



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DEL ESTADO DE HIDALGO



INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA  
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y SISTEMAS

---

INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA  
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL  
CONTROL CLÁSICO AVANZADO PARA UN PROCESO DE TEMPERATURA

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

**PRESENTA:**  
**ING. NICOLÁS CERVANTES ESCORCIA**

ASESORES:  
DR. OMAR JACOBO SANTOS SÁNCHEZ  
DR. HUGO ROMERO TREJO

PACHUCA HGO., MÉXICO SEPTIEMBRE DE 2017





Ing. Nicolás Cervantes Escorcía

## Control Clásico Avanzado para un Proceso de Temperatura

*El inteligente no es aquel que lo sabe todo, sino aquel que sabe utilizar lo poco que sabe.*

Sebastián Cohen Saavedra.

## Agradecimientos

Agradezco a Dios y a la Virgen de Guadalupe por permitirme dar un paso importante mas en vida académica.

A mi padre Filiberto Cervantes Sanchez y a mi madre Maria Elodia Escorcia Ramirez, por el gran amor que me tienen y sobre todo por la confianza que siempre han depositado en mi. De igual forma a mis hermanos Sergio Saul, Ricardo y Juan por ser una gran familia, en especial a mi hermano Antonio Cervantes Escorcia por su apoyo incondicional y el ser un ejemplo de persona a seguir para mi.

Agradezco de manera muy especial a Erika Saavedra Suarez por formar parte de mi vida, por siempre creer en mi y apoyarme en mis proyectos profesionales y académicos. Por sus consejos, paciencia y el escucharme siempre.

Agradezco al núcleo académico de la Maestría en Ciencias en Automatización y Control, por darme la confianza y ser aceptado para formar parte de la maestría. Principalmente agradezco por compartirme sus conocimientos y con ello hacer que yo creciera académicamente.

A mis asesores, por el gran equipo de trabajo que hemos creado y por su amistad: Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez por darme la confianza de trabajar en sus proyectos, apoyarme en todo momento que fuera necesario y guiarme durante el desarrollo del trabajo. Al Dr. Hugo Romero Trejo por creer en mi, por su confianza y por su gran apoyo.

Agradezco a mis sinodales, quienes revisaron mi trabajo de tesis, aportando observaciones muy importantes para mejorar este trabajo: Dr. Omar López Ortega, Dr. Raúl Villafuerte Segura y al M. en C. Alejandro Bénitez Morales.

Agradezco al Dr. Jesús Patricio Ordaz Oliver, por su apoyo administrativo como coordinador de la maestría y en especial por compartirme sus conocimiento académicos. A la Dra. Liliam Rodríguez Guerrero por su apoyo académico incondicional para el desarrollo de este trabajo de tesis y la colaboración de 2 artículos. A mis compañeros de generación de la maestría por las experiencias compartidas académicas y sociales: Ing. Angel Augusto, Ing. Andres, Ing. Ismael, Ing. leopoldo, Ing. Jovani e Ing. Juan Francisco.

Al Dr. Raúl Salas Coronado y la Dra. Norma Francenia Santos Sánchez por recibirnos en Oaxaca y brindarnos sus conocimientos sobre la forma de realizar el proceso de deshidratado del jitomate.

Agradezco a Conacyt por la beca otorgada al CVU 358029, a lo largo de la maestría y la beca mixta para realización de una estancia de investigación, así como el apoyo brindado al proyecto con número 239371 ciencia básica.

Agradezco a la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, por permitir llevar acabo mis estudios de la maestría y el desarrollo de este trabajo de investigación, en sus instalaciones.

## Abstract

In this work presents the synthesis of optimal PI and optimized PID controllers, the tuning obtained of the controllers is implementing on an industrial platform: PLC S7-1200 Siemens, with the objective of controlling the temperature of a tomatoes dehydration process.

The dehydrated process is carried out on a prototype of atmospheric type dehydrator plant, where heat transfer is by forced convection.

In the dehydrated process the most important, is the care the quality of the product, for this case study, the product is tomato, according to what was reported in the literature [1], the tomato into slices must be dehydrated to  $50^{\circ}C$ ,  $60^{\circ}C$  y  $70^{\circ}C$ . The setting time was calculated using the  $\pm 2\%$  criterion, recommended by the industrial sector [1].

Analyzing the structure of the prototype, it can be observed that exists a fixed distance between the source of heat (heating resistance) and the product to dehydrate (tomato), this produces that the temperature close to the source of heat is not the same that the temperature close to the dehydrate product, the phenomenon is known as a transport delay. This delay is considered in the system.

Consider a system with delay in closed loop with a PI controller, it was used the D-partition method to finding the area of stability. The gains obtained with the optimal PI controller, they are located in the area of stability with the objective of verifying the stability of the system in loop closed.

The parameters of the optimal PI are obtained by the method of regulation via integrale control, and for the parameters of the optimized PI and PID controllers are it was used the method Hill Climbing, both based on a pre-established performance index. For purposes of comparison, PID was tuning with the proposed rules for Åström (2004).

It finally has been made a comparison of the results obtained in simulation and experimental, of the in closed-loop system with the PI and PID controllers it wast obtained through the methods mentioned in the previous paragraph, with the objetive of concluding that method is more efficient on the basis of the energy savings and the quality of the dehydrate product.

## Resumen

En este trabajo de investigación se presenta la síntesis de los controladores PI óptimo y PID optimizado, la sintonización obtenida de los controladores es implementada en una plataforma industrial: PLC S7-1200 Siemens, con el objetivo de controlar la temperatura de un proceso de deshidratado de jitomate.

El proceso de deshidratado se realiza en un prototipo de planta deshidratadora de tipo atmosférico, donde la forma de transmisión de calor es por convección forzada.

En el proceso de deshidratado lo más importante es cuidar la calidad del producto, para este caso de estudio, el producto es jitomate, de acuerdo a lo reportado en la literatura [1], el jitomate en rebanadas se deshidrata a  $50^{\circ}C$ ,  $60^{\circ}C$  y  $70^{\circ}C$ . Se considera el criterio del  $\pm 2\%$  para calcular el tiempo de establecimiento, esto de acuerdo a lo recomendado por el sector industrial [1].

La estructura del prototipo presenta una distancia fija entre la fuente de calor (resistencia calefactora) y el producto a deshidratar (jitomate), esto produce que la temperatura cercana a la fuente de calor no sea la misma que la temperatura cercana al producto a deshidratar, el fenómeno es conocido como retardo en el transporte. Por lo tanto el retardo es considerado en el sistema.

Al considerar un sistema con retardo en lazo cerrado con un controlador PI, se usó el método de D-particiones para encontrar la zona de estabilidad. Las ganancias obtenidas con el controlador PI óptimo son ubicadas en la zona de estabilidad con el objetivo de verificar la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Los parámetros del PI óptimo son obtenidos con el método de regulación vía control integral y los parámetros del PI/PID optimizados se obtienen a través del método Hill Climbing, ambos en función de un índice de desempeño preestablecido. Con fines de comparación se realizó la sintonización de un PID con las reglas propuestas por Åström (2004).

Por último, se realizó una comparación de los resultados obtenidos en simulación y experimentales, del sistema en lazo cerrado con los controladores PI y PID obtenidos a través de los métodos mencionados en el párrafo anterior, con el objetivo de concluir que método es más eficiente en base al ahorro de energía y la calidad del producto deshidratado.

## Glosario de acrónimos

Glosario de términos que son utilizados en este trabajo de investigación.

RTD . . . . .	Detector de Temperatura Resistivo.
LQR . . . . .	Regulador Cuadrático Lineal .
PSO . . . . .	Optimización por Enjambre de Partículas.
PWM . . . . .	Modulación por Ancho de Pulsos.
PLC . . . . .	Controlador Lógico Programable.
PID . . . . .	Control Proporcional, Integral y Derivativo.
PIC . . . . .	Controlador de Interfaz Periférico.
IAE . . . . .	Error Absoluto Integral.
ISE . . . . .	Error Cuadrático Integral.
ROE . . . . .	Realimentación Óptima de Estado.
GA . . . . .	Algoritmo Genético.
$V_{cd}$ . . . . .	Voltaje corriente directa.
I/V . . . . .	Convertidor de Corriente a Voltaje.
$\mathbb{R}^{n \times n}$ . . . . .	Espacio de matrices con coeficientes reales de dimensión $n \times n$ .
$\mathbb{R}^n$ . . . . .	Espacio Euclidiano $n$ -dimensional.
TS . . . . .	Sensor de Temperatura.
U. . . . .	Conjunto de valores admisibles de la variable $u$ , las cuales son funciones continuas a tramos.

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>13</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	14
1.2. Justificación . . . . .	16
1.3. Objetivos . . . . .	16
1.3.1. Objetivo General . . . . .	16
1.3.2. Objetivos particulares . . . . .	16
1.4. Planteamiento del problema . . . . .	17
1.5. Hipótesis . . . . .	18
1.6. Metodología empleada . . . . .	18
1.6.1. Método de D-Particiones . . . . .	18
1.6.2. Método de Regulación vía control integral . . . . .	18
1.6.3. Método Hill Climbing . . . . .	18
1.7. Herramientas . . . . .	18
1.7.1. Software LabVIEW con módulo de adquisición de datos (DAQ) . . . . .	18
1.7.2. PLC S7-1200 Siemens . . . . .	19
1.7.3. Sensor LM35 . . . . .	20
1.8. Marco teórico . . . . .	21
1.8.1. Control PID . . . . .	21
1.8.2. Método de D-particiones . . . . .	22
1.8.3. Método de Regulación vía control integral . . . . .	22
1.8.4. Regulador óptimo cuadrático . . . . .	24
1.8.5. Método Hill Climbing . . . . .	28
1.9. Propuesta de solución . . . . .	29
1.10. Conclusiones . . . . .	29
<b>2. Plataforma experimental</b>	<b>30</b>
2.1. Introducción . . . . .	30
2.2. Descripción del prototipo . . . . .	30
2.3. Modelo matemático . . . . .	33
2.3.1. Modelo matemático (ley de la termodinámica) . . . . .	33
2.3.2. Modelo matemático (resistencia y capacitancia térmica) . . . . .	36
2.4. Identificación del modelo (aproximado) . . . . .	38
2.5. Conclusiones . . . . .	39
<b>3. Estrategia de Control</b>	<b>40</b>
3.1. Introducción . . . . .	40
3.2. Método de D-Particiones . . . . .	40
3.3. Método de Regulación vía control integral . . . . .	42
3.4. Método de Hill Climbing . . . . .	46
3.5. Conclusiones . . . . .	48

<b>4. Resultados de simulación y experimentales</b>	<b>49</b>
4.1. Introducción . . . . .	49
4.2. Identificación del sistema . . . . .	49
4.3. Región de estabilidad . . . . .	51
4.4. Controlador PI . . . . .	53
4.5. Controlador PID . . . . .	61
4.6. Conclusión . . . . .	67
<b>5. Conclusiones generales y Trabajos futuros</b>	<b>68</b>
5.1. Conclusiones generales . . . . .	68
5.2. Trabajos publicados . . . . .	68
5.3. Trabajos futuros . . . . .	69

## Índice de figuras

1.	Tarjeta de adquisición de datos de National Instruments, USB 6008. . . . .	19
2.	PLC S7-1200 Siemens. . . . .	20
3.	Diagrama de conexión del Sensor LM35. . . . .	20
4.	Esquema control integral. . . . .	24
5.	Prototipo de planta deshidratadora. . . . .	31
6.	Diagrama del prototipo. . . . .	31
7.	Interfaz de potencia. . . . .	32
8.	Planta Física. . . . .	32
9.	Boquilla dentro de la cámara . . . . .	34
10.	Diagrama a bloques del sistema térmico. . . . .	37
11.	Respuesta a un escalón unitario de una planta. . . . .	39
12.	Diagrama a bloques. . . . .	41
13.	Simulación del sistema, región $50^{\circ}C$ . . . . .	50
14.	Identificación del sistema, región $50^{\circ}C$ . . . . .	50
15.	Identificación del sistema, región $60^{\circ}C$ . . . . .	51
16.	Identificación del sistema, región $70^{\circ}C$ . . . . .	51
17.	Zona estable, región $50^{\circ}C$ . . . . .	52
18.	Zona estable, región $60^{\circ}C$ . . . . .	52
19.	Zona estable, región $70^{\circ}C$ . . . . .	53
20.	PI- Variable de proceso y la señal de control, región $50^{\circ}C$ . . . . .	54
21.	PI- Señal de error y la potencia consumida, región $50^{\circ}C$ . . . . .	54
22.	PI- Variable de proceso y la señal de control, región $60^{\circ}C$ . . . . .	55
23.	PI- Señal del error y la potencia consumida, región $60^{\circ}C$ . . . . .	56
24.	PI- Variable de proceso y la señal de control, región $70^{\circ}C$ . . . . .	57
25.	PI- Señal del error y la potencia consumida, región $70^{\circ}C$ . . . . .	57
26.	PI- Curva de deshidratación. . . . .	58
27.	PID- Variable de proceso y la señal de control, región $50^{\circ}C$ . . . . .	61
28.	PID- Señal del error y la potencia consumida, región $50^{\circ}C$ . . . . .	62
29.	PID- Variable de proceso y la señal de control, región $60^{\circ}C$ . . . . .	63
30.	PID- Señal del error y la potencia consumida, región $60^{\circ}C$ . . . . .	63
31.	PID- Variable de proceso y la señal de control, región $70^{\circ}C$ . . . . .	64
32.	PID- Señal del error y la potencia consumida, región $70^{\circ}C$ . . . . .	65
33.	PID- Curva de deshidratación. . . . .	65

## Índice de tablas

1.	Magnitud de la señal escalón (1) . . . . .	38
2.	Parámetros de la matriz $A$ y el vector $B$ del sistema (56) . . . . .	45
3.	Parámetros del sistema (63) . . . . .	49
4.	Ganancias del controlador y matrices de penalización, región $50^{\circ}C$ . . . . .	53
5.	Ganancias del controlador y matrices de penalización, región $60^{\circ}C$ . . . . .	55
6.	Ganancias del controlador y matrices de penalización, región $70^{\circ}C$ . . . . .	56
7.	Resultados experimentales PI . . . . .	59
8.	Ganancias para el controlador PID, región $50^{\circ}C$ . . . . .	61
9.	Ganancias para el controlador PID, región $60^{\circ}C$ . . . . .	62
10.	Ganancias para el controlador PID, región $70^{\circ}C$ . . . . .	64
11.	PID Resultados experimentales . . . . .	66

# Capítulo 1

## 1. Introducción

México es un país con gran territorio de cultivo, en el cual se cosecha amplia variedad de hortalizas, una de las más importantes es el *Solanum lycopersicum* [2], comúnmente llamado jitomate. Debido a esto en los últimos años se han exportado cantidades importantes de jitomate fresco y deshidratado, colocando a México en el lugar número 10 a nivel mundial como exportador [3].

Este trabajo de investigación se centro en el tema del control de temperatura para el proceso de deshidratación del jitomate.

La deshidratación de un producto ayuda a extender su vida de anaquel durante un lapso de tiempo más prolongado [4]. La cuestión importante en este proceso es cuidar la calidad del producto a deshidratar. Dicha calidad puede verse afectada por los cambios de temperatura que sufre el producto durante el proceso de deshidratación, así como por las variaciones de la velocidad del flujo de aire caliente que impactan sobre el mismo [1].

Para este caso de estudio, el proceso de deshidratado se realiza en un prototipo de planta deshidratadora tipo atmosférica, donde la forma de transmisión de calor es por convección forzada [5]. La técnica de deshidratación tipo atmosférica consiste en pasar flujo de aire caliente por el alimento a deshidratar [3]. Sin embargo, se caracteriza por consumir altos niveles de energía [1].

En la estructura del prototipo de estudio (planta deshidratadora) se tiene una distancia fija entre la fuente de calor (resistencia calefactora) y el producto a deshidratar (jitomate), esto produce que la temperatura cercana a la fuente de calor no sea la misma que la temperatura cercana al producto a deshidratar, el fenómeno es conocido como retardo en el transporte [4].

Una técnica popular para la compensación del retardo en procesos alimentarios [6] y en general en la industria es el predictor Smith [7, 6], la cual ya se incluye como una opción programable de algunos controladores PID industriales. Otras técnicas para la compensación del retardo se basan en el conocimiento de la solución analítica del modelo lineal de la planta [8].

La compensación del retardo puede ser mezclada con estrategias de control óptimas para plantas, lineales y no lineales [9], resultados experimentales sobre procesos de temperatura con dichas técnicas se han presentado recientemente en [10, 11]. Sin embargo, las estrategias de control óptimas no son fáciles de incursionar en el control de procesos industriales, debido a que se requiere incorporar nuevo hardware y software en el lazo de control [1].

Con la simplicidad del PID se pueden asegurar un desempeño satisfactorio para una amplia gama de procesos [12], es por ello que el 95 % de los procesos industriales son controlados por el controlador PID: Proporcional, Integral y Derivativo, de los cuales el 20 % de estos controladores

se utiliza con las ganancias de fábrica por defecto [13], sumado a ello la relación costo/beneficio que proporcionan el PID es difícil de lograr con otros controladores, por ello es que los ingenieros de instrumentación y control en todo el mundo están usando dicho controlador en su trabajo diario [13].

En este trabajo de tesis se realizó la optimización de las ganancias para los controladores PI y PID, las cuales serán implementadas en una plataforma industrial (PLC S7-1200 Siemens). La optimización está enfocada a ahorrar energía en el proceso de deshidratado del jitomate y a la vez que se considera el desempeño temporal de la planta en lazo cerrado, el cual afecta directamente en la calidad del producto.

### 1.1. Antecedentes

La capacidad de los controladores PID para compensar los procesos industriales de forma practica, a contribuido a su amplia aplicación en el sector industrial, dando paso al surgimiento de reglas de sintonización para determinar sus parámetros, una colección de ellas se encuentra en [14].

La mayoría de las reglas son generales para cualquier proceso de control, esto genera que se tenga un problema de sintonización de las ganancias; por lo tanto se abre un campo de estudio hacia el controlador PID optimizado con el fin de evitar este problema.

En [12] se proponen fórmulas de sintonización que relacionan los coeficiente de un PID, con los parámetros de la planta, esto con el fin de minimizar un índice de desempeño (ISE), esto se obtiene a partir de emplear algoritmos genéticos, los cuales se sabe que proporcionan un óptimo global de un problema en un marco estocástico (aleatorio). Con estas formulas realizan la sintonización óptima de los controladores PID para procesos integrales e inestables.

Otro trabajo que hace uso de algoritmos genéticos es [15], presentan resultados en simulación de un control PD y PID óptimos, donde los parámetros de sintonización son obtenidos con la técnica de búsqueda de un algoritmo genético(GA), con el objetivo de minimizar el índice de desempeño ISE.

Por otra parte industrias de procesamiento de alimentos, eliminan el agua que contiene el producto con ello inhiben los microorganismos y también reducen peso en el producto. En [16] desarrollan la sintonización de un PID por medio de algoritmos genéticos (GA), evaluando el controlador considerando el IAE. A su vez realizan la sintonización de un PID con las reglas de Ziegler-Nichols. Ambas sintonizaciones son aplicadas para controlar la temperatura de un calentador infrarrojo de cerámica y se presentan resultados de simulación.

Un proceso de temperatura representado por un modelo de primer orden con retardo, aplicando un PID optimizado sintonizado por el método PSO (Particle Swan Optimization) es presentado en [17], el índice de desempeño del cual hace uso es el ISE, con fines comparativos realizan la sintonización del PID con las reglas de Ziegler-Nichols y se presentan resultados de simulación.

En [18], se reporta una investigación documental sobre patentes, software y hardware usados para la implementación del PID. En el documento se puede observar el gran incremento de las patentes de sintonización del controlador PID. Los métodos mas usados son reglas que optimizan un índice de desempeño dado, reglas obtenidas mediante lógica difusa, optimización mediante redes neuronales. Ejemplo de ello es la patente que presenta Samsung Electronics (1999): *Unit and method for determining gains of a PID controller using genetic algorithm*, otras marcas importantes que han registrado patentes son: Omron, Siemens, ABB, Yaskawa, AB y Honeywell.

