

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO**

---

---



**INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA  
ÁREA ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

**TAREAS QUE INVOLUCRAN TOMA DE DATOS EN EL  
PROCESO DE ENTENDIMIENTO DEL CONCEPTO DE  
FUNCIÓN**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS EN MATEMÁTICAS Y SU DIDÁCTICA**

**PRESENTA:**

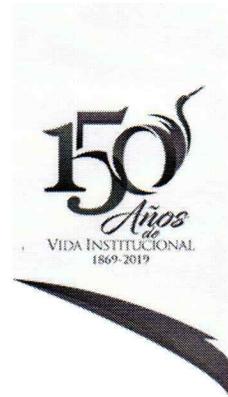
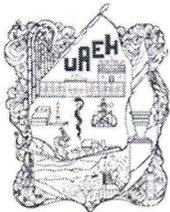
**Salomé Pérez Paredes**

**DIRIGIDA POR:**

**DR. FERNANDO BARRERA MORA**

**DR. AARÓN REYES RODRÍGUEZ**

Mineral de la Reforma, Hidalgo, Julio de 2019.



Mineral de la Reforma, Hgo., a 5 de Julio de 2019

**Número de control:** ICBI-D/790/2019  
**Asunto:** Autorización de impresión de tesis.

**MTRO. JULIO CÉSAR LEINES MEDÉCIGO**  
**DIRECTOR DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH**

Por este conducto, le comunico que el Comité Revisor asignado al C. Salomé Pérez Paredes, alumno de la Maestría en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica, con número de cuenta 364608, autoriza la impresión del trabajo de tesis titulado "Tareas que involucran toma de datos en el proceso de entendimiento del concepto de función" en virtud de que se han efectuado las revisiones y correcciones pertinentes.

A continuación se registran las firmas de conformidad de los integrantes del Comité Revisor.

PRESIDENTE: Dra. Alma Sofía Santillán Hernández

SECRETARIO: M. en C. Marcos Campos Nava

VOCAL: Dr. Fernando Barrera Mora

SUPLENTE: Dr. Aarón Reyes Rodríguez

Sin otro particular, reitero a usted la seguridad de mi atenta consideración.

Atentamente  
 "Amor, Orden y Progreso"

Dr. Óscar Rodolfo Suárez Castillo I  
 Director del ICBI



ORSC/POJM

Ciudad del Conocimiento  
 Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5 Colonia Carboneras,  
 Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184  
 Teléfono: +52 (771) 71 720 00 ext. 2231 Fax 2109  
 direccion\_icbi@uaeh.edu.mx



[www.uaeh.edu.mx](http://www.uaeh.edu.mx)

## Dedicatoria

*A mi esposa,*

Martha, quien ha sido mi inspiración.

*A mis hijos,*

Jesús Emmanuel, Moisés Sinaí y Karime Xioamara, que son el motor que me impulsa a seguir adelante.

*A mi madre,*

María, quien ha sido para mí un ejemplo de tenacidad, sacrificio y esfuerzo.

*Al Ing. Carlos Fernández Pérez*

Con aprecio e infinito agradecimiento.

## Agradecimientos

Al Área Académica de Matemáticas y Física de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, por haberme brindado la oportunidad de avanzar en mi preparación académica y ser parte importante en este logro profesional.

A mis profesores, especialmente y con mucho aprecio, al Dr. Aarón Reyes Rodríguez, quien me enseñó que el conocimiento yace en la reflexión profunda que se hace de las cosas.

A mis compañeros de trabajo Bonfilio Habib Benítez Valdespino, Ingrid Magali Cabrera Sánchez y Alejandra Pérez Ángeles. Por haberme apoyado con su tiempo, con sus recursos y haber aportado ideas para la realización de este trabajo.

## Resumen

El concepto de función es uno de los más importantes de la matemática, es también un concepto complejo, como lo muestra el hecho de que a través de la historia se ha conceptualizado de diferentes formas, con diversos grados de abstracción. Por esto, también es uno de los conceptos que presenta diversas dificultades para su entendimiento, en todos los niveles educativos.

Comprender el concepto de función en el nivel universitario es de particular importancia, ya que las funciones son elementos básicos para modelar una amplia gama de fenómenos naturales y sociales que involucran variación y cambio. Para lograr lo anterior, es necesario que los profesores diseñen e implementen tareas que permitan a los estudiantes generar significados para este concepto, mediante la utilización e interrelación de diferentes representaciones semióticas, y no sólo la manipulación de expresiones algebraicas o el bosquejo de gráficas.

Consideramos que la base para una comprensión profunda del concepto de función es la idea de covariación, la cual está relacionada con entender la variación conjunta de cantidades. Es deseable que los estudiantes desarrollen la capacidad para dar sentido a una situación o fenómeno de cambio a través de la ejecución de diversas acciones mentales que incluyen diversos tipos de coordinación: del valor de una variable en dependencia de otra, de la dirección y la intensidad del cambio, así como de la tasa de variación promedio e instantánea.

En este trabajo se buscó determinar cómo el uso de tareas en las que los estudiantes deben modelar fenómenos físicos, a partir de la toma de datos al medir magnitudes (temperatura, peso, voltaje), puede favorecer el entendimiento del concepto de función. Se diseñaron tres

tareas: (1) calentamiento y enfriamiento de agua, (2) carga y descarga de un capacitor en un circuito RC, y (3) deshidratación de rodajas de una manzana; las cuales se implementaron con un grupo de 24 estudiantes de licenciatura, inscritos en una universidad pública, en el estado de Hidalgo. La recolección de datos se llevó a cabo mediante grabaciones en video y audio, las cuales se transcribieron y analizaron posteriormente.

El marco de referencia de este trabajo contempla cinco niveles de entendimiento del concepto de función, de L1 a L5, caracterizados por acciones mentales, como atributos observables durante el trabajo realizado por los estudiantes al abordar las tareas. Entre los principales resultados se encontró que solamente cinco de los participantes lograron exhibir acciones mentales que requieren razonar acerca de la tasa de cambio promedio (Nivel L4), y para lograr lo anterior fue necesario discutir algunas definiciones (tasa de cambio promedio) y el apoyo del docente, a través de preguntas que les ayudaran a reflexionar sobre la covariación de cantidades. El resto de los estudiantes, a pesar de haber participado en las mismas actividades, sólo desarrollaron acciones mentales hasta los niveles L2 y L3; porque, a pesar de que fueron capaces de bosquejar una gráfica, no lograron identificar las regiones donde una función crece o decrece más rápidamente.

## **Abstract**

The function concept is one of the most important in mathematics, it is also a complex concept, as evidenced by the fact that throughout history it has been conceptualized in different ways, with varying degrees of abstraction. For this reason, it is also one of the concepts that presents various difficulties for its understanding, at all educational levels.

Understanding the function concept at the university level is of particular importance, since functions are basic elements for modeling a wide range of natural and social phenomena that involve variation and change. To achieve the above, it is necessary for teachers to design and implement tasks that allow students to generate meanings for this concept, through the use and interrelation of different semiotic representations, and not just the manipulation of algebraic expressions or the sketch of graphics.

We believe that the basis for a deep understanding of the function concept is the idea of covariation, which is related to understanding the joint variation of quantities. It is desirable that students develop the ability to make sense of a situation or phenomenon of change through the execution of various mental actions that include different types of coordination: the value of one variable depending on another, the direction and intensity of the change, as well as the average and instantaneous variation rate.

This work sought to determine how the use of tasks in which students must model physical phenomena, from the collection of data when measuring magnitudes (temperature, weight, voltage), can favor the understanding of the function concept. Three tasks were designed: (1) water heating and cooling, (2) loading and unloading of a capacitor in an RC circuit, and (3) dehydrating slices of an apple; which were implemented with a group of 24 undergraduate

students, enrolled in a Hidalgo state public university. Data collection was carried out through video and audio recordings, which were subsequently transcribed and analyzed.

The reference framework of this work involve five levels of understanding of the function concept, from L1 to L5, characterized by mental actions, as observable attributes during the work done by the students when addressing the tasks. Among the main results it was found that only five of the participants managed to exhibit mental actions that require reasoning about the average change rate (Level L4), and to achieve the above it was necessary to discuss some definitions (average change rate) and support of the teacher, through questions that helped them reflect on the covariation of quantities. The rest of the students, despite having participated in the same activities, only developed mental actions up to levels L2 and L3; because, although they were able to sketch a graph, they failed to identify the regions where a function grows or decreases more rapidly.

# Contenido

Resumen .....	iii
Abstract .....	v
<b>Capítulo 1 . El problema de investigación.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1    Antecedentes .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2    El concepto de función, un contexto histórico .....</b>	<b>5</b>
<b>1.3    Revisión de la literatura.....</b>	<b>10</b>
<b>1.4    Planteamiento del problema.....</b>	<b>18</b>
<b>Capítulo 2 . Marco de investigación .....</b>	<b>20</b>
<b>2.1    Elementos del Marco conceptual .....</b>	<b>21</b>
<b>2.1.1    Aproximación covariacional para el aprendizaje del concepto de función.....</b>	<b>21</b>
<b>2.1.2    El constructivismo social .....</b>	<b>24</b>
<b>Capítulo 3 . Metodología.....</b>	<b>26</b>
<b>3.1    Los participantes .....</b>	<b>26</b>
<b>3.2    Las actividades.....</b>	<b>27</b>
<b>3.2.1    Actividad 1: Medición de la temperatura del agua en un proceso de calentamiento/enfriamiento.....</b>	<b>28</b>
<b>3.2.2    Actividad 2: Medición del voltaje de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC.....</b>	<b>32</b>
<b>3.2.3    Actividad 3: Medición de peso de rodajas de una manzana durante un proceso de deshidratación .....</b>	<b>36</b>
<b>3.3    Análisis preliminar de las tareas.....</b>	<b>39</b>
<b>3.3.1    Actividad 1: Medición de la temperatura del agua en un proceso de calentamiento/enfriamiento.....</b>	<b>39</b>
<b>3.3.2    Actividad 2: Medición del voltaje de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC.....</b>	<b>43</b>
<b>3.3.3    Actividad 3: Medición del peso de rodajas de una manzana, durante un proceso de deshidratación .....</b>	<b>46</b>
<b>Capítulo 4 . Resultados .....</b>	<b>51</b>
<b>4.1    Actividad 1: Medición de la temperatura del agua en un proceso de calentamiento/enfriamiento.....</b>	<b>51</b>
<b>4.1.1    El desarrollo.....</b>	<b>51</b>
<b>4.1.2    Organización y discusión de los resultados de la práctica para su comunicación en el grupo en sesión plenaria .....</b>	<b>55</b>

4.1.3	Presentación oral de los resultados de la práctica.....	62
4.2	<b>Actividad 2: Medición del voltaje de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC (Resistivo-Capacitivo) .....</b>	<b>66</b>
4.2.1	El desarrollo.....	66
4.2.2	Organización y discusión de los resultados de la práctica para su comunicación en el grupo en sesión plenaria .....	66
4.2.3	Presentación oral de los resultados de la práctica .....	74
4.3	<b>Actividad 3: Medición de peso de rodajas de manzana durante un proceso de deshidratación .....</b>	<b>81</b>
4.3.1	El desarrollo.....	81
4.3.2	Organización y discusión de los resultados de la práctica para su comunicación en el grupo en sesión plenaria .....	82
4.3.3	Presentación oral de los resultados de la práctica.....	84
<b>Capítulo 5 . Conclusiones.....</b>		<b>87</b>
5.1	Respuesta a la pregunta de investigación.....	87
5.2	Reflexiones finales .....	89
<b>Referencias.....</b>		<b>94</b>
<b>Apéndices .....</b>		<b>98</b>
<b>Apéndice A: Transcripciones de la primera actividad .....</b>		<b>98</b>
<b>Apéndice B: Transcripciones de la segunda actividad.....</b>		<b>128</b>
<b>Apéndice C: Transcripciones de la tercera actividad .....</b>		<b>152</b>
<b>Apéndice D: Transcripción de la entrevista final.....</b>		<b>167</b>

# Capítulo 1 . El problema de investigación

## 1.1 Antecedentes

El concepto de función es uno de los más importantes de la matemática (Luzin, 1998), porque a través de éste, es posible modelar una amplia variedad de fenómenos naturales. Este concepto debe ocupar un lugar destacado en el estudio de la matemática, ya que ayuda al estudiante a comprender y conectar esta disciplina con otras áreas del conocimiento (NCTM, 2000). Las dificultades asociadas con el aprendizaje del concepto de función pueden organizarse en categorías tales como: conocer qué es y qué no es una función; entendimiento de la definición formal; incapacidad para reconocer sus diferentes registros de representación; y, problemas con el manejo de la notación algebraica, entre otras (Dubinsky y Wilson, 2013).

Los modelos matemáticos son fundamentales para comprender fenómenos que involucran variación y cambio, así como tomar decisiones fundamentadas. El desarrollo del concepto de función se ha debido al interés por comprender el mundo en el que vivimos (Ugalde, 2014). En palabras de Fourier, “el estudio profundo de la naturaleza es la fuente más fecunda de descubrimientos matemáticos” (Kline, 1972, p. 671), y por ello, el aprendizaje de la matemática debiera vincularse con las experiencias cotidianas de los estudiantes (Abdullah, 2010, p. 285). Por otra parte, Spivak (1996, p. 49) expresa que “en casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de las funciones”.

Muchos aspectos de la vida cotidiana se pueden representar usando el concepto de función, aún sin que lo notemos. Al pagar por cargar gasolina, al comprar algún producto en el mercado, al calcular el interés que debemos pagar por un crédito, o en el funcionamiento del odómetro de un automóvil, están inmersas relaciones funcionales entre cantidades (Kalchman y Koedinger, 2005).

En toda situación donde sea necesario relacionar dos o más cantidades está presente el concepto de función.

A pesar de la importancia del concepto de función en la formación matemática de los ciudadanos, en diversas investigaciones se han documentado dificultades para su comprensión (Clement, 2001; Vargas, Reyes y Cristóbal, 2016), lo cual puede deberse a estrategias de enseñanza que enfatizan el uso de algoritmos, manipulación de expresiones algebraicas, más que una comprensión conceptual. El énfasis en la operación de expresiones simbólicas, ha tenido como consecuencia que los estudiantes no desarrollen habilidades para seleccionar, utilizar y transitar flexiblemente entre diversas representaciones (Knuth, 2000). Esto es, algunos resultados de la investigación en educación matemática sugieren que las dificultades de los estudiantes, al parecer, se deben a factores instruccionales más que a factores cognitivos (Cunningham, 2005).

Al abordar inicialmente el estudio de las funciones partiendo de expresiones algebraicas se pierde de vista que el principal objetivo de este concepto es el análisis de la variación y el cambio. Además, debe tenerse presente que el concepto de función surgió de la necesidad de entender fenómenos diversos y, con base en ese entendimiento, transformar y utilizar la naturaleza en beneficio humano (Ugalde, 2014).

Según Kalchman y Koedinger (2005), a pesar de que las expresiones algebraicas son útiles para representar relaciones funcionales de forma eficiente, los estudiantes tienen dificultades para comprender y dar significado al simbolismo algebraico, lo cual no es raro, ya que la enseñanza tradicional del álgebra viola tres principios básicos de un aprendizaje con entendimiento: (i) basar el nuevo conocimiento en los conocimientos previos (Ausubel, 2000), (ii) relacionar el entendimiento conceptual con la fluidez procedimental, y (iii) fomentar procesos relevantes del pensamiento matemático, incluyendo un monitoreo del proceso de aprendizaje.

Lograr un entendimiento del concepto de función es primordial en todos los niveles educativos. En este sentido, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos (NTCM, 2000), señala que la formación matemática básica de los estudiantes incluye identificar y generalizar patrones de distinta naturaleza, así como utilizar e interrelacionar diferentes representaciones semióticas para apoyar el entendimiento del concepto de función (Cunningham, 2005). También es importante que los estudiantes vean a las funciones como un medio para representar la variación conjunta de dos o más cantidades, con la finalidad de entender cómo los valores de una variable dependen o se relacionan con los valores de otra variable (Carlson, Madison y West, 2010).

En la educación preuniversitaria las funciones tienen un carácter operacional, expresado mediante la metáfora de una máquina a la que se le proporcionan insumos (el valor de la variable), los cuales se procesan para dar como resultado un producto (el valor de la función). Por otro lado, en la educación universitaria, las funciones adquieren un carácter estructural, llegando a concebirse como objetos que pueden someterse a procesos de orden superior como la composición, diferenciación o la integración (Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon y Reed, 2012).

Comúnmente, la enseñanza del concepto de función se limita a operar con representaciones algebraicas. Además, se considera que los estudiantes entenderán el concepto de función, o cualquier otra idea matemática, si el profesor realiza una buena exposición y proporciona ejercicios estructurados y secuenciados adecuadamente. Sin embargo, se ha obtenido evidencia de que esta afirmación es errónea (Eisenberg, 2002). Varios educadores matemáticos señalan la importancia del diseño de tareas a través de las cuales los estudiantes puedan utilizar y conectar un amplio repertorio de representaciones de las funciones, además de que se les ofrezcan oportunidades para relacionar el conocimiento matemático con situaciones de la vida diaria.

Los estudiantes, desde el nivel pre-universitario, debieran ser capaces de comprender y utilizar el concepto de función para modelar fenómenos naturales o sociales, usando tecnologías digitales (por ejemplo, dispositivos que capturan datos, tales como velocidad o distancia de un objeto respecto de un sensor). Con el apoyo de dispositivos electrónicos y digitales, la información está disponible de manera inmediata. Además, las herramientas computacionales permiten organizar y procesar información cuantitativa mediante diversas medidas, tablas, gráficas o ecuaciones. Con esto, los estudiantes pueden modelar un amplio espectro de situaciones físicas (NCTM, 2000).

Los individuos nos encontramos con diversos fenómenos que involucran cantidades que varían: la estatura de un niño, la temperatura ambiente durante el día, la velocidad de un automóvil en el que viajamos, la presión de los neumáticos de un automóvil con relación a la temperatura ambiente del lugar donde se encuentra, la presión dentro de un tanque de gas L.P. que varía de manera conjunta con el volumen contenido y la temperatura del ambiente circundante, etcétera. Estas relaciones entre cantidades determinan funciones, ya que hay variables que cambian de manera conjunta con otras. Al tratarse de cantidades físicas, éstas se pueden medir, tabular, graficar y modelar. Entonces, los fenómenos que involucran variación y cambio, brindan la posibilidad de percibir, de manera tangible, que las funciones están presentes en el mundo a nuestro alrededor. De acuerdo con la NCTM (2000, p. 63) los estudiantes de todos los niveles educativos deberían desarrollar habilidades para crear y utilizar herramientas de medición, ya que este tipo de actividades brinda la oportunidad de aplicar las matemáticas, incluyendo realizar operaciones con números, así como utilizar ideas geométricas, conceptos estadísticos y notación funcional.

¿Por qué es tan importante el concepto de función en la formación matemática de los ciudadanos?  
¿Por qué es difícil para los estudiantes entender este concepto? El entendimiento del concepto de función es particularmente central para los alumnos universitarios, porque es un concepto

fundamental en la matemática, sirve como un instrumento básico para comprender otras áreas de la ciencia y porque la mayoría de los temas de las matemáticas superiores pueden discutirse desde un punto de vista funcional (Eisenberg, 2002). Entonces, entender el concepto de función es fundamental para aquellos estudiantes que pretenden ser ingenieros, científicos o matemáticos (Carlson y Oehrtman, 2005). Sin embargo, existe evidencia de que una gran mayoría de los egresados del nivel pre-universitario, que se integran a las carreras universitarias tienen una débil comprensión del concepto de función (Carlson, et al., 2002, p. 353).

## **1.2 El concepto de función, un contexto histórico**

El estudio de las funciones tiene raíces que se remontan a más de 4,000 años. A medida que las antiguas civilizaciones desarrollaron la idea de contar, y la idea de correspondencia entre dos colecciones de objetos. Se podría considerar que los babilonios empleaban, implícitamente, el concepto de función, ya que se han encontrado tabletas de arcilla en las que se registraron recíprocos, cuadrados, raíces cuadradas, cubos y raíces cúbicas de diversos números (Ponte, 1992). Aunque no se descarta la idea de que sólo desarrollaron habilidad procedimental para operar con números.

La idea de función, en forma explícita, aparece hasta principios del siglo XVIII. Una posible razón de la formalización tardía de este concepto fue por la carencia de un aparato conceptual y simbólico adecuado, el cual se gestó con los trabajos de Vieta y se continuó con el de Descartes. En el transcurso de los últimos 200 años se produjeron desarrollos que favorecieron el surgimiento del concepto de función: la extensión del concepto de número para abarcar los números reales y complejos; el desarrollo del álgebra; la geometría analítica, apoyada con la simbología propia del álgebra; y, avances en el estudio del movimiento como problema central de la Física (Kleiner, 2012, p. 104).

Al parecer la palabra función fue utilizada por primera vez por Descartes, en 1637, para representar potencias enteras de una variable  $x$ , tales como  $x^2$ ,  $x^3$ , etc. (Young, Denton y Mitchel, 1911, p. 194), y fue retomada por Leibniz en 1692, para designar un objeto geométrico asociado a una curva (Struick, 1969, p. 271). Leibniz utilizó la palabra función para designar, en términos generales, la dependencia de cantidades geométricas como las sub-tangentes y las sub-normales sobre la forma de la curva, introduciendo también los términos “constante”, “variable” y “parámetro” (Ponte, 1992). Una de las mayores contribuciones de Newton para el desarrollo del concepto de función fue la introducción y el uso de las series de potencias (Kleiner, 2012, p. 105).

Una serie de potencias es una expresión de la forma  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$ , en la cual  $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$  son números reales o complejos. Según Kleiner (2012), Newton, descubrió la extensión del teorema del binomio, extendiéndolo a exponentes fraccionarios y negativos. Con esto, Newton pudo plantear la integración de funciones algebraicas, como por ejemplo  $\sqrt{1-x^2}$ , expresándolas como una serie de potencias e integrando término a término:

$$\sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^6}{16} - \dots = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} f_i(x)$$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{1-x^2} dx &= \int \sum_{i=1}^{\infty} f_i(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \int f_i(x) = \int \left[ 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^6}{16} - \dots \right] \\ &= x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^5}{40} - \frac{x^7}{112} - \dots \end{aligned}$$

La cuestión de si era permisible la intergración de una serie de potencias –Una suma infinita– como si fuera una suma finita debe tratarse con cuidado, pero esto no fue una preocupación explícita de Newton y sus contemporáneos (Kleiner, 2012, p. 131). Hoy sabemos que si se tiene una serie de potencias, existe un real  $r > 0$ , llamado radio de convergencia, para el que la serie

converge absolutamente para todo  $|x| < r$  y se puede derivar término a término (Jameson, 1973, p. 45).

Newton y otros, obtuvieron la expansión en series de potencias de funciones trascendentes como; seno, coseno, logaritmo, funciones arco, y funciones exponenciales, entre otras. De este modo, Newton fue uno de los primeros matemáticos en mostrar que las funciones pueden representarse como series de potencias, incluyendo así la intervención de procesos infinitos durante el estudio de las funciones (Ponte, 1992).

La primera definición formal de función fue presentada por Bernoulli en 1694, cuya idea central es la de expresión analítica arbitraria: “Uno llama aquí Función de una variable a una cantidad compuesta en alguna forma de su variable y de constantes” (Kleiner, 2012, p. 105). En la primera mitad del siglo XVIII se introdujo el concepto de función, considerándolo como una “fórmula algebraica” (Kleiner, 2012, p. 105). Euler afirmó que el análisis matemático es la ciencia general de las variables y sus funciones. En 1748, él propuso la siguiente definición: “Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de alguna manera de una cantidad variable y números o cantidades constantes” (Kleiner, 2012, p. 106).

Para Euler una función es “una expresión analítica” o dicho de otro modo “una fórmula”. Aunque Euler no define el término “expresión analítica”, trata de explicar que las expresiones analíticas admisibles son suma, resta, producto, cociente, raíces, exponenciales, logaritmos, funciones trigonométricas, derivadas e integrales (Kleiner, 2012, pp. 105-106). Euler introduce el uso de la letra  $f$  y el uso de paréntesis para la notación de función (Sánchez, 2015, p. 99).

Dado que para Euler, las funciones discontinuas no eran analíticamente representables, modificó su definición e introdujo la idea general de correspondencia entre pares de elementos, cada uno

perteneciente a un conjunto (Youschkevitch, 1976, p. 69). En esta nueva formulación se omite el término “expresión analítica”. Según Youschkevitch (1976), Euler escribió:

Si algunas cantidades dependen de otras de tal forma, que si las segundas cantidades cambian, las primeras cambian en consecuencia, entonces las primeras cantidades son llamadas funciones de las segundas. Esta denominación es de naturaleza amplia y comprende todos los métodos por medio de los cuales una cantidad podría ser determinada por otras cantidades. Si, por ejemplo,  $x$  denota una cantidad variable, entonces todas las cantidades que dependen de  $x$  en una u otra forma o están determinadas por esta, son llamadas funciones de ella. (Youschkevitch, 1976, p. 90)

El concepto de función permaneció prácticamente sin cambio hasta la aparición de los estudios realizados por Fourier acerca de los fenómenos de transferencia de calor y del problema de la cuerda vibrante. Fourier introdujo el uso de series trigonométricas encontrando, posteriormente, que esas series expresaban de un modo más general relaciones de correspondencia (Young, Denton y Mitchel, 1911, pp. 194-195). Dirichlet analizó de manera muy cuidadosa las afirmaciones hechas por Fourier, dándose cuenta de que, en cierto modo, no cualquier función podía representarse como una serie trigonométrica. Kleiner (2012), refiere que la definición de función de Dirichlet establece que:

[La variable]  $y$  es una función de una variable  $x$ , definida en el intervalo  $a < x < b$ , si para cada valor de la variable  $x$  en ese intervalo le corresponde un valor definido de la variable  $y$ . También, es irrelevante la forma en la que la correspondencia es establecida (p. 114)

En esta definición se observa que Dirichlet ya no hace referencia a curvas (Kleiner, 2012). La actual definición formal de función se ajusta a las ideas de Dirichlet, sólo que ahora se expresa en términos de productos cartesianos y pares ordenados (Thompson y Carlson, 2017, p. 422). En este contexto, la definición moderna de función es: “Una función es una colección de pares de números

con la siguiente propiedad: si  $(a, b)$  y  $(a, c)$  pertenecen a la colección, entonces  $b = c$ ; en otras palabras, la colección no puede contener dos pares distintos con el mismo primer elemento” (Spivak, 2014, p. 47). Esta definición de función hace uso de un sistema axiomático de la teoría de conjuntos, ya que en ésta se identifican situaciones como la pertenencia de elementos a un conjunto o colección. Contiene elementos de un sistema axiomático como lo es, la forma, al incluir la frase “pares ordenados” (Rojas, 2016).

### 1.3 Revisión de la literatura

De acuerdo con Thompson (2011), cuantificar es un proceso que consiste en asignar un valor numérico a cierto atributo, es decir, realizar una medición de manera directa o indirecta. La cuantificación es un proceso poderoso que favorece el desarrollo del pensamiento matemático (Thompson, 2011). Medir una cantidad significa compararla con otra, considerada como unidad. El proceso de medición brinda la posibilidad de abordar la covariación en términos de la coordinación simultánea entre magnitudes que toman valores específicos (Moore, Paoletti, Stevens y Hobson, 2016). Es necesario despertar el interés y orientar a los estudiantes para que entiendan que la matemática no es sólo una ciencia abstracta, sino que puede constituirse en un medio para comprender situaciones cotidianas. Particularmente, el uso de funciones provee medios para modelar fenómenos, situaciones o problemas en contextos puramente matemáticos, reales o hipotéticos (Denbel, 2015, p. 78).

El razonamiento covariacional involucra acciones mentales llevadas a cabo cuando se concibe la variación conjunta de dos o más cantidades (Carlson, et al., 2002; Moore, Paoletti, y Musgrave, 2013, p. 462). En varios estudios se argumenta que el razonamiento covariacional juega un papel crucial en el desarrollo de ideas fundamentales alrededor del concepto de función (Thompson y Carlson, 2017, p. 423). Desde la propuesta de Thompson (1994), en la literatura de investigación se reportan diversos estudios en los que se aborda el desarrollo del concepto de función a través de una aproximación covariacional.

En este sentido, Carlson (1998), llevó a cabo un estudio para investigar el desarrollo del concepto de función en estudiantes destacados. Se conformaron tres grupos de estudiantes: (G1) 30 de bachillerato que terminaron un curso de álgebra; (G2) 16 de licenciatura que concluyeron un curso de cálculo diferencial, y (G3) 14 que habían terminado el primer semestre de una maestría en

matemáticas. Los estudiantes de G1 asistieron a un curso introductorio de funciones. Los estudiantes de G2 y G3 habían recibido instrucción tradicional. Se aplicó un examen escrito con 25 preguntas para evaluar los aspectos centrales del entendimiento del concepto de función. Se utilizó una prueba estadística de diferencia entre medias para identificar si hubo diferencias significativas entre los resultados de los grupos. Se entrevistó a cinco estudiantes de cada grupo con distinto desempeño en su examen, enfatizando en las respuestas comunes y en los conceptos erróneos. Se encontró que los estudiantes de G1 conciben a las funciones como fórmulas, no entienden el lenguaje de función, no son capaces de interpretar información a partir de gráficas y tampoco aspectos covariacionales. Lo anterior sugiere una conceptualización preponderante de las funciones como acciones. Los estudiantes de G2 sólo presentaron dificultad en aspectos de covariación. Por último, la mayoría de los estudiantes de G3, proporcionaron respuestas correctas utilizando álgebra y cálculo para justificar sus respuestas.

Carlson, et al. (2002) llevaron a cabo un estudio con 20 estudiantes universitarios de alto rendimiento, para evaluar su habilidad de razonamiento covariacional. Los estudiantes cursaban el segundo semestre y habían recibido una instrucción tradicional. Se les aplicó una prueba escrita, integrada por cinco problemas, en la que no se les permitió usar calculadora: (1) llenado de un recipiente esférico con cuello cilíndrico; (2) bosquejar la gráfica de una función a partir de la gráfica de su derivada; (3) describir la velocidad de un punto de una escalera que se desliza sobre una pared, y; (4) situaciones dinámicas. Después de la prueba, se entrevistó a seis de los estudiantes, que se eligieron por la originalidad de sus respuestas. Las entrevistas fueron grabadas. Con base en los resultados, se determinó que los estudiantes tuvieron dificultad en formar imágenes mentales de tasas de cambio continuo y no pudieron representar o interpretar los puntos de inflexión en las gráficas.

Carlson y Oehrtman (2005) realizaron una investigación con estudiantes de pre-cálculo para determinar los aspectos clave que intervienen en el aprendizaje del concepto de función. Proponen que el aprendizaje del concepto de función se lleva a cabo mediante acciones mentales de dificultad progresiva: (1) coordinación de la dependencia de una variable con otra, (2) dirección del cambio de una variable cuando cambia la otra, (3) monto de cambio de una variable con cambios de la otra, (4) tasa promedio de cambio de la función con incrementos uniformes de la variable independiente, y (5) tasa de cambio instantánea en todo el dominio de la variable independiente. Según sus hallazgos, recomiendan experimentar con diversos tipos de funciones enfatizando el uso de representaciones múltiples.

Abdullah (2010) llevó a cabo una investigación cuyo propósito fue valorar la comprensión del concepto de función en estudiantes sobresalientes de secundaria. El investigador aplicó una prueba escrita con tres problemas: (1) identificar si una gráfica representa una función, (2) componer dos funciones expresadas algebraicamente, y (3) evaluar la composición de una función a través de sus gráficas. Se recolectaron datos a través de entrevistas individuales donde se profundizó en la forma en la que los estudiantes respondieron las preguntas. Se distinguieron tres tipos de dificultades: (i) confusión en la notación simbólica  $f(x)$ ; (ii) dificultad para establecer una conexión de la expresión algebraica con su gráfica; y (iii) problemas para la identificación de diferentes definiciones de función.

Dubinsky y Wilson (2013) realizaron un estudio con 15 estudiantes de último año de bachillerato (grado 12), de nivel socioeconómico y rendimiento escolar bajos, con la finalidad de determinar si una instrucción basada en la teoría APOS (construcción de Acciones mentales, Procesos y Objetos, y organizarlos luego para la construcción de Esquemas, para dar sentido a las situaciones y resolver problemas - Teoría APOS por sus siglas en inglés) favorecía el entendimiento del concepto de

función. Se proporcionó instrucción durante siete días, la cual incluyó actividades y juegos sobre el concepto de función (actividades como describir la ruta de un viaje a través de las estaciones del transporte colectivo metro). Inmediatamente después del periodo instruccional se aplicó una prueba escrita con 13 preguntas, en la que se pidió a los estudiantes proporcionar ejemplos de una función; decidir si ciertos ejemplos eran funciones; evaluar la composición de funciones para algunos valores de la variable; y resolver ecuaciones que involucraban composición de funciones. Después de tres meses, se entrevistó a 11 de los estudiantes para que explicaran con profundidad algunas de sus respuestas en el examen. Con base en las entrevistas, se encontró que los estudiantes desarrollaron ideas básicas del concepto de función, por ello, se considera que la teoría APOS pudiese aportar elementos didácticos para mejorar la calidad de la instrucción sobre funciones en el nivel bachillerato.

Ellis et al. (2013), con el propósito de apoyar el entendimiento de la función exponencial, realizaron un experimento de enseñanza con tres estudiantes de octavo grado, quienes recibieron instrucción escolarizada por 12 días. Las actividades incluyeron una simulación en GeoGebra del crecimiento de un cactus, con la finalidad de que se explorara la variación conjunta de cantidades. Las sesiones se video-grabaron y transcribieron posteriormente. Los resultados indican que el proceso de entendimiento de la función exponencial ocurrió en tres etapas de razonamiento: (i) pre-funcional, (ii) covariacional y (iii) correspondencia, aunque el orden de estas etapas no fue el mismo para todos los estudiantes.

Whitmire (2014), realizó una investigación con cuatro estudiantes de pre-cálculo y cálculo, para determinar qué formas de pensar son propicias para el desarrollo de entendimiento de la covariación, con un mínimo soporte instruccional. Cada estudiante abordó la misma tarea en tiempos distintos. La tarea consistió en bosquejar una gráfica de la distancia entre un punto fijo y

un móvil que viaja en línea recta, con relación a la distancia entre el móvil y otro punto fijo. El proceso de implementación se llevó a cabo en cinco etapas. Las sesiones se video-grabaron y se les pidió a los estudiantes que hicieran anotaciones en papel. Se hicieron entrevistas individuales para determinar qué formas de pensar aparecían con mayor frecuencia. Con base en los resultados, se identificaron cinco formas de pensar: (1) trazar puntos discretos; (2) hacer una gráfica que coincide con la forma del camino del móvil; (3) concebir que siempre debe haber una variable dependiente y una independiente; (4) pensar que sólo una de las dos distancias varía con el tiempo y; (5) considerar que ambas cantidades cambian simultáneamente.

Bush, Gibbons, Karp y Dillon (2015) realizaron un estudio con estudiantes de octavo grado. Se propuso una tarea donde los estudiantes debían comprender que la propagación de enfermedades se puede modelar mediante una función exponencial. En una actividad introductoria al crecimiento exponencial, se simuló la velocidad de propagación de una enfermedad. Se pidió a los estudiantes tabular el número de infectados por cada episodio de contacto y, posteriormente, elaborar una gráfica. Se utilizó una calculadora graficadora para obtener una expresión algebraica que aproximara los datos. Se promovió el uso de representaciones múltiples: tabulación, gráficas y ecuación. Al final de la actividad, se comparó el comportamiento de funciones lineales, cuadráticas y exponenciales. Los estudiantes tuvieron oportunidades para pensar críticamente acerca de las variables que afectan la propagación de las epidemias en situaciones de la vida real.

Paoletti y Moore (2017), implementaron tareas de instrucción con dos estudiantes de licenciatura para caracterizar sus acciones mentales, respecto de cómo conciben, razonan y representan relaciones entre cantidades covariantes. Se utilizaron dos tareas: (1) bosquejar una gráfica entre el volumen y la altura del agua contenida en botellas, de diversas formas, conforme éstas se van llenando, y otra gráfica suponiendo que el agua se va evaporando; (2) realizar una gráfica que

relacione las distancias de un móvil con respecto a dos puntos fijos, cuando éste viaja en línea recta de ida y vuelta. Con base en los resultados, se reporta que ambos estudiantes fueron capaces de bosquejar una gráfica adecuada, y que además, notaron que necesitaban agregar una tercera cantidad, parámetro, de la cual dependían volumen y altura, o las dos distancias del móvil al punto fijo.

Hobson y Moore (2017) buscaron explorar el razonamiento covariacional mediante el análisis del trabajo de dos estudiantes, de primer año de doctorado en educación matemática, quienes eran profesores de secundaria, con dos años de experiencia docente. Se les asignaron tres tareas en las que debían elaborar gráficas que relacionan dos cantidades variables: (1) la distancia de un móvil a un punto fijo como función de la distancia total recorrida, (2) la distancia al suelo de una canastilla de una rueda de la fortuna, respecto de la distancia total recorrida, y (3) las mismas variables que en el segundo inciso, pero considerando una rueda de la fortuna cuadrada. Las fuentes de recolección de datos incluyeron entrevistas que se video-grabaron y se transcribieron posteriormente. Entre los resultados se encontró que la consideración de tasas de cambio fue importante para que los participantes interpretaran las gráficas y razonaran covariacionalmente.

Johnson y McClintock, (2018) llevaron a cabo una investigación con estudiantes de secundaria, con la finalidad de identificar relaciones entre el razonamiento covariacional cuantitativo (darse cuenta de que hay cantidades que cambian y ser capaces de medirlas) y la capacidad de razonar acerca de las tasas de cambio. Se impartió un curso a cuatro grupos durante tres días. Los estudiantes interactuaron con actividades de “llenado” de un rectángulo y un triángulo en un ambiente de geometría dinámica, en las que se incorporaron atributos variantes como la longitud, la altura y el área. Se entrevistó a 14 estudiantes que participaron en todas las sesiones. Las sesiones de clase y las entrevistas se video-grabaron, y se realizó una transcripción de los videos. Con base

en los resultados, se encontró que todos los estudiantes que razonaron sobre las tasas de cambio también llevaron a cabo un razonamiento covariacional cuantitativo, pero el recíproco del enunciado anterior no se cumplió.

A partir de la revisión de la literatura se identificaron tres tipos de trabajos de investigación relacionados con el entendimiento del concepto de función. Primero, los que buscan indagar acerca del desarrollo del concepto, después de haber recibido instrucción tradicional, a través de la aplicación de exámenes en los que se pide a los estudiantes identificar la definición de función y bosquejar gráficas a partir de expresiones algebraicas y de composición de funciones; segundo, los que tratan de determinar el desarrollo del concepto de función por medio de tareas que involucran razonamiento covariacional. En las tareas propuestas en este segundo tipo de investigaciones, el estudiante debe ser capaz de imaginar cómo varía una cantidad con relación a otra para bosquejar gráficas; y tercero, los que involucran medición de algunos atributos de las cantidades que varían, en ambientes de simulación, tales como áreas que dependen de la altura, y hacer gráficas de esas variaciones.

En todos los casos revisados, los investigadores buscaron que los estudiantes identificaran y relacionaran distintas representaciones de una función, incluyendo: una regla de correspondencia, una expresión algebraica, una tabla de valores o una gráfica. Se pudo constatar que existen escasos trabajos de investigación en los que las tareas requieran que los estudiantes midan atributos y recolecten datos de cantidades variables. En los trabajos revisados, las mediciones se hicieron en entornos simulados, es decir, entornos hipotéticos.

En el presente trabajo se planteó abordar el desarrollo del entendimiento del concepto de función a través de la medición de atributos de cantidades físicas como la temperatura, voltaje y peso. Se

diseñaron tareas en las que los estudiantes llevaron a cabo las mediciones ellos mismos, con el auxilio del personal de apoyo o del investigador, quien también era profesor regular del grupo.

## 1.4 Planteamiento del problema

El concepto de función es uno de los más difíciles de entender, debido a su complejidad y a que existen varias representaciones de éste que proporcionan información diferenciada: (1) como una regla de correspondencia entre los elementos de dos conjuntos; (2) como una fórmula, (3) como un proceso de entrada-salida en una máquina, (4) como un objeto, (5) como cierto subconjunto del producto cartesiano de dos conjuntos. Una regla de correspondencia se expresa frecuentemente mediante una representación algebraica, o bien mediante diagramas que relacionan elementos de un conjunto con los de otro, o una tabla. Una aproximación inicial al estudio de las funciones mediante representaciones algebraicas presenta diversas desventajas, ya que las expresiones simbólicas, por lo general, carecen de sentido para el estudiante porque no le encuentra relación con alguna situación práctica o fenómeno de su vida diaria. La carencia de significado y la introducción de notación algebraica o geométrica, hacen que el estudiante encuentre dificultades en el desarrollo de un entendimiento del concepto de función.

En este trabajo se propone abordar el concepto de función mediante la realización de actividades en las que: primeramente, se analizan situaciones físicas de la vida diaria en las que se pueden obtener datos mediante la medición de ciertas variables; y, en segundo lugar, llevar a cabo actividades de organización de la información, análisis y comunicación de resultados. Suponemos que con estas actividades se puede favorecer un entendimiento del concepto de función, al promover la formación de conexiones entre diversas representaciones semióticas y relacionar a las matemáticas con fenómenos del mundo real.

En este contexto, el objetivo de este trabajo es identificar de qué manera el desarrollo de tareas en las cuales el estudiante observa y mide atributos de variables físicas, apoya el entendimiento del concepto de función. Así, la pregunta de investigación es: ¿De qué manera el desarrollo de

actividades, en las cuales el estudiante observa, mide y relaciona con modelos conocidos, los atributos de variables físicas, desde un enfoque didáctico covariacional, puede contribuir al entendimiento del concepto de función?

## Capítulo 2 . Marco de investigación

Para fines de esta investigación se adoptó un marco conceptual en el que los conceptos más importantes identificados son: el desarrollo del concepto de función a través de una perspectiva covariacional; el desarrollo del conocimiento como una consecuencia de la interacción social y el compartir ideas con los demás; y las acciones mentales, como los atributos observables que llevan al estudiante a realizar ciertas actividades cuando se encuentran involucrados en una tarea.

Las acciones mentales son atributos observables como: trazar un par de ejes de coordenadas rectangulares; etiquetar los ejes con las variables adecuadas, por ejemplo tiempo-temperatura, volumen-temperatura; expresar de forma oral cómo se dan los cambios en una de las variables conforme la otra varía; o, expresar de manera consciente la dirección en la que se dan los cambios, por ejemplo, explicar que mientras el tiempo aumenta, durante el enfriamiento, la temperatura disminuye, etcétera.

Se adoptaron estos elementos conceptuales para dar idea de que el entendimiento del concepto de función puede visualizarse por niveles. Desde el punto de vista covariacional, el nivel más bajo se asignó a un estudiante que distingue que una cantidad varía de manera conjunta con otra, aunque no identifique la forma en la que lo hace, por ejemplo, la presión y la temperatura de un gas confinado en un tanque. El nivel más alto se les asignó a aquellos estudiantes que son capaces de distinguir y expresar tasas de cambio instantáneas, así como puntos de inflexión y dirección de las concavidades. No perdiendo de vista que la interacción con otros individuos es sumamente importante para compartir y desarrollar ideas en conjunto, mismas que favorecen la construcción del conocimiento en un entorno social.

## 2.1 Elementos del Marco conceptual

De acuerdo con Confrey y Smith, (1991), existen dos perspectivas para abordar el aprendizaje del concepto de función: (1) la perspectiva covariacional en la cual se centra la atención en procesos de pensamiento involucrados durante la consideración de la variación conjunta entre dos o más cantidades. Conforme una cantidad cambia, en un patrón predecible o reconocible, la otra también cambia, típicamente en un patrón diferente. Así, si uno puede describir cómo  $x_1$  cambia a  $x_2$  y cómo cambia  $y_1$  a  $y_2$  entonces se ha descrito una relación funcional entre  $x$  y  $y$ ;  $y$ , (2) como una correspondencia entre los valores de dos cantidades. Si uno describe cómo encontrar  $y$ , o  $f(x)$ , dado el valor de  $x$ , entonces uno ha descrito una relación funcional. Debido al fuerte énfasis, en la instrucción escolarizada, en las expresiones algebraicas y a la manipulación simbólica, la segunda aproximación al concepto de función predomina en el currículo de matemáticas en los niveles educativos preuniversitarios (Confrey y Smith, 1991, p. 57).

### 2.1.1 Aproximación covariacional para el aprendizaje del concepto de función

En una aproximación covariacional, de acuerdo con Confrey y Smith (1991), el concepto de función puede construirse con base en la idea de covariación entre dos cantidades: “conforme una cantidad cambia en un patrón predecible o reconocible, la otra también cambia, típicamente en una forma diferente”. Así, si uno es capaz de describir cómo  $x$  pasa de  $x_1$  a  $x_2$  y cómo  $y$  pasa de  $y_1$  a  $y_2$ , además de relacionar ambos cambios, entonces se ha descrito una relación funcional entre  $x$  y  $y$ . La idea de covariación implica poseer habilidad para moverse operacionalmente entre valores sucesivos de una variable y coordinar esa variación con los correspondientes cambios de otra variable (Confrey y Smith, 1995). Por otra parte, Saldanha y Thompson (1998) definen la

covariación como la creación de una imagen sostenida de los valores de dos cantidades o magnitudes de manera simultánea.

