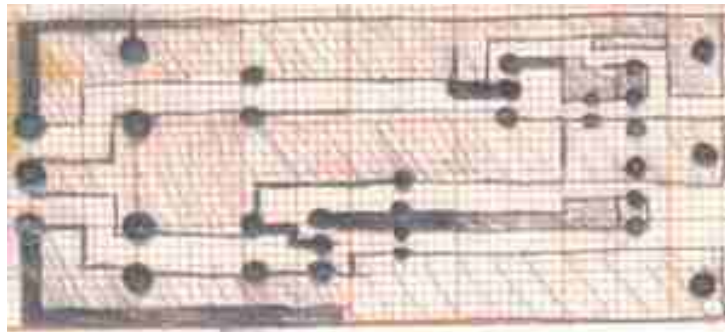


Figura B.8 diseño en papel del circuito del bloque de alimentación



Figura B.9 fotografía del bloque de alimentación terminado.

El circuito de cargas

Para comenzar recordemos que nuestro sistema es un motor generador por lo consiguiente del generador tendremos una salida de voltaje y corriente el cual será conectado a un sistema de cargas este se controlara por la tarjeta de adquisición de datos en salidas digitales.

Las cargas que se conectaran en paralelo al generador son 4 y son puramente resistivas, para esto se diseño el circuito de la figura B.10.

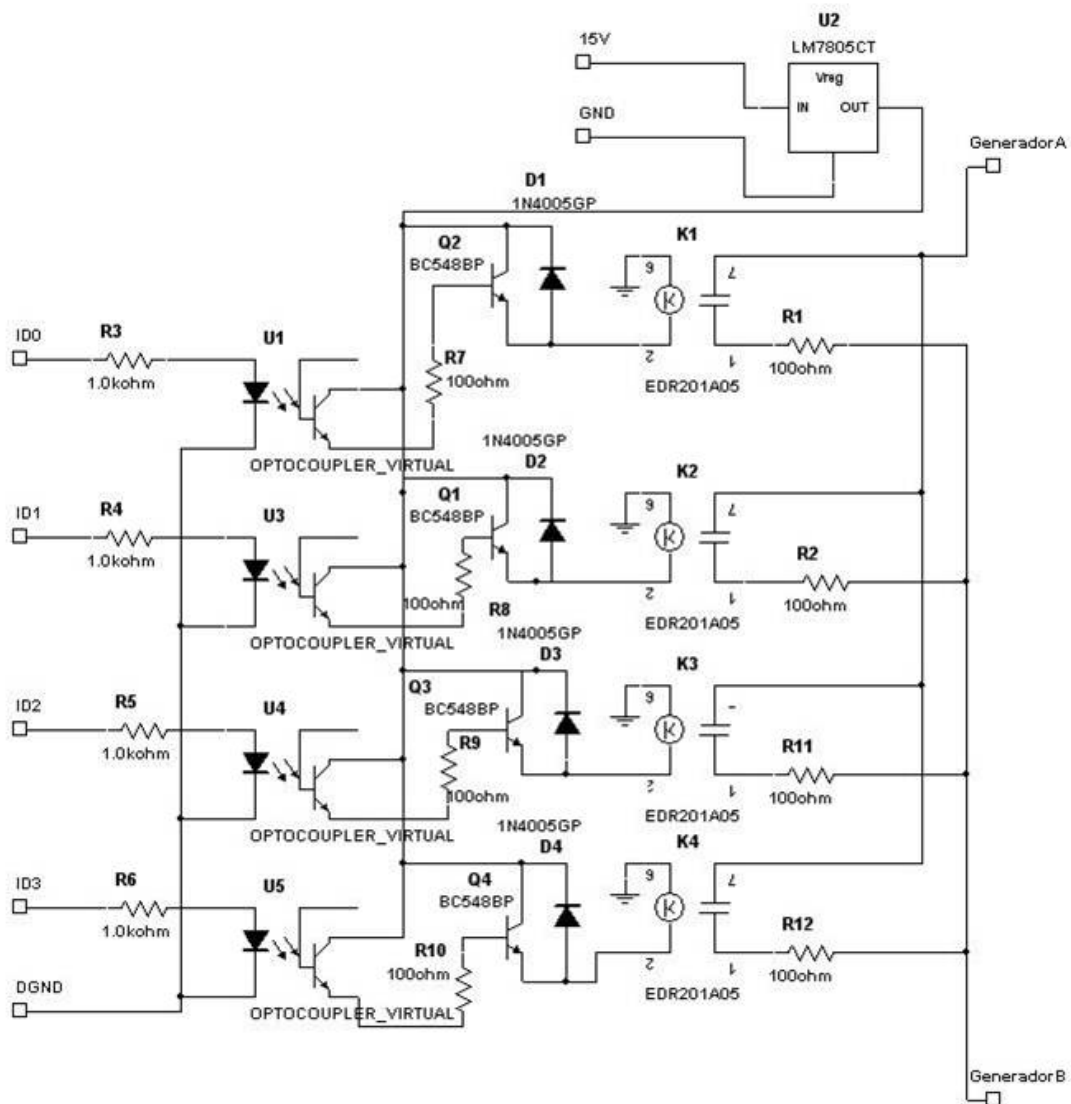


Figura B.10 Diagrama del circuito de cargas.