Un modelo de primer orden con retardo es el más usado para el desarrollo de las reglas de la sintonización del PID y obtener las patentes. De acuerdo a esto, los métodos modernos de sintonización numérica han ganado popularidad e impulso y representa un complemento importante de los métodos de Ziegler-Nichols.

En [19] se utilizó el algoritmo numérico Hill Climbing, para sintonizar una ley de control subóptima para sistemas con retardo en el estado, con el fin de minimizar el índice de desempeño de la forma:

$$J = \int_0^{t_1} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))dt, \quad t_1 < \infty. \quad (1)$$

La estructura del método Hill Climbing es:

- 1.- Proponer  $K_b \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ , vector que contiene los parámetros del controlador, aleatoriamente.
- 2.- Se establece  $K_b$  como el óptimo.
- 3.- Realizar la mutación de  $K_b$ .
- 4.- Se evalúa en el índice de desempeño de  $K_b$  óptimo y de la mutación, con la respuesta de la planta y la señal de control, se comparan ambos y se toma el mínimo valor del índice de desempeño, si dicho valor es menor para la mutación, entonces estas ganancias mutadas son almacenadas en  $K_b$  óptimo.
- 5.- Si se alcanzó el número máximo de iteraciones se termina el proceso, si no se regresa al paso 3.

En [1] se estudia los efectos de un control de temperatura aplicado a una deshidratadora de jitomate, consideran dos estrategias de control: controlador PID (sintonizado por el método de D-particiones y el método Hill Climbing en tiempo continuo) y el control óptimo lineal para sistemas lineales con retardo en la entrada, el cual considera un predictor de estado para compensar los efectos del retardo en la entrada. El objetivo de usar dos estrategias de control es el comparar los resultados y concluir cual estrategia es mejor en base al ahorro de energía, los mejores resultado se obtuvieron con el control óptimo lineal con retardo en la entrada.

## 1.2. Justificación

El controlador PID es el más adoptado en las plantas industriales, sin embargo en su mayoría están sintonizados sin aplicar ningún tipo de técnica de optimización [13]. También se puede observar en la literatura especializada que el controlador PID es referente, porque es común compararlo con otras técnicas de control avanzadas, sin embargo en dichas comparaciones, en ocasiones la sintonización del PID no es optimizada [20, 21].

Por los puntos anteriores es necesario desarrollar una sintonización optimizada de un controlador PID, enfocado al proceso de deshidratación del jitomate, que permita el ahorro de energía y considere la calidad del producto y a su vez implementarlo en un controlador de corte industrial.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo General

Optimizar la sintonización de un control PI y un PID mediante el uso de un índice de desempeño pre-establecido, el método de regulación vía control integral y el método Hill Climbing, para controlar la temperatura de una planta deshidratadora tipo atmosférica y llevar a cabo el proceso de deshidratado del jitomate con mínima energía.

### 1.3.2. Objetivos particulares

- Desarrollar el método de regulación vía control integral para obtener un controlador PI optimizado.
- Utilizar el método numérico Hill Climbing para optimizar la sintonización del controlador PID.
- Implementar los controladores PI y PID optimizados en la plataforma industrial PLC S7-1200 Siemens.
- Realizar un análisis comparativo de consumo energético de los controladores PI óptimo por el método de regulación vía control integral y un PI optimizado por el método numérico Hill Climbing.
- Realizar un análisis comparativo de consumo energético de los controladores PID optimizado por el método numérico Hill Climbing y el controlador PID sintonizado por el método Ziegler-Nichols mejorado [12].

### 1.4. Planteamiento del problema

Desde su aparición el controlador PID es la solución más común para el control de procesos industriales. Respecto a los procesos industriales, existe una gran variedad de ellos, que pueden ser representados por un primer orden con retardo.

Un proceso industrial de este tipo, es la deshidratación de productos alimenticios, el cual se caracteriza por altos consumos de energía, esto se debe [22], en parte a la mala sintonización del controlador PID encargado de controlar la temperatura del proceso.

Considere el modelo siguiente.

$$\dot{x}(t) = a_0 x(t) + b_0 u(t-h), \quad (2)$$

donde  $a_0 = -\frac{1}{\tau}$  y  $b_0 = \frac{k}{\tau}$ , siendo  $\tau$ ,  $k$ ,  $h$  las constantes de tiempo, la ganancia de establecimiento y el retardo del sistema, respectivamente.  
y considere el algoritmo del controlador PID.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (3)$$

donde:

$K_p$  es la ganancia proporcional,

$K_i$  es la ganancia integral,

$K_d$  es la ganancia derivativa,

$e(t)$  es el error,

$u(t)$  es la señal de control.

El problema puede establecerse, ¿cómo obtener  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  en lazo cerrado con el sistema (2), tal que el siguiente índice de desempeño sea el mínimo o se aproxime al mínimo?.

$$J_1 = \int_0^{t_1} (e^T(t)Qe(t) + u^T(t)Ru(t))dt, \quad t_1 < \infty, \quad (4)$$

## 1.5. Hipótesis

Mediante el uso de técnicas numéricas y teoría de control óptimo es posible obtener la optimización de las ganancias de un controlador PI/PID y posteriormente programarlas en una plataforma industrial que incluya el algoritmo del PID para optimizar energía.

## 1.6. Metodología empleada

Para el desarrollo de este trabajo de investigación, se utilizó el método de D-particiones, teoría de control óptimo y la técnica numérica Hill Climbing, las cuales son brevemente descritas a continuación.

### 1.6.1. Método de D-Particiones

El método de D-particiones se utiliza para encontrar la zona de estabilidad del sistema con retardo en lazo cerrado con el controlador PID [4, 22], posteriormente estos resultados son empleados para verificar que las ganancias del PI óptimo se encuentren dentro de la zona de estabilidad y con ello garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

### 1.6.2. Método de Regulación vía control integral

El método es una mejora al esquema de realimentación de estado, el cual agrega la acción integral que permitirá la regulación robusta frente a perturbaciones paramétricas [23]. Con el uso de este método y la teoría del control óptimo en este trabajo de tesis se obtiene un controlador PI óptimo.

### 1.6.3. Método Hill Climbing

Los parámetros de ajuste de un controlador PID:  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  generan una señal de control  $u(t)$  diferente y una señal de error  $e(t)$  diferente. Esto hace complicado la sintonización del controlador PID. En este trabajo de investigación, se obtienen los parámetros optimizados del controlador PID usando el método Hill Climbing, el cual es un algoritmo de búsqueda de un mínimo, esta característica permite que siempre se obtenga una solución mejor o igual que la anterior [24].

## 1.7. Herramientas

Para poder llevar a cabo los experimentos se hace uso de las herramientas descritas a continuación.

### 1.7.1. Software LabVIEW con módulo de adquisición de datos (DAQ)

Es un software de desarrollo de sistemas, con una sintaxis de programación gráfica de alto nivel, que facilita visualizar, crear y codificar sistemas de instrumentación industrial y aplicaciones de control.

El módulo de adquisición de datos, es una tarjeta NI USB 6008, de bajo costo, alimentado por el bus USB multifunción de adquisición de datos.

Dicha tarjeta, cuenta con las siguientes características [25]:

- 1.- 8 entradas analógicas de 12 o 14 bits ( $+ - 10 V_{cd}$ ), hasta  $10 kS/s$ .
- 2.- 2 salidas analógicas de 12 bits,  $0 - 5 V_{cd}$ .
- 3.- 12 TTL/CMOS líneas digitales I/O.
- 4.- Un contador de 32 bits a 5 Mhz.



Figura 1: Tarjeta de adquisición de datos de National Instruments, USB 6008.

### 1.7.2. PLC S7-1200 Siemens

También se hace uso de un PLC de corte industrial, cuya CPU incorpora un microprocesador, una fuente de alimentación integrada, circuitos de entrada y salida, puerto de Ethernet PROFINET integrado, y entradas analógicas incorporadas, todo ello en una carcasa compacta, conformando así un potente controlador, de bajo costo y amplio juego de instrucciones, lo cual lo hace idóneo para controlar una gran variedad de aplicaciones, entre ellas la temperatura, que es el caso de estudio a tratar. Los modelos S7-1200 y el software de programación STEP 7 basado en Windows ofrecen la flexibilidad necesaria para solucionar las tareas de control y automatización.

El S7-1200, tiene la opción de ser programado mediante los lenguajes de KOP, FUP y AWL, también puede manejar un gran número de lazos de control con PID, el cual está sólo limitado por la memoria del sistema, a diferencia de numerosas marcas de PLC's en el cual el número de lazos de control esta limitada a un número específico, esto evidencia la capacidad de computo del S7-1200. Las instrucciones para el uso del PID son [26]:

- La instrucción 'PID\_ Compact', se utiliza para controlar procesos con variables continuas de entrada y salida.
- La instrucción 'PID\_ 3Step', se utiliza para controlar dispositivos accionados por motor, como válvulas que requieren señales discretas para las acciones de apertura y cierre.
- La instrucción 'PID\_ Temp', ofrece un regulador PID universal que permite manejar los requisitos específicos de control de temperatura.

La instrucción 'PID\_ Temp' es la que se utilizó para este caso de estudio.

El modelo del PLC que se empleó es el 1215C, el cual tiene integrado 14 entradas digitales y 10 salidas digitales, 2 entradas y 2 salidas analógicas. Cuenta con una velocidad de ejecución de funciones matemáticas con números reales de 2.3 microsegundos/instrucción y la velocidad de ejecución booleana es de 0.08 de microsegundos/instrucción. Cuenta también con un módulo de entradas analógicas configurables de 4 a 20 mA, 0 a 20 mA y 0 a 10 V<sub>cd</sub>. Por último se tiene un módulo especial para la lectura de un sensor de temperatura RTD.



Figura 2: PLC S7-1200 Siemens.

### 1.7.3. Sensor LM35

El LM35 es un sensor de temperatura de precisión, con salida de voltaje proporcional a la lectura de temperatura en grados centígrados. La configuración del sensor utilizada en este trabajo es para medir de -2 a 150°C, donde la relación es 10 mV por cada grado centígrado.

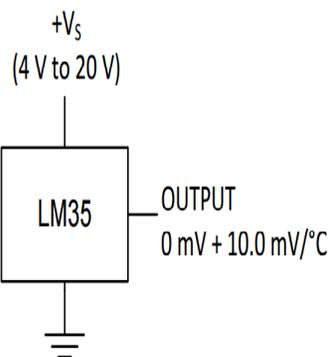


Figura 3: Diagrama de conexión del Sensor LM35.

## 1.8. Marco teórico

En este apartado se presenta la teoría que sustenta el trabajo desarrollado en esta tesis, los tópicos más importantes son el control PID, el método de D-particiones, el método Hill Climbing y el enfoque de regulación vía control integral. El controlador PID es un regulador sumamente interesante en la teoría de control, debido a que la idea principal tiene una larga historia con un período de tiempo que se extiende al menos 228 años. Su versión industrial ha resistido varios cambios de tecnología, desde la neumática pasando por la electrónica analógica y finalmente llegando a la era digital. Para algunos autores, en el presente está emergiendo una nueva era para el control PID, debido no a la tecnología de implementación, sino a los métodos modernos de sintonización [13].

### 1.8.1. Control PID

El controlador PID está conformado por la combinación de la acción proporcional, integral y derivativa. El algoritmo puede describirse como [13]:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (5)$$

donde  $u(t)$  es la señal de control y  $e(t)$  es el error ( $e(t) = y_{sp} - y$ ).

Existen tres formas diferentes de representar la estructura del controlador, estas se obtienen al considerar la expresión dada por (5):

1.- La forma estándar o no interactuante

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right). \quad (6)$$

2.- La forma serie o interactuante

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{\mathbf{T}_i s} \right) (1 + \mathbf{T}_d s), \quad (7)$$

donde la relación con una forma no interactuante está dada por

$$K_p = K \frac{\mathbf{T}_i + \mathbf{T}_d}{\mathbf{T}_i}, \quad T_i = \mathbf{T}_i + \mathbf{T}_d,$$

$$T_d = \frac{\mathbf{T}_i \mathbf{T}_d}{\mathbf{T}_i + \mathbf{T}_i}.$$

3.- La forma paralelo

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \quad (8)$$

donde los parámetros de este modelo se relacionan con los parámetros de la forma estándar a través de

$$K_p = K_p, \quad K_i = \frac{K_p}{T_i}, \quad K_d = K_p T_d.$$

De esta forma, la señal de control PID es la suma de tres términos: El término P (que es proporcional al error), el término I (que es proporcional a la integral del error) y su función es eliminar el error en estado estacionario, el término D (que es proporcional a la derivada del error) y que permite la estimación del error futuro. Los parámetros del controlador son la ganancia proporcional  $K_p$ , el tiempo integral  $T_i$ , y el tiempo derivativo  $T_d$  [13].

### 1.8.2. Método de D-particiones

Al considerar un sistema con retardo en el control, en lazo cerrado con un controlador PID, la ecuación característica resultante es un cuasipolinomio. Por lo tanto, un método para analizar la estabilidad del cuasipolinomio sin conocer la totalidad de las raíces, es el método de D-particiones, descrito a continuación.

Basado en el teorema de la continuidad de las raíces [27], se subdivide el espacio de parámetros del cuasipolinomio en zonas de estabilidad e inestabilidad, cuyas fronteras están dadas por los casos  $s = 0$  y  $s = j\omega$ , donde  $s$  representa a la variable compleja. Ambos casos representan las dos posibilidades de cruces de las raíces del cuasipolinomio a zonas de inestabilidad o estabilidad, los cruces ocurren cuando se consideran variaciones en los coeficientes del cuasipolinomio y resolviendo las ecuaciones algebraicas resultantes para los coeficientes considerados previamente, se construyen las zonas de estabilidad e inestabilidad. Una vez construidas las diferentes zonas en el espacio de parámetros, se considera que dichas zonas deben ser conexas, esto implica que si un punto de una zona se conoce que produce un cuasipolinomio estable, entonces toda la zona se dice estable [4, 27].

Se le llama cuasipolinomio a toda función de la forma:

$$\sum_{i=1}^m P_i(s)e^{h_i s}, \quad h_1 > h_2 > h_3 > \dots > h_m, \quad (9)$$

donde los  $P_i$  son polinomios y los  $h_i$  son constantes [28].

Un sistema de control es estable si y sólo si todos los polos en lazo cerrado se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo  $s$  [29]. Esta definición puede extenderse a sistemas con retardos.

### 1.8.3. Método de Regulación vía control integral

En esta sección se describe el método de regulación vía control integral [23], el cual aumenta el error como parte del sistema. Considere el sistema no lineal:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = h(x), \quad (10)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el estado,  $u \in \mathbb{R}^P$  es la señal de control,  $f$  y  $h$  son funciones continuamente diferenciables en un dominio incluido en  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^P$ ,  $y \in \mathbb{R}^P$  es la salida a regular.

Sea  $y_R \in \mathbb{R}^P$  una señal de referencia constante, entonces se desea diseñar un control por realimentación de estado tal que:  $y(t) \rightarrow y_R$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

Aquí se asume, que es posible medir la salida  $y(t)$ . Por lo que, se desea estabilizar el sistema en lazo cerrado tal que  $y(t) = y_R$ . Es claro que, para que esto sea posible, deben existir valores  $x_f$  y  $u_f$  tales que:

$$\begin{aligned} 0 &= f(x_f, u_f), \\ 0 &= h(x_f) - y_R. \end{aligned}$$

Considerando que la ecuación anterior tiene una solución única en el dominio de interés. El error es definido como  $e \triangleq y - y_R$  y  $\dot{\sigma} = e$ , tal que  $\sigma$  es otra variable en la representación espacio estado del sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), \\ \dot{\sigma} &= h(x) - y_R = y - y_R. \end{aligned}$$

El control se diseña como una realimentación de las variables de estado  $(x \ \sigma)$ , tal que el sistema en lazo cerrado tenga un punto de equilibrio en  $(x \ \sigma)$  con  $\bar{x} = x_f$ . Ahora, se asume que el sistema no lineal es linealizable alrededor del punto de equilibrio considerado, es decir  $(x, \sigma, u) = (x_f, \bar{\sigma}, u_f)$ , de esto se obtiene que:

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v \triangleq \mathbf{A}\xi + \mathbf{B}v,$$

con

$$\begin{aligned} \xi &= \begin{bmatrix} x - x_f \\ \sigma - \bar{\sigma} \end{bmatrix}, \\ v &= u - u_f, \end{aligned}$$

donde:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,u)=(x_f,u_f)}, \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x,u)=(x_f,u_f)}, \quad C = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{(x=x_f)}.$$

Si el par  $(A,B)$  es controlable y la matriz  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$ , tiene rango  $n + p$ , entonces  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  es controlable [23]. Suponga que esto se cumple, esto implica que es posible calcular  $\mathbf{K}$  tal que  $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}$  sea Hurwitz.  $\mathbf{K}$  se puede dividir en dos matrices  $[\mathbf{K}_1 \ \mathbf{K}_2]$ , donde  $\mathbf{K}_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$  y  $\mathbf{K}_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$  debe ser no singular.

El control es entonces:

$$u = \mathbf{K}_1 (x - x_f) + \mathbf{K}_2 (\sigma - \bar{\sigma}) + u_f.$$

El control integral introduce un grado de libertad, debido a que  $\bar{\sigma}$  puede ser modificado por medio de retroalimentación como:

$$\bar{\sigma} = \mathbf{K}_2^{-1}(u_f - \mathbf{K}_1 x_f) \triangleq \sigma_f,$$

para este caso en particular  $\sigma_f$  es cero y el control por retroalimentación de estado simplificado, es:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= e = y - y_R, \\ u &= \mathbf{K}_1 x + \mathbf{K}_2 \sigma, \end{aligned}$$

o puede reescribirse de la siguiente forma:

$$u = \mathbf{K}_1 (x - x_f) + \mathbf{K}_2 \int_0^t (y - y_R) dt.$$

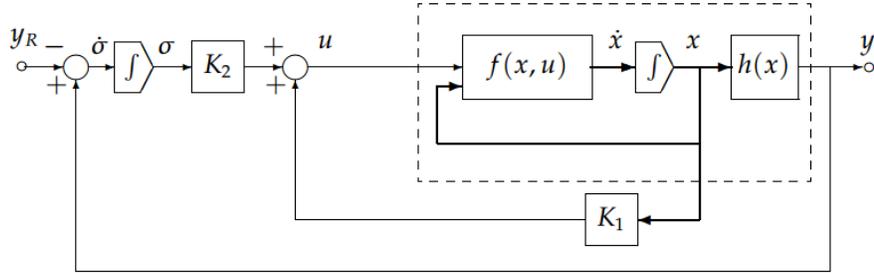


Figura 4: Esquema control integral.

Note que si  $x = y$ , el control vía integral coincide con un control PI.

#### 1.8.4. Regulador óptimo cuadrático

En esta sección se recuerda en forma breve la técnica de programación dinámica, aplicada a la síntesis de controladores óptimos cuando se consideran sistemas sin retardos [30, 4]. Un sistema de control no lineal puede representarse mediante una ecuación diferencial matricial como:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0, \quad (11)$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  y  $f(\cdot, \cdot) \in \mathbb{R}^n$  satisface la condición de Lipschitz además el control  $u(\cdot) \in \mathbb{U} \subset \mathbb{R}^m$ .

Una vez elegido el control  $u \in \mathbb{U}$ , el sistema (11) determina una trayectoria o estado  $x(\cdot)$  con condición inicial  $x_0$  en el instante  $t_0$ .

