



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

Área Académica de Matemáticas y Física

Análisis de las texturas con 4 ceros

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :

LICENCIADO EN FÍSICA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

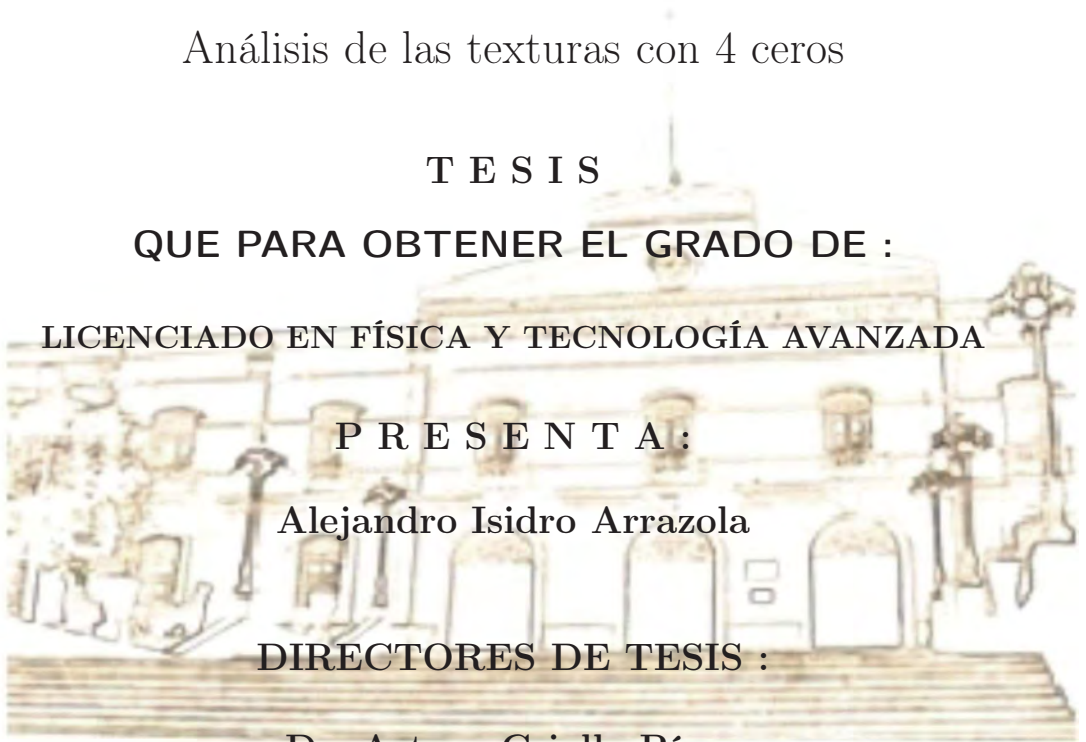
P R E S E N T A :

Alejandro Isidro Arrazola

DIRECTORES DE TESIS :

Dr. Arturo Criollo Pérez
Dr. Roberto Noriega Papaqui

Pachuca Hgo.
Febrero de 2015





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
 INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
 DIRECCIÓN

ICBI-D/138/2015

M. EN A. JULIO CÉSAR LEINES MEDÉCIGO
 DIRECTOR DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
 PRESENTE.

Por este medio le comunico que el jurado asignado al pasante de la Licenciatura en Física y Tecnología Avanzada, Alejandro Isidro Arrazola quien presenta el trabajo de titulación "Análisis de texturas con 4 ceros", después de revisar el trabajo ha decidido autorizar la impresión del mismo, hechas las correcciones que fueron acordadas.

A continuación se anotan las firmas de conformidad de los integrantes del Jurado:

PRESIDENTE: DRA. VICTORIA E. CERÓN ÁNGELES

SECRETARIO: DR. RAÚL TEMOLTZI ÁVILA

PRIMER VOCAL: DR. ARTURO CRIOLLO PÉREZ

SEGUNDO VOCAL: DR. ROBERTO NORIEGA PAPAQUI

TERCER VOCAL: DR. LAO TSÉ LÓPEZ LOZANO

PRIMER SUPLENTE: DRA. ARGELIA BERNAL BAUTISTA

SEGUNDO SUPLENTE: DR. CARLOS A. SOTO CAMPOS

ATENTAMENTE.

"AMOR, ORDEN Y PROGRESO"

Mineral de la Reforma, Hgo., a 10 de febrero de 2015.

EL DIRECTOR

DR. ORLANDO ÁVILA POZOS



Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería,
 Carretera Pachuca - Tulancingo Km. 4.5, Ciudad Universitaria,
 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, C.P. 42184
 Tel. +52 771 7172000 exts. 2230, 2231, Fax 2109
 avilap@icbi.uah.edu.mx



Dedicatorias

A mis incansables, Magdalena y Lorenzo, gracias por sus enseñanzas de perseverancia, trabajo duro, por todo su amor, apoyo incondicional y paciencia, son los mejores padres.

A mi motor, mi centro, la hermosa familia que he formado con mi gran compañera de vida, mi esposa Ana Helena, gracias por tu amor y confianza y a Hector Matias por la gran motivación que le ha dado a mi vida tu nacimiento.

A mis Hermanos Gabriela y Oscar, mas que mis hermanos, mis mejores amigos y aliados, he sido muy afortunado por tenerlos como hermanos.

A toda la familia Arrazola, por toda la unión, amor y enseñanzas que transmiten a cada uno de los integrantes de esta gran familia.

Agradecimientos

Agradezco a mis asesores Arturo Criollo Pérez y Roberto Noriega Papaqui, por la paciencia, consejos y motivación otorgados para realizar y concluir este trabajo de tesis.

A Dr. Lao Tse López Lozano por el compromiso mostrado, las valiosas observaciones para complementar este trabajo de tesis y aceptar ser parte del jurado.

Agradezco a la Dra. Victoria Cerón Ángeles, al Dr. Raul Temoltzi Ávila, a la Dra. Argelia Bernal y al Dr. Carlos Arturo Soto Campos por sus comentarios y observaciones para complementar este trabajo, así como aceptar ser parte del jurado.

Agradezco a la Lic. Mariana Bribiesca de la Cruz por sus valiosos consejos para la realización de los gráficos que forman parte de este trabajo.

Agradezco a la familia de la Cruz Moreno por abrirme las puertas de su hogar durante esta etapa y hacerme sentir como en casa.

Índice general

Resumen

Introducción	I
1. El Modelo Estándar y el Sector de Yukawa	1
1.1. Modelo Estandar	1
1.2. El Sector Electro débil	3
1.3. Sector de las interacciones Yukawa	4
1.4. Sector de las interacciones de Yukawa de los quarks	4
1.5. Corriente cargada W^\pm	8
1.6. Matriz Cabibbo - Kobayashi - Maskawa	9
2. Texturas Simétricas	13
2.1. Formalismo de texturas	13
2.2. Conteo de ceros	14
2.2.1. Notación	15
2.3. Texturas de 4 ceros	17
2.4. Matrices Diagonalizantes V_q	18
2.5. Parametrización en términos de ángulos	19
3. Análisis de las texturas con 4 ceros.	23
3.1. Análisis de las matrices diagonalizantes	23
3.2. Estructura Paralela	24

3.2.1.	$V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,1}$	24
3.2.2.	$V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,2}$ y $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,3}$	28
3.3.	Estructura no-paralela	30
3.3.1.	$V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$	30
3.3.2.	$V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$	33
3.3.3.	$V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$	36
3.3.4.	$V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,1}$	39
3.3.5.	$V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,3}$ y $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,2}$	42
4.	Conclusiones y perspectivas futuras	45
A.	Comandos utilizados en Mathematica 8	48
	Bibliografía	52

Resumen

Este trabajo de tesis se encuentra estructurado de la siguiente manera. En el capítulo 1 comenzamos dando una revisión del ME principalmente del sector de Yukawa, donde se generan los términos de masa de los quarks, también hablamos de los procesos con corrientes cargadas W^\pm y de la matriz V_{CKM} .

En el segundo capítulo revisamos la propuesta de Harald Fritzsch sobre el formalismo de texturas, detallando la notación que usaremos para las matrices de masa M y revisaremos brevemente las texturas de 6 y 2 ceros y más a fondo la textura de 4 ceros.

En el capítulo 3, hacemos el análisis de los productos de las matrices que diagonalizan a la matriz M y los resultados son comparados con la V_{CKM} , clasificándolos en los que tienen **estructura paralela** y los de **estructura no paralela**.

Para finalizar en el capítulo 4 se presentan las conclusiones de este trabajo y las perspectivas futuras.

Introducción

¿Qué mueve al universo? ¿qué hay detrás de todos los fenómenos que observamos? La curiosidad ha sido una característica fundamental para el desarrollo de la especie humana, la búsqueda de las respuestas a todas las preguntas que nos hacemos sobre los fenómenos naturales, nos ha llevado a estudiar desde los objetos que vemos en el cielo, hasta las profundidades de lo muy pequeño y aunque se han podido desarrollar modelos que en principio, responden cuestionamientos iniciales, siempre o casi siempre nos plantean más preguntas y dejan al descubierto más cosas por conocer. En el caso de la física, hoy tenemos el dilema de tener 2 teorías que explican el universo, exitosas en sus respectivas escalas, pero cuando intentamos hacer que trabajen juntas, no se pueden conciliar una a la otra.

La Relatividad General nos explica el universo a niveles macroscópicos y la Mecánica Cuántica los objetos del orden del núcleo del átomo, a niveles de muy altas energías, nuestros dos manuales del universo simplemente no funcionan, esto indica que aún nos falta por encontrar algo todavía más fundamental.

La década de los 60's fue muy productiva para la gente que estudiaba partículas, eran descubiertas una tras otra, desconcertando a la comunidad científica, no fue sino hasta la primera mitad de los años 70's, que el desarrollo del Modelo Estándar (ME) vino a poner orden a todo este frenesí, es precisamente este ME un camino para encontrar una teoría unificadora. El ME [1]¹ de la física de partículas, es una teoría que describe las relaciones entre las interacciones fundamentales conocidas y las partículas elementales que componen toda la materia, fue desarrollado entre 1970 y 1973 de manera consistente con la Mecánica Cuántica y la Relatividad Especial logrando explicar procesos que ocurren a una escala de 10^{-16} cm.

El ME está formado por 2 clases de partículas con propiedades y características

¹Ver referencias de este libro

diferentes: Partículas mediadoras de las fuerzas (bosones) y partículas de materia (fermiones).

