



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería.

Área Académica de Matemáticas y Física

Yukawas efectivos de una simetría quiral de sabor
 $SU(3) \times SU(3) \times SU(3)$

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :

LICENCIADO EN FÍSICA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

P R E S E N T A :

Raúl Guillermo Escorcía Ramírez

DIRECTORES DE TESIS:

Dr. Lao Tse López Lozano

Dr. Selim Gómez Ávila

Mineral de la Reforma Hgo.
Agosto 2024



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
School of Engineering and Basic Sciences

Mineral de la Reforma, Hgo., a 13 de agosto de 2024

Número de control: ICBI-D/986/2024
Asunto: Autorización de impresión.

MTRA. OJÚKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO
DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

Con fundamento en lo dispuesto en el Título Tercero, Capítulo I, Artículo 18 Fracción IV; Título Quinto, Capítulo II, Capítulo V, Artículo 51 Fracción IX del Estatuto General de nuestra Institución, por este medio le comunico que el Jurado asignado al Egresado de la Licenciatura en Física y Tecnología Avanzada Raúl Guillermo Escorcía Ramírez, quien presenta el trabajo de titulación "Yukawas efectivos de una simetría quiral de sabor $SU(3)XSU(3)XSU(3)$ ", después de revisar el trabajo en reunión de Sinodales ha decidido autorizar la impresión del mismo, hechas las correcciones que fueron acordadas.

A continuación, firman de conformidad los integrantes del Jurado:

Presidente: Dr. Gerardo Hernández Tomé

Secretario: Dr. Pablo Roig

Vocal: Dr. Lao Tsé López Lozano

Suplente: Dr. Selim Gómez Ávila

Sin otro particular por el momento, reciba un cordial saludo.

Atentamente,
"Amor, Orden y Progreso"

Mtro. Gabriel Vergara Rodríguez
Director del ICBI



GVR/YCC

Ciudad del Conocimiento, Carretera Pachuca-Tulancingo Km. 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184
Teléfono: 771 71 720 00 Ext. 40001
direccion_icbi@uaeh.edu.mx,
vergarar@uaeh.edu.mx



uaeh.edu.mx

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Contexto de la investigación	8
1.2. Limitaciones en el Modelo Estándar	13
1.3. Motivación y descripción del trabajo	16
1.4. Estructura de la investigación	16
2. Problemas abiertos del Modelo Estándar	17
2.1. Materia Oscura	18
2.2. Neutrinos Masivos	20
2.3. Problema del Sabor	23
2.4. Mecanismo de Froggat-Nielsen	24
2.5. Sector de Yukawa leptónico	25
3. Propuesta de un modelo, resultados y conclusiones.	27
3.1. Motivación	27
3.2. Construcción del modelo	30
3.3. Predicción de las texturas fenomenológicamente viables	36
3.4. Exploración numérica	39
3.5. Conclusiones y perspectivas	41
.1. Apéndice A - Rompimiento Espontáneo de Simetría (Teoría Escalar)	45

Índice de figuras

1.1.	Partículas del Modelo Estándar; Se clasifican en 2 categorías, fermiones (lado izquierdo) y bosones (lado derecho). Los fermiones se dividen en 3 generaciones de 2 grupos, Quarks y Leptones. La figura presenta las principales características de las partículas como lo son: Carga , Carga de color , Masa y Espín , (Imagen obtenida de: https://davidgalbraith.org/portfolio/ux-standard-model-of-the-standard-model/)	8
1.2.	Constantes de acoplamiento en ME (izquierda), introducción de supersimetría (derecha). Se muestran los inversos de las constantes de acoplamiento de las 3 fuerzas fundamentales: Fuerza electromagnética (Azul), fuerza débil (Rojo) y fuerza fuerte (Verde).	15
2.1.	Anatomía de la "Vía Láctea" Obtenida de: https://sci.esa.int/web/gaia/-/58206-anatomy-of-the-milky-way "The Milky Way" Izquierda: NASA/JPL-Caltech; Derecha: ESA; layout: ESA/ATG medialab	18
2.2.	"Lentes Gravitacionales" Imagen obtenida de: http://fftech.net/gravitational-lensing/	20
2.3.	Componentes en la base de sabor de cada estado en la base de masas para neutrinos. Contamos con dos posibilidades (compatibles con los datos experimentales) para el ordenamiento de las masas al cuadrado de los neutrinos, Ordenamiento normal ($m_3^2 > m_2^2 > m_1^2$) y Ordenamiento invertido ($m_2^2 > m_1^2 > m_3^2$) [19].	22
3.1.	Predicciones para Δm_{32}^2	39
3.2.	Predicciones para Δm_{21}^2	40
3.3.	Predicciones para Δm_{32}^2 (Escala fija)	40
3.4.	Predicciones para Δm_{21}^2 (Escala fija)	41

Índice de tablas

1.1. Asignación de cargas para el contenido de materia en ME bajo el grupo de simetría G_{ME} (La última columna incluye la hiper-carga de cada partícula entre paréntesis) .	10
2.1. Masa de los leptones cargados (primer columna), estimación de los intervalos para las masas de neutrinos (segunda columna).	25
3.1. Contenido de materia en el modelo [15]	28
3.2. Asignación de transformación bajo las simetrías para el contenido de materia bajo la simetría $SU(3)_L \times SU(3)_R \times SU(3)_F$. (Partículas de ME singletes bajo el grupo de simetría adicional).	31
3.3. Asignación de transformación para el contenido de materia bajo la simetría $SU(3)_L \times SU(3)_R \times SU(3)_F$. (Fermiones transforman ante el grupo de simetría adicional, doblete de Higgs transforma como singlete).	34
3.4. Asignación de transformación para el contenido de materia bajo la simetría $SU(3)_L \times SU(3)_R \times SU(3)_F$ (Partículas de SM transforman bajo el grupo de simetría adicional).	35

Capítulo 1

Introducción

“Me preguntas si una persona común, con estudio y esfuerzo, podría llegar a imaginar las cosas como yo las imagino. Por supuesto. Yo fui una persona común que estudió arduamente. No existen personas milagrosas. Simplemente sucede que se interesaron en este campo y aprendieron todo esto. Son solo personas. No hay talento especial ni habilidades milagrosas para entender la mecánica cuántica o imaginar campos electromagnéticos que vengan sin práctica, lectura, aprendizaje y estudio. Así que si tomas a una persona común dispuesta a dedicar mucho tiempo, estudio, trabajo, reflexión y matemáticas, entonces esa persona se convierte en un científico.”

– Richard Phillips Feynman.

1.1. Contexto de la investigación

Entre los problemas que estudia la física de partículas, esta tesis se centra en 3 de ellos: **Neutrinos masivos**, **Candidatos a materia Oscura** y **Problema del sabor** los cuales abordaremos en este capítulo después de revisar brevemente el formalismo de la física de partículas.

El Modelo Estándar (EM)

El Modelo Estándar (EM) es una teoría de norma que describe la dinámica entre las partículas fundamentales. Tiene como grupo de simetría: $G_{ME} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. En donde el grupo $SU(3)_C$ describe la interacción fuerte entre los quarks mediada a través de 8 gluones que poseen carga de color. El grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ corresponde a las interacciones electrodébiles. A continuación presentamos las partículas de ME con sus respectivas características:

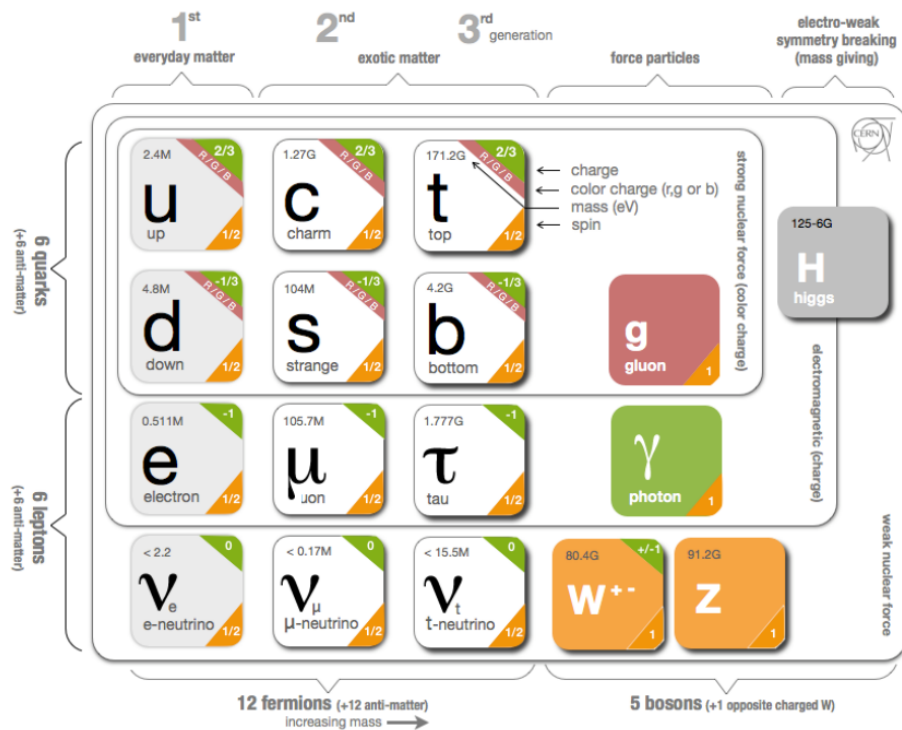


Figura 1.1: Partículas del Modelo Estándar; Se clasifican en 2 categorías, fermiones (lado izquierdo) y bosones (lado derecho). Los fermiones se dividen en 3 generaciones de 2 grupos, Quarks y Leptones. La figura presenta las principales características de las partículas como lo son: **Carga**, **Carga de color**, **Masa** y **Espín**, (Imagen obtenida de: <https://davidgalbraith.org/portfolio/ux-standard-model-of-the-standard-model/>)

En términos del formalismo en teoría cuántica de campos, el contenido de materia se escribe

de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 q_L^i &= \left(\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix} \right), \\
 u_R^i &= (u_R, c_R, t_R), \\
 d_R^i &= (d_R, s_R, b_R).
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Se agrupan los diferentes tipos de quarks (u,c,t,d,s,b) con **quiralidad** izquierda en 3 dobletes de SU(2) que se separan a su vez en aquellos de tipo **up** y **down**. Por otro lado, contamos con los singletes de quiralidad derecha también separados en **3 familias**.

De forma análoga para los leptones:

$$\begin{aligned}
 l_L^i &= \left(\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix} \right), \\
 e_R^i &= (e_R, \mu_R, \tau_R).
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

En donde de forma análoga a la distribución de los quarks de tipo up y down, agrupamos los leptones en leptones neutros (ν) y cargados (eléctricamente). Por último contamos con el doblete de Higgs (H) constituido por dos campos escalares complejos.

$$H = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \tag{1.3}$$

Cuyo valor de expectación de vacío (vev):

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \tag{1.4}$$

en donde:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}G_0}} \approx 246,22 \text{ GeV}; \tag{1.5}$$

en donde G_0 es la constante de Fermi. la cual fija la escala de las masas para los bosones W^\pm , Z^0 y H a través de [1], [8]:

$$\begin{aligned}
 M_H &= \lambda v \\
 M_W &= \frac{gv}{2} = \frac{ev}{2 \sin(\theta_W)}, \\
 M_Z &= \frac{ev}{2 \sin(\theta_W) \cos(\theta_W)}.
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

en donde θ_W es el ángulo de Weinberg, g es la constante de acoplamiento electrodébil y e la carga eléctrica del electrón. La constante de acoplamiento débil g está relacionada con la carga del electrón e y la constante de acoplamiento g' (la constante de acoplamiento para la interacción $U(1)_Y$ a través de:

$$\begin{aligned}
 e &= g \sin(\theta_W), \\
 g' &= g \cos(\theta_W).
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
q_L^i	3	2	1 (1/6)
u_R^j	3	1	1 (2/3)
d_R^j	3	1	1 (-1/3)
l_L	1	2	1 (-1/2)
e_R	1	1	1 (-1)
H	1	2	1 (1/2)

Tabla 1.1: Asignación de cargas para el contenido de materia en ME bajo el grupo de simetría G_{ME} (La última columna incluye la hiper-carga de cada partícula entre paréntesis)

El proceso mediante el cual el contenido de materia de SM adquiere masa es conocido como **Mecanismo de Higgs (Rompimiento espontáneo de simetría)**[16]; Una vez que el campo ϕ^0 adquiere valor de expectación de vacío, observamos que de la expresión $Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$ que relaciona una carga eléctrica Q , la tercera componente de Isospin débil T_3 y la hiper-carga débil Y hay un rompimiento espontáneo de simetría:

$$\begin{aligned} T_3 v &= \frac{-1}{2}v, \\ Yv &= Y_H v = v. \end{aligned} \tag{1.8}$$

Mientras que:

$$Qv = (T_3 + \frac{1}{2}Y)v = 0. \tag{1.9}$$

Es decir, las simetrías por separado $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$ no se conservan, mientras que la simetría del grupo en conjunto $SU_L(2) \times U_Y(1)$ (Correspondiente a Q) es conservada. De este modo se genera una simetría residual $U_Q(1)$, esto es:

$$SU_L(2) \times U_Y(1) \rightarrow U_Q(1). \tag{1.10}$$

El rompimiento de las simetrías mencionadas es explícito si lo escribimos en términos de las transformaciones:

$$e^{-i\frac{1}{2}g'\omega Y} v = e^{-i\frac{1}{2}g'\omega 1} v. \tag{1.11}$$

Observamos que aplicar este operador no nos deja invariante a v . (Esto se cumple de manera análoga en $SU_L(2)$).