Para desacoplar las salidas digitales del circuito de cargas se utilizó el CI 4N28 el cual contiene en su interior un LED infrarrojo y un optotransistor NPN como se muestra en la figura B.11.

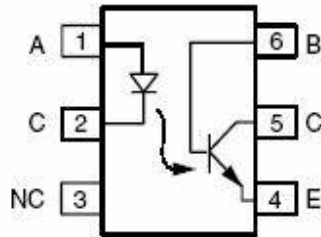


Figura B.11 Diagrama eléctrico del CI 4N28 optoacoplador

Como lo que se va a alimentar a la salida de la tarjeta de adquisición de datos son 5 Volts a 50 mA por puerto (6.25 mA por canal) y el LED consume 1.3 Volts, para asegurar que la tarjeta de adquisición de datos no se sobrecargue, el LED se conectará en serie con una resistencia de 1 K Ω por lo que se tiene:

$$I = \frac{(5 - 1.3) \text{ Volts}}{1 \text{ K}\Omega} = 3.7 \text{ mA}$$

$$(3.7 \text{ mA})(4) = 14.8 \text{ mA}$$

De esta manera la corriente demandada será mucho menor a la del límite de sobrecarga, la corriente es multiplicada por 4 por que es el número de cargas que utilizaremos.

Las cargas serán alimentadas por el generador, por lo cual serán voltajes tanto negativos como positivos por esto es necesario separar las cargas del optoacoplador para solucionar este problema se hizo uso de relevadores los cuales se alimentan en la bobina con 5 Volts de CD. Como ya se mencionó el relevador contiene una inductancia por lo cual para proteger los optoacopladores es necesario utilizar una etapa de amplificación con protección para regresos, esta etapa consistirá en una amplificación de corriente con un transistor de baja señal en este caso uno de uso general es el BC548 con una resistencia de base de 100 Ω y para la protección un diodo de uso general de la serie 1N400X .

Las especificaciones tanto del optoacoplador [17], el transistor BC548 [16] y los diodos 1N400X, fueron extraídas de la hoja de datos del fabricante.

El diagrama del circuito impreso en papel se muestra en la figura B.12 y el circuito terminado en la figura B.13.

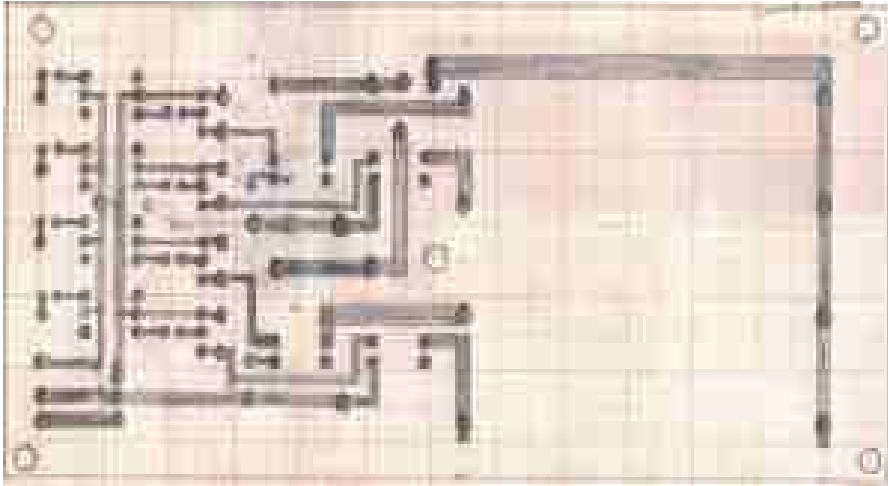


Figura B.12 Diagrama del circuito impreso del bloque de cargas

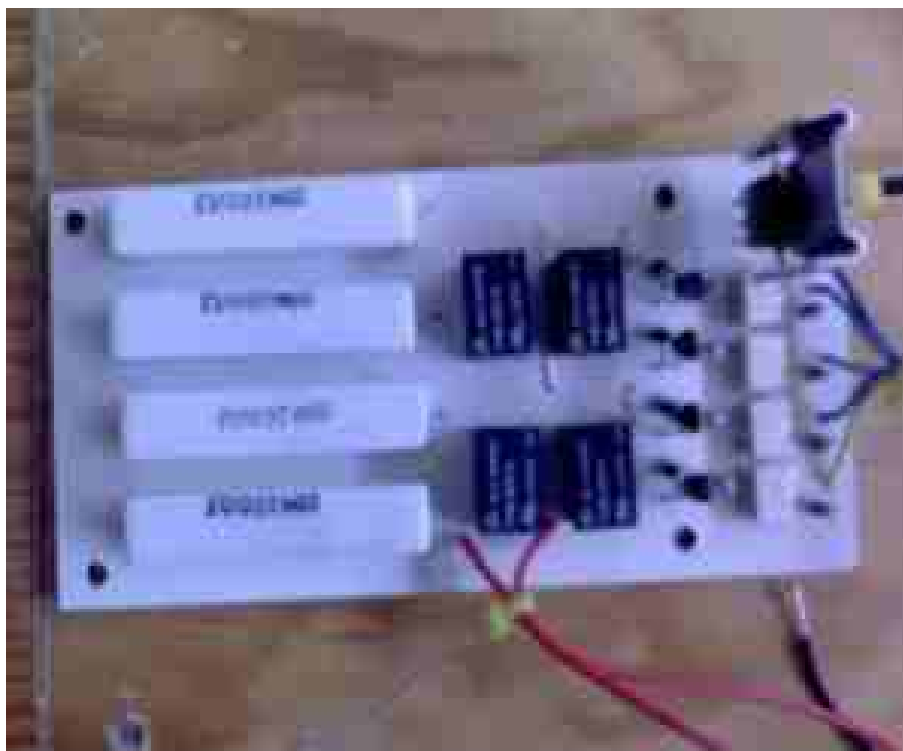


Figura B.13 Vista Superior del bloque de cargas.