–Partículas de materia.

Se entiende por aquellas partículas que se agrupan y son necesarias para que existan los núcleos atómicos y los átomos, estos son: los quarks tipo u , los quarks tipo d , y los leptones.

–Partículas mediadoras de fuerzas

La interacción entre 2 o más partículas de materia se explica por el intercambio de partículas bosónicas llamadas partículas mediadoras de fuerzas, así la interacción electromagnética se explica por el intercambio de fotones entre partículas de materia con carga eléctrica. Las interacciones nucleares débiles entre los quarks y leptones se da por el intercambio de tres bosones W^+ , W^- y Z^0 . El intercambio de 8 gluones, da como resultado la interacción nuclear fuerte. La interacción gravitacional se explica por el intercambio del gravitón², partícula hipotética no descubierta experimentalmente.

Al igual que en Mecánica Cuántica en el ME matemáticamente las partículas son descritas por campos cuánticos ψ . Los campos cuánticos que describen a los fermiones deben de satisfacer la ecuación de Dirac $i\gamma^\mu(\partial + m)\psi = 0$, el elemento m que aparece en la ecuación, se interpreta como la masa de la partícula que describe ψ ; esto genera a través de ecuaciones tipo Euler-Lagrange, un término en el lagrangiano que va como $m\bar{\psi}\psi$ que es conocido como término de masa.

El sector del ME donde se generan los respectivos términos de masa para los quarks y leptones es el sector de Yukawa. En este sector no se presenta un término de masa en si, mas bien, se presenta un matriz de masa M^u para los quark tipo u , una matriz de masa M^d para los quarks tipo d y una matriz de masa M^l para los leptones. Las masas físicas (aquellas que se miden experimentalmente) se interpretan como los eigenvalores de la matriz de masa M correspondiente, además

²En realidad el gravitón no forma parte del ME, pero si está considerado como una teoría de norma.

de esto, las masas presentan el siguiente patrón experimental $m_e < m_\mu < m_\tau$; $m_u < m_c < m_t$; $m_d < m_s < m_b$; esto es conocido como jerarquía [2, 3].

En el contexto del ME, la estructura de la matriz de masa es completamente desconocida, el único indicio que se tiene es la matriz Cabibbo Kobayashi Maskawa V_{CKM} que cuantifica los procesos débiles del W^+ y los quarks [2, 3].

El cuadrado de cada uno de los nueve elementos de la matriz es proporcional a la probabilidad de que un quark tipo u se convierta en un quark tipo d a través de un W^+ . Técnicamente representa el desajuste de los estados cuánticos de los quarks que se propagan libremente y cuando participan en las interacciones débiles. Para exponer el problema que abordaremos en este trabajo de tesis consideramos los siguientes puntos de vista que se tienen para el análisis de las matrices de masa.

- 1) **Teórico:** En el esquema del ME no es posible conocer la estructura de las matrices de masa, sabemos que son matrices de 3×3 con entradas complejas y por definición las masas de las partículas son los eigenvalores de la matriz de masa.
- 2) **Experimental:** Son bien conocidos los valores de las masas de los quarks; y los valores de la V_{CKM} [2].

El objetivo consiste en ligar estos dos puntos de vista llegando así a realizar un análisis fenomenológico. Este análisis consiste en proponer estructuras explícitas de las matrices de masa de tal forma que podamos calcular analíticamente sus eigenvalores y además poder calcular los elementos de la V_{CKM} . La primera propuesta con buenos resultados fue realizada por Harald Fritzsch en 1978 introduciendo el concepto de textura [4, 5]. Recientemente se encontraron las condiciones para la cual una matriz de masa del tipo texturas tenga eigenvalores positivos [6], creando así un formalismo más robusto en el contexto de texturas.

En este trabajo de tesis se retomará la propuesta de texturas de Fritzsch, agregando un esquema presentado recientemente [6] y se plantea como objetivo verificar si la estructura más simple, la textura simétrica de 4 ceros [7] es viable desde el punto de vista fenomenológico al calcular los valores de la V_{CKM} .

El Formalismo de texturas podría proveer indicios sobre la dinámica de generación de masa en los quarks en un marco teórico más fundamental que el ME.

Capítulo 1

El Modelo Estándar y el Sector de Yukawa

En este capítulo presentamos los aspectos más relevantes del Modelo Estándar de la física de partículas, prestando particular atención al sector de Yukawa y su matriz de masa, finalmente revisaremos la matriz V_{CKM} .

1.1. Modelo Estándar

El Modelo Estándar de la física de partículas [1, 3]¹, es una teoría en la que se describen la relación entre las fuerzas fundamentales conocidas y las partículas elementales que componen la materia, como se mencionó en la introducción, es consistente con la Mecánica Cuántica y la Relatividad Especial. Este modelo es una Teoría de Norma basada en grupo de simetría

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

donde $SU(3)_C$ es la simetría que representa las interacciones fuertes que es conocido como **Cromodinámica Cuántica**. La simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ representa las interacciones electrodébiles y es conocido como **Modelo Electrodébil**.

La interpretación física de una Teoría de Norma se puede entender en el como describimos las fuerzas de la naturaleza. Las fuerzas del universo se explican como el intercambio de partículas mediadoras; Por lo tanto a cada fuerza fundamental, le

¹Ver referencias en estos libros

1.1. MODELO ESTANDAR

corresponden sus partículas mediadoras.

Partícula	Fuerza	Actúa sobre
	Electromagnética	Partículas con Carga eléctrica
	Nuclear Débil	Quarks, Leptones y Bosones de norma electrodébiles
	Nuclear Débil	Quarks, Leptones y Bosones de norma electrodébiles
	Nuclear Fuerte	Partículas con carga de color
	Gravitacional	Todas las partículas con masa

Figura 1.1: Partículas mediadoras según las Teorías de Norma. Las 4 primeras partículas ya han sido detectadas, la última es una partícula hipotética.

En la figura 1.2 podemos ubicar a los fermiones, que como ya hemos mencionado, son las partículas que son necesarias para formar la materia, las podemos distinguir ya que la propiedad intrínseca llamada espín (denotada en la parte superior izquierda de cada partícula), es un número semientero² y por lo tanto obedecen al principio de exclusión de Pauli, los fermiones se dividen a su vez en quarks y leptones que a su vez se agrupan en 3 generaciones debido a su masa, entre mayor es la generación, mayor es su masa y cada generación difiere en aproximadamente 3 ordenes de magnitud el valor medido de su masa.

Los bosones, se pueden distinguir debido a que su espín es entero y no obedecen el principio de exclusión de Pauli.

La física del ME está basada en el formalismo de Lagrange, esto es, para describir las interacciones fuertes y electrodébiles, tenemos que construir una densidad lagrangiana, en este caso la densidad lagrangiana del ME está dividido en 2 partes

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SU(3)} + \mathcal{L}_{SU(2) \times U(1)},$$

²numero racional con numerador impar y denominador 2

Modelo Estándar

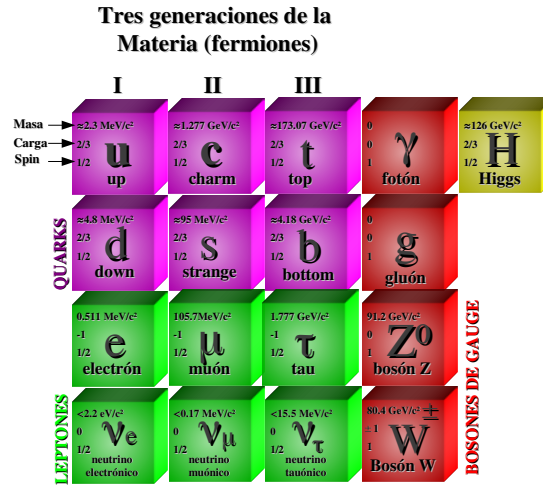


Figura 1.2: Partículas elementales según el Modelo Estándar

donde el primer término describe la Cromodinámica Cuántica y el segundo término describe al Sector Electrodébil, en el siguiente capítulo veremos más a fondo este sector ya que es justamente donde partiremos para el desarrollo de esta tesis.

1.2. El Sector Electrodébil

El Modelo Electrodébil fue desarrollado en los años 60 por Glashow y Weinberg [3]³. La constatación experimental de las interacciones débiles mediadas por corrientes cargadas les llevó a postular la existencia de las corrientes neutras, las cuales fueron descubiertas en 1973 por la colaboración Gargamelle. Estos investigadores recibieron el Premio Nobel de Física en 1979. En el **Sector Electrodébil** se describen de manera unificada la fuerza nuclear débil y el electromagnetismo, dos de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza. De la evidencia experimental sabemos que las interacciones electrodébiles actúan de manera distinta sobre los fermiones dextrógiros (Derechos) y sobre los fermiones levógiros (Izquierdos) [8]. Es por ello que los campos fermiónicos levógiros son agrupados en dobletes, mientras

³Ver referencias en este libro

1.3. SECTOR DE LAS INTERACCIONES YUKAWA

que los campos dextrógiros son singletes del grupo $SU(2)_L$ con simetría de isoespín. El Sector Electro débil a su vez se encuentra dividido en 4 sectores descritos por la siguiente densidad lagrangiana [3]:

$$\mathcal{L}_{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}_{Norma} + \mathcal{L}_{\Phi} + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_{Yukawa},$$

donde \mathcal{L}_{Norma} describe los campos de Norma, \mathcal{L}_{Φ} describe el Sector Escalar, \mathcal{L}_F describe el Sector de Fermiones y \mathcal{L}_{Yukawa} describe las interacciones de Yukawa con el campo escalar. En este trabajo de tesis estamos interesados en el sector de Yukawa, ya que es en este sector en donde se generan las matrices de masa y el cual se describe a continuación.

1.3. Sector de las interacciones Yukawa

La densidad lagrangiana para el sector de Yukawa se puede escribir como:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \sum_{m,n=1}^3 (Y_{mn}^u \bar{Q}'_{Lm} \bar{\Phi}'_{u'_{Rn}} + Y_{mn}^d \bar{Q}'_{Lm} \Phi'_{d'_{Rn}} + Y_{mn}^l \bar{L}'_{Lm} \Phi'_{l'_{Rn}}) + h.c. \quad (1.1)$$

donde $h.c.$ significa hermítico conjugado y las matrices Y^u y Y^d de 3×3 describen los acoplamientos de Yukawa entre el doblete de Higgs y los diferentes sabores m y n de quarks y leptones, $\bar{\Phi}$ es un doblete que transforma de la misma forma que Φ definido por $\bar{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$. El término dado en la ecuación 1.1 podemos descomponerlo en 2 partes independientes:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \mathcal{L}_Y^l + \mathcal{L}_Y^q,$$

donde los sectores \mathcal{L}_Y^l y \mathcal{L}_Y^q son sectores de leptones y quarks respectivamente, a continuación haremos un análisis para el sector de quarks de Yukawa.