La densidad lagrangiana de ME es una combinación de términos que incluyen al contenido de materia que son invariantes ante las simetrías presentadas anteriormente (A partir de la simetría de norma se construye la densidad lagrangiana). Se encuentra restringida por 3 principales condiciones:

- Simetría de Lorentz
- Simetría de Gauge

- Renormalizabilidad (Términos de dimensión no mayores que 4)

Dicha densidad lagrangiana se puede dividir en 4 sectores:

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_{Dirac} + \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{Scalar} + \mathcal{L}_{Yukawa}. \quad (1.12)$$

Además contamos con 19 parámetros libres [4]:

- Tres acoplamientos de norma (g, g', g_s)
- Acoplamiento cuártico del Higgs λ
- Masa cuadrada del Higgs μ^2
- 6 Masas para los quarks
- 3 Masas para leptones cargados
- 3 Ángulos de mezcla para quarks y una fase (débil) de violación de CP)
- 1 Parámetro (fuerte) de violación de CP $\bar{\theta}$

Considerar neutrinos masivos añade 9 parámetros adicionales a ME:

- 3 Masas para neutrinos
- 3 Ángulos de mezcla y una fase de violación de CP (En el caso de considerar neutrinos de Majorana se introducen dos fases adicionales).

Entre los sectores del ME, esta tesis se centra en el sector de Yukawa y el sector escalar. El primero describe las interacciones de los fermiones con el bosón de Higgs de acuerdo a la siguiente expresión.

$$-\mathcal{L}_Y = Y_{ij}^d \bar{Q}_i H d_{R_j} + Y_{ij}^u \bar{Q}_i \tilde{H} u_{R_j} + Y_{ij}^l \bar{L}_i H l_{R_j} + h.c. \quad (1.13)$$

Mientras que el sector escalar es descrito a través de la siguiente densidad lagrangiana:

$$-\mathcal{L}_S = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) - V(H), \quad (1.14)$$

en donde $V(H)$:

$$V(H) = -\mu^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2. \quad (1.15)$$

Teorías Efectivas

Es posible parametrizar pequeñas desviaciones de los acoplamientos entre partículas, es a través de la introducción de términos efectivos en el lagrangiano que describe nuestra teoría. Los efectos de estas desviaciones, si consideramos Λ_{ME} como la escala de energía a la que la dinámica de ME es observada, son considerados Física más allá del modelo Estándar. El formalismo que nos permite introducir estos efectos de manera sistemática es el formalismo de teorías efectivas. En una teoría física que describe interacciones a una escala de energía E tendremos grados de libertad bien definidos, dichos grados de libertad pueden ser construidos a través de los parámetros de una teoría a altas energías, dichos parámetros son conocidos como constantes de acoplamiento y

emergen por encima de la escala E . La dinámica del contenido de materia a altas energías puede ser descrita a través de la teoría de perturbación. Las teorías efectivas son una herramienta que nos permite implementar estos mecanismos y se definen a través de una “acción efectiva” la cual puede ser construida a través de los siguientes 3 componentes [26]:

- **Grados de libertad:** Definimos los campos de interés que aparecerán en nuestra acción efectiva de esta forma, todas las interacciones posibles deberán estar descritas a través de estos campos y los parámetros efectivos independientes de la teoría.
- **Simetrías:** Identificamos las simetrías que restringirán la forma de nuestra acción efectiva, esto a través de modificar la estructura de la densidad lagrangiana que define nuestra teoría y de esta forma, la dinámica del sistema. (Cualquier término que sea compatible con las simetrías del sistema deben ser incluidos). Entre los tipos de simetrías encontramos:
 - Simetrías globales.
 - Simetrías de norma.
 - Simetrías accidentales.
 - Simetrías que se rompen espontáneamente.
 - Simetrías aproximadas.
- **Parámetros de expansión (Coeficientes de Wilson):** Las teorías efectivas cuentan con coeficientes que se encargan de “controlar” el efecto de la física que estamos tratando de despreciar, es decir, la forma en la que los grados de libertad modifican nuestra teoría. En la física de partículas es habitual ocupar razones para las escalas de energía E/Λ . En donde E es la escala de energía del proceso que estamos interesados en estudiar y Λ es la escala de energía de la física a altas energías, estos coeficientes, conocidos como “Coeficientes de Wilson” o “Coeficientes efectivos” deberán ser de dimensión $d - 4$ en donde d es la dimensión del operador que acompañan, de esta forma, la dimensión del término será 4.

Consideremos Λ_{ME} como la escala de energía a la que las partículas e interacciones que no pertenecen a ME emergen, es decir, obtenemos nuevos grados de libertad en la teoría. Dado que ME tiene una “energía de corte” finita conocida como **escala electro débil**, podemos decir que es una teoría efectiva.[8] Una teoría que extienda ME buscará predecir los coeficientes de ME en términos de parámetros fundamentales, podemos escribir el lagrangiano de ME en la escala de Λ_{ME} considerando una dinámica a altas energías y conservando en nuestra teoría únicamente los grados de libertad de los fermiones, bosones vectoriales y el bosón de Higgs de ME.

Para lograr una descripción consistente de las interacciones entre los campos fermiónicos es requerida una invarianza de norma la cual introduce bosones vectoriales. El grupo de norma de ME $G_{ME} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ es aquél que logra una fenomenología viable logrando cumplir los requerimientos mencionados al principio. Sin embargo construir un lagrangiano efectivo para ME deberá incluir términos invariantes de norma y de Lorentz además de consistir de una serie infinita de operadores que sean invariantes de norma (locales) con una dimensión arbitraria “ d ” y con coeficientes que sean proporcionales a $\frac{1}{\Lambda^{d-4}}$ (La explicación sobre por qué $[\mathcal{L}] = E^4$ podemos encontrarla en [29]).

De lo anterior podemos clasificar los operadores del lagrangiano de ME como sigue:

- $d = 4$
- $d > 4$
- $d < 4$ (Los últimos 2 están escalados adecuadamente por un coeficiente de Wilson. Los operadores de segundo tipo no son renormalizables y son términos efectivos).

Los de primer tipo ($d = 4$) describen las interacciones fuertes y débiles, entre quarks y leptones, estos términos definen una teoría renormalizable la cual ha logrado una gran precisión de predicción que logró empatar con los resultados experimentales, lo anterior es posible en gran medida gracias a “simetrías accidentales” (Una simetría se dice accidental cuando surge sin ser impuesta en la construcción de la teoría). Los términos renormalizables de SM ($d \leq 4$) incluyen simetrías accidentales a ME, tales como: número bariónico y número leptónico. Además de 2 simetrías aproximadas como la simetría de sabor y una simetría custodial.

Para los términos con $d > 4$ es necesario introducir un coeficiente proporcional a $\frac{1}{\Lambda_{SM}^n}$, de los cuales, su efecto en observables a bajas energías está suprimido por $(E/\Lambda)^n$ con respecto a los términos renormalizables. [25]

1.2. Limitaciones en el Modelo Estándar

Dada la naturaleza de un fenómeno cuántico conocido como “Oscilaciones de neutrinos”, estudiado por los investigadores japoneses Takaaki Kajita y Masatoshi Koshiba en conjunto con el físico canadiense Arthur McDonald el cual consiste a grandes rasgos en el cambio de “identidad” de los neutrinos mientras se propagan en el espacio, es requerido implementar neutrinos masivos [10]. Los neutrinos son distinguidos en tres sabores: neutrinos del electrón, neutrinos del muón, neutrinos del tau ($\nu_{e,\mu,\tau}$), además, cada sabor está asociado con una antipartícula (antineutrinos), en SM, los neutrinos son partículas NO masivas y sin carga eléctrica, únicamente llevan a cabo interacciones débiles. Si consideramos neutrinos masivos es posible escribir un estado de sabor (ν_α) como la superposición de eigenestados de masa (ν_i): $|\nu_\alpha\rangle = \sum U_{\alpha i} |\nu_i\rangle$. Durante una observación experimental solamente podemos discernir un estado de sabor, al cambio entre eigenestados de masa es lo que entendemos como cambio de identidad [22]. En el contexto de la teoría de campo es necesario que los campos que describen a las partículas en el espacio de Weyl tengan una componente de quiralidad izquierda y derecha para que puedan adquirir masa [29]. Sin embargo neutrinos de quiralidad derecha no han sido observadas experimentalmente. Para lograr una oscilación entre estados es necesario que posean masa [22]. De lo anterior, una pregunta surge naturalmente: ¿Cómo es posible una oscilación de neutrinos bajo estas condiciones?.

Por otro lado, un misterio desconcertante es la naturaleza de la materia oscura. En esta tesis es propuesto un posible candidato sobre el cual se podría profundizar el estudio del modelo. De acuerdo con las comparaciones realizadas por Fritz Zwicky en la década de 1930 para la dinámica de las galaxias contenidas en un cúmulo galáctico, se encuentra que la masa total a partir de la luz visible en las galaxias no era suficiente para explicar las velocidades observadas de las galaxias [30]. En la década de 1970 Vera Rubin realizó observaciones detalladas de las curvas de rotación de las galaxias espirales. Estudió cómo las velocidades de las estrellas en las regiones exteriores de estas galaxias no disminuían como se esperaría según las leyes de la gravedad newtoniana, dado la masa observable [27]. Un nuevo tipo de materia se propone para poder explicar estos

fenómenos, se le llamó **Materia oscura (MO)** dado que una de sus principales características es no interactuar con la luz. Entre las observables más relevantes en este contexto contamos con la densidad cosmológica de materia oscura (**Densidad reliquia**) se entiende que las partículas de materia oscura debieron encontrarse en equilibrio térmico con las demás componentes del universo temprano antes de desacoplarse del mismo, estas partículas entonces decayeron o se aniquilaron y nosotros podemos observar al día de hoy, las partículas que “sobrevivieron” (en el contexto del modelo SCM (Standard Cosmological Model)) [3]. Finalmente, los parámetros libres en el sector de sabor del Modelo Estándar (SM) y su naturaleza son el eje principal del “Problema del sabor”. Después de la propuesta de los investigadores Murray Gell-Mann y George Zweig sobre la distinción de sabores en los quarks [21]. Surgieron dos interrogantes: ¿Existe alguna razón fundamental para clasificar entre 3 familias a los fermiones? Es decir, ¿Es posible que exista un mecanismo que nos explique dicha división?. El trabajo de los investigadores Makoto Kobayashi y Toshihide Maskawa para el sector de quarks que consiste en las mezclas de diferentes estados de quarks [20] hace evidente que la clasificación en 3 familias es extremadamente útil, sin embargo, no se cuestiona el por qué de este esquema. Por otro lado, considerando que los resultados de una división de este tipo en el sector leptónico y de quarks nos devuelven una jerarquía muy distinta entre sus masas, esto debido a la diferencia que existe entre cada generación para sus respectivos acoplamientos de Yukawa, rompiendo así la simetría de sabor. ¿Podría este mecanismo decirnos algo sobre dicho patrón?.

Propuestas de solución al problema del sabor

A lo largo de los años se han propuesto diferentes esquemas para atender las carencias de SM mencionadas anteriormente, a continuación presentamos algunos: [11]

- **Teorías de gran unificación (GUT).** Es una teoría para la cual debajo de la escala de GUT solamente encontraríamos la teoría de ME, su objetivo principal es unificar las fuerzas fundamentales bajo un mismo esquema. En este modelo, el bosón de Higgs se acopla únicamente a las masas de los quarks y a los bosones de norma, satisfaciendo el Mecanismo de GIM . (No hay distinción de sabor en las interacciones de gauge neutras). Esto ultimo suprime efectos de corrientes neutras que cambian sabor. Sin embargo, el hecho de introducir una simetría más grande que G_{ME} también introduciría un análogo al sabor para este grupo. El hecho de poder “unificar” los sabores en una escala de GUT, implica que por debajo no lo están. En este modelo, la escala de sabor Λ_F es del orden la escala de GUT, es requerido un “Ajuste fino” (fine tuning) para lograr que la escala de GUT sea mucho más grande que la escala electrodébil. La constante de acoplamiento de la fuerza fuerte (α_s) decrece para distancias cortas, de manera análoga lo hace la constante de acoplamiento de la fuerza débil (α_w) pero de una forma más lenta. Por otro lado, la constante de acoplamiento electromagnética (α_e) crece a distancias cortas (o altas energías). ¿Es posible que converjan hacia algún valor a altas energías (interacciones a corta distancia)? Precisamente, este es el eje central de las teorías de gran unificación GUT. De la forma funcional de las constantes de acoplamiento es posible estimar la energía a la que dicha unificación es posible, $\approx 10^{15} GeV$ es la escala de GUT (Λ_{GUT}) [12]. Sin embargo, existen algunas implicaciones importantes en estas teorías, como son:

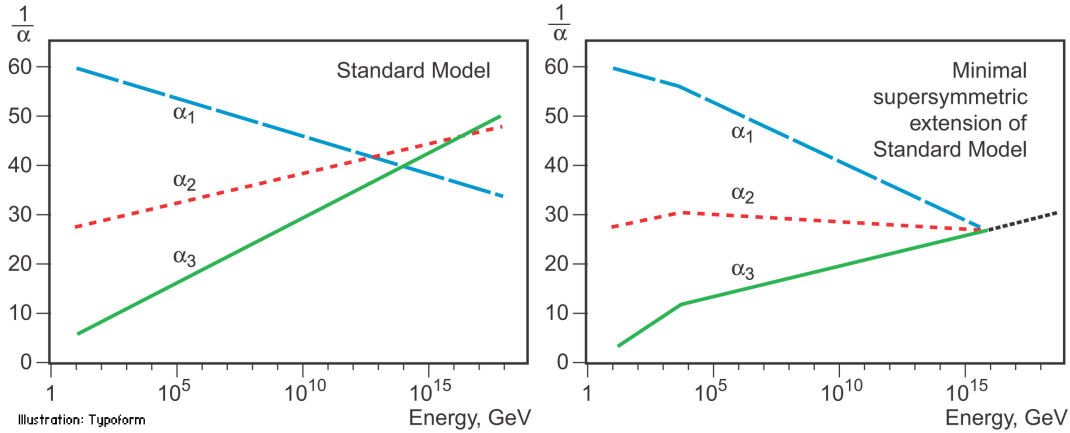


Figura 1.2: Constantes de acoplamiento en ME (izquierda), introducción de supersimetría (derecha). Se muestran los inversos de las constantes de acoplamiento de las 3 fuerzas fundamentales: Fuerza electromagnética (Azul), fuerza débil (Rojo) y fuerza fuerte (Verde).