### El problema del control óptimo de horizonte infinito.

Suponga que se desea hallar un control  $u \in \mathbb{U}$ , tal que en lazo cerrado con el sistema (11), genere una trayectoria que converga al origen en tiempo mínimo o que dicho control consuma mínima de energía y converga lo más rápido posible. A éste último planteamiento, se le conoce como el problema del control óptimo, para hallar la solución de este, se requiere definir un índice de desempeño, que penalize el estado del sistema y el control, a este se le llama funcional de costo que puede definirse como [30, 4]:

$$\mathbf{J}^{u(\cdot)}(t_0, x_0) = \int_{t_0}^{\infty} \mathbf{L}(x(t), u(t)) dt, \quad (12)$$

donde  $\mathbf{L}$  es una función escalar definida positiva. La función  $\mathbf{L}$  representa una penalización del estado  $x(\cdot)$  y de la energía utilizada  $u(\cdot)$ . Si sólo se desea minimizar el uso de energía, se puede tomar  $\mathbf{L}(x, u) = u^T u$ .

Si un control  $u^*$  es tal que minimiza la funcional de costo  $\mathbf{J}^{u(\cdot)}(t_0, x_0)$ , se tiene que:

$$\mathbf{J}^{u^*}(\cdot)(t_0, x_0) \leq \mathbf{J}^{u(\cdot)}(t_0, x_0), \forall u(\cdot) \in \mathbb{U},$$

entonces a  $u^*$  se le denomina control óptimo. En 1957, Richard Bellman presentó el método de programación dinámica para resolver problemas de optimización con restricciones que involucran ecuaciones diferenciales. Una aplicación particular de ésta metodología, es el problema del control óptimo, en este problema las restricciones se interpretan como la ecuación de estado. Este método consiste en reemplazar el problema de optimización dado por (11) y (12), el cual contiene una minimización en el espacio  $\mathbb{U}$ , por una ecuación diferencial matricial en derivadas parciales, llamada ecuación de programación dinámica o ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman, definida como sigue:

$$0 = \min_{u \in \mathbb{U}} \{ \mathbf{L}(x, u) + \nabla_x V(x) \cdot f(x, u) \}, t \in [t_0, \infty], x \in \mathbb{R}^n, \quad (13)$$

donde  $\frac{dV(x)}{dt} = \nabla_x V(x) \cdot f(x, u)$ . La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman se satisface por una función denominada función de Bellman  $V(x)$ , la cual se define como:

$$V(x_0) = \min_{u \in \mathbb{U}} \mathbf{J}^{u(\cdot)}(t_0, x_0). \quad (14)$$

Para que la función de Bellman (14) satisfaga la ecuación (13) es necesario que la función  $V(\cdot)$  sea continuamente diferenciable a lo largo de las trayectorias de (11). A continuación se explica brevemente el uso de éstas ecuaciones para resolver el bien conocido problema del control óptimo de horizonte infinito para el caso de los sistemas lineales libres de retardos (Problema del Regulador Cuadrático Lineal, LQR, Linear Quadratic Regulator de sus siglas en inglés). Note que el modelo de temperatura de la planta corresponde a un sistema lineal con un retardo en la entrada.

Considere el sistema lineal en representación espacio estado:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (15)$$

tal que  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  y defina el índice de desempeño cuadrático siguiente:

$$\mathbf{J} = \int_0^{\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))dt, \quad (16)$$

donde  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  son matrices constantes semidefinida positiva y definida positiva, respectivamente. Se define el conjunto de controles admisibles  $\mathbb{U}$  y el sistema (15) es estable en lazo cerrado con  $u$ :

Sea  $u \in \mathbb{U}$ , tal que es función lineal del estado  $x(t)$ , es decir,  $u(t) = u(x(t))$ . Suponiendo que existen controles admisibles para el sistema (15) y que el índice de desempeño (16) alcanza un mínimo para:

$$u(x(t)) = u^*(x(t)), \quad (17)$$

se busca una función  $V(x(t))$  definida positiva tal que su derivada a lo largo de las trayectorias del sistema (15) es:

$$\frac{dV(x(t))}{dt} = -L^*(x(t), u^*(t)), \quad (18)$$

con:

$$L^*(x(t), u^*(t)) = x^T(t)Qx(t) + u^{*T}(x(t))Ru^*(x(t)).$$

Integrando de 0 a  $\infty$  ambos lados de la expresión (18) se tiene,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t)) - V(x_0) = - \int_0^{\infty} L^*(x(t, x_0), u^*(t))dt.$$

Dado que el sistema es estable ( $u^*$  es un control admisible), se obtiene la siguiente expresión,

$$V(x_0) = \int_0^{\infty} L^*(x(t, x_0), u^*(t))dt,$$

donde  $x(t, x_0)$  denota la solución del sistema (15) en lazo cerrado con (17). Puesto que  $L^*(x(t), u^*(t))$  es definida positiva, claramente  $V(x(t))$  es una función de Lyapunov para el sistema (15). De la expresión (18) se observa que:

$$\frac{dV(x(t))}{dt} + L^*(x(t), u^*(t)) = 0, \quad (19)$$

la cual se puede reescribir como:

$$\min_{u \in \mathbb{U}} \left( \frac{dV(x(t))}{dt} \Big|_{(15)} + x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t) \right) = 0. \quad (20)$$

De ésta forma, a la ecuación (20) se le conoce como la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman para sistemas lineales y a la función que satisface dicha ecuación se le conoce como función de Bellman para el sistema (15). Cuando se conoce la función de Bellman  $V(x(t))$ , la solución de la ecuación (20) con respecto de  $u$ , proporciona el control óptimo  $u^*(t)$ . La solución de ésta ecuación es brevemente recordada en lo que sigue.

La función  $V(x(t))$  puede considerarse como una función de Lyapunov para el sistema (15) en lazo cerrado con  $u^*(t)$ . Dado que el sistema es lineal y  $u^*(t) = u^*(x(t))$ , una función de Lyapunov para el sistema lineal (15) en lazo cerrado puede proponerse como,

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t), \quad (21)$$

donde  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es definida positiva. Ahora se calcula la derivada de  $V(x(t))$  a lo largo de las trayectorias del sistema (15),

$$\left. \frac{dV(x(t))}{dt} \right|_{(15)} = 2x^T(t)P(Ax(t) + Bu(t)), \quad (22)$$

ahora, sustituya la derivada (22) en (20), para obtener la siguiente expresión,

$$\min_{u \in \mathbb{U}} (2x^T PAx(t) + 2x^T(t)PBu(t) + (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))) = 0. \quad (23)$$

De ésta última expresión, se desea hallar explícitamente la ley de control óptima  $u^*$ . Observe que la ecuación (23) es una función cuadrática y fuertemente convexa respecto a  $u$ , por lo que la existencia de un mínimo para la ecuación (23) está garantizado y es global. De acuerdo con los resultados clásicos de optimización del enfoque de cálculo de variaciones, la primera variación de la función a optimizar con respecto a  $u$  debe ser cero,

$$\frac{\partial}{\partial u} (2x^T(t)PAx(t) + 2x^T(t)PBu(t) + x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) = 0,$$

por lo que:

$$2B^T Px(t) + 2Ru(t) = 0, \quad (24)$$

consecuentemente la ley de control óptima para el sistema (15) es,

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T Px(t). \quad (25)$$

Ésta expresión se dice óptima debido a que,

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2} (2x^T(t)PAx(t) + 2x^T(t)PBu(t) + x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) = 2R > 0,$$

la cual es estrictamente definida positiva y de acuerdo a la condición suficiente para la optimalidad,  $u^*(t)$  dado por la ecuación (25) es óptimo.

Por último sólo es necesario expresar la matriz desconocida  $P$  de la función de Bellman  $V(x(t))$ , en términos de matrices conocidas. Esto se logra mediante el cálculo de la derivada temporal de la ecuación (21) y se evalúa a lo largo de las trayectorias del sistema (15) en lazo cerrado con la ley de control óptima (25), para obtener la siguiente expresión,

$$\frac{dV(x(t))}{dt} = x(t)^T (A^T P + PA)x(t) + u^{*T}(t) B^T P x(t) + x(t)^T P B u^*(t), \quad (26)$$

sustituyendo la expresión dada en (26) y la ley de control óptima dada por (25) en la ecuación (19), se tiene que para todo estado  $x(t)$ ,

$$x(t)^T (A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P)x(t) = 0,$$

y se concluye que,

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0. \quad (27)$$

A la ecuación dada por (27) se le llama ecuación algebraica de Riccati en estado estable o ecuación algebraica de Riccati para el caso continuo (CARE, Continuous Algebraic Riccati Equation de sus siglas en inglés). Dadas las matrices  $Q$  semidefinida positiva y  $R$  estrictamente definida positiva, dicha ecuación puede resolverse numéricamente con respecto a  $P$ , la cual define al control óptimo  $u^*$ .

#### 1.8.5. Método Hill Climbing

El algoritmo de Hill Climbing es un método de búsqueda local con un componente estocástico, en general, utiliza una cadena de bits para representar un conjunto de prototipos, y en algunos experimentos, un conjunto de características [19]. Es una técnica para buscar una solución minimizando un índice de desempeño dado o criterio, su proceso puede ser descrito de la siguiente forma:

- 1.- Los parámetros a optimizar son inicializados mediante una cadena, dicha cadena es aleatoria y representa una solución al problema de optimización.
- 2.- Se realiza la mutación de la cadena de acuerdo a criterio establecido.
- 3.- Si la cadena mutada brinda una mejor solución, se conserva, de lo contrario, se opta por la cadena sin mutar.
- 4.- Si se conservó la cadena mutada, es arrojada como resultado, si no, se vuelve a realizar otra mutación.
- 5.- El proceso termina si no hay mejoras, o se alcanza un número máximo de iteraciones.

### 1.9. Propuesta de solución

Las propuestas de solución son descritas a continuación:

- 1.- Considerando el retardo en el sistema y en lazo cerrado con el controlador PI, obtener la zona de estabilidad a través del método de D-particiones.
- 2.- Con el método regulación vía control integral, obtener un control PI óptimo, la estabilidad se garantiza, empleando el método de D-particiones.
- 3.- Realizar la optimización del controlador PI y PID empleando el método numérico Hill Climbing. Al comparar el PI óptimo y el PI optimizado podemos validar el método numérico.

La propuesta está enfocada a minimizar un índice de desempeño de la forma:

$$J_1 = \int_0^{t_1} (e^T(t)Qe(t) + u^T(t)Ru(t))dt, \quad t_1 < \infty. \quad (28)$$

Aunque se considera un índice de horizonte finito, la estabilidad esta garantizada para el PI y el PID.

Logrando con esto la penalización de convergencia y minimizando energía. Teniendo las ganancias de los controladores PI óptimo y PID optimizado, programarlas en el dispositivo industrial PLC S7-1200 Siemens, el cual controlará el sistema de temperatura de la planta deshidratadora.

### 1.10. Conclusiones

En el presente capítulo fueron descritos los temas básicos e importantes para poder llevar acabo este trabajo de tesis. El conjunto de está investigación es enfocada a realizar los objetivos establecidos, los cuales trazan la dirección del desarrollo del presente trabajo, el objetivo principal es la convergencia de la variable de proceso (temperatura) a la referencia con la mínima energía.

## Capítulo 2

### 2. Plataforma experimental

#### 2.1. Introducción

En este capítulo se describe la plataforma experimental en la cual son aplicadas las estrategias de control descritas en el siguiente capítulo. También, se obtiene el modelo matemático que caracteriza a la dinámica del sistema.

#### 2.2. Descripción del prototipo

El prototipo de la planta deshidratadora de jitomate que se utiliza en este trabajo de tesis esta conformada por las siguientes partes:

- Un ventilador el cual es el encargado de generar el flujo de aire, se puede ajustar la velocidad por la característica variable de su alimentación que va de 3 a 12  $V_{cd}$ , para el caso de estudio se utilizó un flujo fijo de 2.1  $m/s$ .
- Una resistencia eléctrica de alambre nicromel como calefactor, presentando característica técnica de resistencia de  $30\Omega$  y una alimentación de 180  $V_{cd}$  como voltaje máximo.
- Una base de grado alimenticio construida con acero inoxidable para colocar el producto a deshidratar.

En la sección de control e instrumentación se hace uso de los siguientes componentes:

- Software TIA Portal de Siemens, utilizado para la programación del PLC S7-1200 Siemens.
- Un PLC modelo 1215C marca Siemens, el cual incluye 14 entradas digitales y 10 salidas digitales, 2 entradas y 2 salidas analógicas. Se cuenta también con un modulo de entradas analógicas configurables y un modulo especial para la lectura del sensor de temperatura RTD.
- Software de Instrumentación virtual LabVIEW utilizado para programar la tarjeta de adquisición de datos USB 6008.
- Sensor de temperatura LM35, su uso es para monitorear la variable de proceso (temperatura) de la cámara de deshidratado.
- Tarjeta de adquisición de datos USB 6008 de National Instruments, es empleada para el procesamiento de la entrada y salida de datos (variable del proceso, señal del control) en la implementación del controlador óptimo.
- Microcontrolador PIC 16F877A, es el principal elemento de la etapa de control electrónico, dicho elemento es el encargado de recibir una señal analógica del controlador PID o el controlador óptimo y proporcionar una salida PWM para variar el voltaje aplicado al actuador, de ésta manera manipular la variable del proceso (temperatura).

- En la parte de interfaz de potencia se hace uso de un MOSFET IRF640 por su característica de conmutación rápida, el cual permite adaptar la señal PWM generada por el microcontrolador y con ello poder controlar el voltaje aplicado a la resistencia calefactora.

El prototipo está construido en aluminio y consta de dos cámaras, ver Figura 5. La primera cámara llamada de calentamiento es donde se localiza la resistencia eléctrica, consta de una entrada de aire del ventilador y una salida hacia la segunda cámara llamada de deshidratado. En la cámara de deshidratado se localiza el producto a ser procesado.

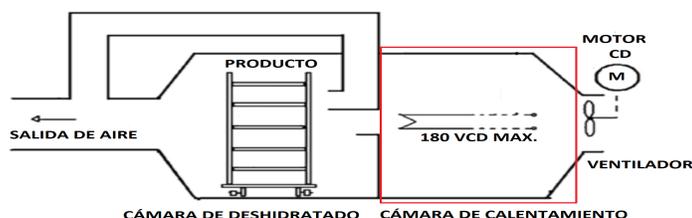


Figura 5: Prototipo de planta deshidratadora.

El principio de funcionamiento de la planta es en base a un ventilador que hace pasar flujo constante de aire del exterior al interior del prototipo y posteriormente a través de una resistencia eléctrica, el proceso resultante es el intercambio de energía térmica (fenómeno de convección), aumentando la temperatura del aire. Ahora el flujo de aire caliente es canalizado hacia la cámara de deshidratado donde se encuentra el producto a deshidratar, dando inicio a la deshidratación del jitomate. Cabe mencionar que la temperatura del aire de secado es regulada por el voltaje aplicado a la resistencia eléctrica, y este voltaje es controlado por la señal del control óptimo o el controlador PID.

En la Figura 6 se muestra el diagrama esquemático del prototipo.

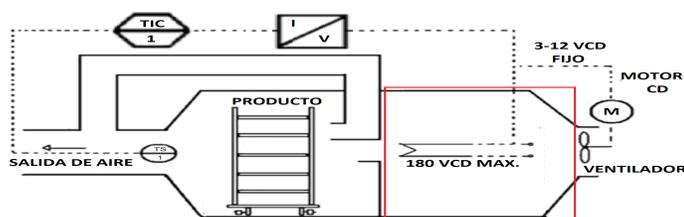


Figura 6: Diagrama del prototipo.

En la Figura 7 se muestra el diagrama de la señal PWM del PIC conectada a la interfaz de potencia. Así como la entrada analógica que proviene de la señal de control.

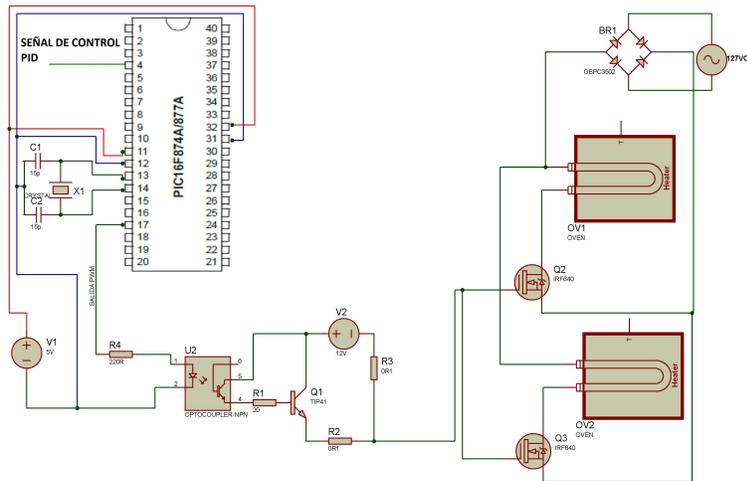


Figura 7: Interfaz de potencia.

En la Figura 8 se presenta una imagen del prototipo y los equipos de grado industrial que se emplean para el control del proceso.



Figura 8: Planta Física.

### 2.3. Modelo matemático

En esta sección se presentan dos formas diferentes de la obtención del modelo matemático que representa al prototipo de la planta deshidratadora. El primer modelo matemático se obtiene considerando la primera ley de la termodinámica y en la segunda parte el modelo matemático es obtenido a partir de los conceptos de resistencia y capacitancia térmica.

#### 2.3.1. Modelo matemático (ley de la termodinámica)

El sistema de deshidratado es modelado en base a la primera ley de la termodinámica y el principio de conservación de la energía, como en [31]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [(U + K + \Phi) V \rho] = F_0 \rho_0 (U_0 + K_0 + \Phi_0) - F \rho (U + K + \Phi) \\ + Q + T_e - (W + FP - F_0 P_0), \end{aligned} \quad (29)$$

donde  $P$  es la presión del sistema ( $Kg/ms^2$ ),  $V$  es el volumen de aire ( $m^3$ ),  $F$  es el flujo volumétrico del aire ( $m^3/s$ ),  $\rho$  es la densidad del aire ( $Kg/m^3$ ),  $U$ ,  $K$ , y  $\Phi$  son las energías interna, cinética y potencial (energía por unidad de masa), respectivamente;  $Q$  es la tasa de calentamiento,  $T_e$  es la temperatura externa y  $W$  es el trabajo realizado por el sistema, sus unidades son energía por tiempo. La notación  $(_0)$  indica que el valor es medido en el interior del sistema, para el termino  $FP$ , es necesario usar un factor de conversión apropiado para las unidades de la ecuación (29) que son energía por tiempo.

El modelo puede ser simplificado por que en el sistema no existe trabajo, entonces  $W = 0$ , como la entrada y salida de las velocidades de flujo no son muy altas el término de energía cinética puede ser despreciado y como las elevaciones de la entrada y salida de velocidades de flujo son prácticamente iguales, el término de la energía potencial es pequeño, entonces la ecuación del modelo se reduce a

$$\frac{d}{dt} [UV\rho] = F_0\rho_0 U_0 - F\rho U + Q + T_e - F\rho \frac{P}{\rho} + F_0\rho_0 \frac{P_0}{\rho_0}.$$

El recíproco de la densidad es el volumen específico  $\bar{V}$  ( $m^3/Kg$ ), Así que este modelo en función de la energía interna viene dado por

$$\frac{d}{dt} [UV\rho] = F_0\rho_0 (U_0 + P_0\bar{V}_0) - F\rho (U + P\bar{V}) + Q + T_e. \quad (30)$$

Es posible obtener otra representación en términos de el cambio de la entalpía con respecto a la tasa de tiempo, esto es una magnitud termodinámica cuya variación representa la cantidad de energía que el sistema intercambia con el ambiente. La entalpía para un gas se define como  $H = U + P\bar{V}$ , y la la ecuación (30) se reescribe como

$$\frac{d}{dt} [(H - P\bar{V})V\rho] = F_0\rho_0 H_0 - F\rho H + Q + T_e. \quad (31)$$

El modelo (31) depende del flujo volumétrico que varía debido al diseño del deshidratador, en la parte interna existe un estrecho en la tubería (ver la Figura 9), esta boquilla induce una

presión diferencial que afecta el flujo volumétrico, con una presión  $P_a$  antes del estrechamiento y una presión  $P_c$  después, el flujo pasa a través de la tubería con un diámetro menor  $d$ .