El razonamiento covariacional consiste en llevar a cabo actividades cognitivas para identificar los cambios relativos que ocurren entre cantidades que varían simultáneamente. Esos cambios deben dar cuenta de las formas en las cuales ocurren los cambios de una en relación con las otras (Carlson et al., 2002). Las características del razonamiento covariacional, identificadas y descritas por Carlson, (1998), proveen un medio para clasificar las acciones mentales que los estudiantes llevan a cabo cuando se involucran en tareas de covariación. Una acción mental está caracterizada por los atributos observables que llevan a un estudiante a realizar ciertas acciones, trazar un par de ejes y rotularlos con las variables que cambian de manera conjunta, realizar un trazo del comportamiento de una función, explicar e identificar tasas de cambio promedio, señalar e identificar puntos de inflexión, explicar de manera verbal sus puntos de vista o señalar partes de interés en un trazo o gráfico relacionado con la tarea en la que se encuentra involucrado.

**Acción mental 1 (MA1):** coordinación del cambio de una variable con los cambios en la otra. Un estudiante que exhibe una MA1 cuando, por ejemplo, etiqueta los ejes con indicaciones verbales de coordinación de dos variables (es decir, cambios en  $y$  con cambios en  $x$ ).

**Acción mental 2 (MA2):** coordinar la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable. Por ejemplo: el estudiante construye una línea delgada, creciente o decreciente, y verbaliza de manera consciente la dirección del cambio de una función, mientras que se consideran cambios en la variable.

**Acción mental 3 (MA3):** identificar la magnitud del cambio en una variable con respecto de los cambios en la otra. Por ejemplo: trazar líneas secantes en la representación gráfica para darse una

idea de las tasas promedio de cambio; verbalizar de manera consciente el tamaño del cambio de la función, mientras se consideran cambios en las variables.

**Acción mental 4 (MA4):** identificar la tasa de cambio promedio de una función con incrementos uniformes de cambio en la variable Por ejemplo: construir líneas secantes contiguas sobre la curva; verbalizar de manera consciente la tasa de cambio de la función mientras que se consideran incrementos uniformes en la variable.

**Acción mental 5 (MA5):** coordinar la tasa de cambio instantánea de la función para todo su dominio. Por ejemplo: Construir curvas suaves con indicaciones claras de cambios de concavidad; verbalizar de manera consciente los cambios instantáneos en la tasa de cambio para el dominio entero de la función (de forma que la dirección de las concavidades y los puntos de inflexión son correctos).

Tabla 2-1: Niveles de razonamiento covariacional Carlson et al., (2002).

Nivel	Tipo	Acciones mentales soportadas
L1	Coordinación cualitativa de la variación conjunta de dos cantidades	MA1
L2	Dirección de la variación	MA1 y MA2
L3	Coordinación cuantitativa	MA1, MA2 y MA3
L4	Tasa promedio de cambio	MA1, MA2, MA3 y MA4
L5	Tasa instantánea de cambio	MA1, MA2, MA3, MA4 y MA5

Carlson et al. (2002) proponen un marco de trabajo, de cinco niveles (Tabla 2-1), para el estudio del razonamiento covariacional, el cual puede servir para analizar el entendimiento de los

estudiantes acerca de situaciones dinámicas que involucran el cambio simultáneo de dos cantidades. Este marco de trabajo está basado en acciones mentales, y los respectivos comportamientos asociados a estas.

Un estudiante se clasifica en un determinado nivel de acuerdo con las acciones mentales que exhibe en el contexto de una tarea determinada. Cuando a un estudiante se le otorga un nivel de razonamiento covariacional, significa que exhibe todas las acciones mentales de los niveles previos.

### **2.1.2 El constructivismo social**

En las actividades que se llevan a cabo en la educación escolarizada, docentes y alumnos debieran interesarse por desarrollar significados para las ideas matemáticas, más que sólo memorizar conceptos y desarrollar fluidez procedimental. Es deseable que los significados desarrollados en el grupo se negocien hasta llegar a acuerdos, de tal manera que se faciliten los procesos de comunicación (Cobb, y otros, Assessment of a Problem-Centered Second-Grade Mathematics Project, 1991). El concepto de función es uno de los más difíciles de entender y consideramos que esto se debe a que la aproximación usual para abordar funciones privilegia el estudio de expresiones algebraicas o “fórmulas”, de tal modo que los estudiantes terminan confundiendo una función con una expresión algebraica. Esta aproximación, no favorece el entendimiento del concepto, ya que la idea de función se restringe al uso de números y literales, sin que se desarrollen conexiones entre otras ideas igualmente relevantes, tales como medición, modelación, entre otras.

Desde una posición epistemológica socioconstructivista se acepta que los estudiantes construyen, de manera activa, su propio conocimiento; independientemente del escenario de instrucción (Jennings, Surgenor, y McMahon, 2013). Aunque el proceso de construcción no es individual y

aislado del entorno sociocultural en que se desenvuelven los estudiantes. Las interacciones sociales así como los artefactos culturales determinan, en gran medida, el proceso y las características del conocimiento que los estudiantes construyen. Así, se hace indispensable el análisis del efecto, sobre el conocimiento matemático, que tienen las formas de interacción que se desarrollan en las aulas, así como con las herramientas disponibles para el aprendizaje. Cuando se trabaja en grupo y se forman equipos de trabajo, se ofrecen oportunidades para la discusión y el intercambio de ideas. Aunque las experiencias de cada uno de los participantes sean distintas, el trabajo y discusión grupal favorece la construcción de significados considerados como compartidos (taken-as-shared) (Cobb, Wood, Yackel, y McNeal, 1992).

Los estudiantes en esta etapa de su formación académica ya poseen un cierto nivel de desarrollo del concepto de función, adquirido por medio de las interacciones sociales previas. De acuerdo con Moll (s.f.), Vygotsky planteó éste como su “nivel de desarrollo actual”. Para adquirir un entendimiento más profundo de este importante concepto, acorde con las matemáticas universitarias, se hace necesario que los estudiantes reciban el apoyo de un tutor. Esto puede ayudar a ampliar su zona de desarrollo. La denominada zona de desarrollo próximo, en este caso, se constituye de los procesos cognitivos que los estudiantes pueden llevar a cabo con el auxilio del profesor o con el de un compañero estudiante más capaz.

## Capítulo 3 . Metodología

### 3.1 Los participantes

Los participantes en la investigación fueron 24 estudiantes de primer semestre de Ingeniería Industrial, que eran los estudiantes que el docente investigador tenía a su cargo en ese periodo, inscritos en el curso de Cálculo Diferencial. El docente investigador consideró, que para favorecer la interacción entre los integrantes del grupo, le era conveniente llevar a cabo las actividades dividiendo todo el grupo en equipos. La investigación se llevó a cabo en una institución pública de educación superior del Estado de Hidalgo. Los participantes son egresados de escuelas de nivel medio superior de municipios aledaños, pertenecientes al valle del mezquital, así como de municipios del estado de México entre los que se encuentran Apaxco, Huehuetoca, Santa Teresa, Tequixquiac y Zumpango. Todos los estudiantes que participaron en la investigación son mayores de edad. De forma previa a su participación en las tareas se informó a los participantes que los datos obtenidos se utilizarían con la finalidad de elaborar un trabajo de tesis y que su identidad estaría resguardada mediante la utilización de seudónimos.

Para ingresar a esta institución, los aspirantes tienen que aprobar un examen de selección. Los resultados de dicho examen muestran que la mayoría de estudiantes tienen serias deficiencias de comprensión en todas las áreas de matemáticas: aritmética, álgebra, geometría y trigonometría. Es deseable y se considera importante, para favorecer el avance en el entendimiento del concepto de función, que los estudiantes de este nivel posean ya cierta habilidad procedimental en las áreas mencionadas, además de experiencia en el manejo del lenguaje algebraico. Ante esta problemática, la dirección del Instituto ha implementado diversos cursos propedéuticos y de nivelación (aritmética, álgebra, geometría, trigonometría, así como pensamiento lógico y numérico). El éxito

de estas medidas no ha sido el esperado, ya que sólo ha favorecido a un limitado número de estudiantes y los índices de reprobación y deserción en los primeros semestres siguen siendo altos.

### **3.2 Las actividades**

Con la finalidad de favorecer el interés de los estudiantes se diseñaron tres tareas, basadas en la medición de cantidades físicas: la primera, temperatura del agua contenida en un recipiente y sometida a un proceso de calentamiento; la segunda, voltaje de un capacitor durante el proceso de carga y descarga del mismo, insertado en un circuito RC; y la tercera, peso de rodajas de manzana, sometidas a un proceso de deshidratación.

El desarrollo de las actividades fue conducido por uno de los investigadores, quien también era profesor regular del grupo en el que se implementaron las tareas. Todas las actividades se desarrollaron en equipos, para promover el proceso de construcción de significados considerados como compartidos, propio de una aproximación sociocultural, como se expresa en el marco de investigación. La primera actividad, por su simplicidad, se llevó a cabo en el aula de clases. La segunda actividad se realizó en el laboratorio de Mecatrónica, debido a la necesidad de utilizar un osciloscopio; un voltímetro, para realizar las mediciones y fuentes eléctricas para alimentar el circuito. La tercera actividad se llevó a cabo en el laboratorio de Química y se solicitó el apoyo al personal encargado de este laboratorio.

Durante el desarrollo de cada una de las actividades, se realizaron grabaciones en video de las sesiones de trabajo, las cuales se transcribieron posteriormente para su análisis. Al finalizar la recolección de los datos, se indicó a los estudiantes que cada equipo debía tener una sesión de discusión, en la cual se organizaría la información obtenida de las mediciones. Se les proporcionó un cuestionario, cuyas preguntas tuvieron la intención de guiar la discusión y servir como ideas

generadoras. Se les pidió que grabaran la discusión en audio; la cual, se entregó al investigador. Posteriormente, cada equipo realizó una exposición plenaria del trabajo que llevaron a cabo. Se les solicitó que mencionaran cuál había sido la forma de organizarse, la forma de trabajar, y cuales habían sido las dificultades para realizar la discusión. Las exposiciones de los equipos también se grabaron en video.

Como última etapa, se pidió a cada uno de los equipos que eligieran a un representante, quien participó en una mesa redonda, en la cual se expusieron puntos de vista con relación a las actividades realizadas en las etapas previas. Durante la mesa redonda, se invitó a los participantes a exponer, de manera libre, cuáles habían sido los beneficios, en términos de comprensión matemática, que desde su perspectiva habían obtenido con la realización de las tres actividades. Toda la sesión se grabó en audio.

### **3.2.1 Actividad 1: Medición de la temperatura del agua en un proceso de calentamiento/enfriamiento**

Con esta actividad se buscó que los estudiantes pudieran identificar que en el proceso de calentamiento/enfriamiento de agua, existen cantidades físicas que no cambian y cantidades físicas que cambian y que, además, algunos de estos cambios están interrelacionados. La actividad incluyó la medición de la temperatura, durante intervalos regulares de tiempo, de agua contenida en un recipiente expuesto a una fuente de calor constante. Con los datos recopilados deberían elaborar una tabla de temperatura contra tiempo, como un medio para abordar una de las representaciones de funciones. Posteriormente, haciendo uso de una herramienta computacional, los estudiantes graficaron los datos. Cada equipo llevó a cabo una sesión de discusión para interpretar la información, elegir el tipo de gráfica que mejor representara el comportamiento del

fenómeno, y plantear conjeturas acerca del comportamiento de las cantidades involucradas. Finalmente, exponer su trabajo y observaciones en sesión plenaria, al resto del grupo.

### **Material**

1. Un litro de agua potable
2. Recipiente metálico con capacidad para 2 litros
3. Termómetro digital
4. Cronómetro digital (App de teléfono celular)
5. Parrilla eléctrica de 500 W, comercial.
6. Almohadilla de algodón

### **Desarrollo**

**Etapa 1 (Toma de mediciones):** Esta actividad se llevó a cabo en el salón de clases. Previo a la actividad se formaron cuatro equipos con cuatro estudiantes y dos equipos con cinco estudiantes. Se cerraron las ventanas del salón para evitar ráfagas de aire que pudieran afectar las mediciones de temperatura. Se llenó un recipiente metálico con agua y se agregaron hielos para bajar la temperatura del agua y llevarla hasta el punto de cambio de fases sólido-líquido. Es decir a una temperatura de aproximadamente 5 °C (0° C a nivel del mar), esto debido a la altura sobre el nivel del mar del lugar en que se estaba llevando a cabo el experimento. Se colocó la parrilla eléctrica en una mesa al centro del salón de clase y se conectó a la toma corriente mediante el uso de una extensión. Se colocó el recipiente con agua encima de la parrilla y se ajustó el termómetro digital mediante el uso de un arnés improvisado con alambre galvanizado, con la finalidad de mantenerlo lo más estable posible y en una misma posición.

Antes de conectar la parrilla eléctrica y empezar a tomar datos, se preguntó a los estudiantes acerca de lo que sabían del proceso de calentamiento/enfriamiento del agua. Las preguntas utilizadas fueron, entre otras: ¿Qué le va a pasar el agua cuando se conecte la parrilla? ¿Cuál es la temperatura a la que hierve el agua? ¿Qué significa la ebullición? ¿Qué ocurre con la temperatura cuando el agua está en ebullición? Algunos estudiantes participaron y expresaron su opinión. No se desmintió la información proporcionada por los estudiantes, ni tampoco se trató de indicar una respuesta “correcta”. Ya que la realización de la toma y análisis de datos ofrecería oportunidades para corroborar o refutar sus conjeturas. Se leyeron las indicaciones generales de las que consistiría la actividad.

### **Indicaciones generales**

Con el propósito de favorecer la identificación de la tasa de cambio promedio, como fue descrito en la acción mental MA4 en el capítulo dos, se determinó que se iban a tomar lecturas de temperatura a intervalos regulares de tiempo. Los intervalos de tiempo pudieron ser de cualquier tamaño manejable de manera manual, tales como: cada minuto, cada 2 minutos, etcétera. De manera arbitraria el docente investigador eligió tomar lecturas cada 30 segundos y dio esta instrucción a los estudiantes. Se preguntó al grupo ¿Quién puede encargarse de medir el tiempo con el cronómetro de su teléfono?, y se aceptó al estudiante que se ofreció para llevar a cabo esta actividad. Se le solicitó al grupo que al menos dos integrantes de cada equipo grabaran, con su teléfono celular, el audio correspondiente al desarrollo de la práctica. Se ajustó la cámara de video y se dio inicio a la experiencia. Se tomaron 118 mediciones de temperatura, según lo previsto.

**Etapas 2 (discusión):** Una vez terminada la etapa de medición de temperatura, con el propósito de guiar la discusión en equipo, se les formularon las siguientes preguntas. ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento? ¿Cuáles cantidades variaron durante el experimento?

¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento? ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura varió más rápido? ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura varió más lento? ¿Durante la ebullición, que pasó con la temperatura? ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que varían? ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la parrilla y se deja conectada otros cinco minutos? ¿En qué actividades propias de la industria piensas o sabes que se llevan a cabo este tipo de procesos? ¿Podrías mencionar algunos ejemplos? ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba conectada la parrilla (calentamiento) con relación a cuando la parrilla estaba desconectada (enfriamiento)?

Se indicó a los estudiantes que debían discutir ese mismo día respecto a la experiencia. De no ser posible, debían realizarla, a más tardar, al día siguiente. Los estudiantes deberían grabar el audio de la discusión, durante todo el proceso de discusión, organización y representación de la información, elegir las representaciones que ellos consideraran adecuadas para comunicar sus observaciones y los resultados obtenidos. Se les pidió que hicieran, al menos dos grabaciones de audio simultáneas, con el propósito de que si alguno de los dos archivos se dañaba, se contara con otro de respaldo.

**Etapa 3 (comunicación de resultados):** Organizar, estructurar y representar la información para su comunicación. Cada uno de los equipos realizó su exposición frente a sus compañeros. Las exposiciones fueron video-grabadas para su posterior transcripción y análisis. Cada equipo contó con al menos 20 minutos para realizar su presentación. En esta etapa se realizaron diversas preguntas a los estudiantes durante su exposición. Las preguntas no fueron estructuradas previamente, debido a que tuvieron la libertad de llevar a cabo su presentación de la manera en que cada equipo lo consideró conveniente. De este modo, cada equipo utilizó diferentes ideas y medios para darse a entender.

### **3.2.2 Actividad 2: Medición del voltaje de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC**

Con esta actividad se pretende que los estudiantes sean capaces de identificar que en el proceso de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC, existen cantidades físicas que no cambian y cantidades físicas variables y que, además, algunas de estas cantidades están interrelacionadas. Se llevó a cabo una plática previa con los estudiantes acerca de las generalidades presentes en un circuito RC. Se recolectaron datos acerca del voltaje en el circuito, durante intervalos regulares de tiempo, para que los estudiantes los analizaran mediante representaciones tabulares y gráficas, como medio para expresar la covariación entre voltaje y tiempo, haciendo uso de algún software. Se diseñó el escenario de instrucción de manera que los estudiantes formularan observaciones y conjeturas respecto de la relación entre las variables, tasas promedios e instantáneas de cambio y que comunicaran esos resultados y observaciones al resto de los miembros de la clase, justificando y argumentando la validez de las mismas, así como los procedimientos que utilizaron para organizar y representar la información.

#### **Material**

1. Fuente de alimentación de voltaje variable
2. Multímetro digital
3. Cables con terminales caimán-caimán y banana-caimán
4. Capacitor
5. Resistencia

## **Desarrollo**

**Etapa 1 (Toma de mediciones):** Esta actividad se llevó a cabo en el laboratorio de Mecatrónica del ITAt. Los equipos de trabajo fueron los mismos de la primera actividad. El profesor montó un circuito RC como el de la Figura 3-1, en el cual se tomaron las mediciones de voltaje y los estudiantes de todo el grupo las fueron anotando. Con la finalidad de garantizar que el voltaje inicial del capacitor fuera cero, se mantuvo cerrado el interruptor S1, manteniendo el capacitor en corto circuito hasta que se iniciaron las mediciones.

Antes de cerrar el interruptor S2 del circuito, se indicó a los estudiantes que el voltaje de la fuente había sido ajustado a 12 Volts. Se hizo énfasis en que se iba a medir el voltaje del capacitor, con el multímetro en su función de voltímetro. Se les mostró a los estudiantes que el voltaje en el capacitor, antes de iniciar la práctica, era cero. Se describió también, de manera general, cómo estaba montado el circuito, señalando cada uno de los componentes del mismo mientras se explicaba el comportamiento esperado de cada uno de ellos. Se leyeron las indicaciones generales de la actividad.

### **Indicaciones generales:**

De igual manera que en la actividad uno, se decidió nuevamente tomar lecturas de voltaje cada 30 segundos y se dio esta indicación a los estudiantes. Se solicitó un voluntario para medir el tiempo, con el cronómetro de su teléfono celular. Se indicó al grupo que al menos dos integrantes de cada equipo grabaran, con su teléfono celular, el audio del desarrollo de la práctica. Se ajustó la cámara de video y se dio inicio a la actividad, la cual incluyó 64 mediciones de voltaje.

**Etapa 2 (discusión):** Una vez terminada la etapa de toma de datos y con el propósito de guiar la discusión en equipo, se dictaron las siguientes preguntas: ¿Qué cantidades físicas estuvieron

involucradas en el experimento y cuál es su importancia? ¿Cuáles cantidades variaron durante el experimento? ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento? ¿En qué intervalos de tiempo el voltaje varió más rápido? ¿En qué intervalos de tiempo el voltaje varió más lento? ¿Identificas alguna relación entre las cantidades variables? ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la fuente y se deja conectada otros cinco minutos? ¿En qué actividades propias de la industria piensas o sabes que se llevan a cabo procesos de este tipo? ¿Podrías mencionar algunos ejemplos? ¿Notas alguna diferencia en la variación del voltaje cuando la fuente estaba conectada con relación a cuando estaba desconectada?

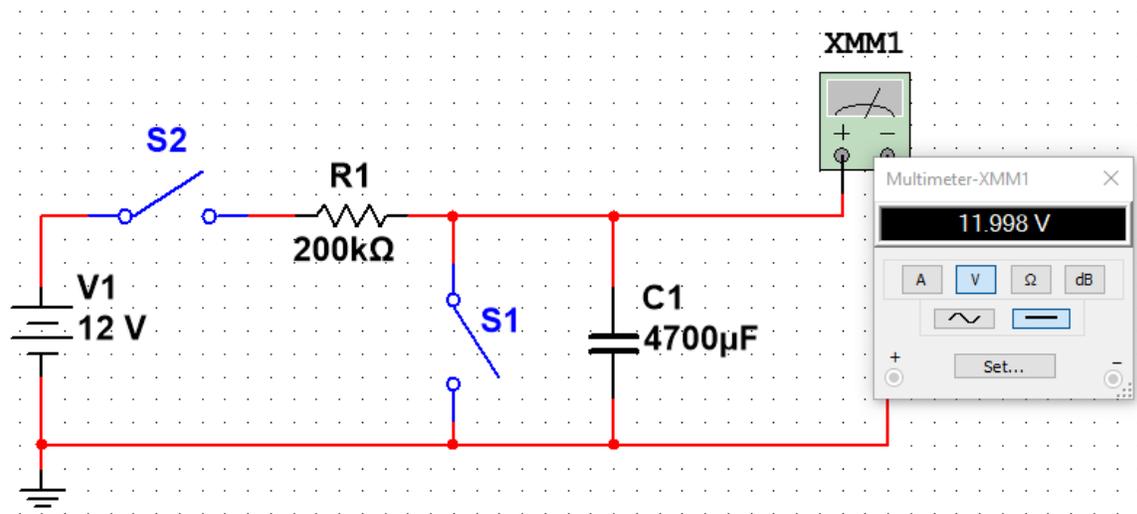


Figura 3-1: Circuito RC

Por tratarse de la segunda actividad, se invitó a los estudiantes a que integraran nuevos elementos, de los revisados en clase. Se indicó que la discusión respecto a la experiencia debía realizarse ese mismo día, o, a más tardar, al día siguiente. Se indicó a los estudiantes que grabaran el audio de la discusión, durante todo el proceso de ponerse de acuerdo, organizar y representar la información, elegir las herramientas o gráficas que utilizarían para comunicar sus observaciones y los resultados

obtenidos. Se les pidió que hicieran, al menos dos grabaciones de audio simultáneas, con el propósito de que si alguno de los archivos se dañaba, se contara con el otro como respaldo.

**Etapa 3 (comunicación de resultados):** Organizar, estructurar y representar la información para su comunicación. Cada uno de los equipos realizó una exposición plenaria ante todo el grupo. Las exposiciones fueron video-grabadas para su posterior análisis y transcripción. Cada equipo contó con al menos 20 minutos para llevar a cabo su exposición. En esta etapa se realizaron diversas preguntas a los estudiantes durante su exposición. Las preguntas no fueron estructuradas previamente, debido a que tuvieron la libertad de llevar a cabo su presentación de la manera en que cada equipo lo consideró conveniente. De este modo, cada equipo utilizó diferentes ideas y medios para expresar su material.

### **3.2.3 Actividad 3: Medición de peso de rodajas de una manzana durante un proceso de deshidratación**

La deshidratación de frutas y hortalizas es un método de conservación de alimentos, consiste en remover la mayor cantidad de agua posible, para evitar la actividad enzimática y el desarrollo de microorganismos. La deshidratación extiende la vida útil de los alimentos, obteniendo productos con un mayor valor comercial. Permite disponer de frutas y hortalizas durante todo el año y evita la pérdida de los excedentes de producción. En la industria de alimentos, se elaboran para su comercialización, frutos secos tales como: rodajas de plátano macho, manzana, chabacanos, etcétera, así como hojuelas de ajo y cebolla. Uno de los objetivos al deshidratar frutas y hortalizas, es preservar su valor nutricional y características tales como: sabor, color, textura y olor. Las condiciones de deshidratación deben ser tales que cuando se restituya el contenido acuoso, si es necesario, las características de la fruta sean lo más parecidas a las originales.

Con esta actividad se buscó que los estudiantes identificaran que, durante la deshidratación de frutas y hortalizas, el cual es un proceso industrial de alto valor económico, existen cantidades invariantes y cantidades que cambian, además que esas cantidades se encuentran interrelacionadas. Los estudiantes tomaron datos del peso en muestras de fruta sometidas a un proceso de deshidratación. Posteriormente, registraron los datos en forma tabular. Mediante la utilización de software computacional, los estudiantes graficaron e interpretaron la información recolectada, además organizaron la información de distintas formas para comunicar a los demás miembros del grupo sus observaciones respecto a la relación entre las cantidades variables, argumentando y sustentando la pertinencia de las representaciones que eligieron para comunicar resultados.

## Material

1. Una manzana de 200 g.
2. Mufla eléctrica
3. Báscula analítica con resolución de 0.01 g
4. Cuchillo de cocina
5. Pinzas de plástico
6. Cronómetro (App de teléfono celular)
7. Vidrio de reloj (peso constante para la báscula)
8. Desecante (arena sílice)
9. Charola para mufla

## Desarrollo

### **Etapa 1: La deshidratación de fruta** (tiempo aproximado 90 minutos)

Esta actividad se llevó a cabo en el laboratorio de Ingeniería Química. Al igual que las dos actividades anteriores, esta actividad fue una práctica demostrativa y el personal del laboratorio fue quien condujo la práctica, aunque los estudiantes participaron en la toma de mediciones. Todos los estudiantes del grupo anotaron las lecturas de peso de rodajas de manzana que se fueron obteniendo. Para fomentar la curiosidad de los estudiantes, se les indicó que consultaran cualquier duda que tuvieran al respecto de la actividad. Para esta actividad se eligió una fruta como la manzana, ya que posee una cantidad elevada de agua. La manzana se cortó en rodajas de aproximadamente 2 mm, con el auxilio de un cuchillo de cocina. Se realizó el pesado, en la báscula electrónica, de cada una de las rodajas y se anotaron los pesos iniciales.

Se ajustó la temperatura de la mufla a 80°C y una vez que alcanzó esta temperatura, se colocó en su interior la charola con las rodajas de manzana. A intervalos de dos minutos se sacaron las muestras y se colocaron en un material desecante para evitar que absorbieran humedad del ambiente. Se procedió a pesar cada una de las rodajas de manzana y se anotaron las nuevas mediciones. Se continuó con este proceso hasta agotar el tiempo destinado a la clase. En ese momento se suspendió el secado y se dio por concluida la actividad en el laboratorio. El tiempo de la actividad de secado fue de aproximadamente 90 minutos. La actividad se llevó a cabo durante una sesión de clase de 2 horas.

Etapa 2: Organizar, estructurar y representar la información para su comunicación

- Grabar en audio las discusiones entabladas en el equipo durante el proceso de ponerse de acuerdo para organizar y representar la información.
- Organizar y estructurar la información obtenida con el propósito de comunicarla a sus compañeros de grupo.
- Identificar las cantidades que variaron durante el proceso.
- Conjeturar que cantidades están relacionadas unas con otras y cuál es su relación.
- Entregar copia de las hojas de notas tomadas, del material grabado en audio y del material usado para la comunicación de resultados.

### **3.3 Análisis preliminar de las tareas**

#### **3.3.1 Actividad 1: Medición de la temperatura del agua en un proceso de calentamiento/enfriamiento**

Los datos recabados, de la grabación, en el proceso de medición de temperatura durante el calentamiento y enfriamiento del agua se muestran en la Tabla 3-1. En esta práctica de contexto real, desde el punto de vista del investigador, las variables de interés fueron la temperatura y el tiempo. Se buscaba que los estudiantes identificaran cómo cambia la temperatura del agua conforme transcurre el tiempo.

En la Figura 3-2 se puede observar el comportamiento de la temperatura en el periodo de calentamiento, y en la Figura 3-3 el periodo de enfriamiento. Durante el proceso de calentamiento, el comportamiento de la gráfica se ajusta bastante bien con una línea recta. Sólo al principio del proceso de calentamiento se observa que hay un periodo en el cual no sube la temperatura. Este comportamiento está relacionado con el hecho de que el agua estaba mezclada con hielo. Se sabe que, en este caso, toda la energía calorífica que absorbe el agua está destinada a derretir el hielo (Güémez, Fiolhais, y Fiolhais, 2002 p. 26). Una vez que todo el contenido esté en estado líquido, y sólo hasta ese momento, la temperatura empezará a aumentar.

Por otro lado, a partir de que el agua alcanzó el punto de ebullición, la temperatura prácticamente ya no sufrió cambios. Esta situación podría aprovecharse muy bien para que los estudiantes exploren y reflexionen acerca de la función constante. La temperatura varía en función del tiempo, pero en este punto, aunque el tiempo sigue incrementándose (avanzando), la temperatura mantiene un valor constante. Otro aspecto importante, es que se pueden observar dos puntos interesantes en la gráfica. Uno de ellos es el “límite inferior” de la temperatura. Esto quiere decir que, la

temperatura tiene un límite, mientras que exista un solo trozo de hielo, la temperatura del agua no variará de 0°C, a nivel del mar. Por otro lado, también se puede observar un “límite superior” de la temperatura. Mientras exista una sola gota de agua en estado líquido, la temperatura del agua no podrá aumentar y se mantendrá en ese límite superior de unos 100 °C, a nivel del mar.

Tabla 3-1: Variación de la temperatura del agua (°C) respecto del tiempo (min).

t(min)	T(°C)								
0.0	5.60	12.0	82.80	24.0	85.20	36.0	58.80	48.0	46.10
0.5	5.60	12.5	85.30	24.5	83.90	36.5	58.10	48.5	45.80
1.0	6.20	13.0	88.10	25.0	82.80	37.0	57.50	49.0	45.60
1.5	7.70	13.5	89.30	25.5	80.50	37.5	56.80	49.5	45.10
2.0	10.30	14.0	90.10	26.0	78.90	38.0	56.20	50.0	44.90
2.5	13.30	14.5	90.80	26.5	77.60	38.5	55.60	50.5	44.60
3.0	16.70	15.0	90.50	27.0	76.10	39.0	55.50	51.0	44.20
3.5	20.10	15.5	90.90	27.5	74.80	39.5	54.10	51.5	43.90
4.0	23.80	16.0	90.90	28.0	73.50	40.0	53.60	52.0	43.60
4.5	27.50	16.5	90.80	28.5	72.30	40.5	53.10	52.5	43.20
5.0	31.30	17.0	90.80	29.0	71.30	41.0	52.50	53.0	43.00
5.5	35.30	17.5	90.80	29.5	70.50	41.5	51.90	53.5	42.80
6.0	39.00	18.0	90.50	30.0	69.50	42.0	51.60	54.0	42.50
6.5	42.80	18.5	90.80	30.5	68.10	42.5	51.10	54.5	42.00
7.0	46.90	19.0	90.90	31.0	66.80	43.0	50.50	55.0	41.70
7.5	50.10	19.5	90.80	31.5	65.80	43.5	50.10	55.5	41.40
8.0	53.90	20.0	90.60	32.0	65.10	44.0	49.70	56.0	41.00
8.5	57.90	20.5	90.70	32.5	64.30	44.5	49.30	56.5	40.80
9.0	61.60	21.0	90.50	33.0	63.50	45.0	48.80	57.0	40.50
9.5	64.80	21.5	90.50	33.5	62.60	45.5	48.40	57.5	40.10
10.0	68.50	22.0	90.40	34.0	61.90	46.0	48.00	58.0	40.00
10.5	71.50	22.5	89.40	34.5	61.10	46.5	47.40		
11.0	74.60	23.0	88.50	35.0	60.30	47.0	47.10		
11.5	79.90	23.5	86.90	35.5	59.50	47.5	46.50		

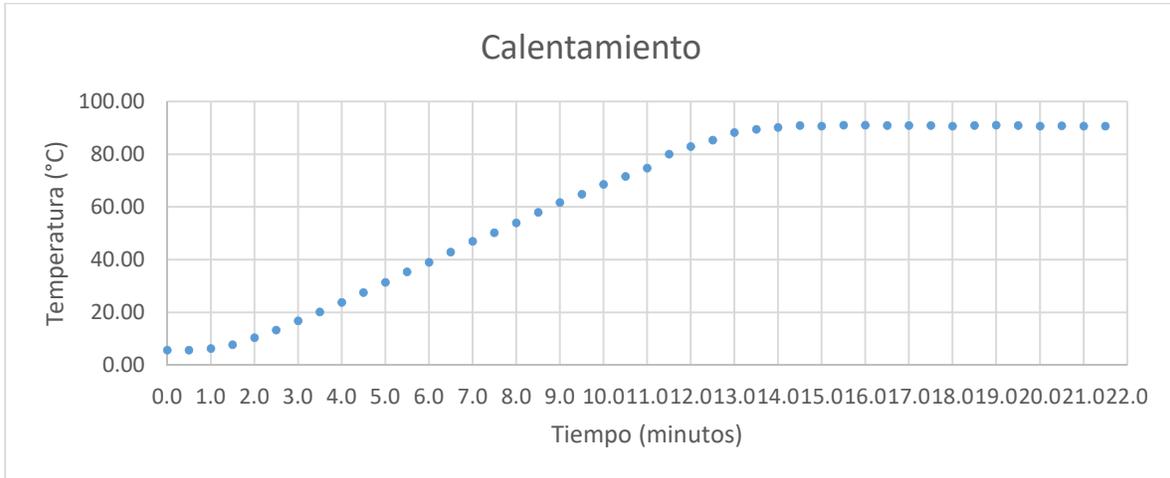


Figura 3-2: Comportamiento de la temperatura del agua durante el periodo de calentamiento.

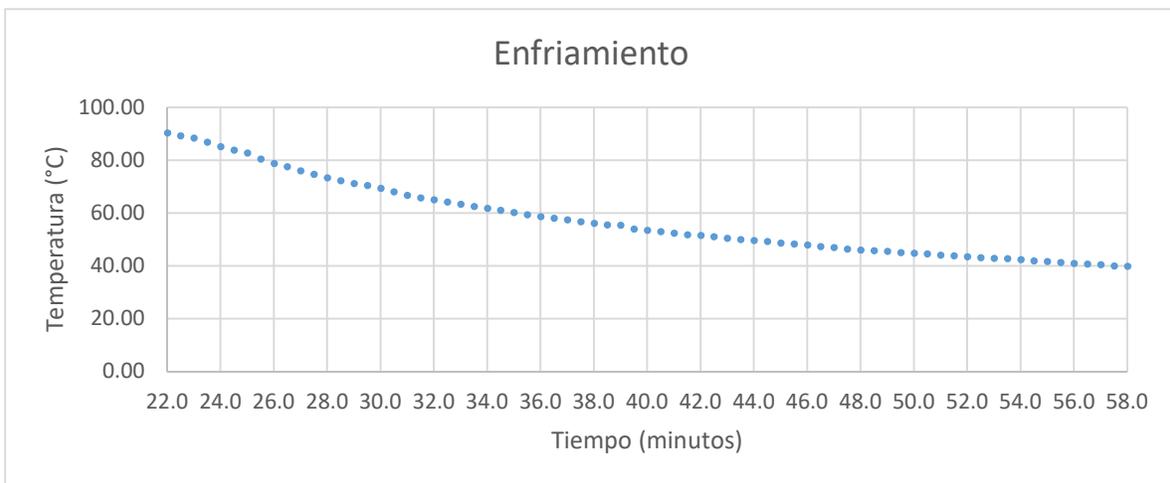


Figura 3-3: Comportamiento de la temperatura del agua durante el periodo de enfriamiento.

Cabe destacar que, normalmente, los problemas encontrados en los libros de texto se encuentran idealizados. Es decir, en ellos no existen los errores de medición y los gráficos que se obtienen de los mismos están suavizados y sólo están presentes las variables de interés. En este caso, por tratarse de una tarea en un contexto real, pueden observarse aumentos o disminuciones inesperadas en la temperatura. Estos aumentos o disminuciones inesperadas se deben a múltiples factores

durante la realización de la práctica. Errores en la colocación del aparato de medición, errores al tomar el tiempo, errores debidos a la rapidez de respuesta del termómetro y muchos otros debidos incluso al ambiente.

### 3.3.2 Actividad 2: Medición del voltaje de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC

Los circuitos RC se utilizan en una amplia gama de circuitos eléctricos. Cuando se alimentan con fuentes de corriente directa, el circuito RC puede servir como elemento de retardo, en el cual el tiempo de carga y descarga dependen de los valores del resistor y del capacitor. En esta actividad, las variables de interés fueron: el voltaje de carga y el tiempo transcurrido. Si el voltaje de la fuente de alimentación se mantiene constante, se esperaría que el voltaje de carga dependa sólo del tiempo transcurrido desde que se conecta el circuito.

Los datos recabados del video de la actividad, como práctica demostrativa, de la medición del voltaje durante el proceso de carga se pueden ver en la Tabla 3-2.

El comportamiento del voltaje del capacitor se puede aproximar mediante una expresión que contiene un término exponencial como la siguiente:

$$v_c(t) = V_{max} \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \text{ ----- E3.1}$$

Graficando este modelo, se pueden comparar ambos comportamientos, es decir, los datos medidos con la gráfica de la expresión E3.1. En este sentido, los estudiantes pueden percibir que ambas gráficas poseen comportamientos similares. En la Figura 3-4 se observa el trazo de color naranja que es la gráfica de la expresión E3.1, y el trazo en color azul que representa a los datos medidos.

De igual modo que en la actividad anterior, también se tomaron datos del voltaje del capacitor durante el proceso de descarga, mismos que se pueden observar en la segunda mitad de los datos en la Tabla 3-2. Se realizó el mismo número de mediciones tanto para la carga como para la descarga. Para el caso de la descarga del capacitor, el modelo que aproxima los datos es del tipo

$$v_c(t) = V_{max} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{-----E3.2}$$

Nuevamente, no se esperaría que los estudiantes conozcan este modelo, sin embargo, se les presentaron los dos modelos como complemento de la información que recibieron. Para poder compararlo con los datos, en la Figura 3-5 se puede observar el comportamiento de los datos y del modelo en color naranja.

Tabla 3-2: Voltaje del capacitor medido a intervalos regulares de 30 segundos durante el proceso de carga y descarga en un circuito RC. El tiempo está dado en minutos y el voltaje en volts.

t(min)	v(volts)	t(min)	v(volts)	t(min)	v(volts)
0	0	10.5	10.75	21	2.12
0.5	1.75	11	10.85	21.5	1.85
1	2.94	11.5	10.93	22	1.61
1.5	4.2	12	11.01	22.5	1.41
2	5.16	12.5	11.06	23	1.23
2.5	6.3	13	11.13	23.5	1.08
3	6.7	13.5	11.19	24	0.94
3.5	7.27	14	11.24	24.5	0.82
4	7.75	14.5	11.29	25	0.72
4.5	8.17	15	11.34	25.5	0.63
5	8.52	15.5	11.34	26	0.56
5.5	8.84	16	9.73	26.5	0.49
6	9.1	16.5	8.45	27	0.43
6.5	9.36	17	7.35	27.5	0.38
7	9.59	17.5	6.4	28	0.33
7.5	10.7	18	5.56	28.5	0.29
8	9.97	18.5	4.85	29	0.26
8.5	10.13	19	4.21	29.5	0.23
9	10.27	19.5	3.69	30	0.2
9.5	10.42	20	3.21	30.5	0.18
10	10.54	20.5	2.79		

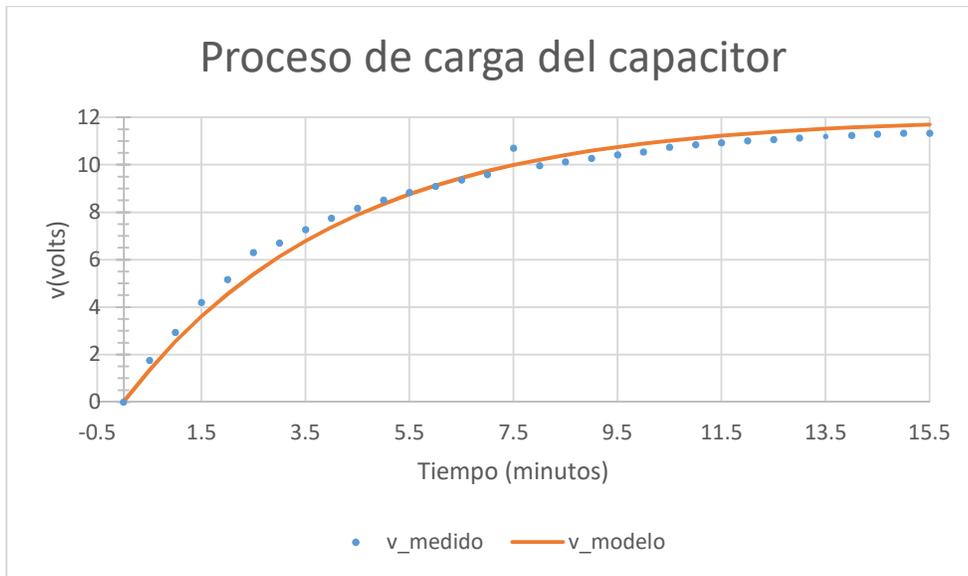


Figura 3-4: Comportamiento del voltaje en el capacitor durante el proceso de carga. Datos medidos (color azul), datos del modelo aproximado (trazo naranja).

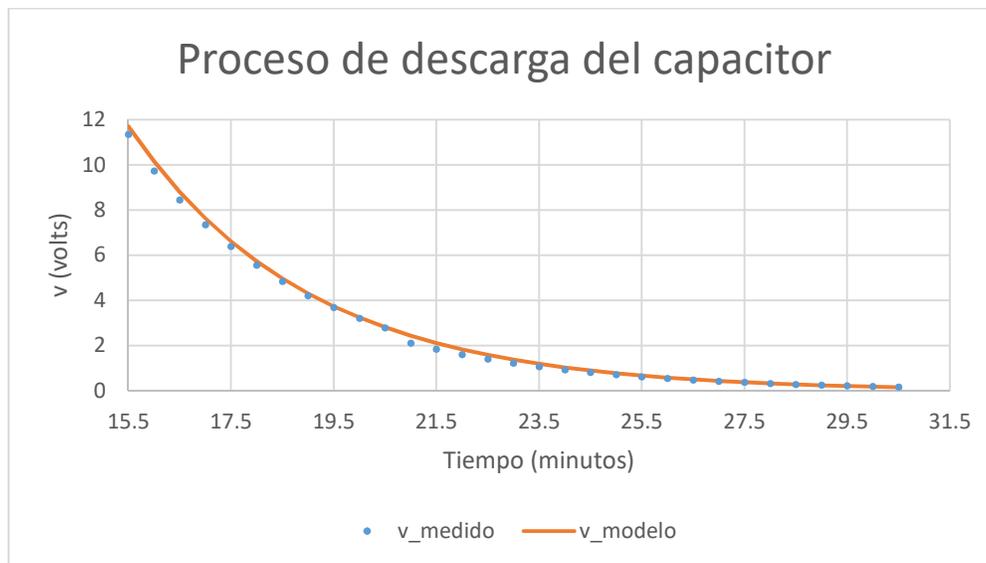


Figura 3-5: Comportamiento del voltaje del capacitor durante el proceso de descarga. Datos medidos (color azul), datos del modelo aproximado (trazo naranja)

### **3.3.3 Actividad 3: Medición del peso de rodajas de una manzana, durante un proceso de deshidratación**

Los procesos de deshidratación son utilizados cada vez con mayor frecuencia para ofrecer a los consumidores diversas opciones de alimentos, ya que los productos deshidratados tienen una vida de anaquel más larga, respecto de los alimentos frescos. Que los ingenieros industriales tengan el contacto con este tipo de procesos, es importante para su formación, ya que amplía su visión del campo profesional. Cuando las matemáticas son abordadas en el aula, difícilmente se hace como una ciencia que se encuentra íntimamente relacionada con los fenómenos cotidianos. La matemática se encuentra presente en muchas de las actividades que realizamos diariamente, sin embargo, la forma tradicional en la que se aborda la disciplina en el aula, está alejada del contexto. En general, las experiencias contextualizadas, brindan oportunidades para llevar a cabo actividades de comparación de modelos y toma de decisiones, basadas en argumentos matemáticos.

En esta actividad, las variables de interés fueron el tiempo y el peso de cada una de las rodajas de manzana. Los datos recabados se presentan en la Tabla 3-3. Se tomaron mediciones del peso de cada rodaja después de haberlas introducido al horno y dejadas ahí intervalos regulares de tiempo. Las celdas sombreadas de color amarillo corresponden a datos que no se pudieron recuperar a partir de la grabación de audio.

En esta actividad, por ser la tercera, se esperaba que los estudiantes pudieran darse cuenta y reflexionar que el peso de cada una de las rodajas debería ser similar. Al organizar la información deberían haber hecho una gráfica en la cual se notara el comportamiento del peso conforme avanzaba el tiempo. En la Figura 3-6 se presenta una gráfica en la cual se incluyó el comportamiento de 14 trozos de manzana. Se excluyó el trozo T1, debido a que en la tercera

medición, el trozo cayó al piso y se decidió desecharlo. También se excluyeron los trozos T2 y T3, en los que por alguna razón se perdió un dato de la medición y no fue posible recuperarlo.