- La diferencia observada entre las constantes de acoplamiento se debe a que nosotros “vivimos” a bajas energías.
 - Predice inestabilidad para el protón, aunque es “compensada” con una vida media de al menos 10^{19} veces la edad del universo.
 - Decaimientos que violan conservación de número bariónico y leptónico. ($p^+ \rightarrow e^+ + \pi^0$, $p^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \pi^+$)
- **Supersimetría (SUSY).** Para este modelo, se propone que las partículas “ligeras” sean las de ME además de incluir un doblete de Higgs extra y “súper compañeros (squarks y sleptons)”. Esta teoría incluye términos que rompen simetría. Las masas de las partículas supersimétricas son “transmitidas” por interacciones gravitacionales que vienen de un “sector oculto”.
 - **Technicolor.** En este modelo los bosones de Goldstone absorbidos por el W y el Z en el mecanismo de Higgs serían estados base de partículas llamadas “Technifermions” que están confinadas a escalas del orden de 300 GeV. Por otro lado las masas de los quarks y los leptones deben venir de interacciones extendidas a una escala del orden de 300 GeV multiplicada por una razón adimensional de $(300\text{GeV}/m)^{1/2}$, en donde m es la masa típica de los fermiones. Sin embargo si estas interacciones son interacciones de gauge, se obtendría una violación en el mecanismo de GIM y esto produce corrientes neutras que cambian sabor, las cuales deberían haber sido observadas experimentalmente.
 - **Teorías de Higgs compuesto.** Es una propuesta en la que además de los bosones de Goldstone del mecanismo de Higgs, el boson de Higgs será un estado base de los fermiones, esta teoría cuenta con **Ultrafermiones** confinados en una escala **Ultracolor** que está por encima de 300 GeV. Debajo de esta escala, es posible recuperar el ME. En el orden de la escala de ultracolor, encontramos interacciones que violan el mecanismo de GIM, (esto viene de la forma en la que el sabor está construido para esta teoría), en resumen, la escala de sabor Λ_F sería la escala ultracolor y es requerido un fine tuning para lograr que dicha escala

esté por encima de los 300 GeV A pesar de las ingeniosas propuestas que hemos mencionados, entre otras más. No se ha logrado adoptar una propuesta de manera satisfactoria que logre resolver el problema del sabor. [11]

1.3. Motivación y descripción del trabajo

En la sección 1.1 se mencionó el eje central de la investigación, el sector de Yukawa de ME. Una pregunta natural es, **¿De qué naturaleza es el sector de Yukawa?**. Si las interacciones de Yukawa no son consideradas en la dinámica de los fermiones, uno conserva únicamente los términos cinéticos para cada campo (Lagrangiano de Dirac) y no hay una diferencia entre las características de cada generación, sin embargo, experimentalmente es un hecho que los fermiones poseen diferentes masas, la introducción de los términos de masas mediante el “Rompiamiento espontáneo de simetría” anula la simetría de sabor generando una jerarquía entre las masas de los fermiones [14]. La búsqueda de un mecanismo que explique la generación de estas diferencias en los acoplamientos de Yukawa (o incluso, ¿Qué es lo que determina sus valores?) es uno de los objetivos que se persiguen en esta investigación.

En aras de resolver los problemas mencionados anteriormente, se propone una extensión al modelo estándar que introduce la presencia de neutrinos con quiralidad derecha, trabajando con el término de masa de Dirac, y la implementación de partículas descritas por campos escalares que interactúan con leptones llevando a cabo un mecanismo que dotaría de masa a los neutrinos y nos explicaría el origen de las jerarquías entre sus masas. Además, se proponen como candidatos a materia oscura a las nuevas partículas escalares, de esta forma nos es posible **relacionar el problema del sabor con la naturaleza de la materia oscura**. Es un modelo efectivo que introduce una simetría adicional $SU(3)_F \times SU(3)_R \times SU(3)_L$, cuyos objetivos principales son el **distinguir quiralidad** y **distinguir sabor**. Apoyándonos en un análisis fenomenológico, corroboramos que nuestra propuesta sea viable para reproducir las observables del sector leptónico encontrando condiciones para la matriz de Yukawa en términos de los parámetros de nuestro modelo.

1.4. Estructura de la investigación

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera: El segundo capítulo se encarga de darle contexto a los problemas que atendemos en esta investigación de manera detallada, **Materia Oscura, Neutrinos Masivos y El problema del sabor**. Por otro lado, presenta diferentes mecanismos y herramientas teóricas necesarias para la formulación de nuestro modelo.

El tercer capítulo muestra el proceso de construcción para el modelo propuesto. Se exploran diferentes reglas de transformación bajo el mismo grupo de simetría para el contenido de materia.

El cuarto capítulo expone los resultados obtenidos y el análisis que se realizó. Se presenta la exploración fenomenológica del modelo y las condiciones para obtener las texturas fenomenológicamente viables. Finalmente, se concluye desplegando las conclusiones y perspectivas del trabajo.

Capítulo 2

Problemas abiertos del Modelo Estándar

“Esta frase me gusta a mí “Dicen que la curiosidad mató al gato pero no cuenta si lo que descubrió merecía la vida”. De esta forma, cuando uno decide ser físico se da cuenta que hay preguntas de la naturaleza a las cuales, vale la pena dedicar la vida para buscar esa respuesta.”

– Dr. Lao Tse López Lozano.

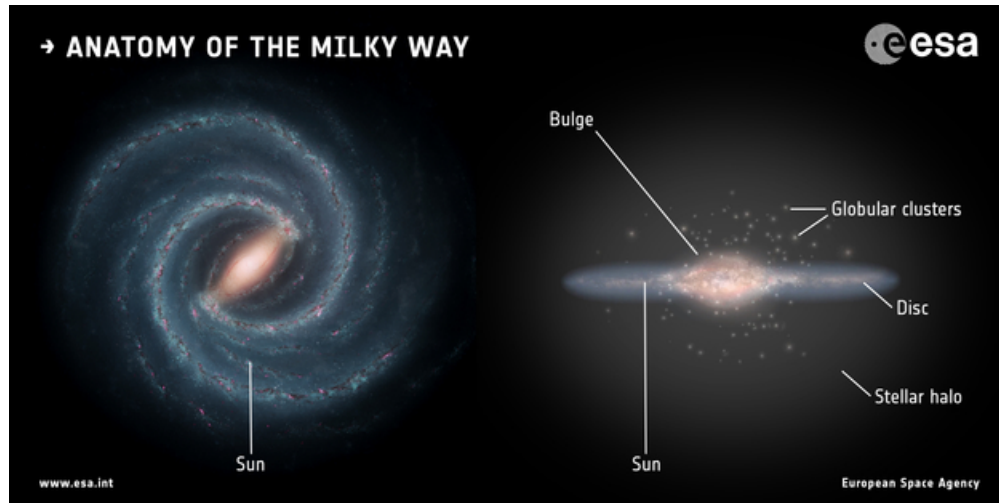


Figura 2.1: Anatomía de la "Vía Láctea" Obtenida de: <https://sci.esa.int/web/gaia/-/58206-anatomy-of-the-milky-way> "The Milky Way" Izquierda: NASA/JPL-Caltech; Derecha: ESA; layout: ESA/ATG medialab

2.1. Materia Oscura

Abordando el problema de la naturaleza de la materia oscura desde la perspectiva en física de partículas, existen propuestas en las cuales la materia oscura sería constituida de una o varias partículas que no han sido observadas.

Las propuestas de nueva física, en específico las de candidatos a materia oscura tienen implicaciones en las propiedades del universo temprano.

2.1.1. Evidencias de materia oscura

Se han encontrado fuertes evidencias para proponer un nuevo tipo de materia, de acuerdo a las observaciones experimentales deberá cumplir las siguientes características:

- Eléctricamente neutra.
- "Incolora" (No interactúa con la fuerza fuerte).
- Débilmente interactuante.
- Estable.

Galaxias

Uno de los efectos gravitacionales "inesperados" fue observado en las galaxias, específicamente en las galaxias espiral. En dichas galaxias la mayoría de la masa (visible) está acumulada en el "bulto" central de la galaxia y en el disco que se forma alrededor.

La velocidad de las estrellas v a una distancia R del centro de la galaxia está dada por:

$$v(R) = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}, \quad (2.1)$$

en donde $M(R)$ es la masa total que está contenida en una esfera de radio R . El disco se va desvaneciendo lejos del centro así la densidad de estrellas decrece y la masa total dentro del radio R se convierte en constante [3].

Por otro lado, para la mayoría de las galaxias de espiral la velocidad **observada** lejos del centro es casi constante, lo que nos lleva a las curvas “planas” de rotación de las galaxias de espiral.

Si se considera una velocidad constante v_0 con un radio R , la masa que abarca este radio está dada por:

$$M(R) = \frac{Rv_0^2}{G}, \quad (2.2)$$

De aquí podemos observar que la masa sigue incrementando más allá del disco visible. Además los cúmulos globulares (globular clusters) están distribuidos esféricamente alrededor del centro de la galaxia y se extienden más allá del disco, formando un halo esférico.

Ocupando una distribución esférica es posible mostrar que la densidad que nos lleva a las curvas planas de rotación está dada por:

$$\rho_M(R) = \frac{v_0^2}{4\pi GR^2}, \quad (2.3)$$

Que muestra un decremento en R^{-2} mientras que las observaciones arrojan un decremento exponencial, atribuimos este fenómeno a la presencia de materia oscura (Por otro lado, el estudio en galaxias elípticas arroja resultados similares en los que la materia oscura representa alrededor del 80 – 90 % de la masa total de la galaxia) [3].

Clústers de galaxias

Los clústeres de galaxias son objetos que contienen grandes cantidades de gas en su medio intergaláctico. Dichos gases son acelerados por la gravedad del ambiente, al alcanzar velocidades altas pueden emitir rayos x. Un primer análisis de estos rayos x emitidos en conjunto con un modelo de los clústeres de galaxias llevaron a estimaciones para las masas de dichos sistemas, se compararon con la masa observada y se encontró que una gran cantidad de la masa es invisible.

En otro intento de determinar la masa total de los clústeres de galaxias, se ocupó el método de “lentes gravitacionales” que consiste en observar las imágenes deformadas de objetos distantes y con ello reconstruir el camino de la luz que ha sido modificado por la presencia de un objeto masivo que deformó el espacio.

Para encontrar la masa de un clúster, tendremos que tomar una galaxia por detrás del clúster la cual para un observador justo del lado opuesto se verá en forma de varias imágenes distorsionadas

dispersas en el **Anillo de Einstein**, como se muestra a continuación:

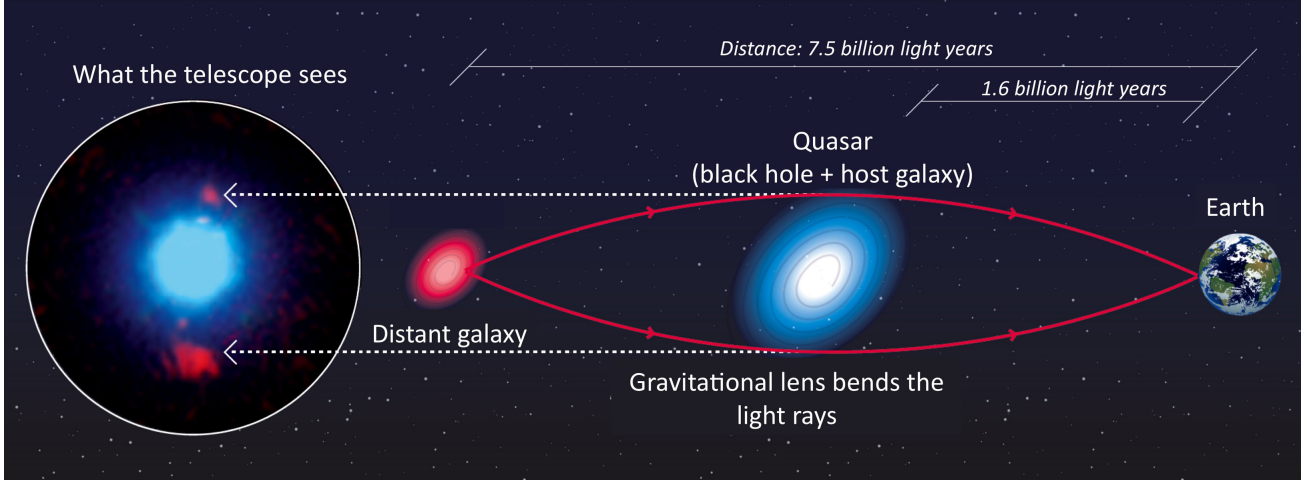


Figura 2.2: “Lentes Gravitacionales” Imagen obtenida de: <http://fftech.net/gravitational-lensing/>

en dónde el radio angular del círculo de Einstein está relacionado con la masa que provoca la desviación de la luz a través de la siguiente expresión:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_S - D_L}{D_S D_L}}, \quad (2.4)$$

En donde M es la masa del lente, D_L la distancia al lente y D_S la distancia a la fuente. A través de este mecanismo se midió la masa de los clústeres de galaxias encontrando que la masa visible representa únicamente entre el 10 % y 20 % de la masa total [3].