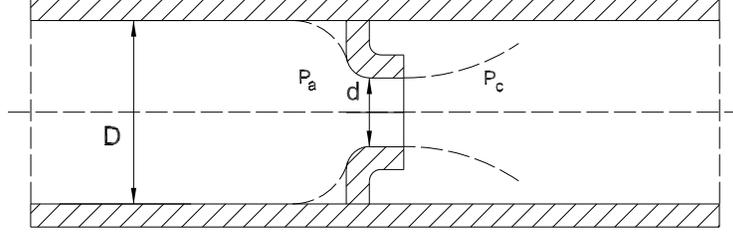


Figura 9: Boquilla dentro de la cámara

El tubo de retroalimentación induce un retardo en el flujo de aire (ver la Figura 6), con el fin de considerar este retardo, el flujo volumétrico interno se define como  $F_0 = \bar{F}_0 + F_{0r}$ , donde  $\bar{F}_0$  es el flujo dentro de la cámara y  $F_{0r}$  es el flujo con retardo, por lo que el modelo es

$$\frac{d}{dt} [(H - P\bar{V})V\rho] = (\bar{F}_0 + F_{0r})\rho_0 H_0 - F\rho H + Q + T_e. \quad (32)$$

El flujo volumétrico, para la compresión de fluidos es expresado como

$$\bar{F}_0 = \bar{c} \frac{\sqrt{(P_a - P_c)}}{\sqrt{\rho_a}}, \quad (33)$$

donde  $\bar{c} = \frac{\sqrt{2CE\varepsilon\pi d^2}}{4}$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $\varepsilon$  son los coeficientes de descarga, de velocidad de aproximación y de expansión del aire durante la aceleración del flujo, respectivamente;  $P_a$  y  $P_c$  son las presiones antes y dentro de la tobera, respectivamente; Y  $\rho_a$  es la densidad del fluido antes de la boquilla. Reemplazando (33) en el modelo (32) obtenemos

$$\frac{d}{dt} [HV\rho] = \bar{c} \frac{\sqrt{(P_a - P_c)}}{\sqrt{\rho_a}} \rho_0 H_0 + F_{0r} \rho_0 H_0 - F\rho H + \frac{d}{dt} [P\bar{V}V\rho] + Q + T_e.$$

La entalpía es una función de estado, que permite calcular directamente la transferencia de calor en el sistema. Esta variación depende de la variación de la temperatura, esto significa  $\Delta H = C_p \Delta T$ , donde  $C_p$  es el calor específico a presión constante, y  $T$  es la temperatura. A pesar del cambio de presión después de la tobera, la presión total de la cámara puede asumirse constante porque el flujo de salida es constante también, entonces el modelo puede ser expresado en términos de la variación de la entalpía con respecto a la temperatura como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H}{\partial T} V\rho \right) &= \bar{c} \frac{\sqrt{(P_a - P_c)}}{\sqrt{\rho_a}} \rho_0 \frac{\partial H_0}{\partial T} + F_{0r} \rho_0 \frac{\partial H_0}{\partial T} \\ &\quad - F\rho \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{d}{dt} [P\bar{V}V\rho] + Q + T_e. \end{aligned} \quad (34)$$

Definiendo  $\frac{\partial H}{\partial T} = f(T(t))$ , derivando respecto al tiempo  $\frac{df(T(t))}{dt} = \frac{df(T(t))}{dT} \frac{dT(t)}{dt}$ , (34) es rescrito como

$$\frac{dT(t)}{dt} = \bar{f}_0(T(t)) + \bar{f}_1(T(t-h)) + \bar{b}(T(t))u(t) + \bar{f}_2(T(t), t), \quad (35)$$

donde la entra es  $u(t) = \bar{k}\bar{Q}(t)$ , con una constate proporcional  $\bar{k}$  y el termino  $\bar{b}(T(t)) = \left( \frac{1}{V\rho \frac{d}{dT} \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)} \right)$ ,

$$\bar{f}_0(T(t)) = \left( \left( \bar{c} \frac{\sqrt{(P_a - P_c)}}{\sqrt{\rho_a}} \rho_0 - F\rho \right) \frac{\partial H_0}{\partial T} + \frac{d}{dt} (P\bar{V}V\rho) \right) \bar{b}(T(t)).$$

Suponemos que el flujo con retardo  $F_{0r}$  induce un retardo en la temperatura tal que

$$\bar{f}_1(T(t-h)) = F_{0r}\rho_0 \frac{\partial H_0}{\partial T} \bar{b}(T(t)),$$

y

$$\bar{f}_2(T(t), t) = \bar{b}(T(t))T_e.$$

Lo difícil del modelo (35) recae en el conocimiento de las magnitudes termodinámicas, que no son encontradas directamente y en la existencia de derivadas parciales de la entalpía con respecto a la temperatura, cuyos valores numéricos no son fáciles de conocer.

Con el fin de obtener modelos más simples, (35) se puede expresar por una expansión de la serie de Taylor alrededor de un punto de equilibrio y así obtener modelos con una parte lineal y términos no lineales que permiten a la región de operación ser mayor en comparación con el caso de un modelo puramente lineal con retardo.

El modelo (35) linealizado alrededor de un punto de operación  $T_{op}$  (en este punto  $T_e(t)$  se considera constante) y estableciendo

$$\left. \frac{\partial \bar{f}_0(T(t))}{\partial T} \right|_{T(t)=T_{op}} = a_0, \quad \left. \frac{\partial \bar{f}_1(T(t-h))}{\partial T} \right|_{T(t)=T_{op}} = a_1, \quad \left. \frac{\partial \bar{b}(T(t))}{\partial T} \right|_{T(t)=T_{op}} = b,$$

$$\left. \frac{\partial \bar{f}_2(T(t))}{\partial T} \right|_{T(t)=T_{op}} = c,$$

se establece a  $a_0, a_1, b, c \in \mathbb{R}$  como los parámetros de el modelo a determinar. El termino residuo de la serie  $R_n(T(t), T(t-h)) \in \mathbb{R}$  contiene todos las términos de orden superior y la función  $G_{ud}(x(t), x(t-h))$  considera las dinámicas no modeladas, como depende del estado  $x(t)$  y  $x(t-h)$ , así el modelo queda estructurado como

$$\dot{x}(t) = a_0x(t) + a_1x(t-h) + bu(t-\tau) + f(x(t), x(t-h)), \quad (36)$$

tal que, el estado  $x(t)$  es la temperatura y la entrada de control  $u(t)$  es el voltaje aplicado a rejilla eléctrica.

La parte no lineal tiene la siguiente estructura:

$$f(x(t), x(t-h)) = c + R_n(x(t), x(t-h)) + G_{ud}(x(t), x(t-h)). \quad (37)$$

Pruebas experimentales indican que el parámetro  $c$  de (37) puede no ser considerado, porque el valor numérico encontrado en el proceso de indentificación, es muy pequeño y no impacta en el modelo. La dinámica no lineal  $f(x(t), x(t-h))$  puede ser descrita por una función polinomial, considerando el estado y el retardo en el estado, de la siguiente forma [31]:

$$f(x(t), x(t-h)) = \gamma_0 x^2(t) + \gamma_1 x^2(t-h) + \gamma_2 x^3(t) + \gamma_3 x^3(t-h). \quad (38)$$

Debido a que la dinámica es no lineal, se opta por identificar la planta alrededor de un punto de operación, este proceso se realiza en forma experimental.

### 2.3.2. Modelo matemático (resistencia y capacitancia térmica)

El prototipo es un sistema térmico, el cual involucra la transferencia de calor por el fenómeno de convección. Este tipo de sistemas es común analizarlos en términos de los parámetros de resistencia y capacitancia térmica del proceso. Si se desarrolla un modelo matemático considerando los parámetros distribuidos se obtiene una representación más precisa, como se vio en la sección anterior, el modelo obtenido bajo ésta consideración, da como resultado un modelo matemático representado con ecuaciones diferenciales parciales, haciendo difícil su aplicación a la teoría del control [4].

Para simplificar el análisis, se realizan las siguientes suposiciones:

- El prototipo se representa mediante un modelo de parámetros concentrados, es decir, que los elementos que presentan una resistencia al flujo de calor, tienen una capacitancia térmica insignificante y viceversa. En el prototipo, dichos elementos son las paredes, las cuales fueron recubiertas mediante un aislante térmico y eléctrico, por lo que no guardan demasiado calor.
- El sistema puede considerarse cerrado, es decir, las pérdidas de calor hacia el exterior pueden despreciarse.
- Suponga que la temperatura del flujo del aire que entra a la cámara de calentamiento, se mantiene constante.

Ya establecidas las suposiciones, aplicando el principio de conservación de la energía y haciendo uso de conceptos de los sistemas térmicos.

El modelo matemático para el prototipo propuesto puede ser establecido como:

$$RC \frac{d\theta(t)}{dt} + \theta(t) = Rh_i(t).$$

donde  $\theta(t)$  es la temperatura ( $^{\circ}C$ ) de el de flujo aire,  $C$  es la capacitancia térmica del prototipo expresada en ( $\frac{Kcal}{^{\circ}C}$ ),  $R$  es la reactancia del prototipo en unidades de ( $^{\circ}C \frac{sec}{Kcal}$ ) y  $h_i(t)$  es la entrada del flujo de calor en unidades de ( $\frac{Kcal}{sec}$ ) [1], el diagrama a bloques del sistema es representado en la Figura 10.

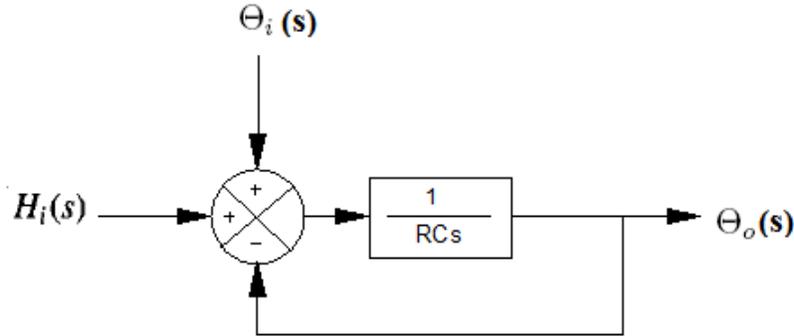


Figura 10: Diagrama a bloques del sistema térmico.

Si se observa la constante de tiempo del sistema como  $RC$  expresada en segundos, se puede establecer la función de transferencia del sistema de la temperatura  $\theta$  en relación al flujo de calor  $h_i$ , como:

$$\frac{\theta(s)}{H_i(s)} = \frac{R}{RCs + 1}.$$

La temperatura  $\theta(s)$  es medida con el sensor LM35. Este transductor proporciona un voltaje en base a la temperatura medida ( $1^\circ C$  equivale a 10 mV), por lo que podemos establecer lo siguiente:

$$Y(s) = K_{sensor} \theta(s),$$

donde  $Y(s)$  es la salida del sensor en volts y  $K_{sensor} = 0.01 \frac{V_{cd}}{^\circ C}$ . Ahora, se supone que el flujo de calor  $h_i(s)$  es directamente proporcional al voltaje aplicado a la rejilla eléctrica, por lo que obtenemos:

$$U(s) = K_{rejilla} h_i(s),$$

$K_{rejilla}$  es una constante de proporcionalidad dada en  $\frac{V_{seg}}{Kcal}$  y  $U(s)$  representa la señal de control aplicada a la rejilla.

Considerando que la fuente de calor se encuentra una distancia  $L$  (aproximadamente 30 cm en el prototipo) del producto, existe un retardo  $h$  en el transporte. Debido a que la distancia  $L$  es fija, el retardo se puede considerar constante y puede modelarse como una desviación en el argumento de la señal de control. La función de transferencia en el dominio de la frecuencia queda expresada de la siguiente forma:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k e^{-sh}}{\tau s + 1},$$

con  $\tau = RC$  es la constante de tiempo de la planta,  $C$  es capacitancia térmica del proceso,  $R$  resistencia térmica del proceso,  $k = RK_{rejilla}/K_{sensor}$  es la ganancia del sistema y  $h$  es el retardo de la planta.

De ésta forma el modelo matemático del prototipo puede reducirse a un sistema lineal de primer orden con retardo en la entrada en una zona de operación específica [4]. Por la complejidad del calculo de los parámetros del modelo, se hace uso de la técnica de respuesta al escalón unitario y así obtener dichos parámetros, el procedimiento es descrito en la siguiente sección.

## 2.4. Identificación del modelo (aproximado)

Para analizar un sistema de control el primer paso es obtener su modelo matemático. Criterios de diseño se basan en señales de entrada de prueba particulares y analizado la respuesta del sistema ante estas entradas.

Las señales de prueba que se usan regularmente son funciones escalón, rampa, parábola e impulso. Con estas señales de prueba, es posible realizar con facilidad análisis matemáticos y experimentales de sistemas de control [29].

Para obtener el modelo matemático del sistema de temperatura analizado en este trabajo de tesis, se aplica una función escalón al sistema físico.

El procedimiento se realiza con producto en la planta (jitomate) y considerando que las zonas de operación de la planta serán  $50^{\circ}C$ ,  $60^{\circ}C$  y  $70^{\circ}C$ . Los pasos del procedimiento son descritos a continuación.

- 1.- El ventilador se mantiene a velocidad constante aplicando  $7.2 V_{cd}$ , de manera que se obtenga una velocidad de viento de  $2 \frac{m}{s}$ .
- 2.- La magnitud de la señal escalón aplicada al actuador (resistencia eléctrica) dependerá de la zona de operación que se desee, en la tabla 1 queda establecida la relación.

Tabla 1: Magnitud de la señal escalón (1)

Región	Volts
$50^{\circ}C$	48.35
$60^{\circ}C$	54.00
$70^{\circ}C$	58.87

- 3.- La ganancia  $k$  de establecimiento se obtendrá a partir del valor de la temperatura que se considere ya no presente variaciones, en base al criterio de la literatura  $\pm 2\%$ .
- 4.- La constante de tiempo  $\tau$  corresponde al 63.2 % del valor de ganancia  $k$  obtenida [29].
- 5.- El valor del retardo  $h$  o  $L$  es obtenido en base a los datos de temperatura obtenidos durante el procedimiento.

Los resultados son expuestos en la sección de resultados de simulación.

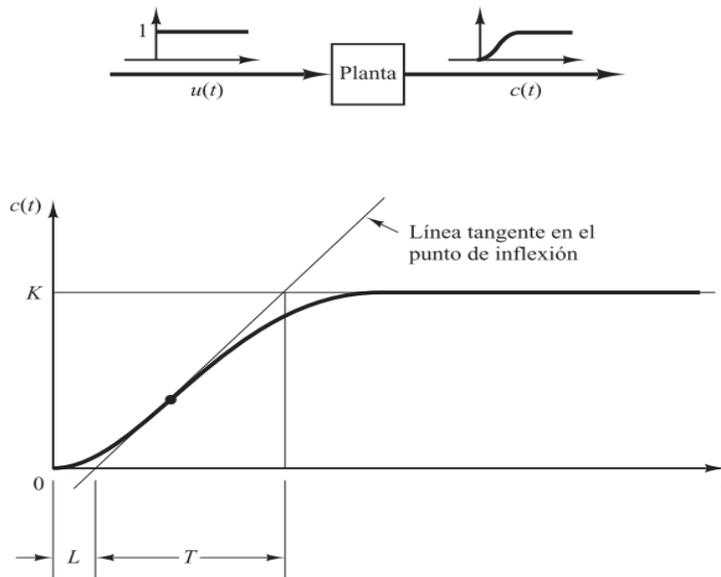


Figura 11: Respuesta a un escalón unitario de una planta.

## 2.5. Conclusiones

En el presente capítulo se trabajó en obtener el conocimiento necesario para la operación del prototipo, así como la electrónica, la instrumentación y los equipos industriales que conforman el funcionamiento del sistema térmico. Posterior a ello se realizó la identificación del sistema, mediante el uso de la técnica de respuesta al escalón, obteniendo el modelo matemático aproximado que describe la dinámica del sistema térmico. Dicho modelo matemático aproximado es aplicado para obtener los controladores PI óptimo y el PID optimizado.

## Capítulo 3

### 3. Estrategia de Control

#### 3.1. Introducción

Este capítulo está dedicado a las estrategias de control implementadas en la plataforma experimental del deshidratado del jitomate. En la sección 3.2 se presenta el método D-particiones, empleando para encontrar la zona de estabilidad de un controlador PI en lazo cerrado con un sistema de primer orden con retardo. En la sección 3.3 se obtiene un PI óptimo sin considerar el retardo a través del método de Regulación vía control integral, las ganancias obtenidas del PI óptimo son ubicadas dentro de la zona de estabilidad (método D-particiones), con ello se verifica que la planta (deshidratadora) en lazo cerrado con el controlador PI sea estable. En la sección 3.4 se emplea el método numérico Hill Climbing para obtener un PI/PID optimizado considerando el retardo en el sistema, la estabilidad se verifica con la ubicación de las raíces en el círculo unitario.

#### 3.2. Método de D-Particiones

Con ayuda del método D-particiones se puede obtener los límites de estabilidad de un controlador PID para sistemas con retardos (ejemplo sistema térmico) [1].

Considerando el controlador PI (en este caso la parte derivativa es igual a cero) con la siguiente estructura:

$$U(s) = \left( K_p + \frac{K_i}{s} \right) e(s), \quad (39)$$

donde:

$K_p$  es la ganancia proporcional.

$K_i$  es la ganancia integral.

$e(s)$  es el error.

$U(s)$  es la señal de control.

Y el sistema térmico estudiado en este trabajo de tesis, el cual es representado mediante el siguiente modelo lineal con retardo.

$$G(s) = \frac{k e^{-sh}}{\tau s + 1}, \quad (40)$$

donde  $k$  define la ganancia de establecimiento de la planta,  $h$  el retardo y  $\tau$  la constante de tiempo.

El sistema en lazo cerrado considerando (39) y (40), se observa en la Figura 12.

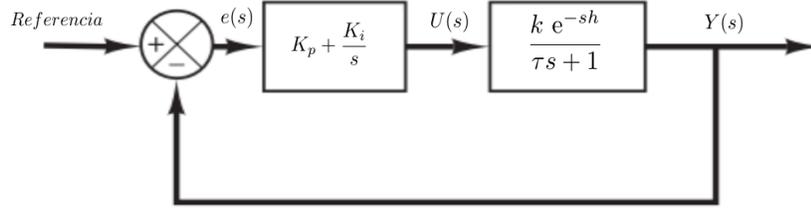


Figura 12: Diagrama a bloques.

Aplicando la reducción de bloques obtenemos:

$$G(s) = \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \left(\frac{k e^{-sh}}{\tau s + 1}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \left(\frac{k e^{-sh}}{\tau s + 1}\right)}. \quad (41)$$

Analizando la expresión (41) y realizando las operaciones algebraicas necesarias se obtiene el siguiente resultado:

$$G(s) = \frac{(K_p k e^{-sh})s + K_i k e^{-sh}}{\tau s^2 + (1 + K_p k e^{-sh})s + K_i k e^{-sh}},$$

donde

$$P(s, e^{-sh}) = \tau s^2 + (1 + K_p k e^{-sh})s + K_i k e^{-sh}, \quad (42)$$

es la ecuación característica del sistema en lazo cerrado, definida como un cuasipolinomio retardado, el cual tiene un infinito número de raíces [8]. El cuasipolinomio será analizado para conocer la región estable del sistema.