Tabla 3-3: Pesos de las rodajas de una manzana durante un proceso de deshidratación. El tiempo está dado en minutos y cada columna corresponde al peso en gramos de cada una de las 17 rodajas de manzana utilizadas en la práctica.

t(min)	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17
0	5.35	7.64	7.31	4.82	12.90	14.67	14.98	11.30	11.08	11.63	11.83	11.53	14.69	14.66	17.40	14.57	11.14
2	5.28	7.58	7.20	4.58	12.66	14.47	14.83	11.07	10.86	11.45	11.63	11.30	14.46	14.43	17.28	14.30	10.83
4	5.22	7.51	7.12	4.53	12.55	14.32	14.71	10.91	10.69	11.32	11.49	11.12	14.27	14.25	16.97	14.11	10.68
6		7.44	7.06	4.46	12.36	14.18	14.58	10.75	10.47	11.19	11.36	11.00	14.11	14.06	16.78	13.87	10.49
8		7.39	7.00	4.41	12.23	14.06	14.45	10.62	10.30	11.06	11.23	10.82	13.91	13.88	16.59	13.70	10.31
10		7.33	6.95	4.37	12.11	13.92	14.34	10.51	10.14	10.93	11.07	10.62	13.73	13.68	16.43	13.55	10.15
12		7.26	6.89	4.32	11.95	13.77	14.21	10.38	9.95	10.80	10.95	10.48	13.56	13.52	16.26	13.34	9.95
14		7.19	6.82	4.26	11.81	13.62	14.08	10.26	9.76	10.69	10.80	10.31	13.36	13.32	16.05	13.11	9.79
16		7.13	6.76	4.21	11.68	13.48	13.94	10.13	9.58	10.55	10.64	10.14	13.12	13.13	15.85	12.92	9.62
18		7.06	6.69	4.17	11.54	13.31	13.79	10.02	9.42	10.42	10.49	9.97	12.97	12.97	15.67	12.72	9.44
20				4.12	11.39	13.15	13.63	9.88	9.22	10.30	10.34	9.81	12.77	12.78	15.48	12.49	9.29
22		6.96	6.56	4.06	11.27	13.02	13.49	9.76	9.05	10.18	10.20	9.65	12.59	12.58	15.31	12.30	9.13
24		6.88	6.51	4.01	11.13	12.90	13.37	9.63	8.88	10.07	10.06	9.48	12.42	12.41	15.13	12.10	8.97
26		6.82	6.46	3.97	11.03	12.74	13.21	9.51	8.72	9.93	9.92	9.30	12.24	12.20	14.93	11.89	8.81
28		6.77	6.42	3.92	10.91	12.60	13.10	9.40	8.56	9.81	9.79	9.16	12.08	12.02	14.73	11.70	8.66

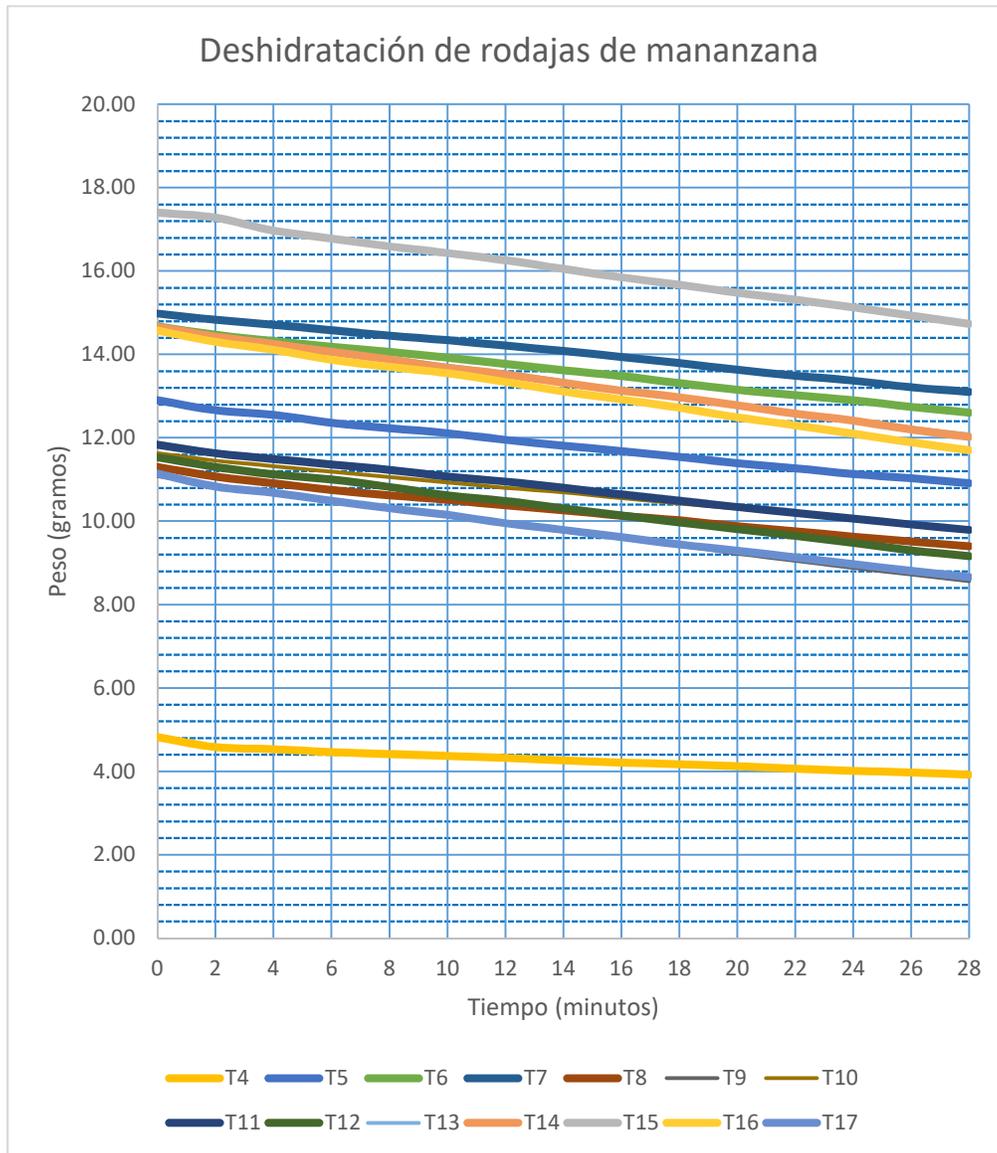


Figura 3-6: Comportamiento del peso de las rodajas de manzana durante el proceso de deshidratación

Al observar la gráfica de la Figura 3-6, se puede notar la similitud del comportamiento del peso en todos los trozos de manzana. Era de esperarse que los estudiantes hicieran esta observación y que decidieran comentar, elegir y presentar sólo una gráfica, que correspondiera a cualquiera de los trozos. Debido la falta de tiempo durante la clase, el proceso de deshidratación tuvo que suspenderse antes de obtener un producto final adecuado.

Por ello, el comportamiento de la pérdida de peso, conforme trascurrió el tiempo, muestra un comportamiento que parece lineal (Figura 3-6). Cuando es posible llevar a cabo el proceso completo, se espera visualizar un comportamiento exponencial decreciente, muy parecido al voltaje en la descarga de un capacitor en un circuito RC (Barraza, Rojas, y Moscol, 2013).

## **Capítulo 4 . Resultados**

Las tres actividades que se abordaron en este trabajo, fueron experiencias realizadas en un contexto real. Con estas actividades se buscó, desde el punto de vista covariacional, entre otras cosas, que los estudiantes percibieran de manera estrecha con la práctica, cómo una variable cambia con relación a otra. Los estudiantes experimentaron, midieron variables físicas, compararon comportamientos con modelos conocidos y avanzaron en su entendimiento del concepto de función. Al confrontar sus creencias y conocimientos previos respecto a las actividades realizadas, resultó en una buena oportunidad de poner en duda lo que sabían y obtener evidencia para sustentar o refutar sus creencias o afirmaciones. Con este tipo de actividades se puede lograr, que los estudiantes se cuestionen y que se vuelvan gestores de su propio conocimiento, a través de la experimentación y la verificación de hechos mediante procedimientos científicos. Muchas veces no es posible llevar a cabo las experiencias que se ven en televisión o en internet por cuenta propia, pero sería apropiado que aprovecharan su estancia en la escuela para ir más allá en los contenidos establecidos en los planes de estudio.

### **4.1 Actividad 1: Medición de la temperatura del agua en un proceso de calentamiento/enfriamiento**

#### **4.1.1 El desarrollo**

Durante el proceso de calentamiento del agua, mientras que se llevaban a cabo las mediciones de temperatura, el profesor investigador buscó indagar acerca de los conocimientos previos que los estudiantes tenían respecto del fenómeno. En ningún momento emitió juicios de valor respecto de las ideas expresadas por los estudiantes, aunque lo dicho fuera correcto,

incorrecto, o no se hubieran expresado argumentos para fundamentar afirmaciones. Antes de llevar a cabo la actividad de carga y descarga del capacitor, se condujo una plática con los estudiantes acerca de los conceptos relacionados con la práctica. Lo anterior favoreció que los estudiantes se mantuvieran interesados en las tareas, ya que, al parecer, nunca habían llevado a cabo una experiencia de este tipo. No se afirma que los estudiantes no hubieran realizado prácticas de laboratorio durante su educación preuniversitaria, sino más bien, que durante este tipo de prácticas es conveniente promover procesos de reflexión y comunicación de ideas (Smara, 2011).

Como actividad paralela a la toma de mediciones de la temperatura del agua, el profesor investigador consideró apropiado propiciar un proceso de discusión al interior del grupo, a partir de diversas preguntas: ¿Saben a qué temperatura se lleva a cabo la ebullición del agua? Algunos estudiantes contestaron simplemente que era cuando el agua empieza a hervir. Por otro lado, otros estudiantes ahondaron un poco más y expresaron que el agua hierve a 100 °C, porque, según los libros, ese es el punto de ebullición. Otros, sin embargo, opinaron que el agua estaría en ebullición a menos de 100 °C, porque la altura sobre el nivel del mar del lugar donde se realiza el experimento modifica la temperatura de ebullición. Hubo otra participación en la que se afirmó que, aunque el agua estuviera en ebullición, la temperatura iba a seguir aumentando pasando incluso por arriba de los 100 °C.

Para indagar sobre sus percepciones acerca del concepto de función, desde el punto de vista covariacional, se cuestionó a los estudiantes sobre sus conocimientos previos acerca del experimento que se iba a realizar. Ellos explicitaron algunas cosas acerca del experimento y manifestaron hipótesis respecto de los resultados que esperarían observar al realizar la toma de datos. Hablaron también de las cantidades que ellos pensaban que iban a variar. Se observó

que los estudiantes son capaces de establecer relaciones entre cantidades que varían de manera conjunta, inicialmente sólo de manera cualitativa. Por ejemplo, pensar que la temperatura de ebullición depende de la altura sobre el nivel del mar, es un claro indicio de razonamiento covariacional cualitativo. Aunque no se descarta la posibilidad de que sólo tuvieran esa idea por haber recibido esa información con anterioridad.

En el mismo orden de ideas, algunos estudiantes defendieron su postura de que, aunque el agua ya estuviera en ebullición, al continuar agregando calor, la temperatura del agua debía seguir aumentando. En cierto modo, parece lógico pensar que a más calor, mayor temperatura. Se puede afirmar que estos estudiantes están mostrando un razonamiento covariacional, ya que exhiben una acción mental del tipo MA2, en la que coordinan la dirección de cambio, cuando una variable crece entonces la otra variable relacionada también lo hace.

Una participación interesante fue cuando un estudiante preguntó respecto de la posición del termómetro en el líquido. Él pensaba que si el termómetro estaba pegado al fondo daría lecturas distintas a las que se obtendrían si sólo estaba sumergido sin tocar el fondo. En este caso, el hecho es que la lectura del termómetro sí varía en función de la profundidad a la que se sumerja en el líquido, debido, fundamentalmente, al fenómeno de convección (Marín, 2011). Nuevamente, en la pregunta está implícito un razonamiento covariacional cualitativo. Cuando el agua estaba en ebullición, algunos estudiantes manifestaron su asombro, con frases como: “pero no llegó ni a 100”, “vivimos engañados”. Otros aún incrédulos dijeron frases como “es un aproximado”, pensando que la diferencia de temperatura se debía a un error en el termómetro.

Al finalizar la toma de datos, se dio apertura para que los estudiantes expusieran sus comentarios acerca de los resultados que acababan de observar. Los comentarios fueron diversos, entre los que destacan:

**Estudiante:** Cuando estaba hirviendo se tardó más

**Profesor:** ¿Se tardó más tiempo?

**Estudiante:** Se tardó más tiempo en enfriarse

Se puede inferir que el estudiante está comparando de manera global, el tiempo que el agua tardó en calentarse con el tiempo que tardó en enfriarse. Esta comparación que hace el estudiante puede relacionarse con el nivel de razonamiento L1, ya que considera cualitativamente, que el tiempo y la temperatura están relacionados y que varían de manera conjunta. En la participación de otros estudiantes, se distingue que ellos pensaron en tasa de cambio promedio, considerando los intervalos de tiempo iguales en los que fueron tomadas las lecturas, lo cual es evidencia de un razonamiento correspondiente con el nivel L4, aunque durante el desarrollo de la práctica no se discutió este concepto. Se considera una acción mental del tipo MA4 porque en su participación se puede distinguir, por ejemplo, la idea de variación en  $^{\circ}\text{C}/\text{s}$  (grados centígrados por segundo)

**Estudiante1:** Al principio se iba enfriando más rápido. Cada 30 segundos se enfriaba, no sé, casi un grado y después ya 0.2

**Estudiante2:** A mí, en lo particular, cuando se iba enfriando, si se dan cuenta, en unas temperaturas fue bajando en 0.5, en 0.8 y otras en 0.9...

Con relación a la consolidación de algunos significados, se podría pensar que todos los estudiantes que participaron en la experiencia confrontaron sus conocimientos previos y creencias con los resultados observados del experimento. Sería de esperarse que adoptaran nuevos conceptos a partir de las evidencias. Con respecto a la covariación de cantidades, por ejemplo, que durante un intervalo de tiempo, al ir agregando calor al agua su temperatura aumentó conforme pasó el tiempo. Contrario a la suposición de algunos, una vez alcanzado el punto de ebullición y seguir agregando calor, la temperatura del agua ya no aumentó y se mantuvo constante. Sin embargo el tiempo transcurrido si seguía aumentando.

**Estudiante1:** Bueno, los libros nos explican que el agua hierve a los 100 grados, pero acabo de ver que a los 90 grados empezó ya a hervir.

**Profesor:** También ahí hay otra cosa que acabas de descubrir. Que una vez que empezó a hervir. Tú pensabas que la temperatura ¿qué? Iba a seguir creciendo, ¡Pero no!

**Estudiante1:** Se mantuvo

**Estudiante2:** Si hasta llegar a 90.9 pero nunca llegó a 100

#### **4.1.2 Organización y discusión de los resultados de la práctica para su comunicación en el grupo en sesión plenaria**

Como se describió en la sección de metodología, los estudiantes sostuvieron una sesión de discusión, en la que se les pidió que organizaran los datos recolectados con la finalidad de comunicar a sus compañeros aspectos relevantes respecto del comportamiento del fenómeno. Durante la discusión se esperaba que los estudiantes identificaran las cantidades físicas que intervinieron, entre las cuales están: La cantidad de calor suministrado al recipiente con agua,

la cantidad de agua en el recipiente, la corriente eléctrica que fluía a través de la resistencia de la parrilla eléctrica, el voltaje al que estuvo conectada la parrilla, la temperatura del agua, la presión atmosférica, la altura sobre el nivel del mar del lugar donde se llevó a cabo la práctica, el tiempo, y la temperatura ambiente del salón. De estas cantidades físicas, las que variaron significativamente fueron: la temperatura del agua y el tiempo. Las que no variaron significativamente fueron las demás.

Se pretendía que los estudiantes identificaran los momentos en los cuales la temperatura del agua varió más rápido, no importando si estaba incrementado o disminuyendo. También que identificaran el intervalo de tiempo en el cual la temperatura del agua no varió, para fines prácticos, es decir se mantuvo constante.

Si bien es cierto que, desde las expectativas del profesor, las variables de interés fueron, la temperatura y el tiempo, los estudiantes identificaron otras relaciones entre variables. De cierto modo, todos los equipos identificaron correctamente la mayoría de las cantidades físicas que intervinieron. Aunque de manera cualitativa, estuvieron presentes acciones mentales del tipo MA2, porque los estudiantes pudieron coordinar la dirección del cambio. A la pregunta ¿En qué momentos la temperatura varió más rápido? Se puede identificar la acción mental MA2, por ejemplo, en la afirmación siguiente de una estudiante del equipo uno:

**Frida:** Pues, se podría decir que cuando la temperatura iba aumentando, porque veíamos el cambio, que, entre más se calentaba el agua, el termómetro marcaba la temperatura más alta.

Y del equipo tres

**Ruddy:** Pues lo que varió más rápido, bueno cuando varió más rápido fue al inicio porque pues, aumentaba, aumentaba muy rápido la temperatura.

Por otro lado, en la pregunta ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura varió más lento? Los estudiantes del equipo uno no fueron capaces de identificar que eso ocurrió precisamente cuando el agua se encontraba en ebullición y la parrilla seguía conectada. Durante ese periodo la temperatura del agua no varió, es decir se mantuvo constante. En otras palabras, la rapidez de variación fue cero porque la temperatura no cambió con el paso del tiempo. Esto concuerda con varios autores que mencionan que la mayoría de los estudiantes no conciben a una constante como una función (Confrey y Smith, 1991; Drlik, 2015). En el caso de los estudiantes de los equipos dos y tres, sí pudieron identificar este intervalo, como en el que la temperatura varió más lento.

**Jonás:** ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura varió más lento?

**Silverio:** ¡Eh! Pues en media hora más o menos, fue cuando la temperatura se mantuvo en...

**Jonás:** 90 grados

**Olinali:** En 90 grados

**Tabasco:** Que ya estaba en su punto de ...

**Olinali:** Sí, de hecho fue más o menos como a los 19 y medio

**Tabasco:** Sí

**Olinali:** Fue cuando empezó a ebullición, pero vez que ahí fue, que la dejaron los cinco minutos para saber más que...

**Olinali:** Sí, pero ya no varió la temperatura.

En la discusión del equipo 3 se puede distinguir una aportación similar

**Leobardo:** La temperatura varió más lento al llegar a su punto de ebullición. Se..., bueno la temperatura se comportó algo constante.

Para otros estudiantes, la temperatura varió más lento cuando se desconectó la parrilla eléctrica. Para ellos, el motivo de por qué el cambio fue lento, es porque no hubo un agente externo que forzara el enfriamiento, tal vez un ventilador.

En las respuestas de los estudiantes a la pregunta ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando la parrilla estaba conectada, con relación a cuando estaba desconectada? Pueden notarse acciones mentales del tipo MA4, de carácter cualitativo, que coordinan la tasa de cambio promedio. Por ejemplo en la siguiente afirmación de una estudiante.

**Frida:** Pues, podríamos decir que cuando estaba conectada, la temperatura aumentaba rápidamente y cuando la desconectábamos, la temperatura disminuía, pero era al contrario, en este caso era muy lento.

Se analizaron las contribuciones de los miembros de los cuatro equipos, y se hizo un recuento de las acciones mentales identificadas en su discusión (Tabla 4-1). El equipo 4 fue el que mostró, de manera más clara, acciones mentales del tipo MA2, las cuales requieren coordinar la dirección del cambio. A la pregunta ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento?

**Brad:** El volumen pudo haber variado un poco pero yo creo que sí descendió porque estaba hirviendo, se tuvo que haber evaporado una poca de agua.

Mientras que el tiempo transcurre (aumenta), el volumen de agua disminuye debido a la evaporación. Y a la pregunta ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura varió más lento?

**Betty:** Se mantuvo ya en un cierto rango, se podría decir que fue antes de la ebullición y después de la ebullición porque se mantuvo antes de la ebullición entre 90.8 y 90.9 y después de la ebullición fue de 90.8

**Brad:** Como por un minuto, dos.

**Betty:** Como un minuto y medio más o menos.

En los comentarios anteriores se observa que los estudiantes identificaron la dirección del cambio, el paso de un minuto o dos (aumento del tiempo) durante el cual la temperatura no cambió (constante)

**Tabla 4-1:** Acciones mentales identificadas en la fase de discusión al interior de cada uno de los equipos.

Equipo(Líder)	Acciones mentales identificadas	Observaciones
1(Patricio)	MA2 y MA4	Identificaron la dirección del cambio, por ejemplo de la temperatura cuando incrementaba durante el tiempo y las cantidades que permanecieron constantes. Además que se observó que al menos uno de los estudiantes pudo coordinar la tasa de cambio promedio al mencionar, de manera cuantitativa, el monto de incremento o decremento de la temperatura durante el calentamiento y durante el enfriamiento
2(Jordy)	MA4	Lograron coordinar de manera visible que cuando una variable se mantiene constante es porque varía lo más lento posible.

**Tabla 4-1:** Continuación

3(Frida)	MA2 y MA4	Identificaron la dirección del cambio, por ejemplo de la temperatura con respecto al tiempo y las cantidades que permanecieron constantes. Lograron identificar que aunque pasa el tiempo, durante la ebullición, la temperatura del agua permanece constante. Además que compararon tasas de cambio cuando estaba aumentado la temperatura y cuando estaba disminuyendo la temperatura.
4(Betty)	MA1, MA2 y MA4	Logran identificar muy bien la dirección del cambio en tres cantidades variables relacionadas: La temperatura, el tiempo y la cantidad de agua: Más volumen de agua, más tiempo en ir aumentando la temperatura hasta alcanzar el punto de ebullición. También logran identificar la tasa de cambio promedio, que es más rápido el crecimiento, durante el calentamiento, comparado con el proceso de enfriamiento, en el cual la variación fue más lenta.

### 4.1.3 Presentación oral de los resultados de la práctica

Durante la exposición oral de los equipos, se pudo notar que los estudiantes, utilizaron más elementos conceptuales para explicar y justificar sus ideas. Expresaron acciones mentales más elaboradas que las utilizadas en la primera sesión de discusión, según se identificó en las grabaciones. Se analizó cada una de las transcripciones de los videos para identificar las acciones mentales exhibidas por los estudiantes durante su presentación (**Tabla 4-2**). Algunos equipos exhibieron acciones mentales del tipo MA4, en las que reconocen que la tasa de cambio promedio no es constante durante el calentamiento del agua.

**Mónica:** La pregunta cuatro ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura varió más rápido? Bueno pudimos observar que variaba más rápido o aumentaba cuando le estábamos aplicando calor, iba aumentando ya sea con 0.1, 0.2 o así, pero en forma ascendente.

**Patricio:** Prácticamente ahí... este, no había una variación constante, ya que a veces este, era de un grado, 1.2 y a veces era de 1.4, como tal pues, no era constante y este, el incremento de temperatura.

Ya en esta etapa, expresaron de manera consciente que algunos de sus conocimientos previos sobre termodinámica eran incorrectos y que habían tenido la oportunidad de comprobarlo mediante la experimentación. Además de mostrar acciones mentales del tipo M2 en las que identifican la dirección del cambio de las cantidades que varían.

**Mónica:** La pregunta seis. ¿Durante la ebullición qué pasó con la temperatura? Pudimos observar que se mantuvo, que... Teóricamente, teóricamente teníamos la idea de que... este, el punto de ebullición del agua es a 100 grados centígrados, pero

ya comprobándolo nosotros aquí con el nivel del mar, o sea hay varios factores que influyeron, pues nos dimos cuenta que no fue así, que estuvo a, se mantuvo más bien en 90, 90.4, 90.8, 90.9, pero de ahí ya no subió a 91 a 92, o sea no, se mantuvo estable.

Acciones mentales del tipo MA2 en las que coordinan dos aspectos, por ejemplo, que la cantidad de calor está relacionada con la temperatura que alcanza el agua, y como sería de esperarse, que si se aumenta la intensidad de calor que se agrega (usando una resistencia más potente), aun así, la temperatura del agua ya no cambiaría porque está en ebullición, y por otro lado, que aun manteniendo la misma intensidad de calor y poner sólo atención en el paso del tiempo, aun así la temperatura ya no incrementa. En resumen, en ambos casos, una variable aumenta mientras que la otra permanece constante.

**Eddibo:** Y aunque lo mantuviéramos con más calor o más tiempo, en sí íbamos a obtener el mismo grado [temperatura]...

La **Tabla 4-2** contiene las acciones mentales identificadas durante la sesión plenaria, en la que los estudiantes comunicaron sus observaciones a los demás miembros del grupo. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de discutir y compartir ideas. Por esto, desde el punto de vista del constructivismo social, después de esta etapa se esperaría que los miembros de los equipos exhibieran acciones mentales más elaboradas, incluso de orden más elevado.

**Tabla 4-2:** Acciones mentales identificadas durante la presentación de los resultados obtenidos en la práctica de medición de temperatura del agua.

Equipo(Líder)	Acciones mentales identificadas	Observaciones
1(Patricio)	MA2, MA4	Coordinan adecuadamente las acciones mentales del tipo MA4, ya que identifican aspectos más relevantes, tales como que la tasa de cambio no es constante durante el transcurso del tiempo. Hacen comparación de tasas de cambio durante el proceso de calentamiento-enfriamiento.
2(Jordy)	MA1, MA2 y MA4	No se pudieron distinguir mejoras en su expresión acerca de las acciones mentales exhibidas con relación a las ideas que utilizaron en su discusión previa a la exposición. Aunque si se pudieron identificar acciones mentales de orden inferior al mostrado en la discusión previa a la presentación oral.

**Tabla 4.2:** Continuación

3(Frida)	MA1, MA2 y MA4	No se pudieron establecer acciones mentales que permitieran identificar si hubo mejora o no. Los integrantes del equipo se limitaron sólo a contestar de manera muy breve cada una de las preguntas dejadas para la discusión.
4(Betty)	MA1, MA2 y MA4	Se pudieron observar más acciones mentales del tipo MA4 relativas a más participaciones de los miembros del equipo. Hubo mejores explicaciones que en el proceso de ponerse de acuerdo (discusión), probablemente por la necesidad de darse a entender con los demás miembros del grupo.
5(Alejo)	MA1, MA2 y MA4	Estuvieron presentes acciones mentales de los tipos MA1, MA2 y MA4 en las participaciones de casi todos los miembros del equipo. Se pudo identificar, además de las acciones mentales, que hubo elementos de reflexión un poco más profunda acerca de las cantidades que cambian. Por ejemplo, la independencia del punto de ebullición del tipo de fuente generadora de calor.

## **4.2 Actividad 2: Medición del voltaje de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC (Resistivo-Capacitivo)**

### **4.2.1 El desarrollo**

Durante el desarrollo de esta actividad, a diferencia de la primera, el investigador no realizó preguntas a los estudiantes para identificar cuáles eran sus conocimientos previos acerca de circuitos eléctricos, resistencias o del capacitor. En su lugar, se condujo una plática grupal acerca de la función del resistor y del capacitor en el circuito RC. Se utilizaron analogías para describir elementos que tienen un comportamiento parecido al del capacitor. Se pidió a los estudiantes que centraran su atención sólo en las cantidades que variaban y que se iban a medir durante la práctica. Es sabido que los programas de estudio de bachillerato, tienen variaciones en cuanto a los contenidos de los planes y programas de estudio y que, por lo tanto, se esperaría que algunos estudiantes no hayan revisado de manera profunda contenidos relacionados con circuitos eléctricos.

### **4.2.2 Organización y discusión de los resultados de la práctica para su comunicación en el grupo en sesión plenaria**

En la aproximación a la definición de función, se comentó a los estudiantes, en relación con la definición formal de función, que en dos parejas ordenadas distintas no debe haber el mismo primer número (abscisa). Si dos parejas ordenadas distintas poseen el mismo primer número, entonces no se trata de una función, esta idea es confusa para los estudiantes. Se les ha recomendado que utilicen la prueba de la recta vertical, y que si la recta corta a la gráfica en dos o más puntos, entonces no se trata de una función. Posteriormente en la transcripción del audio de la discusión entablada por el equipo uno, se logró identificar que los estudiantes

notaron, de manera natural, la necesidad de que dos parejas ordenadas distintas no tengan la misma abscisa.

**Mónica:** Pues yo no estoy de acuerdo porque, por ejemplo, en las gráficas que se supone que estamos viendo, aquí vienen los mismos valores, tanto el valor donde va creciendo, la variación cuando va creciendo está en el punto uno, y el valor cuando va la variación es decreciendo inician en la misma, en el mismo punto. Podríamos, ¿Por qué no acomodamos los datos en una sola columna? para que cuando llegue a 11.34, observemos, o sea que sea corrido que no se marquen, por ejemplo las que ustedes dicen de dos columnas y que se vea...

**Eddibo:** O sea si podemos ver la vara...

**Mónica:** Ajá

**Eddibo:** La variación realmente, ¿No?

**Mónica:** Ajá, ¿Cómo fue? Por qué, por ejemplo cuando tomamos el..., bueno cuando hicimos el experimento llegamos a ese punto, y de ese punto fuimos bajando, o se desconectó la energía y fue bajando pero fue en una sola gráfica. No puede ser lo mismo que haya iniciado en 1.65 y que a la vez, este, en ese mismo punto esté indicando que...que se

**Eddibo:** ¿Fue 11.34?

**Mónica:** Ajá, que fue 11.34.

Se puede rescatar de la discusión anterior que los estudiantes estaban visualizando una gráfica en la que se combinaban el aumento y disminución del voltaje, similar a la de la Figura 4-1.

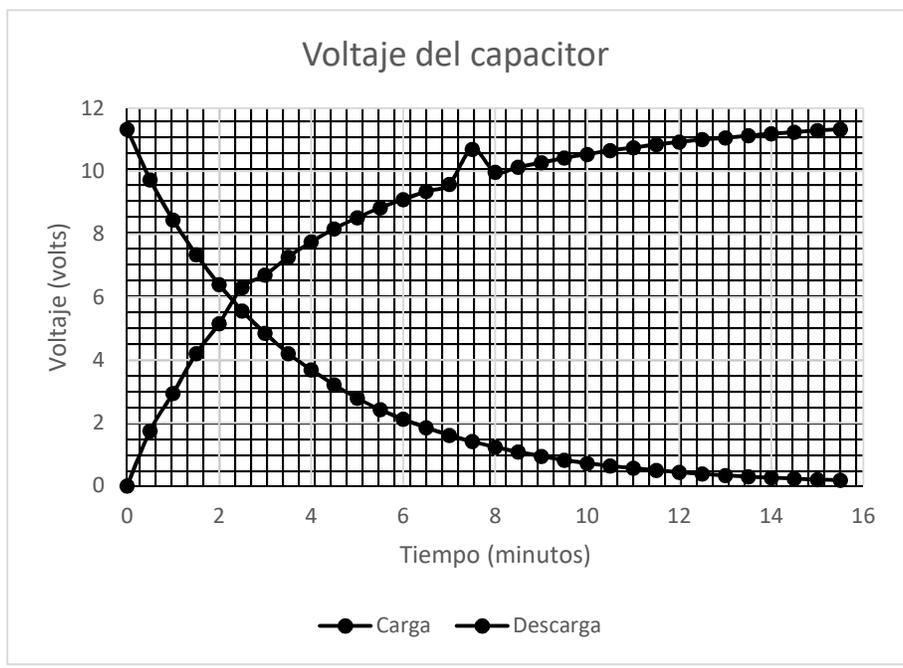


Figura 4-1: Posible gráfica en la discusión del equipo uno

Como resultado de esta discusión, para la estudiante resulta evidente que, según la gráfica que imaginaron, el voltaje no puede tener dos valores distintos en el mismo instante de tiempo, por decir 1.65 V y 11.34 V. Esta parece ser la razón por la que ella recomienda hacer una sola gráfica acomodando los datos en una sola columna, en la que se muestre tanto el ascenso como el descenso del voltaje del capacitor.

Una de las cosas que se esperaba que los estudiantes no confundieran, es que el tiempo como variable y el periodo de muestreo son situaciones distintas. En la práctica del calentamiento/enfriamiento de agua, todos los equipos mencionaron que el tiempo fue una de las cantidades que no variaron. Al parecer, ellos estaban haciendo referencia al periodo de muestreo, el cual había sido de cada 30 segundos. En esta práctica de la medición la mayoría de los equipos nuevamente mencionan que el tiempo no cambia, es claro que se están refiriendo al periodo de muestreo. Sin embargo, en la siguiente contribución, se puede

mencionar que este estudiante reflexionó perfectamente la diferencia entre tiempo y periodo de muestreo y se esfuerza por tratar de que sus compañeros tengan una visión clara de que el tiempo fue cambiando. Explica como el tiempo avanza y los momentos en los cuales se hacen las mediciones. Utiliza para ello la idea de que una vez que se inició el cronómetro, éste ya no se volvió a reiniciar y continuó avanzando (el tiempo creciendo)

**Leobardo:** No me di a explicar. ¡Eh!, pues si tú pones tu cronómetro para no, para no, digamos, bueno lo puse desde cero y fueron corriendo 30 segundos, 30 segundos y se hizo un minuto. Entonces fue cambiando un minuto, un minuto y medio. No lo volví a reiniciar, de 30 segundos no lo reinicié, sino que lo dejé correr. Y nada más fue, fui este, fuimos tomando lecturas cada 30 segundos, pero no se detuvo en ningún momento el cronómetro.

En la participación de otra estudiante, en otro equipo, se puede notar con claridad que no titubea en hacer la mención explícita de que lo que no cambió fue el periodo de muestreo en el cual se fueron tomando las mediciones de voltaje

**Betty:** En el experimento del voltaje ¿Qué cantidades de las que están involucradas no variaron? El voltaje de entrada que fue de 12 y los intervalos de tiempo que fueron cada 30 segundos.

Por otro lado, en la primera práctica se les hizo la pregunta ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció la temperatura, comparado con la rapidez con la que disminuyó? Para responder a esta pregunta, algunos estudiantes sólo se enfocaron en aspectos triviales como decir que la diferencia radicaba en que, en un caso estaba aumentando la temperatura y en el otro caso estaba disminuyendo. Por ello, se puede considerar que apresuraron su

respuesta sin reflexión. Sin embargo, en esta segunda actividad, a la pregunta ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje, comparado con la rapidez con la que disminuyó? Se puede rescatar una reflexión un poco más profunda al tratar de contestar la pregunta. Esto se puede distinguir en el siguiente fragmento de la transcripción de la discusión al interior del equipo.

**Alejo:** ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje, comparado con la rapidez con la que disminuyó? ¿Observas diferencia en la rapidez?

**Frida:** Pues si hubo una diferencia, ¿no? Porque dice ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje? En la...

**Alejo:** Comparado con la rapidez con la que disminuyó.

**Armando:** Pues sí hubo una gran diferencia.

**Frida:** ¡Aja!, porque aquí dice con la rapidez que disminuye, con la rapidez que va creciendo. Sí, se puede decir que con la rapidez con la que creció era cuando todavía no se desconectaba, ¿no? Y ya cuando se desconecta se puede decir que es la segunda parte que, ¿con la rapidez con la que disminuyó?

**Leobardo:** Sí.

**Alejo:** Es muy obvia la pregunta.

**María:** Bueno, pues.

**Leobardo:** No pues sí es muy obvia.

**Alejo:** Hubo una diferencia muy notable cuando se conectó y se desconectó.

En este caso, los estudiantes no se precipitaron a contestar con la opción de respuesta más trivial. Desafortunadamente, no tuvieron elementos para enfocar su atención en la rapidez de cambio y nuevamente la respuesta solo consideró aspectos cualitativos, es decir, para ellos la diferencia fue que, en un caso el voltaje aumentaba y en el otro disminuía, sin que se realizaran afirmaciones para comparar la intensidad de los cambios.

Podría considerarse que uno de los aspectos más importantes en el entendimiento del concepto de función, radica fundamentalmente en los procesos reflexivos que un estudiante pueda tener. No se trata de que se sigan procesos mecanicistas en los cuales adquiere habilidad para la manipulación simbólica, sino más bien, que pueda contestar preguntas acerca, por ejemplo, del comportamiento de la función.

En esta segunda práctica, durante el proceso de carga del capacitor, no se dejó que el voltaje alcanzara su valor máximo, el cual por experiencia se encuentra en 12 volts. Esto se puede corroborar mediante el uso de la ecuación E3.1, graficando un intervalo de tiempo mayor al utilizado en la práctica. La intención de esta decisión, fue que los estudiantes pudieran extrapolar el comportamiento del voltaje conforme el tiempo crece más allá de lo visible en la gráfica. El objetivo se logró al menos en un equipo y se muestra evidencia en el siguiente fragmento de discusión.

**Jordy:** Pues yo digo que también si se hubiera dejado un poco más de tiempo el capacitador conectado, pues también hubiera quedado constante porque, se hubiera quedado en 12 volts, porque lo que se estaba ejerciendo a la resistencia era 12 volts, igual hubiera quedado ahí constante.

**Olinali** ¿Podrías explicar por qué? O bueno, ¿podríamos explicar por qué?

**Fredy:** Dejó de crecer

**Jonás:** El... el voltaje

**Jordy:** Pues, lo que acabo de explicar hace rato que, pues, como el voltaje se, el que se estaba dando a la resistencia era de 12, pues, ahí ya no, ya no varía. Porque ya es una, ese es un voltaje específico. Ya al llegar la, este, el capacitador a un, al punto, al mismo punto se iba a quedar fijo.

**Olinali** La siguiente pregunta dice ¿Qué crees que hubiera pasado si una vez que el voltaje dejó de crecer, se dejó conectado, si se dejó conectado? Pues yo creo que hubiese avanzado, pues, habría avanzado más ¿No?, pero lentamente. O sea no hubiese crecido el, el, si el voltaje del capacitor, pero hubiese crecido más.

**Jordy:** Ajá, y como dije hace rato, de la explicación, que se hubiera quedado constante por la iniciación de la resistencia que era de 12 volts.

**Silverio:** Yo concuerdo con mi compañero. Eh, se hubiera quedado en 12 volts, pero hubiera sido más lento el incremento.

**Jonás:** Pues igual como, como dicen mis compañeros, este, si se hubiese dejado cinco o 10 minutos más, este de, pues se hubiese incrementado pero, un po..., ya

**Jordy:** Hasta 12

**Jonás:** Más, más despacio, más lento

**Fredy:** Y hubiera sido constante.

Los estudiantes infieren que el voltaje va a seguir aumentando hasta llegar a los 12 volts, que son los que está proporcionando la fuente. Al parecer todos los integrantes del equipo

entendieron la idea, ya que se unieron a la postura del primer estudiante y agregaron además una acción mental del tipo MA2, ya que coordinaron la dirección de cambio al mencionar que, sí hubiera seguido creciendo, pero más lentamente hasta llegar a los 12 volts. Cabe mencionar que el sentido de todas estas afirmaciones, a las cuales llegaron sólo por un razonamiento plausible, es correcto.

El equipo cuatro, fue el que mostró mayor avance hasta este punto. Los integrantes llevaron a cabo su discusión de manera un poco escueta, ya que se limitaron solamente a contestar las preguntas guía. Pero, se menciona que es el equipo con mayor avance, porque casi todas sus afirmaciones son correctas y concretas. Por ejemplo:

**Lupita:** El voltaje que almacenó el capacitor. ¿En qué parte del experimento el voltaje creció más rápido? A los primeros minutos del inicio de la carga ya que iba creciendo casi un volt por cada 30 segundos.

Clara evidencia de una acción mental del tipo MA4, coordinación de la tasa de cambio promedio de la función para incrementos uniformes en la variable. Menciona, incluso las unidades de la tasa de cambio promedio, que en este caso son volts/segundo, como se muestra en el siguiente fragmento de discusión:

**Betty:** ¿En qué parte del experimento el voltaje dejó de crecer?

**Brad:** Lo que yo creo fue que a los últimos minutos, llegando a los 11 voltios, el voltaje empezó a dejar de crecer, ya que sus intervalos y su crecimiento iban disminuyendo cada 30 segundos más hasta llegar a su nivel máximo.

**Rogelio:** ¿Podrías explicar por qué? Porque el capacitor llegó a su capacidad máxima.

**Brad:** Estaba a punto de llegar a su capacidad máxima

Se pueden identificar acciones mentales del tipo MA2 (dirección de cambio), y del tipo MA4, tasa de cambio promedio. Los estudiantes, identificaron que la tasa de crecimiento se iba haciendo más pequeña lo que les llevó a afirmar que llegaría a su nivel máximo, pero ya más lento.

**Rogelio:** ¿Qué crees que hubiera pasado si se deja conectado el circuito cinco o 10 minutos más? El voltaje aumentaría hasta que llegue a su capacidad máxima

**Brad:** ¿Sí, no? Hasta llegar a su capacidad máxima

**Betty:** ¡Aja! Así como ya íbamos diciendo, más lento iba llegar

Al hacer un recuento de las acciones mentales observables en la discusión de cada uno de los equipos, se puede apreciar que, en algunos casos, aparecen mejor estructuradas. Las acciones mentales evidenciadas en el discurso de los estudiantes incluyen la mención de las unidades de medida de las cantidades involucradas.

### **4.2.3 Presentación oral de los resultados de la práctica**

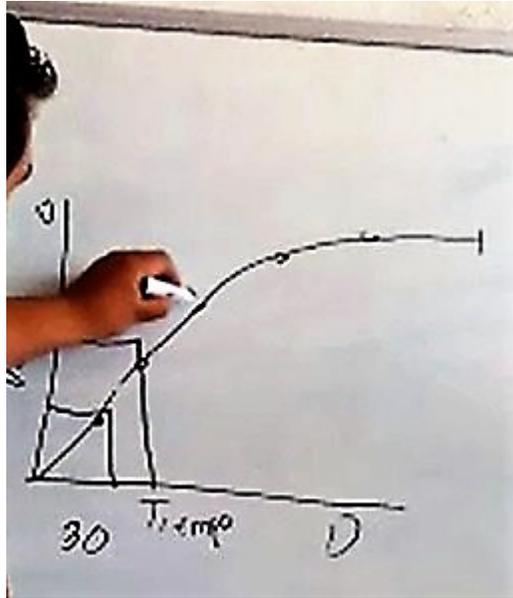
Para la presentación oral de los resultados de esta práctica se les indicó a los estudiantes que no usaran su computadora ni el proyector de video. La finalidad de lo anterior fue explorar qué tan sólida fue la relación establecida entre los datos obtenidos del experimento, el análisis y ordenamiento de la tabla de datos, y la representación gráfica de los mismos. A diferencia de la exposición oral de la primera práctica, calentamiento y enfriamiento de agua, en esta ocasión el investigador procedió a hacer preguntas a los expositores. Las preguntas no fueron

estructuradas previamente y, variaron de un equipo a otro debido a que entre ellos hubo diferentes ideas y formas de abordar la exposición.

Durante el análisis de las exposiciones de los equipos, se puso atención, en los aspectos relativos a las acciones mentales que dieron evidencia respecto del entendimiento de la gráfica de una función. La manera en la que relacionaron los resultados obtenidos para la construcción de la misma y el lenguaje oral que utilizaron para explicar su trabajo. Se pudo identificar una fuerte conexión con la tabla de valores de las mediciones tomadas, ya que a preguntas como ¿Cómo se puede uno dar cuenta en la gráfica que acá va más rápido y allá va más lento?

**Jordy:** Bueno, lo que nosotros hicimos, de las tomas que hicimos y el tiempo que se dio que fueron 30 segundos, este, hicimos varias tomas, pero lo vimos por las tomas de voltaje que tomamos

Uno de los integrantes del equipo trazó un sistema de coordenadas rectangulares, etiquetó el eje horizontal representando el tiempo, hizo lo mismo para el eje vertical, pero ahora con la variable voltaje y trazó una línea curva suave indicando que el voltaje tuvo ese comportamiento durante el proceso de carga del capacitor. El entendimiento que exhibió el estudiante sobre la representación gráfica del fenómeno, se limitó a una acción mental del tipo AM2, ya que dibujó líneas paralelas al eje "y" representando espacios "uniformes" y sus respectivas correspondencias de los valores de la función sobre el eje. En su discurso, se pudo notar que el estudiante cree que la función creció porque el segundo rectángulo que se formó es más grande que el primero. Utilizó este argumento para mencionar que la función crecía más rápido al principio, porque ya casi al final, el cambio en el tamaño de los rectángulos ya no era tan notable.

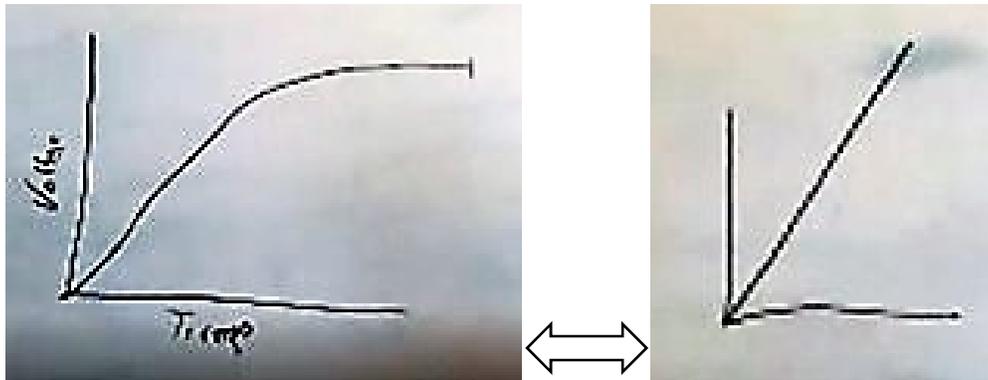


**Figura 4-2:** Estudiante argumentando por qué la función crece

Se esperaría que el estudiante mencionara que el voltaje crece porque la altura sobre el eje "y" era cada vez mayor para lecturas consecutivas de voltaje. La reflexión utilizada por el estudiante parece muy original y de cierto modo ayuda a la comprensión de la dirección y el monto del cambio en una función, congruente con una acción mental del tipo MA2. Sin embargo, no todos los aspectos son positivos, ya que aunque los integrantes del equipo tuvieron una sesión para ponerse de acuerdo, sólo algunos entendieron la conexión entre la gráfica y los datos. Por ejemplo, otro integrante del equipo explicó que se dio cuenta que la función cambió, porque si no hubiera cambiado se hubiera comportado como una función  $y = kx$ .