B.3 Montaje físico de las partes del prototipo

Acoplamiento del motor y el generador

En este apartado se muestra la forma en la que se acoplaron el motor y el generador, que en este caso son dos motores de CD de iguales características, acoplados flecha a flecha por medio de una banda dentada como se muestra en el esquema de la Figura B.14.

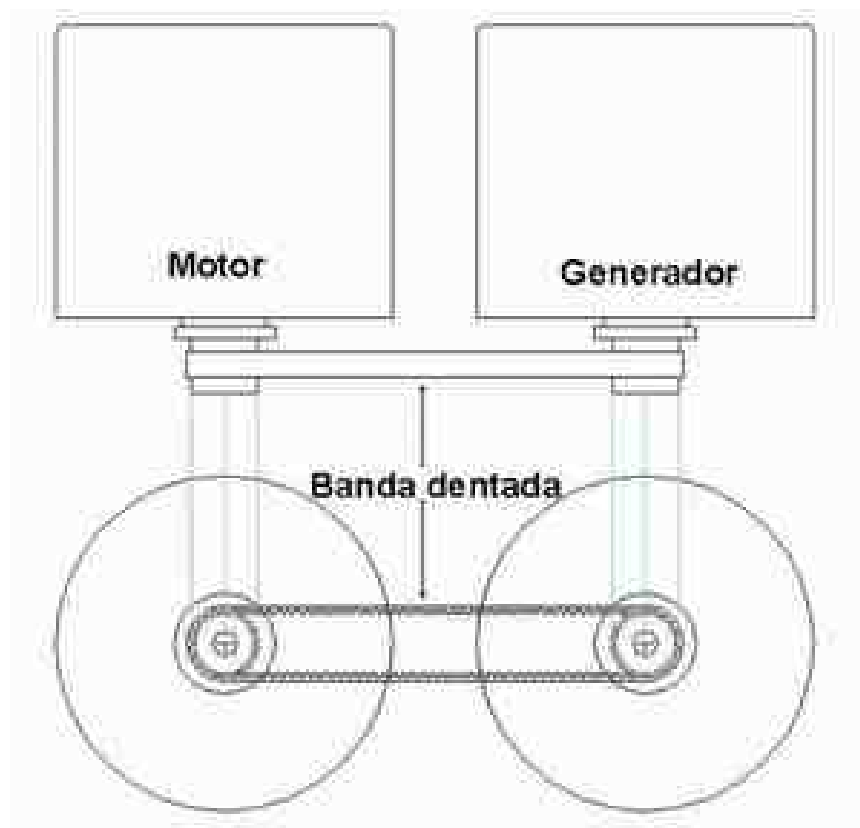


Figura B.14 Esquema del acoplamiento de los motores.

Montaje de la instrumentación y la planta.

Los motores se montaron junto con los circuitos como se muestra en el diagrama bloques de la figura B.15, en la Figura B.16 se muestra el diagrama de conexiones y en la Tabla B.1 la descripción de cada una de las conexiones que se realizaron.

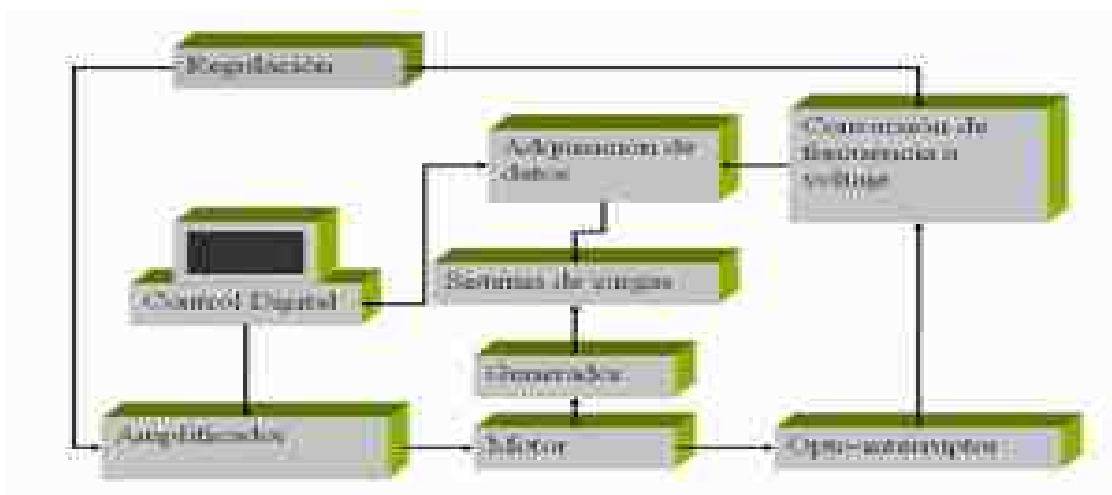


Figura B.15 Diagrama a bloques del prototipo.