Pese a la precisión predictiva de ME, no se ha logrado explicar todos los fenómenos (hasta ahora observados experimentalmente) que encontramos en la naturaleza en este esquema. A continuación presentamos las motivaciones para explorar una teoría “Más allá del ME”, patrones que no hemos logrado rastrear con la teoría cuántica de campo.

2.2. Neutrinos Masivos

Uno de los fenómenos para lo cual el ME no tiene capacidad de predicción son los neutrinos masivos, si observamos el **Sector de Yukawa**¹:

$$-\mathcal{L}_{Yukawa} = Y_{ij}^d \bar{Q}_i H d_{R_j} + Y_{ij}^u \bar{Q}_i \tilde{H} u_{R_j} + Y_{ij}^l \bar{L}_i H l_{R_j} + h.c. \quad (2.5)$$

En el cual podemos notar la ausencia del término que incluiría los neutrinos con **quiralidad**² derecha, esto debido a que experimentalmente, no se ha detectado una partícula con estas características.

El primer indicio de neutrinos masivos es resultado de un experimento encargado de la detección de neutrinos solares, dirigido por el científico Raymond Davis Jr. Este experimento detectó un tercio de la cantidad esperada de neutrinos del electrón ν_e . Tiempo después, el mecanismo de “Oscilación

de neutrinos” fue propuesta como solución a este problema (Confirmada en 1998 por el experimento japonés Super-Kamiokande SK)³.

Podemos entender la oscilación de neutrinos si pensamos en un sistema de péndulos acoplados, las oscilaciones de un péndulo inducirán oscilaciones en otro. En nuestro caso, la fuerza de acoplamiento quedará en términos de la “matriz de mezcla de leptones (U_{PMNS})” que relaciona los estados de neutrino del ME, ν_e, ν_μ, ν_τ con los estados de masa ν_1, ν_2 y ν_3 con masas **reales** m_1, m_2 y m_3 :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Los elementos de la matriz de mezcla (U_{PMNS}) nos darán las amplitudes de probabilidad de que algún estado (ν_e, ν_μ, ν_τ) esté “compuesto” por la mezcla de los estados de masa.

Análogamente, los estados de masa se componen de “mezclas” de los estados de neutrino, a continuación podremos visualizar en la siguiente figura un esquema de las probabilidades de dichas mezclas. (Dado que los experimentos de oscilaciones de neutrinos únicamente son sensibles a las diferencias entre los cuadrados de las masas de los neutrinos $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$ y no da información sobre el valor absoluto de las masas al cuadrado (eigenvalores) m_i^2) [19].

¹Encargado de las interacciones del bosón de Higgs con los fermiones, tras un mecanismo de rompimiento de simetría hace evidente los términos de masa.

²El término de quiralidad hace referencia a la dirección que tiene el movimiento de una partícula con respecto de la dirección del espín de la misma. Para las partículas no masivas, la quiralidad no depende del marco de referencia de un observador, pues esto implicaría que el observador viaja a velocidades más grandes que la de la luz, decimos que la quiralidad es un invariante de Lorentz.

³Idea propuesta por Pontecorvo en 1957 y también desarrollada por Maki, Nakagawa y Sakata en 1962. El mecanismo preciso para las oscilaciones de neutrinos solares fue desarrollado por Mikheyev, Smirnov y Wolfenstein (Efecto MSW)[19]

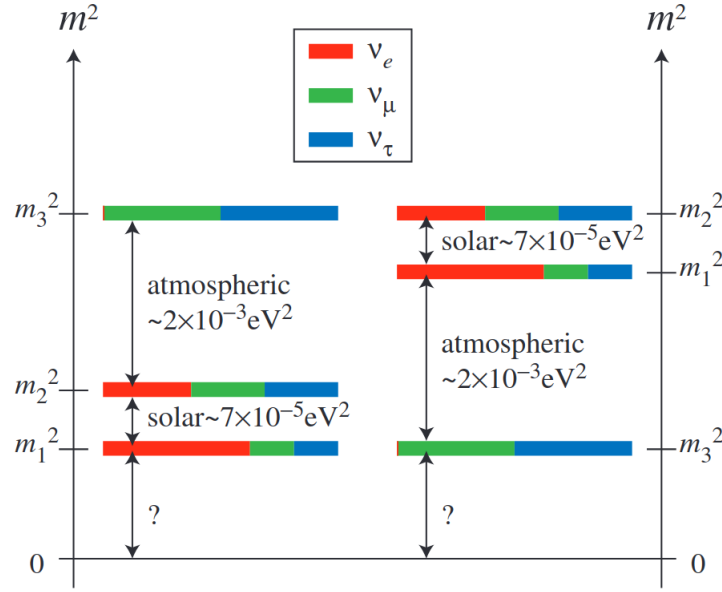


Figura 2.3: Componentes en la base de sabor de cada estado en la base de masas para neutrinos. Contamos con dos posibilidades (compatibles con los datos experimentales) para el ordenamiento de las masas al cuadrado de los neutrinos, **Ordenamiento normal** ($m_3^2 > m_2^2 > m_1^2$) y **Ordenamiento invertido** ($m_2^2 > m_1^2 > m_3^2$) [19].

Una propuesta plausible es una extensión al ME con la adición de “m” neutrinos **estériles**, uno puede construir 2 operadores renormalizables e invariantes de la forma:

$$-\mathcal{L}_{M_\nu} = M_{D_{ij}} \bar{\nu}_{si} \nu_{Lj} + \frac{1}{2} M_{N_{ij}} \bar{\nu}_{si} \nu_{sj}^c + h.c \quad (2.7)$$

En donde ν^c es un neutrino de carga conjugada. M_D es una matriz compleja de dimensión $m \times 3$ y M_N una matriz simétrica de dimensión $m \times m$.

El primer término es generado a través del rompimiento espontáneo de simetría electrodébil de las interacciones de Yukawa,

$$Y_{ij}^\nu \bar{\nu}_{si} \tilde{\phi}^\dagger L_{Lj} \rightarrow M_{D_{ij}} = Y_{ij}^\nu \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (2.8)$$

Este término corresponde a un término de masa de tipo Dirac. Conserva número leptónico, sin embargo puede romper la simetría de sabor leptónico.

El segundo término en la ecuación 2.7 corresponde a un término de masa tipo Majorana. Este término es un singlete del grupo de ME y como tal podrá aparecer como un término de masa “desnuda” en el lagrangiano. Por otro lado, este término rompe con el número leptónico por 2 unidades. Dicho término no está permitido si los neutrinos están cargados ante alguna simetría. Los neutrinos de Majorana ocupan solo un campo para describir los estados de partícula y antipartícula.

En el caso que solo consideremos neutrinos de Dirac, imponiendo $M_N = 0$ puede ser equivalente a incluir una simetría de número leptónico en el modelo. Si únicamente consideramos 3 neutrinos estériles, podemos identificarlos a través del componente derecho de un campo con 4 espinores. En

este caso el término de masa de Dirac puede ser diagonalizado con 2 matrices unitarias V^ν y V_R^ν , esto es:

$$V_R^\nu M_D V^\nu = \text{diag}(m_1, m_2, m_3). \quad (2.9)$$

Sin embargo es necesario hacer evidente que en este caso el contenido de materia y las simetrías “a bajas energías” son diferentes a las de ME, de este modo, no recuperamos ME como una teoría efectiva. Aunado a esto último, no explica el hecho de que los neutrinos sean mucho más ligeros que los leptones cargados, consideremos que tanto leptones cargados como neutros adquieren masa a través del mismo mecanismo (Rompiamiento espontáneo de simetría)[9].

2.3. Problema del Sabor

En el contexto de la física de partículas el término “**sabor**” es empleado para describir a los campos que tienen asignadas las mismas cargas cuánticas.

La “física del sabor” se encarga de las interacciones que distinguen sabor, en el contexto del ME, las interacciones débiles y las interacciones de Yukawa i.e. las interacciones de norma (aquellas relacionadas con simetrías “intactas” y que son mediadas por bosones de norma no masivos) no le conciernen a la física del sabor [24].

En este contexto, contamos con una considerable cantidad de los parámetros libres de ME. Entre ellos encontramos:

- 6 masas, 3 ángulos de mezcla y una fase para el **sector de quarks**.
- 6 masas, 3 ángulos de mezcla y una fase para el **sector leptónico**, además de posibles parámetros para neutrinos de Majorana.

De estos parámetros, experimentalmente encontramos que para el sector leptónico tenemos 2 ángulos de mezcla grandes y 1 pequeño, además de una estructura jerárquica de masas y valores pequeños para las masas de los neutrinos. En el sector de quarks contamos con una estructura jerárquica también para las masas y valores pequeños para los ángulos de mezcla. Así, la estructura de sabor entre sectores es muy diferente. **El problema del sabor** busca entender los mecanismos detrás de estas jerarquías así como obtener posibles relaciones entre estos parámetros.[23]

Estructura de familia: La jerarquía de masas y su origen

Si no son consideradas las interacciones de Yukawa, es decir, $Y_{ij}^{u,d,l} = 0$ El lagrangiano del ME tendría una simetría global más grande [14]. Dado que el lagrangiano sería la suma de los términos cinéticos de los campos ($\sum_n \bar{\psi}_n i D \psi_n$), en donde la suma corre sobre los campos en una representación irreducible del grupo de norma de ME, se pueden realizar **transformaciones unitarias** entre los campos para alguna representación de ME y mantener invariante la densidad lagrangiana. Es decir:

$$\begin{aligned}
q'_L &= U_q q_L, \\
u'_R &= U_u u_R, \\
d'_R &= U_d d_R, \\
l'_L &= U_l l_L, \\
e'_R &= U_e e_R \\
U_q U_q^\dagger &= \dots = U_e U_e^\dagger = 1.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Dado que tenemos 3 copias de cada representación del ME, implica que las matrices unitarias $U_{q,u,d,l,e}$ son matrices de 3×3 . Dicho lo anterior, considerando que tenemos 5 distintas representaciones (3 de quarks y 2 de leptones) el grupo de simetría bajo el cual se mantiene la invarianza será $U(3)_q \times U(3)_u \times U(3)_d \times U(3)_l \times U(3)_e = U(3)^5$. La simetría de sabor nos dice que todas las partículas deberían tener la misma dinámica, en términos de sus propiedades, son indistinguibles. Sin embargo, experimentalmente no es posible hacer caso omiso a las distintas generaciones de partículas dado que poseen diferentes masas. A través del **rompimiento espontáneo de simetría**, responsable de dotar de masa a las partículas a través de la interacción de los campos de materia con el boson de Higgs, se genera una **jerarquía en las masas de los fermiones**, dado que los acoplamientos de Yukawa son distintos para cada generación en los fermiones, es dicho que **se rompe la simetría de sabor** [14]. Una teoría de sabor buscaría brindar una explicación del origen del sector de Yukawa.

2.4. Mecanismo de Froggat-Nielsen

Propuesto como una posible explicación de la jerarquía de masas fermionicas, el mecanismo de Froggat-Nielsen implementa una nueva simetría global, la cual es espontáneamente rota por el valor de expectación de vacío (Comúnmente denotado $\langle 0|S|0\rangle$) de un nuevo campo escalar S denominado **flavon** [17].

$$-\mathcal{L}_{yukawa} = y_{ij}^d \left(\frac{S}{\Lambda}\right)^{n_{ij}^d} \bar{Q}_i H d_{R_j} + y_{ij}^u \left(\frac{S}{\Lambda}\right)^{n_{ij}^u} \bar{Q}_i \tilde{H} u_{R_j} + y_{ij}^l \left(\frac{S}{\Lambda}\right)^{n_{ij}^l} \bar{L}_i H l_{R_j} + y_{ij}^\nu \left(\frac{S}{\Lambda}\right)^{n_{ij}^\nu} \bar{L}_i \tilde{H} \nu_{R_j} + h.c. \tag{2.11}$$

En dónde los índices $i, j = 1, 2, 3$ asocian las entradas de la matriz de Yukawa con las potencias de $\left(\frac{S}{\Lambda}\right)$.