**Silverio:** ... nos dimos cuenta que fue muy rápido porque, porque si hubiera sido, bueno, nos dimos cuenta que cambió el voltaje que este, cuando ya llegó a, hasta acá, porque si no hubiera cambiado, hubiera sido de esta manera...

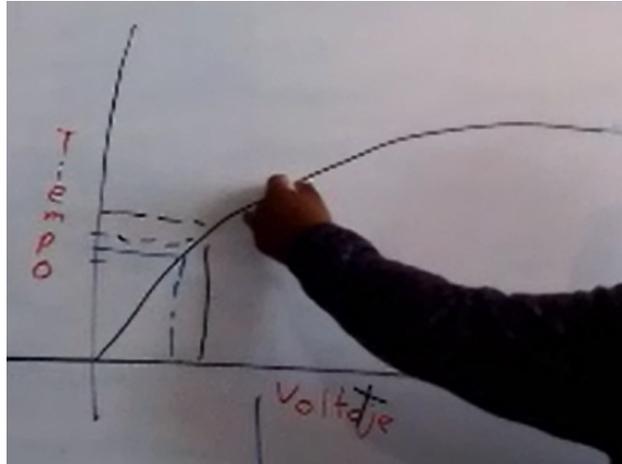
Al hacer esta aclaración, el estudiante hizo un trazo de una gráfica, al parecer de la línea  $y = kx$ , sugiriendo que si el voltaje no hubiera cambiado, éste se debía haber comportado como la línea  $y = kx$ , Figura 4-3. Al analizar su afirmación, puede inferirse que él estaba pensando en que la función se hizo curva y ese es el indicador de que hubo un cambio en ella.



**Figura 4-3:** Crecimiento del voltaje del capacitor (lado izquierdo).

Según la apreciación del estudiante, si el voltaje no hubiera cambiado, se hubiera comportado como el trazo del lado derecho

En la exposición de otro equipo se pudo notar que a pesar de que la forma de la gráfica fue la misma, es decir tomaron como referencia la gráfica que obtuvieron mediante el software utilizado, ellos etiquetaron incorrectamente los ejes. Asignaron la etiqueta de voltaje al eje horizontal y el tiempo al eje vertical. Esto llevó, incluso, a que ellos mismos se confundieran en su exposición (Figura 4-4). En el discurso del estudiante se distingue la necesidad de corregir el etiquetado de los ejes, pero la intervención de sus compañeros de equipo lo persuade de hacerlo. Él sigue exponiendo, pero se percibe su turbación porque, al parecer, no termina de convencerlo el re-etiquetado de los ejes.



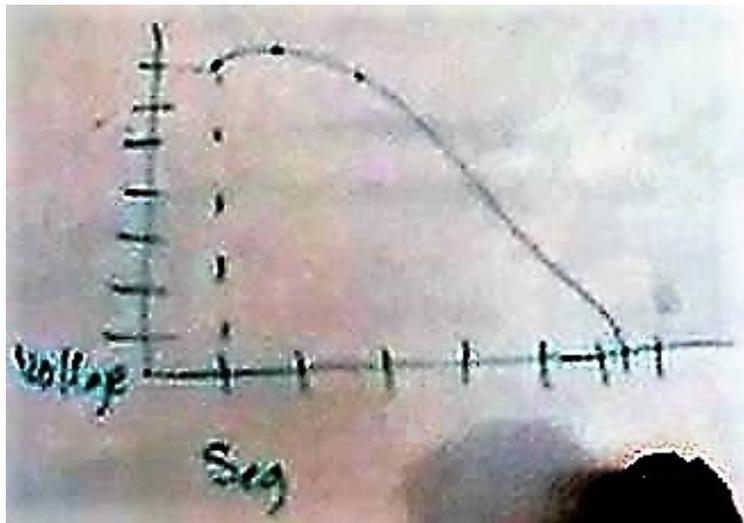
**Figura 4-4:** Estudiante etiquetando de manera incorrecta ambos ejes

Cuando se les cuestionó acerca de cómo identificar en la gráfica, en dónde el voltaje creció más rápido, mencionaron que eso se podía notar mediante la “inclinación” de la gráfica, y nuevamente hicieron mención de las tomas del voltaje hechas durante el experimento. Esto resalta que no hay conexión entre los datos y la gráfica, ya que para justificar sus afirmaciones, vuelven al concepto de la tabla de valores.

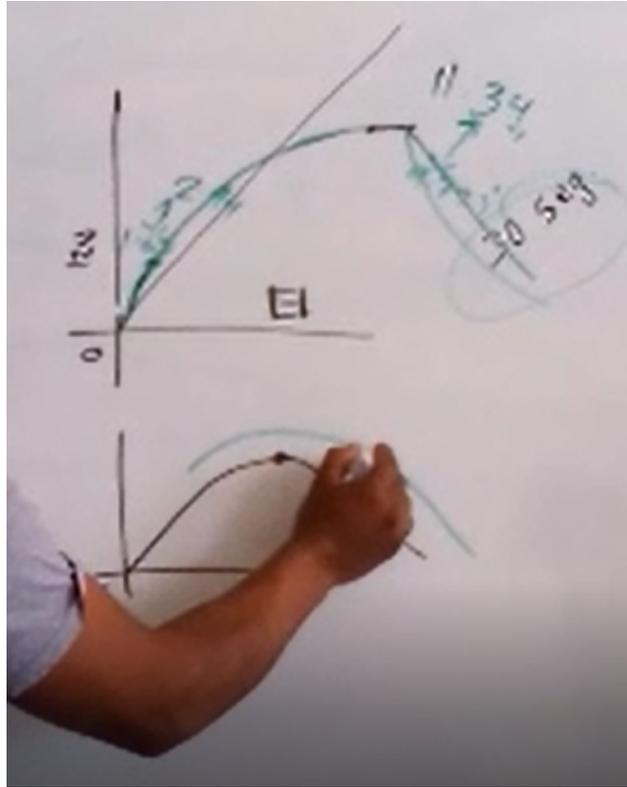
Una de las manifestaciones que es indicador de que el estudiante no entendió la representación gráfica, fue cuando señaló y recorrió con su mano la línea de la gráfica, mencionando que ahí se podía ver claramente que la función crecía. Lo anterior sin hacer alusión a nada más. No se puede atribuir entendimiento conceptual porque, se esperaría que el estudiante hiciera marcas sobre el eje horizontal y utilizarlas para indicar los cambios respectivos en la función sobre el eje vertical, al menos como lo hizo Jordy cuando mencionó los tamaños de los rectángulos que se formaron. Este comportamiento también se observó en estudiantes de los otros equipos. Un indicador de entendimiento de la tasa de cambio promedio, indicador de acción mental tipo MA4, se tomó cuando Jordy mencionó acerca de las primeras diferencias.

**Jordy:** ...¡Ah!, podemos decir que, por decir este, en el descenso fue más rápido, porque nosotros lo que hicimos fue una regla de tres que nos enseñó el profe que era la primera toma menos la siguiente toma, se restaban y ahí salía la diferencia. Y la empezamos a tomar y ya vimos que la diferencia que el descenso era mucho más rápido.

Otra manifestación de que no hubo comprensión de lo que una gráfica representa, es el trazo de la gráfica de la descarga del capacitor presentada por el equipo tres, Figura 4-5. Ellos manifestaron oralmente que en esta gráfica se podía ver la descarga del capacitor. Nuevamente el estudiante señaló la trayectoria del trazo y mencionó que al principio fue rápida la descarga. Lo que señala una carencia de entendimiento en la representación de la gráfica es que, ninguno de los expositores reconoció que, por ejemplo el trazo de la curva tenía una región en la cual se estaba realmente representando un crecimiento del voltaje.



**Figura 4-5:** Gráfica de descarga del capacitor presentada por el equipo tres, en la cual se aprecia un incremento de voltaje.



**Figura 4-6:** Parte superior, el trazo exhibe una especie de pico, en la parte inferior la curva es suave en las vecindades del punto máximo

Otro equipo, dio a entender que la rapidez se podía notar porque la gráfica del voltaje descendió en picada. Por otro lado, que si el voltaje no hubiera descendido tan rápido, la gráfica debería tener una curvatura. Este estudiante estuvo relacionando la curvatura con la rapidez de cambio. Se puede inferir que estuvo reflexionando en que el trazo de la parte superior exhibía una especie de pico, que fue lo que lo llevó a decir que era la causa del porque el voltaje descendió más rápido (Figura 4-6).

### **4.3 Actividad 3: Medición de peso de rodajas de manzana durante un proceso de deshidratación**

#### **4.3.1 El desarrollo**

Previo al inicio de la práctica, la auxiliar del laboratorio dirigió varias preguntas a los estudiantes, para identificar que tanto sabían acerca del proceso de deshidratación de frutas y verduras. Algunos estudiantes participaron externando sus conocimientos previos respecto del tema. Mencionaron que la deshidratación se utiliza para la elaboración de ciruelas y uvas pasas. La auxiliar de laboratorio agregó que también se utiliza en la deshidratación de cebolla, ajos, arándanos y otros. Se les indicó que la deshidratación es un mecanismo de conservación y que lo más importante en el proceso es mantener los nutrientes y en lo posible, también el sabor. Posterior a esto, explicó brevemente que al deshidratar la manzana, lo que se pierde es humedad y por ende el peso se va reduciendo. Se invitó a dos estudiantes para que apoyaran en el procedimiento, mientras explicaba en qué consistía la práctica que se iba a llevar a cabo.

Durante el desarrollo de la práctica no se hicieron más preguntas sobre las observaciones. Al finalizar la toma de datos, se invitó a los estudiantes a expresar una opinión acerca de la práctica. Dentro de las reflexiones externadas por los estudiantes, se indicó que faltó mucho para que las manzanas se deshidrataran, sugiriendo que las estaban comparando con las que conocían comercialmente. Otra participación, fue que al principio el peso varió más que al final. Se puede notar que esta afirmación fue expresada por el estudiante sin haber realizado una reflexión adecuada, ya que el comportamiento descrito por él, corresponde a lo observado en las dos primeras prácticas. Una observación que parece importante, fue que las rodajas de

manzana se enfriaban cuando eran sacadas para el proceso de pesado. Cabe resaltar que el estudiante tiene razón, pero este paso es indispensable en el desarrollo de la práctica, para hacer la toma de datos.

#### **4.3.2 Organización y discusión de los resultados de la práctica para su comunicación en el grupo en sesión plenaria**

Para esta parte de la práctica, se les pidió a los estudiantes que adaptaran las preguntas de las prácticas anteriores a esta nueva situación. En el caso de la deshidratación, las variables de interés son el peso y el tiempo. A diferencia de las dos prácticas anteriores, en esta no hay un periodo de tiempo en el cual el peso crece y otro periodo de tiempo en el cual el peso decrece. Aunque no se les indicó de manera explícita, en su discusión los estudiantes deberían distinguir esta situación. Era de esperarse que identificaran que algunas preguntas hechas en las dos prácticas anteriores, en esta nueva práctica no tienen sentido.

En la discusión al interior de los equipos se identifican acciones mentales del tipo MA1. Los estudiantes coordinan más fácilmente, respecto de las tareas previas, las variables que se encuentran involucradas y que están relacionadas entre sí. Por ejemplo, la participación de los siguientes estudiantes de diferentes equipos.

**Jordy:** Pues las que se encontraron relacionadas, pues fue el tiempo y este ¿Cómo se llama? La temperatura que estaban dando, porque mediante, estaba el tiempo transcurriendo la temperatura era fija, así que pues, este, se estaba deshidratando un poco más la manzana variando su peso molecular.

**Silverio:** Entonces se podría decir que es el, el tiempo, la temperatura y el peso

**Brad:** Este, pues nosotros consideramos que están involucradas todas, porque pues

tiene que el, el horno tenía que estar a una cierta temperatura para que se llevara la deshidratación y variara el peso de las manzanas y pues tenía que pasar el tiempo para que eso sucediera.

Y del tipo MA2, en las que coordinan la dirección del cambio de las cantidades que varían.

**Jonás:** Si con base a eso, pues igual el, la manzana iba perdiendo, este, menos agua y se iba deshidratando poco a poco.

**Brad:** ...Pues como ya lo habíamos dicho este, no va a dejar de crecer este, bueno de disminuir el peso este, si lo hubiéramos no importa, yo creo que si lo hubiéramos dejado otros 5 minutos a lo mejor ya hubiese sido muy mínimo lo que iba ir bajando su peso pero como tal si hubiese seguido bajando o disminuyendo este, su peso.

**Rogelio:** ya que las bueno las rebanadas de manzana tenían más líquido ya conforme iba pasando el tiempo se iban deshidratando obviamente iban perdiendo líquido y ya cada vez perdida un poco menos.

En la discusión de los estudiantes, se identifican pocas acciones mentales del tipo MA3, en la que coordinan el monto del cambio en las variables.

**María:** Ajá, pero bueno. Al principio era más notorio, o bueno era más factible que tu dijeras va a disminuir alrededor de 17, bueno 0.07 gramos que al final, que disminuía de 5, 4 y en algunos era alterado.

**Armando:** Dos, sólo dos gramos

**Frida:** Dependiendo de cómo fue el corte del trozo

**Silverio:** Bueno menos, o sea digamos, si disminuía 10 disminuía 8 y en la otra, no sé, 6 y así.

### 4.3.3 Presentación oral de los resultados de la práctica

Para la presentación oral de los resultados, se les indicó a los estudiantes que no utilizaran proyector de video. También se comentó que se podían apoyar en sus notas, en los datos y las gráficas que realizaron en sus computadoras durante el proceso de ponerse de acuerdo. Nuevamente se volvieron a notar de manera espontánea la aparición de acciones mentales de los tipos MA1 al MA4, aunque no en todos los participantes. En el discurso y las representaciones gráficas que utilizaron los estudiantes, pudo notarse que no estuvieron libres de errores, (Figura 4-7). Las acciones mentales que apoyan un razonamiento covariacional, fueron exhibidas por varios estudiantes en cada uno de los equipos. Como se mencionó en la sección de análisis preliminar de las tareas, en este caso se puso atención en otros aspectos.

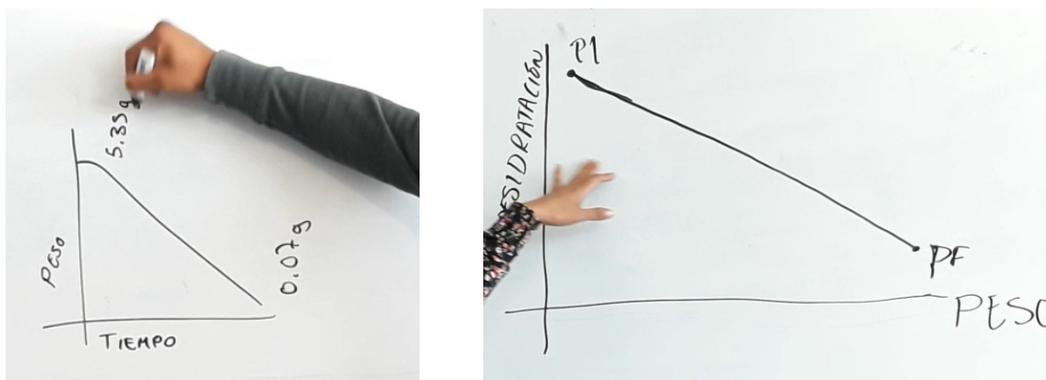


Figura 4-7: Rotulado de los ejes. Correcto en el lado izquierdo, incorrecto en el lado derecho

Se buscó valorar la conexión que los estudiantes establecieron entre los datos y su representación gráfica. Todos los trozos de manzana fueron de distinto tamaño, y por lo tanto, las mediciones de su peso durante la práctica fueron distintas. No obstante de lo anterior, el comportamiento general de la variación de peso en cada uno de los trozos, tuvo grandes

similitudes. En uno de los equipos pudo notarse esta reflexión, ya que para su exposición, sólo trazaron una gráfica. A pesar de que no rotularon bien los ejes, manifestaron de manera muy clara haber identificado la similitud con los demás trozos.

**Mónica:** Bueno fueron 17 trozos de manzana los que pesamos cada determinado tiempo. En este caso no hicimos como tal las 17 gráficas, sino que nos basamos básicamente en una, porque podíamos ver con que peso iniciaba. Que se supone que, digamos este fue su peso inicial, el peso número uno y su peso final, que fue con el que terminó. Pero como todos los trozos de manzana sufrieron, o sea perdían agua. Este, si graficábamos los 17 trozos iban a quedar de la misma manera. Por qué, porque se ponían los mismos datos, peso inicial y este, las veces que las pesamos hasta llegar a su peso final. Entonces este, podíamos observar que era casi la misma, la misma gráfica la que nos salía para cada trozo de manzana. Pero este, lo único que cambiaban, a lo mejor eran las cantidades, pero podríamos ver que eran, el mismo comportamiento lo tenía cada trozo.

Con la finalidad de descartar que la estudiante estuviera sólo considerando para su gráfica los puntos, inicial y final, y haber pasado por alto la historia del comportamiento general que tuvo la variación del peso, se le hicieron preguntas adicionales.

**Profesor:** Pero ahí solamente son dos puntos ¿Por qué unes los dos puntos con una línea recta?

**Mónica:** Es que eran más. Eran las veces... Aquí iban las veces, por ejemplo que las pesamos y aquí iban distintos, distintos puntos. Fueron 17 veces que las pesamos, aquí van los 17 puntos que... indicando que peso tenía.

**Profesor:** ¿Pero a poco todos caen en una línea recta? (esta pregunta fue hecha a la estudiante con base en el trazo que ella hizo sobre el pizarrón)

**Mónica:** ¡No! Era parecida, más o menos, o sea. Parecida a esto. Recta, recta no era, pero si se veía un... Una pérdida de agua.

Para resaltar lo expuesto, la estudiante marcó los puntos sobre la gráfica inicial que había propuesto, Figura 4-8. Nuevamente, se puede mencionar que existen dificultades para transitar entre representaciones, tabla a gráfica y gráfica a tabla. La estudiante no relaciona aún, que es importante señalar que los cambios en una de las variables es con referencia a uno de los ejes, y los cambios en la otra variable, son con relación al otro eje. Para la estudiante, el punto sobre la gráfica es el que indica el peso que tenía el trozo representado, pero sin justificarlo con la altura sobre el eje vertical, ni con los cambios en la variable independiente.

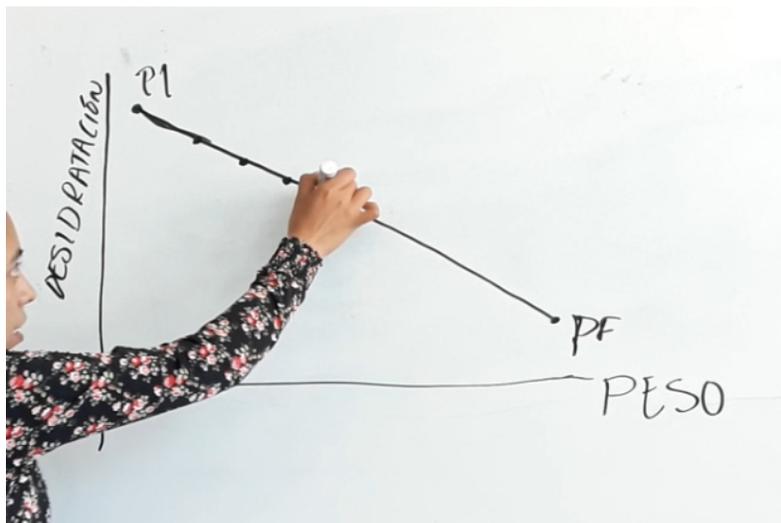


Figura 4-8: Estudiante explicando que el comportamiento de la pérdida de peso se pareció a una línea recta.

## Capítulo 5 . Conclusiones

### 5.1 Respuesta a la pregunta de investigación

Mediante la realización de las tareas propuestas, así como los múltiples factores que se pusieron en juego en el entorno de desarrollo de la tarea, se obtuvo evidencia de que algunos de los estudiantes que participaron en este estudio poseen un nivel de comprensión cualitativo acerca del concepto de función. Este entendimiento quedó explícito cuando empezaron a relacionar varios de los elementos presentes en el desarrollo de la tarea. Sorprendentemente, no sólo las variables de interés propuestas por el investigador aparecieron en las discusiones de los estudiantes.

Durante el desarrollo de las tareas, varios estudiantes se esforzaron por encontrar cantidades que varían de manera conjunta. Esta situación resultó particularmente interesante, ya que en los problemas encontrados en los diversos libros de texto esta situación no ocurre. Los problemas típicos que se utilizan, están planteados en un contexto idealizado en el que se pierden de vista muchas de las variables que si están presentes en la experimentación.

Una de las mayores dificultades observadas en el trabajo de los estudiantes cuando llevaron a cabo su tarea, fue el transitar entre las diversas representaciones de función. Se detectó que ellos centraron su atención en la tabla de valores obtenida a partir de las mediciones realizadas. Por lo tanto, no se observó que estas tareas contribuyeran a crear una conexión entre la representación como una tabla de valores y su gráfica respectiva. Por lo tanto, consideramos que se debe realizar más investigación al respecto de cómo facilitar este tránsito.

En este trabajo se obtuvo evidencia de que las tareas relacionadas con un contexto real favorecen el entendimiento del concepto de función, desde el punto de vista de la covariación de cantidades. Con el análisis de las grabaciones se pudo identificar que los estudiantes, en su mayoría, contaban con reflexiones del tipo MA1, en las que eran capaces de identificar que dos cantidades varían de manera conjunta. Con relación a lo anterior, por ejemplo, identificar que al agregar calor, la temperatura del agua aumentaría en relación con el tiempo de exposición. Con su participación en estas tareas, llegaron a distinguir la necesidad de identificar en que intervalos de tiempo la temperatura cambió más rápido. Agregaron a su lenguaje la importancia de incluir las unidades de las cantidades que cambian. Explicitar, por ejemplo, la tasa de cambio promedio en grados centígrados por segundo, o volts por segundo para la carga y descarga de un capacitor en un circuito RC. Esto último corresponde al desarrollo de acciones mentales del tipo MA4.

La variación conjunta de cantidades, la cantidad de variación y la tasa de cambio promedio, fueron elementos que lograron conectar mediante el uso de las tablas de valores obtenidos. Se logró que a través de la tabla de valores, los estudiantes, explicaran diversos aspectos de la covariación de cantidades. En algunos casos, también fue posible que plantearan un reconocimiento de modelos que podrían representar el comportamiento de los datos. Sin embargo, aún persiste la necesidad de diseñar tareas que ayuden a los estudiantes a lograr el tránsito flexible entre las diversas representaciones de función.

En la definición formal de función se establece que dos parejas ordenadas distintas no deben tener el mismo primer número (abscisa). Durante las discusiones para ponerse de acuerdo y responder las preguntas guía, en uno de los equipos, una de las estudiantes manifestó su confusión porque la gráfica tenía dos valores distintos para el mismo instante de tiempo. Que

no era posible que el voltaje estuviera creciendo y decreciendo a la vez. Desde el punto de vista didáctico, este suceso tiene relevancia porque está de acuerdo con la definición formal de función y surgió de manera espontánea como una necesidad en la representación gráfica.

Con relación a la pregunta de investigación, desde el punto de vista de la covariación de cantidades, se puede decir que la interacción de los estudiantes con tareas en las que pueden medir atributos de variables físicas, es posible transitar desde niveles elementales de comprensión del concepto de función. De niveles en los que sólo se identifica que hay cantidades físicas que cambian, hasta niveles en los que se puede decir en qué intervalos esas cantidades físicas variaron más rápidamente y en qué otros intervalos variaron más lentamente.

## **5.2 Reflexiones finales**

Las tareas propuestas, así como el escenario de instrucción, permitieron que los estudiantes explicitaran diversos conocimientos previos y que durante este proceso llevaran a cabo una reflexión respecto a la covariación de cantidades. Por ejemplo, en la primera actividad, al responder preguntas relacionadas con el punto de ebullición del agua les permitió contrastar diversas ideas y creencias que ellos sostenían respecto al comportamiento de este fenómeno físico. Algunos estudiantes comentaron que el punto de ebullición del agua se produce cuando el agua alcanza una temperatura de 100 grados centígrados, pero otros estudiantes comentaron que esto ocurre si el experimento se realiza al nivel del mar, ya que la altura modifica el punto de ebullición del agua, estableciéndose una relación funcional.

Una conclusión relevante es que, como aproximación inicial, los estudiantes consideran la covariación entre cantidades desde un punto de vista cualitativo, y mediante un proceso de

reflexión se puede lograr en que desarrollen niveles más avanzados del pensamiento covariacional.

Un aspecto que es importante resaltar, es que a partir de la implementación y análisis de las tareas, se pudo constatar que es importante escuchar y tratar de identificar las formas de pensar de los estudiantes, las cuales aportan información relevante para apoyarlos en el proceso de propiciar un aprendizaje con entendimiento constituido por formas progresivamente más elaboradas de pensamiento y razonamiento. Con base en su formación previa, no se descarta que los estudiantes poseen conocimientos que obedecen a situaciones no constatadas por ellos y que muchas veces son erróneos. Cuando se favorece que se pongan sobre la mesa esas ideas previas, se genera una oportunidad interesante para que a través de la medición de cantidades en un contexto real, los estudiantes puedan reflexionar y quedar convencidos de que es necesario corregir esos conocimientos previos.

También es importante que el profesor formule preguntas que permitan a los estudiantes explicitar sus ideas, y crear un ambiente de instrucción en el que se promueva la discusión y la reflexión hasta llegar a acuerdos sobre los que constituye un conocimiento institucionalmente aceptable (Castañeda, Rosas, y Molina, 2012).

Las actividades propuestas en diversos libros de texto, la mayoría de ellas se encuentran en un contexto idealizado. Las tablas de resultados que presentan, se menciona que son el resultado de cierto proceso. Los estudiantes no pueden estar seguros si corresponden o no a mediciones tomadas de dicho proceso y no les permite llevar a cabo una reflexión profunda que les permita relacionar a las matemáticas con los fenómenos naturales o sociales. Las actividades llevadas a cabo en este estudio constituyen una estrategia interesante desde el punto de vista didáctico, ya que permiten poner al estudiante en contacto con situaciones

imprevistas tales como: errores en la medición, errores por calibración de los instrumentos y perturbaciones medioambientales.

En las indicaciones iniciales, a los estudiantes se les dio una plática introductoria en la que se les plantearon explícitamente cuales eran las variables que se iban a medir, sin mencionarles que lo que se esperaba averiguar era cómo estaban relacionadas, sin embargo, en sus procesos de reflexión fueron capaces de identificar relaciones inesperadas, aunque algunas sólo de manera cualitativa, entre las cantidades físicas que estuvieron presentes en cada una de las actividades. Por inesperadas se quiere decir, que no estaban en los planes iniciales de la práctica, de acuerdo con las expectativas del docente.

No hay evidencias de que la realización de estas tareas contribuya a que los estudiantes establezcan una relación estrecha entre representaciones semióticas de una función. Específicamente, no se observó que haya mucho apoyo, para transitar de una representación del tipo tabla de valores a su representación gráfica. Es probable que mediante el uso de otras alternativas didácticas, este paso se vea favorecido de una manera más natural.

Del equipo de Mónica, Patricio, Eddibo y Bredit. Mónica fue la estudiante que logró exhibir acciones mentales hasta del tipo MA4, congruente con el nivel L4. Por otro lado, Eddibo sólo mostró acciones mentales hasta del tipo MA2, correspondientes con el nivel L2. Los demás integrantes del equipo no participaron o su participación no fue suficiente para ubicarlos en este marco.

Del equipo de Olinali, Jordy, Jonás, Fernando y Silverio. Jordy, Jonás y Silverio fueron quienes exhibieron mayor avance en el entendimiento del concepto de función desde el punto de vista covariacional, ya que mostraron acciones mentales hasta del tipo MA4. Los demás

miembros del grupo se quedaron ubicados en el nivel L2. Como observación, comparado con los demás, este equipo fue el que más avance logró.

Del equipo de Lupita, Brad, Betty y Rogelio. Brad exhibió acciones mentales congruentes con el nivel L4. Aunque Betty y Lupita, manifestaron acciones mentales del tipo MA4, su participación fue escasa y no mostraron acciones mentales del tipo MA1, MA2 o MA3. Por otro lado, Rogelio mostró acciones mentales congruentes con el nivel L2.

Del equipo de Leobardo, María, Frida, Armando y Alejo. Alejo alcanzó el nivel L3. Armando el nivel L2 y los demás estudiantes, en su participación mostraron acciones mentales sólo del nivel MA2.

Por último, del equipo de Ruddy, Fredy, Milly, Ricky, Roque y Erick. Fredy alcanzó el nivel L2. Los demás integrantes no mostraron una participación que pudiera servir de referente para identificar acciones mentales. Este equipo sólo participó en el desarrollo de las actividades de la primera práctica. Participaron en el desarrollo de las otras dos actividades pero no entregaron ningún trabajo de éstas.

No se puede negar que uno de los componentes fundamentales para que una tarea progrese de manera efectiva, es la actitud y motivación por parte de los participantes. Durante la entrevista final, los estudiantes que participaron, externaron haberse dado cuenta de que algunos de sus compañeros presentaron desinterés desde el principio del curso.

Es deseable, pero tal vez no razonable, pensar que con la sola implementación de estas tareas se puedan alcanzar niveles avanzados de entendimiento covariacional. El alcance de las tareas implementadas en este trabajo estuvo limitado a comprender la covariación de cantidades y cómo favoreció el entendimiento del concepto de función. Se hace pertinente la

introducción de otros elementos, tales como software de geometría dinámica que permita proponer, visualizar y manipular diversos modelos y comparar sus gráficas con las obtenidas mediante la medición de cantidades. Otros elementos que pudieran incluirse en estas tareas, son quizá, las tarjetas de adquisición de datos, para que los estudiantes puedan relacionar la tabla y la gráfica, que se van obteniendo del fenómeno físico observado.

En este trabajo se abordó el desarrollo de un estudio para explorar el entendimiento del concepto de función en un contexto de covariación de cantidades. Se implementaron tareas en las que se realizó la medición de cantidades físicas reales. Mediante la implementación de las tareas los estudiantes pudieron percibir cómo ciertas cantidades físicas varían unas en relación con otras. Las tareas implementadas favorecieron el desarrollo del pensamiento covariacional, pero estuvo limitado a la disponibilidad de tiempo y equipo de medición adecuado. Los estudiantes se anclaron fuertemente con la representación en tablas de valores, y no les fue posible transitar con facilidad a la representación gráfica.

En trabajos a futuro se podrían abordar las mismas tareas, pero con la introducción de otros elementos que faciliten a los estudiantes el tránsito de la representación en tablas de valores a la representación gráfica de cantidades covariantes. Los elementos que se podrían introducir son: Tarjetas de adquisición de datos y Osciloscopio, entre otros. Estos elementos tienen la capacidad de realizar gráficas de las cantidades de interés al mismo tiempo que los estudiantes van tomando los valores medidos por los instrumentos. De este modo se favorecería la conexión tabla de valores y gráfica.

## Referencias

- Abdullah, S. A. (2010). Comprehending the Concept of Functions. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 281–287.
- Apostol, T. M. (1984). *CALCULUS. VOLUMEN I. Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal*. Barcelona, España: Editorial Reverté S. A.
- Ausubel, D. P. (2000). *The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View*. Springer Netherlands.
- Barraza, J. G., Rojas, P. C., y Moscol, O. R. (2013). Cinética de secado de rodajas de manzana (Pirus malus L) variedad pachacamac osmodeshidratadas. *Tecnología y desarrollo*, 23-32.
- Bush, S. B., Gibbons, K., Karp, K. S., y Dillon, F. (2015). EPIDEMICS, Exponential Functions, and Modeling. *MATHEMATICS TEACHING IN THE MIDDLE SCHOOL*, 90-97.
- Carlson, M. (1998). A Cross-Sectional Investigation of the Development of the Function Concept. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 114-162.
- Carlson, M., y Oehrtman, M. (9 de Marzo de 2005). *Key Aspects of Knowing and Learning the Concept of Function*. Recuperado el 18 de Mayo de 2018, de Mathematical Association of America: <https://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-department-guidelines-recommendations/teaching-and-learning/9-key-aspects-of-knowing-and-learning-the-concept-of-function>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., y Hsu, E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 352-378.
- Carlson, M., Madison, B., y West, R. (2010). The Calculus Concept Readiness (CCR) Instrument: Assessing Student Readiness for Calculus. *eprint arXiv:1010.2719*, 1-16.
- Castañeda, A., Rosas, A., y Molina, J. G. (2012). La institucionalización del conocimiento en la clase de matemáticas. *Perfiles Educativos*, 26-40.
- Clement, L. (2001). What do students really know about functions? *Mathematics Teacher*, 745-748.
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., y McNeal, B. (1992). Characteristics of Classroom Mathematics Traditions: An Interactional Analysis. *American Educational Research Journal*, 29(3), 573–604. doi:10.3102/00028312029003573
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., y Perlwitz, M. (1991). Assessment of a Problem-Centered Second-Grade Mathematics Project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3-29.
- Confrey, J., y Smith, E. (1991). A Framework for Functions: Prototypes, Multiple Representations, and Transformations. *Psychology of Mathematics Education, on Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting*, 57-63.

- Confrey, J., y Smith, E. (1995). Splitting, Covariation, and their Role in the Development of Exponential Functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 66-86.
- Cunningham, R. F. (2005). Algebra Teachers' Utilization of Problems Requiring Transfer Between Algebraic, Numeric, and Graphic Representations. *School Science and Mathematics*, 105(2), 73-81.
- Denbel, D. G. (2015). Functions in the Secondary School Mathematics Curriculum. *Journal of Education and Practice*, 77-82.
- Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., y Reed, H. (2012). TOOL USE AND THE DEVELOPMENT OF THE FUNCTION CONCEPT: FROM REPEATED CALCULATIONS TO FUNCTIONAL THINKING. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1243-1267.
- Drlik, D. I. (2015). *Student Understanding of Function and Success in Calculus*. Boise State University.
- Dubinsky, E., y Wilson, R. T. (2013). High school students' understanding of the function concept. *The Journal of Mathematical Behavior*, 83– 101.
- Eisenberg, T. (2002). Functions and Associated Learning Difficulties. En D. Tall, *Advanced Mathematical Thinking* (Vol. 11, págs. 140-152). Warwick, UK: Springer, Dordrecht.
- Ellis, A. B., Kulow, T., Dogan, M. F., Williams, C., y Amidon, J. (2013). Correspondence and Covariation: Quantities Changing Together. (M. y. Martinez, Ed.) *Proceedings of the 35th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 119-126.
- Güémez, J., Fiolhais, C., y Fiolhais, M. (2002). Revisiting Black's Experiments on the Latent Heats of Water. *The Physics Teacher*, 26-31.
- Hobson, N. L., y Moore, K. C. (2017). Exploring Experts' Covariational Reasoning. *Proceedings of the 20th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*, 664-672.
- Jameson, G. J. (1973). *Un Primer curso de funciones complejas*. México: C.E.C.S.A.
- Jennings, D., Surgenor, P., y McMahan, T. (2013). *Theory/Constructivism and Social Constructivism in the Classroom - UCD - CTAG*. *Ucdoer.ie*. Retrieved febrero 5, 2019, from [http://www.ucdoer.ie/index.php/Education\\_Theory/Constructivism\\_and\\_Social\\_Constructivism\\_in\\_the\\_Classroom](http://www.ucdoer.ie/index.php/Education_Theory/Constructivism_and_Social_Constructivism_in_the_Classroom)
- Johnson, H. L., y McClintock, E. (2018). A link between students' discernment of variation in unidirectional change and their use of quantitative variational reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 299–316.
- Kalchman, M., y Koedinger, K. R. (2005). Teaching and Learning Functions. En N. R. Council, *How Students Learn: History, Mathematics, and Science in the Classroom* (págs. 351-393).
- Kleiner, I. (2012). A Brief History of the Function Concept. En I. Kleiner, *Excursions in the History of Mathematics* (págs. 103-124). Boston: Birkhäuser.

- Kline, M. (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (Vol. 2). New York: Oxford University Press.
- Knut, E. J. (2000). Student Understanding of the Cartesian Connection: An Exploratory Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 500-508.
- Luzin, N. (1998). Function: Part I. (S. Abe, Ed.) *The American Mathematical Monthly*, 105(1), 59-67.
- Marín, D. A. (Mayo de 2011). *Universidad Politécnica de Madrid*. Recuperado el 21 de Enero de 2019, de <http://oa.upm.es/6935/1/amd-apuntes-transmision-calor.pdf>
- Moll, L. C. (s.f.). La Zona de Desarrollo Próximo de Vygotsky: Una reconsideración de sus implicaciones para la enseñanza. *Aprendizaje Visor*, 247-254.
- Moore, K. C., Paoletti, T., y Musgrave, S. (2013). Covariational reasoning and invariance among coordinate systems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 461– 473.
- Moore, K. C., Paoletti, T., Stevens, I. E., y Hobson, N. L. (2016). Graphing habits: “I just don’t like that”. *Nineteenth Annual Special Interest Group of the Mathematical Association of America on Research in Undergraduate Mathematics Education (SIGMAA on RUME) Conference*. Pittsburgh, PA: West Virginia University.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Paoletti, T., y Moore, K. C. (2017). The parametric nature of two students’ covariational reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 137-151.
- Ponte, J. P. (1992). The history of the concept of function and some educational implications. *Mathematics Educator*, 3-8.
- Rojas, R. B. (2016). *Facultad de Ciencias, UNAM*. Retrieved Marzo 05, 2019, from Sistemas axiomáticos:  
[http://sistemas.fciencias.unam.mx/~lokylog/images/Notas/la\\_aldea\\_de\\_la\\_logica/LM\\_I\\_2\\_016\\_2/Ayudante/L\\_01\\_Sistemas\\_Axiomaticos.pdf](http://sistemas.fciencias.unam.mx/~lokylog/images/Notas/la_aldea_de_la_logica/LM_I_2_016_2/Ayudante/L_01_Sistemas_Axiomaticos.pdf)
- Sánchez, F. C. (2015). Funciones: Historia y Enseñanza. *V Congreso Uruguayo de Educación Matemática* (págs. 98-104). Montevideo, Uruguay: Sociedad de Educación Matemática Uruguaya.
- Smara, G. D. (2011). La Reflexión sobre el Proceso de Aprendizaje Propio: Estrategias para Favorecerla. *III Congreso Internacional. La autogestión del aprendizaje*. Girona: Universitat de Girona.
- Spivak, M. (1996). *Cálculo Infinitesimal* (2ª ed.). México: Reverté.
- Spivak, M. (2014). *Calculus*. Barcelona: Reverté.
- Struick, D. J. (1969). *A Source Book in Mathematics, 1200-1800*. Massachusetts: Harvard University Press.

- Thompson, P. (1994). Students, Functions, and the Undergraduate Curriculum. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 21-44.
- Thompson, P. W. (2011). Quantitative reasoning and mathematical modeling. *New perspectives and directions for collaborative research in mathematics education*, 33-57.
- Thompson, P., y Carlson, M. (1 de Enero de 2017). *Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically*. Recuperado el 24 de Junio de 2018, de [https://www.researchgate.net/publication/302581485\\_Variation\\_covariation\\_and\\_functions\\_Foundational\\_ways\\_of\\_thinking\\_mathematically?enrichId=rgreq-f1c41a9d4f97d12658378b8cd326aafa-XXXyenrichSource=Y292ZXJQYWdIOzMwMjU4MTQ4NTtBUzo0MzMzOTg0NDg2OTMyNTBAMTQ4MD](https://www.researchgate.net/publication/302581485_Variation_covariation_and_functions_Foundational_ways_of_thinking_mathematically?enrichId=rgreq-f1c41a9d4f97d12658378b8cd326aafa-XXXyenrichSource=Y292ZXJQYWdIOzMwMjU4MTQ4NTtBUzo0MzMzOTg0NDg2OTMyNTBAMTQ4MD)
- Ugalde, W. J. (2014). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Matemática, Educación e Internet*, 14(1), 1-48.
- Vargas, A. V., Reyes, R. A., y Cristóbal, E. C. (2016). Ciclos de entendimiento de los conceptos de función y variación. *Educación matemática*.
- Whitmire, B. J. (2014). *Undergraduate Students' Development of Covariational Reasoning*. Recuperado el 27 de Junio de 2018, de <http://pat-thompson.net/PDFversions/Theses/2014Whitmire.pdf>
- Young, J. W., Denton, W. W., y Mitchel, U. G. (1911). *Lectures on Fundamental Concepts of Algebra and Geometry*. New York: Norwood Mass, U.S.A.
- Youschkevitch, A. P. (1976). The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century. *Archive for History of Exact Sciences*, 37-85.

## Apéndices

### Apéndice A: Transcripciones de la primera actividad

**A-1.** Transcripción del audio del video de la realización de la actividad de medición de la temperatura del agua durante el proceso de calentamiento y enfriamiento. No se incluyen las mediciones de temperatura, si se desea se puede consultar la tabla respectiva.

**Profesor:** Bueno jóvenes, vamos a empezar a grabar, pero, la práctica consiste en ir tomando una lectura de temperatura del agua conforme esta se va calentando, cada 30 segundos. La temperatura, como va recibiendo calor de la parrilla, es lógico que se va a ir calentando. Entonces su temperatura va a ir subiendo. Va a llegar un momento en el cual va a llegar al punto de ebullición. ¿Cómo reconocemos el punto de ebullición?

**Estudiantes:** Se empieza a poner a hervir el agua

**Profesor:** Es bastante común y reconocible el punto de ebullición. Entonces cuando eso pase, cuando haya llegado al punto de ebullición vamos a seguir tomando lecturas cada 30 segundos todavía, y ya durante el proceso de ebullición. Cuando terminen los cinco minutos, desconectamos y esperamos a que se enfríe solita. Y vamos a seguir tomando lecturas cada 30 segundos. ¿Está bien? Alguna duda o pregunta. Bueno, No podemos cerrar la puerta, está caída. Como las ventanas están cerradas esperemos que no haya perturbación de aire ni nada, así que empezamos, una, dos, tres...

**Profesor:** Temperatura inicial 5.6, cada 30 segundos van a ir diciendo, se toma, ¿Quién toma el tiempo? Allá. Cada 30 segundos.

**Profesor:** Te pediría que hables un poco más fuerte para que si hubiera problemas del audio, lo entendamos bien.

**Profesor:** El compañero comenta que va a estar en ebullición a 100 grados. ¿Alguien opina lo mismo?

**Estudiante:** Yo diría que a menos de 100 grados

**Profesor:** ¿Por qué crees que son menos de 100 grados?

**Estudiante:** Bueno se supone que no, bueno lo que yo sé que es por el nivel del mar

**Profesor:** Pero el mar siempre está al mismo nivel.

**Estudiante:** Pero la relación de nosotros con el nivel del mar

**Profesor:** ¡Ah! Nosotros.

**Estudiante:** Si, por eso mismo pienso que es a menos de 100 grados

**Profesor:** Alguien más sabe otra cosa diferente

**Estudiante:** Yo pienso que el agua siempre va a hervir a la misma temperatura

**Profesor:** Pero ¿Qué es esa misma temperatura?

**Estudiante:** A la de 100 grados

**Profesor:** ¿100 grados?

**Estudiante:** 100 grados o más

**Profesor:** ¿O más?

**Profesor:** ¿Por qué crees que 100 grados o más siempre a la misma?

**Estudiante:** Porque a la, a los 100 grados comienza a hervir y si yo le checo la temperatura va a seguir subiendo.

**Profesor:** Si ya tengo la temperatura de 100 grados va a seguir hirviendo. O sea cuando llegue a 100 grados ¿Todavía le puedo incrementar la temperatura?

**Estudiante:** Si

**Profesor:** ¿Para que siga hirviendo?

**Estudiante:** Yo digo que va a hervir a

**Estudiante:** Pues este, pues puede seguir aumentando este, bueno la temperatura a la que está el agua a más de 100 grados. Pero sería más este, más rápida la, ahora sí, la ebullición de, del agua haciéndola más este, haciéndola más gaseosa.

**Profesor:** No te entendimos, pero ahorita nos lo explicas

**Profesor:** Haber no entendí eso de que le subiría más el fuego, o algo así

**Estudiante:** No, que aunque ya este, ya pase los 100 grados y ya esté hirviendo. Si sigue aumentando [el tiempo de calentamiento], va a aumentar la, ahora sí la ebullición del agua haciendo que se convierta a, de líquido a gaseoso.

**Profesor:** Pero ¿va a incrementar de más de 100, 105, 110?

**Estudiante:** Si, dependiendo ahora sí, ahora si la temperatura que está generando el fuego

**Estudiante:** Yo digo que...

**Profesor:** A ver, ¿Qué decías?

**Estudiante:** Que no aumenta más de 100, de 100 grados la temperatura.

**Profesor:** ¿A qué te refieres?

**Estudiante:** MMM, Que... este, pues sí que no pasa más de 100, la temperatura

**Profesor:** ¿No pasa más de 100?

**Estudiante:** No pasa más de 100

**Profesor:** Aún después de que empezó a hervir ya no sube, ¿O qué?

**Estudiante:** Si, ya no sube la temperatura

**Profesor:** Entonces hay dos posturas. Que llega a 100 y si le sigo dejando el fuego va a seguir 101, 102, 103, así tal vez 110 y va a seguir hirviendo ¿No?