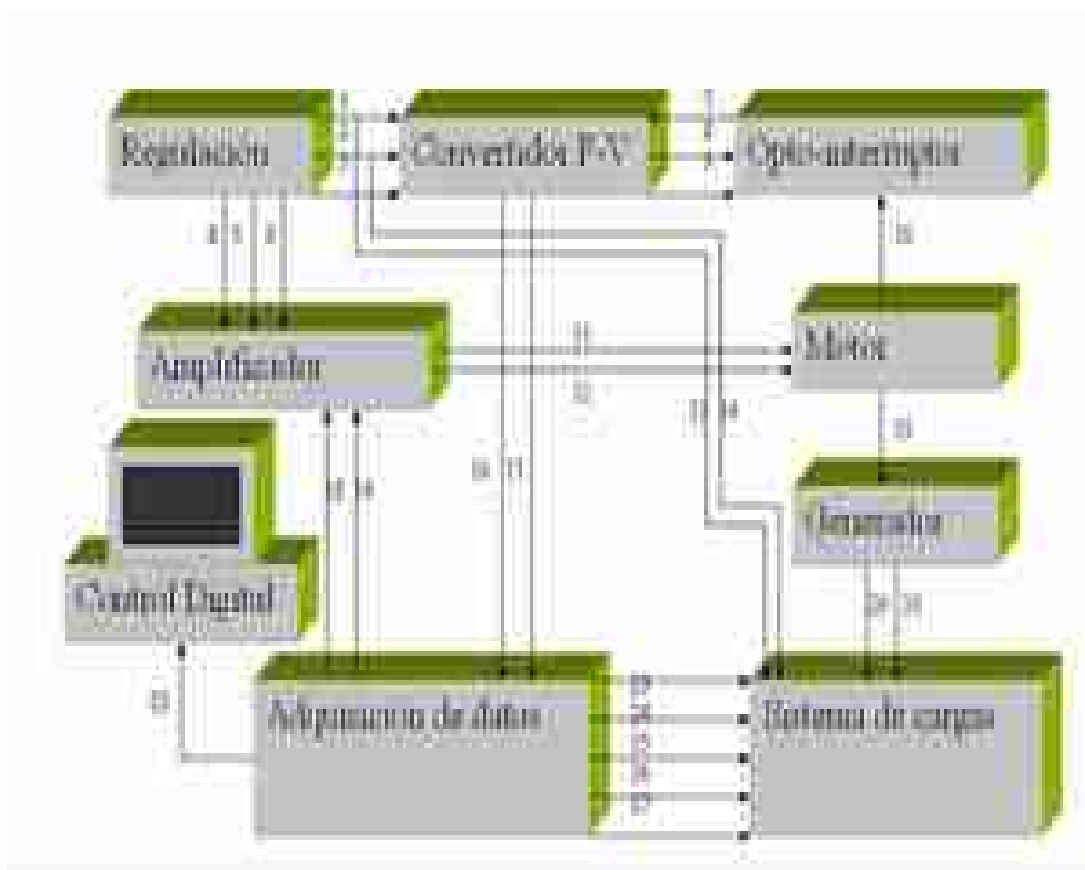


Figura B.16 Diagrama de conexiones del prototipo.

Número	Color	De	A	Conduce
1	Azul	Alimentación	Convertidor de F-V	15 Volts
2	Negro	Alimentación	Convertidor de F-V	GND
3	Azul	Alimentación	Convertidor de F-V	-15 Volts
4	Azul	Alimentación	Amplificador	25 Volts
5	Azul	Alimentación	Amplificador	GND
6	Azul	Alimentación	Amplificador	-25 Volts
7	Amarillo	Optointerruptor	Convertidor de F-V	Frecuencia
8	Azul	Convertidor de F-V	Optointerruptor	5 Volts
9	Negro	Convertidor de F-V	Optointerruptor	GND
10		Flecha de el motor		
11	Azul	Amplificador	Motor	0 a 20
12	Azul	Amplificador	Motor	0 a -20
13	Azul	Alimentación	Sistema de cargas	15 Volts
14	Negro	Alimentación	Sistema de cargas	GND
15		Banda		
16	Rosa	Convertidor de F-V	Adquisición de datos	0 a 4 Volts
17	Rosa	Convertidor de F-V	Adquisición de datos	GND
18	Rojo	Adquisición de datos	Amplificador	0 a 10 Volts
19	Amarillo	Adquisición de datos	Amplificador	GND
20	Rojo	Generador	Sistema de cargas	0 a 20
21	Rojo	Generador	Sistema de cargas	0 a -20
22		Bus de la tarjeta		
23	Amarillo	Adquisición de datos	Sistema de cargas	0 ó 5 Volts
24	Azul	Adquisición de datos	Sistema de cargas	0 ó 5 Volts
25	Azul	Adquisición de datos	Sistema de cargas	0 ó 5 Volts
26	Azul	Adquisición de datos	Sistema de cargas	0 ó 5 Volts
27	Azul	Adquisición de datos	Sistema de cargas	GND

Tabla B.1 Descripción de las conexiones del prototipo.

Finamente en la Figura B.17 se muestra el prototipo terminado montado sobre una base de madera y con un tablero de conexiones que se muestra en la figura B.18.