1.4. Sector de las interacciones de Yukawa de los quarks

La densidad del sector de quarks de Yukawa se puede escribir como:

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR Y EL SECTOR DE YUKAWA

$$\mathcal{L}_Y^q = \sum_{m,n=1}^3 \left(\frac{v}{\sqrt{2}} Y_{mn}^u \bar{u}'_{Lm} u'_{Rn} + Y_{mn}^u \bar{u}'_{Lm} u'_{Rn} H + \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{mn}^d \bar{d}'_{Lm} d'_{Rn} + Y_{mn}^d \bar{d}'_{Lm} d'_{Rn} H \right), \quad (1.2)$$

donde hemos considerado a las matrices de Yukawa como matrices hermíticas, expresado de esta forma la densidad lagrangiana puede dividirse nuevamente en dos partes:

$$\mathcal{L}_Y^q = \mathcal{L}_m^q + \mathcal{L}_I^q, \quad (1.3)$$

donde \mathcal{L}_m^q define los términos de masa de los quarks,

$$\mathcal{L}_m^q = \sum_{m,n=1}^3 (M^u \bar{u}'_m u'_n + M^d \bar{d}'_m d'_n), \quad (1.4)$$

y las matrices M^u y M^d están definidas por

$$M^u = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^u, \quad M^d = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^d. \quad (1.5)$$

En general matrices de Yukawa al ser desconocidas, podemos decir que su forma es arbitraria, sin embargo recordemos que en este trabajo de tesis asumiremos que son matrices hermíticas y dado que v es un número real, las matrices de masa también son hermíticas; Es preciso recordar que las masas de los quarks se definen como los eigenvalores de la matriz de masa y los campos físicos como los eigenvectores correspondientes, con esto, nuestro análisis se reduce a encontrar los eigenvalores y eigenvectores de una matriz hermítica, para esto se proponen las siguientes transformaciones unitarias [7]

$$u = V_u u', \quad d = V_d d', \quad (1.6)$$

1.4. SECTOR DE LAS INTERACCIONES DE YUKAWA DE LOS QUARKS

donde V_u y V_d siempre diagonaliza a la matriz de masa. En notación matricial, las densidades lagrangianas de masa para los quarks tipo u y d se escriben respectivamente como

$$\mathcal{L}_m^u = \bar{u}' M^u u', \quad \mathcal{L}_m^d = \bar{d}' M^d d', \quad (1.7)$$

y en términos de los nuevos campos, toman la forma⁴:

$$\mathcal{L}_m^u = \bar{u} V_u M^u V_d^\dagger u, \quad \mathcal{L}_m^d = \bar{d} V_d M^d V_d^\dagger d, \quad (1.8)$$

como V_u y V_d diagonalizan a las matrices de masa, se tiene que el producto.

$$V_u M^u V_u^\dagger = \bar{M}_u = \begin{pmatrix} \lambda_u & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_c & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_t \end{pmatrix}, \quad V_d M^d V_d^\dagger = \bar{M}_d = \begin{pmatrix} \lambda_d & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_s & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_b \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

es una matriz diagonal, donde las masas de los quarks tipo u se definen como

$$m_u = |\lambda_u|, \quad m_c = |\lambda_c|, \quad m_t = |\lambda_t|, \quad (1.10)$$

y para los quarks tipo d

$$m_d = |\lambda_d|, \quad m_s = |\lambda_s|, \quad m_b = |\lambda_b|, \quad (1.11)$$

explícitamente (\bar{u}, \bar{d}) y u, d son los campos físicos definidos como

$$\bar{u} = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}), \quad u = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}; \quad \bar{d} = (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b}), \quad d = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

⁴† Hermítico conjugado.

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR Y EL SECTOR DE YUKAWA

y las densidades \mathcal{L}_m^u y \mathcal{L}_m^d toman finalmente la forma

$$\mathcal{L}_m^u = \bar{u}m_u u + \bar{c}m_c c + \bar{t}m_t t, \quad (1.13)$$

$$\mathcal{L}_m^d = \bar{d}m_d d + \bar{s}m_s s + \bar{b}m_b b,$$

donde $\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}, \bar{d}, \bar{s}, \bar{b}$ corresponde a las antipartículas de cada quark. A cada partícula le corresponde una antipartícula con las mismas propiedades de masa, color, sabor pero con carga eléctrica inversa.

Por otra parte, la densidad lagrangiana de interacción, describe los acoplamientos del bosón de Higgs con los diferentes tipos de quarks y está expresado como

$$\mathcal{L}_I^q = \sum_{m,n=1}^3 (Y_{mn}^u \bar{u}'_m u'_n H + Y_{mn}^d \bar{d}'_m d'_n H), \quad (1.14)$$

donde H es el bosón de Higgs, en términos de los campos físicos dados en la ecuación 1.6 y en notación matricial el lagrangiano se expresa como

$$\mathcal{L}_I^u = \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{u} M_u u H, \quad \mathcal{L}_I^d = \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{d} M_d d H, \quad (1.15)$$

finalmente quedan

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^u &= \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{u} m_u u H + \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{c} m_c c H + \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{t} m_t t H, \\ \mathcal{L}_I^d &= \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{d} m_d d H + \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{s} m_s s H + \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{b} m_b b H. \end{aligned} \quad (1.16)$$

En los lagrangianos se puede observar que el acoplamiento de Higgs es proporcional a la masa de cada tipo de quark, una predicción que puede ser corroborada con la existencia del bosón de Higgs; el 4 de julio de 2012 el **CERN** confirmó el hallazgo de una partícula compatible con el bosón de Higgs pero se necesitarían más datos y tiempo de análisis para confirmarlo, así, el 14 de marzo de 2013 con el doble

1.5. CORRIENTE CARGADA W^\pm

de datos, se anunció que la partícula se parece cada vez mas al Higgs, por este descubrimiento en 2013 fue entregado el premio nobel a Peter Higgs.

Existe otra parte del ME donde las matrices que diagonalizan a los quarks tipo u y d juegan un papel fundamental, esto involucra a la corriente cargada W^\pm que a continuación se describe.

1.5. Corriente cargada W^\pm

Las interacciones entre el bosón W^\pm y los fermiones están dados por el siguiente la siguiente densidad lagrangiana [3]

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g_2}{2\sqrt{2}}(J^\mu W_\mu^- + J^{\mu\dagger} W_\mu^+), \quad (1.17)$$

donde $J^{\mu\dagger}$ está definido como

$$J^{\mu\dagger} = \sum_{m=1}^3 [\bar{v}'_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l'_m + \bar{u}'_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d'_m], \quad (1.18)$$

en términos de los estados físicos de los fermiones

$$J^{\mu\dagger} = \sum_{m=1}^3 [\bar{v}_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l_m + \bar{u}_m (V_L^{u\dagger})_{km} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (V_L^d)_{km} d_m] \quad (1.19)$$

o bien

$$J^{\mu\dagger} = \sum_{m=1}^3 [\bar{v}_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l_m + \bar{u}_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (V_{CKM})_{km} d_m], \quad (1.20)$$

el segundo término de la ecuación 1.19 nos da la probabilidad de transición de una quark tipo d a un tipo u a través de una corriente cargada W^+ esto se puede expresar en forma matricial como

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR Y EL SECTOR DE YUKAWA

$$\begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (1.21)$$

teniendo así para el quark u

$$u = V_{ud}d + V_{us}s + V_{ub}b, \quad (1.22)$$

la cantidad $|V_{ud}|^2$ es proporcional a la probabilidad de transición de un quark d a un u a través de un W^+ , así los cuadrados de los nueve elementos de la matriz que aparece en la ecuación 1.21 son la probabilidad de que un quark tipo d se convierta en un tipo u . Esta matriz es conocida como la matriz **Cabibbo Kobayashi Maskawa**. (V_{CKM}).

Podemos observar que el no alineamiento de las transformaciones unitarias que relacionan los estados de masa para los quarks tipo u y tipo d , genera la presencia de la matriz unitaria V_{CKM} .

$$V_{CKM} = V_L^{u\dagger} V_L^d = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

Además observamos que esta corriente permite procesos con cambio de sabor.

1.6. Matriz Cabibbo - Kobayashi - Maskawa

Como se mostró en la sección anterior la matriz de **Cabibbo Kobayashi Maskawa** (V_{CKM}) es una matriz unitaria que contiene información sobre los cambios de sabor en los decaimientos débiles; Nicola Cabibbo inspirado en trabajos previos de Murray Gell-Mann y Maurice Levy, describe a la V_{CKM} considerando solo 2 generaciones de quarks como una matriz de 2×2 , donde introduce el ángulo de Cabibbo θ_c , el cual es una constante en todas las interacciones débiles.

1.6. MATRIZ CABIBBO - KOBAYASHI - MASKAWA

Makoto Kobayashi y Toshihide Maskawa introdujeron una tercer generación de quarks al análisis previamente realizado por Cabibbo teniendo ahora una matriz de 3×3 la cual fue parametrizada en términos de los ángulos de Euler. Los últimos valores experimentales de los elementos de la V_{CKM} son [2]:

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351^{+0,00015}_{-0,00014} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412^{+0,0011}_{-0,0005} \\ 0,00867^{+0,00029}_{-0,00031} & 0,0404^{+0,0011}_{-0,0005} & 0,999146^{+0,000021}_{-0,000046} \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

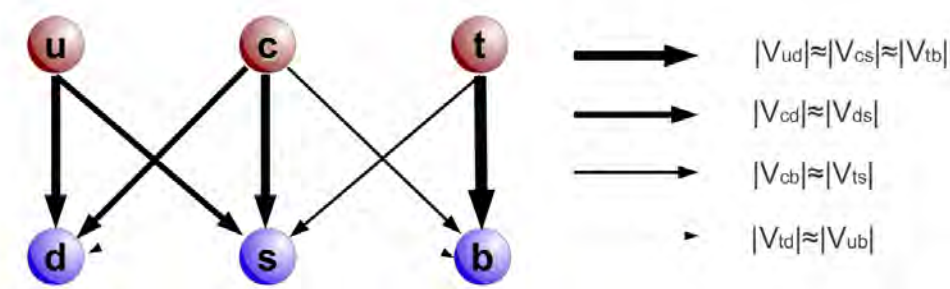


Figura 1.3: Ilustración de la matriz V_{CKM} . Las flechas más gruesas indican una mayor probabilidad de transición (cercana a 1) y las flechas más delgadas indican un probabilidad de transición menor (cercana a cero).