Lo que se desea encontrar con ayuda del programa Matlab es la región para el par de puntos  $(K_p, K_i)$ , donde el sistema (40) en lazo cerrado con el controlador PI es estable. Para ello se supone que las ganancias  $K_p$  y  $K_i$  son desconocidas,  $k, \tau$  y  $h$  fueron obtenidos con la técnica de respuesta al escalón.

Para encontrar la primer frontera de la región, se reemplaza  $s = 0$  en el cuasipolinomio característico (42).

Realizando operaciones algebraicas, obtenemos que la ganancia  $K_i = 0$ , para cualquier valor de  $K_p$ .

Algo muy importante para establecer la primer frontera es considerar la restricción de nuestro equipo (PLC), el cual solo acepta la programación de ganancias positivas. Por lo tanto la primera región queda establecida como  $K_i = 0$  y  $K_p \geq 0$ . Ahora se remplace  $s = j\omega$  en la ecuación (42) y se iguala a cero:

$$\tau j^2 \omega^2 + j\omega + K_p k (\cos(\omega h) - j \operatorname{sen}(\omega h)) j\omega + K_i k (\cos(\omega h) - j \operatorname{sen}(\omega h)) = 0.$$

Separando la parte real, la parte imaginaria y despejando a  $K_p$  y  $K_i$  se obtiene:

$$K_p = \frac{1}{k} (-\cos(h\omega) + \tau\omega \operatorname{sen}(h\omega)), \quad (43)$$

$$K_i = \frac{1}{k} (\omega \operatorname{sen}(h\omega) + \tau\omega^2 \cos(h\omega)). \quad (44)$$

Haciendo un barrido de la frecuencia  $\omega$  excepto el cero (esto implica que se consideran todas las posibles intersecciones de raíces con el eje imaginario), se obtiene una región cerrada la cual incluye al par estable  $K_p = 0$  y  $K_i = 0$ , y de acuerdo al método D-particiones esta región es estable.

Para el caso del controlador PID en lazo cerrado con el sistema (40), al realizar el método D-particiones de manera similar que con el PI, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$-\omega^2 \tau - \omega^2 K_d k \cos(\omega h) + K_p k \omega \operatorname{sen}(\omega h) + k K_i \cos(\omega h) = 0, \quad (45)$$

$$-\omega^2 K_d k \operatorname{sen}(\omega h) + \omega + K_p k \omega \cos(\omega h) - k K_i \operatorname{sen}(\omega h) = 0, \quad (46)$$

la solución de (45) y (46) se da para encontrar a  $K_d$ , con la restricción que  $K_p$  y  $K_i$  son obtenidas en (43) y (44), respectivamente.

$$K_d = \frac{\omega^4 \tau k \operatorname{sen}(\omega h) - \omega^3 k \cos(\omega h) + \omega^3 k^2 K_p \operatorname{sen}^2(\omega h) - \cos^2(\omega h)}{\omega^4 k^2 \operatorname{sen}(\omega h) \cos(\omega h)}, \quad (47)$$

realizando un barrido de la frecuencia  $\omega$  en la ecuación (47), se obtiene el rango de  $K_d$  donde el sistema es estable.

### 3.3. Método de Regulación vía control integral

Como a quedado establecido en la sección anterior, el modelo matemático del prototipo en el dominio de la frecuencia puede ser expresado en un sistema lineal de primer orden con retardo:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{k e^{-sh}}{\tau s + 1}, \quad (48)$$

donde:

$X(s)$  representa la salida del sistema

$U(s)$  representa la entrada de control al sistema.

El modelo matemático (48) se pasa al dominio del tiempo, para poder aplicar el método de regulación vía control integral, esto se realiza aplicando la transformada inversa de Laplace.

Partiendo de la ecuación (48):

$$X(s) = \frac{k e^{-sh}}{\tau s + 1} U(s),$$

$$(X(s)) (\tau s + 1) = k U(s) e^{-sh}.$$

Al aplicar la transformada inversa de Laplace.

$$\mathcal{L}^{-1} ((X(s)) (\tau s + 1) = k U(s) e^{-sh}).$$

Se obtiene:

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\tau} x(t) + \frac{k}{\tau} u(t-h). \quad (49)$$

Si se define:

$$a_0 = -\frac{1}{\tau}, \quad b_0 = \frac{k}{\tau}, \quad (50)$$

y sustituyendo la ecuación (50) en (49), se deduce que:

$$\dot{x}(t) = a_0 x(t) + b_0 u(t-h). \quad (51)$$

Si el retardo  $h$  en (51) es 5 veces menor que la constante de tiempo ( $\tau$ ), se puede despreciar [13], por lo tanto el sistema (51) puede ser expresado:

$$\dot{x}(t) = a_0 x(t) + b_0 u(t). \quad (52)$$

Con base en la regulación vía control integral, se desea diseñar un control por realimentación del estado tal que:

$$x(t) \rightarrow x_{ss} \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

donde  $x(t)$  es el estado del sistema (temperatura), la cual se puede medir físicamente,  $x_{ss}$  es la referencia propuesta por el usuario y es constante.

Retomando el sistema expresado en la ecuación (52).

$$\dot{x}(t) = a_0 x(t) + b_0 u(t),$$

se realiza un cambio de variable para que el sistema dependa del error y posteriormente hacer que el error tienda a cero. Para ello se desarrollan las siguientes operaciones.

$$e(t) = x(t) - x_{ss},$$

donde  $e(t)$  representa el error.

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_{ss}.$$

Debido a que  $x_{ss}$  es una constante su derivada es cero.

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \dot{x}(t) = a_0 x(t) + b_0 u(t), \\ \dot{e}(t) &= a_0 e(t) - a_0 x_{ss} + b_0 u(t) - b_0 u_{ss}.\end{aligned}\quad (53)$$

Si  $x(t) = x_{ss}$ , entonces  $e(t) = 0$

$$\begin{aligned}0 &= -\dot{x}_{ss} = -a_0 x_{ss} - b_0 u_{ss}, \\ 0 &= -a_0 x_{ss} - b_0 u_{ss}, \\ -b_0 u_{ss} &= a_0 x_{ss}, \\ u_{ss} &= -\frac{a_0 x_{ss}}{b_0}.\end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (53)

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= a_0 e(t) - a_0 x_{ss} + b_0 u(t) - b_0 \left(-\frac{a_0 x_{ss}}{b_0}\right), \\ \dot{e}(t) &= a_0 e(t) + b_0 u(t).\end{aligned}\quad (54)$$

En la ecuación (54) el sistema es representado en base a el error, para proceder con el diseño del controlador, integramos el error,  $\dot{\sigma} = e(t) \implies \sigma = \int_0^t e(\tau) d\tau$ .

Ahora el sistema (54) es aumentado con el integrador, obteniendo:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= a_0 e(t) + b_0 u(t), \\ \dot{\sigma}(t) &= e(t).\end{aligned}\quad (55)$$

Se puede observar que:

$$\sigma = \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad \bar{\sigma} = \int_0^t \bar{e} d\tau,$$

donde  $\bar{e} = 0$  y representa el error deseado.

$$\sigma - \bar{\sigma} = \sigma,$$

$$\xi = \begin{bmatrix} x(t) - x_{ss} \\ \sigma - \bar{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ \sigma \end{bmatrix}.$$

Representado el sistema aumentado (55) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \sigma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u.\quad (56)$$

Del sistema aumentado se establece:

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Los valores de  $a_0$  y  $b_0$  se obtienen de la ecuación (50), sustituyendo los parámetros del sistema (48), que se obtuvieron con la identificación del sistema a través de la técnica respuesta al escalón. En el Tabla (2), se muestran los resultados:

Tabla 2: Parámetros de la matriz  $A$  y el vector  $B$  del sistema (56)

Región	$a_0$	$b_0$
50°C	-0.00460468757	0.00002383386
60°C	-0.00441501104	0.00003145128
70°C	-0.00560286900	0.00004344674

Par verificar la controlabilidad del sistema en las diferentes regiones, se obtiene la matriz de controlabilidad  $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y se verifica que sea de rango  $n$  :

$$\mathcal{C} = [B, A * B, A^{N-1} * B].$$

Matriz de controlabilidad de la región 50°C,

$$\mathcal{C}_{50^\circ C} = \begin{bmatrix} 0.00002383386 & -0.000000109747478887 \\ 0 & 0.00002383386 \end{bmatrix},$$

al ser sus columnas linealmente independientes, tiene rango 2 por lo tanto es completamente controlable, caso semejante pasa en las regiones de 60°C y 70°C.

$$\mathcal{C}_{60^\circ C} = \begin{bmatrix} 0.00003145128 & -0.0000001388577484 \\ 0 & 0.00003145128 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{C}_{70^\circ C} = \begin{bmatrix} 0.00004344674 & -0.00000024342263927 \\ 0 & 0.00004344674 \end{bmatrix}.$$

El control  $u$  para el sistema (56), se obtiene con la aplicación de la ley de control Regulador Cuadrático Lineal.

$$u^* = R^{-1} B^T P \begin{bmatrix} e \\ \sigma \end{bmatrix}, \quad (57)$$

$$u^* = [k_{11} \quad k_{12}] \begin{bmatrix} e \\ \sigma \end{bmatrix},$$

$$u^* = k_{11} e(t) + k_{12} \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad (58)$$

obteniendo un PI óptimo, donde  $k_{11} = k_p$  y  $k_{12} = k_i$ , las ganancias son programadas en el controlador PI del PLC S7-1200 Siemens.

La parte del control óptimo (57),  $R$  es un valor propuesto por el usuario y definido positivo,  $P$  es la única solución definida positiva de la matriz de la ecuación algebraica de Riccati [32].

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0,$$

donde:

$A$  es la matriz  $A$  del sistema (56),

$B$  es la matriz  $B$  del sistema (56),

y  $Q$  es una matriz definida positiva propuesta por el usuario.

$$K^* = R^{-1} B^T P,$$

$$K^* = [k_{11} \quad k_{12}].$$

Para la obtención de la matriz  $K^*$  se hace uso del programa MATLAB 2013, con la instrucción correspondiente al controlador Regulador Cuadrático Lineal.

$$[k, s, e] = lqr(sys, Q, R, N)$$

### 3.4. Método de Hill Climbing

Cualquier conjunto de ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  ingresadas al controlador PID (59), generan una señal de control diferente, a esto se le conoce como sintonización. Una de las formas más utilizadas del controlador PID [33] en tiempo continuo es dado por

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right), \quad (59)$$

donde  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_i$  y  $T_d$  son el tiempo integral y derivativo, respectivamente,  $N$  es una constante establecida en 8 [33], el uso de un filtro primer orden para su implementación en la parte derivativa, es para prevenir amplificación de efectos del ruido [33].

El algoritmo Hill Climbing se aplicó en este trabajo de investigación con el objetivo de obtener una sintonización optimizada de las ganancias del controlador PID, las cuales son programadas en PLC S7-1200 Siemens para el control de temperatura.

En la implementación del algoritmo Hill Climbing se trabajó en tiempo discreto, a través de la transformada  $z$ . La ecuación (59) referente al controlador PID, en tiempo discreto se muestra a continuación

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{K_p(n_3 z^3 + n_2 z^2 + n_1 z + n_0)}{d_3 z^3 + d_2 z^2 + d_1 z + d_0}, \quad (60)$$

donde los coeficientes son

$$\begin{aligned} n_3 &= T_s^2 + T_d T_s \left(1 - e^{-\frac{N}{T_d}}\right), & n_1 &= T_s^2 \left( e^{-\frac{N}{T_d}} + \left( e^{-\frac{N}{T_d}} + 1 \right) e^{-T_d T_s} \right) + T_d T_s \left( 3 - 3e^{-\frac{N}{T_d}} \right), \\ n_0 &= -T_s^2 e^{-\frac{N}{T_d}} e^{-T_d T_s} - T_d T_s \left(1 - e^{-\frac{N}{T_d}}\right), & n_2 &= -T_s^2 \left( e^{-\frac{N}{T_d}} + 1 + e^{-T_d T_s} \right) + 2T_d T_s \left( e^{-\frac{N}{T_d}} - 1 \right), \\ d_3 &= T_s^2, & d_2 &= -T_s^2 \left( e^{-\frac{N}{T_d}} + 2 \right), & d_1 &= T_s^2 \left( 2e^{-\frac{N}{T_d}} + 1 \right), & d_0 &= -T_s^2 e^{-\frac{N}{T_d}}. \end{aligned}$$

Para el caso del modelo matemático de la planta (48), en tiempo discreto es representado por

$$G(z) = \frac{X(z)}{U(z)} = \frac{az^{-D+1}}{z - e^{-b}}, \quad (61)$$

donde  $X(z)$  es la salida de la planta (para este caso, es la temperatura del aire de secado del proceso),  $U(z)$  es la entrada (voltaje aplicado a la rejilla eléctrica),  $a = \frac{K}{T}$ ,  $b = \frac{1}{T}$ ,  $D = \frac{h}{T_s}$ ,  $h$  es el retardo y  $T_s$  es el tiempo de muestreo.

El problema de la optimización radica en encontrar las ganancias  $K_p^*$ ,  $K_i^*$  y  $K_d^*$  que minimicen el siguiente índice de desempeño cuadrático, penalizando el error y la señal de control:

$$J_d = \sum_{i=0}^M (e(i)^2 Q + u(i)^2 R), \quad (62)$$

donde  $Q$  y  $R$  son constantes positivas, establecidas por el usuario.

Adicional a esto, se requiere garantizar la estabilidad en lazo cerrado del controlador PID optimizado y la planta. A continuación se enumeran los pasos del algoritmo numérico Hill Climbing.

- 1.- Establecer un número máximo de iteraciones del algoritmo y generar un vector inicial  $\bar{K} = [ K_p, K_i, K_d ]$ .
- 2.- Se inicializa con ganancias estables de magnitud pequeña (para este caso de estudio el valor empleado es de 0.1), el primer vector se denota como  $\bar{K}^* = [ K_p^*, K_i^*, K_d^* ]$ .
- 3.- Damos solución numérica al lazo cerrado del sistema (61) y (60), se calcula el índice de desempeño  $J_d(\bar{K}^*)$ , nombrándolo índice de desempeño óptimo.
- 4.- Mutamos los valores de  $\bar{K}^*$  conforme a una variable aleatoria uniforme (random)  $\delta_1, \delta_2$  y  $\delta_3$ , de la forma

$$\bar{K}_\delta = [ K_p^* + \delta_1, K_i^* + \delta_2, K_d^* + \delta_3 ]$$

- 5.- Verificar la estabilidad en lazo cerrado del sistema (61)(60) con las ganancias de  $\bar{K}_\delta$  por medio de la localización de las raíces en el círculo unitario. En el caso de ser inestable se regresa al paso 4, y si es estable se obtiene el índice de desempeño  $J_d(\bar{K}_\delta)$ .
- 6.- Si  $J_d(\bar{K}_\delta) < J_d(\bar{K}^*)$ , entonces ahora  $J_d(\bar{K}^*) = J_d(\bar{K}_\delta)$  y  $\bar{K}^* = \bar{K}_\delta$ . Si no  $J_d(\bar{K}^*) = J_d(\bar{K}^*)$ .
- 7.- Si el número de iteraciones ha concluido, entonces se obtiene el valor de  $\bar{K}^*$  y el programa es finalizado. De lo contrario regresar al paso 4.

La programación del algoritmo Hill Climbing se realizó con el software de Matlab.

### 3.5. Conclusiones

En el presente capítulo se desarrollaron las estrategias de control descritas en la sección del marco teórico, con un enfoque de aplicación al sistema térmico del deshidratado del jitomate. La realización de operaciones algebraicas necesarias y la programación de los algoritmos en el software de Matlab, dieron como resultado la sintonización del controlador PI óptimo y la implementación del algoritmo Hill Climbing.

La zona de estabilidad del lazo cerrado de la planta (proceso de deshidratación del jitomate) con el controlador PI, obtenida a partir del método D-Particiones, se utilizó en conjunto con la técnica PI óptimo para verificar la estabilidad del sistema. Para el caso del PID optimizado, al expresarlo en tiempo discreto, la estabilidad se verifica con la ubicación de las raíces del sistema en el círculo unitario. Los resultados teóricos obtenidos en esta sección dan pauta para obtener los resultados de simulación y experimentales, expuestos en el siguiente capítulo.

## Capítulo 4

### 4. Resultados de simulación y experimentales

#### 4.1. Introducción

En esta sección los resultados obtenidos son expuestos. Primero, se presenta la linealización de la planta, con la técnica respuesta al escalón. Considerando tres zonas de operación:  $50^{\circ}C$ ,  $60^{\circ}C$  y  $70^{\circ}C$ , estas temperaturas son recomendadas para el proceso de deshidratación del jitomate, la forma de verificar la deshidratación es a través del monitoreo del nivel de humedad que presenta el jitomate, este debe alcanzar el 10%. Seis rebanadas de jitomate son colocadas en el experimento y en periodos de 15 minutos las rebanadas deben ser pesadas, el experimento se repite hasta lograr el porcentaje de humedad deseado.

#### 4.2. Identificación del sistema

Considerando el modelo de primer orden con retardo, que caracteriza al sistema térmico estudiado en este trabajo de investigación.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k e^{-sh}}{\tau s + 1}, \quad (63)$$

donde:  $k$  es la ganancia de establecimiento,  $\tau$  la constante de tiempo y  $h$  el retardo .

La indentificación del sistema se realiza de manera experimental con el PLC S7-1200 siemens, la técnica es conocida como respuesta al escalón unitario, los resultados son mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 3: Parámetros del sistema (63)

Región	$k$	$h$	$\tau$
$50^{\circ}C$	0.005176327	2.5	217.17
$60^{\circ}C$	0.007124074	1.5	226.55
$70^{\circ}C$	0.007754374	1.5	178.48

La ganancia de establecimiento se obtienen con la formula  $k = \frac{vf}{va}$ , donde  $vf$  es el voltaje final (máximo voltaje alcanzado por el sensor) y  $va$  es el voltaje aplicado (voltaje del valor del escalón).

Para validar los modelos matemáticos aproximados se llevo acabo la simulación con ayuda del software Simulik.

## 4.2 Identificación del sistema 4 RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

Cabe mencionar que las condiciones iniciales no son cero, esto debido a la temperatura ambiente presente en el momento de llevar a cabo los experimentos.

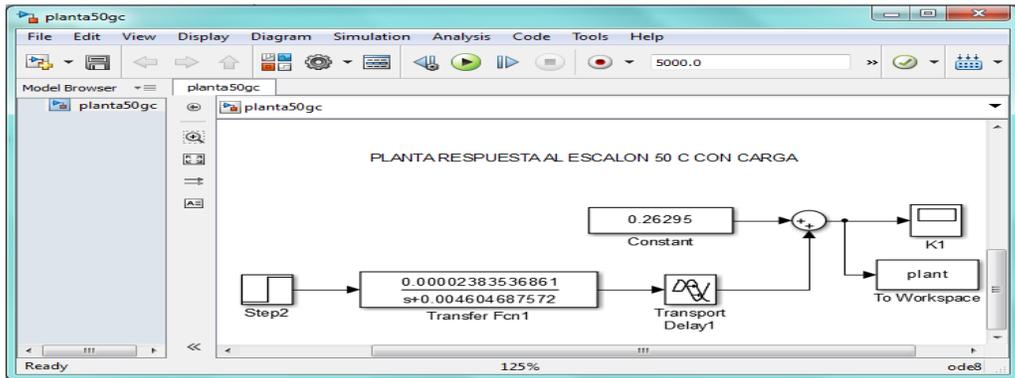


Figura 13: Simulación del sistema, región  $50^{\circ}C$ .

En la Figura 14, se puede observar la comparación de los resultados obtenidos en simulación (simulink) y los obtenidos con la técnica respuesta al escalón aplicada a la planta. El valor de la señal de escalón es de  $48.35 V_{cd}$ , con el objetivo de obtener una región de  $50^{\circ}C$ .