Figura B.17 Fotografía del prototipo terminado



Figura B.18 tablero de conexiones del prototipo.

B.4 Estación de trabajo

La estación de trabajo consta de los siguientes elementos:

- El prototipo,
- PC LANIX Brain Pentium 4 a 2.2 GHz, 512 MB en RAM, disco duro de 80 GB,
- Tarjeta de adquisición de datos PCI-6024E de National Instruments.
- Dos Fuentes regulables de alimentación MATRIX MPS3005LK-2

La figura B.19 muestra la estación de trabajo con todo el equipo utilizado



Figura B.19 Estación de trabajo.

El prototipo fue construido en la unidad central de laboratorios en el área de manufactura perteneciente a la maestría en manufactura de ingeniería industrial.

Apéndice C

Obtención del modelo matemático

El modelo matemático fue obtenido por medio de la tarjeta de adquisición de datos y el software LabVIEW de Nacional Instrumentes siguiendo el siguiente procedimiento:

1. El motor fue alimentado con una fuente independiente para simular la entrada escalón, y resto del sistema con una fuente bipolar regulable genérica a ± 25 Volts.
2. El canal analógico AI0 fue configurado como entrada y conectado en paralelo con la entrada de voltaje del motor.
3. El canal analógico AI3 Fue configurado como entrada y conectado en paralelo con la salida del convertidor de frecuencia a voltaje.

La señal obtenida se archiva por medio del Software en un archivo de hoja de cálculo para su posterior tratamiento. El programa utilizado se muestra a continuación

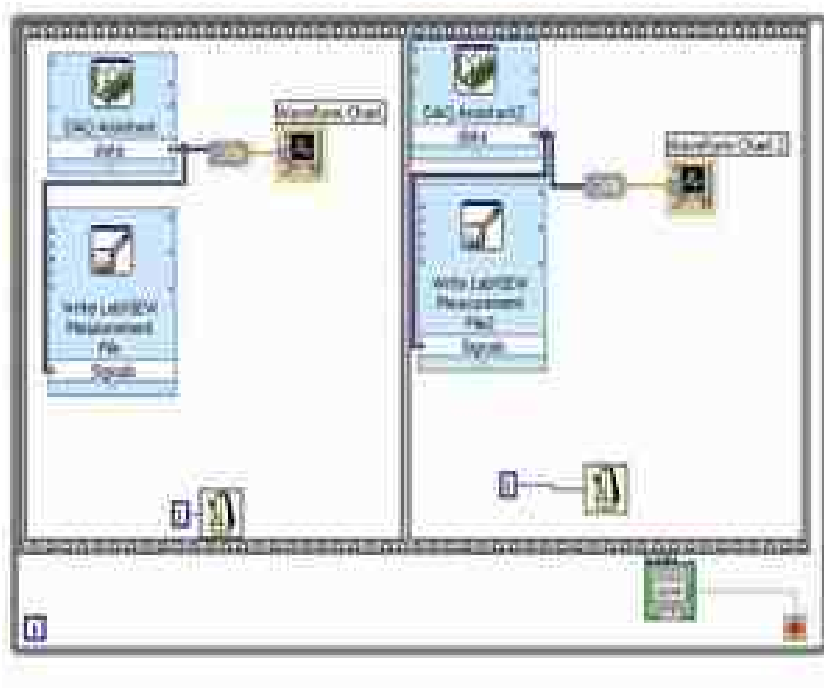


Figura C.1 Programa en el software LabVIEW utilizado para la adquisición de datos

La entrada del motor simulando la función escalón fue de 10 Volts, obteniéndose la siguiente gráfica:

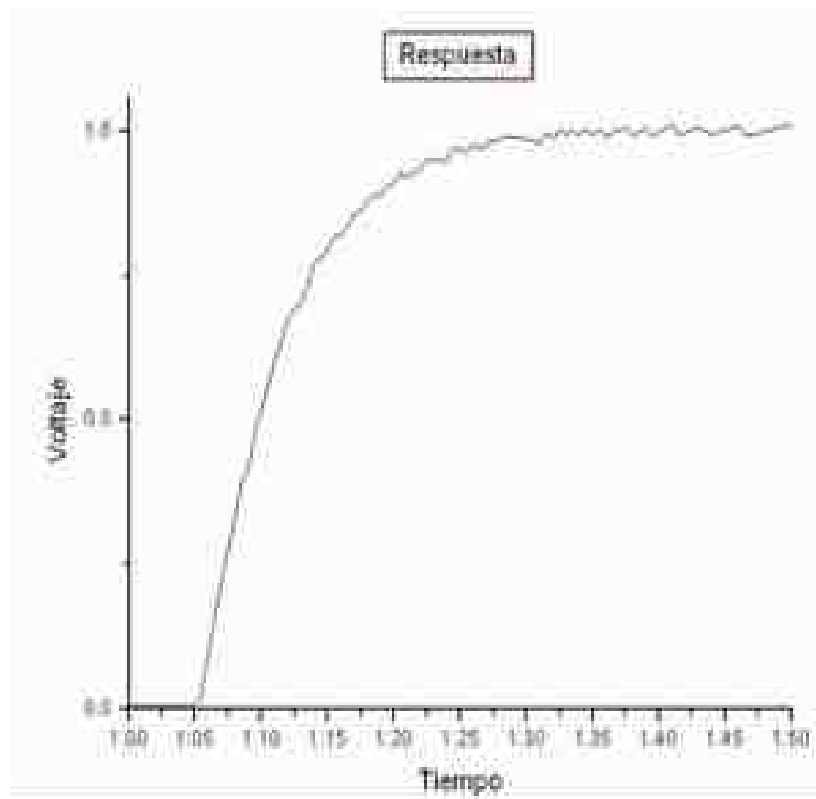


Figura C.2 Respuesta del Motor a una entrada escalón de 10 Volts.