Los términos de interacción entre los campos escalares adicionales y los campos de ME generan términos de acoplamientos efectivos, debido a estos acoplamientos es posible generar una jerarquía en las masas de las partículas de ME.

Para que el lagrangiano pueda ser invariante ante la simetría de sabor $U(1)$ debemos encontrar las condiciones en los exponentes n_{ij} en términos de las cargas de sabor de los fermiones y el campo de Higgs. Dada las siguientes reglas de transformación ante la simetría $U(1)$ de sabor;

$$\begin{aligned}
\bar{Q}'_i &= e^{ia_{Q_i}} Q_i, \\
d'_{Rj} &= e^{-ia_{dRj}} d_{Rj}, \\
H' &= e^{-ia_h} H, \quad \& \\
\tilde{H} &= e^{ia_h} H.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Las condiciones necesarias para la invarianza entonces son (En el sector de Quarks):

$$n_{ij}^d = a_{Q_i} - a_{dj} - a_H, \quad \& \quad n_{ij}^u = a_{Q_i} - a_{uj} + a_H, \tag{2.13}$$

en donde $a_{uj} = a_{u,c,t}$ y $a_{dj} = a_{d,s,b}$ denotan las cargas de sabor de las 3 generaciones de los singletes de quarks, a_{Q_i} son las cargas de sabor de las 3 generaciones en los dobletes de quarks y a_H es la carga de sabor del Higgs [5].

Para el sector leptónico:

$$\begin{aligned}
n_{ij}^l &= a_{L_i} - a_{lj} - a_H, \quad \& \\
n_{ij}^\nu &= a_{L_i} - a_{\nu_j} + a_H.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

En la propuesta original se busca implementar una simetría $U(1)$, en nuestro contexto se trataría de $SU(3)$.

2.5. Sector de Yukawa leptónico

Considerando las interacciones de Yukawa para los leptones e incluyendo el término de neutrinos derechos, obtendríamos el siguiente lagrangiano:

$$-\mathcal{L}_{Yleptons} = Y_{ij}^l \bar{L}_i H l_{Rj} + Y_{ij}^\nu \bar{L}_i H \nu_{Rj} + h.c. \tag{2.15}$$

Por otro lado, contamos con las siguientes observables en el sector leptónico [9] [4]:

Leptones cargados (e, μ, τ)	Neutrinos (ν_e, ν_μ, ν_τ)
$m_e = 0,510998902 \pm 0,000000021 MeV$	$m_{\nu_e} \leq 1eV$
$m_\nu = 105,658357 \pm 0,000005 MeV$	$m_{\nu_\mu} \leq 0,19 MeV$
$m_\tau = 1777,03_{-0,26}^{+0,30} MeV$	$m_{\nu_\tau} \leq 18,2 MeV$

Tabla 2.1: Masa de los leptones cargados (primer columna), estimación de los intervalos para las masas de neutrinos (segunda columna).

Además, los experimentos de neutrinos han provisto 2 mediciones en las diferencias al cuadrado de las masas de los neutrinos ($\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$)[8]:

$$\begin{aligned}
\Delta m_{21}^2 &= 7,53 \pm 0,18 \times 10^{-5} eV^2. \\
\Delta m_{32}^2 &= 2,437 \pm 0,033 \times 10^{-3} eV^2.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Capítulo 3

Propuesta de un modelo, resultados y conclusiones.

“Al final lo que se nos acaba no será el trabajo sino más bien el tiempo.”

– Dr. Selim Gómez Ávila.

3.1. Motivación

A continuación revisaremos algunos modelos que introducen diferentes esquemas de trabajo para la introducción de nueva física que pueda atender el problema del sabor y la generación de neutrinos masivos. Las propuestas que se presentan tienen de común denominador la premisa de violación mínima de sabor [18] [13].

El descubrimiento de las masas de neutrinos a través de la mezcla entre los estados de sabor es una evidencia de violación del sabor leptónico ($L = L_e + L_\mu + L_\tau$). En el contexto de ME, la violación de sabor en el sector leptónico y de quarks es inducida mediante las interacciones de Yukawa, las cuales conservan número bariónico además de mantener diagonales las corrientes neutras de sabor (No existen corrientes neutras que cambien sabor a nivel árbol). De este modo, un modelo más allá de ME está restringido a aquellos que no contribuyan a las corrientes neutras que cambien sabor (a nivel árbol). Una forma eficiente de sobreponerse ante esta restricción es asumir que los nuevos acoplamientos que cambian sabor aparecerían en las extensiones de ME de forma suprimida como consecuencia de la imposición de alguna simetría. Entre las propuestas para imponer alguna simetría, encontramos como la más adecuada a la hipótesis de Violación Mínima de Sabor, una premisa que propone los acoplamientos de Yukawa como las únicas fuentes de violación en la simetría de sabor [7].

En la investigación de Benjamín Grinstein, Michele Redi, Giovanni Villadoro [15] se propone la posibilidad de promover la simetría global de sabor en el ME a una simetría de norma, para ello es necesario introducir fermiones adicionales que logren cancelar las anomalías que introduciría tal propuesta. Una anomalía podemos entenderla como la no conservación de una corriente conservada en la teoría clásica cuando se considera la cuantización, esto introduce interacciones que a nivel de árbol no se cancelan entre sí. Se considera a los acoplamientos de Yukawa como los únicos responsables de la violación de sabor en el ME. (A esta premisa se le conoce como Violación

Mínima de Sabor, VMS). Dicho análisis es llevado a cabo en el sector de Quarks en el trabajo mencionado. Considerar el límite en el que se anulen los acoplamientos de Yukawa introduce una simetría global conocida como **simetría horizontal (de sabor)**. Imponer esta simetría desde el principio es el punto de partida para Grinstein et al. Sin embargo, esta simetría no es suficiente para suprimir la violación de sabor a bajas energías, cuando la simetría de sabor está rota. Entonces los acoplamientos de Yukawa se proponen como campos espurios de tal forma que conserven dicha simetría la cual eventualmente será rota a través del valor de expectación de un campo de tipo flavon esto último introduce bosones de Goldstone no masivos. Como se mencionaba al principio, fermiones adicionales a los de ME requieren ser introducidos para descartar anomalías. Con este contenido de materia adicional se pueden hacer emerger los términos de Yukawa de ME de un Lagrangiano renormalizable. Los números cuánticos de estos fermiones adicionales son tales que la mezclas con los fermiones de ME son “diagonales de sabor” y sus masas son proporcionales a los VEVs de los flavons. De esta forma el contenido de materia y sus respectivas cargas ante la simetría tendrán que ser el siguiente:

	$SU(3)_{QL}$	$SU(3)_{UR}$	$SU(3)_{DR}$	$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
Q_L	3	1	1	3	2	1/6
U_R	1	3	1	3	1	2/3
D_R	1	1	3	3	1	-1/3
Ψ_{uR}	3	1	1	3	1	2/3
Ψ_{dR}	3	1	1	3	1	-1/3
Ψ_u	1	3	1	3	1	2/3
Ψ_d	1	1	3	3	1	-1/3
Y_u	$\bar{3}$	3	1	1	1	0
Y_d	$\bar{3}$	1	3	1	1	0
H	1	1	1	1	2	1/2

Tabla 3.1: Contenido de materia en el modelo [15]

En este modelo se consideró la opción más sencilla para cancelar las anomalías cúbicas no-abelianas. Se añadieron 2 fermiones de color de quiralidad derecha en la fundamental de $SU(3)_{QL}$, uno de quiralidad izquierda en la fundamental de $SU(3)_{UR}$ y uno en la fundamental de $SU(3)_{DR}$. El trabajo de R. Alonso, M.B Gavela, L. Merlo y S. Rigolin [2] propone un modelo que introduce **Violación mínima de sabor** en el que se impone una simetría adicional $SU(3)_L \times SU(3)_U \times SU_D(3)$ bajo la cual transformarán los quarks de tipo u, d y entre generaciones del doblete de $SU(2)_Y$. Este modelo se construye a través de 2 principales motivaciones:

- Asumiendo que, a bajas energías, los acoplamientos de Yukawa son las únicas fuentes de violación de sabor y de CP en el SM y/o extensiones del mismo.
- La simetría de sabor que el SM exhibe en el límite en el que no se consideran los acoplamientos de Yukawa ($G_F = SU(3)_Q \times SU(3)_u \times SU(3)_d \times U(1)_B \times U(1)_Y \times U(1)_{PQ}$. En donde el grupo de simetría $U(1)_{(B,Y,PQ)}$ corresponde al número bariónico, hipercarga y la simetría de Peccei-Quinn).

Bajo el grupo de simetría de esta teoría tenemos la siguiente asignación de cargas:

- $Q_L \rightarrow (3, 1, 1)$
- $U_R \rightarrow (1, 3, 1)$
- $D_L \rightarrow (1, 1, 3)$

Dado que el término de Yukawa rompe explícitamente la simetría de sabor, los acoplamientos de Yukawa se proponen como **campos escalares** que transforman de la siguiente manera:

- $Y_U \rightarrow (3, \bar{3}, 1)$
- $Y_D \rightarrow (3, 1, \bar{3})$

De este modo, se mantiene invarianza bajo el grupo de simetría.

Bajo otro esquema, considerando que nueva física más allá de ME únicamente se manifieste directamente por encima de una escala Λ podríamos rescatar al ME como teoría efectiva a bajas energías, dado que esta nueva física se mantiene hasta energías por debajo de Λ , no es necesario que esta teoría sea renormalizable. De esta forma, es posible incluir términos no renormalizables cuyo efecto esté suprimido por potencias de $1/\Lambda^{dim-4}$. El término de nueva física que se encuentra menos suprimido es un término con $d = 5$. Considerando el contenido de materia y las simetrías de norma de ME uno solamente puede construir los siguientes términos de dimensión 5

$$\frac{Z_{ij}^\nu}{\Lambda} (\bar{L}_{Li} \tilde{\phi}) (\tilde{\phi}^T L_{Lj}^C) + h.c \quad (3.1)$$

Estos términos violan el grupo de simetría:

$$G_{ME}^{global} = U(1)_B \times U(1)_{Le} \times U(1)_{L\mu} \times U(1)_{L\tau} \quad (3.2)$$

El cual corresponde a una simetría global accidental que aparece como consecuencia de la simetría de norma y de la representación de los campos de materia. $U(1)_B$ corresponde a la simetría de número bariónico y $U(1)_{Le, L\mu, L\tau}$ corresponde a las simetrías de sabor leptónico.

En general, el rompimiento de 3.2 no representa un problema, no hay una razón para que la nueva física deba respetar las simetrías **accidentales** de ME. En particular, se viola el número total leptónico por 2 unidades. Después del rompimiento espontáneo de simetría se genera un término bilineal para los campos de neutrinos:

$$-\mathcal{L}_{M\nu} = \frac{Z_{ij}^\nu v^2}{2\Lambda} \nu_{Li}^- \nu_{Lj}^c + h.c. \quad (3.3)$$

Podemos ver que se trata de un término de Majorana para neutrinos izquierdos con una matriz de masas de la siguiente forma:

$$(M_\nu)_{ij} = Z_{ij}^\nu \frac{v^2}{\Lambda} \quad (3.4)$$

De esta última ecuación podemos observar que la escala a la que emergen las masas de los neutrinos está suprimida por v/Λ comparada con la escala de los fermiones cargados, de esta forma podemos explicar los valores pequeños para sus masas. En la ausencia de simetrías adicionales para los coeficientes Z_{ij} la violación de sabor y de CP se harán presentes en la teoría.

El objetivo de esta investigación es proponer un modelo para el sector leptónico, específicamente, en el sector de neutrinos. Implementamos una simetría $SU(3)_L \times SU(3)_R \times SU(3)_F$ que introduce Violación Mínima de Sabor. A través de la introducción de esta simetría y de los grados de libertad adicionales que implementa buscamos suprimir violación de sabor a su vez proponiendo un mecanismo que explique la generación de pequeñas masas para los neutrinos. El contenido de materia adicional tendrá carácter de campos escalares Z_L , Z_R y $\tilde{\phi}$. Una vez que nuestros campos escalares adicionales adquieran valor de expectación de vacío habrá rompimiento espontáneo de simetría y de esta forma logramos recuperar la estructura de ME, a bajas energías.

3.2. Construcción del modelo

En aras de construir nuestro lagrangiano efectivo para el sector de Yukawa, presentamos el contenido de campos adicional y las simetrías que obedece el modelo.

Exploramos las diferentes asignaciones de carga para el contenido de materia de SM, fijando las cargas de los campos escalares propuestos ($\tilde{\phi}$, Z_L , Z_R).

3.2.1. Construcción del potencial

Para que sea posible que dichos campos puedan adquirir un valor de expectación de vacío no nulo es necesario construir su potencial.