**Estudiante:** Si

**Profesor:** Y la otra opinión es que llega a 100, está hirviendo y ya no sube

**Estudiante:** Ya no sube

**Profesor:** Bueno, que bueno, porque hoy lo vamos a descubrir

**Estudiante:** Se queda a su misma temperatura, ¿No?

**Profesor:** Ya veremos, ahorita vemos. Ya veremos. En realidad, parece que la ebullición ya empezó. Parece, se notan las burbujitas de la ebullición.

**Estudiante:** ¿A cuánto empezó?

**Profesor:** Voy a apagar y encender el termómetro para evitar que se apague sólo. Bueno, precisamente el día de hoy vamos a descubrir que pasa con eso, porque en la teoría dicen algunas cosas y nosotros a veces nada más nos quedamos con la teoría ¿Verdad?

**Profesor:** O a veces el profesor nos dice una cosa pero, incluso a veces ni él lo ha visto.

**Estudiante:** Yo digo que se queda en una sola

**Estudiante:** O sea que se baja la temperatura

**Profesor:** Si alguien quiere comentar algo más puede hacerlo. Lo que cree que va a pasar

**Estudiante:** Igual varía mucho si el termómetro no está este, no está pegado.

**Profesor:** Bueno no, el termómetro no está pegado a la, al fondo.

**Estudiante:** Al fondo.

**Profesor:** Porque el fondo está en contacto con el calor

**Estudiante:** Entonces está más caliente que el agua

**Profesor:** Está en el agua. Entonces, no está pegando en el fondo.

**Profesor:** Ahorita, se supone que ya está en ebullición y vamos a contarle de ahí para adelante cinco minutos, y a ver qué pasa.

**Estudiante:** Ya está llegando a su punto máximo

**Estudiante:** Yo digo que se va a quedar ahí en un cierto límite ¿No?

**Estudiante:** Ya no pasa de 90

**Profesor:** Lo bueno de todo esto es que estamos enfrentando nuestras creencias con lo que realmente pasa ¿Verdad?

**Estudiante:** Si

**Estudiante:** A partir de aquí cinco minutos, dijo el profesor

**Estudiante:** Después de los cinco minutos profe, ¿Vamos a desconectar?

**Profesor:** Ya terminaron los cinco minutos, ¿Cuántos van? Seguimos tomando cada 30 segundos, desconecto, y ahora, ya. ¿Qué es lo que va a pasar? Bueno, que ya no le estamos agregando calor a través de la parrilla. El calor que tenía el filamento de la parrilla se lo vamos a dejar ahí. Va a fluir al recipiente.

**Profesor:** Eso lo dejamos. No la vamos a mover para nada. Las ventanas siguen cerradas.

**Estudiante:** La puerta no.

**Profesor:** La puerta no porque no podemos cerrarla, pero, ahora vamos a dejarla que solita vaya variando ¿Verdad?

**Estudiante:** Si

**Profesor:** Una de las cosas que nos dimos cuenta es que, algunos de sus compañeros tenían razón. La temperatura ya no, llegó a un punto y ya no varió.

**Estudiante:** Pero no llegó ni a 100

**Profesor:** Pero no llegó a 100 y algunos andábamos que sí, que si iba a llegar a 100. En los libros de primaria decía que el agua hierve a 100 °C ¿Verdad? Pero ya nos dimos cuenta que no.

**Estudiante:** Es un aproximado

**Estudiante:** Vivimos engañados

**Profesor:** Vamos a dejar de medir a los 50 grados, si el tiempo lo permite

**Profesor:** Una vez que dejemos de medir. Que hayamos terminado el experimento. Si alguien quiere hacer algún comentario, nada más levanta la mano para que le demos la palabra y se grabe nada más su voz, ¿está bien? También si alguien quiere contestar lo que alguien comentó, se vale.

**Profesor:** A la siguiente lectura voy a apagar el termómetro para evitar que se apague sólo.

**Profesor:** Les tengo una buena y una mala noticia.

**Estudiante:** Si

**Profesor:** Preferiría que lo tomáramos hasta 40 grados. Para que sea más visible. Esa es la mala

**Profesor:** Considero que con unos 10 minutos más llegamos a 40, según veo los datos. Ya nos dimos cuenta que se tarda más para bajar, ¿verdad?

**Profesor:** Voy a apagar y encender otra vez para evitar que se apague.

**Profesor:** Bueno apagamos el termómetro, ya no es necesario. Si alguien quiere, si alguien quiere hacer algún comentario que levante la mano para que se escuche lo que quiere comentar. A ver.

**Estudiante:** Cuando se estaba hirviendo fue, se tardó más

**Estudiante:** Se tardó más tiempo

**Estudiante:** Se tardó más tiempo en enfriarse

**Profesor:** En enfriarse que en calentarse. ¿Alguien más quiere comentar algo?

**Estudiante:** Que al principio se iba enfriando más rápido. Cada 30 segundos se enfriaba no se casi un grado y después ya 0.2

**Estudiante:** A mí en lo particular, cuando se iba enfriando, si se dan cuenta, en unas temperaturas fue bajando en 0.5, en 0.8 y otras en 0.9...

**Estudiante:** No es constante el frío que el calor, porque no le estamos aplicando frío.

**Estudiante:** Le aplicamos el calor y los grados incrementan mucho más rápido que cuando disminuye...

**Profesor:** La temperatura, no los grados, la temperatura ¿Alguien más?

**Estudiante:** Bueno, los libros nos explican que el agua hierve a los 100 grados, pero acabo de ver que a los 90 grados empezó ya a hervir.

**Profesor:** También ahí hay otra cosa que acabas de descubrir. Que una vez que empezó a hervir. Tú pensabas que la temperatura ¿qué? Iba a seguir creciendo, ¡Pero no!

**Estudiante:** Se mantuvo

**Estudiante:** Si hasta llegar a 90.9 pero nunca llegó a 100

**Profesor:** A ver ¿Quién más?

**Estudiante:** Bueno, estaba yo viendo en internet que el agua si hierve 100 grados pero solamente a nivel del mar...

**Profesor:** Bueno la teoría de los libros dice que en condiciones estándar ¿Si saben que es en condiciones estándar?

**Estudiante:** A nivel del mar.

**Profesor:** Ahí el agua hierve a 100 grados centígrados. Aquí estamos como a 2500 metros arriba del nivel del mar. Eso quiere decir que la presión atmosférica es menor y que por lo tanto puede hervir a menos temperatura. Bueno, una pregunta, si ustedes se llevaran este experimento a su casa y lo reprodujeran ahí solitos, el comportamiento ¿sería diferente?

**Estudiante:** No, es el mismo

**Estudiante:** Es el mismo

**Profesor:** Variaría un poco ¿Por qué?

**Estudiante:** Bueno, ahorita estamos en la segunda planta y la distancia sobre el nivel del mar a la que estamos ahorita es diferente a la que tenemos en la casa.

**Profesor:** No, ¿o sí? Bueno pero bueno yo creo que eso...

**Estudiante:** Yo siento que sería también la calidad del calor que se le aplica, del tamaño de la parrilla o si fuera en una estufa.

**Profesor:** No, pero se llevan todo, menos la cámara. A ver, vamos a escribir algunas cosas que les voy a pedir. Pongan atención, para que, para que sepan. Ya hicimos la toma de mediciones y lo que se les va a pedir es que, en equipo grabar en audio las discusiones entabladas en el equipo durante el proceso de ponerse de acuerdo para organizar y representar la información. Para organizar y representar la información. Cuando menos dos integrantes del equipo, eso es para evitar que si uno se queda sin batería se vaya el audio, ¿sale? Pregunta.

**Profesor:** Organizar y estructurar la información obtenida, con el propósito de comunicarla a sus compañeros de grupo.

**Profesor:** Con el software que quieran. Pueden utilizar lo que ustedes consideran necesario, ¿de acuerdo?

**Profesor:** Hay que entregar copia, una copia por equipo de las notas que tomaron, ¿sale? De las mediciones, y, durante la discusión, tratar de contestar las siguientes preguntas. Cuando estén discutiendo, estas preguntas son las que tienen que contestar. Primera

**Profesor:** ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y qué tan importante son para que éste se haya llevado a cabo?

**Profesor:** A ver, alguien podría decirme de una cantidad física que estuvo presente ahí y que sin ella no hubiésemos podido llevar a cabo el experimento.

**Estudiante:** La luz

**Profesor:** ¿A qué te refieres con la luz?

**Estudiante:** La luz que alimentó la parrilla

**Profesor:** La corriente eléctrica. Bueno sin corriente eléctrica, esto no se hubiese podido llevar a cabo es estas condiciones. ¿La hubiésemos podido reemplazar por otra cosa?

**Estudiante:** Si

**Profesor:** Una parrilla de gas, ¿tal vez?

**Estudiante:** O con leña, carbón

**Profesor:** Pero parece que la que utilizamos es una cantidad física muy adecuada para esto, ¿verdad?

**Estudiante:** Sí, y es estable, ¿No?

**Profesor:** ¿Qué otra cosa?

**Estudiante:** El agua

**Profesor:** El agua, bueno digamos que el agua hubiese sido indispensable para hacerlo, ¿qué más?

**Estudiante:** El recipiente

**Profesor:** A ver ¿qué más?

**Estudiante:** El termómetro

**Profesor:** El termómetro, ¿qué más?

**Estudiante:** El cronómetro

**Profesor:** El cronómetro. Esas no son cantidades físicas. Cantidades físicas son: como la presión, como la temperatura, como el tiempo, como la altura, como la velocidad, ¿sale?

**Profesor:** Entonces ya creo que nos ubicamos en qué sentido va dirigida la pregunta, ¿verdad?

**Estudiante:** Si...si...

**Estudiante:** ¿La velocidad tiene mucho que ver?

**Profesor:** No lo sé, hay que discutirlo. Ustedes en cuanto estén los cinco, discutiendo las cosas, pónganse de acuerdo.

**Estudiante:** Potencia

**Profesor:** Siguiendo pregunta que hay que contestar. ¿Qué cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Profesor:** Otra pregunta. ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento? Cuáles cantidades físicas, hay que discutirlo.

**Profesor:** Siguiendo pregunta, ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más rápido?

**Profesor:** Siguiendo, ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más lento?

**Profesor:** Otra pregunta. Durante la ebullición ¿Qué pasó con la temperatura?

**Profesor:** Otra pregunta que tienen que discutir ahí cuando estén poniéndose de acuerdo. ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que varían?

**Profesor:** Siguiendo pregunta, ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la parrilla y se deja conectada otros cinco minutos? Lo que pase, ustedes discútanlo

**Profesor:** Otra pregunta, ¿En qué actividades propias de la industria puedes ubicar que este tipo de procesos se lleva a cabo? Para esta pregunta pongo varios ejemplos

**Profesor:** Última pregunta, ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba conectada la parrilla (calentamiento), con relación a cuando la parrilla estaba desconectada (enfriamiento)? A ver jóvenes, van a utilizar un espacio donde no haya mucho ruido, donde puedan estar discutiendo y puedan organizar la información. Ustedes consideren que esta información la van a comunicar a sus compañeros. Sus compañeros ya la vieron, pero aun así, lo que me interesa es saber cómo cada equipo va a organizar la información y cómo nos la va a mostrar, ¿de acuerdo? alguna pregunta.

## A-2. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Leobardo, María, Frida, Armando y Alejo

**Frida:** ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y que tan importantes son para llevarse a cabo?

**Ruddy:** Pues, una de ellas fue la temperatura

**Ricky:** Otra de ellas fue el tiempo

**Leobardo:** Otras fueron las, la superficie

**Ricky:** Otra de ellas fue la corriente eléctrica

**Ruddy:** El volumen, la aceleración y la presión

**Frida:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Ruddy:** Pues yo pienso que la que varió más fue, fue la temperatura

**Ricky:** Yo digo que la corriente eléctrica también podría ser un, una variación.

**Ruddy:** Una variación

**Leobardo:** Otro factor puede ser la,

**Ruddy:** El volumen

**Leobardo:** El volumen del agua

**Ricky:** También podría ser este, la densidad del agua

**Frida:** ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento?

**Ruddy:** Pues una de ellas yo pienso que es el tiempo, porque pues el tiempo es constante

**Leobardo:** La presión.

**Frida:** ¿En qué instante la temperatura varió más rápido?

**Ruddy:** Pues lo que varió más rápido, bueno cuando varió más rápido fue al inicio porque pues, aumentaba, aumentaba muy rápido la temperatura.

**Leobardo:** Bueno yo digo que al inicio también porque su aceleración fue pues, ¡ah!, subiendo más

**Frida:** ¿En qué instante la temperatura varió más lento?

**Leobardo:** La temperatura varió más lento al llegar a su punto de ebullición. Se, bueno la temperatura se comportó algo constante

**Frida:** Durante la ebullición ¿Qué pasó con la temperatura?

**Ricky:** Se mant... se mantuvo en un rango de 90 grados centígrados

**Frida:** ¿Identifican alguna variación entre las cantidades que varían?

**Ruddy:** Pues que... su variación, bueno las variaciones no fueron constantes y no llevaban un orden

**Frida:** ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la parrilla otros cinco minutos?

**Leobardo:** La cantidad del agua hubiera disminuido por la evaporación.

**Ruddy:** Y también este se hubiera gastado más luz, y pues la temperatura se hubiera mantenido

**Frida:** En qué actividades propias de la industria puedes involucrar que este tipo de proceso se lleve a cabo

**Leobardo:** Bueno un proceso que se utiliza en la industria es este, en la termoeléctrica, porque en la

termoeléctrica se utiliza el vapor del agua para generar energía.

**Ricky:** Yo digo que también en la siderúrgica, porque ahí funden los metales para crear nuevos productos.

**Frida:** ¿Notan alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba calentando la parrilla?

**Ruddy:** Pues, cuando estaba, cuando estaba conectada la parrilla este, se elevó más rápido la temperatura, tuvo una, una aceleración.

**Leobardo:** Bueno cuando se desconectó la parrilla su descenso de la temperatura al bajar fue muy baja

**Ruddy:** Tardó más

### A-3. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Olinali, Jordy, Jonás, Fernando y Silverio

**Jonás:** ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y qué tan importantes son para que este haya llevado a cabo?

**Silverio:** La temperatura, ¿Sí?

**Fredy:** Podría ser, la gravedad

**Jordy:** También el volumen

**Olinali:** La altura, también. El voltaje que pudo haber variado

**Jordy:** También este, ¿Cómo se llama? La, podemos, variar también la temperatura de cómo lo estaba midiendo en Celsius.

**Olinali:** Igual, puede ser.

**Fredy:** Ya con eso

**Jonás:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Jordy:** ¿Cuáles, Cómo?

**Jonás:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Silverio:** Yo digo que la temperatura y el tiempo

**Jordy:** Si podría ser, porque ya ves que hizo muchos cambios de temperatura ya cuando se estaba elevando la temperatura al principio del tiempo.

**Olinali:** Las cantidades empezaron a cambiar cuando, cuando fue totalmente calentado. El agua.

**Jonás:** ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento?

**Jordy:** Pues las que no variaron fue cuando ya estaba, este, ebulviendo el agua, ahí ya dejó de variar, este, se quedó en 90.

**Olinali:** Podríamos decir que era la temperatura

**Jonás:** La presión

**Jordy:** Se quedó en una, este, ¿Cómo se llama? Temperatura neutral

**Silverio:** También el tiempo, ¿no?

**Olinali:** Si también el tiempo pudo haber variado

**Jonás:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más rápido?

**Fredy:** Pues varió más el, en el tiempo de inicio del experimento y las cantidades comenzaron a cambiar.

**Silverio:** Cuando se empezó a subir la temperatura del agua, o como ven.

**Jordy:** Pues sí, en ese, en ese transcurso de tiempo que fue empezando el experimento, empezaron a hacer unos cambios bruscos de la temperatura, que pasaban de 50 a 53 y ende etcétera, etcétera.

**Olinali:** Si muy bien

**Jonás:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más lento?

**Silverio:** ¡Eh! Pues en media hora más o menos, fue cuando la temperatura se mantuvo en

**Jonás:** 90 grados

**Olinali:** En 90 grados

**Fredy:** Que ya estaba en su punto de ...

**Olinali** Si, de hecho fue más o menos como a los 19 y medio

**Fredy:** Si

**Olinali** Fue cuando empezó a ebullición, pero vez que ahí fue, que la dejaron los cinco minutos para saber más que...

**Olinali** Sí, pero ya no varió la temperatura.

**Fredy:** La siguiente

**Jonás:** Durante la ebullición, ¿Qué pasó con la temperatura?

**Jordy:** Durante la ebullición...

**Fredy:** ¿Qué pasó con la temperatura?

**Olinali** Durante la ebullición la temperatura empezó a cambiar, este... porque el agua

**Jordy:** Oye, me repites la pregunta

**Jonás:** Durante la ebullición, ¿Qué pasó con la temperatura?

**Jordy:** Fue constante, porque ya no cambió. Si, en la ebullición ya no cambió la temperatura

**Silverio:** Si, solamente se mantuvo, ya se mantuvo en 90, ya estaba en su punto de ebullición.

**Jonás:** La siguiente dice, identificas alguna relación entre las cantidades que varían

**Silverio:** La podríamos relacionar con no sé, una gráfica de ascenso descenso.

**Fredy:** De ascenso, si

**Jordy:** O la de propiedades que se está distribuyendo la temperatura, podemos hacerlo

**Fredy:** A ver cuál es la siguiente

**Jonás:** ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la parrilla y se deja conectada otros cinco minutos?

**Silverio:** Pues se hubiese quedado no en 90 constante no, porque ya estaba en su punto, ya no hubiese subido la...

**Olinali** Yo creo que el agua se hubiese evaporado, no.

**Jordy:** A igual este, también hubiera por la temperatura, ya ven que se evaporó también el agua hubiera dañado, ahora sí, el fisico donde estaba el agua el recipiente

**Jonás:** ¿En qué actividades propias de la industria puedes ubicar que este tipo de procesos se lleva a cabo?

**Silverio:** Pues, en PEMEX este, laboratorios de química

**Fredy:** La refinería, puede ser

**Silverio:** En la refinería, la termoeléctrica, pues hasta yo creo que hasta cuando purifican el agua.

**Olinali** Si igual podría ser cuando purifican el agua.

**Jordy:** Si este cuando, también este, cuando este, también este, cuando lavan, a altas temperaturas el agua, para hacer la separación del petróleo y el agua que contiene este, el petróleo y es lo que usan para la gasolina

**Olinali** De igual manera con la termoeléctrica, ¿no? Que llenan sus tableros de agua para hacer, hacer su, su vapor y hacer su energía

**Jonás:** Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba conectada la parrilla

(calentamiento) con relación a cuando la parrilla estaba desconectada (enfriamiento)

**Olinali** Pues yo creo que cuando calentó, este bueno cuando empezó. Cuando conectaron más bien la resistencia y eso, empezó a elevar su temperatura más.

**Silverio:** Ajá, y fue rápido

**Olinali** Aunque cuando, cuando se desconectó fue más lenta la...

**Jordy:** Y además también este, involucra también este, bueno el tiempo del clima que estamos actualmente este, no es común pues que está haciendo mucho frío ya neutral por esa razón también tardó mucho en enfriarse

**Olinali** Si de igual manera puede ser lo del tiempo

**Jonás:** Pues esas serían todas las preguntas

#### A-4. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Mónica, Patricio, Eddibo y Bredit

**Patricio:** Buenas tardes compañeros vamos a dar nuestro punto de vista referente al experimento realizado en la clase de cálculo. Nuestro equipo está conformado por Patricio, Mónica, Eddibo, Bredit.

**Eddibo:** Algunos de los instrumentos que ocupamos para realizar este experimento fue un recipiente y un poco de agua.

**Frida:** También utilizamos el termómetro para poder medir el, la temperatura, un cronómetro para poder medir el tiempo y la corriente eléctrica que alimentaba la parrilla.

**Patricio:** Ok, bueno y la pregunta número uno es

**Frida:** ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y que tan importantes son para que se haya llevado a cabo?

**Patricio:** Uno de ellos podría ser la corriente eléctrica.

**Bredit:** Y yo digo que otro podría ser la temperatura y la medición del tiempo

**Eddibo:** Si tuvo que ser muy importante la medición de tiempo para saber en qué momentos empezaba a aumentar la temperatura.

**Frida:** O a disminuir ¿No?, también

**Patricio:** La pregunta número dos

**Frida:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Patricio:** Una de ellas podría ser el agua, porque cuando se está evaporando, la cantidad del agua va disminuyendo.

**Eddibo:** Pues sí, ya que cuando se va enfriando no disminuye porque no se está ejerciendo calor. No ejerce evaporación.

**Frida:** Ok, bueno.

**Patricio:** La pregunta tres.

**Frida:** ¿Cuáles cantidades físicas no variaron durante el experimento?

**Bredit:** Una de ellas podría ser la temperatura ambiental.

**Patricio:** Bueno, eso sí este, es coherente, ya que en el salón se mantuvieron las ventanas cerradas. La puerta no, pero como tal en el edificio no había una corriente de aire, que...

**Frida:** Que afectara el experimento, o que cambiara bruscamente, o sea que interfiriera en un cambio radical.

**Eddibo:** También la electricidad, no hubo variaciones. La electricidad era una sola y el calentamiento era uno sólo.

**Patricio:** La número cuatro

**Frida:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más rápido?

**Frida:** Pues, se podría decir que cuando la temperatura iba aumentando, porque veíamos el cambio, que, entre más se calentaba el agua, el termómetro marcaba la temperatura más alta.

**Patricio:** La número cinco.

**Frida:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más lento? Pues, en este caso sería cuando desconectamos la parrilla de la corriente eléctrica.

No hubo una interferencia de energía como tal, y la temperatura era o sea bajaba pero más lento.

**Eddibo:** Si igual se nota por la temperatura como iba aumentado. Por decir, como iba aumentado tal vez hubo momentos en los que aumentaba más de cinco. Cuando va disminuyendo, disminuía a veces de uno en uno, o de dos en dos.

**Patricio:** La pregunta número seis.

**Frida:** Durante la ebullición. ¿Qué pasó con la temperatura?

**Bredit:** Bueno, yo diría que se mantuvo constante.

**Frida:** Pues sí ¿no?, porque muchos pensamos, o teóricamente sabemos que el punto de ebullición del agua es a 100 °C, y por ejemplo, ya que lo llevamos a cabo como tal el experimento pues vimos que no, que realmente este, estuvo a 90 o se mantuvo entre 90.5 a 90.9 pero de ahí ya no subió y pues se mantuvo más que nada en esa temperatura.

**Patricio:** Pues ahí de la importancia este, de tener que no hay que quedarnos con la información que nos dé el profesor, incluso a los libros o las fuentes de internet que nos brindan, sino también hay que irlo aplicando, o hay que

**Frida:** Experimentar

**Patricio:** Experimentar para ver si realmente lo que nos están informando es verdad.

**Eddibo:** Si pues porque por decir, yo pensaba que si se mantenía el recipiente en el calor, pues, probablemente aumentaba más, ¿no? Pero ya nos dimos cuenta en el experimento que pues no es así. Que se mantiene, se mantiene nada más a de 90 a 99.1... 99.9

**Patricio:** La número siete

**Frida:** ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que varían? Bueno, la relación. Bueno las cantidades variaron sí, por ejemplo era más rápido cuando se estaba calentando el agua. La temperatura aumentaba más...

**Eddibo:** Se aceleraba más rápido.

**Frida:** Ajá, estaba, haz de cuenta en constante cambio, y al contrario de cuando se desconectó la parrilla.

**Eddibo:** Si, ya no tenía nada que lo enfriara, sino solamente el ambiente es el que lo iba haciendo que se enfriara la temperatura.

**Frida:** No se aplicó ninguna energía, entonces descendía más lento.

**Patricio:** La pregunta número ocho

**Frida:** ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la parrilla?

**Patricio:** Pues uno de los factores que podrían ser es este que la temperatura prácticamente se siguiera igual. Este no hubiera una, un incremento o un aumento, pero lo que si hubiera pasado es de que el agua se siguiera evaporando hasta.

**Frida:** Consumirse totalmente, pero aun así la temperatura no hubiera cambiado, se hubiera mantenido ¿no?

**Eddibo:** Si, si se hubiera mantenido.

**Patricio:** La pregunta nueve

**Frida:** ¿En qué actividades propias de la industria, este tipo de procesos se llevan a cabo?

**Patricio:** Este, Quizás pudiera ser un claro ejemplo lo de la termoeléctrica, porque se utiliza el vapor como fuente de energía a la hora de evaporar el agua, en una cierta temperatura, y esa energía que se genera mueve unas hélices, y esas, y esa energía mecánica la convierte en energía eléctrica.

**Eddibo:** Si por decir, también nos ayuda, si nos ponemos pensar, este, podemos poner el ejemplo de los calentadores. Tal vez no generen alguna energía, pero gracias a que sabemos a qué temperatura es su límite, podemos, se puede mantener en un estado, en un recipiente en este caso que es el contenedor del calentador y se pueda almacenar para el uso diario.

**Patricio:** Muy bien. La numero 10

**Frida:** Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba conectada (el calentamiento) con la relación a la variación de la temperatura cuando estaba desconectada (enfriamiento). Pues, podríamos decir que cuando estaba conectada la temperatura aumentaba rápidamente y cuando la desconectábamos, la temperatura disminuía, pero era al contrario, en este caso era muy lento.

**Patricio:** Pues prácticamente esto sería todo, espero que les aiga servido.

### A-5. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Lupita, Brad, Betty y Rogelio

**Betty:** En el experimento de la ebullición del agua, ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y qué tan importantes son para que éste se haya llevado a cabo?

**Betty:** Las más importantes son la temperatura, el tiempo y la densidad del agua.

**Brad:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Brad:** Pues, consideramos que las que bueno la que más varió fue la temperatura y este, y también el tiempo bueno fueron las únicas que notamos que variaron. Yo diría que el tiempo fue constante porque nunca cambió. Fuimos tomando el tiempo cada 30 segundos.

**Betty:** No sí pero relativamente como el profe nos había dicho el tiempo si cambia, o sea puede que. El tiempo fue lo que contamos por ejemplo cada 30 segundos eso fue lo que no cambió pero el tiempo si siguió avanzando, la medición de la temperatura fue la que no cambió pero el tiempo sí porque fue, bueno siguió pasando.

**Frida:** ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento?

**Betty:** Una de las cantidades que no, que no variaron fue la densidad del agua.

**Brad:** El volumen pudo haber variado un poco pero yo creo que si descendió porque estaba hirviendo, se tuvo que haber evaporado una poca de agua.

**Lupita:** ¡Ah!, pues esto si sería pero en la pregunta anterior porque el volumen si varió al final de cuenta, poco pero pues si varió.

**Betty:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura... la temperatura vario más rápido?

- Vario más rápido en...

- Al principio ¿no?

**Betty:** No al principio fue de a poquito pero ya después como a, a los 2 minutos máximo fue cuando empezó a aumentar más la temperatura del agua.

**Lupita:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más lento?

**Betty:** En esta lo que varió más lento se podría decir que en el inicio y en el final, en el inicio pues de a poco fue, fue aumentando la temperatura y al final fue este, fue disminuyendo, fue disminuyendo más lento.

**Lupita:** Hubo un punto donde igual ya se quedó como constante.

**Betty:** Se mantuvo ya en un cierto rango

Se podría decir que fue antes de la ebullición y después de la ebullición porque se mantuvo antes de la ebullición entre 90.8 y 90.9 y después de la ebullición fue de 90.8

- Como por un minuto, dos.

- Como un minuto y medio más o menos.

**Betty:** ¿Durante la ebullición que pasó con la temperatura?

- Bueno ese como ya este, lo habíamos comentado anteriormente la ebullición del agua se mantuvo en un este... por.

**Brad:** Sí, en un cierto rango.

**Betty:** Ajá, que ya no, no se elevaba la temperatura y tampoco bajaba.

**Betty:** ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que varían?

- Pues como tal, ¿no? iba este ascendiendo la temperatura cuando todavía estaba conectada la fuente de calor pero cuando se desconectó pues obviamente fue reduciendo gradualmente.

**Betty:** ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la parrilla y no se hubiera seguido calentando el agua?

- Si se hubiera, si no se hubiera desconectado la parrilla el agua se tuviera que haber seguido calentando y hubiera llegado a su punto máximo de ebullición.

**Betty:** No pero estaban diciendo que ya, estaban diciendo que ya era lo máximo que iba a llegar ya no iba a aumentar.

- Sí, pero.

- La temperatura ya no iba a aumentar, o sea si se iba como a evaporar el agua pero la temperatura ya no iba a aumentar como tal o ¿sí? Yo digo que ya no bueno estaban diciendo eso pero quien sabe.

**Brad:** Si la por altura a la que estamos del nivel del mar ¿no? El punto de ebullición cambia. Sí, si estuviéramos, bueno en si la temperatura de ebullición es 100 pero cuando es sobre el nivel del mar y como estamos en una altura pues cambia el punto de ebullición y aunque se hubiese dejado conectada solamente se hubiera evaporado no hubiera cambiado la temperatura, la temperatura hubiese sido la misma

- bueno eso es lo que yo digo.

- ¿Y no crees que al haber más líquido la temperatura hubiera aumentado más?

- No, es lo mismo.

- No, si es lo mismo.

- Quizá hubiese tardado poco más en...

**Betty:** Al principio.

- Hubiera tardado más en llegar al punto de ebullición pero al final la temperatura iba a ser como la misma. ¿Me entiendes?, ¿sí?

**Betty:** ¿En qué actividades propias de la industria puedes ubicar que este tipo de procesos se lleva acabo?

**Brad:** Ah bueno pues este, yo tengo un ejemplo de cuando trabaja utilizábamos este, también agua este, pues en su punto de ebullición para, para un proceso de desinfectación de los paquetes de, bueno yo trabajaba en una empresa de carnes frías este, y utilizábamos la, el agua para un proceso de desinfectación este, los paquetes de, de salchicha que iban saliendo.

**Betty:** Al igual hay un proceso cuando se va a hacer la, ¿cómo se llama? desinfectación de la leche, o algo así, que se primero se eleva a altas temperaturas el, la leche y después se baja totalmente a su temperatura a cero.

**Brad:** ¿Para qué, para matar las bacterias?

**Betty:** Sí, para matar las bacterias que traiga la leche.

**Betty:** ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba conectada la parrilla

(calentamiento), con relación a cuando la parrilla estaba desconectada (enfriamiento)?

**Betty:** La diferencia de la variación de la temperatura, pues no hay diferencia porque como ya lo habíamos comentado al principio la temperatura iba este, iba aumentando pero muy poco y al final cuando era el proceso de enfriamiento iba disminuyendo pero muy poco, o sea que no hay, se podría decir que no hay mucha diferencia.

**Brad:** O sea que la diferencia fue que al principio ascendió y al final descendió

**Betty:** Sí, pero muy poco.

**Brad:** Bueno pero es mucha diferencia.

**Betty:** Ajá, ascender la temperatura.

**Brad:** A descender, ¿Qué dicen? Que subió más rápido la temperatura o descendió más rápido la temperatura, ¿qué fue?

**Betty:** Ah pues ascendió más rápido y ya descendió más lento al no tener una fuente.

**Brad:** De calor.

**Betty:** Fría, dándole, ¿por qué?, porque se calentó rápido porque había una fuente de calor alimentándola, pero pudo descender rápido porque no había este, una fuente fría alimentándola.

**Brad:** ¡Ah!, ya te entendí.

## A-6. Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Mónica, Patricio, Eddibo y Bredit

**Patricio:** Este, buenos días compañeros este, vamos a exponer este, nuestro tema con respecto a la ejecución de la ebullición del agua, del experimento.

**Eddibo:** Bueno para realizar el experimento tuvimos que utilizar un recipiente o un contenedor para almacenar el agua y poderla calentar.

**Patricio:** Bueno y la pregunta número uno es la siguiente ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y que tan importantes son para que se lleven a cabo? Uno de ellos fue este, la temperatura ambiente, ya que este, ese día en que se estaba realizando el experimento se mantuvieron las ventanas, bueno la puerta no porque está en malas condiciones. Pero de ahí en fuera este, pues no había ningún problema como que entrara el aire y eso fue tan importante.

**Eddibo:** También algo importante fue medir el tiempo, en este caso pues utilizamos el cronómetro y el tiempo se estuvo midiendo cada 30 segundos.

**Mónica:** Bueno en la pregunta dos, ¿En cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento? Bueno, físicas podríamos decir que el agua. Ya lo comentaron nuestros compañeros anteriormente. Cuando estaba empezando a hervir o ya en el punto de ebullición se iba evaporando poco a poco y era así mínimo, pero ya no quedaba la misma cantidad de agua en el recipiente.

**Patricio:** La pregunta tres

**Mónica:** ¿Cuáles cantidades físicas no variaron durante el experimento? Bueno algo que no variaba, por ejemplo, podríamos decir que, la

temperatura ambiental y la corriente eléctrica que alimentaba a la parrilla este, ¿qué más?

**Patricio:** Pues, nada más.

**Mónica:** La pregunta cuatro ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más rápido? Bueno pudimos observar que variaba más rápido o aumentaba cuando le estábamos aplicando calor, iba aumentando ya sea con 0.1, 0.2 o así, pero en forma ascendente.

**Patricio:** Prácticamente ahí este, no había una variación constante, ya que a veces este, era de un grado, 1.2 y a veces era de 1.4, como tal pues, no era constante y este, el incremento de temperatura.

**Mónica:** La pregunta cinco. ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más lento? Bueno esto lo observamos cuando desconectamos la parrilla de la corriente eléctrica, ya no le aplicamos calor, entonces este, cuando iba disminuyendo como no aplicábamos ninguna energía para enfriar o algo extra pues, se enfriaba a la temperatura ambiente iba más lento que cuando le aplicábamos calor.

**Mónica:** La pregunta seis. ¿Durante la ebullición qué pasó con la temperatura? Pudimos observar que se mantuvo, que... Teóricamente, teóricamente teníamos la idea de que este, el punto de ebullición del agua es a 100 grados centígrados, pero ya comprobándolo nosotros aquí con el nivel del mar, o sea hay varios factores que influyeron, pues nos dimos cuenta que no fue así, que estuvo a, se mantuvo más bien en 90, 90.4, 90.8, 90.9, pero de ahí ya no subió a 91 a 92, o sea no, se mantuvo estable.

**Eddibo:** Y aunque lo mantuviéramos con más calor o más tiempo, en sí íbamos a obtener el mismo grado, lo único que iba a cambiar es que se iba a ir disminuyendo poco a poco.

**Mónica:** Bueno, la pregunta siete. ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que variaron? Bueno, más que nada lo que vimos era que, pues alguna relación pues, se supone que si ¿no?, porque qué pues estábamos tomando el tiempo, checábamos cuanto subía y luego cuanto descendía, y pues aunque no fueron o no podemos determinar, porque ¡ah! No subió este, en 30 segundos subió dos o tres grados o disminuyó dos o tres pero se observaba, así fuera por mínima cantidad pero lo podíamos ver también.

**Eddibo:** Y si, lo que llegamos a notar es que cuando empezaba a calentar, pues aumentaba un poquito más rápido, aumentaba más rápido la temperatura y cuando lo desconectamos, pues notamos que iba bajando, pero muy lentamente.

**Mónica:** La pregunta ocho. ¿Qué hubiera pasado si no desconectamos la parrilla? Bueno, lo que discutíamos, ¿no? Que así lo hubiéramos dejado y el agua se hubiera evaporado totalmente, pues la temperatura no hubiera cambiado, se hubiera mantenido en 90 grados

**Eddibo:** ¿En qué actividades propias de la industria pueden ubicar este tipo de procesos?

**Patricio:** Como habían comentado los compañeros este, ya anteriores este, lo que viene siendo un claro ejemplo de ellos es este, C.F.E. con la termoeléctrica, ya que utiliza este, calienta el agua a una cierta temperatura hasta su punto de ebullición y esa este, ese vapor este, pasa por unas turbinas y esas turbinas este, convierten la energía mecánica a energía eléctrica y pues ahí es donde podríamos ver esa aplicación en la industria.

**Eddibo:** También este, podemos ver un ejemplo en el tren de vapor, ya que el tren de vapor su movimiento es mediante el agua. El agua que se está evaporando es la que lo hacía moverse.

**Mónica:** La pregunta 10. ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba conectada (calentamiento) con relación a la variación de la temperatura cuando la desconectamos (enfriamiento)? Pues sí notamos la diferencia, ¿no?, lo podemos observar en la gráfica, cuando se iba, se aumentaba la temperatura este, o iba adquiriendo su punto de ebullición iba aumentando, cuando la desconectamos ya vimos que fue disminuyendo, pero acá fue rápidamente y ya en este caso fue como que más lento o sea no se dio más que... bueno como cuando aumentaba, fue más lento.

**Patricio:** Si sería todo de nuestra parte.

## A-7. Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Olinali, Jordy, Jonás, Fernando y Silverio

**Olinali** Buenos días compañeros este, vamos a explicar sobre la clase que vimos la, bueno el día martes, y vamos a explicar este, con nuestras palabras lo que llegamos a ver y a percibir en la, en la práctica que hicimos.

**Jordy:** Bueno para iniciar nosotros vamos a hablar sobre la ebullición del agua, nosotros este, vamos a realizar este, la explicación mediante la explicación de las preguntas que se nos realizaron en clase.

**Fredy:** ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y que tan importantes son para que éste se lleve a cabo?

**Olinali** Por ejemplo este, está diciendo las cantidades físicas, hubo, estuvo la temperatura del ambiente en donde estábamos dentro del salón este, también pudo haber sido la, la corriente eléctrica que mandaba a lo que es este, la ¿Cómo se llama? Donde hervía el agua

**Silverio:** La parrilla

**Olinali** La parrilla pues.

**Silverio:** ¡Eh! El tiempo

**Olinali:** El tiempo también pudo haber sido un factor, por ejemplo pudimos estar a, por ejemplo hoy estamos a 17 °C más o menos la temperatura de ese día.

**Fredy:** También ahí se involucra la altura sobre al nivel del mar que...

**Jordy:** Es de 2080

**Olinali** Que es a 2080 sobre el nivel del mar.

**Jordy:** Este bueno, también este, vimos que como este, que cómo el cambio físico del agua mediante la ebullición de la elevación de la temperatura. Vimos como este, cambió de una, de una forma estable, sin movimiento a ya empezar a burbujear, este, también este, vimos este, cuan... que el termómetro empezó a ascender mediante más, este, el tiempo que transcurría mediante, mediante la parrilla, estaba calentando el recipiente donde se contenía el agua con el hielo.

**Fredy:** La siguiente dice ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Silverio:** ¡Eh!, pues es la temperatura y el agua, y se fue evaporando por el calor y el tiempo.

**Fredy:** El tiempo que es, que es constante.

**Jordy:** Por decir vimos que este, los primeros 40 minutos, mediante, mediante, estaba ebullendo el agua, su cambio este, de temperatura fue cambiando y fue ascendiendo. Ya vimos que, ¿Cómo se llama? Empezaron a variar este, este las temperaturas también cuando se apagó la parrilla este, empezaron a variar las temperaturas mediante descendía

**Jonás:** ¿Cuáles cantidades no variaron en el experimento?

**Silverio:** Fue el tiempo, porque solamente este, fueron de 30 segundos de los, del espacio de tiempo

**Fredy:** Podría ser la altura porque pues, nunca, nunca cambia pues este...

**Olinali** Siempre se mantuvo a la misma altura sobre el nivel del mar

**Fredy:** La altura, o la presión.

**Jordy:** Este, también este, lo que no varió fue cuando ya estaba hirviendo el agua, porque se quedaba, por decir en 90 grados y ahí ya no variaba, se quedaba estable la temperatura. Este, también este, ¿Cómo se llama? Pudimos ver que cuando iniciamos el experimento, antes de que se cerrara la parrilla también era un, una temperatura estable que nada más se quedaba en cinco.

**Fredy:** La siguiente pregunta, ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más rápido?

**Silverio:** Pues fue aproximadamente cuando llegó a la media hora, que fue cuando mantuvo el 90 grados, 90.8, 90.5

**Olinali** Bueno, de hecho fue como a los 19 minutos y medio, cuando empezaba a ebullición el agua, fue en esa, bueno tardó menos en hervir que en enfriarse.

**Fredy:** En que instantes la temperatura varió más lento.

**Jordy:** Pues varió más lento, fue cuando empezó a descender este, cuando se apagó la parrilla este, porque este, ¿Cómo se llama? La temperatura fue variando poco a poco, y es que varió de 0.4 y así estaba 0.4, 0.2 y bueno, no bajaba mucho, así que la temperatura en lugar este, de descender este, como pensábamos que iba a descender rápidamente, pues no, tardó, también este, ya la temperatura ambiente que estaba provocando hacia el descenso de esa es, de ese, temperatura.

**Fredy:** La siguiente dice, Durante la ebullición ¿Qué pasó con la temperatura?

**Jonás:** O sea ahí se, durante la ebullición ¿Qué pasó con la temperatura? Este, bueno la temperatura cuando el agua empezó a hervir este,

la temperatura quedó constante porque ya nada más estaba en 90, subía 90.2, 90.8 pero ya no pasaba de 90, nada más se quedaba ahí la, la temperatura se quedó constante en 90 nada más.

**Fredy:** Identificas alguna relación entre las cantidades que varían

**Fredy:** Pues esa este, se la explicaríamos ahorita en la gráfica

**Olinali** O sea, ahí lo hicimos en una gráfica como nos había dicho el profe ese día.

**Jordy:** Si este, en como por ejemplo una en forma ascendente y descendente, como para que vieran los cambios, tuvo ahora sí que, como va así la temperatura del agua mediante estaba incrementando y este, estaba decreciendo así.

**Jonás:** ¿Qué hubiera pasado si la parrilla no se apaga y se deja cinco minutos más? Pues, si se hubiese dejado, no se hubiese apagado la parrilla, si se hubiera dejado cinco minutos más, pues el agua iba a seguir hirviendo y se hubiese pasado de su estado líquido a gaseoso, se hubiese evaporado el agua nada más, y este creo que la temperatura se iba a quedar en, en 90 porque ya hasta ahí era, era el punto de ebullición del agua.

**Fredy:** ¿En qué actividades propias de la industria puedes ubicar este tipo de procesos que se lleva a cabo?

**Olinali** ¡Eh! Pues, aquí se puede ver por ejemplo la termoeléctrica, donde puede verse ese tipo de procesos de usar el agua, llevar de su estado líquido a un estado gaseoso, se usa para hacer electricidad con el puro vapor.

**Silverio:** También en la purificación del agua, cuando hacen para eliminar todos los, las bacterias que tienen en el este, pues se hierve el agua.

**Jordy:** También puede ser un ejemplo de las calderas, por decir que tiene Petróleos Mexicanos que, pues, por decir aquí está la caldera y el agua está este, este a alta temperatura para que el petróleo se separe en líquido que contiene y es el que usamos para realizar la este, la conversión hacia la gasolina que es la que se manda este, allá a Estados Unidos.

**Fredy:** ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba conectada la parrilla (calentamiento) a cuando estaba apagada (enfriamiento)?

**Jordy:** Pues, las diferencias este, pues cuando estaba conectada pues, fue este, cambiando pues como drásticamente pero ya al ebullición pues se quedó constante, ya no pasaba de lo que dijimos que era 90 grados, ahí se quedó, ya no pasaba ya era 90, 90.1, 90.2, 90.3, se quedaba constante y cuando se apagó empezó a descender poco a poco hasta que llegamos a la conclusión de que llegáramos a 40 grados se paraba el experimento.

**Olinali** Eso también fue consecuencia de, bueno, del tiempo.

**Jordy:** Como decía aquí podemos ver un gran ejemplo este, de como este, los cambios de la ebullición de agua, que por decir en México como vimos este, en la experimentación que no tiene que, como dice en los libros que, llegar a 100 grados este, ya ebulle ¿no?, aquí donde estamos nosotros nada más llega a 90, 92, 90 grados y ya empieza a ebullición. Por decir este, acá otro ejemplo, por decir en el monte Everest tiene que llegar a los 75 grados

para que empiece a ebullición, y al nivel del mar ahora sí son exactamente los 100 grados. Aquí está un claro ejemplo para saber cómo, como esos cambios de, ahora sí la altura del nivel del mar hacen grandes este, cambios hacia la temperatura.

**Olinali** Y eso se debe a la altura, más que nada.

**Jordy:** Bueno aquí estamos este, una bueno esta gráfica a continuación comenzamos explicando pues los tiempos desde que se inició este, el primer minuto de la experimentación hasta el final de la este, de cuando se desconectó, ahora sí la parrilla, vemos como, como está ascendiendo poco a poco, pero un poco más este, drásticamente por la temperatura que estaba este, emitiendo la parrilla, si vemos que hasta ya al final cuando ya empezaron a llegar este, la ebullición se quedó constante, no cambió este, relativamente nada más este, cambió un poco 0.5, 0.2, no varió así, mucho que digamos, para poder cambiar este el significado de la gráfica.

**Olinali** Aquí, este en esta gráfica bueno, decidimos ponerla en dos gráficas, una donde estuvo hirviendo y una donde fue descendiendo la temperatura, y aquí empezó desde los 90 a, a los 40 grados.