Como se puede observar es una respuesta exponencial, para obtener el modelo matemático fue necesario encontrar T que es una constante de tiempo que es igual al 63.2% de la respuesta en estado estacionario el valor nominal del voltaje es de 1.6 Volts por lo cual:

$$1.6 \text{ Volts} = 100\%$$

$$X \text{ Volts} = 63.2\%$$

$$X = \frac{(1.6 \text{ Volts})(63.2\%)}{100\%} = 1.0112 \text{ Volts}$$

De esta manera y trazando líneas sobre la gráfica obtendremos a T.

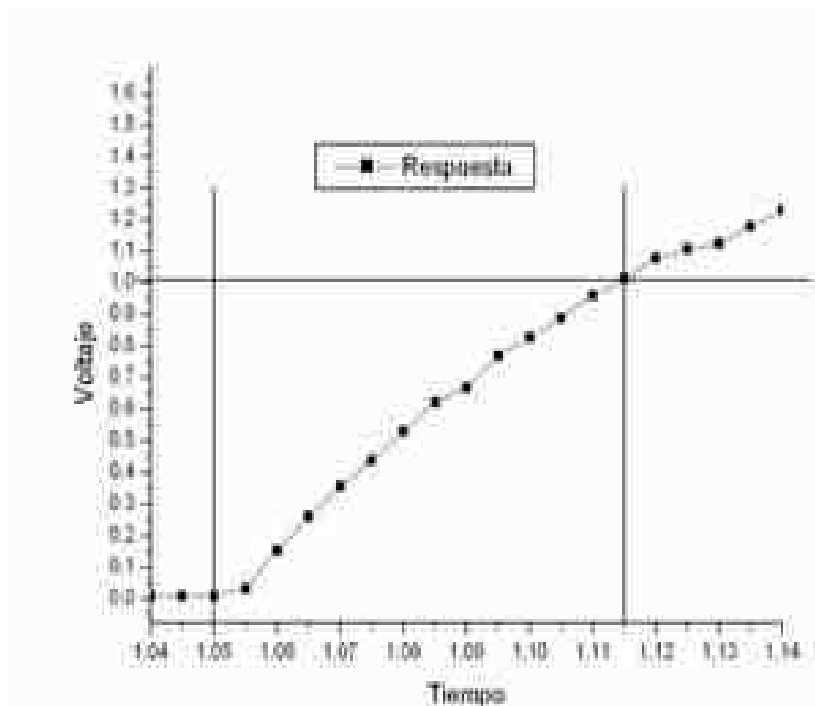


Figura C.3 Gráfica para hallar T

Los puntos marcados son fácilmente observables de esta manera se simplifica la forma para encontrar el periodo T con una simple resta:

$$T = 1.115 \text{ Seg} - 1.05 \text{ Seg} = 0.065 \text{ Seg}$$

Si tomamos en cuenta que el la ecuación de transferencia de un sistema de Primer orden se muestra en la figura C.4, se tienen que encontrar dos constantes, el periodo T en segundos, y la constante K en radianes por segundo debido a esto es necesario encontrar la relación entre el voltaje de salida del convertidor y los radianes por segundo

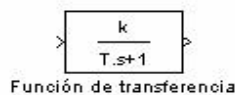


Figura C.4 Función de transferencia de un sistema de primer orden

Para comenzar se encontró la función entre la frecuencia y las revoluciones por segundo tomando en cuenta que el codificador entrega 400 pulsos por segundo (Hertz) para estar seguros de esto se realizó un experimento:

Al generador se le colocó un disco con una sola ranura al 50% aproximadamente así este entregó un pulso por revolución, las medidas de frecuencia fueron realizadas con dos multímetros digitales, para el codificador del generador se utilizó uno de la marca Agilent Modelo 34401^a y para el del generador el MUL-600 de la marca Steren, ambos codificadores fueron alimentados con una fuente de 5 Volts genérica, y el motor con una fuente de la marca MATRIX MPS3005LK-2.

El voltaje a la entrada del motor fue variado entre los 10 y los 20 Volts los resultados obtenidos se muestran en la tabla C.1.

Como se puede observar en la última columna de la derecha todos los resultados son aproximados a 400 con esto se ratifica la información antes obtenida del disco del opto interruptor.

Voltaje	Frecuencia Motor	Frecuencia Generador	$\frac{F. \text{ motor}}{F. \text{ generador}}$
10	9370	23.439	399.76108
11	10390	26.015	399.38497
12	11420	28.561	399.84594
13	12570	31.407	400.22925
14	13600	34.018	399.78835
15	14660	36.678	399.69464
16	15800	39.503	399.96962
17	16920	42.337	399.65042
18	18030	45.119	399.60992
19	19110	47.771	400.03349
20	20240	50.63	399.76299

Tabla C.1 Mediciones obtenidas para hallar la relación entre la frecuencia del codificador y las revoluciones por segundo.