De acuerdo con [2]¹ podemos construir el potencial utilizando sus invariantes (de orden menor o igual al de los términos del lagrangiano):

- $A_R = Tr(Z_R Z_R^\dagger)$
- $A_L = Tr(Z_L Z_L^\dagger)$
- $B_R = Det(Z_R Z_R^\dagger)$
- $B_L = Det(Z_L Z_L^\dagger)$
- $A_{LL} = Tr(Z_L Z_L^\dagger Z_L Z_L^\dagger)$
- $A_{RR} = Tr(Z_R Z_R^\dagger Z_R Z_R^\dagger)$
- $A_{LR} = Tr(Z_L Z_L^\dagger Z_R Z_R^\dagger)$
- $C_R = Det(\tilde{\phi})$
- $C = Tr(\tilde{\phi} \tilde{\phi}^\dagger)$
- $C_{LR} = Tr(Z_{Li}^\dagger \tilde{\phi}^{ab} Z_{Rj}^\dagger)$

¹El esquema del trabajo si bien utiliza la misma estructura de simetría, trabajan en otro sector (quarks) y distingue entre otras características (de tipo u y tipo d, la simetría de sabor es igualmente incluida)

De esta forma, el potencial a nivel no renormalizable será:

$$\begin{aligned}
V = \sum_{L,R} & (-\mu_i^2 A_i + B_i \frac{1}{\lambda_i^2} + \lambda_i A_i^2 + \lambda'_i A_{ii}) + g_{LR} A_L A_R + \lambda_{LR} A_{LR} + \lambda_\phi C_R + \\
& \lambda_{\phi LR} C_{LR} + C_{LR} A_{LR} \frac{1}{\lambda^3} + C_{LR} A_{LL,RR} \frac{1}{\lambda_{LL,RR}^3} + C_R^2 \frac{1}{\lambda^2} + \alpha_1^2 C + \alpha_2 C^2.
\end{aligned} \tag{3.5}$$

3.2.2. Caso 1 (Partículas de ME no transforman bajo la simetría L,R)

Los campos fermiónicos transformarán con respecto de una simetría de sabor de la forma:

- $\bar{f}'_L = U_L^{f\dagger} f_L$
- $f'_R = U_R^{f\dagger} f_R$

Mientras que los nuevos campos transformarán de acuerdo a 2 nuevas simetrías que distinguen quiralidad.

- $Z'_L = U_L^z Z_L$
- $Z_L^{\dagger} = Z_L^{\dagger} U_L^{z\dagger}$
- $Z'_R = U_R^z Z_R$
- $Z_R^{\dagger} = Z_R^{\dagger} U_R^{z\dagger}$
- $\tilde{\phi}' = \tilde{U}_L^{\dagger} \tilde{\phi} \tilde{U}_R$

(Dado que los campos fermiónicos transforman únicamente ante la simetría de sabor, su matriz de transformación para las simetría izquierda y derecha será $\mathbb{1}$).

	$SU(2)_L$	$SU(3)_L$	$SU(3)_R$	$SU(3)_F$
Z_L^i	1	3	1	3
Z_R^j	1	1	3	3
ϕ^{ij}	1	3	$\bar{3}$	1
ϕ	2	1	1	1
f_L	2	1	1	3
f_R	1	1	1	3

Tabla 3.2: Asignación de transformación bajo las simetrías para el contenido de materia bajo la simetría $SU(3)_L \times SU(3)_R \times SU(3)_F$. (Partículas de ME singletes bajo el grupo de simetría adicional).

Respetando estas simetrías, los términos que se mantienen invariantes serán:

$$-\mathcal{L}_{Y(leptons)} = \bar{f}_{Li} (D_{ij} + \frac{1}{\Lambda^2} Z_{Li}^{\dagger a} Z_{Lj}^a + \frac{1}{\Lambda^2} Z_{Ri}^{\dagger \bar{a}} Z_{Rj}^{\bar{a}} + \frac{1}{\Lambda^3} Z_{Li}^{\dagger a} \tilde{\phi}^{a\bar{b}} Z_{Rj}^{\bar{b}}) f_{Rj} \phi. \tag{3.6}$$

En dónde D será

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Con “a” un parámetro de “textura universal”, un parámetro que podría relacionar los diferentes sectores fermionicos.

En donde los campos Z_i son tripletes. Ej.

$$Z_{Li}^\dagger = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix}_i. \quad (3.8)$$

(Aquí se expandió el índice de carga izquierda).

Corriendo el índice de generación obtendremos:

$$Z_L^\dagger = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

De este modo, una vez que nuestros campos escalares adquieren valor de expectación de vacío (VEV), nuestra matriz efectiva de Yukawa tendrá la siguiente forma;

$$Y_{ij} = D_{ij} + \frac{1}{\Lambda^2} \langle Z_{Li}^\dagger \rangle \langle Z_{Lj}^a \rangle + \frac{1}{\Lambda^2} \langle Z_{Ri}^\dagger \rangle \langle Z_{Ri}^{\bar{a}} \rangle + \frac{1}{\Lambda^3} \langle Z_{Li}^\dagger \rangle \langle \tilde{\phi}^{ab} \rangle \langle Z_{Rj}^{\bar{b}} \rangle. \quad (3.10)$$

Matriz efectiva (Caso 1)

En donde se han considerado reales los valores de expectacion de vacío (Razón por la que aparecen términos al cuadrado).

Reescribimos las entradas buscando comprimir cada término:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= D_1 + C_3, \\ Y_{22} &= D'_1 + C'_3, \\ Y_{33} &= D''_1 + C''_3 + a, \\ Y_{12} &= D_2 + C_4, \\ Y_{21} &= D_2^\dagger + C_5, \\ Y_{13} &= D_3 + C_6, \\ Y_{31} &= D_3^\dagger + C_7, \\ Y_{23} &= D_4 + C_8, \\ Y_{32} &= D_4^\dagger + C_9. \end{aligned} \quad (3.11)$$

En donde:

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{Z_{L11}^2 + Z_{L21}^2 + Z_{L31}^2}{\Lambda^2} + \frac{Z_{R11}^2 + Z_{R21}^2 + Z_{R31}^2}{\Lambda^2}, \\ C_3 &= \frac{Z_{R11} (Z_{L11}\phi_{11} + Z_{L21}\phi_{21} + Z_{L31}\phi_{31})}{\Lambda^3} + \frac{Z_{R21} (Z_{L11}\phi_{12} + Z_{L21}\phi_{22} + Z_{L31}\phi_{32})}{\Lambda^3} + \\ &\quad \frac{Z_{R31} (Z_{L11}\phi_{13} + Z_{L21}\phi_{23} + Z_{L31}\phi_{33})}{\Lambda^3}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

D'_1 , D''_1 , C'_3 y C''_3 cambian la generación de sabor de los campos $Z_{L,R}$.
Por otro lado:

$$\begin{aligned}
D_2 &= \frac{Z_{L11}Z_{L12} + Z_{L21}Z_{L22} + Z_{L31}Z_{L32}}{\Lambda^2} + \frac{Z_{R11}Z_{R12} + Z_{R21}Z_{R22} + Z_{R31}Z_{R32}}{\Lambda^2}, \\
D_3 &= \frac{Z_{L11}Z_{L13} + Z_{L21}Z_{L23} + Z_{L31}Z_{L33}}{\Lambda^2} + \frac{Z_{R11}Z_{R13} + Z_{R21}Z_{R23} + Z_{R31}Z_{R33}}{\Lambda^2}, \\
D_4 &= \frac{Z_{L12}Z_{L13} + Z_{L22}Z_{L23} + Z_{L32}Z_{L33}}{\Lambda^2} + \frac{Z_{R12}Z_{R13} + Z_{R22}Z_{R23} + Z_{R32}Z_{R33}}{\Lambda^2}, \\
C_4 &= \frac{Z_{R12}(Z_{L11}\phi_{11} + Z_{L21}\phi_{21} + Z_{L31}\phi_{31})}{\Lambda^3} + \frac{Z_{R22}(Z_{L11}\phi_{12} + Z_{L21}\phi_{22} + Z_{L31}\phi_{32})}{\Lambda^3} + \\
&\quad \frac{Z_{R32}(Z_{L11}\phi_{13} + Z_{L21}\phi_{23} + Z_{L31}\phi_{33})}{\Lambda^3}, \\
C_5 &= \frac{Z_{R11}(Z_{L12}\phi_{11} + Z_{L22}\phi_{21} + Z_{L32}\phi_{31})}{\Lambda^3} + \frac{Z_{R21}(Z_{L12}\phi_{12} + Z_{L22}\phi_{22} + Z_{L32}\phi_{32})}{\Lambda^3} + \\
&\quad \frac{Z_{R31}(Z_{L12}\phi_{13} + Z_{L22}\phi_{23} + Z_{L32}\phi_{33})}{\Lambda^3}, \\
C_6 &= \frac{Z_{R13}(Z_{L11}\phi_{11} + Z_{L21}\phi_{21} + Z_{L31}\phi_{31})}{\Lambda^3} + \frac{Z_{R23}(Z_{L11}\phi_{12} + Z_{L21}\phi_{22} + Z_{L31}\phi_{32})}{\Lambda^3} + \\
&\quad \frac{Z_{R33}(Z_{L11}\phi_{13} + Z_{L21}\phi_{23} + Z_{L31}\phi_{33})}{\Lambda^3}, \\
C_7 &= \frac{Z_{R11}(Z_{L13}\phi_{11} + Z_{L23}\phi_{21} + Z_{L33}\phi_{31})}{\Lambda^3} + \frac{Z_{R21}(Z_{L13}\phi_{12} + Z_{L23}\phi_{22} + Z_{L33}\phi_{32})}{\Lambda^3} + \\
&\quad \frac{Z_{R31}(Z_{L13}\phi_{13} + Z_{L23}\phi_{23} + Z_{L33}\phi_{33})}{\Lambda^3}, \\
C_8 &= \frac{Z_{R13}(Z_{L12}\phi_{11} + Z_{L22}\phi_{21} + Z_{L32}\phi_{31})}{\Lambda^3} + \frac{Z_{R23}(Z_{L12}\phi_{12} + Z_{L22}\phi_{22} + Z_{L32}\phi_{32})}{\Lambda^3} + \\
&\quad \frac{Z_{R33}(Z_{L12}\phi_{13} + Z_{L22}\phi_{23} + Z_{L32}\phi_{33})}{\Lambda^3}, \\
C_9 &= \frac{Z_{R12}(Z_{L13}\phi_{11} + Z_{L23}\phi_{21} + Z_{L33}\phi_{31})}{\Lambda^3} + \frac{Z_{R22}(Z_{L13}\phi_{12} + Z_{L23}\phi_{22} + Z_{L33}\phi_{32})}{\Lambda^3} + \\
&\quad \frac{Z_{R32}(Z_{L13}\phi_{13} + Z_{L23}\phi_{23} + Z_{L33}\phi_{33})}{\Lambda^3}.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

3.2.3. Caso 2 - Fermiones transforman bajo la nueva simetría, Higgs como singlete.

En este esquema vamos a desglosar los tipos de fermiones con los que estamos trabajando (leptones cargados y neutros)

	$SU(2)_L$	$SU(3)_L$	$SU(3)_R$	$SU(3)_F$
Z_L^i	1	3	1	3
Z_R^j	1	1	3	3
$\tilde{\phi}^{ij}$	1	3	$\bar{3}$	1
ϕ	2	1	1	1
f_L	2	3, 1	1, 3	3
$(l)f_R$	1	1	3	3
$(\nu)\tilde{f}_R$	1	1	3	3

Tabla 3.3: Asignación de transformación para el contenido de materia bajo la simetría $SU(3)_L \times SU(3)_R \times SU(3)_F$. (Fermiones transforman ante el grupo de simetría adicional, doblete de Higgs transforma como singlete).

Para la primera asignación de cargas nuestro lagrangiano efectivo será:

$$-\mathcal{L}_{Y(leptons)} = \frac{1}{\Lambda^2} \bar{f}_{Li}^a (Z_{Li}^{a\dagger} Z_{Rj}^A) f_{Rj}^A \phi + \frac{1}{\Lambda^2} \bar{f}_{Li}^a (Z_{Li}^{a\dagger} Z_{Rj}^A) \tilde{f}_{Rj}^A \phi. \quad (3.14)$$

La segunda asignación de cargas (texto en azul) brinda el siguiente lagrangiano efectivo:

$$-\mathcal{L}_{Y(leptons)} = \frac{1}{\Lambda^2} \bar{f}_{Li}^A (Z_{Ri}^{A\dagger} Z_{Rj}^B) f_{Rj}^B \phi + \frac{1}{\Lambda^2} \bar{f}_{Li}^A (Z_{Ri}^{A\dagger} Z_{Rj}^B) \tilde{f}_{Rj}^B \phi + \frac{1}{\Lambda^3} \bar{f}_{Li}^C (Z_{Li}^{\dagger a} \phi^{aC} Z_{Rj}^B) \tilde{f}_{Rj}^B \phi + \frac{1}{\Lambda^3} \bar{f}_{Li}^C (Z_{Li}^{\dagger a} \phi^{aC} Z_{Rj}^B) f_{Rj}^B \phi. \quad (3.15)$$

En los lagrangianos anteriores podemos observar que se contraen los índices de los campos entre paréntesis para los dos últimos términos.

La última asignación dota de una regla de transformación ante la simetría derecha a los fermiones izquierdos, sin embargo, el propósito de la simetría es diferenciar entre partículas de quiralidad derecha e izquierda, por lo tanto, el último lagrangiano efectivo entra en ambigüedad física.