Estos valores han sido medidos por diferentes colaboraciones experimentales. La V_{CKM} es una matriz unitaria, esto es, $V_{CKM}V_{CKM}^\dagger = \mathbb{I}$ [3, 9]. Para finalizar este capítulo haremos énfasis en los siguientes puntos

- El ME de la física de partículas es un modelo que describe la relación entre las fuerzas de la naturaleza y las partículas elementales que conforman la materia.
- En el sector de quarks de Yukawa se puede apreciar una matriz de masa para cada tipo de quark, cuyos eigenvalores representan las masas de las partículas.
- Por medio de la corriente cargada W^+ se tienen las transformaciones que relacionan los estado de masa de los quarks tipo u y tipo d dando como resultado una matriz que llamamos V_{CKM} .

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR Y EL SECTOR DE YUKAWA

- Los valores numéricos de la V_{CKM} son cantidades conocidas. El cuadrado de cada valor es proporcional a la probabilidad de que un quark tipo u se convierta en uno tipo d a través de un W^+ .

La relación entre V_{CKM} y las matrices de masa M^q esta dada por la ecuación 1.23 a través de las matrices V_q que diagonalizan a M^q , lo siguiente será proponer una forma para estas matrices. En este trabajo de tesis realizaremos una propuesta para la estructura de las matrices de masa M basándonos en el **Formalismo de texturas**. En el siguiente capítulo veremos en que consiste este mecanismo y desarrollaremos una notación para clasificar las diferentes texturas. Estudiaremos las texturas de 4 ceros, propuesta de este trabajo de tesis para definir la estructura de las matrices de masa.

Capítulo 2

Texturas Simétricas

En el año de 1977[4, 5] para el estudio de las matrices de masa Harald Fritzsch propuso el formalismo de texturas. En este capítulo se presenta el formalismo, la notación utilizada y se analiza el caso de 4 ceros.

2.1. Formalismo de texturas

Para definir una textura consideremos una matriz arbitraria A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

donde en general los $a_{jk} \in \mathbb{C}$, por lo tanto podemos representarlos de la forma $a_{jk} = r_{jk}e^{i\theta_{jk}}$, en este caso para definir esta matriz, se requieren 18 parámetros, 9 para los r_{jk} de cada componente y 9 para las fases θ_{jk} .

Una textura hermítica podemos representarla de la forma:

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{12}^* & h_{22} & h_{23} \\ h_{13}^* & h_{23}^* & h_{33} \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

Donde h_{jk}^* es complejo conjugado y H cumple con:

$$H = H^\dagger, \quad (2.3)$$

2.2. CONTEO DE CEROS

de esta manera, los elementos de la diagonal $h_{jk} \in \mathbb{R}$ cuando $j = k$, por lo tanto para definir esta textura se necesitan 9 parámetros, 3 para los valores reales de la diagonal, 3 para los r_{jk} con $j \neq k$ y sus 3 fases θ_{jk} .

En este trabajo de tesis, estamos interesados solo en las magnitudes r_{jk} , por lo tanto trabajaremos con texturas simétricas, es decir donde $s_{jk} = s_{kj}$, quedando de la forma:

$$S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Para que S cumpla con la condición de hermiticidad de la ecuación 2.3, todas las fases θ_{jk} deben ser cero, resultando $s_{jk} = r_{jk}$ y por lo tanto $s_{jk} \in \mathbb{R}$. Con eso también hemos reducido a 6 el número de parámetros necesarios para definir una textura.

2.2. Conteo de ceros

El mecanismo de texturas consiste en poner ceros en entradas de las matrices de masa [9], las texturas se clasifican de acuerdo al número y posición de los ceros que contengan, su contabilidad se da de la siguiente manera:

- Ceros en la diagonal mayor suman una unidad.
- Ceros fuera de la diagonal mayor suman media unidad.

La clasificación para cada textura debe incluir el conteo de ceros de la matriz de masa para los quarks tipo u más los ceros de la matriz de masa para los quarks tipo d , veamos el siguiente ejemplo.

$$M^u = \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ 0 & * & * \\ * & * & 0 \end{pmatrix}, \quad M^d = \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ 0 & * & 0 \\ * & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

para la matriz M^u vemos que tiene 1 cero (+1) en la diagonal mayor y 2 ceros fuera ($1/2 + 1/2$) que nos da 2 ceros para esta matriz, por otro lado para M^d tenemos 1 cero en la diagonal mayor (+1) y 4 ceros fuera (+2) lo cual nos da una suma total de 5, por lo tanto se dice que la textura es de 5 ceros. Es preciso comentar que en este trabajo de tesis, vamos a considerar matrices de masa simétrica restringiendo el número de parámetros a seis.

CAPÍTULO 2. TEXTURAS SIMÉTRICAS

2.2.1. Notación

Comenzamos escribiendo una matriz simétrica M como [6]:

$$M = \begin{pmatrix} E & D & F \\ D & C & B \\ F & B & A \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

esta matriz M está bien determinada por 6 letras mayúsculas (A, B, C, D, E, F) y sus respectivas posiciones, a continuación se introduce la siguiente notación.

- $M(X)$ es una matriz con un cero en la letra mayúscula X donde $X = A, B, C, D, E, F$.
- $M(X, Y)$ es una matriz con ceros en las letras mayúscula X, Y donde $X, Y = A, B, C, D, E, F$ y $X \neq Y$.
- $M(X, Y, Z)$ es una matriz con ceros en las letras mayúsculas X, Y, Z donde $X, Y, Z = A, B, C, D, E, F$ y $X \neq Y \neq Z$.

Por ejemplo, $M(F)$ representa una matriz de la forma

$$M(F) = \begin{pmatrix} E & D & 0 \\ D & C & B \\ 0 & B & A \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

la matriz $M(C, D)$ es

$$M(C, D) = \begin{pmatrix} E & 0 & F \\ 0 & 0 & B \\ F & B & A \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

y por último tenemos que la matriz $M(C, D, F)$ toma la forma

$$M(C, D, F) = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \\ 0 & B & A \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Tomando en cuenta texturas simétricas donde ambas matrices aporten el mismo número de ceros, podemos clasificarlas teniendo los conjuntos con 6 ceros, 4 ceros y 2 ceros existiendo un total de 41 posibilidades. En este trabajo vamos a considerar

2.2. CONTEO DE CEROS

que las matrices de masa son del tipo texturas y como las masas de cada tipo de quark se definen como los eigenvalores de las matrices de masa, entonces de las 41 posibles texturas sólo nos fijaremos en aquellas que tengan eigenvalores reales, positivos y diferentes, para lograrlo haremos uso del siguiente teorema.

Teorema 1: Una matriz simétrica M con valores reales tiene un polinomio característico con valores reales, simples y positivos sí y solo sí cumple las condiciones¹.

- (a) $\det M > 0$
- (b) $\text{tr}M > 0$
- (c) $\text{tr}M^2 < (\text{tr}M)^2$
- $\text{tr}M^2 < 3\text{tr}^2M$
- $|\text{tr}M(5\text{tr}^2M - 9\text{tr}M^2) - 5\det M| < \sqrt{2}(3\text{tr}M^2 - \text{tr}^2M)^{3/2}$

Seis Ceros

Para las matrices con seis ceros tenemos 20 texturas posibles las cuales son:

$$\begin{aligned}
 &M(A, B, C), \quad M(A, C, F), \quad M(A, C, D) \\
 &M(A, B, E), \quad M(A, E, F), \quad M(A, D, E) \\
 &M(B, C, E), \quad M(C, E, F), \quad M(M, C, D) \\
 &M(A, B, F), \quad M(A, B, D), \quad M(A, D, F) \\
 &M(B, C, F), \quad M(B, C, D), \quad M(C, D, F) \\
 &M(B, E, F), \quad M(B, D, E), \quad M(D, E, F) \\
 &M(A, C, E), \quad M(B, D, F).
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

La matriz $M(B, D, F)$ es la única que cumple con las condiciones del Teorema 1.

$$M(B, D, F) = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & A \end{pmatrix}. \tag{2.11}$$

Este es el caso trivial, ya que esta textura es una matriz diagonal.

¹Ver Demostración en [6].

CAPÍTULO 2. TEXTURAS SIMÉTRICAS

Dos ceros

Las 6 matrices que constituyen las texturas de 2 ceros son:

$$M(A), M(C), M(E), M(B), M(D), M(F). \quad (2.12)$$

Las que cumplen con las condiciones del Teorema 1 son $M(B)$, $M(D)$, $M(F)$.

Es de nuestro interés las texturas con 4 ceros [10], las cuales analizaremos con más detalle en la siguiente sección.

2.3. Texturas de 4 ceros

En este conjunto de matrices tenemos 15 posibilidades, las cuales se enlistan a continuación.

$$\begin{aligned} &M(A, B), \quad M(A, C), \quad M(A, D), \\ &M(A, E), \quad M(A, F), \quad M(B, C), \\ &M(B, D), \quad M(B, E), \quad M(B, F), \\ &M(C, D), \quad M(C, E), \quad M(C, F), \\ &M(D, E), \quad M(D, F), \quad M(E, F). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Aplicando el Teorema 1, nos reduce el número de matrices en 3, las cuales son:

$$\begin{aligned} M(B, F) &= \begin{pmatrix} E & D & 0 \\ D & C & 0 \\ 0 & 0 & A \end{pmatrix}, \\ M(B, D) &= \begin{pmatrix} E & 0 & F \\ 0 & C & 0 \\ F & 0 & A \end{pmatrix}, \\ M(D, F) &= \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & C & B \\ 0 & B & A \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Como lema podemos afirmar que una matriz del tipo textura tiene eigenvalores reales, simples, positivos siempre y cuando no contengan ceros en la diagonal prin-

cipal.

El siguiente paso, es encontrar la forma analítica de las matrices que diagonalicen a las matrices $M(B, F)$, $M(B, D)$ y $M(D, F)$.