A continuación se realizó un experimento para encontrar la relación entre el voltaje de salida del convertidor de frecuencia a voltaje y la frecuencia de entrada, para esto se tomaron las medidas de frecuencia con un multímetro digital de la marca Steren MUL-600,

y las de voltaje con el Agilent Modelo 34401^a, el motor se alimentó con una fuente de la marca MATRIX MPS3005LK-2 por separado y el resto del sistema con una fuente bipolar genérica obteniéndose la gráfica que a continuación se muestra, tomando en cuenta que la frecuencia se dividió entre 400 para tener revoluciones y multiplicado por 2π para obtener la velocidad del motor en rad/s.

Mediante una regresión lineal se obtuvo la ecuación de la recta mostrada en la figura C.6, de esta manera conociendo el voltaje se conocerá la velocidad en radianes por segundo. Regresando a la búsqueda de la constante para el modelo que se obtiene con la ecuación obtenida en la gráfica de la figura C.3 como se muestra a continuación:

$$10 K = 88.7813(1.6 \text{ Volts}) - 0.5265$$

$$K = \frac{141.5237}{10} = 14.1523$$

Esta dividida entre 10 por que la entrada utilizada como escalón fue de 10 Volts

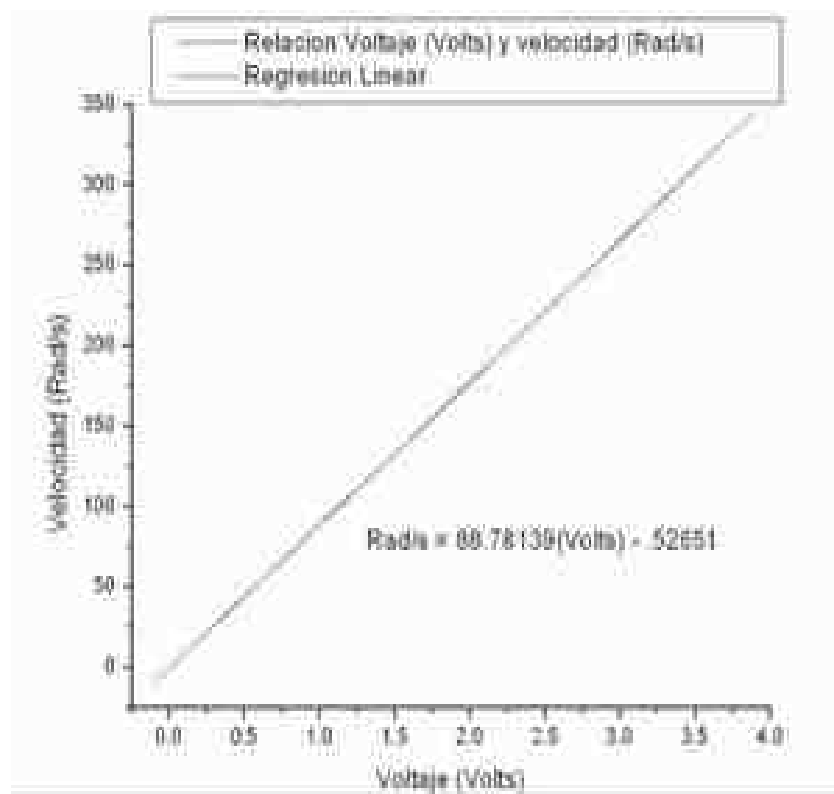


Figura C.5 relación entre voltaje de salida del convertidor F-V y la velocidad en rad/s

$$10 K = 88.7813(1.6 \text{ Volts}) - 0.5265$$

$$K = \frac{141.5237}{10} = 14.1523$$

Ahora ya se tiene el modelo de la planta solo se sustituyen los valores de la figura C.4 como se muestra en la figura C.6:



Figura C.6 Modelo matemático de la planta.

Apéndice D**Par de carga aplicado al generador**

Para encontrar el par de carga fue necesario hacer mediciones físicas de voltaje con un multímetro de la marca Fluke Modelo 187. Los valores de voltaje medido se muestran en la siguiente tabla

N° de cargas	Voltaje (V)	Resistencia (Ω)	I calculada (A)
0	9.6	0	0
1	9.2	27	0.341
2	8.8	13.5	0.652
3	8.5	9	0.944
4	8.4	6.75	1.244

Tabla D.1 tabla de valores de voltaje medidos y parámetros calculados

En la tabla también se despliegan los valores de resistencia y corriente estos valores fueron calculados de la manera siguiente:

Las cargas están conectadas en paralelo debido a esto el voltaje es el mismo entre las terminales de las cargas.

Cuando se tiene una carga es:

$$I_1 = \frac{v}{R_T} = \frac{9.2v}{27\Omega} = 0.341A$$

Cuando son dos cargas

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{27} + \frac{1}{27}} = \frac{27}{2} = 13.5\Omega$$

Entonces:

$$I_2 = \frac{8.8v}{13.5\Omega} = 0.652A$$

Con este mismo procedimiento se calculan las demás corrientes.