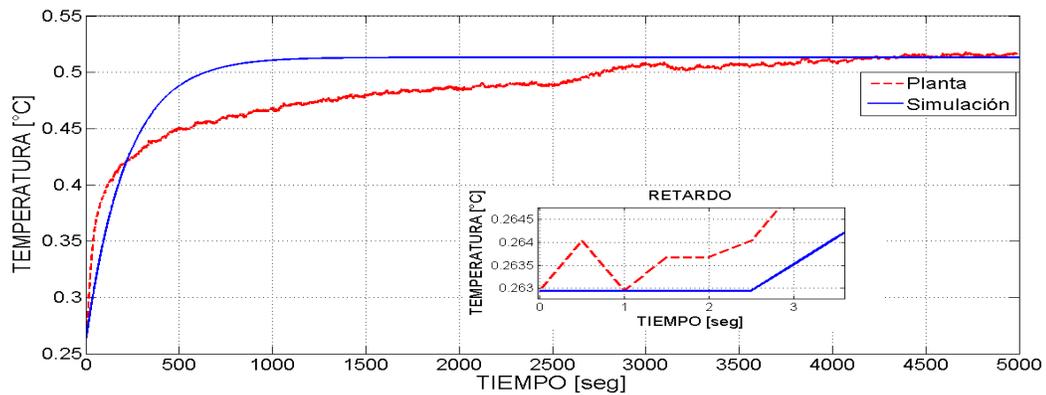


Figura 14: Identificación del sistema, región  $50^{\circ}C$ .

En la Figura 15 se presentan los resultados de la identificación de la planta y de simulación, correspondiente a la región de  $60^{\circ}$ . Con una magnitud de la señal de escalón de  $54 V_{cd}$ .

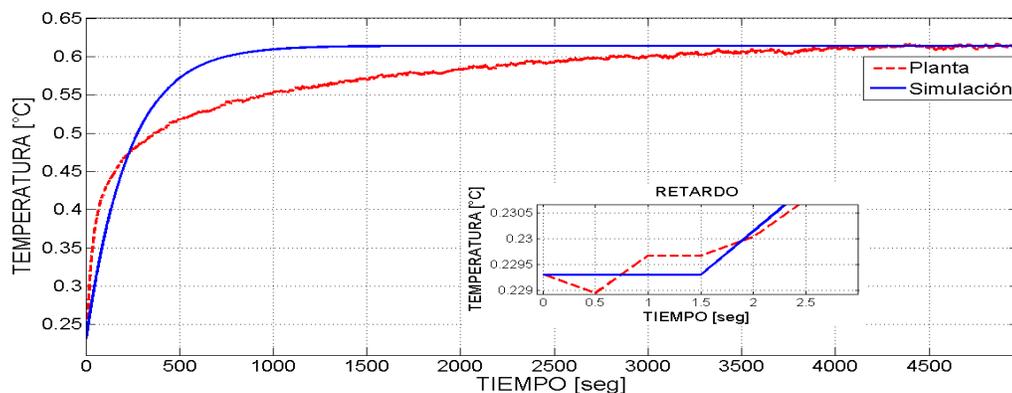


Figura 15: Identificación del sistema, región 60°C.

La Figura 16 corresponde a la identificación del sistema en la región de 70°C, con una magnitud de la señal de escalón de 58.87  $V_{cd}$ . También se puede observar a detalle el retardo que presenta el sistema.

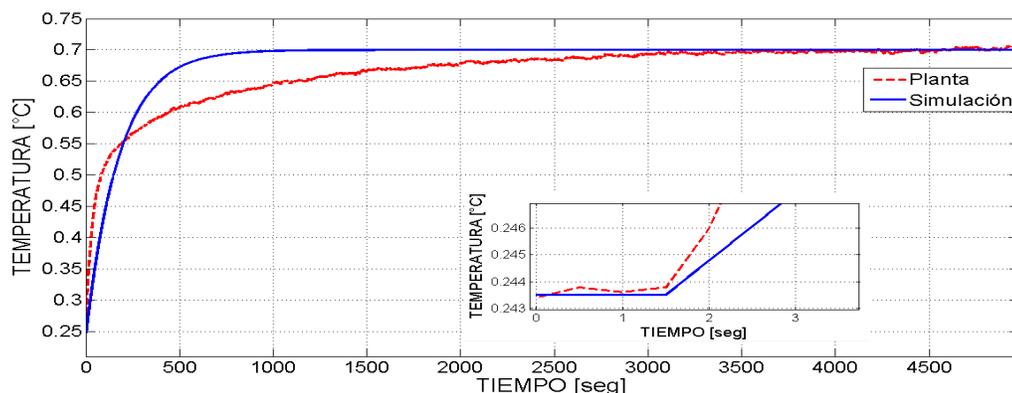


Figura 16: Identificación del sistema, región 70°C.

### 4.3. Región de estabilidad

La obtención de la zona estable de la planta en lazo cerrado con el controlador PI para las diferentes regiones de temperatura 50°C, 60°C y 70°C, es a partir de las ecuaciones (64) y (65) con retardo obtenidas en la sección método D-particiones.

$$K_p = \frac{1}{k}(-\cos(h\omega) + \tau\omega \sin(h\omega)), \quad (64)$$

$$K_i = \frac{1}{k}(\omega \sin(h\omega) + \tau\omega^2 \cos(h\omega)). \quad (65)$$

Realizando un barrido de la frecuencia  $\omega$  excepto el cero y con ayuda del software Matlab se obtienen las gráficas siguientes.

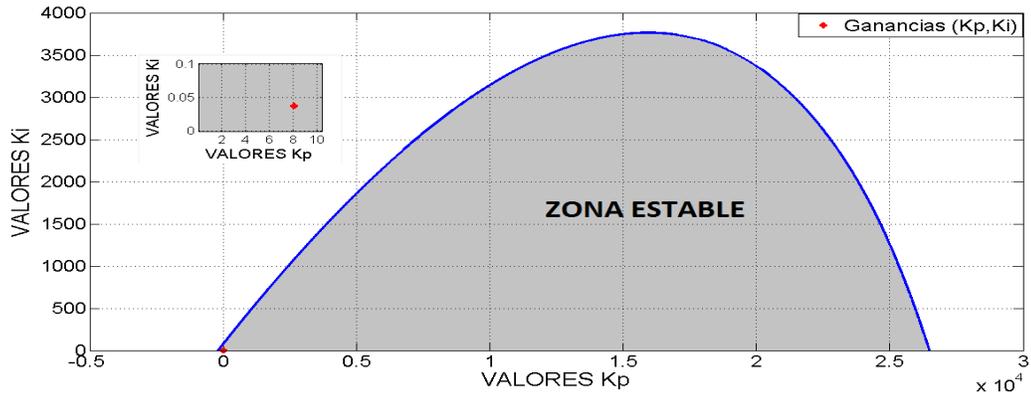


Figura 17: Zona estable, región 50°C.

En la Figura 17 se puede observar el resultado de aplicar el método D-particiones, con el objetivo de obtener la zona estable del controlador PI en lazo cerrado con el sistema térmico en la región de 50°C. Mismo procedimiento se realiza para la región de 60°C y 70°C, los resultados se pueden ver en las gráficas 18 y 19, respectivamente.

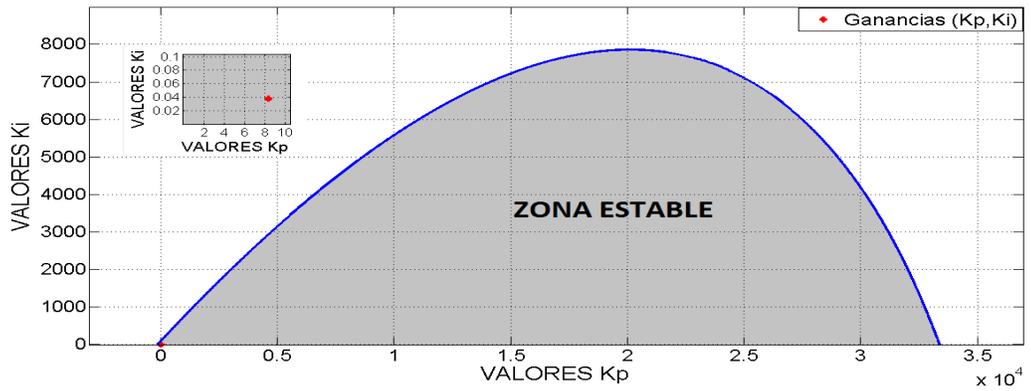


Figura 18: Zona estable, región 60°C.

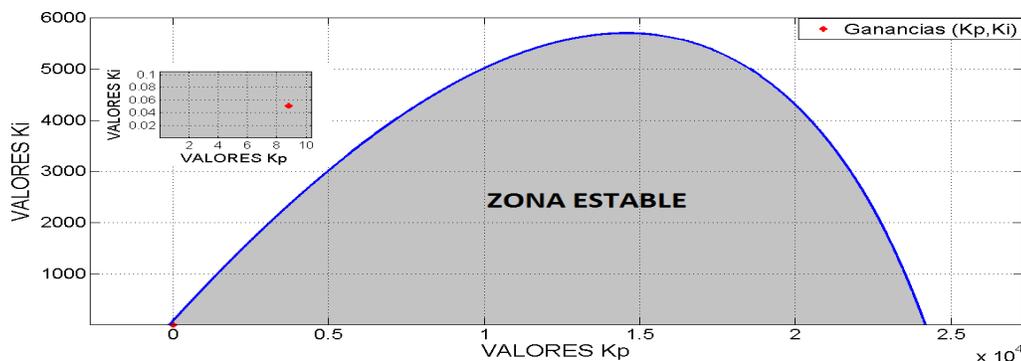


Figura 19: Zona estable, región 70°C.

#### 4.4. Controlador PI

Los resultados experimentales del sistema (63) en lazo cerrado con el controlador PI son mostrados para tres estrategias: La realimentación óptima de estado [30] mas un compensador (el compensador fue calculado con los parámetros del modelo matemático y correspondiente a la referencia, para el caso de 50°C el valor del compensador es de  $0.56V_{cd}$ ), el PI óptimo, acorde al calculo desarrollando en la sección 3.2 y el control PI sintonizado con el método Hill Climbing (sección 3.3). La Tabla 4 muestra los valores de la matriz  $Q$  y  $R$  para el índice de desempeño cuadrático a minimizar y las ganancias obtenidas ( $K_p$ ,  $T_i$ ) para cada controlador cuando la referencia es 50°C. Cabe mencionar que para el caso de la optimización por Hill Climbing y la realimentación óptima de estado, el índice de desempeño solo considera el error de la temperatura y no la integral del error como en el PI óptimo.

Tabla 4: Ganancias del controlador y matrices de penalización, región 50°C

Ley de control	$K_p$	$T_i$	$Q$	$R$
Realimentación óptima de estado	0.037000	—	1000	70
PI óptimo	8.076414	213.6843581	diagonal {1000, 0.1}	70
PI Hill Climbing	8.048330	213.6758200	1000	70

Las ganancias obtenidas, mostradas en la tabla 4, son ingresadas en la programación del PI que contiene el PLC S7-1200 Siemens, para llevar a cabo el control de temperatura del aire de secado del proceso de deshidratado del jitomate.

En la Figura 20 y Figura 21 se muestran los resultados obtenidos a una temperatura de 50°C. Para calcular la pérdida de humedad del producto, en lapsos de 15 minutos se toma el peso de las rebanadas, esto implica que la puerta está abierta cada 15 minutos para poder sacar las rebanadas de jitomate, lo cual representa una prueba experimental de robustez hacia el sistema de control.

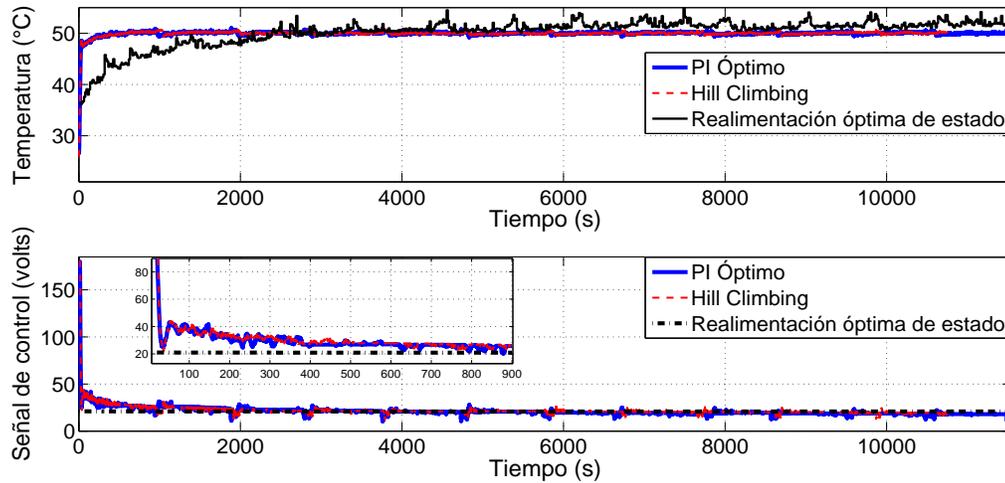


Figura 20: PI- Variable de proceso y la señal de control, región  $50^{\circ}C$ .

La respuesta en lazo cerrado puede ser similar cuando se obtiene del PI óptimo y el método Hill Climbing, la realimentación óptima de estado mas un compensador no mostró un rendimiento satisfactorio, esto podría explicarse debido a la parte integral que es necesaria para el control de la planta, y el compensador no es suficiente. Debido a que el producto se saca del prototipo para ser pesado, la variable del proceso presenta una desviación y se puede observar cada 15 minutos en la respuesta de la planta en lazo cerrado.

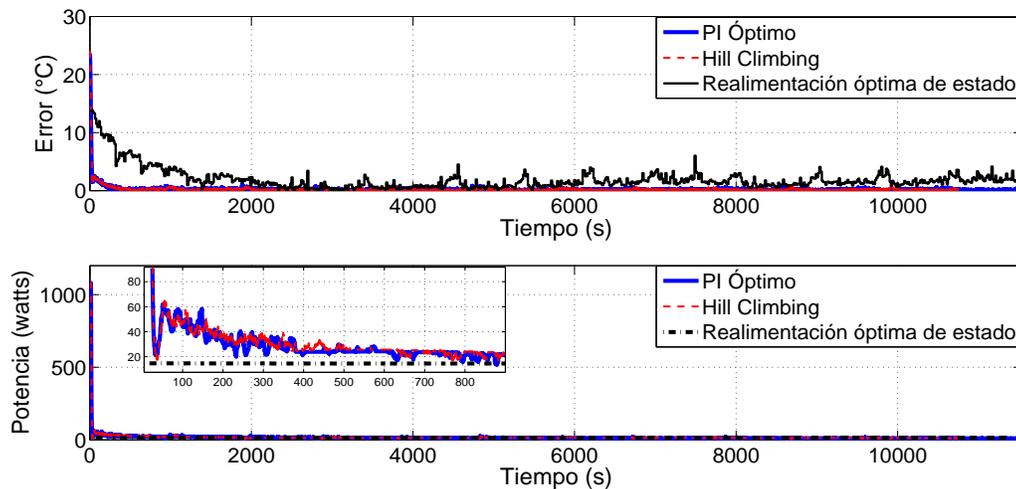


Figura 21: PI- Señal de error y la potencia consumida, región  $50^{\circ}C$ .

En la Figura 21 se observa que el control de la realimentación óptima de estado consume menor energía (con los mismos valores de penalización del índice de desempeño) que los otros controladores (PI óptimo y optimización por Hill Climbing), pero con un rendimiento pobre (ver Tabla 7).

La Tabla 5 muestra las ganancias y el valor de las matrices de penalización, considerando que la referencia es de  $60^{\circ}\text{C}$ , el compensador tiene un valor de  $0.78V_{cd}$ .

Tabla 5: Ganancias del controlador y matrices de penalización, región  $60^{\circ}\text{C}$

Ley de control	$K_p$	$T_i$	$Q$	$R$
Realimentación óptima de estado	0.0509	—	1000	70
PI óptimo	8.362672991	221.25553	diagonal {1000, 0.1}	70
PI Hill Climbing	8.448710000	221.25550	1000	70

La Figuras 22 y 23 ilustran los resultados obtenidos a  $60^{\circ}\text{C}$ .

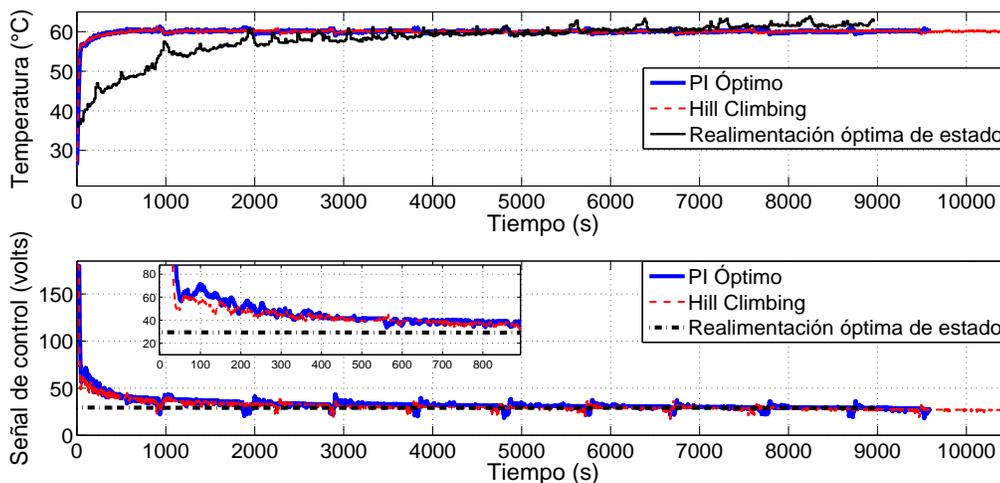


Figura 22: PI- Variable de proceso y la señal de control, región  $60^{\circ}\text{C}$ .

Como en el experimento anterior, la respuesta obtenida en lazo cerrado es similar aplicando el PI óptimo y la optimización por Hill Climbing, la respuesta obtenida con el control realimentación óptima de estado mas compensador es pobre (ver Tabla 7).

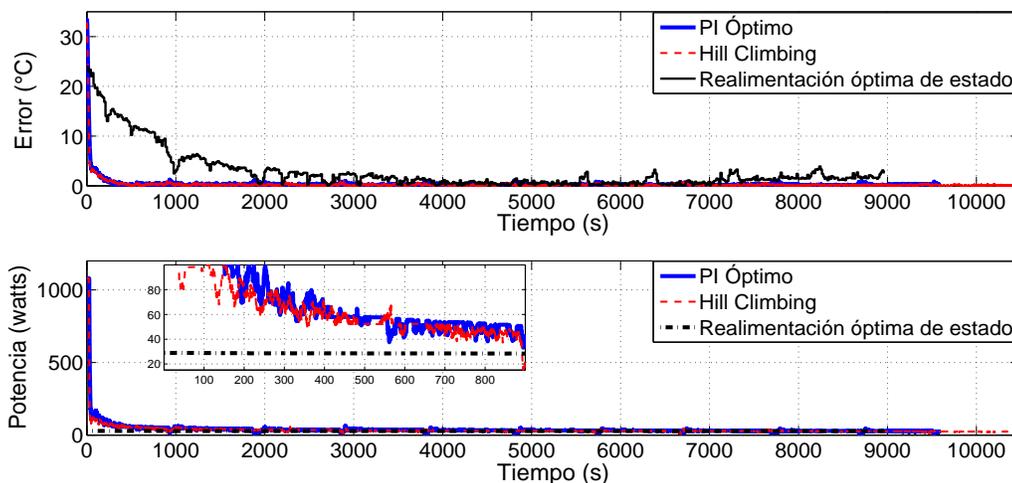


Figura 23: PI- Señal del error y la potencia consumida, región  $60^{\circ}C$ .

Nuevamente, el consumo de energía requerido por el control realimentación óptima de estado es menor que en los otros controladores, pero con un bajo rendimiento (ver Tabla 7).