2.4. Matrices Diagonalizantes V_q

Para construir la matriz V_{CKM} necesitamos las matrices V_q que diagonalizan a las matrices de masa M^q . Hemos propuesto la forma que deben tener las matrices de masa, ahora necesitamos saber cual debe ser la forma de las matrices diagonalizantes. Podemos observar que las matrices $M(B, F)$, $M(B, D)$ y $M(D, F)$ son diagonales por bloques, un bloque de 2×2 y otro de 1×1 , entonces las matrices diagonalizantes toman la forma ²:

$$\begin{aligned}
 V(B, F) &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 V(D, F) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \text{sen } \theta \\ 0 & -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \\
 V(B, D) &= \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \text{sen } \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Donde podemos observar que la forma de estas matrices es similar a matrices de rotación en \mathbb{R}^3 en los planos $x - y$, $y - z$ y $z - x$ respectivamente. Ahora que ya tenemos la estructura de las matrices V , estamos en condiciones de calcular el ángulo de rotación.

²Podemos obtener las matrices diagonalizantes de manera analítica, el desarrollo lo podemos ver en [11, 6].

2.5. Parametrización en términos de ángulos

El siguiente paso es diagonalizar a la matriz de masa M^q , antes de esto y para facilitar las cosas, introducimos una nueva notación, la cual consiste en asignar al par (B, F) , (D, F) , (B, D) los números 1, 2, 3, esto es, al par (B, F) le corresponde el número 1, al par (D, F) el número 2 y a (B, D) el número 3. Así mismo denotaremos a $M(X, Y)$ como $M^{q,x}$ donde $x = 1, 2, 3$ y $q = u, d$. Por lo tanto las matrices ahora se denotan como:

$$\begin{aligned}
 M^{q,1} = M^q(B_q, F_q) &= \begin{pmatrix} E_q & D_q & 0 \\ D_q & C_q & 0 \\ 0 & 0 & A_q \end{pmatrix}, \\
 M^{q,2} = M^q(D_q, F_q) &= \begin{pmatrix} E_q & 0 & 0 \\ 0 & C_q & B_q \\ 0 & B_q & A_q \end{pmatrix}, \\
 M^{q,3} = M^q(B_q, D_q) &= \begin{pmatrix} E_q & 0 & F_q \\ 0 & C_q & 0 \\ F_q & 0 & A_q \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

y a las matrices V_q las denotaremos de la forma

$$\begin{aligned}
 V_{q,1} = V_q(B_q, F_q) &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{q,1} & \text{sen } \theta_{q,1} & 0 \\ -\text{sen } \theta_{q,1} & \cos \theta_{q,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 V_{q,2} = V_q(D_q, F_q) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{q,2} & \text{sen } \theta_{q,2} \\ 0 & -\text{sen } \theta_{q,2} & \cos \theta_{q,2} \end{pmatrix}, \\
 V_{q,3} = V_q(B_q, D_q) &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{q,3} & 0 & \text{sen } \theta_{q,3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } \theta_{q,3} & 0 & \cos \theta_{q,3} \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Una vez dicho lo anterior, estamos listos para la diagonalización de las matrices $M^{q,1}$, $M^{q,2}$ y $M^{q,3}$, como se mencionó, estas matrices son diagonales por bloques y

2.5. PARAMETRIZACIÓN EN TÉRMINOS DE ÁNGULOS

la diagonalización es análoga para las tres, así que sólo presentaremos el desarrollo analítico para $M^{q,1}$.

Calcularemos los eigenvalores de $M^{q,1}$ a través del determinante

$$\det \begin{bmatrix} E_q - \lambda & D_q & 0 \\ D_q & C_q - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & A_q - \lambda \end{bmatrix} = 0, \quad (2.18)$$

del cual resulta la siguiente ecuación característica

$$(A_q - \lambda)[(E_q - \lambda)(C_q - \lambda) - D_q^2] = 0, \quad (2.19)$$

y por lo tanto nos resultan los eigenvalores λ_1 , λ_2 y λ_3 dados por,

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}(E_q + C_q) - \sqrt{(C_q - E_q)^2 + 4D_q^2} \quad (a)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}(E_q + C_q) + \sqrt{(C_q - E_q)^2 + 4D_q^2} \quad (b) \quad (2.20)$$

$$\lambda_3 = A_q. \quad (c)$$

Es conveniente para encontrar las matrices diagonalizantes escribir, C_q y E_q en términos de λ_1 y λ_2 . Para esto sumamos (a) y (b)

$$\lambda_1 + \lambda_2 = C_q + E_q, \quad (2.21)$$

restando a y b

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \sqrt{(C_q - E_q)^2 + 4D_q^2}, \quad (2.22)$$

por lo tanto

$$C_q - E_q = \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 - 4D_q^2}, \quad (2.23)$$

sumando (2.21) y (2.23) resulta

$$C_q = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) + \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 - 4D_q^2}, \quad (2.24)$$

restando (2.21) y (2.23)

$$E_q = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) - \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 - 4D_q^2}, \quad (2.25)$$

nos damos cuenta que D_q es el único parámetro libre.

Por otra parte sustituyendo $M^{q,1}$ y $V_{q,1}$ en la ecuación 1.9 tenemos que

CAPÍTULO 2. TEXTURAS SIMÉTRICAS

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_{q,1} & \text{sen } \theta_{q,1} & 0 \\ -\text{sen } \theta_{q,1} & \cos \theta_{q,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_q & D_q & 0 \\ D_q & C_q & 0 \\ 0 & 0 & A_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{q,1} & -\text{sen } \theta_{q,1} & 0 \\ \text{sen } \theta_{q,1} & \cos \theta_{q,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

donde las $\lambda_{1,2,3}$ son las masas de los quarks dado que $V_{q,1}$ es ortogonal

$$\begin{aligned} M_q(B_q, F_q) &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{q,1} & -\text{sen } \theta_{q,1} & 0 \\ \text{sen } \theta_{q,1} & \cos \theta_{q,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{q,1} & \text{sen } \theta_{q,1} & 0 \\ -\text{sen } \theta_{q,1} & \cos \theta_{q,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \lambda_1 \cos^2 \theta_{q,1} + \lambda_2 \text{sen}^2 \theta_{q,1} & \lambda_1 \cos \theta_{q,1} \text{sen } \theta_{q,1} - \lambda_2 \cos \theta_{q,1} \text{sen } \theta_{q,1} & 0 \\ \lambda_1 \cos \theta_{q,1} \text{sen } \theta_{q,1} - \lambda_2 \cos \theta_{q,1} \text{sen } \theta_{q,1} & \lambda_1 \text{sen}^2 \theta_{q,1} + \lambda_2 \cos^2 \theta_{q,1} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

al igualar las matrices se tienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} E_q &= \lambda_1 \cos^2 \theta_{q,1} + \lambda_2 \text{sen}^2 \theta_{q,1}, & D_q &= (\lambda_1 - \lambda_2) \cos \theta_{q,1} \text{sen } \theta_{q,1}, \\ C_q &= \lambda_1 \text{sen}^2 \theta_{q,1} + \lambda_2 \cos^2 \theta_{q,1}, & A_q &= \lambda_3 \end{aligned} \quad (2.28)$$

despejando de E_q a $\cos^2 \theta_{q,1}$

$$\cos^2 \theta_{q,1} = \frac{E_q - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (2.29)$$

sustituyendo (2.25) en (2.29) finalmente obtenemos el ángulo de rotación

$$\cos^2 \theta_{q,1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2D_q}{\lambda_2 - \lambda_1} \right)^2}. \quad (2.30)$$

Análogamente, para $M^{q,2}$ el parámetro libre es B_q y el ángulo de rotación correspondiente está dado como

$$\cos^2 \theta_{q,2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2B_q}{\lambda_3 - \lambda_2} \right)^2}. \quad (2.31)$$

Finalmente para $M^{q,3}$, el único parámetro libre es F_q y el ángulo correspondiente viene por

$$\cos^2 \theta_{q,2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2F_q}{\lambda_3 - \lambda_1} \right)^2}. \quad (2.32)$$

2.5. PARAMETRIZACIÓN EN TÉRMINOS DE ÁNGULOS

Para concluir este capítulo resaltemos en los siguientes puntos:

- El formalismo de texturas desarrollado por Harald Fritzsch, es un procedimiento que tiene como objetivo hallar estructuras para la matriz de masa M de manera consistente con los valores obtenidos experimentalmente de la V_{CKM} . El procedimiento consiste en poner ceros en las entradas de la matriz de masa y se clasifican de acuerdo al número de ceros.
- Para el conteo de los ceros, se contempla una unidad para ceros dentro de la diagonal principal y media unidad para ceros fuera de la diagonal principal. para el conteo final debe incluirse los ceros de la matriz de masa de los quarks tipo u y los ceros de la matriz de masa de los quarks tipo d .
- Asumiendo que los eigenvalores de la matriz de masa M deben ser reales simples y positivos ya que representan las masas de los quarks, esto nos reduce el análisis a matrices de masa sin ceros en la diagonal principal.
- Las únicas matrices del tipo texturas de 4 ceros sin ceros en la diagonal principal, que arrojan eigenvalores reales simple y positivos son: $M(B, F)$, $M(D, B)$ y $M(D, F)$.
- Una vez asumida la estructura de las matrices de masa M , se encuentran las matrices diagonalizantes, que para el caso de texturas con 4 ceros la estructura es similar a matrices de rotación en los planos $x - y$, $x - z$ y $y - z$.

En el siguiente capítulo analizaremos la viabilidad de nuestra propuesta al calcular la matriz V_{CKM} y confrontarla con los resultados experimentales.

Capítulo 3

Análisis de las texturas con 4 ceros.

Una vez mostrado que las matrices de masa del tipo texturas de 4 ceros tienen eigenvalores positivos y diferentes, en esta sección nos enfocaremos en ver que conjuntos de estas matrices reproducen la V_{CKM} , este análisis se realizará gráficamente.