**Jordy:** Pues eso sería todo lo, bueno la explicación que sería, pues de, de del experimento que ejercimos, bueno fue la conclusión que hicimos. También este, descubrimos que, como, nada más un tema puede hacer una gran este, no discusión, una este observación y este, ideas que se lanzan para ver este, ¿cómo se llama?, llegar a una conclusión sobre cómo este, la ebullición del agua puede ser este, un tema que se pueda dar este, matemáticamente este, verbalmente y pues mediante también este, ejemplos. Y pues eso sería todo lo que es la presentación

## A-8. Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Leobardo, María, Frida, Armando y Alejo

**Leobardo:** Primero buenas tardes, o ¿qué son?

**María:** Días

**Leobardo:** No, todavía son días. Este, nuestro equipo está conformado por María, Fernanda, Armando, Alejo y su servidor Leobardo.

**Frida:** Las preguntas que se llevaron a cabo el día del experimento fueron. ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en el experimento y que tan importantes fueron para que éste se haya llevado a cabo? Y ahí fue la temperatura, el nivel del mar y el tiempo.

**Armando:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento? Pues varió el...

**María:** Fue la corriente eléctrica y la temperatura ambiente.

**Armando:** Pero también varió la temperatura del agua y el agua porque se fue consumiendo un poco durante la, el proceso de ebullición.

**Armando:** ¿Cuáles cantidades no variaron en el experimento?

**Leobardo:** Este, esa pregunta, nosotros este. En la pregunta de nosotros este, pues tenemos que, que la, las, las, las cantidades que no variaron fueron la luz eléctrica, el, no sé.

**Leobardo:** ¿En qué instante de tiempo variaron más la temperatura?

**Armando:** Pues la temperatura varió más iniciando desde los 5.6 grados hasta que llegó como por ahí del 89.8 o algo así y pasó a los 90 y se quedó en los 90, ahí ya no varió tanto que es lo que corresponde a la otra pregunta y también en la

disminución, comenzó a variar en los 90.8 cuando se desconectó la parrilla, hasta los 42.3 grados y de ahí ya fue. Ahí fue por eso que varió más.

**Alejo:** Dice, durante la ebullición. ¿Qué pasó con la temperatura? Pues, disminuyó este, o ¿aumentó?

**Armando:** No, durante el proceso de ebullición la temperatura se quedó estable, porque se quedó en los 90.0, 90.5, 90.9 y de ahí fue variable, pero no fue mayor de 90 ni menor de 90.

**Frida:** ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que variaron?

**María:** Pues aquí, nosotros logramos identificar algunas variaciones. Que en algunos casos cuando iba aumentando la temperatura inicial, primero iba aumentando en 0.4, después 0.8, pero en diferentes temperaturas, no variaba en todas.

**María:** De lo que dice el compañero de 0.8, el rango fue de los 90 grados hasta los 60.

**Frida:** ¿Qué hubiera pasado si la parrilla no se apaga y se deja cinco minutos más?

**Leobardo:** Hubiera disminuido la temperatura, hubiera descendido desde 90 grados hasta los 40.

**Armando:** Pues no, si la parrilla no se hubiera desconectado pues la temperatura hubiera continuado entre los 90 y 99, 90.9, perdón. Y pues, el agua se hubiera consumido un poco más y así.

**María:** ¿Qué actividades propias de la industria en las que se pueden aplicar este tipo de procesos? Puede ser en las industrias alimentarias como son SIGMA, Barcel.

**Alejo:** La termoelectrónica.

**Armando:** También lo vemos en una empresa de fabricación de tequila, porque ahí, porque ahí, donde el proceso lleva a una destilación. La destilación se lleva por la ebullición y los vapores y todo lo que se destila.

**María:** También se lleva a cabo en las cementeras.

**Leobardo:** Pero ahí en las cementeras sería más que la ebullición de agua, sería la ebullición del, de una piedra, ¿no?

**Frida:** ¿Cómo?...

Otros: No, de hecho, de hecho trituran las piedras, trituran las piedras.

**Alejo:** ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando está conectada la parrilla y cuando está desconectada (enfriamiento)? Que, pues sí, porque cuando estaba conectada llegó a su punto de, a punto máximo eh, la temperatura se quedó estable, pero cuando la desconectaron luego, luego empezó a disminuir su propia temperatura.

**María:** Su descenso fue más lento, y más entre

**Frida:** Los 90

**María:** 0.1, al 0.4

**Alejo:** Bueno, aquí en esta gráfica podemos apreciar, pero, podemos apreciar que aquí están los tiempos. En esta línea de acá están los tiempos que transcurrió para el punto, para ebullición y del otro lado, que va para arriba es la temperatura. Aquí conforme en, aquí muestra la temperatura inicial que es cero, cero 5.6 en cero minutos y así va estando de, 2 minutos 24 está es 16.7 y así va aumentando conforme pasa el tiempo.

**Leobardo:** Decidimos poner esta gráfica porque podemos apreciar cómo va en aumento la temperatura. Esta gráfica es de la disminución de la temperatura desde que desconectamos la parrilla, hasta que igual a la temperatura de, 40 grados.

## A-9. Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo Lupita, Brad, Betty y Rogelio

**Lupita:** Buenos días compañeros. Nosotros les vamos a, bueno vamos a comentar sobre las opiniones que nosotros este, tuvimos durante las preguntas que nos dejaron del experimento, y la primera pregunta es. ¿Qué cantidades estuvieron involucradas en el experimento y que tan importantes son para que éste se haya llevado a cabo? Nosotros llegamos, bueno estábamos este, comentando que las propiedades físicas que, bueno que nosotros pensamos, fue el tiempo, la temperatura y bueno, en cierta parte el volumen del agua, ¡Eh! y, ¿qué otra cosa?

**Brad:** Bueno, aquí, otra parte que les comentaba también fue la densidad del agua, que igual a mí me pareció muy importante eso para que pudiera hervir ya que otros líquidos, otros fluidos, ¡Eh! debido a que tienen otro tipo de densidades o, no sé, su temperatura, su punto de ebullición es más alto o más, más bajo y se me hizo que la densidad también tiene mucho que ver ahí al igual que la presión atmosférica en el ambiente en el que estábamos.

**Betty:** ¿Qué cantidades físicas variaron durante el experimento? Las cantidades físicas podrían ser, la temperatura, que al principio estuvo aumentando pero muy poco, ya después a partir de los tres minutos en adelante empezó a incrementar en 4.1 y así.

**Betty:** ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento? La primera, según yo, fue la del tiempo con el que medíamos la temperatura que fue cada 30 segundos esa, esa era constante.

**Lupita:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más rápido? ¡Ah! Bueno nosotros este, bueno con la gráfica vimos que, bueno que empezó a

variar más del minuto tres, ¿verdad?, desde que empezó, empezamos a este, a hervir el agua, del punto tres hasta el punto de ebullición, que fue donde empezó a variar la temperatura más rápido.

**Brad:** ¿En qué instantes de tiempo la temperatura varió más lento? Nosotros también estuvimos comentando que varió un poco menos, varió un poco menos este, ya que estaba entre los 90 y los 90.8.

**Betty:** Bueno, nos dimos cuenta que varió más lento al principio, los tres minutos cuando estaba fría lo de la temperatura de congelamiento, y tres minutos antes de llegar a su punto de ebullición. Esos, esos tres minutos antes fue cuando ya la temperatura iba en aumento. O iba el proceso de calentamiento más lento.

**Lupita:** ¿Durante la ebullición qué pasó con la temperatura? Pues, este, como ustedes, bueno como observamos, la temperatura cuando llegó al punto de ebullición fue de 90.9 y de 90.8 y ahí es donde se mantuvo, entre esos dos rangos, no pasó a otros y como ya antes lo habíamos comentado, bueno se había comentado es de que, bueno ven que estábamos como en un dilema de que la temperatura, su punto de ebullición era de 100 grados centígrados, pero después se dijo, bueno nos comentó el profe que sólo si, bueno su punto de ebullición era en el nivel del mar. Si ebulle a esa temperatura, pero nosotros como estábamos más arriba del nivel del mar este, este, es menos de 100.

**Brad:** ¿Qué hubiera pasado si se desconecta la parrilla y se deja conectada otros cinco minutos más?

**Brad:** Bueno este, si no se desconectara la parrilla, en mi opinión, pienso que se hubiera mantenido la temperatura constante a sus 90 grados, porque debido a la altura sobre el nivel del mar que estamos, que sería de 2080 perdón, y bueno el agua se hubiera evaporado.

**Rogelio:** Yo pienso que no hubiera habido mucha diferencia en el volumen que disminuyó, hubiera habido por lo menos una mínima variación en el volumen del agua.

**Brad:** ¿En qué actividades propias de la industria puedes ubicar que este tipo de procesos se lleva a cabo?

**Lupita:** Pues nosotros dijimos que en la producción y mis compañeros mencionaron.

**Betty:** Mi abuelita cuando trabajaba en Alpura, comentó acerca del proceso de, que hacen para pasteurizar la leche, igual dijo que la leche la elevan a altas temperaturas y después la bajan de golpe para eliminar las bacterias.

**Brad:** Sí, otra pues, cuando yo trabajaba en, estuve trabajando en una industria de carnes frías este, y se utilizaba también este, el agua así en su punto de ebullición para cuando se metían este, las

salchichas ya desinfectadas, como proceso de desinfección. Se metían así como en una tina grande de metal y se sumergían un rato en el agua en su punto de ebullición.

**Lupita:** ¿Notas alguna diferencia en la variación de la temperatura cuando estaba desconectada la parrilla?

**Brad:** Este, lo que notamos es que la temperatura cuando fue disminuyendo, empezó a bajar un poco rápido, ya después llegando casi a los 60 grados, el de, sus intervalos fueron más cortos, lo que provocó que la temperatura fuera disminuyendo más lento.

**Lupita:** Así es como, bueno lo que estábamos comentando hace un rato. Bueno aquí no se alcanzan a ver los números, pero se puede observar de que cuando, bueno cuando fue aumentando, si cuando iba llegando a su punto de ebullición la temperatura aumentó más rápido, y cuando llegó al punto de ebullición se, bueno se mantuvo. Y ya cuando este, la dejamos enfriar este, la temperatura empezó a, bueno a la hora de disminuir, disminuía pero más lento

**Brad:** Ya sería todo.

**A-10.** Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Leobardo, María, Frida, Armando y Alejo

**Alejo:** Buenos días compañeros y maestro. Nosotros le vamos a explicar cómo nos pusimos de acuerdo y como fue nuestra discusión al contestar estas preguntas, sobre el experimento de ayer, sobre la ebullición del agua. Este, primero que nada pues, estábamos discutiendo que, pues a qué hora nos íbamos a ver y según que lo íbamos a hacer hoy, pero terminamos, acordamos de que lo íbamos a hacer ayer. Este, bueno de hecho lo hicimos ayer. La primera pregunta dice, ¿qué cantidades físicas estuvieron involucradas? Pues, en mi opinión la primera cantidad física que estuvo involucrada fue este, fue lo que es el tiempo, fue el tiempo, fue el volumen, la temperatura este, la gravedad, ¿qué más?

**Roque:** La presión

**Alejo:** La presión, y ¿qué más?

**Ricky:** Desde mi punto de vista las que pienso yo que, que fueron las más importantes, fueron el tiempo y la temperatura, ¿no?

**Milly:** Sí, porque el tiempo no, el tiempo no varea.

**Alejo:** Bueno, de hecho sí, el tiempo es constante, por eso mismo este...

**Alejo:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento? Pues en mi opinión fue la temperatura, porque estuvo aumentando constantemente.

**Erick:** Bueno y en cuanto al vídeo este, de cuales variaron yo pienso que fue la temperatura, también porque al inicio tuvo una elevación, bueno la temperatura subió muy rápido y llegó a estar constante a, a los 90 grados.

**Fredy:** Otras que variaron, sería este, el agua, ya que por el calentamiento empieza la vaporización y vamos teniendo menor cantidad de agua durante el tiempo de calentamiento. Entonces, mientras menos agua y más calor, o el mismo tipo de calor este, nos da diferentes temperaturas.

**Alejo:** Este bueno yo, tenía una duda ahí, que, pues yo creo que no lo discutimos, que era lo del recipiente, no sé si tenía algo que ver, el tamaño del recipiente o el material.

**Alejo:** Este, y cuales no variaron.

**Alejo:** Pues el primero fue el tiempo, porque el tiempo pues es, como lo dice él, es constante y no tiene variación.

**Fredy:** ¿En qué instantes la temperatura varió más rápido? La temperatura varió más rápido cuando se le aplicó calor al recipiente con el agua, y ya cuando se le dejó de aplicar fue mucho más lenta.

**Ricky:** Si, fue como a los 20 minutos cuando empezó a variar, ¿no? Que no pasaba de 90, 90.1

**Alejo:** Igual varió más lento, varió más lento.

**Fredy:** Varió más lento cuando dejamos de aplicarle calor al agua, y pues el enfriamiento fue lento porque no le aplicamos frío como tal.

**Alejo:** Y dejamos que se enfriara a la temperatura ambiente, este, y pues, fue disminuyendo, fue, fue, tardó, tardó más en enfriarse que en calentarse, por eso fue más lento.

**Alejo:** Durante la ebullición ¿qué pasó con la temperatura?

**Erick:** Durante la ebullición llegó este, a los 90 grados. Tuvo una temperatura de 90.9 y 90.8 y se mantuvo en un rango de los 90.

**Fredy:** Bueno la temperatura este, no varió demasiado, ya también tomando en cuenta este, el punto de ebullición del agua, ¿a qué nivel estábamos?, nosotros estamos a 92 °C y el que es este, el centro de México. Tomando en cuenta que al nivel del mar el agua ebulle a 100 °C. Y de, tomando en cuenta de los lugares más altos de México el monte Everest, del mundo, perdón. El monte Everest está, el agua ebulle a 75 °C.

**Milly:** Y cuando vas calentando la parrilla más este, la temperatura se va elevando más.

**Alejo:** ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que variaron? Pues sí, de hecho, la relación pues, yo pienso que si quedó hubo una tal relación, sino que pues todos este, todos fueron, pues no todos, no todos coincidieron, algunos podían coincidir pero no todas, yo creo que pues, pues aumentaba, fue un aumento, ¿cómo?, ¿cómo lo puedo buscar? Este, no constante.

**Alejo:** Bueno yo lo que le entiendo aquí a mi compañero es que, por ejemplo, no, o sea, haya similitud digamos, en forma de calentar no aumentó un grado, un grado, un grado ¡No!, simplemente que fue variando en 0.8, 0.7, 0.6, 1.5 dependiendo del calor que se le aplicó. Y en la forma de cuando se retiró el calor, la forma descendente, también varió ¿por qué?, por la temperatura del ambiente a estas horas. Entonces, fue disminuyendo, o sea no fue la misma, el mismo enfriamiento por grados, sino que varió 0.5, 0.4, 0.3. Entonces, es a lo que se refiere mi compañero.

**Alejo:** ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta la parrilla y se hubiera dejado conectada otros cinco minutos? Bueno pues, en ese caso pues, nuestra compañera Myriam estaba diciendo que, que se gastaba más luz. Y sí, fue, pues si algo que nos pareció pues...

**Milly:** Coherente

**Alejo:** Coherente, exacto

**Roque:** Bueno también hubiera pasado que si la hubieran dejado más tiempo también hubiera disminuido la cantidad de agua, gracias a la ebullición.

**Alejo:** A la evaporación.

**Fredy:** Se evapora

**Milly:** Y ya no sería igual, por el peso a...

**Alejo:** Si ya no sería la misma cantidad

**Milly:** Si hubo una gran variación

**Fredy:** A lo que se refieren mis compañeros, digamos que en cinco minutos más, cinco minutos más y el nivel del agua que tenemos hubiera sido menor, digamos una suposición que tuviéramos medio litro de agua a ese punto, y si la dejamos cinco minutos más a lo mejor ya no va a ser este, el mismo y va a ser menos, sigue hirviéndose, entonces a la temperatura ambiente enfría un poco más rápido por la cantidad de agua, y aunque ya no hubiera sido la misma información que obtuvimos cuando la desconectamos aunque hubieran sido cinco minutos, entonces, hubieran sido diferentes datos.

**Alejo:** ¿En qué propiedades?, ¿en qué?, si, ¿en qué propiedades propias de la industria puedes ubicar que estos procesos se llevan a cabo?

**Roque:** Uno de los procesos de la industria es, es la industria termoeléctrica. Lo que sucede en la industria termoeléctrica es calientan el agua y el vapor de agua va a unas turbinas que son las que generan la energía.

**Alejo:** En otra, tengo entendido pues, este, pues que de hecho lo busqué en internet este, que en cuál se podía, en qué industria se podía este, llevar a cabo este proceso pues, encontré una que es la siderúrgica que, que hierven el, bueno que funden los metales este, y pues se hacen maleables y pues hacen nuevos, nuevos productos, bueno esa fue una de mis opiniones de que podría, podría este, podría ser que se lleve a cabo en ella.

**Fredy:** Otra empresa o, a la que estuvimos discutiendo que, con mis compañeros es por ejemplo, Casa Flex. Casa Flex se dedica a hacer este, casas, pero ahí aplican este tipo de proyecto o, trabajo que implementamos aquí, porque, porque trabajan con un secado rápido pero..., para el cemento, entonces para esto necesitan una caldera, este, y entonces calentando agua mandan el vapor a los moldes donde tienen este, el cemento ya este, preparado para poderlo este, secar más rápido. El proceso varía mucho porque necesitan una producción muy, muy rápida, entonces entre más vapor, más rápido secan este, el cemento y siguen este, fabricando más este, casas.

**Alejo:** Este, ¿Notas alguna diferencia en la variedad de temperatura cuando estaba conectada la parrilla con relación a cuando la parrilla estaba desconectada?

**Erick:** Bueno la temperatura cuando estaba conectada su, bueno su temperatura fue aumentando más rápido que cuando estuvo desconectada fue disminuyendo muy poco.

**Alejo:** De hecho tardó más en, la temperatura aumentó demasiado cuando, pues cuando estaba, aumentó más rápido digamos este, cuando, pues cuando estaba conectada la parrilla, que es cuando se empezó a enfriar, la temperatura fue disminuyendo pero ya fue muy tardado.

**Fredy:** Otros, otros puntos de vista que tuvimos en cuenta, que estuvimos discutiendo es por ejemplo, el tipo de calor que se le aplicó. Sí, porque si hubiera sido de gas, hubiera aumentado más el calor, hubiera disminuido el tiempo de calentamiento, o hubiera sido con carbón, leña. Y también hubiera variado, por el tipo de madera o el carbón dependiendo de la calidad y todo eso. Lo que discutimos fue de que fue eléctrico, de que fue eléctrico como lo decía mi compañera a lo mejor nos pareció absurdo en el momento que lo discutimos, pero dice, no, pues es que gastamos más luz, o sea se mantiene el calor a una cierta temperatura, no siguió incrementando en la parrilla, no así el gas, madera o leña.

**Alejo:** Pero aun así no hubiera este, aumentado más su temperatura después de llegar a los 90.

**Fredy:** O sea, a lo que yo me refiero es de, cuando vamos tomando los datos de este, (...) a lo mejor hubiera aumentado más, hubiera aumentado menos pero con diferentes gráficas.

**Alejo:** Bueno esta fue nuestra presentación y gracias por su atención.

**Milly:** Faltan las gráficas

**Alejo:** ¡Ah! Si faltan las gráficas

**Alejo:** Bueno, les vamos a mostrar dos gráficas este, sobre la temperatura cuando estuvo aumentado.

**Fredy:** Bueno aquí como podemos observar es la forma en la que asciende el calor durante la ebullición del agua empezamos de...

**Milly:** 5.6

**Fredy:** Empezamos desde 5.6 hasta 90 y ahí se mantuvo 90.9, 90.7 y se mantuvo

**Milly:** Ahí casi no varió tanto, los grados

**Alejo:** Pero cuando fue descendiendo pues sí, tuvo, tuvo una gran variación. Pues nada más.

## Apéndice B: Transcripciones de la segunda actividad

**B-1.** Transcripción del audio del video de la realización de la actividad de medición del voltaje de carga y descarga de un capacitor en un circuito RC.

**Profesor:** ¿Quién nos va a hacer favor de tomar el tiempo?

**Profesor:** A ver, vamos a ir tomando medidas cada que, cada 30 segundos, vamos iniciar el cronómetro en cero, y estamos seguros que el voltaje en el capacitor vale cero porque lo marca el instrumento. Entonces cada 30 segundos vamos a ir tomando lecturas. Su compañero dice “se toma” y el que está viendo el multímetro dicta para que todos anoten. ¿Sale?

**Estudiante:** O sea, cada 30 segundos dijo, verdad.

**Profesor:** A ver, tú me dices a la hora que yo desconecto. O sea voy a abrir el interruptor para que el capacitor empiece a variar su voltaje. A ver, una, dos, tres...

**Estudiante:** ¿Qué pasó?

**Profesor:** Una, dos, tres...

**Profesor:** En la siguiente lectura vamos a desconectar el capacitor y ahora vamos a ver la descarga, ¿Sale? vamos a

**Profesor:** Ahora vamos a ver la descarga, ¿Sale? Así que, una, dos, tres. Reinicia nuevamente el cronómetro, yo te digo, una, dos, tres.

**Estudiante:** Ya bajó menos,

**Profesor:** Vamos a tomar la misma cantidad de medidas que toamos cuando subía que cuando bajaba, y ahí le dejamos.

**Estudiante:** ¿Hasta ahí?

**Profesor:** Si está bien ahí. Bien, ahora que ya hicimos este experimento. Alguien quiere hacer algún comentario, si notó algo que le haya resultado interesante, que le haya resultado parecido, o lo que ustedes quieran comentar en este momento.

**Estudiante:** Cuando bajó de 10.7 a 9.97 y luego volvió a subir a 10.3 estuvo raro.

**Estudiante:** Cuando iba en ascenso

**Profesor:** En el ascenso. Pero parece ser que fue un movimiento aquí en los cables

**Estudiante:** En el descenso también.

**Profesor:** Bueno ahora lo que necesito es que organicen la información. Nuevamente, es evidente que las cantidades físicas que están involucradas en este experimento son diferentes a las cantidades físicas que estuvieron involucradas en el agua cuando estaba en calentamiento. ¿Cierto? Entonces tendremos que ajustar. Por ejemplo. ¿Si recuerdan las preguntas que les dicté? Si no se las vuelvo a dictar. A ver, hay una que dice, aquí tenía una lista de preguntas que les iba a hacer, a ver si tienen similitud. Dice

**Profesor:** ¿Qué cantidades de las que observaste que se encuentran involucradas no varían? No varían quiere decir que no cambian, ¿Verdad?

**Profesor:** Si, si quieren anótelas

**Profesor:** ¿Qué cantidades de las que observaste que se encuentran involucradas no varían? Creo

que si entendemos que el término no variar quiere decir que no cambian. ¿Bien?

**Profesor:** ¿Qué cantidades observas que se encuentran relacionadas entre sí?

**Profesor:** ¿Qué cantidades cambiaron durante el experimento?

**Profesor:** ¿En qué parte del experimento, el voltaje creció más rápido?

**Profesor:** ¿En qué parte del experimento el voltaje dejó de crecer?

**Profesor:** ¿Podrías explicar por qué?

**Profesor:** ¿Qué crees que hubiera pasado, si una vez que el voltaje dejó de crecer? A ver corregimos eso, ¿Qué crees que hubiera pasado, si el circuito se deja conectado cinco o 10 minutos más?

**Profesor:** ¿En qué parte del experimento el voltaje decrece más rápido?

**Profesor:** ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje, comparado con la rapidez con la que disminuyó?

**Profesor:** Bueno, esas son las preguntas, y, ahora antes de que se retiren. Ya nada más nos queda una

hora, yo creo que una hora no es suficiente para que se pongan de acuerdo, se organicen. Recuerden que cada equipo tiene que grabar cuando menos dos.

**Estudiantes:** Discutiendo

**Profesor:** Claro, ahora van a analizar la información. Va a organizarla para presentarla a los demás.

**Estudiantes:** Si y vamos a exponer.

**Profesor:** Si claro, van a exponer. Pueden agregarle, si conocen ahora nuevos elementos que les pudieran ayudar para que la información sea transmitida de una manera más efectiva, las pueden usar. Si no tienen alguna, no importa, ustedes organicense, lo que más me interesa es el audio cuando ustedes están discutiendo para organizar la información, ¡Eh!, en que cosas involucran en su discurso o discusión. Y en fin todo lo que me interesa, sobre todo, es saber cómo se ponen de acuerdo, y como es que deciden la forma en la que van a, ustedes a, que herramientas va a usar, como deciden que herramientas va a usar para poder transmitir la información.

## **B-2.** Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Mónica, Patricio, Eddibo y Bredit

**Patricio:** Hola buenas tardes, este, vamos a dar, este, nuestro punto referente al porqué de las gráficas. Considero, este, que la gráfica indicada sería la de barras, ya que hay un incremento y un descenso como tal. Esta gráfica, específica, mmm..., y se da a entender perfectamente. Tanto a compañeros como a personas ajenas a la institución.

**Eddibo:** Bueno, pues yo considero que debería ser una gráfica de líneas, igual ahí se podría ejemplificar cual sería el creciendo y el decreciendo, del, del experimento. Por decir, en la, en la misma gráfica podemos ver como puede ser creciendo y a la vez como va decreciendo, pero... lo observaríamos en el mismo un punto.

**Mónica:** Pues yo no estoy de acuerdo porque por ejemplo en las gráficas que se supone que estamos viendo, aquí vienen los mismos valores, tanto el valor donde va creciendo, la variación cuando va creciendo está en el punto uno, y el valor cuando va la variación es decreciendo inician en la misma, en el mismo punto. Podríamos, ¿Por qué no acomodamos los datos en una sola columna? para que cuando llegue a 11.34, observemos, o sea que sea corrido que no se marquen, por ejemplo las que ustedes dicen de dos columnas y que se vea...

**Eddibo:** O sea si podamos ver la vara

**Mónica:** Ajá

**Eddibo:** La variación realmente, ¿No?

**Mónica:** Ajá, ¿Cómo fue? Por qué, por ejemplo cuando tomamos el..., bueno cuando hicimos el experimento llegamos a ese punto, y de ese punto fuimos bajando, o se desconectó la energía y fue bajando pero fue en una sola gráfica. No puede ser lo mismo que aiga iniciado en 1.65 y que a la vez, este, en ese mismo punto esté indicando que...que se

**Eddibo:** ¿Fue 11.34?

**Mónica:** Ajá, que fue 11.34.

**Patricio:** Muy bien dicho compañera, tienes mucha coherencia, este, básicamente todo lo que acabas de mencionar está muy completo, y, pues sí, coincido con lo que acabas de, de mencionar y ahí vemos que realmente nuestra gráfica, este, pues está, no da, este, perfectamente este, claro lo que queremos dar a entender al profesor y pues a los compañeros.

**Mónica:** ¿Qué opinas?

**Eddibo:** Opino que la gráfica si tiene buena representación, pero, como dices tú, la gráfica que tú nos das como sugerencia, pues si se puede observar mejor su aumento como su descenso. Entonces, pues si podemos buscar una gráfica que se, como la tuya o buscar si hay otras formas pero que sea parecido para ver cómo crece, como aumenta y como desahumenta

### **B-3. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Leobardo, María, Frida, Armando y Alejo**

**Alejo:** Bueno dice que ¿Qué cantidades de las que observamos que se encuentran involucradas no variaron? Pero habla, te la pasas hable y hable y ahorita ya no.

**Frida:** Ay, no sé qué, o que pudieran ser.

**María:** Pues no variaron.

**Armando:** El tiempo si varió.

**Alejo:** De cuánto tiempo lo fueron haciendo ahora.

**Frida:** De 30 segundos.

**Armando:** Si como dijo que era un, ¿Cómo dijo que era?

**María:** ¿Cuál?

**Alejo:** Estuvieron tomando constantemente cada 30 segundos.

**Leobardo:** No, pero si varió, por eso.

**Armando:** Eso sí varió, bueno fue como una etapa. De no más de 30.

**Alejo:** Si, empezamos de cero y se fueron tomando 30 segundos. Y se fue tomando la lectura.

**Leobardo:** Pero cuales, dice que no variaron.

**Armando:** ¿Los voltios?

**Alejo:** Pues no sé cuántos.

**Armando:** Ah, creo que si.

**Alejo:** Empezó a 12 volts.

**Leobardo:** Que lo podamos decir.

**Alejo:** Que es lo, es amperaje o volts.

**Armando:** Volts.

**Frida:** Yo dije, este Brandon le estaba poniendo algo.

**Armando:** Si está muy claro.

**Alejo:** Voltaje, el voltaje, el voltaje inicial fue de 12.

**Armando:** Y: ¿De 12?

**Leobardo:** Hju, y ¿el final?

**Alejo:** Creo, no sé.

**Leobardo:** Yo digo que los volts ya no variaron ¿No?

**Armando:** Por eso, por eso, ya un. Al inicio lleva un.

**Alejo:** Haz de cuenta que, que lo que hizo fue esto. Del aparato ese sacó dos cables, si ya ves que están los dos así. Sacó los dos cables, y conectó positivo, este es positivo y este es negativo. Este es, este es la resistencia, y de aquí, de esto de la resistencia al capacitor. Lo tomó el capacitor

**Leobardo:** O que es un capacitor.

**Alejo:** Y así fue, entonces de aquí inició, bueno se fue.

**María:** No, no, no le entiendo.

**Alejo:** O sea lo conectaron a algo para pasar la corriente.

**Leobardo:** Si, y este se fue. Fuimos tomando la lectura de este.

**Alejo:** De cuantos voltios llevaba.

**Armando:** De este, ajá.

**Leobardo:** Que es 1.75, 2.94, 4.12 y así.

**Alejo:** Pues ahí no varió ¿No? Fue subiendo.

**Leobardo:** Mmmmm,... la carga, digamos el voltaje inicial.

**Alejo:** Bueno con lo que fue, pues fue constante y fue de 12. De aquí fue 12, 12, 12, si, ¿no? O no se estoy copiando nena.

**Leobardo:** No, tú si da tu opinión porque me gusta que participes.

**Alejo:** Bueno, fue el voltaje una de ellas.

**Leobardo:** La dos, ¿Qué cantidades, qué cantidades observas que se encuentran relacionadas entre sí?

**Armando:** ¿Qué cantidades qué?

**Alejo:** ¿Qué cantidades observas que se encuentran relacionadas entre sí?

**Frida:** ¿Qué cantidades?

**Alejo:** ¿Qué cantidades observas que se encuentran relacionadas entre sí?

**Leobardo:** No, crees que no lo entiendo.

**Armando:** Yo si no le entiendo a esa.

**Frida:** Para empezar ¿Cómo se llama la práctica?

**Alejo:** ¿Qué cantidades fueron relacionadas?

**Armando:** La neta, yo tampoco le entiendo.

**Leobardo:** Es que yo vi que Fer estaba anotando, y toda la cosa.

**Alejo:** ¿Quién?

**Frida:** Fernando, él si estaba dibujando todo. Pero para empezar, ¿cómo se llama la práctica?

**Alejo:** Pues, no nos dieron un nombre, nada más los datos.

**Leobardo:** De ahí de los datos que tú observaste. Podemos contestar ciertas preguntas.

**Alejo:** ¿Qué cantidades observas que se encuentran relacionadas entre sí?

**Leobardo:** Cuáles se relacionaron.

**María:** Se encuentran relacionadas entre sí.

**Alejo:** Levante la mano el que quiera participar, porque interrumpen a los demás.

**Leobardo:** ¿Qué cantidades observas que se encuentran relacionadas entre sí?

**Alejo:** Pues las cantidades que se encuentran relacionadas entre sí, es el tiempo, el tiempo y la carga que va recibiendo el capacitor, ¿no?

**Leobardo:** Como fueron pasando los 30 segundos, fue aumentando la carga y pues ahí, pues lleva una...

**María:** Pero cuando conectó, después conectó otra cosita ¿no?, al, a una cosa que estaba arriba.

**Alejo:** Es la resistencia y el, ¡Ah! ... el voltímetro.

**Leobardo:** Entonces el tiempo, el voltímetro y la carga que va, que estuvo recibiendo el capacitor, ¿no?

**Alejo:** ¿Qué cantidades cambiaron en el experimento?

**María:** Qué cantidades.

**Leobardo:** Qué cantidades, qué.

**Alejo:** Cambiaron... durante el experimento.

**Leobardo:** El voltaje.

**Armando:** El tiempo.

**María:** ¡Cantidades!

**Frida:** Pues es una cantidad, ¿no?

**María:** Sí, o ¿qué?

**Frida:** Es un concepto, ¿no?

**Alejo:** ¿El tiempo es un concepto?

**Frida:** Pues como estás diciendo, tiempo más..., yo nunca, bueno, yo no veo que ahí tenga numeritos, ¿o sí?

**María:** ¿El tiempo no tiene números?

**Frida:** No, o sea no, no, aquí o sea tú dices que, ¿Qué cantidades cambiaron durante el experimento?

**María:** Sí.

**Frida:** Tú dices que el tiempo, pero a poco el tiempo, bueno el tiempo que si tiene números, pero.

**María:** ¿No es una cantidad en números?

**Frida:** Pero pues no cambió porque siguieron siendo los 30 segundos, ¿no?

**María:** Si cambió, ¿sí está bien?

**Alejo:** Porque estoy tomando de 30 segundos en 30 segundos, ¿sí?

**Leobardo:** No me di a explicar. ¡Eh!, pues si tú pones tu cronómetro para no, para no, digamos, bueno lo puse desde cero y fueron corriendo 30 segundos, 30 segundos y se hizo un minuto. Entonces fue cambiando un minuto, un minuto y medio. No lo volví a reiniciar, de 30 segundos no lo reinicié, sino que lo dejé correr. Y nada más fue, fui este, fuimos tomando lecturas cada 30

segundos, pero no se detuvo en ningún momento el cronómetro.

**Armando:** ¿Entonces el tiempo no es?

**Frida:** Yo siento que no, pero pues...

**Alejo:** ¿Qué otras cosas cambiaron?

**Leobardo:** La carga.

**Alejo:** La carga y la descarga.

**Armando:** La carga.

**Alejo:** La carga y cuando se empezó lo de la descarga.

**María:** Sí, porque no estamos tomando en cuenta eso.

**Armando:** La carga y descarga del... que, que recibió el...

**Alejo:** No, carga y descarga del capacitor.

**Leobardo:** ¿Qué más?

**María:** ¿En qué parte del experimento?

**Leobardo:** El multímetro.

**Armando:** Bueno pero eso se mide con...

**Alejo:** Si, a ver, la cuatro.

**María:** ¿En qué parte del experimento el voltaje creció más rápido?

**Armando:** ¿En qué parte del experimento el voltaje creció más rápido?

**Alejo:** Al inicio creció más rápido.

**María:** Sí.

**Alejo:** El inicio que son, es uno, dos, tres, cuatro.

**María:** Que son cuatro minutos.

**Frida:** Al inicio.

**Alejo:** Que son los primeros cuatro minutos.

**Armando:** Se, se vio un cambio muy, ¿cómo?  
Mmmm... se vio un cambio muy notable, ¿no?

**Leobardo:** La siguiente.

**María:** ¿En qué parte del experimento el voltaje dejó de crecer?

**Alejo:** Yo creo que aquí, ¿no? No como desde.

**Leobardo:** Del 10, ¿no?

**Frida:** De aquí fue más constante, es decir no varió tanto.

**Alejo:** ¿En qué parte del experimento el voltaje dejó de crecer? ¿Dejó de crecer? Cuando llegó al 11.

**Frida:** Yo digo que fue del 11 porque ya no varió tanto.

**Leobardo:** Si yo creo que a partir del 11, ¿no?

**Alejo:** A partir de cuándo. A partir de cuándo la carga llegó a 11.34, ¿no? Porque de ahí ya no creció.

**Leobardo:** ¿Podrías explicar porque Myriam?

**Alejo:** ¿Cómo me dijiste? Que te explicara ¿por qué?

**Frida:** ¿En qué parte del experimento el voltaje dejó de crecer?

**Alejo:** Dijimos que en, a partir de cuándo la carga llegó a su .34 volts, ¿sí?

**María:** A su .34

**Alejo:** 11.34.

**Frida:** ¡Ah! Sí.

**Alejo:** ¿Podrías explicar por qué? ¿Por qué dejó de crecer cuando llegó a ese punto?

**Frida:** Porque ya iba con cierto límite ¿no? O sea ya no.

**Leobardo:** Llegó al límite, o sea la capacidad de volts que llegó.

**Alejo:** Pero también el profesor dijo que hasta ahí tomáramos el tiempo. Hasta ahí dijo que tomáramos el tiempo. Entonces, yo creo que si lo hubiéramos dejado conectado un poquito más hubiera, hubiera aumentado todavía, ¿no?

**Frida:** Hubiera aumentado ya bien poquito ¿no?, porque de aquí ve ya varió bien poquito.

**Alejo:** Pero hubiera aumentado si se hubiera dejado la carga...

**Frida:** Bueno si se hubiéramos dejado más tiempo si aumenta la carga.

**Alejo:** Bueno entonces ¿por qué dejó de crecer en ese punto?

**Frida:** ¿Por qué dejó de crecer? Porque pues, el profesor nos había indicado que hasta un cierto límite ¿no?

**Alejo:** Porque nos dijo que hasta ahí ¿no?

**Frida:** Aunque uno quisiera seguirle, pues no.

**Alejo:** ¿Cuál era la otra pregunta Myriam?

**Alejo:** Que hasta ahí nos indicó el profesor.

**Frida:** Bueno es que ya, dice ¿podrían explicar por qué? Bueno creo que es lo que estamos explicando el por qué.

**Frida:** ¿Qué crees que hubiera pasado si se deja conectado el circuito otros cinco o 10 minutos más?

**Alejo:** Pues yo digo que hubiera aumentado. Hubiera seguido, ¡eh!, hubiera seguido si, recibiendo carga el capacitor y hubiera seguido este, pues.

**Frida:** Pero a poco, bueno si lo dejamos más a poco no hay posibilidades de que, bueno que se quemen esas cosas.

**Alejo:** No, si es la carga esa que utilizaron que fue.

**María:** ¿Cómo?

**Armando:** Si una cierta carga que utilizaron.

**María:** No se puede pasar, llega a un cierto límite.

**Leobardo:** Sí, no le pasa nada.

**Frida:** No pasa nada si lo dejábamos más tiempo.

**Alejo:** No porque no tiene mucha capacidad.

**María:** ¡Ah!, ya.

**Armando:** ¿Tú cómo ves?

**Frida:** Pues nada.

**Alejo:** Bueno de 11.34, ¿tú crees que si hubiera, si se hubiera quedado conectado cinco minutos o 10 minutos más hubiera aumentado, hubiera seguido este, recibiendo carga? Hubiera aumentado eso, de 11.34 hubiera subido un poquito más.

**María:** Sí.

**Alejo:** Si hubiera subido un poquito más, no drásticamente pero sí.

**Armando:** Hubiera no, este, ¡eh!, hubiera seguido recibiendo carga el capacitor y por lo tanto el

voltaje hubiera cambiado, ¿no? Hubiera aumentado más.

**María:** Sí.

**Alejo:** La siguiente.

**María:** ¿En qué parte del experimento el voltaje decrece más rápido?

**Alejo:** Decrece, no decrece.

**Leobardo:** Yo lo anoté así.

**María:** Decrece más rápido

**Alejo:** ¿En qué parte del experimento el voltaje decrece más rápido?

**María:** Cuando se desconecta.

**Alejo:** Sí, al, justo cuando se fue desconectando bajó.

**María:** Sí.

**Alejo:** Bajó, lo desconectamos a 11.34 de ahí dejamos pasar 30 segundos más...

**Frida:** Y ya fue cuando empezó a bajar.

**Alejo:** Y bajó mucho que son 9.73. Al principio que se fue desconectando, ¿no?

**María:** Sí, rápido. Sí fue muy rápido.

**Alejo:** Al principio que se desconectó, la carga muy drásticamente, ¿no? Drásticamente lo notaron.

**María:** Sí, la ocho.

**Frida:** ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje, comparado con la rapidez con la que disminuyó?

**Armando:** Con rapidez llega y cuando lo desconectas con rapidez se va la corriente, ¿no?

**Alejo:** ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje, comparado con la rapidez con la que disminuyó? ¿Observas diferencia en la rapidez? ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje, comparado con la rapidez con la que disminuyó?

**Frida:** Pues si hubo una diferencia, ¿no? Porque dice ¿Observas diferencias en la rapidez con la que creció el voltaje? En la.

**Alejo:** Comparado con la rapidez con la que disminuyó.

**Armando:** Pues sí hubo una gran diferencia.

**Frida:** ¡Aja!, porque aquí dice con la rapidez que disminuye, con la rapidez que va creciendo. Sí, se puede decir que con la rapidez con la que creció era cuando todavía no se desconectaba, ¿no? Y ya cuando se desconecta se puede decir que es la segunda parte que, ¿con la rapidez con la que disminuyó?

**Leobardo:** Sí.

**Alejo:** Es muy obvia la pregunta.

**María:** Bueno, pues.

**Leobardo:** No pues sí es muy obvia.

**Alejo:** Hubo una diferencia muy notable cuando se conectó y se desconectó.

#### **B-4.** Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Olinali, Jordy, Jonás, Fernando y Silverio

**Jordy:** Pues bueno, vamos a hacer una discusión sobre con la medición de voltaje que hicimos anteriormente en la clase. Mi compañero Ali va a leer las preguntas y nosotros vamos a hacer las discusiones.

**Olinali** Ok. La primera pregunta dice. ¿Qué cantidades de la que observaste no varían?

**Jordy:** A ver compañero, ¿Qué opinas tú?

**Silverio:** Las que no varían son la, el voltaje y este, que se le estaba aplicando al capacitor

**Jordy:** Este, tú amigo

**Fredy:** A este de..., ¿Qué podría ser no se? Este, el tiempo ¿no?, porque siempre el tiempo es constante

**Jordy:** Pues también este, pues el tiempo en el que lo tomamos, también este, era constante, era 30 segundos cada, cada toma. No cambió ahí.

**Olinali** Podría decirse que nada más los, los puros volts este, fue lo que no cambió que no varía.

**Jordy:** Si fue una cantidad fija, para que empezara a elevarse. Si

**Olinali** Si fue una cantidad fija para que empezara, ¿no?

**Jordy:** Pues a ver la siguiente pregunta.

**Olinali** ¿Qué cantidades que... que se encuentran relacionadas entre sí?

**Jordy:** Pues que se relacionaron fue, pues el tiempo y el voltaje este, este inicial que se vio. Porque fue 30 segundos y 12, y no cambiaron en medio, y se relacionaron porque cada..., por el

voltaje que se estaba dando estaba haciendo un cambio en el capacitor.

**Olinali** Muy bien compañeros. ¿Qué cantidades que se encontraron ahí en el experimento se relacionaron entre sí? Yo, por ejemplo, pudo haber sido el capacitor ¿no?, y la resistencia, tal vez.

**Jordy:** También puede ser, ¿Tú?

**Silverio:** No pues sí el, eso y se relacionó se relación con el tiempo, porque sin el tiempo pues no.

**Olinali** La segunda pregunta ¿Qué cantidades cambiaron durante el experimento? Yo creo que el hablar de cantidades se podría decir que...

**Fredy:** Fue la temperatura ¿no? Cambió la temperatura, ¿No?

**Olinali** La, el voltaje, el voltaje. Pues no, porque yo creo que el voltaje de, se le aplicó de 12 volts y no cambió. Lo que fue cambiando fue, fue el voltaje de la resistencia, ¿No?

**Jordy:** Ajá, y este

**Olinali** Fue variando

**Jordy:** Claro que estaba variando en el capacitor al iniciar y al ser este, la descarga de ello, estaban haciendo, haciendo esos cambios. También lo que hizo el profe, que pues, al desconectar, este, la, el capacitor de, este, ¿Cómo se llama? Del regulador, pues ahí cambió bruscamente.

**Olinali** La siguiente pregunta es, ¿En qué parte del experimento es voltaje creció más rápido?

**Silverio:** Yo creo que al inicio, que fueron los primeros minutos, porque ya después se fue como alentando.

**Jonás:** Ajá, como dice mi compañero, al inicio este, de, como que fue creciendo un poquito más rápido, ya después, este, de, ya fue un poquito más, más lento.

**Jordy:** Pues, este, fue variando como dicen mis compañeros al inicio, porque, pues el voltaje era poco lo que estaba ejerciendo la resistencia y cuando ya fue elevándose se fue, este, simplificando con la que se estaba dando inicial con el regulador que era de 12 volts, y ya pues, como ya se estaba acercando pues, ya estaba subiendo lentamente porque ya este de la carga, ya estaba llegando a su punto.

**Olinali** Entonces llegamos a la conclusión de que fueron los primeros minutos donde fue, creció el voltaje, ¿No?

**Jonás:** Ajá

**Olinali** Bueno la siguiente pregunta dice ¿En qué parte del experimento, del experimento el voltaje dejó de crecer?

**Fredy:** Cuando, se podría decir, cuando desconectamos el capacitor, ¿No? Fue cuando empezó a disminuir el voltaje, pues

**Silverio:** El voltaje

**Olinali** Si, si yo creo que ahí yo concuerdo con él que fue cuando se desconectó

**Jonás:** Ajá, igual concuerdo con el compañero que fue cuando se desconectó. Fue que empezó a, si porque ya no crecía, sino disminuía.

**Jordy:** Pues yo digo que también si se hubiera dejado un poco más de tiempo el capacitor conectado, pues también hubiera quedado constante porque, se hubiera quedado en 12 volts, porque lo que se estaba ejerciendo a la resistencia era 12 volts, igual hubiera quedado ahí constante.