Matriz efectiva (Caso 2)

Directamente escribiendo sus entradas explicitas, tenemos:

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L11}Z_{R11} + Z_{L21}Z_{R21} + Z_{L31}Z_{R31}), \\
Y_{12} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L11}Z_{R12} + Z_{L21}Z_{R22} + Z_{L31}Z_{R32}), \\
Y_{13} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L11}Z_{R13} + Z_{L21}Z_{R23} + Z_{L31}Z_{R33}), \\
Y_{21} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L12}Z_{R11} + Z_{L22}Z_{R21} + Z_{L32}Z_{R31}), \\
Y_{22} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L12}Z_{R12} + Z_{L22}Z_{R22} + Z_{L32}Z_{R32}), \\
Y_{23} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L12}Z_{R13} + Z_{L22}Z_{R23} + Z_{L32}Z_{R33}), \\
Y_{31} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L13}Z_{R11} + Z_{L23}Z_{R21} + Z_{L33}Z_{R31}), \\
Y_{32} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L13}Z_{R12} + Z_{L23}Z_{R22} + Z_{L33}Z_{R32}), \\
Y_{33} &= \frac{1}{\Lambda^2}(Z_{L13}Z_{R13} + Z_{L23}Z_{R23} + Z_{L33}Z_{R33}).
\end{aligned} \tag{3.16}$$

3.2.4. Caso 3 - Fermiones y Higgs transforman bajo las simetrías adicionales.

	$SU(2)_L$	$SU(3)_L$	$SU(3)_R$	$SU(3)_F$
Z_L^i	1	3	1	3
Z_R^j	1	1	3	3
$\tilde{\phi}^{ij}$	1	3	$\bar{3}$	1
ϕ	2	3,3,1	3,1,3	1
f_L	2	3	1	3
$(l)f_R$	1	1	3	3
$(\nu)\tilde{f}_R$	1	1	3	3

Tabla 3.4: Asignación de transformación para el contenido de materia bajo la simetría $SU(3)_L \times SU(3)_R \times SU(3)_F$ (Partículas de SM transforman bajo el grupo de simetría adicional).

Para la primera asignación de cargas (texto en negro) el lagrangiano efectivo (para neutrinos y leptones cargados) será:

$$-\mathcal{L}_{Y(leptons)} = \frac{1}{\Lambda^3} \bar{f}_{Li}^a (Z_{Li}^a \tilde{\phi}^{bC} Z_{Rj}^A) f_{Rj}^A \phi^{bC} \tag{3.17}$$

Para la segunda asignación de cargas (texto en azul) durante la construcción de los términos se observa que un índice de simetría derecha no se contrae (B)

$$-\mathcal{L}_{Y(leptons)} = \bar{f}_{Li}^b (Z_{Li}^{\dagger b} \phi^{aA} Z_{Rj}^B) f_{Rj}^A \phi^a + \dots \tag{3.18}$$

(Si incluimos un término con Z_R el índice de sabor no se contrae).

La última asignación de cargas (texto en rojo) tampoco permite la construcción de términos, como ejemplo:

$$-\mathcal{L}_{Y(\text{leptons})} = f_{Li}^{\bar{b}} (Z_{Li}^{\dagger b} \phi^{aA} Z_{Rj}^C) f_{Rj}^A \phi^C + \dots \quad (3.19)$$

El índice izquierdo (a) no se está contrayendo. Por lo que no es posible construir términos de Higgs bajo las últimas 2 simetrías.

En el caso 2 y 3 se podrían abordar los casos en que los fermiones pueden adquirir reglas de transformación diferentes Ej. (\bar{f}_L que transforma bajo la simetría derecha), sin embargo, la propuesta del modelo busca diferenciar entre las partículas de quiralidad derecha e izquierda, por lo que podría haber ambigüedad física bajo esta asignación de cargas.

3.3. Predicción de las texturas fenomenológicamente viables

A continuación presentamos las predicciones de cada textura fenomenológicamente viable [6] y las respectivas condiciones que encontramos en términos de los valores de expectación de vacío para cada caso de la sección anterior, además de las predicciones que logra el modelo en cada asignación de cargas para los observables en el sector de neutrinos:

3.3.1. Caso I

Primera textura - Tipo I

$$\begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & * & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

Nos brinda las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{1}{\Lambda^2} D_1 + \frac{1}{\Lambda^3} C_3 = 0, \\ Y_{13} &= \frac{1}{\Lambda^2} D_3 + \frac{1}{\Lambda^3} C_6 = 0, \\ Y_{31} &= \frac{1}{\Lambda^2} D_3^\dagger + \frac{1}{\Lambda^3} C_7 = 0. \end{aligned} \quad (3.21)$$

De lo cual encontramos que se satisface:

$$\begin{aligned} \Lambda D_1 &= -C_3, \\ C_6^\dagger &= C_7. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Nota: El procedimiento es análogo en las demás texturas

Segunda Textura - Tipo I

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} \Lambda D_1 &= -C_3, \\ C_4^\dagger &= C_5. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Tercera textura - Tipo I

$$\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ 0 & 0 & * \\ * & * & * \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} \Lambda D'_1 &= -C'_3, \\ C_5 &= C_4^\dagger. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Cuarta textura - Tipo I

$$\begin{pmatrix} * & * & * \\ * & 0 & 0 \\ * & 0 & * \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \Lambda D_1 &= -C_3, \\ C_9 &= C_8^\dagger. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Quinta textura - Tipo I

$$\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ 0 & * & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} C_6 &= C_7^\dagger, \\ -a &= \frac{1}{\Lambda^2} D_1'' + \frac{1}{\Lambda^3} C_3''. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Sexta textura - Tipo I

$$\begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & 0 \\ * & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} C_8 &= C_9^\dagger, \\ -a &= \frac{D_1''}{\Lambda^2} + \frac{1}{\Lambda^3} C_3''. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Primera textura - Tipo II

$$\begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & 0 \\ * & 0 & * \end{pmatrix}. \quad (3.33)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} C_8 &= C_9^\dagger, \\ \Lambda D_1 &= -C_3 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Segunda textura - Tipo II

$$\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Condiciones

$$\begin{aligned} \Lambda D'_1 &= -C'_3, \\ C_7^\dagger &= C_6. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Tercer textura - Tipo II

$$\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ 0 & * & * \\ * & * & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.37)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} -a &= \frac{D''_1}{\Lambda^2} + \frac{C''_3}{\Lambda}, \\ C_4^\dagger &= C_5. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Primera textura - Tipo III

$$\begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & 0 & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} \Lambda D_1 &= -C_3, \\ \Lambda D'_1 &= -C'_3. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Segunda textura - Tipo III

$$\begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.41)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} \Lambda D_1 &= -C_3, \\ \Lambda D''_1 &= -C''_3. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Tercera textura - Tipo III

$$\begin{pmatrix} * & * & * \\ * & 0 & * \\ * & * & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

Condiciones:

$$\begin{aligned} \Lambda D'_1 &= -C'_3, \\ \Lambda D''_1 &= -C''_3. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Dado que no hay simetría en los términos de las matrices para el caso 2 y 3 no existe alguna relación adicional que las entradas igualadas a 0.

3.4. Exploración numérica

3.4.1. Caso 1 - Escala varía

Considerando un valor para Λ entre 246 GeV (Escala electro débil) y 100 TeV, las predicciones para las diferencias de masas al cuadrado de los neutrinos (Cuyo valor experimental es: $\Delta m_{21}^2 = 7,53 \pm 0,18 \times 10^{-5} eV^2$, $\Delta m_{32}^2 = 2,437 \pm 0,033 \times 10^{-3} eV^2$.) obtenidas se despliegan en las siguientes gráficas:

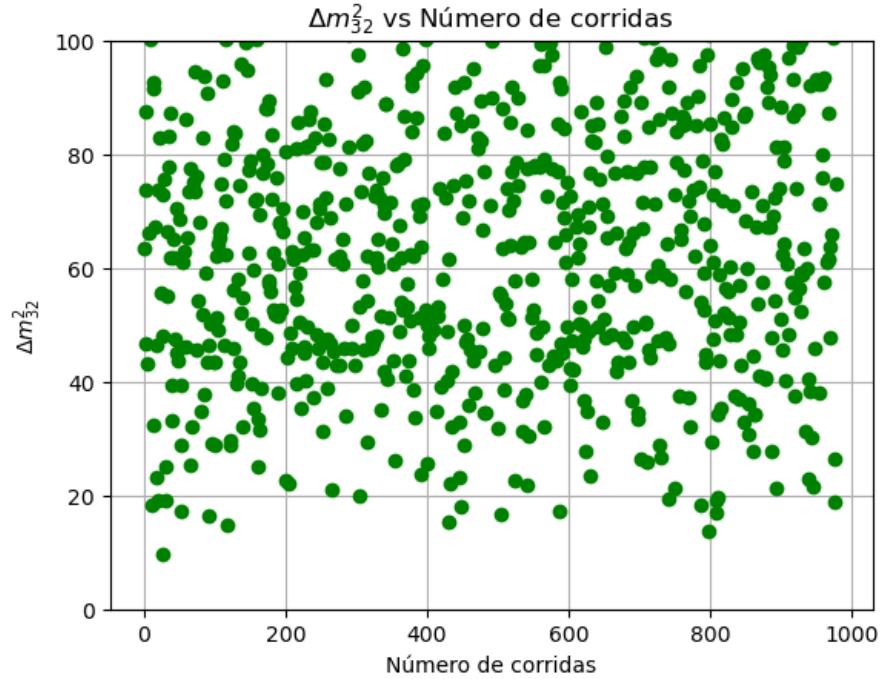


Figura 3.1: Predicciones para Δm_{32}^2

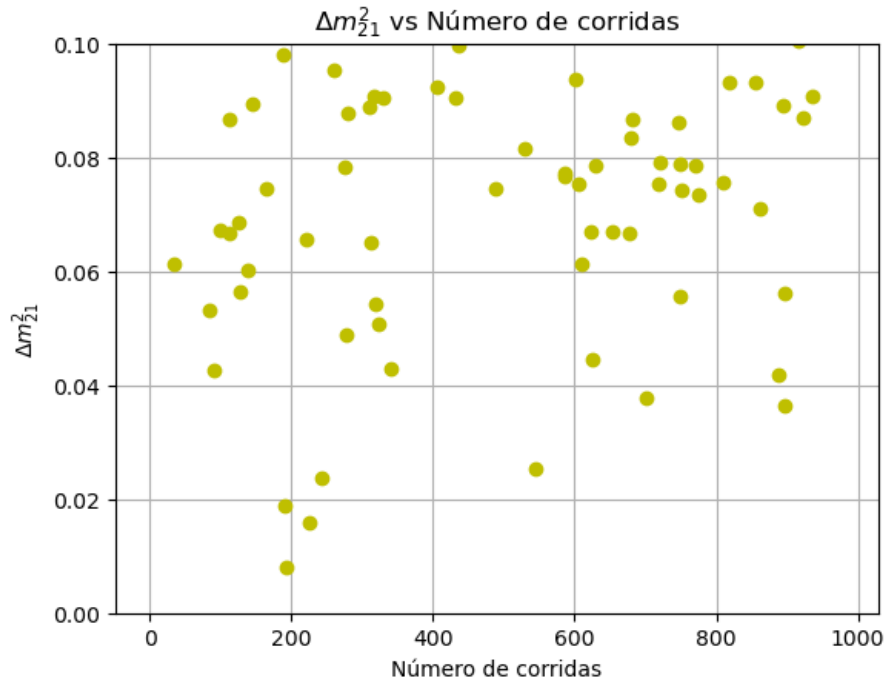


Figura 3.2: Predicciones para Δm_{21}^2

3.4.2. Caso 1 - Escala fija

Se considera una escala con un valor ($\Lambda = 55,72 \text{ TeV}$)

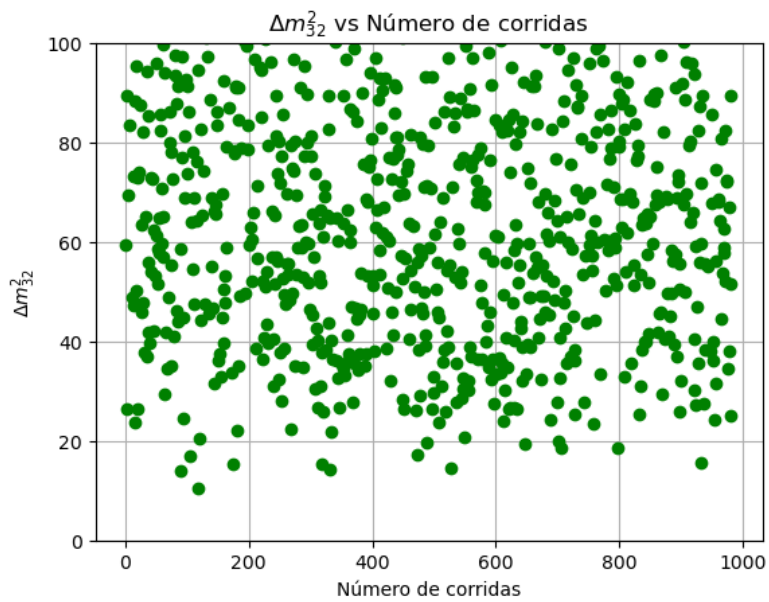


Figura 3.3: Predicciones para Δm_{32}^2 (Escala fija)