3.1. Análisis de las matrices diagonalizantes

Durante muchos años y arduo trabajo, los físicos experimentales de partículas han calculado los elementos de la V_{CKM} con una precisión sorprendente. Experimentalmente la matriz V_{CKM} tiene los siguientes valores numéricos

$$(V_{CKM})_{exp} = \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351^{+0,00015}_{-0,00014} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412^{+0,0011}_{-0,0005} \\ 0,00867^{+0,00029}_{-0,00031} & 0,0404^{+0,0011}_{-0,0005} & 0,999146^{+0,000021}_{-0,000046} \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

En el contexto del ME, y del sector de corrientes cargadas (sección 1.5) la matriz V_{CKM} está dada por

$$(V_{CKM}) = V_u^\dagger \cdot V_d. \quad (3.2)$$

De la sección anterior y dependiendo de la textura de las matrices de masa, podemos conocer explícitamente a las matrices V_u y V_d por consiguiente se tiene una expresión analítica de la V_{CKM} , la cual depende de parámetros libres $B_u, B_d, D_u, D_d, F_u, F_d$ según sea la elección de cada textura, por lo tanto el análisis consiste en encontrar los valores apropiados de los parámetros tales que reproduzcan los valores experimentales encontrados para la V_{CKM} . Dicho análisis se realizará de

3.2. ESTRUCTURA PARALELA

manera gráfica y para realizar esto, es conveniente dividir el análisis en dos casos, cuando se tiene una estructura paralela de las matrices de masa y cuando se tiene una estructura no paralela.

Se dice que tenemos una estructura paralela en las matrices de masa si M^u y M^d son del tipo texturas cada una teniendo los ceros en la misma posición. Cuando M^u y M^d no tienen todos los ceros en la misma posición hablamos de una estructura no paralela.

3.2. Estructura Paralela

En nuestro caso las matrices con estructura paralela son 3 conjuntos los cuales son $\{M^{u,1}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,2}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{d,3}\}$. A continuación su análisis.

3.2.1. $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,1}$

Empezaremos analizando el caso $\{M^{u,1}, M^{d,1}\}$, las matrices que diagonalizan estas matrices de masa son :

$$V_{u,1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{u,1} & \text{sen } \theta_{u,1} & 0 \\ -\text{sen } \theta_{u,1} & \cos \theta_{u,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{3.3}$$

$$V_{d,1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{d,1} & \text{sen } \theta_{d,1} & 0 \\ -\text{sen } \theta_{d,1} & \cos \theta_{d,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

y la matriz V_{CKM} correspondiente tiene la forma

$$\begin{aligned}
 (V_{CKM})_{u1,d1} &= V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,1}, \\
 &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{u,1} & -\text{sen } \theta_{u,1} & 0 \\ \text{sen } \theta_{u,1} & \cos \theta_{u,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_{d,1} & \text{sen } \theta_{d,1} & 0 \\ -\text{sen } \theta_{d,1} & \cos \theta_{d,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{d,1} \cos \theta_{u,1} + \text{sen } \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,1} & \cos \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,1} - \cos \theta_{u,1} \text{sen } \theta_{d,1} & 0 \\ -\cos \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,1} + \cos \theta_{u,1} \text{sen } \theta_{d,1} & \cos \theta_{d,1} \cos \theta_{u,1} + \text{sen } \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Esta matriz $(V_{CKM})_{u1,d1}$ debe reproducir los valores numéricos de la $(V_{CKM})_{exp}$ (3.1), analicemos componente a componente: Para la componente (1, 1) de $(V_{CKM})_{u1,d1}$, debemos encontrar el rango de valores de $\theta_{d,1}, \theta_{u,1}$ los cuales están acotados entre $[0, \frac{\pi}{4}]$, que reproduzca el valor experimental de la componente (1, 1) de $(V_{CKM})_{exp}$, en este caso es $0,97427 \pm 0,00015$, igualando tenemos:

$$\cos \theta_{d,1} \cos \theta_{u,1} + \text{sen } \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,1} = z, \tag{3.5}$$

donde z es el valor de la componente (1, 1) de la $(V_{ckm})_{exp}$. Apoyandonos en el programa *Mathematica* 8¹, se grafican los rangos permitidos para $\theta_{d,1}, \theta_{u,1}$ y los resultados se presentan en la figura 3.1. Como una primera aproximación, ampliamos el dominio de z de 0,96 a 0,98 en lugar de 0,97412 a ,97442, usaremos estos valores para posteriores gráficas . Los puntos sobre el área sombreada, (2 familias de rectas) son puntos que reproducen el valor numérico para la entrada (1, 1) de la $(V_{CKM})_{exp}$ para los puntos del plano $(\theta_{d,1} - \theta_{u,1})$ entre $[0, \frac{\pi}{4}]$ fuera del área sombreada no reproducen un valor adecuado por lo tanto están excluidos.

Repitiendo el análisis para las componentes (1, 2), tenemos:

$$\cos \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,1} - \cos \theta_{u,1} \text{sen } \theta_{d,1} = z, \tag{3.6}$$

donde z ahora tomará el valor de la componente (1, 2) de la $(V_{CKM})_{exp}$, también se amplió el dominio de 0,21 a 0,23. En la figura 3.2, los valores de los ángulos $(\theta_{d,1}$ y $\theta_{u,1})$ que satisfacen la ecuación 3.6 forman una familia de rectas.

3.2. ESTRUCTURA PARALELA

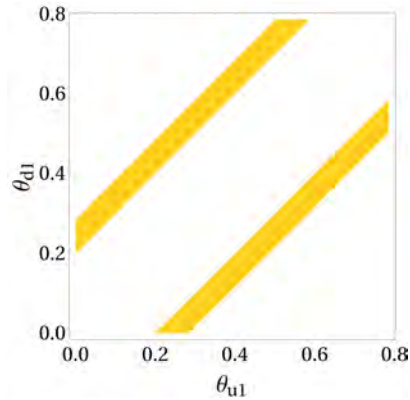


Figura 3.1: Valores permitidos para $(\theta_{d,1}$ y $\theta_{u,1})$ que reproducen el valor numérico de la entrada $(1, 1)$ de la $(V_{CKM})_{exp}$.

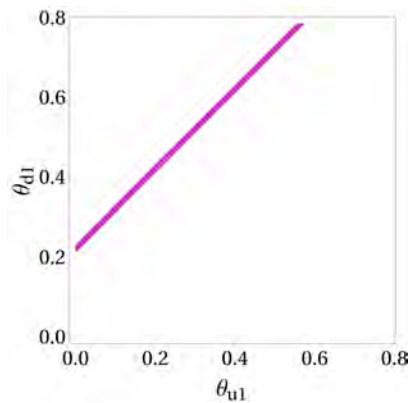


Figura 3.2: Rango de valores $(\theta_{d,1}, \theta_{u,1})$ en radianes, provenientes de la componente $(1, 2)$ de V_{CKM} .

Comparando la componente $(1, 3)$ vemos que nuestra propuesta nos da un valor de 0 cuando el valor real es de $0,00351^{+0,00015}_{-0,00014}$, tomando en cuenta que el margen de error que hemos establecido al aumentar los dominios de las graficas que es de $\pm 0,02^2$ podemos decir que es una buena aproximación.

Siguiendo con la componente $(2, 1)$ igualando nuevamente la función de esta componente con el valor en la matriz V_{CKM} tenemos:

$$-\cos \theta_{d,1} \sin \theta_{u,1} + \cos \theta_{u,1} \sin \theta_{d,1} = z, \quad (3.7)$$

¹Ver Apéndice A.

²Como una primera aproximación, $\pm 0,02$ es el margen de error utilizado como nuevo dominio de cada uno de los valores de la V_{CKM} ; a partir de ahora, cada vez que hablemos de un **margen de error**, usaremos este valor.

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

donde ahora z tiene un valor de la componente $(2, 1)$ de la $(V_{CKM})_{exp}$ donde ahora el dominio fue ampliado de 0,21 a 0,23 en lugar de $0,2252 \pm 0,00065$. En la figura 3.3 vemos la familia de rectas correspondiente. Nuevamente comparando componente a

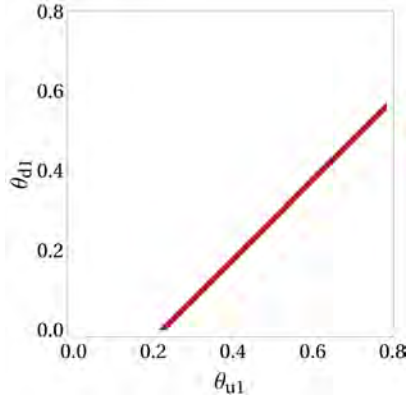


Figura 3.3: Rango de valores $(\theta_{d,1}, \theta_{u,1})$ en radianes, provenientes de la componente $(2, 1)$ de V_{CKM} .

componente para el elemento $(2, 2)$ obtenemos para graficar la función

$$\cos \theta_{d,1} \cos \theta_{u,1} + \sin \theta_{d,1} \sin \theta_{u,1} = z, \quad (3.8)$$

donde z va de 0,96 a 0,98 en lugar de $0,97344 \pm 0,00016$, en la figura 3.3 se muestra el rango permitido para $\theta_{d,1}$ y $\theta_{u,1}$.

Observamos que las figuras 3.1 y 3.4 se tienen graficadas exactamente las mismas familias de rectas. Esto no debería sorprendernos dada la naturaleza simétrica de ambas matrices.

Para las componente $(2, 3)$, $(3, 1)$ y $(3, 2)$ el resultado del producto predice que el valor es 0, una vez más dado el margen de error que resulta de ampliar el dominio de los valores de V_{CKM} . 0 resulta ser una buena aproximación ya que todos estos valores se encuentran entre 0 y $\pm 0,02$.

Para $(3, 3)$ el valor predicho es $1 \approx 0,999146^{+0,000021}_{-0,000046}$.

Lo siguiente será analizar las graficas para buscar una solución para $\theta_{u,1}$ y $\theta_{d,1}$ en todas las componentes, observando el área de las gráficas en la figura 3.5, vemos que aunque las gráficas de las componentes $(1, 1)$ y $(2, 2)$ son idénticas, las componentes $(1, 2)$ y $(2, 1)$ nunca se tocan, es decir, no existe una solución de $\theta_{u,1}$ y $\theta_{d,1}$ que

3.2. ESTRUCTURA PARALELA

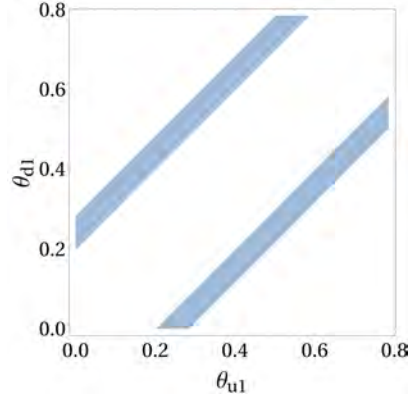


Figura 3.4: Rango de valores $(\theta_{u1}, \theta_{d1})$ en radianes proveniente de la componente $(2, 2)$ de V_{CKM} .

satisfaga las condiciones de la propuesta para $V_u^\dagger \cdot V_d$, y por lo tanto el conjunto de matrices $\{M^{u,1}, M^{u,1}\}$ no es viable para dar forma a las matrices de masa de los quarks tipo u y tipo d .