**Olinali** ¿Podrías explicar por qué? O bueno, podríamos explicar el porque

**Fredy:** Dejó de crecer

**Jonás:** El, el voltaje

**Jordy:** Pues, lo que acabo de explicar hace rato que, pues, como el voltaje se, el que se estaba dando a la resistencia era de 12, pues, ahí ya no, ya no varía. Porque ya es una, ese es un voltaje específico. Ya al llegar la, este, el capacitor a un, al punto, al mismo punto se iba a quedar fijo.

**Olinali** La siguiente pregunta dice ¿Qué crees que hubiera pasado si una vez que el voltaje dejó de crecer, se dejó conectado, si se dejó conectado? Pues yo creo que hubiese avanzado, pues, habría avanzado más ¿No?, pero lentamente. O sea no hubiese crecido el, el, si el voltaje del capacitor, pero hubiese crecido más

**Jordy:** Ajá, y como dije hace rato, de la explicación, que se hubiera quedado constante por la iniciación de la resistencia que era de 12 volts.

**Silverio:** Yo concuerdo con mi compañero. Eh, se hubiera quedado en 12 volts, pero hubiera sido más lento el incremento.

**Jonás:** Pues igual como, como dicen mis compañeros, este, si se hubiese dejado cinco o 10 minutos más, este de, pues se hubiese incrementado pero, un po..., ya

**Jordy:** Hasta 12

**Jonás:** Más, más despacio, más lento

**Fredy:** Y hubiera sido constante

**Jordy:** ¿En qué parte del experimento el voltaje decreció más rápido? Pues, donde decreció más rápido, fue cuando se desconectó y empezó a hacer un brusco cambio, pues porque como ya no estaba recibiendo el voltaje pues empezó a bajar la, este, la electricidad que estaba mandando la resistencia y el capacitor, pues ya no recibía nada, pues estaba bajando, ya hasta ahí ya estaba a punto de apagarse, por eso.

**Jonás:** Si como dice mi compañero, fue cuando se desconectó, ahí hizo un, este, empezó el cambio brusco pues empezó a bajar el voltaje y este de, y este, ahí no sé qué vieron más mis compañeros.

**Jordy:** ¿Observas diferencias en la rapidez en la que se creció el voltaje comparándolo con cuándo disminuyó? Pues, que cuando creció pues empezó

a aumentar así un rápido voltaje, pero ya en un tiempo se, se empezó a alentar, igual cuando se desconectó empezó a bajar bruscamente pero ya en un tiempo determinado empezó a bajar lentamente.

**Olinali** Sí yo, yo por ejemplo aquí veo que cuando se, se, bueno cuando se inició la práctica, pues si empezó una rapidez, mucha y ya cuando se desconectó, yo creo que ahí si fue lo mismo, como al inicio. Como dejó de recibir voltaje, pues

**Silverio:** También creo que, bueno la diferencia es que, al inicio se comenzó más, más rápido la, el, el voltaje, o sea se, se elevó, y ya después cuando lo desconectamos, eh, se, bueno, decreció más rápido.

**Jordy:** Pues, eso sería todo, pues para esta discusión y pues llegamos a la conclusión que, pues, los cambios de voltaje pueden ser variables. Si se desconecta que ya no recibe voltaje y si se, se ejerce.

## **B-5.** Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Lupita, Brad, Betty y Rogelio

**Betty:** En el experimento del voltaje ¿Qué cantidades de las que están involucradas no variaron? El voltaje de entrada que fue de 12 y los intervalos de tiempo que fueron cada 30 segundos.

**Betty:** ¿Qué cantidades observas relacionadas entre sí?

**Brad:** Las cantidades relacionadas entre sí, lo que yo creo fue el tiempo y la forma en que se fue cargando el voltaje fueron las que tuvieron relación entre cada intervalo de tiempo el voltaje iba creciendo un poco más en el capacitor.

**Betty:** ¿Qué cantidades cambiaron durante el experimento?

**Lupita:** El voltaje que almacenó el capacitor. ¿En qué parte del experimento el voltaje creció más rápido? A los primeros minutos del inicio de la carga ya que iba creciendo casi un volt por cada 30 segundos.

**Betty:** ¿En qué parte del experimento el voltaje dejó de crecer?

**Brad:** Lo que yo creo fue que a los últimos minutos, llegando a los 11 voltios, el voltaje empezó a dejar de crecer, ya que sus intervalos y su crecimiento iban disminuyendo cada 30 segundos más hasta llegar a su nivel máximo.

**Rogelio:** ¿Podrías explicar por qué? El capacitor llegó a su capacidad máxima.

**Brad:** Estaba a punto de llegar a su capacidad máxima

**Rogelio:** ¿Qué crees que hubiera pasado si se deja conectado el circuito cinco o 10 minutos más? El voltaje aumentaría hasta que llegue a su capacidad máxima

**Brad:** ¿sí, no? Hasta llegar a su capacidad máxima

**Betty:** ¡aja! Así como ya íbamos diciendo, más lento iba llegar

**Brad:** ¿En qué parte del experimento el voltaje decrece más rápido?

**Betty:** En los primeros minutos de haberlo desconectado. Observas diferencias con la capacidad que creció el voltaje comparado con la rapidez con la que disminuye. Que la descarga fue más rápida.

**Brad:** Si porque al momento que se desconectó el circuito el voltaje empezó a decrecer y fue disminuyendo hasta de 2 volts cada 30 segundos entonces lo que se cree entre nosotros es que cuando se desconectó se fue descargando más rápido a como cuando se cargó.

## **B-6.** Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Olinali, Jordy, Jonás, Fernando y Silverio

**Silverio:** Bueno pues les vamos a comunicar, este sobre, sobre las gráficas de nuestro experimento que fue con el capacitor, y este bueno, nuestras, nuestras gráficas fueron así. Este, nosotros nos dimos cuenta que, bueno, nada más está marcada. Esto fue, bueno aquí fue cuando nosotros conectamos este, la fuente de, conectamos la fuente de poder al capacitor y este, y fue subiendo, bueno fue incrementado el, el voltaje en el capacitor muy, muy rápido, este, nos dimos cuenta que fue muy rápido porque, porque si hubiera sido, bueno, nos dimos cuenta que cambió el voltaje que este, cuando ya llegó a, hasta acá, porque si no hubiera cambiado, hubiera sido de esta manera. Y entonces como, como vimos que es esta, bueno es esta la que hicimos este, nos dimos cuenta que cambió. ¡Eh!, acá iba, este pues, pues muy rápido el, el cambio y acá fue un poco más lento.

**Profesor:** ¿Cómo se da uno cuenta cuando esa gráfica que va más rápido acá y allá va más lento? ¿Cómo lo puedo notar?

**Jordy:** Bueno, lo que nosotros hicimos, de las tomas que hicimos y el tiempo que se dio que fueron 30 segundos, este, hicimos varias tomas, pero lo vimos por las tomas de voltaje que tomamos

**Profesor:** Pero, en la gráfica

**Jordy:** Por eso, por eso, tomamos este, el tiempo y aquí se empezó a expresar así por decir aquí, como dice mi compañero aquí está el tiempo y aquí está el voltaje. Cuando empezó el experimento pues, la, la gráfica empezaron a aparecer los cambios muy rápidamente, porque, estaba iniciando primero, ahora sí el voltaje que se estaba mandando al capacitor.

**Profesor:** ¿Pero eso lo puedo ver en la gráfica?

**Jordy:** Este, si porque se ve una numeración en estos lados

**Profesor:** ¡No!, sin números, sin números

**Jordy:** Bueno este, se van viendo números aquí este, esos números aquí van todo el tiempo que son 30 segundos, y acá van poniendo los tiempos. Y aquí se va viendo cómo se comportaba y por decir este, los tiempos cuando pasaban en este, en este inicio, este se notaban porque, porque como noten la gráfica que va este, este en ascenso y está este, como un ejemplo que está al mismo tiempo, que está como de bajada, este bueno, perdón de subida, ya cuando llegó a su punto fijo que era lo que estaba mandando el generador, que era de 12 y ya estaba llegando a su punto, ya por eso ya el capacitor ya no llegaba este, a hacer este, tomas como tan grandes como al principio porque estaba iniciando, porque ya estaba llegando a su punto fijo y ya estaba haciendo, llegando a la constante que ya no iba a cambiar, bueno, puede ser que hubiera podido cambiar porque la verdad no vimos al final de si llegó a su punto fijo o hubiera cambiado. Al menos, nosotros antes de usar esa gráfica hicimos un, hicimos cambios, porque nosotros al principio usamos la de, la de barras este, pero por decir el profesor nos hizo un argumento, de que ese tipo de gráfica no expresa lo que queremos decir, y ya este, decidimos que la de dispersión que este es más, es más específica pues como puede ser la de dispersión va por puntos, estos puntos. Y aquí se ve que el siguiente, por decir, aquí está el momento del voltaje y el crecimiento del tiempo cada 30 segundos y se ve este, ya la segunda toma que

empezó a aumentar, ¿Por qué?, porque ya este, este, por decir el cuadro que se está expresando aquí en la gráfica ya es más grande y va un poco, a cada toma se va tomando, pero ya cuando empezamos a llegar al último, a las últimas cifras ya no, ya no se veía tanto el cambio, ya no era tan notable. También este, cuando descendió, también este, vimos un comportamiento. Por decir este al, al descenso estuvo en su punto máximo que es este exacto y ya cuando empezó a descender, empezó a descender de una forma rápida. Ya cuando el capacitador ya estaba a punto de terminársele la energía ya empezó a hacerlo más lento, porque como que, bueno de mi parecer el capacitador este, el capacitor digo este, estaba como no derrochando tanto la energía como se, como lo estaba haciendo al inicio.

**Profesor:** ¿Esa gráfica es la del, la del descenso del voltaje?

**Silverio:** Sí, esta

**Jordy:** Sí, porque es la del, es igual a la que usamos, la de dispersión, igual y va tomando como el descenso. Aquí este, empezamos a ver como el peso va a descender poco a poco este, ya en la últimas tomas. Y pues, podemos decir que, ¡Ah!, podemos decir que, por decir este, en el descenso fue más rápido, porque nosotros lo que hicimos fue una regla de tres que nos enseñó el profe que era la primera toma menos la siguiente toma, se restaban y ahí salía la diferencia. Y la empezamos a tomar y ya vimos que la diferencia que el descenso era mucho más rápido.

**Profesor:** ¿El descenso fue más rápido que el ascenso?

**Jordy:** Ajá, porque el ascenso, por decir las tomas que tenemos iban así, iba un poco rápido pero no tanto como en el descenso porque apenas este, el capacitor este, estaba tomando el voltaje, pero ya cuando ya se le desconectó ya estaba perdiendo esa, ese voltaje, ese poder.

**Silverio:** Pero vimos que, digamos en el ascenso, al inicio fue muy rápido, y ya este, digamos que, a partir que de tres cuartos, por ejemplo aquí, ya era más este, menos rápido el ascenso. Ya como que la rapidez de entre la que subía el del voltaje era menos, menos rápido y cuando fue el descenso, éste fue muy rápido, y ya cuando este, igual casi cuando ya iba como tres cuartos, como por aquí, ya fue muy lento, muy lento, muy lento.

**Profesor:** Pero, ¿Cómo es eso de lento muy lento? No entiendo.

**Silverio:** O sea que...

**Jordy:** Tomó, tomó más tiempo que cuando empezaron las primeras tomas de que descendió rápidamente, porque ya cuando fueron las últimas tomas empezó a descender muy poco, ya estaba en 3, 3.3 este, 2.92

**Profesor:** ¿Y eso se ve en la gráfica?

**Jordy:** Este pues, lo vimos porque las comparamos con las dos, dijimos que, por decir en esta el aumento fue grande pero aquí se ve el comportamiento que, que ya en un punto fijo ya empezó a ser constante y acá no, aquí ya este, cuando ya empezó a llegar a ser constante ya fue casi a los finales, y acá a los tres cuartos.

**Profesor:** ¿Entonces la rapidez no se puede ver en la gráfica?

**Silverio:** Pues sí, sí se puede ver porque...

**Profesor:** ¿Cómo?

**Silverio:** Bueno, podemos ver que de aquí a más o menos por acá este, va muy rápido y por eso, le puedo explicar este. Aquí digamos es uno, aquí es dos, aquí es tres, sin en cambio acá si yo le pongo uno, dos y tres. Digamos que aquí fuera  $x$ , entonces aquí también es  $x$ , y entonces aquí ya rebasó. Cuando ya va en el tres aquí ya rebasó a  $x$  y aquí todavía no.

**Jordy:** Aparte lo que hicimos es de que, por decir, hicimos, por decir aquí tomamos la primera toma y la dividimos en la siguiente toma, hicimos lo mismo acá y vimos que, por decir, en estas tomas

disminuyó, bueno hizo una cantidad mucho más grande que la de acá. Y es lo que hicimos para poder diferenciar que si iba más rápido o iba más lento al descenso o al ascenso. Es donde notamos ahí más la diferencia porque hicimos este, teníamos muchas dudas porque no sabíamos si era más rápido el ascenso o el descenso o era iguales. Así que hicimos esa regla de que este, le restamos el primero con el segundo e hicimos lo mismo le restamos el primero con el segundo, y vimos las tomas y ya ahí es donde empezamos a diferenciar que este, que la del descenso era más rápida que la del ascenso.

## **B-7. Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Leobardo, María, Frida, Armando y Alejo**

**Alejo:** Buenos días compañeros, nosotros vamos a exponer lo que es el experimento de voltaje. Primero que nada lo que hicimos fue...

**Leobardo:** Fue la medición del voltaje, que unimos unos caimanes a un circuito.

**Armando:** Bueno aquí vimos el comportamiento de cómo fue elevándose la... el nivel de electricidad y cómo fue descendiendo también en algún momento. Vimos también un comportamiento que fue de una variable en el que al principio del experimento comenzó variando en cantidades muy grandes, y al final lo que ya estaba llegando a su capacidad comenzó a variar en cantidades más pequeñas. Cuando lo desconectamos vimos que comenzó a descender de una manera rápida, y conforme fue pasando el tiempo casi al final su descenso fue aún más lento.

**Alejo:** Bueno, primero que nada, al momento de organizar nuestra, nuestra información fue recabar todo lo que, todos los datos obtenidos, tanto el aumento del nivel de energía y tensión del voltaje como el descenso. Esto, y después esto lo hicimos a lo pasamos a una gráfica, que más o menos fue así, de todo, dado el nivel de cuando estaba en su conectada a la corriente lo que hizo fue, la, la medida fue en aumento pero no fue lineal, sino fue de una forma, como, ¿Cómo se dirá?

**Leobardo:** Parabólica

**Alejo:** Parabólica, ¡Eh!, esto no fue de una forma constante, sino fue variada, y después cuando se desconectó la electricidad fue la, el nivel de energía fue bajando exponencialmente y muy rápido. En la otra gráfica que igual formamos, estoy haciendo,

se, voy a, más o menos mostrar cómo fue el, la, el, la decreción de la, del nivel de energía. Y pues, a la escala de las medidas reales, fue como fuimos, se hizo esta tabla. ¡Eh!, aquí podemos notar que porque, que pues fue de alguna forma muy rápida en la al principio en las primeras tomas, pero en la medida que se va iba aumentando a, a más o menos un promedio de 10 el nivel de voltaje se fue estabilizando su medida. Que fue variando de menor cantidad y de igual manera cuando se desconectó la, la corriente eléctrica, fue bajando exponencialmente muy rápido, y pues a, a las medidas finales se fue estabilizando de igual manera.

**Profesor:** ¿Qué tipo de gráficas son esas?

**Alejo:** Son...

**Leobardo:** De dispersión

**Armando:** De dispersión

**Profesor:** ¿Por qué de dispersión?

**Alejo:** Porque muestran mejor, mejor la las, ¿Cómo se llama?, el nivel que iba incrementando en energía las, las tomas que, cada una de las tomas que se fueron tomando, al contrario, al contrario de la gráfica de barras, que...

**Armando:** Pues nos muestra de una manera más...

**Leobardo:** Simplificada

**Armando:** Ajá, en que, por ejemplo si poníamos una gráfica de barras, nuestro ejemplo podría así. ¡Eh!, no sé. La primera toma, la segunda toma, e iba así siguiendo, entonces no íbamos a poder ver cómo iba mayormente él, el crecimiento.

**Alejo:** Más exactamente.

**Armando:** Ajá, en esta gráfica nos explica que... no sé, entre un punto y otro el crecimiento fue este, y que aquí fue así. Entonces por eso fue que elegimos esta gráfica, porque nos da una mejor explicación de, pue de, de la información.

**Profesor:** ¿Qué información hay en esas gráficas? ¿Qué información se puede extraer de esas gráficas?

**Armando:** Pues de esta gráfica se puede extraer lo que fue el ascenso, el ascenso en la medición del voltaje. Que aquí supongamos que este fue su, su punto máximo, de lo que es el tiempo y el voltaje. Y acá podemos observar que fue el, el descenso.

**Profesor:** ¿Esa gráfica sólo muestra descenso?

**Alejo:** Pues, si porque es la complementación de las tomas totales de, ¿Cómo se llama?, de todo lo, lo que fue el experimento.

**Armando:** Supongamos que, que continuamos de esta, ya que aquí fue el punto máximo en el que se dejó, se dejó conectado. Aquí se comenzó a desconectar y el descenso fue así, fue más rápidamente que el ascenso.

**Profesor:** ¿El descenso fue más rápido que el ascenso?

**Armando:** Si

**Profesor:** ¿Y cómo se ve en la gráfica eso, cómo lo puedo ver, porque yo solamente veo líneas?

**Alejo:** ¡Eh!, mediante las tomas que se fueron dando. Como decía mi compañero, se, se fue tomando punto por punto, e iba una línea de cada toma ¿Por qué?, pues porque fue cada 30 segundos.

¡Eh!, pues, se fueron dando, en esta parte fueron, se fue dando lo que fue el tiempo ...

**Armando:** No, tiempo y voltaje

**Alejo:** El voltaje de este lado, aquí se ve como, como iba aumentando. Y el tiempo como, de cada 30 segundos como iba. Esto, para toda, toda esta gráfica se fue dando por puntos. Cada punto aquí dibujado se encuentra podría ejemplificar la, la medición de cada toma, o sea cada 30 segundos que nivel de energía iba teniendo, hasta llegar a su máxima capacidad. Bueno, por así decirlo, porque no sabemos si iba a ser su máxima capacidad o iba a aumentar un poco más, pero de menor, de menor cantidad. Y pues cuando se desconectó fue decreciendo la toma, de igual manera, porque lo que, lo que esto hizo al momento de desconectar la corriente eléctrica, fue que toda esa tensión, toda esa corriente que corría por ese circuito fue drenándose, por decirlo de alguna manera. Y pues, al llegar a las tomas finales donde se está, lo que, la gráfica que hicimos, lo que fue haciendo fue, se fue comportando de, de alguna forma de manera similar acá, que se fue estabilizando, las medidas fueron siendo más chicas, que no iba a aumentar de 0.5, 0.02, de aquí de esta manera igual.

**Profesor:** ¿No hay más información ahí en esas gráficas? Por ejemplo, ¿Se puede ver si el voltaje creció rápido o lento ahí en esas gráficas o no?

**Alejo:** Si porque el voltaje fue creciendo al principio de las primeras tomas, por decir así, de la, la primera toma de los primeros 30 segundos a, por ejemplo 10 minutos que fue aumentando variadamente de uno o dos voltajes y por ejemplo, llegando, llegando del 20 al 30 la toma del, de la toma 20 a la 30 fue, ¿Cómo sería?, disminuyó

considerablemente la variación entre cada uno, de cada toma.

**Profesor:** ¿Qué significa eso?

**Alejo:** Que al principio iba aumentando demasiado rápido, pero a medida de que fue pasando el tiempo fue desacelerando esa medida.

**Profesor:** Y ¿Cómo se ve eso en la gráfica?

**Alejo:** Porque en esta parte de aquí se, ¿Cómo se llama?, va incrementando, bueno va subiendo muy rápido y aquí se, y aquí en esta de aquí se establece a, ¿Cómo se llama?, no aumenta, no crece como acá.

**Profesor:** Crece diferente, pero la pregunta era, ¿Cómo se ve que es más rápido acá y es más lento allá?

**Alejo:** Porque, la inclinación ya no es la misma

**Profesor:** ¿La inclinación de qué?

**Alejo:** De la, de la gráfica, de, ¿Cómo se llama?, las mediciones

**Profesor:** Y ¿Cómo se ve la inclinación ahí?

**Alejo:** Mediante los, las cantidades tomadas del voltaje

**Profesor:** No, en la gráfica

**Alejo:** ¡Por eso!

**Profesor:** Porque las cantidades tomas del voltaje están en una tabla, pero aquí sólo veo líneas. ¿No está esa información ahí o si está?

**Armando:** No, bueno nada más estamos mostrando el crecimiento que, que tuvo y, al momento de estar tomando el voltaje y el descenso. La rapidez se puede mostrar con la que creció aquí vemos que fue, fue más variada porque entre más crece aquí más, más ¿Cómo se podría decir?, aumentaba, se veía acá, pero vemos que en esta parte de aquí ya no fue creciendo hacia acá sino se fue hacia acá porque, pues ¿Cómo se podría decir?, las tomas ya no fueron tan grandes. Y aquí, bueno en esta parte fue donde creció más rápido y acá donde ya fue más lento y en el descenso aquí bajó más, más rápido acá y acá más lento porque, pues ya se estaba terminando lo que fue el voltaje en el capacitor.

## **B-8.** Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Lupita, Brad, Betty y Rogelio

**Brad:** Buenos días, les voy a explicar lo que entendí, lo que le entendimos mi equipo y yo sobre el experimento del voltaje. El cual este, trató de... meter este voltaje a un capacitor. Lo que pudimos lograr entender fue que, al principio el voltaje fue entrando muy rápido, ¡Eh!, de tal forma que al punto de llegar a su capacidad máxima se iba disminuyendo la entrada de voltaje. Lo que vimos, lo fuimos tomando de en, el tiempo cada 30 segundos para tomar nota de cuanto llevaba de carga. Al momento de su descarga vimos que, que empezó a descargarse más rápido, y al final su descarga fue cada vez más lento. Fue a la inversa de su carga. Como podemos ver sus relación entre su tiempo y su tiempo fue de cada 30 segundos como, repito su... su... su relación entre el tiempo y el voltaje fue de al principio de cada un voltio por cada 30 segundos, me parece, al principio en el voltaje de carga. Y en su tiempo de descarga fue casi de un voltio, 1.5 voltios. Sobre las gráficas que usamos. Mi compañera Betty les va a explicar sobre el tipo de gráfica que usamos y la relación que tenía entre ellas.

**Betty:** Bueno el tipo de gráfica que usamos nosotros es de la gráfica de dispersión, esto para que podamos este, reconocer cuanto fue lo que sube el voltaje y los datos que tomamos. Umm... en la de, en la de carga la gráfica que nos ayudó a analizar los datos fue esta, y la de descarga, fue de arriba para abajo. Entonces aquí fue cuando, esta fue cuando iba aumentando la carga de los, de los voltios y cuando iba disminuyendo

**Brad:** Di cual es la relación

**Betty:** La relación, pues no hay mucha relación, porque fue casi lo mismo, porque aquí. Bueno se podría decir que... ajá, si pero. Bueno al principio en la carga iban cargando un poco más rápido y en la descarga fue de más...

**Brad:** Rápido

**Betty:** De más rápido a más lento

**Profesor:** En la descarga fue de más rápido a más lento, ¿y en la carga?

**Brad:** Su carga empezó en, su voltaje de entrada empezó de un voltio cada 30 segundos, bueno para nosotros nos quiere decir que su carga fue más rápido, a los primeros minutos. Ya llegando a los últimos minutos, ¡Eh!, su carga disminuyó, haciendo que aumentara de cada 0.5 o 0.2 volts por 30 segundos. ¡Eh!, lo que nos dio a entender a mí y a mi equipo que su voltaje fue aumentado, bueno fue disminuyendo cada, cada vez más...

**Profesor:** ¿El voltaje estaba disminuyendo?

**Profesor:** Su voltaje de entrada.

**Profesor:** Si, ¡Ajá! En dónde veo eso. En las gráficas en dónde veo eso.

**Betty:** Bueno es que, en la que hice, en la parte de abajo, me parece que era el tiempo con el que estaba midiendo y hacia arriba era lo iba este, el voltaje que iba aumentando según el tiempo.

**Profesor:** Por eso, pero, ¿Cómo veo eso que me dices? Que el voltaje iba, ya no iba aumentado.

**Brad:** ¡Ah! Por ejemplo, como dice mi compañera que aquí teníamos los intervalos de tiempo y arriba

teníamos el voltaje, bueno la capacidad del voltaje que iba entrando.

**Betty:** Parece ser que son los minutos y este el, el voltaje

**Profesor:** Se iba almacenando...

**Betty:** Entonces aquí, al ----- un voltaje sería 1.65, 2.94, 4.12, 5.15, 6.30. Bueno, entonces serían 30 segundos, aquí ya sería un minuto. Entonces se podría decir que lo que aumentó entre el primero y el otro es, bueno esto es lo que iba aumentando el, el voltaje

**Brad:** Aquí es como se puede ver la, lo que venía explicando que la forma en que iba entrando el voltaje de más rápido, más rápido y que con el tiempo iba disminuyendo, se puede ver cómo iba disminuyendo el voltaje.

**Profesor:** Pero, ¿lo que iba disminuyendo era el voltaje?

**Brad:** No eh, su carg, su, su entrada de voltaje. Conforme que iba entrando el voltaje cada vez era menos el voltaje que entraba. Y aquí podemos ver

ese tipo de descarga, bueno su descarga. El voltaje empezó, bueno el capacitor se empezó a descargar más rápido a los primeros minutos y ya al final que fue, su descarga fue cada vez más lenta.

**Profesor:** A ver, ese mismo tipo de información que está acá, lo podrían poner allá en esa gráfica

**Brad:** No más los datos de descarga

**Profesor:** Sin números, nada más, ¡Eh! Póngale rayitas ahí en el horizontal y rayitas en el vertical y explíquenme ¿Qué significa eso que me dicen?

**Betty:** Bueno en la de, en la de descarga nos dice que al principio se iba descargando más rápido, y ya después iba, iba disminuyendo el

**Brad:** Su descarga

**Betty:** La descarga del voltaje

**Brad:** Como decía mi compañera, de aquí es cómo podemos ver su descarga, al principio fue, fue algo, fue rápido su descarga al principio pasando de cierto tiempo su descarga empezó a disminuir su tiempo, bueno su descarga cada vez era más lento, hasta llegar a cero...

## **B-9.** Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Ruddy, Fredy, Milly, Ricky, Roque y Erick

**Ruddy:** La información nosotros la organizamos, bueno la esa información ya no se tuvo que organizar puesto que en este caso los datos ya nos los fue dando, nos los fue dando, este, pues ordenados. Digamos que de menor mayor se fueron ordenando los datos de voltaje. Conforme fuimos pasando, conforme fue transcurriendo 30 segundos en el, en el cronómetro, nosotros fuimos apuntando primero los datos que empezó con un dato menor hasta llegar a un dato, a un dato máximo. Después de eso que se desconectó lo que hicimos es desconectar la corriente que alimentaba al capacitor y la información obviamente fue descendiendo, fue descendiendo lo que es la, el voltaje y la información fue yendo de mayor a menor.

**Fredy:** Nuestras gráficas las tomamos en cuenta como dispersión. Al mismo tiempo que tomamos los datos de voltaje del capacitor. Los datos fueron de una forma ascendente hasta su mayor capacidad del capacitor, y después en la forma descendente también la gráfica se tomó en cuenta como la de dispersión. Una de ascenso y una de descenso.

**Ruddy:** Bueno nosotros la mayor discusión que tuvimos es este, en las preguntas que el profesor nos dio. Qué pues en realidad no sabíamos lo que, lo que nos trataba de decir o no las analizábamos más que nada, este pero, bueno también lo que discutimos en eso fue lo de la gráfica, no sabíamos que gráfica es la que podríamos poner para que los datos se vieran, este, para que los datos se vieran uniformes, se explicaran más que nada.

**Fredy:** La gráfica la tomamos en cuenta, y tuvimos en cuenta que el ascenso, el ascenso empezó desde cero, hasta este punto. De aquí fue un poco constante. Y en la siguiente gráfica, en la del descenso empezamos, el descenso. Llegamos a un punto. Cuando se tomaron los datos de nuestras gráficas al meter la energía o voltaje al capacitor fue ascendiendo de una manera más rápida.

**Profesor:** ¿Qué tipo de gráficas son esas que están ahí?

**Fredy:** ¡Eh!, de dispersión.

**Profesor:** ¿Por qué?

**Fredy:** ¿Por qué?, Porque en la computadora nos marca unos cuadritos donde, viene siendo lo de dispersión. Viene toda la gráfica y nos viene marcando la forma en la que venía trabajando el voltaje.

**Profesor:** Pero ¿Qué información hay ahí en esas gráficas?

**Fredy:** Los datos de que...

**Profesor:** Imagínate que alguien no estuvo en el experimento, y tú le dices que esa gráfica dice información del experimento. ¿Qué información hay ahí?

**Fredy:** ¿Qué información?, el voltaje del que... se le... se le fue dando al capacitor.

**Ruddy:** Bueno más que nada fue la forma en la que, en la que, el, la, bueno el momento en que nosotros conectamos el capacitor. Conectamos el capacitor entonces ese capacitor, este, fue, bueno, cada 30 segundos fue aumentando y en esa gráfica

se ve, se ve el, la, el ascenso que tuvo ese, esa, esa acción de meterle, de meterle voltaje a ese capacitor.

**Profesor:** ¿Pero, cómo fue el ascenso?

**Ruddy:** ¿Cómo fue el ascenso?

**Profesor:** ¿Sólo, sólo ascendió y ya?, ¿no hay nada que decir?

**Ruddy:** No, el ascenso, el ascenso fue, se fue dando, ¡eh!, cada, bueno se fue dando conforme el capacitor estaba conectado, y este...

**Fredy:** Durante un cierto tiempo se tomaba en cuenta que al capacitor le entraban 12 volts. Durante 30 segundos, bueno los 30, los 30 segundos, este, de los 30 segundos se le fue metiendo, este. Se fue tomando datos. Se fue tomando los demás datos y 12 volts

**Ruddy:** Más que nada en el ascenso, en el ascenso fue, fue un ascenso muy este, bueno fue, ¡Eh!, fue descendiendo, fue ascendiendo muy... muy este, ¿Cómo lo explico? Fue, fue de una manera muy, muy este, se me fue, fue ascendiendo de una manera muy pobre, digámoslo así.

**Profesor:** ¿Qué significa pobre?

Ruddy: O sea que no, no aumentó muy este, muy, ¡Eh!, no, no ascendió muy rápido.

**Profesor:** Muy rápido.

**Ruddy:** Sí. O sea,

**Profesor:** ascendió muy lento

**Ruddy:** ¡Exactamente!, Ajá, su ascenso fue muy lento

**Profesor:** ¿Cómo es que la gráfica muestra eso que dices? Un ascenso muy lento.

**Ruddy:** ¡Ah!, bueno en esta gráfica no lo puedo, no lo puedo, no lo puedo, este, representar, más que en los datos si puedo, bueno es que, digamos que nos da los datos, los datos nos muestra así, fue, fue este, fue ascendiendo pero fue muy...

**Fredy:** Bueno aquí en la gráfica tomamos en cuenta los 12 volts que se le van, este, metiendo al capacitor. Bueno, en la gráfica vemos que tomamos en cuenta los 12 volts que se le meten al capacitor o el voltaje. Entonces toman una curva, toman una curva mediante el ascenso, mi compañero dice que fue una, una forma muy lenta.

**Profesor:** ¿Tú piensas que no fue lento?

**Fredy:** Si una forma muy lenta.

**Profesor:** ¿Cómo sabes que fue lento?

Fredy: Tomando en cuenta el voltaje. Porque si le mentemos un poco más de voltaje va a bajar mucho más rápido. El ascenso es más rápido

**Profesor:** ¿En la gráfica no se puede ver si es más lento o más rápido?

**Fredy:** ¡Ah!...

**Profesor:** En la gráfica que está ahí.

**Fredy:** La línea verde sería la que estamos trabajando...

**Ruddy:** Más que nada se ve porque, porque tiene una, una curvatura, si más que nada, cuando, cuando descendió. Cuando desconectamos el capacitor, descendió en picada. Porque fue más rápido, y fue de, de... Cuando nosotros

desconectamos el capacitor estaba en 10.15. No perdón, en 11.34. Aquí fue el máximo, fue 11.34. Cuando nosotros desconectamos, al tomar, al tomar el dato de los primeros 30 segundos, cuando, cuando descendió, descendió muy rápido que es a 9, a 9.73, a 9.73. Entonces hubo una gran diferencia de entre este 11.34 a 9.73 fue más rápido el descenso.

**Profesor:** ¿Y al inicio no se dio eso?

**Ruddy:** No, en, en el inicio, inició con un voltaje de 1.65 a los primeros datos cuando nosotros. Cuando nosotros tomamos el dato de los primeros 30 segundos, tuvo un ascenso de 2., 2.94, entonces esto y esto no tiene, no fue tan... no tuvo una gran diferencia. Sin en cambio esto sí. De esto fue, digamos un, menos de uno.

**Profesor:** Entonces, ¿Cómo dices que se puede ver la rapidez con la que disminuyó?

**Ruddy:** Porque, la, cuando nosotros graficamos. La gráfica, la gráfica fue, fue en picada, si nosotros, si nosotros hubiéramos graficado, entonces esa gráfica hubiera hecho una, una curvatura porque, porque, porque no hubiera descendido tan rápido.

**Fredy:** La diferencia que tenemos se, se encuentra en el descenso de 1.61. Para, esto cuando va aumentando, la, el descenso fue mucho más rápido como dijo mi compañero, es más rápido, ¿Por qué? Porque aquí se le está tomando en cuenta la energía y acá está la pérdida. El aumento y la pérdida que tenemos en el voltaje en el capacitor.

## Apéndice C: Transcripciones de la tercera actividad

**C-1.** Transcripción del audio del video de la realización de la actividad de medición del peso de las rodajas de una manzana sometidos a un proceso de deshidratación.

**Auxiliar de laboratorio:** Buenos días, vamos a ver el proceso de la deshidratación de la manzana. Alguien me puede decir para que se utiliza la manzana deshidratada.

**Estudiante:** Para postres

**Auxiliar de laboratorio:** Ok!, no sólo la manzana se deshidrata, también podemos deshidratar cebolla, ajo, ¿Qué otro más han escuchado? Las pasas, ¿Las pasas cuáles son?

**Estudiante:** Las ciruelas

**Auxiliar de laboratorio:** Son uvas, son uvas deshidratadas, así se llama la pasa, Exactamente. El arándano, todo ello. Y esos deshidratados, ¿Para qué nos sirven? O ¿Qué es lo que le pasa a un alimento que está deshidratado?

**Estudiante:** Mmmm!, pierde toda el agua.

**Auxiliar de laboratorio:** Exactamente, eliminamos agua, y si eliminamos el agua eliminamos propiedades, eliminamos ¿Qué eliminamos?

**Estudiante:** Vitaminas

**Auxiliar de laboratorio:** ¿Creen que se pierdan?

**Estudiante:** No, no creo, ¡Eh! Hace que duren más, ¿No?

**Auxiliar de laboratorio:** Exactamente, es como un conservador. Pero si llegamos a perder algunos nutrientes ¡Ok!, bueno. Específicamente en el caso de la manzana había comentado con el ingeniero

que si se iba a comer. Me dijo que como van a ser datos experimentales, por lo tanto, pues no.

**Estudiante:** No, si está lavada y desinfectada, y

**Estudiante:** Pero no le echamos ácido cítrico.

**Profesor:** Le echamos entonces sal y, no sé cómo ustedes digan.

**Auxiliar de laboratorio:** Este, para nosotros poder hacer la, la deshidratación correcta y quede el sabor hay que hacer una mezcla. Se pone agua purificada, supongamos que si vamos a hacer un litro, vamos a utilizar un litro de agua, utilizamos 30 gramos de azúcar y utilizamos cinco gramos de ácido cítrico. Para nosotros poder conservarlo. El ácido cítrico para que nos va a servir, para uno, número uno, ven que la manzana luego, luego cuando la partimos empieza a tener un color cafecito, esto significa que se está oxidando, entonces vamos a, con el ácido cítrico hacemos que también no tenga un aspecto muy este, muy oscuro que una ya. Estéticamente se ve pues, feo. Y pues vamos a tender a conservar el sabor. Entonces ahorita con ustedes va a hacer datos experimentales lo primero que vamos a hacer, va a ser un pesado, vamos a pesar la manzana ahorita cuando está con toda su... completita ella sin todavía no se le va a quitar la humedad, entonces voy a necesitar a dos personas que me ayuden a identificar cada este, cada trozo de manzana para que ustedes vayan llenando los datos estadísticos. ¿Quién dijo yo?

**Estudiante:** Yo

**Auxiliar de laboratorio:** A ver compañero, se abrocha la bata de favor. Venga compañero. Con este vidrio de reloj vamos a colocar en la balanza, y vamos a tarar. Se le llama a esto tarado, por lo que lo ponemos en cero para poder obtener solamente el peso de...

**Estudiante:** De la manzana.

**Auxiliar de laboratorio:** De la manzana.

**Estudiante:** Estaba inestable, ya

**Auxiliar de laboratorio:** ¡Ok!, vamos a ver los tamaños y van a ir apuntando. Con esta pinza, bueno, entonces ahorita con la espátula podemos tomar un trozo y la colocamos en el vidrio de reloj. Entonces tenemos que este pesa 5.35 gramos.

**Estudiante:** 5.35 gramos el primer trozo (4:44)

**Estudiante:** ¿No importa el tamaño?

**Estudiante:** No, si, si, si importa, ahorita los vamos a acomodar, este

**Estudiante:** 5.35 gramos el primer trozo

**Estudiante:** Ahora, el siguiente, el que escojas y lo vamos a poner así.

**Estudiante:** ¿Del más pequeño al más grande?

**Auxiliar de laboratorio:** Si

**Estudiante:** El segundo es de 7.64 gramos

**Estudiante:** 7.64 gramos

**Auxiliar de laboratorio:** Otro trozo

**Estudiante:** El tercero es de 7.31 gramos

**Estudiante:** El siguiente es de 4.82 gramos

**Auxiliar de laboratorio:** Ya es que no te dio el resultado

**Estudiante:** El siguiente es de 12.90 gramos

**Estudiante:** ¿Espero que se ponga cero?

**Auxiliar de laboratorio:** Cuando vez que no te da, es que mira, tiene agua.

**Estudiante:** ¿Cada que me aparezca esto lo limpio? Verdad

**Auxiliar de laboratorio:** Si, si tiene agua límpialo y después lo pones en ceros.

**Profesor:** Mantelo presionado unos, unos segundos.

**Estudiante:** ¿No? Ahí.

**Estudiante:** A veces no quiere ¿Verdad?

**Auxiliar de laboratorio:** No, Es que como estuvo un verano aquí donde le caía agua.

**Profesor:** Con la yema, no con la uña.

**Estudiante:** ¿Con la yema?

**Estudiante:** Ya son todos.

**Auxiliar de laboratorio:** Este que está aquí es un horno de microondas pero, pero en los semestres pasados unos chicos de octavo, de Química de la tarde, este, hicieron este secador. Este secador es por, se le llama por ¿?????????. A ver compañero, el que, el que empezó. Mira con las pinzas. Con la pinza mira, ahí están las otras pinzas.

**Auxiliar de laboratorio:** No pierdas el orden.

**Auxiliar de laboratorio:** ¿Ya vieron el orden? Bueno aquí, si al principio esa basurita que sacó, lo estaban utilizando para secar higuerilla. Estaban,

bueno han hecho proyectos y ha ido a concursar los chicos de Taller de Investigación II, y ha hecho con la higuera, han producido biodiesel y la cáscara, esa si no se si, ahora si desconozco en que proyecto la han utilizado. Pero si han gado. Ahí luego podrán venir a ver al Dr. Roberto para que les explique. ¡Ok!, la dinámica de esto es de que vamos a contar dos minutos, ahorita el ing. Salomé ya está, este lleva el control de los dos minutos, a los dos minutos paramos, volvemos a pesar y así vamos hasta que, vamos a ir observando que la, que la manzana. ¿Si vieron más o menos en cuanto estaba el grosor? Vamos a ver que el grosor va a ir disminuyendo, porque lo que le estamos quitando es la humedad.

**Estudiante:** ¿Qué temperatura tiene en el interior?

**Auxiliar de laboratorio:** La temperatura que el horno está utilizando. Ahorita, con este regulador, se supone que ahorita está en la potencia número cinco, que es, que es el máximo. Yo supongo que la temperatura ha de estar, no sé, como unos 50 ahorita lo checamos con un termómetro. Esos datos la verdad si los desconozco. No encontré a los chicos que hicieron este proyecto. Pero ahorita checamos con un termómetro. Como le hicieron la modificación. Cuando ustedes lleguen a hacer proyectos es muy importante...

**Estudiante:** Cinco, cuatro, tres, dos, uno, cero.

**Auxiliar de laboratorio:** Que fundamenten todo, porque luego se quedan aquí en la escuela y uno los anda buscando por cielo, mar y tierra, preguntando ¿Quién hizo esto?, y cómo van sus especificaciones. Volvemos a pesar, checamos si no hay mucha variación, y si no ¿Le parece que le aumentemos un minuto más? O que sea este igual.

**Profesor:** Sí, porque ya empezamos y entonces cambiaríamos. Aquí lo importante es tener una unidad de tiempo, pueden ser dos minutos, o tres o cinco. Pero desde el principio la misma.

**Auxiliar de laboratorio:** Toda la hilera, así y así, y terminamos con esta. Bueno, ven compañero no te vayas, vamos a seguir con el peso. El primero está en 5.28. ¿Cuánto era el peso inicial?

**Auxiliar de laboratorio:** Mira compañero, ven para agilizar esto. Para no perder tanto tiempo, con la ayuda de las otras pinzas vas, ¿Cómo se te hace más fácil? Con ese, si es con ese, entonces límpiale la humedad. El segundo 7.58. El tercero 7.20. El cuarto 4.58. El quinto 12.66. El que sigue 14.47. El que sigue 14.83. El que sigue 11.07. El que sigue 10.86. El que sigue 11.45. El que sigue 11.63. El que sigue 11.30. El que sigue 14.46. El que sigue 14.43. De este no les he dado el dato ¿Verdad? 17.28. El que sigue 14.30. ¿Ya son todos? Y el último 10.83.

**Estudiante:** ¿Va a ser cada tres minutos? ¿Verdad?

**Profesor:** Cada dos minutos.

**Estudiante:** Lo íbamos a hacer cada tres ¿No?

**Profesor:** Cada dos.

**Auxiliar de laboratorio:** A partir de la segunda 7.39, el que sigue 7.00, el que sigue 4.41, el que sigue 12.23, el que sigue 14.06, el que sigue 14.45, el que sigue 10.62, el que sigue 10.30, el que sigue 11.06, el que sigue 11.23, el que sigue 10.82, el que sigue 13.91, el que sigue 13.88, el que sigue 16.59, el que sigue 13.70, y el que sigue 10.31.

**Auxiliar de laboratorio:** 7.33, 6.95, 4.37, 12.11, 13.92, el que sigue 14.34, el que sigue 10.51, el que sigue 10.14, el que sigue 10.93, el que sigue 11.07, el que sigue 10.62, el que sigue 13.73, el que sigue 13.68, el que sigue 16.43, el que sigue 13.55, el que sigue 10.15.

**Estudiante:** 7.26, 6.89, 4.32, 11.95, 13.77, 14.21, 10.38, 9.95, 10.80, 10.95, 10.48, 13.56, 13.52, 16.26, 13.34, 9.95. Esta ya mero, como está muy delgadito.

**Estudiante:** ¿Esa parte nada más?

**Auxiliar de laboratorio:** Ajá, esa parte nada más, ustedes se están dando cuenta de que reducen porque caben más.

**Estudiante:** Les hubieran tomado foto al inicio. 7.19, 6.82, 4.26, 11.81, 13.62, 14.08, 10.26, 9.76, 10.69, 10.80, 10.31, 13.36, 13.32, 16.05, 13.11, 9.79. ¿Son todos?

**Estudiante:** 7.13, 6.76, 4.21, 11.68, 13.48, 13.94, 10.13, 9.58, 10.55, 10.64, 10.14, 13.12, 13.13, 15.85, 12.92, 9.62. ¿Ya son todos?

**Estudiante:** 7.06, 6.69, 4.17, 11.54, 13.31, 13.79, 10.02, 9.42, 10.42, 10.49, 9.97, 12. 97, 12.97, 15.67, 12.72, 9.44 ¿Ya son todos verdad?

**Auxiliar del laboratorio:** ¿Ya terminaron? Bien, ¿Este es el último? Así como este delgadita, así quedan.

**Estudiante:** ¿En cuánto tiempo más profe, se tiene que dejar?

**Profesor:** ¡Ah! No, nada más cuando termine la clase, con los datos que tomamos, con esos va a hacer su trabajo

**Profesor:** No vamos a llegar hasta obtener la, el producto final

**Estudiante:** ¡Ah! Yo pensé que si

**Estudiante:** Como quiera ya sabemos lo que va a pasar

**Estudiante:** ¡Ajá!

**Profesor:** Una pesada más y ya nos vamos

**Profesor:** Antes de irnos alguien quiere comentar algo, ¿Nada?

**Estudiante:** Que faltó mucho para deshidratarse.

**Estudiante:** Que el tiempo varió muy poco

**Profesor:** Que el tiempo varió muy poco, ¿A qué te refieres?

**Estudiante:** Cuando las rodajas eran grandes, su deshidratación era menor.

**Estudiante:** Bueno más bien la deshidratación varió este, bueno el peso si varió más al principio y menos al final.

**Profesor:** ¿Por qué? ¿Por qué te imaginas tu eso?

**Estudiante:** Pues, pues porque ya, como al principio tenía más este, digámoslo así más agua este, se deshidrataba más y ya como hasta el último tenía menos pues ya era

**Estudiante:** Menor

**Estudiante:** Menor la deshidratación

**Estudiante:** Evaporaba menos

**Estudiante:** También que en las primeras pasadas, los tiempos que se sacaban las manzanas se iba viendo un cambio físico en ellas, iban haciéndose más delgadas y se veía un poco más su resequeidad.