En la Tabla 6 se muestran las ganancias y los valores de las matrices de penalización, considerando que la referencia es de  $70^{\circ}C$ , para este caso el compensador tiene un valor de  $1.1V_{cd}$ .

Tabla 6: Ganancias del controlador y matrices de penalización, región  $70^{\circ}C$

Ley de control	$K_p$	$T_i$	$Q$	$R$
Realimentación óptima de estado	0.0554	—	1000	70
PI óptimo	8.805364	173.64410	diagonal {1000, 0.1}	70
PI Hill climbing	8.766800	173.64409	1000	70

Se observa en la Tabla 6, que los valores de  $K_p$  y  $T_i$  son muy parecidos, esto evidencia el correcto funcionamiento de método Hill Climbing, para el caso cuando la referencia es de  $70^{\circ}C$ .

Las Figuras 24 y 25 ilustran los resultados obtenidos a  $70^{\circ}C$ .

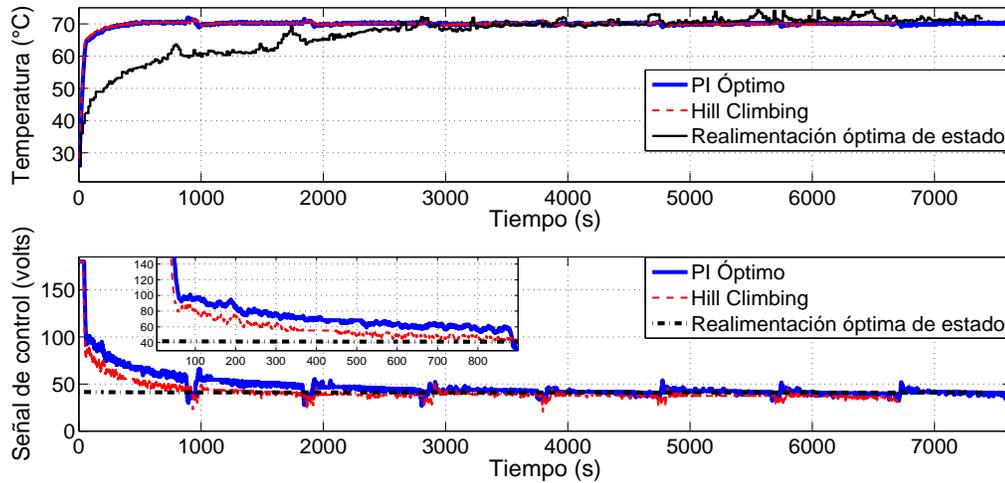


Figura 24: PI- Variable de proceso y la señal de control, región  $70^{\circ}C$ .

Las respuestas en lazo cerrado obtenidas con los controladores PI son buenas, por que no presentan sobre impulso y tiene un tiempo de establecimiento razonable. A diferencia de la respuesta en lazo cerrado de la planta con la realimentación óptima de estado mas compensador, donde el tiempo de establecimiento es inaceptable para este proceso.

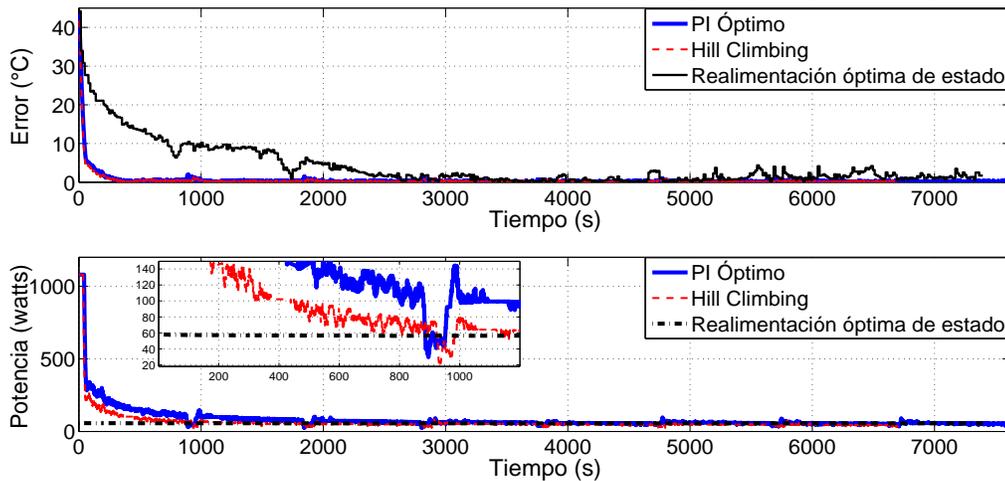


Figura 25: PI- Señal del error y la potencia consumida, región  $70^{\circ}C$ .

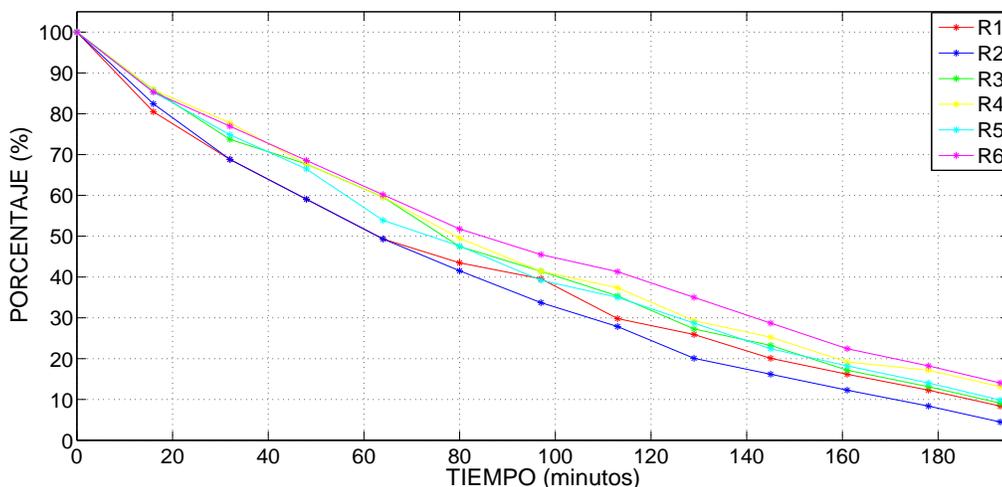


Figura 26: PI- Curva de deshidratación.

La manera de conocer que las rebanadas han sido deshidratadas correctamente es a través del porcentaje de humedad que contienen. En la Figura 26, se observa la pérdida de humedad que va presentando cada una de las seis rebanadas, en lapsos de 15 minutos. El experimento es finalizado en el momento que las rebanadas contienen al rededor de un 10% de su porcentaje de humedad.

El calculo para obtener el porcentaje de humedad es en base a la siguiente ecuación:

$$\% \text{ de humedad} = \frac{(\text{Peso en el instante} - \text{Peso inicial}) \times 100}{\text{Peso inicial} \times 0.9}. \quad (66)$$

La lentitud de respuesta de el lazo cerrado en la realimentación óptima de estado (ROE) se explica por el menor consumo de energía. En base a los gráficos presentados con anterioridad, algunas ventajas que se pueden observar, es el calcular características temporales que afectan la calidad del producto y el consumo de energía [1].

En la Tabla 7 se muestran parámetros de los experimentos, que nos ayudan a visualizar el comportamiento de la planta respecto a el control PI óptimo y PI Hill Climbing, en cada región de operación. El primer parámetro es la potencia promedio consumida sus unidades son Watts-Hora, posteriormente el índice de desempeño integral IAE, el tiempo de duración del experimento ( $T_{dur}$ ), Tiempo de saturación del actuador ( $T_{sat}$ ), Tiempo pico ( $T_p$ ), Tiempo de convergencia de la temperatura ( $T_{ss}$ ), máximo sobre impulso ( $M_p$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ) que representa las diferentes medidas de peso de las rebanadas deshidratadas de jitomate, este parámetro permite obtener una medida de la uniformidad del proceso de secado.

Tabla 7: Resultados experimentales PI

Región de operación	Controlador	Potencia (Wh)	IAE	$T_{dur}$ (min)	$T_{sat}$ (s)	$T_p$ (s)	$T_{ss}$ (s)	$M_p$	$\sigma$
50°	ROE	14.5	22204.19	193	—	—	2316	—	9.2
	PI óptimo	16.5	2486.20	191	14	—	157	—	3.4
	Hill Climbing	17.9	2354.64	176	14	—	178	—	1.5
60°	ROE	28.2	25552.26	149	—	—	3215	—	9.1
	PI óptimo	39.9	3127.66	159	26	—	192	—	4.8
	Hill Climbing	34.9	2943.37	161	23	—	202	—	3.8
70°	ROE	56.5	29887.61	123	—	—	2725	—	8.8
	PI óptimo	81.3	3702.63	127	42.5	—	215	—	6.8
	Hill Climbing	63.4	3006.42	111	36	—	210	—	7.6

A pesar que el control realimentación óptima de estado consume menos energía, el rendimiento es muy pobre, se ve reflejado en el valor relativamente alto del IAE. Los resultados obtenidos por los controladores PI son buenos y muy similares, estos resultados superan los experimentos obtenidos en [1] donde se presenta un PID optimizado. La diferencia consiste en el hardware de el controlador usado, un prototipo más eficaz y la utilización de técnicas digitales que discretiza el sistema de control. Una regulación más precisa de la temperatura permite mayor retención de nutrientes [1]. De acuerdo con los resultados mostrados en la Tabla 7 y lo que se expone en [1], se puede concluir que nutrientes pueden preservarse mejor. En algunos trabajos divulgados [1], [2], los niveles de concentración de nutrientes de licopeno, total de fenoles y vitamina C en las rodajas de tomate se modifican después del proceso de deshidratado. Las características de la respuesta en lazo cerrado están directamente relacionados con la retención de nutrientes (los experimentos en [1] se hicieron por triplicado) y es posible deducir que nutrientes son más propensos a ser afectados. Licopeno y total de fenoles son principalmente afectados por las condiciones en estado estable, por lo que se refleja en el índice de desempeño IAE [1], mientras que la vitamina C se ve afectada por el tiempo de establecimiento relativamente grande y el sobre impulso [1].

Las afirmaciones siguientes resumen la interpretación de los resultados:

- 1.- Como se muestra en la Tabla 7, los controladores no producen sobre impulso en ninguno de los tres puntos de referencia y los tiempos de establecimiento de los controladores PI son aproximadamente diez veces menor que en el control por realimentación óptima de estado para las tres regiones de operación. Por lo tanto se puede concluir que la vitamina C es muy probable que se conserve cuando se aplica el PI óptimo y la optimización por Hill Climbing [1].
- 2.- La Tabla 7 muestra que en comparación con los controladores PI, los valores superiores del IAE están dados por el control por realimentación óptima de estado en todos los casos (50, 60 y 70°C). Por lo tanto es más propenso a conservar la concentración de nutrientes de licopeno y total de fenoles cuando se usa el PI óptimo y el método Hill Climbing.

- 3.- El mejor secado uniformemente (desviación estándar) es obtenido con el PI óptimo y PI optimizado por el método Hill Climbing. Esto se debe a la temperatura del aire de secado que se mantiene uniforme con los controles PI (los valores de IAE son menores que los obtenidos por la realimentación óptima de estado).
- 4.- El tiempo de duración de los experimentos es muy similar para los controladores PI y control por realimentación óptima de estado, pero los valores de la desviación estándar indican que estrategia de control permite un secado más uniforme del producto.

### 4.5. Controlador PID

Con el objetivo de evitar oscilaciones en la respuesta transitoria de la planta (ver Figuras 20, 22 y 24), El controlador PID es considerado en esta parte. Sin embargo, en general, un controlador PID no es óptimo en el sentido del enfoque LQR, por lo que en este trabajo, se utiliza el método Hill Climbing para optimizar las tres ganancias del controlador considerando un índice de desempeño cuadrático preestablecido, los resultados obtenidos son comparados con las reglas del método de Ziegler-Nichols mejorado, esta mejora fue reportada en [34] y presentaron resultados en simulación. El método propuesto en [34] se basa en maximizar la ganancia integral, para minimizar el error en estado estacionario ante perturbaciones en la carga, sujeto a una restricción de máxima sensibilidad. Como la deshidratadora se abre cada 15 minutos, el proceso es expuesto a perturbaciones: La temperatura externa afecta a la temperatura interna y al producto cuando se encuentra fuera de la deshidratadora, la humedad en el interior del prototipo también es afectada, por lo que la temperatura del aire del deshidratado tiende a aumentar. Entonces, es interesante comparar entre un PID optimizado (cuyos objetivo es minimizar el consumo de energía, pero a expensas de la robustez del control) y un enfoque de sintonización robusta.

Tabla 8: Ganancias para el controlador PID, región  $50^{\circ}C$

Técnica de optimización	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Ziegler-Nichols mejorado	156.974	18.03856	1.24569
Hill Climbing	8.24858	213.677	1.65891

Las ganancias de los controladores mostradas en la Tabla 8, se obtuvieron a partir de los parámetros de la planta, con los objetivos de optimización y robustez (las ganancias son programadas en el PLC S7-1200 Siemens).

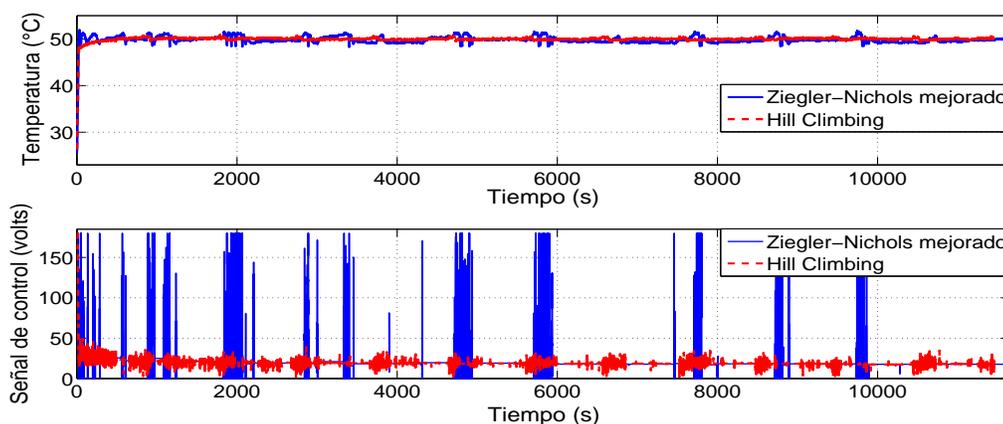


Figura 27: PID- Variable de proceso y la señal de control, región  $50^{\circ}C$ .

De acuerdo a los resultados experimentales mostrados en la Figura 27, la magnitud de la ganancia de  $K_p$  para el método de Ziegler-Nichols mejorado, es mucho mayor que la obtenida por el método Hill Climbing, causando oscilaciones cada 15 minutos cuando la perturbación se presenta. En el caso del método de Hill Climbing, las oscilaciones observadas en la respuesta transitoria cuando se utiliza un control PI, se han eliminado y la parte derivativa mejora el rendimiento ante la perturbación que se presenta cada 15 minutos.

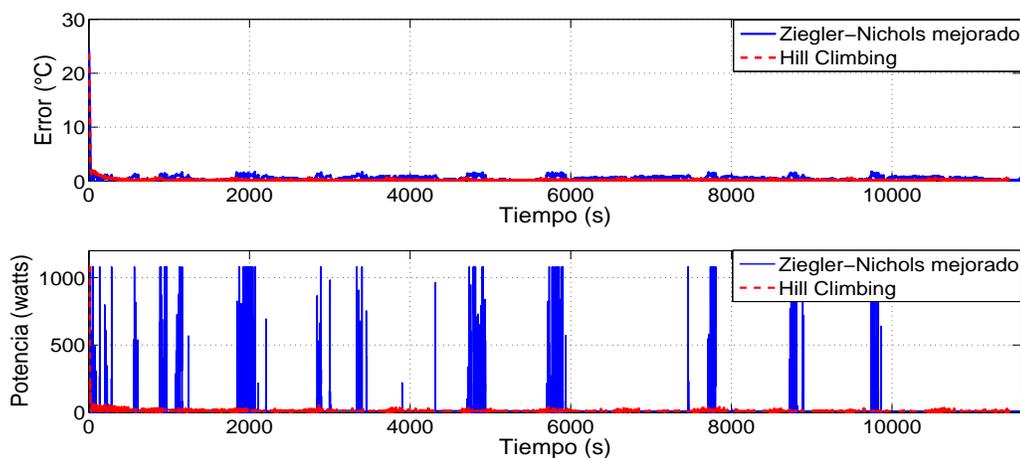


Figura 28: PID- Señal del error y la potencia consumida, región  $50^{\circ}\text{C}$ .

Los resultados experimentales presentados en la Figura 28 muestran que se requiere menor consumo de energía con el controlador PID optimizado y con un rendimiento similar o mejor que la sintonización de Ziegler-Nichols mejorado. Observe que la señal de control para la sintonización de Ziegler-Nichols mejorado presenta más oscilaciones que el PID optimizado.

Las ganancias de los controladores PID obtenidas a partir de los parámetros de la planta para la región de  $60^{\circ}\text{C}$ , se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9: Ganancias para el controlador PID, región  $60^{\circ}\text{C}$

Técnica de optimización	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Ziegler-Nichols mejorado	177.1510	11.29193	0.7485129
Hill Climbing	8.256417	221.2550	14.006200

Las Figuras 29 y 30 ilustran los resultados experimentales obtenidos en la región de  $60^{\circ}\text{C}$ .

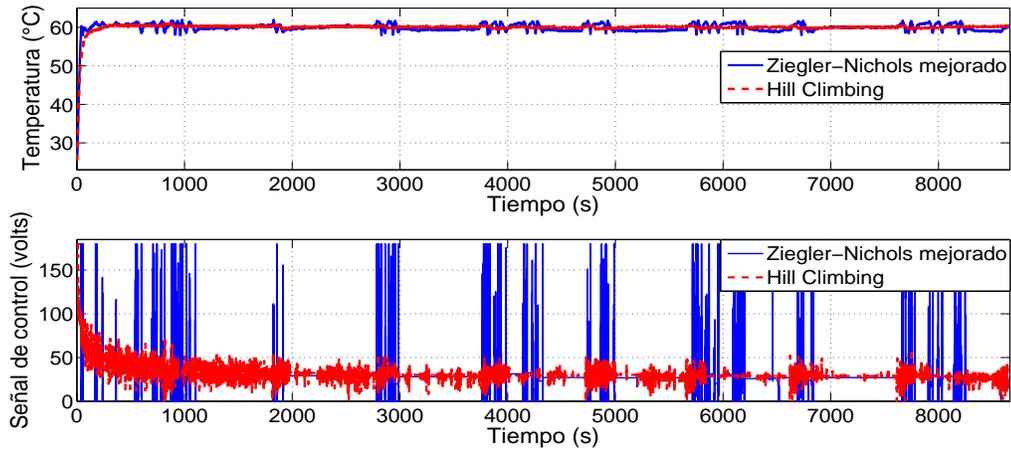


Figura 29: PID- Variable de proceso y la señal de control, región  $60^{\circ}\text{C}$ .

La respuesta de la planta presenta algunas oscilaciones cuando el PID es sintonizado con las reglas de Ziegler-Nichols mejorado, en contraste con el control PID optimizado no produce oscilaciones importantes en la variable de proceso.