3.2.2. $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,2}$ y $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,3}$

Ahora analizaremos los productos de las matrices que diagonalizan a los conjuntos $\{M^{u,2}, M^{u,2}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{u,3}\}$, el análisis que haremos en estos casos es sencillo, ya que podemos determinar algunas características solo observando la forma de las matrices.

Primero analizaremos el producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,2}$, vemos que ambas matrices tienen la misma forma de diagonal por bloques y dado que ambas son simétricas, resulta que el producto tiene la forma:

$$\begin{aligned}
 V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,2} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix} \\
 &\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351^{+0,00015}_{-0,00014} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412^{+0,0011}_{-0,0005} \\ 0,00867^{+0,00029}_{-0,00031} & 0,0404^{+0,0011}_{-0,0005} & 0,999146^{+0,000021}_{-0,000046} \end{pmatrix} \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

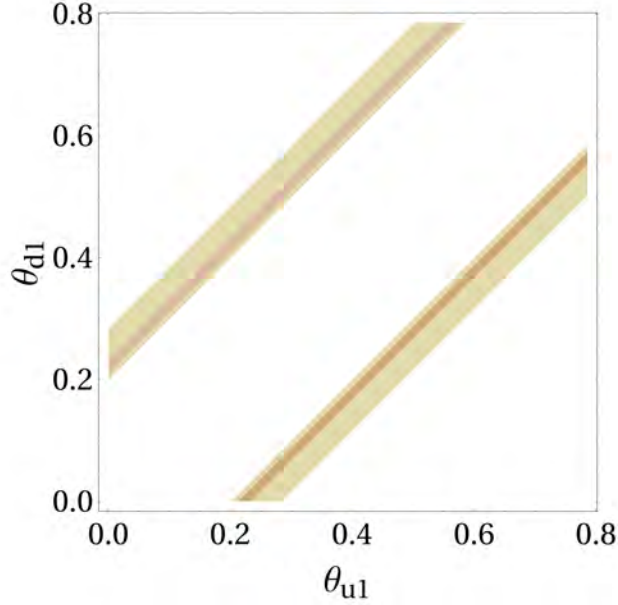


Figura 3.5: Cota sobre los angulos $(\theta_{u1}, \theta_{d1})$ proveniente de todas las componentes de la V_{CKM} .

Igualando con la V_{CKM} , para la componente (1,1) vemos que la predicción del producto es de 1 contra $0,97427 \pm 0,00015$ que es el valor experimental, este valor es una buena aproximación, ahora si comparamos las componentes (1,2) y (2,1) se observa que el valor de la predicción es 0 y comparando con el valor experimental que es de $(1,2) \simeq (2,1) \simeq 0,225$, no es una buena aproximación ya que el error relativo supera el margen de error de que hemos tomado para las componentes de V_{CKM} . Por lo tanto el producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,2}$ no reproduce los valores de $(V_{CKM})_{exp}$. Un caso similar pasa con el producto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,3}$ el cuál tiene la forma:

$$\begin{aligned}
 V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,3} &= \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 \\ * & 0 & * \end{pmatrix} \\
 &\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351^{+0,00015}_{-0,00014} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412^{+0,0011}_{-0,0005} \\ 0,00867^{+0,00029}_{-0,00031} & 0,0404^{+0,0011}_{-0,0005} & 0,999146^{+0,000021}_{-0,000046} \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

Se observa también que predice un cero en las coordenadas (1, 2) y (2, 1), por lo tanto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,3}$ tampoco reproduce los valores de $(V_{CKM})_{exp}$.

Una vez dicho esto, podemos afirmar que los conjuntos $\{M^{u,2}, M^{u,2}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{u,3}\}$ no son viables para dar forma a las matrices de masa de los quarks.

Ahora pasaremos al análisis de las estructuras no paralelas.

3.3. Estructura no-paralela

En este tipo de matrices tenemos los conjuntos $\{M^{u,1}, M^{d,2}\}$, $\{M^{u,1}, M^{d,3}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,3}\}$, $\{M^{u,3}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,3}, M^{d,2}\}$ a continuación, su análisis.

3.3.1. $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$

Siguiendo el procedimiento que hemos llevado hasta ahora, llega el turno de analizar el conjunto $\{M^{u,1}, M^{u,2}\}$, calculando la $V_{CKM} = V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$, tenemos que el resultado de este producto es:

$$V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{u,1} & -\cos\theta_{d,2}\sin\theta_{u,1} & -\sin\theta_{d,2}\sin\theta_{u,1} \\ \sin\theta_{u,1} & \cos\theta_{d,2}\cos\theta_{u,1} & \cos\theta_{u,1}\sin\theta_{d,2} \\ 0 & -\sin\theta_{d,2} & \cos\theta_{d,2} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

$$\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351_{-0,00014}^{+0,00015} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412_{-0,0005}^{+0,0011} \\ 0,00867_{-0,00031}^{+0,00029} & 0,0404_{-0,0005}^{+0,0011} & 0,999146_{-0,000046}^{+0,000021} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Igualando las componente (1, 1) tenemos:

$$\cos\theta_{u1} = z, \quad (3.13)$$

donde z ampliamos el dominio de 0,95 a 0,97, los rangos permitidos para θ_{u1} y θ_{d2} se muestra en la figura 3.6 a) la cual corresponde a una familia de rectas verticales.

Igualando la componente (1, 2) la función queda:

$$-\cos\theta_{d2}\sin\theta_{u1} = z, \quad (3.14)$$

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

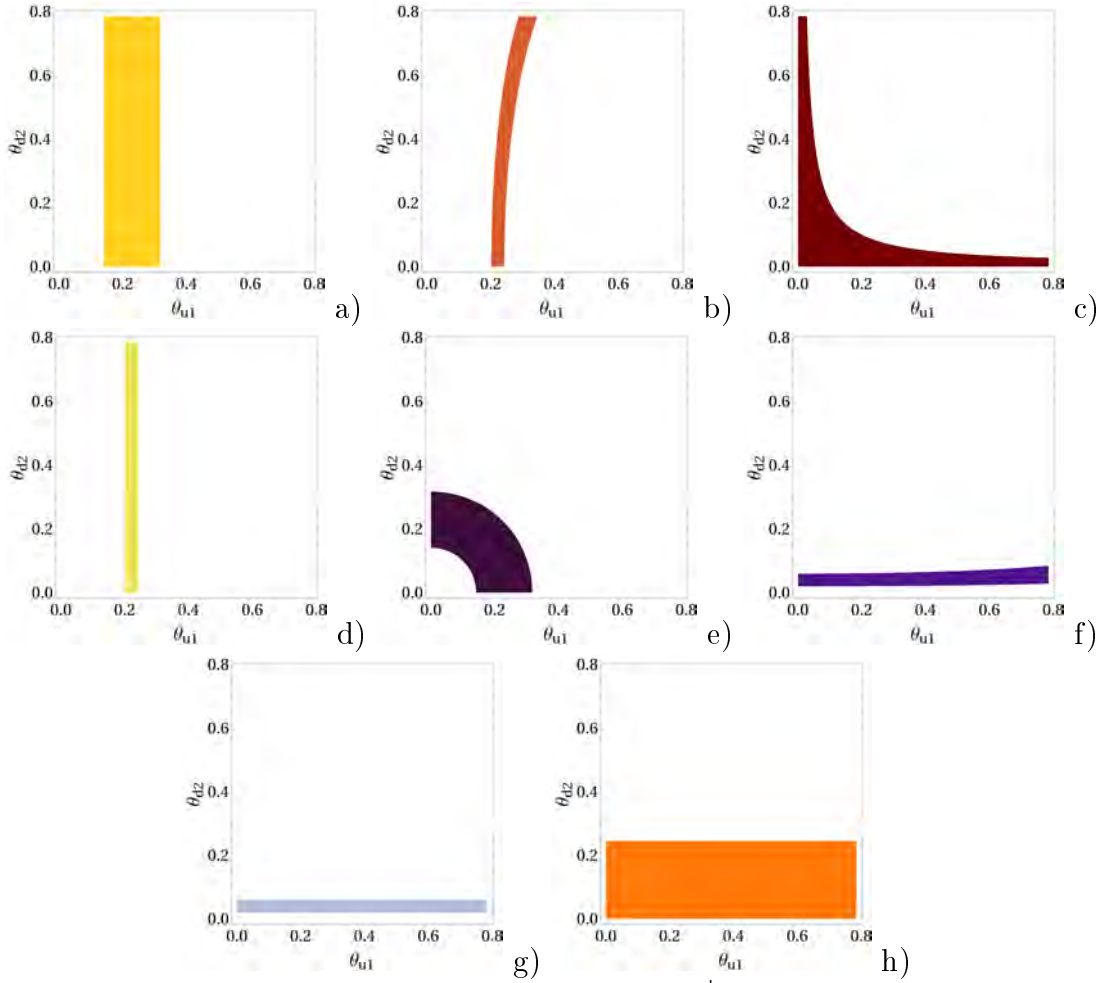


Figura 3.6: Graficas solución para el producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$ todas en radianes.

donde z va de 0,12 a 0,24 y valores de los angulos θ_{u1} y θ_{d2} que satisfacen esta ecuación se muestran en la figura 3.6 b), este rango de valores corresponde a una región muy parecida a una familia de logaritmos.

Para la componente (1, 3), la relación es:

$$-\text{sen } \theta_{u1} \text{sen } \theta_{d2} = z, \quad (3.15)$$

donde z va de 0 a 0,02, en la figura 3.6 c) se muestra el rango de valores de θ_{u1} y θ_{d2} , la cual corresponde a una familia de hipérbolas.