**Estudiante:** Cada que abríamos el horno se enfriaban no. Si, cada que, que lo volvíamos a conectar este, tardaba de vuelta en calentar y hubiera sido más rápido la deshidratación de las manzanas

**Estudiante:** Pues conforme las íbamos pesando se vio un cambio muy drástico de peso

**Profesor:** Súbanle al volumen de su radio, por favor.

**Estudiante:** Que, conforme lo fuimos pesando, lo fuimos sacando, se vio que se fueron encogiéndose, fueron ocupando menos espacio dentro del horno.

**Profesor:** ¿Nadie más?

**Profesor:** Bueno a partir de esa experimentación también podemos hacer este, una como tipo de retrogradación sobre también el cuerpo humano que maneja también este, agua que es casi el 80% de nuestro cuerpo. Podemos ver que si nosotros nos quitamos este exceso de agua una parte de esa agua, puede cambiar hasta nuestros tipos de peso, hasta podemos cambiar este, de aspecto.

## C-2. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Olinali, Jordy, Jonás, Fernando y Silverio

**Jordy:** Bueno vamos a empezar con lo las cantidades de las manzanas cuando las empezaron a deshidratar. Este, ¿Qué de las que observaste se encuentran involucradas y no varían?

**Jonás:** Pues las cantidades que se encontraron involucradas serían, fueron el, principalmente el peso y la temperatura pues

**Silverio:** El tiempo

**Jonás:** El tiempo no, el tiempo no cambió, varió siempre

**Olinali** Si concuerdo con lo mismo de mi compañero que dijo. Que, yo creo que, fue mucho lo del, lo de que se pesó en gramos. Si varió mucho su peso, ya al momento de, de empezar a deshidratarlas varió mucho eso.

**Jordy:** Pues las cantidades que no variaron que se encontraron involucradas, fue, este la temperatura que se estaba dando en el, ¿Cómo se llama? El horno. Porque nos dijo la profesora o no se que es, estudiante o practicante, este nos dijo que, este ¿Cómo se llama? Era una temperatura fija que crearon anteriores compañeros. Y también, este ¿Cómo se llama? La electricidad que se estaba mandando, porque es fija, se manda un voltaje fijo. Y el peso inicial de la manzana no cambió, es el mismo, ya cuando empezó a involucrarse este, el horno ya empezó a cambiar por la deshidratación.

**Fredy:** ¿Si, no? Igual concuerdo con mi compañero. Si porque como él dice, empezó de la manzana al iniciarse, al momento que se fue metiendo al horno se fue deshidratando y pues el peso fue variando.

**Silverio:** Fue enterado el peso ya que cuando se deshidrató, este, pesó menos

**Jordy:** ¿Qué cantidades de las que observaste que se encuentran involucradas si variaron?

**Olinali** Las que si variaron, pues....,

**Jonás:** Puede ser el tiempo

**Olinali** fue el tiempo ¿No?, básicamente fue el tiempo.

**Silverio:** Siempre fue constante.

**Olinali** Y yo siento que también la temperatura varió mucho al momento de estarlas metiendo y sacando.

**Jordy:** Pues, si podría ser porque, en lo que las metían estaban a una temperatura y las que se sacaban era otra temperatura. Si se hacía un cambio brusco, por esa razón se tardó mucho el experimento, tardó casi de dos horas, que si lo hubiera dejado fijo hubiera tardado menos.

**Jonás:** Ni aun así no terminábamos, nos faltó, nos hizo falta tiempo, ¿No? Para terminar

**Fredy:** Para llegar al objetivo.

**Jonás:** Pues sí, igual como dice el compañero.

**Silverio:** Yo creo que también varió el peso de cada, bueno de, de un espacio de, adentro del horno, cuando lo sacamos pesaba este,

**Jonás:** Un peso

**Silverio:** Un peso "x", ya después pesaba, este, bueno lo metimos otra vez y pesaba un poco menos y así iba disminuyendo

**Jordy:** ¿Qué cantidades crees que se encuentran relacionadas entre sí? Pues las que se encontraron relacionadas, pues fue el tiempo y este ¿Cómo se llama? La temperatura que estaban dando, porque mediante, estaba el tiempo transcurriendo la temperatura era fija, así que pues, este, se estaba deshidratando un poco más la manzana variando su peso molecular.

**Silverio:** Entonces se podría decir que es el, el tiempo, la temperatura y el peso

**Fredy:** Sí, básicamente

**Jonás:** Si con base a eso, pues igual el, la manzana iba perdiendo, este, menos agua y se iba deshidratando poco a poco.

**Jordy:** ¿En qué parte del experimento la deshidratación fue mayor? Pues, la deshidratación pues fue al inicio, porque cuando tenían mucho más líquido las manzanas. Su líquido era mayor y ahora si su masa era un poco mayor, así que cuando se empezó a exponer este en el horno, pues, hora si, este, la deshidratación fue exacta.

**Fredy:** Si yo creo que, bueno tiene razón en eso porque fue depende del grosor de, de, de cada, de cada rebanada de manzana.

**Silverio:** Y en el peso si dio un cambio brusco de peso si, o sea bajó.

**Fredy:** Pues sí, como dicen mis compañeros ahí fue, este, fue, fue al inicio que se deshidrató más rápido la manzana, ¿No?

**Jordy:** ¿En qué parte del experimento fue menor?

**Olinali** Yo creo que, ¿En qué parte del experimento? Fue como a...

**Fredy:** La mitad, ¿No?

**Jonás:** A la mitad más o menos

**Fredy:** Más o menos a la mitad

**Jonás:** Bueno del tiempo del que llevábamos

**Jordy:** Pues yo digo este, que también fue, este, casi ya al final del experimento porque uno de mis compañeros, no lo voy a mencionar, pero se estuvo equivocando mucho en las cantidades y fue ahí donde se empezó a tardar un poco más el experimento. Fue menor este, ¿Cómo se llama? El tiempo que se fue en el experimento.

**Olinali** O sea fue cuando...

**Jordy:** Cuando se empezó a tomar el error ahí del experimento ya vez que se empezó a tardar un poco y ya hasta el profesor este, ¿Cómo se llama? Este, se hizo un poco de lado para que empezáramos a nosotros a practicar porque ya estaba tomando mucho tiempo.

**Jonás:** Y aun así fue muy constante la deshidratación, porque no era mucho el peso lo que bajaba, sino que...

**Fredy:** Ya era muy lento

**Silverio:** Yo creo que fue hasta el último porque hasta el último fue se deshidrataba pero un poco menos. Como que bajaba su peso pero ya no como en. Al inicio

**Jonás:** Al inicio

**Silverio:** sino ya que de poquito en poquito

**Jonás:** Ya bajaba más, de poquito en poquito.

**Jordy:** Este, crees que haya pasado si lo dejamos cinco o diez minutos más ¿Qué hubiera pasado en el experimento?

**Fredy:** Pues yo creo que...

**Jonás:** Se hubiese deshidratado

**Olinali:** No, simplemente hubiese, no yo creo que si hubiese bajado más su, su peso, pero no hubiese llegado a la deshidratación ya que, ¡Eh! Tendría que estar constante en el horno.

**Silverio:** Si yo creo que igual, y el peso hubiera igual disminuido un poco más.

**Jonás:** Tal vez

**Silverio:** Bueno menos, o sea digamos, si disminuía 10 disminuía ocho u y en la otra, no sé, seis y así.

**Jonás:** Yo creo que, pues, nos hizo falta tiempo, ¿No? Como para llegar al objetivo, pues.

**Jordy:** Yo también, este, bueno no tanto el tiempo, porque tiempo tuvimos, pero es que el tiempo que le dio el profesor este, fue muy poco. Dos minutos fue muy poco. En lo que ¿Cómo se llama? Las sacaron ahí se tardaron como 10 minutos, cinco minutos y pues le daba más tiempo de enfriamiento y otra vez empezaba desde el inicio, no creo, la deshidratación. Por esa razón tardó mucho.

**Olinali:** Entonces por eso estaba involucrada la temperatura, ya sea de, del tipo de ambiente y del horno ¿No?

**Jonás:** Si, si se hubiera aumentado el tiempo pues, hubiera sido más la deshidratación

**Jordy:** Si hubiera este, sido más equilibrado, hubiera sido igualatorio lo, lo que se sacaba y lo que se metía.

**Jonás:** Si, concuerdo con eso.

**Jordy:** ¿En qué parte del experimento decreció más el peso? Pues, desde el inicio, porque fue cuando te, como dije anteriormente, tenía más, este, más, más agua, este, y su peso molecular era más.

**Fredy:** Si, pues si al inicio, como dice mi compañero porque tenía un poco de agua, digamos la manzana, y pues al momento en el que se metió al horno, pues, empezó a disminuir.

**Jordy:** ¿Observas diferencias en la rapidez con la que se deshidrató la manzana comparado con la rapidez con la que disminuyó de peso? Pues, en eso, pues la rapidez en la que se deshidrató fue muy lenta porque, como dijimos anteriormente, le dieron muy poco tiempo para estar en el horno, y pues hora si, su peso tardó mucho en disminuir. Porque eran pequeñas cantidades, hasta si lo vemos en la gráfica, pues, no cambia mucho así, su cambio era muy poco, muy poco y hicimos muchas, muchas líneas para hacer la, ahora si la gráfica. Hicimos muchas tomas.

**Olinali:** Yo creo ahí también tiene que, involucra mucho el, por ejemplo yo llegué a ver que la manzana se iba haciendo un poco más chica, como que se encogía, ¿No?

**Jonás:** Ajá, se iba encogiendo

**Silverio:** Se iba encogiendo, yo creo que, pues, igual

**Jordy:** Adelgazando, como dije el ejemplo de, como el de nosotros si perdiésemos el agua adelgazaríamos porque el 80% de nuestro cuerpo es agua. Pues sería todo, ya terminamos con este, con esta conversación, este, del experimento y explicación de lo de la manzana, de la deshidratación de la manzana, pues gracias y todos nos podemos retirar.

### C-3. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Leobardo, María, Frida, Armando y Alejo

**Frida:** En este audio vamos a hablar de la deshidratación de las manzanas en el laboratorio de química que se llevó a cabo en ello. Para llevar a cabo esto en, pedimos apoyo a la encargada del laboratorio de Química

**María:** ¿Qué cantidades físicas estuvieron involucradas en la deshidratación y qué tan importantes son para que se haya llevado a cabo?

**Armando:** Pues como cantidades físicas estuvieron involucradas tanto el, la máquina que usamos que era un secador.

**María:** Ajá, era un horno

**Armando:** Un horno secador, y la energía eléctrica. ¡Ah! Pues los, todos los utensilios del laboratorio que se utilizaron así como la báscula también con el que se fue pesando.

**María:** Las pinzas

**Armando:** Las, los trozos de manzana, las pinzas

**Leobardo:** Las manzanas

**Frida:** ¿Cuáles cantidades físicas variaron durante el experimento?

**Armando:** Pues cantidades físicas, el peso del, cada trozo de manzana que fue cambiando conforme fue pasando

**Frida:** Se fue cortando, ¿no? Porque tomaron la corta de la manzana

**Armando:** Ajá, si, y también su peso de cada trozo conforme fue pasando el experimento, porque cada tomo salía un peso diferente

**Frida:** ¿Cuáles cantidades no variaron en el experimento?

**Armando:** Pues lo que no varió fue el voltaje del, del horno secador, fue la energía eléctrica

**María:** Yo siento que si varió porque no se apagó, no se apagaba conforme a los minutos, o sea siempre varió el tiempo, no fueron los dos minutos exactos.

**Leobardo:** Si pero nada más variaba unos dos segundos, y eso.

**María:** El tiempo varió más de dos segundos, en algún tiempo que fue cuando se le olvidó a la encargada y a nosotros, desconectarlo, ahí hubo una pequeña dist...

**Frida:** Descontrol, una pequeña variación.

**María:** Si pero no se notó tanto su cambio o su disminución de peso.

**Frida:** ¿Cuáles cantidades no variaron durante el experimento?

**Armando:** Ahora si no varió la cantidad eléctrica del horno deshidratador

**Frida:** ¿En qué instantes de tiempo varió más el peso?

**Armando:** Pues, el peso varió más en las tomas iniciales.

**María:** Fue cuando iba disminuyendo, pues los trozos no eran exactos, se podría decir. O sea faltó un peso exacto.

**Armando:** Ajá, si cada tozo no se sacó en, este, del mismo tamaño que el otro, entonces, como tenían diferente tamaño, su peso era diferente y al momento también. Cada una cambiaba de, en diferente forma

**Frida:** Y el peso pues era diferente

**Leobardo:** Variaba

**María:** Añadiendo que comenzamos con 17 trozos, y en el minuto seis fue cuando se perdió el primero

**Frida:** ¿En qué instantes varió menos el peso? Fue ...

**Leobardo:** Cuando se empezó a dar la deshidratación ¿no?

**Frida:** Ajá, si fue disminuyendo

**Alejo:** En los últimos, en las últimas tomas fue donde me parece que varió un poco menos

**Frida:** Durante el experimento, ¿Qué pasó con el peso? Pues fue disminuyendo, conforme se iba cortando y también se iba deshidratando la manzana

**Frida:** ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que variaron? Pues llevaban una constante, ¿no?

**Armando:** Pues si llevaban una constante pero no era la misma, puesto que cada trozo tenía un tamaño diferente.

**Leobardo:** Iban variando por su peso, ¿no?

**Frida:** Ajá, ¿Identificas alguna relación entre las cantidades que variaron? Pues al principio se llevaba una constante, pero ya después se perdió porque, pues eran diferentes los trozos, y obviamente conforme la deshidratación se iba perdiendo peso

**Armando:** Si, e iba siendo más lento el, el cambio

**María:** Ajá, pero bueno. Al principio era más notorio, o bueno era más factible que tu dijeras va a disminuir alrededor de 17, bueno 0.07 gramos que al final, que disminuía de 5, 4 y en algunos era alterado.

**Armando:** Dos, sólo dos gramos

**Frida:** Dependiendo de cómo fue el corte del trozo

**Frida:** ¿Qué hubiera pasado si no se desconecta el deshidratador y se deja cinco minutos más? Pues yo creo que se hubiera perdido más trozos

**Armando:** Se hubieran perdido, los trozos hubieran perdido una mayor cantidad de peso, ya no en cada toma así. Sino pues que al término hubieran pesado menos que con los cinco minutos más.

**Frida:** ¿En qué actividades propias de la industria se pueden ubicar este tipo de procesos?

**Armando:** Pues como en los, en las industrias alimentarias. En las empresas que se dedican a hacer, pues todos los frutos secos o algunas este

**Leobardo:** En las deshidratadoras

**Armando:** Algunos suplementos con, con sustrato de, de este tipo de alimentos

**Frida:** ¿Notas alguna diferencia en la variación del deshidratador cuando estaba conectado a la corriente eléctrica y se llevaba a cabo la deshidratación de la manzana y cuando estaba desconectado?

**Armando:** Pues no, la corriente eléctrica no variaba sobre el deshidratador, sólo variaba el peso al salir las manzanas, cada trozo.

**Frida:** Bueno, conforme a la base de datos que se recopiló en la deshidratación de la manzana. ¡Eh! Como equipo llegamos a cabo, o nos organizamos para realizar la gráfica. Bueno en ella pusimos, o se colocó lo que fue la cantidad de tramos que se llevó a cabo, la temperatura y el tiempo. Ahí identificamos conforme fue disminuyendo y aumentando la medida en gramos.

**María:** Los trozos están por, por color en la gráfica y se va bueno, se declara cual fue su aumento, su disminución, porque ahí no hubo un aumento.

**Frida:** Si disminuyó conforme a la deshidratación de la manzana.

#### C-4. Transcripción del audio de la discusión al interior del equipo de Lupita, Brad, Betty y Rogelio

**Brad:** En el experimento de la deshidratación de las manzanas ¿Qué cantidades de las que están involucradas no variaron? Este pues, nosotros este, consideramos que la que no vario este, pues fue la temperatura

**Betty:** La temperatura. Ya que estuvo el este, ¿cómo se llamaba? El horno en una cierta temperatura y pues no, nunca la cambió.

**Brad:** ¿Qué cantidades observas relacionadas entre sí? Este, pues nosotros consideramos que están involucradas todas, porque pues tiene que el, el horno tenía que estar a una cierta temperatura para que se llevara la deshidratación y variara el peso de las manzanas y pues tenía que pasar el tiempo para que eso sucediera. Este, ¿Qué cantidades cambiaron durante el experimento? este, pues una fue el peso de las manzanas y otra pues el tiempo. ¿En qué parte del experimento el peso deo de crecer?

**Betty:** De disminuir

**Brad:** Bueno de disminuir. Este pues que en este caso pues como tal en ningún momento deja de disminuir porque este

**Betty:** Se está deshidratando

**Brad:** Pues si estaba en su proceso de deshidratación quizá ya en las últimas tomas que se estaban haciendo, este, disminuía un poco más lento pero como tal nunca deja de disminuir. ¿Podrías explicar por qué? Pues como tal pues yo creo que la deshidratación de manzana pues como de cualquier otra cosa pues es este, pues no como tal no se va a llegar así hasta un punto específico a solamente que hasta que ya

**Betty:** Ajá hasta que tu consideres que ya

**Brad:** Que ya está este, pues ya no, ya tú la quieras así. ¿Qué crees que hubiera pasado si deja conectado el horno 5 o 10 minutos más? Pues como ya lo habíamos dicho este, no va a dejar de crecer este, bueno de disminuir el peso este, si lo hubiéramos no importa, yo creo que si lo hubiéramos dejado otros 5 minutos a lo mejor ya hubiesha sido muy mínimo lo que iba ir bajando su peso pero como tal si hubiese seguido bajando o disminuyendo este, su peso.

**Rogelio:** ¿En qué parte del experimento el peso decrece más rápido?

**Brad:** Este consideramos que ya fueron en las últimas tomas

**Betty:** No Rogelio en las primeras tomas

**Lupita:** si en las primeras

**Brad:** Ah sí, de las que crece si, en las primeras tomas este, que, que se empezó eso de, se empezaron a hacer este es donde empieza a decrecer más rápido

**Rogelio:** ya que las bueno las rebanadas de manzana tenían más líquido ya conforme iba pasando el tiempo se iban deshidratando obviamente iban perdiendo líquido y ya cada vez perdida un poco menos.

### C-5. Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Ruddy, Fredy, Milly, Ricky, Roque y Erick

**Ricky:** Bueno compañeros. Somos el equipo número dos este, vamos a explicar la información que obtuvimos después del experimento de la manzana. Bueno lo que nos pudimos dar cuenta, es que, bueno primero pesamos la manzana sin haberla metido al horno y me di cuenta de que pesó más que al meterlo al horno

**Milly:** Este como lo está diciendo mi compañero antes de empezar con la deshidratación este, pesamos las rodajas de cada parte de la manzana este, de esta forma después ya cuando la metimos, ya empezamos como ahora ya con la deshidratación cada que pasaban dos minutos este, se iba tomando lectura de... o los datos que obtenía cada rodaja de la deshidratación de la manzana. De esta forma pudimos observar que antes de meter la manzana al horno, pesaba más que ya cuando la metimos. Y ya después nos pusimos de acuerdo para ver qué tipo de gráfica íbamos a poner, que habíamos observado antes de la deshidratación y después de la deshidratación.

**Fredy:** Bueno las gráficas que tomamos en cuenta fueron de dispersión. Tomamos en cuenta el tiempo y el peso de la manzana. El tiempo fue de dos minutos la toma de... de los datos obtenidos. El primer este, y el peso de la manzana. El primer dato de la manzana fue de 5.35 y al término fue de 0.07 gramos. Aquí observamos que cada ocasión que metimos las manzanas al horno perdían alrededor de un gramo por dos minutos de tiempo.

**Roque:** Bueno en el, en el experimento este, las manzanas conforme empezó la deshidratación, empezaron a disminuir el peso, en la gráfica se representaba este, la pérdida del peso conforme el

tiempo y la deshidratación. Y así nuestra, bueno nuestra gráfica iba disminuyendo el... conforme iba perdiendo... conforme iba perdiendo el peso iba disminuyendo la, el nivel de la gráfica.

**Ruddy:** Bueno más que nada lo que pudimos observar en el experimento de las manzanas es este, bueno lo que tratamos de, el punto era el deshidratar, el deshidratar las manzanas, y nosotros, bueno lo que hicimos es, cada dos, cada dos minutos tomar este, meter, meter las manzanas, meter las manzanas al, al horno de microondas, dejar pasar dos minutos y después pesarlos, pesarlos antes de que entraran al, al horno y después de...!Eh! lo que pudimos observar después de, de cada peso es de que iba disminuyendo su masa. Iba perdiendo, se iba deshidratando e iba perdiendo agua, e iba, se iba oxidando más la manzana y se iba haciendo un poco más este, más transparente e iba reduciendo su tamaño.

**Profesor:** La gráfica ¿Qué significa? ¿Qué información está dando la gráfica? ¿Por qué solamente veo dos puntos? ¿Cuántas mediciones se hicieron?

**Ruddy:** Se hicieron, bueno el total de las manzanas fueron 16

**Profesor:** Para cada rodaja de manzana ¿Cuántas mediciones se hicieron?

**Ruddy:** Para cada, para cada rodaja se hicieron, bueno fueron durante. Para cada rodaja pues se iba tomando datos diferentes, se iba este

**Profesor:** ¿Para cada rodaja se iban tomando datos diferentes?

**Ruddy:** 15, se iban tomando 15 datos.

**Profesor:** 15, pero solamente veo dos. Pero a qué te refieres con tomar datos diferentes. ¿Qué no se tomó el mismo dato para cada rodaja?

**Ruddy:** Si

**Profesor:** Entonces ¿Por qué son diferentes?

**Ruddy:** Bueno, no me supe explicar en eso

**Profesor:** ¿A qué te refieres con diferentes?

**Ruddy:** Bueno no supe explicarme. Como usted dice pues, a todas las manzanas le dimos este el mismo, hicimos los mismos pasos para todas las manzanas y, bueno todas nos arrojaron datos diferentes en el peso.

**Profesor:** Todas arrojaron pesos diferentes

**Ruddy:** Si

**Profesor:** Y luego, ¿Por qué solamente veo dos valores ahí? Y veo como una especie de campanita, primero horizontal, luego decae y luego... como que es una recta

**Fredy:** Bueno la gráfica principalmente nos muestra la deshidratación de la manzana y como tal nos muestra dos datos, el inicial y la final.

**Profesor:** Pero ¿por qué sólo la inicial y la final?

**Fredy:** Para ver la pérdida de agua en las manzanas.

**Profesor:** Pero si sólo necesitaran la inicial y la final, entonces ¿cuál fue la razón de tomar 15 datos?

**Fredy:** Bueno la razón del porque las puse, fue nada más para dar el, la explicación de cuanto, cuál fue el peso inicial y cuál fue el peso final de la manzana después de, del tratamiento que se le dio en el horno

Profesor: Pero con sólo dos datos, ¿puedo saber exactamente qué pasó?

**Fredy:** No

**Profesor:** ¿Entonces? O sea, yo no te estoy pidiendo que pongas más datos ahí en la figura. Sino, quisiera saber. Que me explicaras cuál fue el comportamiento general de los datos.

**Fredy:** ¿El comportamiento general de los datos?

**Profesor:** Si, ¿por qué sólo pones dos? Y unes con una línea recta el principio y el final nada más. ¿Qué quieres decir con eso?

**Fredy:** La pérdida de peso que tuvo la manzana durante el tiempo que se le aplicó el calor, la deshidratación

## C-6. Transcripción del audio de la presentación en sesión plenaria del equipo de Mónica, Patricio, Eddibo y Bredit

**Patricio:** Hola que tal. El procedimiento que nosotros llevamos a cabo para realizar esta actividad fueron los siguientes. Principalmente este, nosotros íbamos este, anotando las... las

**Mónica:** Los pesos de 16 o 17 trozos de manzana de distinto tamaño. Las gráficas que hicimos de los pesos nos quedaron así.

**Patricio:** Nosotros lo primero que hicimos fue ordenarlo de mayor a menor. Cuando iban haciendo los cortes de la manzana este, se observaba que no todos eran iguales. Unos incluso eran más grandes que otros. Pero al final, nosotros los fuimos ordenando de esa manera para que la gráfica este, quedara más este, se diera, fuera más entendible.

**Mónica:** Bueno fueron 17 trozos de manzana los que pesamos cada determinado tiempo. En este caso no hicimos como tal las 17 gráficas, sino que nos basamos básicamente en una, porque podíamos ver con que peso iniciaba. Que se supone que, digamos este fue su peso inicial, el peso número uno y su peso final, que fue con el que terminó. Pero como todos los trozos de manzana sufrieron, o sea perdían agua. Este, si graficábamos los 17 trozos iban a quedar de la misma manera. Por qué, porque se ponían los mismos datos, peso inicial y este, las veces que las pesamos hasta llegar a su

peso final. Entonces este, podíamos observar que era casi la misma, la misma gráfica la que nos salía para cada trozo de manzana. Pero este, lo único que cambiaban, a lo mejor eran las cantidades, pero podríamos ver que eran, el mismo comportamiento lo tenía cada trozo.

**Profesor:** ¿Qué información hay en esa gráfica?

**Mónica:** ¡Eh! La cantidad de agua que perdían. Así inició y así terminó

**Profesor:** Pero ahí solamente son dos puntos ¿Por qué unes los dos puntos con una línea recta?

**Mónica:** Es que eran más. Eran las veces... Aquí iban las veces, por ejemplo que las pesamos y aquí iban distintos, distintos puntos. Fueron 17 veces que las pesamos, aquí van los 17 puntos que... indicando que peso tenía.

**Profesor:** ¿Pero a poco todos caen en una línea recta?

**Mónica:** No. Era parecida, más o menos, o sea. Parecida a esto. Recta, recta no era, pero si se veía un... Una pérdida de agua.

**Profesor:** ¿Qué tipo de gráfica es ese?

**Mónica:** Usamos una gráfica de dispersión, pero con línea

## Apéndice D: Transcripción de la entrevista final

**Profesor:** Bueno, la intención. Ustedes son los representantes de todos los equipos.

**Estudiante:** Pues sí, todos.

**Profesor:** Vamos a, el que quiera dar su opinión, pida la palabra y se la damos. Hace su opinión. Lo que si les voy a pedir es que el que dé su opinión trate de hablar un poquito fuerte, porque el micrófono no es muy sensible y entonces, si no es, su participación pudiera ser buena pero si no la escuchamos, pues no sirvió de nada, ¿Sale? Entonces la intención de preguntarles a ustedes como representantes de su equipos que no fueron. O sea yo no los elegí a ustedes. Ustedes o se autodenominaron, o fueron elegidos por su equipo o no vinieron, los de su equipo no vinieron. Lo que haya sido, o sea no hay ninguna, no hubo ningún proceso de discriminación aquí, de que tu si porque me convienes o tu no porque no sabes nada, yo que sé. Es mera coincidencia, entonces, aquí durante el curso hicimos tres experiencias, que se supone eran experiencias o experimentos que relacionaban cosas de nuestra vida cotidiana. Tal vez el hervir agua, y el ¿Cómo se llama?, el medir la temperatura del agua que está hirviendo, es decir, bueno es que eso si es de la vida diaria ¿Qué aplicación industrial podría tener? Bueno, pues yo creo que las empresas de alimentos, por ejemplo las que hacen jamones, utilizan, tienen que hervir algo y que ahí como quiera que sea tienen que estar pendientes de la temperatura. Le agregan calor, se esperan, van midiendo la temperatura para que no se queme el producto y van esperando el tiempo para que se cocine bien, por ejemplo, o cuando hacen cerveza, la cocción de la cebada y todas esas cosas ¿No? O sea, el conocer procesos en los cuales está

involucrada la temperatura, industriales es altísimo. Otro lado, este, otro experimento consistió en ver como se cargaba y descargaba un capacitor. Podrían decir, tal vez esa experiencia no es tan de la vida diaria. Porque no todos los días vemos eso. Tal vez nos dijiste que ahí había un capacitor y nosotros algunos ni lo vimos. Y había un aparato ahí y que estaba marcando numeritos, podrían decir, es que eso no tiene ningún significado para mí. Porque ni vi el capacitor, ni se los cables que estaban ahí no sé lo que hacían. Ni tampoco sé qué hace ese aparato, yo nada más vi numeritos que cambiaban conforma iba pasando el tiempo, ¿Sale? Y la otra experiencia fue la de disecar manzanas. Tal vez la estrategia que agarró la práctica no fue muy buena. Tal vez nos dejamos manejar por el laboratorio, la forma en la que la hacen en el laboratorio. Hicimos 16 rebanadas de manzana, y tan sólo en el medir se nos fue toda la clase, tal vez si hubiéramos hecho de sólo de unas tres o cuatro rebanaditas hubiéramos en lugar de haber todo 16 lecturas, 30 o 40 lecturas ¿No? Y eso hubiese sido más significativo, tal vez para ustedes, en el sentido de pensar que ese proceso, pues tiene aplicación industrial y tiene un alto valor económico. Sin embargo, ahí dentro de las cosas que se comentaban entre ustedes cuando estábamos platicando, cuando se estaba haciendo la toma de notas, alguien dijo, en realidad ya sabemos lo que va a pasar. Yo debo suponer que, estaban diciendo que, ya sabemos que va seguir perdiendo agua y se va a ir secando hasta que momento, pues hasta el momento que digamos ya está lista y ya la podemos comercializar, si ¿No? El comportamiento que va a tener el peso con el tiempo, conforme va pasando el tiempo en el disecador, pues, ¡Eh!, según lo

vimos, no vimos gran parte, solo vimos una partecita que parece lineal ¿Verdad? Pero más allá no. Entonces la primera pregunta de todas esas es, la intención de esos experimentos era que ustedes lograran un entendimiento más profundo, o que fuera dándose un entendimiento más progresivo y más profundo del concepto de función, ¿Hasta qué grado desde el punto de vista de ustedes creen que se logró ese objetivo? Pueden decir, algunos de ustedes podrían pensar, nada por esto, por esto,... y algunos podrían decir, depende como lo sientan, sí, yo pienso que sí por esto, por esto,... ¿Quién quiere la palabra? Bueno, piénsenlo. No hay restricción de tiempo para pensar.

**Estudiante:** Bueno, este, yo pienso que pues no logramos ni el 50% del entendimiento que quería usted este, enseñarnos así, este, que lográramos el objetivo, y este es porque, en lugar de que tomáramos seriamente el experimento a veces unos y otros sí prestaban atención, y algunos estaban jugando y ni siquiera le tomaban importancia, y desde ahí empezó ya a tomarse mal el experimento, después usted nos mostró unas formas para poder este, entender el comportamiento mediante una gráfica pero trágicamente, nada más aprendimos pero no comprendimos lo que debía expresarse en esa gráfica.

**Estudiante:** Eh, bueno creo que más que nada es de que no pudimos, ¡Eh!, en mi caso, en el caso de mi equipo, ¡eh! Pues no todos estuvieron presentes en lo que es este, en lo que fue el experimento, algunos de ellos ni siquiera sabían de qué se trataba y bueno, no llegamos a al resultado de, que el profesor quería. Que era, mediante una gráfica explicar todo, todo el proceso que nosotros tuvimos en, en, pues mediante los experimentos.

**Profesor:** Los voy a interrumpir un momentito. No están hablando por su equipo. Es yo, yo creo.

**Estudiante:** Bueno es que, personalmente si yo creo que no le puse el interés en, en saber cómo era el comportamiento de, de la gráfica en, en que momento descendía más, en que momento descendía menos, y pues al no ponerle ese, ese interés, pues nunca pudimos hacer lo que es la tasa de cambio frente a usted cuando la expusimos.

**Estudiante:** Y yo creo que también si desde un inicio, no se tuvo esa comprensión, pues fue igual así con los experimentos que siguieron a continuación, o sea, que siguieron, si no entendimos el primero, pues menos entendimos los demás.

**Profesor:** A ver, yo los voy a interrumpir un momento en este sentido. Es como si fuera un balance en este momento, no es que pasó en aquel entonces, sino más bien hacer una reflexión de lo que yo sé ahora del concepto de función. Sea con este, habiendo hecho los experimentos o no. Sea el que yo lo haya construido con otras ideas que vimos en el pizarrón y otros ejemplos haciendo uso de otros medios, tal vez gráficas, Geogebra y todo eso. Si no más bien, lo que les estoy pidiendo en este momento es que hagan un balance y que me digan en función de lo que ahora saben, que tanto contribuyó el haber hecho esos experimentos para entender un poco más, o un poco menos si fuera el caso, el concepto de función. O sea, no una explicación de lo que pasó, de lo que no hicimos, sino algo como decir. Qué bueno que hicimos los experimentos porque junto con lo que vimos en clase y lo que pudimos ver en esas experiencias puedo conjuntar esto, o definitivamente no, nada, ¿Si me doy a entender? Creo que hemos empezado

mal la idea, ¿Verdad? Como que queremos justificarnos y en unos, en ningún momento yo quiero que ustedes digan lo que yo quiero oír, sino que hagan una reflexión y digan, haciendo un balance yo creo que. Si apoyó el haber hecho los experimentos para que yo entienda lo, bueno eso favoreció para que yo haya entendido el concepto, hasta el nivel donde lo hayan entendido. O no, simplemente no, fue intrascendente. Yo creo que sólo fue pérdida de tiempo, o cosas, no se...

**Estudiante:** Pues si favoreció ¿no?, porque, por ejemplo usted nos estaba ahí explicando las gráficas y todo eso ya en clase y pues nos dimos cuenta de que todo iba relacionado junto con los experimentos, y que pues, son herramientas que sirven para saber porque suceden los cambios.

**Estudiante:** No, y más que nada, yo creo que di cuenta en que, ¡eh!, más, más que nada como es que se relacionó eso, ¡Eh!, como, como es que yo podía poner una gráfica, ¡eh!, con las instrucciones que, que usted me dio. Y poder explicar bien, pues ese trabajo y pues relacionar todo y hacer un buen, una buena presentación.

**Profesor:** Bueno, vuelvo a interrumpirlos, el objetivo no era haber hecho una buena presentación. El objetivo era entender cada vez mejor el concepto de función. Nuevamente, no, no interesa si la presentación estuvo muy fea. ¿Si me doy a entender?

**Estudiante:** Pero en ese caso yo creo que, sería un enlace ¿No? Porque si hubo una buena comprensión, si hubo una buena relación en lo que usted nos dio, hubiera, este, en relación a eso la presentación hubiera estado bien.

**Profesor:** Si pero me refiero yo a un balance hoy. La presentación estuvo muy mala porque en su momento me faltaban herramientas para poder expresar lo que yo veía. Pero hoy, hoy haciendo un balance creo que, si hubo mejoras, no hubo mejoras, en lugar de mejorar estorbó, cosas por el estilo.

**Estudiante:** Pues más que nada se llegó a una mayor comprensión no, del porque suceden los cambios, o sea una explicación se puede decir matemática.

**Estudiante:** Yo creo que estuvo muy bien que hayamos hecho los experimentos, porque, en lo personal yo nunca había hecho un experimento matemático de, pues así, y eso me ayudó a comprender un poco mejor el cómo, como graficar, comprender que necesito del tiempo para que cambie algo, ¡Eh! Y pues, ahora comprendo mejor este, mejor el concepto de, de función. Porque no lo comprendía muy bien, más bien no lo, solamente tenía una idea pero no, no sabía bien como era.

**Profesor:** ¿Cuál es la idea que tenías?

**Estudiante:** La idea era pues, pues que sí iba cambiando conforme iba pasando el tiempo, iba cambiando este, también la medida. En el caso del experimento, o sea tenía una, había una función entre, ¡Eh!, entre dos...

**Estudiante:** Variables

**Estudiante:** Pues entre dos variables, una dependía de otra, como podría, como una puede disminuir y la otra aumentar, o disminuir también, o al contrario.

**Estudiante:** Pues, bueno pues, mediante este experimento, pues yo fui viendo que, en lo personal

que, antes yo en lugar de, como ahorita que pienso yo un poco ya más mis, mis respuestas y las razono un poco más, para llegar a la respuesta ahora ya busco respuesta actualmente, antes nada más yo esperaba la respuesta y es donde estaba mal porque en lugar de que, tener una comprensión del tema nada más lo aprendía y era un conocimiento vago, y ya mediante el, mediante el experimento vimos que nada más un tema podemos abordar un, suficientes temas y de ello llegar a una respuesta un poco más argumentada, este, por decir lo de la gráfica que vimos tasa de cambio, lo de pendiente, lo de cómo sacar la secante, lo de tangente y eso, y pues mediante, vamos aprendiendo, yo la verdad tengo un poco de dificultad de aprenderlo porque, pues porque nunca había tenido así un profesor que tuviera un poco más de compresión, así de poder este, explicar las cosas poco a poco, así porque, pues a mí parecer yo no aprendo así como mis demás compañeros que aprenden más rápido, o así, este, y pues me gusta esa forma de que pues, de tener un poco más de paciencia para mostrarlo. También este, pues marqué, ahí marqué mis errores de que no debo de esperanzarme nada más en que me enseñen las cosas que también yo tengo que buscar, esa, esa respuesta mediante medios que ya están actualmente, que son Internet, bibliotecas, etc.

**Profesor:** Los interrumpo un poquito aquí. Seguramente no es la primera vez que tenían el acercamiento a la palabra, incluso a la palabra función. De alguna manera ya la habían abordado en algún lugar, en el bachillerato, tal vez en la secundaria, o donde haya sido. Yo quisiera que recordaran, como fue, digamos ese primera acercamiento al concepto. ¿Qué es lo que creían antes de llegar a este curso? Que era una función, porque ya habían tenido un acercamiento, tal vez

muy vago, pero, que es lo que creían que era una función exactamente. Les repito nuevamente, la intención mía era la de acercarlos la idea de que las funciones están en lo que hacemos todos los días. Pero muchas veces el acercamiento a ese concepto es diferente, depende del estilo del profesor, depende del lugar, depende de muchas cosas. Entonces, yo quisiera que me hablaran de cómo había sido su experiencia previa, el acercamiento que otros profesores u otra, en otros cursos había tenido con el concepto de función, el que sea. Traten de recordar, no importa si nos tardamos un poquito y expresen lo que, lo que ustedes crean, lo que llegue a su mente. No me digan que nunca lo vieron, porque eso no es cierto, si lo vieron, pero tal vez tenían una idea muy vaga porque la forma de abordarlo en aquel entonces fue de una manera y ahora tal vez sea diferente y ahora a lo mejor lo ven peor o lo ven mejor, lo que sea. Nuevamente les digo, no es lo que creen ustedes que es lo que yo quiero oír. Yo quiero escuchar lo que es, lo que piensan, lo que realmente pasó.

**Estudiante:** Pues yo cuando llegué, yo pensé que tenía el conocimiento de que sabía lo que estaba haciendo, porque pues, la manera de que a mí es nada más llegar a una respuesta y no saber porque llegué a esa respuesta. Por esa razón cuando llegué aquí, llegué en cero, ahora si llegué en cero, porque este, lo que yo sabía era, no puedo decir que mentira pero no tenía el entendimiento de porque llegué a esa, a esa respuesta y a ese argumento. Por esa razón este, cuando empezaba a abordar este, este curso, pues empecé a comprender de que las cosas no eran como yo las tomé, que al igual que yo también tuve un error también el maestro, en lugar de enseñarme porque llegó a ese resultado o a esa operación, este, no me lo enseñó y nada más

me dio la respuesta y así me la pasé viendo, nada más con respuestas.

**Profesor:** A que le llamas respuestas

**Estudiante:** Que nada más me daba el este, el hacer el chicharronero. Que nada más hacía unas pocas funciones, y llegaba al resultado, y nunca, no le daba una buena comprensión, o un complemento hacia mis respuestas nada más llegaba y si estaba bien o si estaba mal, no le tomaba importancia.

**Estudiante:** Lo que pasa que antes entendíamos, bueno yo mi parecer entendía que función era una fórmula, lo cual acá ya, pues se desmienten muchas cosas que aprendimos en la preparatoria por ejemplo.

**Estudiante:** O era una ecuación por resolver, o sea que te daban un problema y contestarlo como tal pero no te daban el simple, bueno el concepto como ahorita aquí de que función, o sea a que se refiere o como es su comportamiento de...

**Estudiante:** Como por ejemplo, ahorita ya se sabe cuáles son todos los segmentos que conforman la función, o sea ya sabemos porque, porque es la función y o sea, cómo se llega a ella no nada más se sabe cómo llegar al resultado sino porque se llega a ese resultado.

**Profesor:** Es libre...

**Estudiante:** Pues yo creo que función también pertenece a que es un conjunto que obtiene una base de datos ¿No? Porque pues gracias a ellos pues se obtiene el resultado o se conforma ella, la función.

**Profesor:** Nos está faltando tiempo porque necesitamos tal vez recordar cómo fue, llamémosle así, esa primera experiencia ¿No? Qué tan buena o

mala o incluso, qué tanta huella me dejó, en mí como persona para decir, si recuerdo lo que es las funciones. Como dicen sus compañeros, yo recuerdo que era una fórmula y me la daban, y la chicharronera y llegaba al resultado. Aunque no, aunque yo no sabía ni porque, de todos modos la recuerdo muy bien. Tal vez ahora, este, no me sirve de mucho esa, pero ahora eso me sirve para darme cuenta que lo que sabía no me servía de mucho. O sea, tuvo que suceder aquello para darme cuenta de esto... si no, igual estaría pensando lo mismo de lo nuevo con lo viejo ¿No?

**Estudiante:** Sí, es que muchas en la preparatoria nos, solamente nos ponían este, digámoslo así  $f(x)=$ , no sé, cualquier cosa ¿No? Una ecuación, y pues, nos ponían a, a resolverla y no sabíamos bien, bueno más bien yo no sabía cómo, en que me iba a servir. Porque, o así en que la podía yo aplicar porque solamente me daban la función y me decían, no pues esto se resuelve así y llegas al resultado que es este y ya. Y en lo, lo que nos daban pero no, no me podía dar cuenta o no, no se igual era yo que estaba yo un poco cerrado, o soy así que, que no me pregunté, no me dio esa curiosidad de saber porque este, porque sale eso, o cómo, o como lo puedo aplicar o, o así, pero, pero ahora pues así como que me siento, me siento mejor al saber este, al tener un poco más de conocimiento y, no se me da, me siento bien por, por tener este, por saber esto, porque no lo sabía.

**Estudiante:** Lo que pasa que antes nos enseñaban con una serie de, si se podría decir que planas sobre fórmulas, como antes las conocíamos, y pues nos decían como hacerlo y aunque las repitiéramos muchas veces no se entendía ni para que te servían y por ejemplo ahorita con los experimentos se hace más interesante de que se relacionan o sea, la

deshidratación, o sea cómo se va elevando el agua ya la vas relacionando con las funciones y antes, simplemente hacías las funciones, o sea no sabías ni porque ni para que te iban a servir y ahora ya, por ejemplo, pues ya sabemos pues que se relacionan con todo.

**Estudiante:** Pues, en mi experiencia pues, cuando yo este, pasé a la preparatoria, pues nos enseñaban algo muy cuadrado así que, como dicen mis compañeros anteriormente, que nada más nos enseñaban fórmulas, la chicharronera, y pues el profesor en lugar de que nos tomara un poco más de tiempo y nos explicara por qué, nada más era de que el que entendió, entendió y daba por vista su clase y ahí es donde luego yo a veces me trababa porque tenía el problema. Y al llegar aquí, pues vi que hay, puede haber varias, estas opciones para llegar a una respuesta y darle un poco más de complementación a lo que quiero expresar. Por decir antes yo me sabía expresar y lo que decía era incoherente y ya este, poco a poco voy tomando lo que se me va enseñando sobre lo de las variables y todo eso, y que este, para darle un poco más de argumentación a mis respuestas y a mis este, explicaciones que luego a veces doy para que ya tengan un poco más de validez.

**Estudiante:** Pues más que nada yo creo que no nos tomaban el, el tiempo bueno en mi caso, creo que no nos tomaban el tiempo si no sabíamos de donde salía, ¡eh!, no se dicha, dicho resultado pues, pues creo que más que nada el profesor nos dejaba con la duda y no sabíamos de donde es que, de donde es que se dio eso, y pues creo que, bueno ahora todo lo que nos está enseñando el profesor nos hace que lo relacionemos y que lo reflexionemos.

**Estudiante:** Si por lo mismo no se hacía interesante la clase, porque por lo mismo pensaba uno que ¿Para qué me va a servir esto? O sea, son números, uno nada más veía números. Bueno yo de mi parte me aburría porque veía muchos símbolos y muchas letras, y por ejemplo no te explicaban exactamente que era cada cosa, y pues ahorita ya se sabe que pues, cada una de esas va relacionada junto con la, si pues con la función y ya, como se relacionan con experimentos pues ya sabemos en qué nos puede servir pero eso ya es, bueno se me hace más interesante ya.