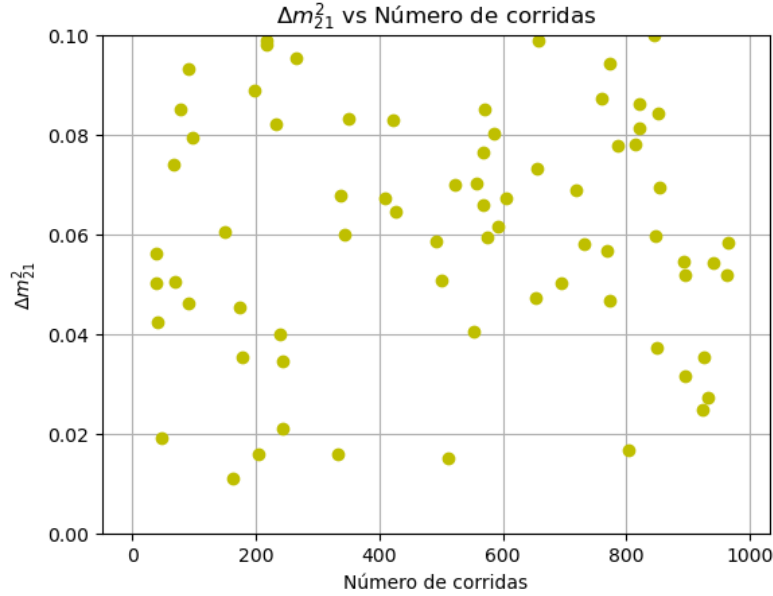


Figura 3.4: Predicciones para Δm_{21}^2 (Escala fija)

3.5. Conclusiones y perspectivas

- A través de tomar un límite a bajas energías del modelo propuesto es posible recuperar la matriz de Yukawa de SM. Se brinda una explicación para las jerarquías de masas mediante la interacción de fermiones con partículas escalares adicionales al contenido de materia de SM.
- Se establecen relaciones entre los valores de expectación de vacío de los campos escalares propuestos a través de las texturas fenomenológicamente viables.
- Dado que la interacción de estas partículas no modifica las predicciones de SM, su dinámica podría ser explicada en un sector de materia oscura, las mismas partículas escalares pueden ser candidatos.
- De acuerdo con los resultados numéricos son necesarias implementaciones para llevar a cabo un análisis fenomenológico más viable.
- En el término para las masas de neutrinos, para este esquema, parece no bastar con proponer una masa de tipo Dirac, es necesaria la exploración que incluye el término de Majorana.
- La minimización del potencial es requerida para escribir los valores de expectación de vacío de las partículas escalares en términos de los parámetros del potencial.
- Analizar las implicaciones fenomenológicas de los operadores efectivos de forma análoga a: [7]. Además de las regiones de parámetros para poder restringir de mejor manera el modelo [15].
 . ¿Bajo qué condiciones en la escala de nueva física Λ podríamos esperar efectos observables de la física de sabor en los próximos experimentos?

Bibliografía

- [1] Ian J. R. Aitchison. Supersymmetry and the mssm: An elementary introduction. *Oxford*, pages 5–10, 2004-2005.
- [2] R. Alonso, M. B. Gavela, L. Merlo, and S. Rigolin. On the scalar potential of minimal flavour violation. *Journal of High Energy Physics*, 2011(7), jul 2011.
- [3] A. Arbey and F. Mahmoudi. Dark matter and the early universe: A review. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 119:103865, jul 2021.
- [4] K. S. Babu. Tasi lectures on flavor physics, 2009.
- [5] Martin Bauer, Torben Schell, and Tilman Plehn. Hunting the flavon. *Physical Review D*, 94(5), September 2016.
- [6] G.C. Branco, D. Emmanuel-Costa, R. González Felipe, and H. Serôdio. Weak basis transformations and texture zeros in the leptonic sector. *Physics Letters B*, 670(4-5):340–349, jan 2009.
- [7] Vincenzo Cirigliano, Benjamín Grinstein, Gino Isidori, and Mark B. Wise. Minimal flavor violation in the lepton sector. *Nuclear Physics B*, 728(1–3):121–134, November 2005.
- [8] R.L. Workman et al. (Particle Data Group). Progress in theoretical and experimental physics. *PDG2022*, 2022:083C01, 2022. 2023 update.
- [9] R.L. Workman et al. (Particle Data Group). Progress in theoretical and experimental physics. *Prog. Theor. Exp. Phys.*, 2022:083C01, 2022. 2023 update.
- [10] Y. Fukuda, T. Hayakawa, E. Ichihara, K. Inoue, K. Ishihara, H. Ishino, Y. Itow, T. Kajita, J. Kameda, S. Kasuga, K. Kobayashi, Y. Kobayashi, Y. Koshio, M. Miura, M. Nakahata, S. Nakayama, A. Okada, K. Okumura, N. Sakurai, M. Shiozawa, Y. Suzuki, Y. Takeuchi, Y. Totsuka, S. Yamada, M. Earl, A. Habig, E. Kearns, M. D. Messier, K. Scholberg, J. L. Stone, L. R. Sulak, C. W. Walter, M. Goldhaber, T. Barszczak, D. Casper, W. Gajewski, P. G. Halverson, J. Hsu, W. R. Kropp, L. R. Price, F. Reines, M. Smy, H. W. Sobel, M. R. Vagins, K. S. Ganezer, W. E. Keig, R. W. Ellsworth, S. Tasaka, J. W. Flanagan, A. Kibayashi, J. G. Learned, S. Matsuno, V. J. Stenger, D. Takemori, T. Ishii, J. Kanzaki, T. Kobayashi, S. Mine, K. Nakamura, K. Nishikawa, Y. Oyama, A. Sakai, M. Sakuda, O. Sasaki, S. Echigo, M. Kohama, A. T. Suzuki, T. J. Haines, E. Blaufuss, B. K. Kim, R. Sanford, R. Svoboda, M. L. Chen, Z. Conner, J. A. Goodman, G. W. Sullivan, J. Hill, C. K. Jung, K. Martens, C. Mauger, C. McGrew, E. Sharkey, B. Viren, C. Yanagisawa, W. Doki, K. Miyano, H. Okazawa, C. Saji,

- M. Takahata, Y. Nagashima, M. Takita, T. Yamaguchi, M. Yoshida, S. B. Kim, M. Etoh, K. Fujita, A. Hasegawa, T. Hasegawa, S. Hatakeyama, T. Iwamoto, M. Koga, T. Maruyama, H. Ogawa, J. Shirai, A. Suzuki, F. Tsushima, M. Koshihara, M. Nemoto, K. Nishijima, T. Futagami, Y. Hayato, Y. Kanaya, K. Kaneyuki, Y. Watanabe, D. Kielczewska, R. A. Doyle, J. S. George, A. L. Stachyra, L. L. Wai, R. J. Wilkes, and K. K. Young. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1562–1567, Aug 1998.
- [11] Howard Georgi. The flavor problem. *Physics Letters B*, 169(2-3):231–233, 1986.
- [12] David J. Griffiths. *An introduction to elementary Particles*. Elsevier BV, 1971.
- [13] Benjamin Grinstein. Minimal flavor violation, 2007.
- [14] Benjamin Grinstein. Tasi-2013 lectures on flavor physics, 2015.
- [15] Benjamín Grinstein, Michele Redi, and Giovanni Villadoro. Low scale flavor gauge symmetries. *Journal of High Energy Physics*, 2010(11), November 2010.
- [16] Q. Ho-Kim and X.Y. Pham. *Elementary Particles and Their Interactions: Concepts and Phenomena*. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [17] Thomas Konstandina Iason Baldesa and Géraldine Servanta. Flavor cosmology: Dynamical yukawas in the froggatt–nielsen mechanism. *The Computer Journal*, pages 3–5, 2016.
- [18] Alexander L. Kagan, Gilad Perez, Tomer Volansky, and Jure Zupan. General minimal flavor violation. *Physical Review D*, 80(7), October 2009.
- [19] Stephen F King and Christoph Luhn. Neutrino mass and mixing with discrete symmetry. *Reports on Progress in Physics*, 76(5):056201, may 2013.
- [20] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. *Prog. Theor. Phys.*, 49:652–657, 1973.
- [21] D. B. Lichtenberg and Simon Peter Rosen, editors. *DEVELOPMENTS IN THE QUARK THEORY OF HADRONS. VOL. 1. 1964 - 1978*. Lichtenberg, 1980.
- [22] Spandan Mondal. Physics of neutrino oscillation, 2015.
- [23] Hans Peter Nilles and Saul Ramos-Sanchez. The flavor puzzle: Textures and symmetries, 2023.
- [24] Y Nir. Flavour physics and cp violation, 2015.
- [25] Giuliano Panico and Andrea Wulzer. *The Composite Nambu-Goldstone Higgs*. Springer International Publishing, 2016.
- [26] Riccardo Penco. An introduction to effective field theories, 2020.
- [27] V. C. Rubin, W. K. Ford, and N. Thonnard. Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii from ngc 4605 ($r = 4$ kpc) to ugc 2885 ($r = 122$ kpc). *Astrophysical Journal*, 225:L107, 1978.

- [28] Lewis H. Ryder. *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, 2 edition, June 1996.
- [29] Matthew D. Schwartz. *Quantum Field Theory and the Standard Model*. Cambridge University Press, 3 2014.
- [30] F. Zwicky. On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae. *Astrophysical Journal*, 86:217, October 1937.

.1. Apéndice A - Rompimiento Espontáneo de Simetría (Teoría Escalar)

.1.1. Rompimiento Espontáneo de Simetría (Teoría Escalar)

A continuación presentamos el rompimiento espontáneo de simetría para una teoría escalar [28], a modo de ejemplo para el caso mas general que es el **Teorema de Goldstone**.

Para esta teoría el estado base se entiende como el estado de **vacío**. Se tiene un lagrangiano \mathcal{L} que busca ser simétrico ante una transformación de signo.

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - m^2 \phi^* \phi - \lambda(\phi^* \phi)^2 = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - V(\phi, \phi^*). \quad (45)$$

En dónde λ sera un parámetro de autointeracción y m^2 sera únicamente un parámetro, no un término de masa. Observemos que \mathcal{L} es invariante ante una transformación global de gauge.

$$\phi' = e^{i\Lambda} \phi, \quad (46)$$

con $\Lambda = \text{cte}$.

Podemos obtener el estado base de esta teoría minimizando el potencial V:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = m^2 \phi^* + 2\lambda \phi^* (\phi^* \phi). \quad (47)$$

Encontramos 2 casos en dónde el mínimo puede ocurrir.

$m^2 > 0$ el mínimo ocurre en $\phi = 0$.

$m^2 < 0$, nos proporciona dos valores para ϕ , $\frac{-m^2}{2\lambda} = a^2 = |\phi|^2$ como mínimo y 0 para un máximo. En Teoría Cuántica de Campos, ϕ es un operador, así, la condición encontrada se refiere al **valor de expectación de vacío**

$$|\langle 0 | \phi | 0 \rangle|^2 = a^2. \quad (48)$$

Dado que el mínimo de V se encuentra en el círculo $|\phi| = a$ tenemos un conjunto de valores degenerados que se relacionan entre sí a través de una rotación.

Los campos físicos que podemos definir como excitaciones sobre el vacío son entonces logradas llevando a cabo perturbaciones alrededor de $\langle |\phi| \rangle = a$ y no alrededor de $|\phi| = 0$.

Adoptando coordenadas polares podemos escribir nuestro campo complejo “ ϕ ” en términos de dos campos reales (ρ y θ) de la siguiente forma:

$$\phi(x) = \rho(x)e^{i\theta(x)}. \quad (49)$$

Con ello en mente, escogemos el valor de expectación de vacío para ϕ diferente de 0:

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle. \quad (50)$$

en donde \mathbf{a} es real. Además, definimos valores de expectación de vacío para los campos constituyentes de ϕ :

$$\begin{aligned} \langle 0 | \rho | 0 \rangle &= a \quad \& \\ \langle 0 | \theta | 0 \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (51)$$

Se vuelve entonces más evidente que este campo tiene vacío degenerado, Sus diferentes valores están “conectados” por las simetrías de esta teoría. Un valor particular del vacío implicaría escoger valores para el campo θ .

Ahora definamos nuestro campo ϕ :

$$\phi(x) = [\rho'(x) + a]e^{i\theta(x)}, \quad (52)$$

De modo que ρ' y θ tengan valores de expectación nulos. Escribiendo nuestro lagrangiano en términos de ellos tendremos en la parte del potencial:

$$\begin{aligned} V &= m^2 \rho'^2 + 2m^2 a \rho' + m^2 a^2 + \lambda(\rho'^4 + 4a\rho'^3 + 6a^2\rho'^2 + 4a^3\rho' + a^4) \\ &= \lambda\rho'^4 + 4a\lambda\rho'^3 + 4\lambda a^2\rho'^2 - \lambda a^4 \\ &= \lambda[(\rho' + a)^2 - a^2]^2 - \lambda a^4 \\ &= \lambda(\phi^* \phi - a^2)^2 - \lambda a^4 \end{aligned} \quad (53)$$

Por otro lado, la primera parte del lagrangiano:

$$(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) = (\partial_\mu \rho')(\partial_\mu \rho') + (\rho' + a)^2 (\partial_\mu \theta)(\partial^\mu \theta). \quad (54)$$

Entonces podemos observar del lagrangiano anterior que habrá un término de ρ^2 que indicaría la masa de ρ . Por otro lado, no aparece un término similar para θ , de esta forma, θ sería un campo no masivo.

Las partículas del tipo θ se conocen como **Bosones de Goldstone**; El rompimiento espontáneo de una simetría (continua) implica la existencia de una partícula no masiva.