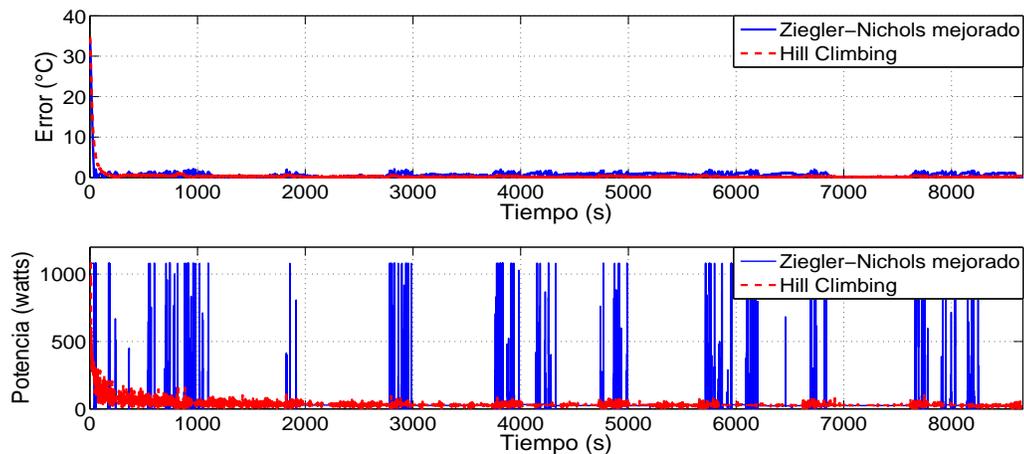


Figura 30: PID- Señal del error y la potencia consumida, región  $60^{\circ}\text{C}$ .

En la Figura 30 se puede observar que la señal de control cuando se utiliza el controlador PID optimizado presenta menos oscilaciones y con un rendimiento de la planta en lazo cerrado similar o mejor que la sintonización de Ziegler-Nichols mejorado.

Para el caso de la región de  $70^{\circ}\text{C}$ , la sintonización se presenta en la Tabla 10.

Tabla 10: Ganancias para el controlador PID, región  $70^{\circ}\text{C}$

Técnica de optimización	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Ziegler-Nichols mejorado	117.73055	11.11618	0.74805107
Hill climbing	8.8670290	173.6440	12.2255784

Las Figuras 31 y 32 ilustran los resultados obtenidos en la región de operación  $70^{\circ}\text{C}$ .

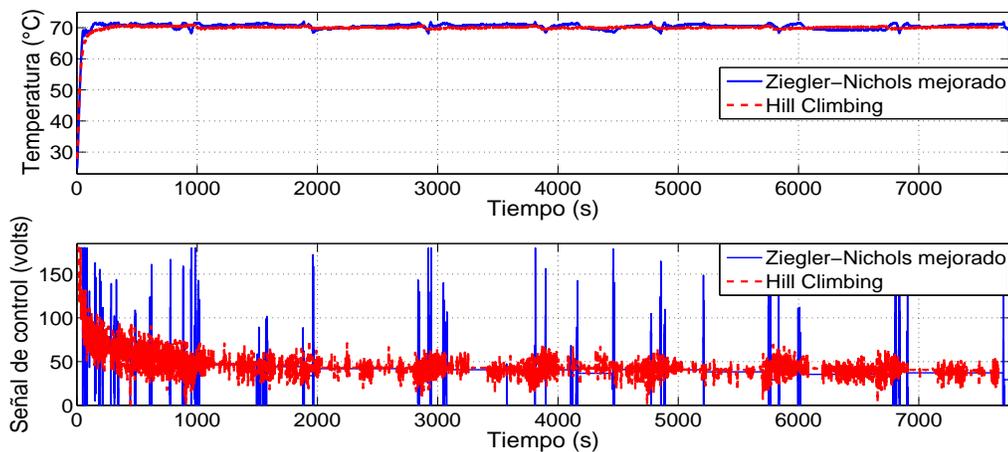


Figura 31: PID- Variable de proceso y la señal de control, región  $70^{\circ}\text{C}$ .

Nuevamente, oscilaciones se presentan en la respuesta de la planta en lazo cerrado cuando el PID es sintonizado con el método Hill Climbing, en contraste, con el método de Ziegler Nichols mejorado, la señal de control presenta más oscilaciones y por lo tanto la variable de proceso también presenta oscilaciones.

La Figura 32 muestra los errores para ambos controladores y el consumo de energía, las oscilaciones en la sintonización del PID por las reglas de Ziegler-Nichols mejorado induce mayor consumo de energía.

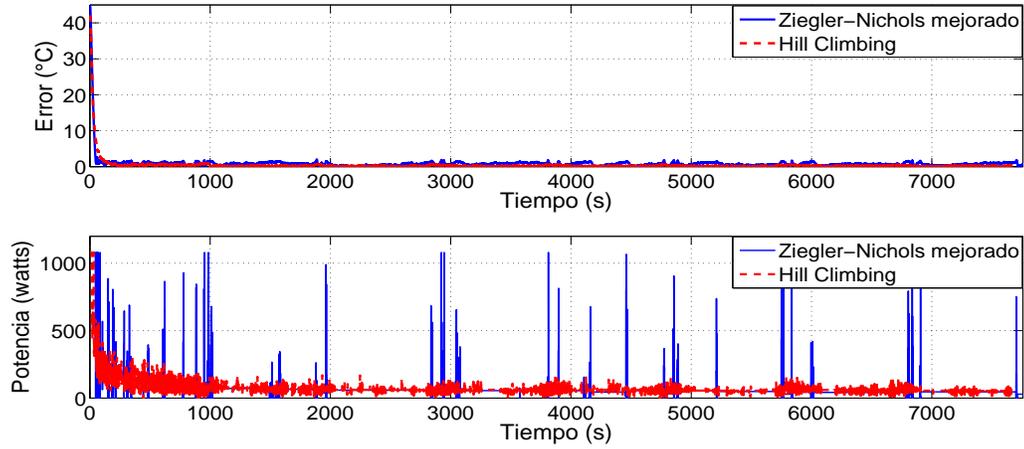


Figura 32: PID- Señal del error y la potencia consumida, región  $70^{\circ}C$ .

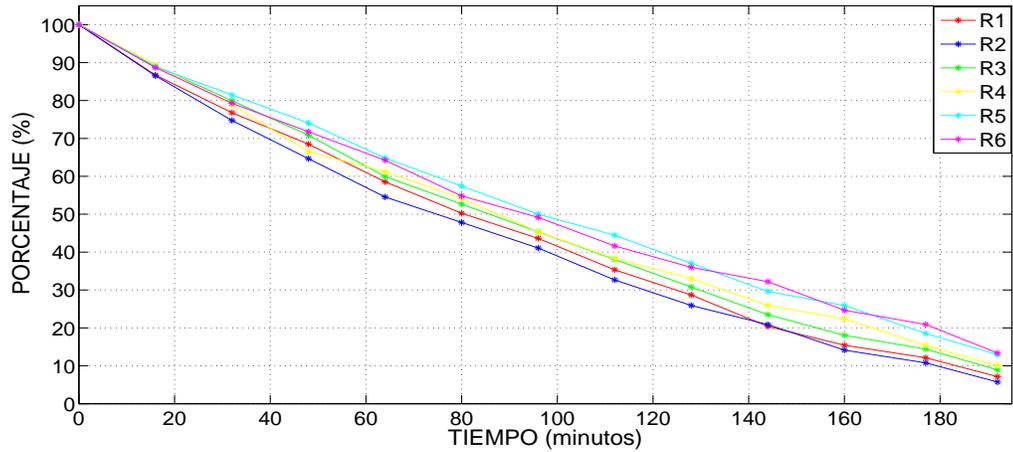


Figura 33: PID- Curva de deshidratación.

En la Figura 33 se muestra la curva de deshidratación que presentan las rebanadas de jitomate, durante la prueba experimental con el controlador PID. El procedimiento se realizó de la misma forma que se expuso en el caso del controlador PI.

Tabla 11: PID Resultados experimentales

Región de operación	Controlador	Potencia (Wh)	IAE	$T_{dur}$ (min)	$T_{sat}$ (s)	$T_p$ (s)	$T_{ss}$	$M_p$	$\sigma$
50°	Hill Climbing	14.0	2162.23	192	11	—	145	—	4.8
	Ziegler-Nichols mejorado	25.3	6246.45	194	22	32.5	286	51.90	4.7
60°	Hill Climbing	37.5	2819.29	145	9	—	120	—	5.5
	Ziegler-Nichols mejorado	52.4	6192.15	134	36.5	180.5	183	61.4	7.0
70°	Hill Climbing	71.8	3034.48	127	17.5	—	129	—	5.8
	Ziegler-Nichols mejorado	72.7	6874.52	129	46	158	216.5	71.5	3.4

Acorde a los resultados numéricos de la Tabla 11, y los resultados registrados en [1], se puede concluir que:

- 1.- La sintonización obtenida mediante las reglas de Ziegler-Nichols mejorado produce un pequeño sobre impulso (máximo 3.8%), el control PID optimizado no produce sobre impulso en ninguna de las 3 regiones de operación y los tiempos de establecimiento para el controlador PID optimizado son mas pequeños que en PID sintonizado por las reglas de Ziegler-Nichols mejorado. Por lo cual la vitamina C es más probable ser conserva cuando se aplica el PID optimizado.
- 2.- Respecto al índice de desempeño, los valores numéricos del IAE obtenidos mediante el uso del PID optimizado son 45% menores de los obtenidos cuando se utilizan las reglas de Ziegler-Nichols mejorado. Entonces, la concentración de fenoles y el total de licopeno en las rodajas de jitomates tienen más posibilidades de ser preservada cuando se utiliza el control PID optimizado.
- 3.- Las condiciones de secado son similares para el producto (desviación estándar) en ambos métodos de sintonización, sin embargo, como se expone en los puntos anteriores, la retención de nutrientes es mejor con el controlador PID optimizado.
- 4.- El tiempo de duración de los experimentos es muy similar para ambas estrategias de control, sin embargo, para todas las regiones de operación se obtiene un ahorro de energía: 45% para la referencia de 50°C, 28.4% para la referencia de 60°C y 2% para la referencia de 70°C.

Es evidente que el uso de los controladores PI y PID optimizados permiten obtener algunas ventajas respecto al ahorro de energía y la retención de nutrientes.

## 4.6. Conclusión

Este capítulo se dedicó al reporte e interpretación de los resultados experimentales, los cuales son obtenidos a partir de las técnicas de control implementadas en el presente trabajo de investigación (método de Realimentación óptima de estado, método de Regulación vía control integral y método numérico Hill Climbing), las ganancias obtenidas a través de las técnicas de control mencionadas son programadas en el PLC S7-1200 Siemens. El sensor LM35 es conectado en una entrada analógica del PLC S7-1200 Siemens y es el encargado de la lectura de la temperatura del proceso del deshidratado del jitomate, posterior a esto se realizaron las pruebas experimentales.

En los resultados experimentales puede observarse el comportamiento de la variable del proceso (temperatura) y la magnitud de la señal de control, principalmente, con estas variables se puede determinar el correcto funcionamiento de las técnicas de control (método de Realimentación óptima de estado, método de Regulación vía control integral y método numérico Hill Climbing).

Se realizó un estudio comparativo de los resultados experimentales, para obtener una conclusión sobre que técnica de control es más apropiada para el proceso de deshidratado del jitomate, en sentido del ahorro de energía y la retención de nutrientes en el producto.

Los resultados para el caso del PI optimizado (método Hill Climbing) son muy parecidos al PI óptimo obtenido a través del método Regulación vía control integral, con esto garantizamos el correcto funcionamiento del método numérico Hill Climbing. En el caso del PID optimizado (método Hill Climbing) se obtuvieron mejores resultados en comparativa con la sintonización del PID a través de las reglas Ziegler-Nichols mejoradas [33].

## Capítulo 5

### 5. Conclusiones generales y Trabajos futuros

#### 5.1. Conclusiones generales

Este trabajo brinda evidencias experimentales, que al implementar la técnicas de control clásico avanzado proporciona algunas ventajas en contraste con las estrategias de control avanzado (control por Realimentación óptima de estado) o algunas estrategias de sintonización robustas, tales como son la retención de nutrientes y el ahorro de energía.

Por otra parte, existen dispositivos dedicados para controlar plantas, que incluyen el algoritmo de control clásico PID (en nuestro caso el PLC industrial Siemens S7-1200), tales que no requieren hardware adicional (como una computadora y una tarjeta de adquisición de datos mientras trabaja) o lenguajes de alto nivel de programación, así que el costo de implementación se reduce en comparación con otras implementaciones de control avanzado, debido a esto muchos procesos industriales de control son regulados por el controlador PID.

Por otro lado, con unas ganancias adecuadas para la sintonización de los controladores PI y PID (como el presentado en este trabajo: la combinación de la regulación vía control integral y la estrategia LQR y el método Hill Climbing que minimiza un índice de desempeño), es posible reducir el consumo de energía durante la prueba experimental en el proceso de deshidratación, en contraste con los controladores únicamente proporcionales.

Otro beneficio de la aplicación de las estrategias de esta tesis es el buen desempeño de la variable del proceso (temperatura), cuya respuesta transitoria afecta a la calidad de las rebanadas de jitomate [1], las condiciones en estado estable afectan al licopeno y fenoles totales, es decir que valores pequeños de IAE conservan estos nutrientes y la vitamina C se conserva mejor si el tiempo de establecimiento es relativamente pequeño y no existe sobre impulso.

#### 5.2. Trabajos publicados

El trabajo de investigación que se presenta en esta tesis dio lugar a las publicaciones de artículos de revista indicadas a continuación:

- 1.- **Optimal PI and PID temperature control for a dehydration proces (2017).**  
**Authors:** Nicolás Cervantes Escorcia, Omar Jacobo Santos Sánchez, Liliam Rodríguez-Guerrero, Hugo Romero Trejo, Alberto González Facundo.  
**Arabian Journal Science and Engineering.**  
**Status : Review.**

- 2.- **Real-Time Discrete Suboptimal Control for systems with input and state delays: experimental test on a deshydration process (2017).**

**Authors:** Liliam Rodríguez Guerrero, Omar Jacobo Santos-Sánchez, Nicolás Cervantes Escorcía, Hugo Romero Trejo.

**ISA Transactions.**

**Status :** Article is published.

### 5.3. Trabajos futuros

En la continuación de este trabajo, se tiene el propósito de incrementar los resultados en base a los siguientes ejes de investigación:

- 1.- Realizar una comparación de las técnicas implementadas en este trabajo de investigación con controladores no lineales subóptimos.
- 2.- Aplicar las estrategias de control a otras plataformas, por ejemplo a un cuadricóptero.
- 3.- Realizar la sintonización de otros equipos de corte industrial (PAC y PLC de otras marcas) y realizar pruebas experimentales del deshidratado de jitomate.

---

## Referencias

- [1] Santos-Sánchez, N. F., Salas-Coronado, R., Santos-Sánchez, O. J., Romero, H. and Garrido-Aranda, E. S. *On th effects of the temperature control at the performance of a dehydration process: energy optimization and nutrients retention . The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 46(1):1–15, 2016.
- [2] Santos-Sánchez, N. F., Valdéz-Blanco, R., Gómez-Gómez, M. S., Pérez-Herrera, A. and Salas-Coronado, R. *Effect of rotating tray drying on antioxidant components, color and rehydration ratio of tomato saladette slices. LWT-Food Science and Technology*, 46(1):298–304, 2011.
- [3] Gómez-Gómez, M. S. *Deshidratado de tomate saladette en un secador de charolas giratorias*. Tesis de licenciatura, Universidad Tecnológica de la Mixteca, 2009.
- [4] Garrido-Aranda, E. S. *Control óptimo lineal para una deshidratadora y monitorización en línea del color del producto*. Tesis de maestría, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 2014.
- [5] Esplugas-Vidal, S. *Fundamentos de transmisión de calor*. I Ediciones de la Universitat de Barcelona, 2005.
- [6] Haley, T. A., Mulvaney, S. J. *Advances process control techniques for the food industry. Trends Food Sci Technol*. Springer-Verlag, 1995.
- [7] Palmor, Z. J. *Time-delay compensation-Smith predictor and its modifications. Control Handbook 1*. Springer-Verlag, 1996.
- [8] Alekal, Y., Brunovsky, P., Chyung, D. H., Lee, E.B. *The quadratic problem for systems with time delays. IEEE Transaction on Automatic Control*, 16(6):673–687, 1971.
- [9] Krstic, D.E. *Delay compensation for nonlinear, adaptive, and PDE systems*. Birkhauser, 2009.
- [10] Santos-Sánchez, O. J., Rodríguez-Guerrero, L., López-Ortega, O. *Experimental results of a control time delay system using optimal control. Optimal Control Applications and Methods*, 33(1):100–113, 2012.
- [11] Rodríguez-Guerrero, L., Santos-Sánchez, O. J. *Object oriented optimal control for a batch dryer process. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 58(1), 2012.
- [12] Visioli, A. *Optimal tuning of PID controllers for integral and unstable processes. IEE Control Theory and Application*, 148(2):293–307, 2001.
- [13] Astrom, K. J. *Control PID avanzado*. Pearson-Education S.A, 2009.
- [14] O'Dwyer, A. *A summary of PI and PID controller tuning rules for processes with time delay. IFAC Work Shop on Digital Control*, 4(7):175–180, 2001.

- 
- [15] Bor sen, C., Yu-Min, C., Ching-Hsiang, L. *A genetic approach to  $H_2/H_\infty$  optimal PID control*. *IEEE Control System*, 15(5):51–60, 1995.
- [16] Vineet, S., Pankaj, R., Om, P. *Design and evaluation of classic PID, gain and phase margin based controller and intelligent controller design for a ceramic infrared heater*. *ARPN Journal of Science and Technology*, 3(3):248–256, 2012.
- [17] Assawinchaichote, W., Sungthong, A. *Particle swarm optimization based optimal PID parameters for air heater temperature control system*. *Procedia Computer Science*, 86:108–111, 2016.
- [18] Li, Y., Ang, K.H., Chong, G.C.Y. *Patents, software and hardware for PID control: an overview and analysis of the current art*, journal = *IEEE Control Systems Magazine*. 26(1):42–54, 2006.
- [19] Santos-Sánchez, O. J., Sánchez-Díaz, G. *Suboptimal control based on hill climbing method for time delay systems*. *IET Control Theory and Applications*, 5(1):1441–1450, 2007.
- [20] Ordaz, P., Santos-Sánchez, O. J., Rodríguez-Guerrero, L. *Nonlinear stabilization for a class of time delay systems via inverse optimality approach*. *ISA Transactions*, 67:1–8, 2017.
- [21] Rodríguez-Guerrero, L., Santos-Sánchez, O. J., Mondié, S. *Inverse optimality for a class of nonlinear time delay systems: A constructive approach*. *IEEE Conference Decision and Control*, 53:1972–1977, 2014.
- [22] Neimark, J. *D-subdivisions and spaces of quasi-polynomials*. *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, 13:349–380, 1949.
- [23] Hassan-Khalil, K. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall Inc, 1996.
- [24] Cantero-Otega, M., Rodríguez-Bravo, J. *Informática industrial*. Universidad de Catilla-La Mancha, 1997.
- [25] NI USB 6008, National Instruments, Nota Técnica 2013.
- [26] Manual de Controlador Lógico Programable S7-1200, Siemens, 06 2015.
- [27] Bellman, R. E., Cooke, K.L. *Differential-Difference Equations*. Academic-Press, 1963.
- [28] Kartashov, A.P., Rozhdensvenski, B.L. *Ecuaciones diferenciables ordinarias y fundamentos del cálculo variacional*. Reverté S.A, 1980.
- [29] Kasuhiko, O. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, S.A, 2010.
- [30] Kirk, D.E. *Optimal control theory: an introduction*. Courier Corporation, 2012.
- [31] Rodríguez-Guerrero, L. *Desempeño óptimo de sistemas con retardos: enfoque teórico práctico*. Tesis de doctorado, Departamento de control, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 2016.
- [32] Bellman, R.E. *Dynamic Programming*. Princeton , N.J.: Princenton , University Press, 1957.
-

- [33] Visioli, A. *Practical PID control*. Springer-Verlag London Limited, 2006.
- [34] Astrom, K.J., Haggund, T. *Revisiting the Ziegler-Nichols step method for PID control*. *Journal of Process Control*, 14(6):635–650, 2004.