Para poder calcular el par con el que se somete al sistema se tiene la fórmula D.1.

$$\tau_F = \frac{\Delta P}{\omega} = \frac{P_i - P_{RL}}{\omega} \quad (D.1)$$

Donde P_i es la potencia del sistema sin carga, P_{RL} es la potencia de la carga y ω es la velocidad expresada en rad/s.

$$P_i = v \cdot i = 10.6V \cdot 1.29A = 13.674 \text{ Watts}$$

$$P_1 = 9.2V \cdot 0.341A = 3.137 \text{ Watts}$$

$$P_2 = 8.8V \cdot 0.652A = 5.738 \text{ Watts}$$

$$P_3 = 8.5V \cdot 0.944A = 8.024 \text{ Watts}$$

$$P_4 = 8.4V \cdot 1.244A = 10.45 \text{ Watts}$$

Si:

$$\omega = \frac{1500}{60}(2\pi) = 157.09 \text{ rad / s}$$

Entonces para el par de las cargas se tiene:

$$\tau_1 = \frac{13.674 \text{ Watts} - 3.137 \text{ Watts}}{157.09} = 0.067N \cdot m$$

$$\tau_2 = \frac{13.674 \text{ Watts} - 5.738 \text{ Watts}}{157.09} = 0.051N \cdot m$$

$$\tau_3 = \frac{13.674 \text{ Watts} - 8.024 \text{ Watts}}{157.09} = 0.036N \cdot m$$

$$\tau_4 = \frac{13.674 \text{ Watts} - 10.45 \text{ Watts}}{157.09} = 0.021N \cdot m$$

En donde $\tau_n, n = 1, 2, 3$ y 4 son los pares ejercidos por las cargas efectivas.

Glosario

Amplificador operacional:

Es un amplificador que se utiliza para realizar diversas operaciones matemáticas, como cambio de signo, suma resta e integración. Tiene una muy alta ganancia aproximadamente de 10^6 a 10^8 . La corriente que toma es muy pequeña hasta llegar a ser despreciable y su tensión de salida está despreciada a ± 100 Volts [4].

Desdifusificación:

Proceso mediante el cual un conjunto difuso es convertido en un escalar de una manera apropiada [7].

Difusificación:

Proceso por el cual la información dada en un número o símbolo nítido se convierte en uno difuso que puede ser reconocido por herramientas computacionales [7].

Función de membresía:

Función que define el grado de cada miembro en un conjunto difuso [7].

Función de transferencia:

Esta definida para un sistema lineal e invariante en el tiempo como la relación de la transformada de Laplace de la salida de un sistema y la transformada de Laplace de la salida

Generador:

Máquina eléctrica que convierte energía mecánica en eléctrica [22].

- Inferencia:**
Es el sistema de procesamiento de información que dicta conclusiones basado en condiciones o evidencias dadas [7].
- Lazo:**
Es un camino o trayecto [4].
- Motor:**
Maquina eléctrica que convierte energía eléctrica en mecánica [22]
- Perturbación(es):**
Es una señal que tiende a afectar adversamente el valor de la salida de un sistema [4].
- Planta:**
Es un equipo, quizá simplemente u juego de piezas de una maquina funcionando juntas, cuyo objetivo es realizar una operación determinada. En este caso la planta es cualquier objeto físico que ha de ser controlado [4].
- Polos:**
Son las raíces de la ecuación característica [4].
- Sensor:**
Elemento de medición en un sistema [4].
- Singleton:**
También llamada función pi o barra equivale a un conjunto nítido cuando la diferencia de sus límites tiende a cero.
- Sistema:**
Es una combinación de componentes que actúan conjuntamente y cumplen un objetivo determinado [4].
- Universo de discurso:**
Es un rango numérico de una variable difusa en donde reside su función de membresía [7].

Valor de membresía:

Valor simple de posibilidad obtenido después de haber evaluado la función de membresía para un dato de entrada dado [7].

Variable lingüística:

Es lo mismo que una variable difusa pero su construcción requiere específicamente los valores lingüísticos que este puede tomar [7].

Lista de acrónimos y abreviaturas

A:	Corriente en Amperes.
CA:	Función cero del error.
CB:	Función cero del cambio del error con respecto al tiempo.
CD:	Corriente Directa.
f:	Frecuencia en Herz (Hz)
<i>FM</i> :	Frecuencia del codificador del motor.
<i>FG</i> :	Frecuencia del codificador del generador.
<i>GDR</i> :	Grado de relevancia.
<i>k</i> :	Constante del sistema.
<i>k_i, k_j</i> :	Ganancia integral.
<i>k_p, K_p</i> :	Ganancia proporcional.
MAD:	Memoria asociativa difusa.
MB:	Mega bites.
NA:	Función negativo del error.
NB:	Función negativo del cambio del error con respecto al tiempo.
C:	Capacitancia en Faradios (f)
P:	Control proporcional.
PA:	Función positivo del error.
PB:	Función positivo del cambio del error con respecto al tiempo.
PC:	Computadora personal.
PD:	Control proporcional derivativo.
PI:	Control proporcional integral.
PID:	Control Proporcional Integral Derivativo.
R:	Resistencia en ohms (Ω).
RAM:	Random aleatory memory (memoria de acceso aleatorio).
rad/s:	Radianes por segundo.
RPM:	Revoluciones por minuto.
rps:	Revoluciones por segundo.
s:	Tiempo en segundos.

LISTA DE ACRÓNIMOS Y ABREVIATURAS

- T_i : Tiempo integral.
V: Voltaje en Volts.
 ω_n : Frecuencia natural no amortiguada.
 ξ : Factor de amortiguamiento.
Indice i, ii,