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

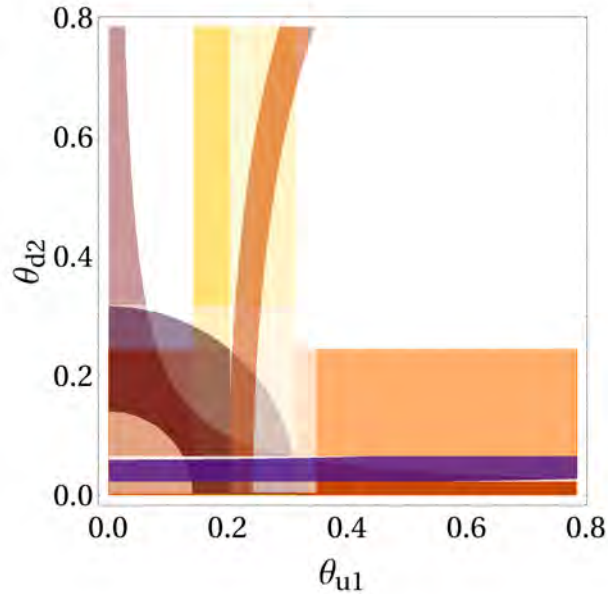


Figura 3.7: Solución del sistema de ecuaciones resultante del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$, donde se observa la zona de intersección que va de 0,2 a 0,25 en $\theta_{u,1}$ y de 0,025 a 0,075 en $\theta_{d,2}$.

Igualando la componente (2, 1) la función queda:

$$\text{sen } \theta_{u1} = z, \tag{3.16}$$

donde z va de 0,2 a 0,24, el conjunto solución se muestran en la figura 3.6 d), una vez más tenemos una familia de rectas verticales.

La componente (2, 2) da la igualdad formada por:

$$\text{cos } \theta_{d1} \text{ cos } \theta_{u1} = z, \tag{3.17}$$

donde z de 0,96 a 0,99, la gráfica solución de esta ecuación se muestra en la figura 3.6 e). La región corresponde a la parte del primer cuadrante de una familia de circunferencias concéntricas en el origen.

Para la componente (2, 3) la ecuación es

$$\text{cos } \theta_{u1d2} \text{ sen } \theta_{d2} = z, \tag{3.18}$$

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

donde z va de 0,02 a 0,06. La gráfica solución es una familia de exponenciales y se muestra en la figura 3.6 f).

La ecuación de la componente (3, 2) es

$$-\text{sen } \theta_{d2} = z, \quad (3.19)$$

z va de 0,02 a 0,06 y la gráfica solución es una familia de rectas horizontales las cuales se muestran en la figura 3.6 g).

Finalmente para la componente (3, 3) la ecuación es

$$\cos \theta_{d2} = z, \quad (3.20)$$

donde el valor de z se contempla de 0,97 a 1 y la gráfica solución es otra familia de rectas horizontales que se muestran en la figura 3.6 h).

El conjunto solución de θ_{u1} y θ_{d2} que está de acuerdo con todas las ecuaciones anteriores es el conjunto formado por la intersección de todas las graficas a) hasta h).

En la figura 3.7, se muestran todas las gráficas a)-h) superpuestas, observamos que existe un área común que va de 0,2 a 0,25 para θ_{u1} y de 0,025 a 0,075 para θ_{d2} . Por lo tanto podemos afirmar que el producto $V_{u1}^\dagger \cdot V_{d2}$ es viable pues reproduce los valores experimentales de la V_{CKM} dentro del margen de error permitido. Así mismo el conjunto de matrices $\{M^{u1}, M^{d2}\}$ son buenas propuestas para las matrices de masa de los quarks tipo u y tipo d respectivamente.

3.3.2. $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$

Ahora analizaremos el conjunto $\{M^{u,1}, M^{u,3}\}$ y para eso repetiremos el análisis hecho en la sección anterior, ahora para el producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$, tenemos entonces:

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

$$\begin{aligned}
 V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{u,1} \cos \theta_{d,3} & -\text{sen } \theta_{u,1} & \text{sen } \theta_{d,3} \cos \theta_{u,1} \\ \cos \theta_{d,3} \text{sen } \theta_{u,1} & \cos \theta_{u,1} & \text{sen } \theta_{u,1} \text{sen } \theta_{d,3} \\ -\text{sen } \theta_{d,3} & 0 & \cos \theta_{d,3} \end{pmatrix}, \\
 &\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351^{+0,00015}_{-0,00014} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412^{+0,0011}_{-0,0005} \\ 0,00867^{+0,00029}_{-0,00031} & 0,0404^{+0,0011}_{-0,0005} & 0,999146^{+0,000021}_{-0,000046} \end{pmatrix}, \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

Ahora que ya hemos presentado el método para realizar el análisis, en lo que sigue en vez de ir analizando una componente a la vez, presentamos el análisis de todas las componentes a la vez.

Así para este caso el sistema de ecuaciones a resolver, se presenta en la ecuación 3.22, donde la primera columna muestra la coordenada de la componente, en la segunda columna, el sistema de ecuaciones que resulta de igualar el resultado del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$ con la matriz V_{CKM} , en la tercera columna se observa el nuevo dominio de z ampliado con respecto al valor obtenido experimentalmente y en la cuarta columna corresponde a una etiqueta que identifica la gráfica en la figura 3.8

$$\begin{array}{llll}
 (1, 1) & \cos \theta_{u,1} \cos \theta_{d,3} = z & 0,96 \leq z \leq 0,99 & a) \\
 (1, 2) & -\text{sen } \theta_{u,1} = z & 0,2 \leq z \leq 0,24 & b) \\
 (1, 3) & \cos \theta_{u,1} \text{sen } \theta_{d,3} = z & 0 \leq z \leq 0,02 & c) \\
 (2, 1) & \cos \theta_{d,3} \text{sen } \theta_{u,1} = z & 0,2 \leq z \leq 0,24 & d) \\
 (2, 2) & \cos \theta_{u,1} = z & 0,96 \leq z \leq 0,99 & e) \\
 (2, 3) & \text{sen } \theta_{u,1} \text{sen } \theta_{d,3} = z & 0,02 \leq z \leq 0,06 & f) \\
 (3, 1) & -\text{sen } \theta_{d,3} = z & 0 \leq z \leq 0,02 & g) \\
 (3, 3) & \cos \theta_{d,3} = z & 0,97 \leq z \leq 1 & h)
 \end{array} \tag{3.22}$$

Para la ecuación a), un producto de cosenos da como gráfica solución, una familia de circunferencias concéntricas al origen, donde sólo se grafican sus arcos del primer cuadrante.

La ecuación b), el rango de valores permitidos para θ_{d3} y θ_{u1} dan como región una familia de rectas verticales.

Para la ecuación c), la solución es una familia de exponenciales muy cercanas a 0 en

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

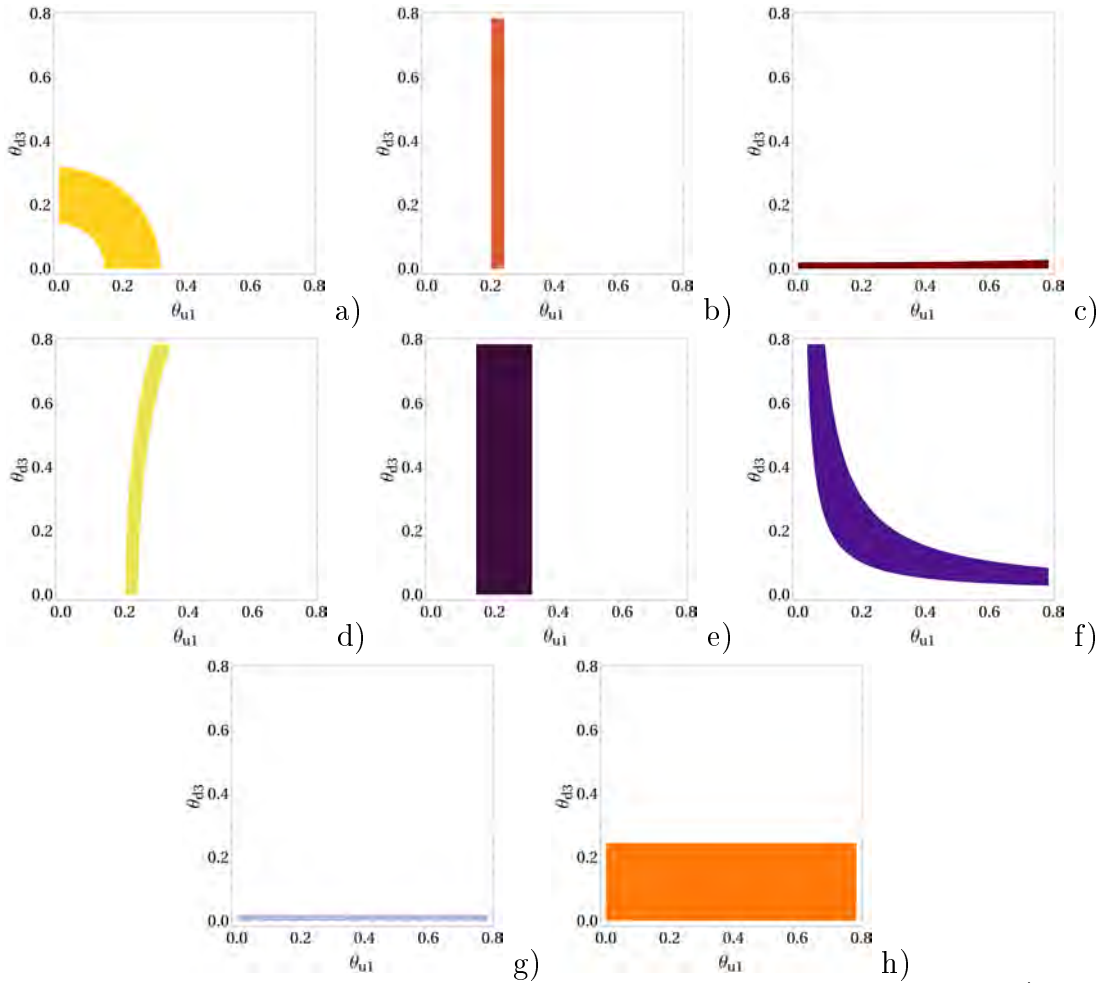


Figura 3.8: Gráficas del sistema de ecuaciones 3.22 que resulta del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$.

$\theta_{d,3}$.

Para la ecuación d), la solución es una región parecida una familia de logaritmos.

En la ecuación e), la solución en el plano $(\theta_{u1}, \theta_{d3})$ es una familia de rectas verticales similar a las de (1,2), sólo que la franja es más gruesa, de hecho toda la franja solución de la ecuación b) está contenida dentro de la franja solución e).

La solución para la ecuación f), es la parte del primer cuadrante de una familia de hipérbolas.

En la ecuación g), su solución es una pequeña familia de rectas horizontales, muy cercana a 0 en θ_{d3} .

Finalmente en h), la región de puntos que son solución, corresponde a una familia de rectas horizontales.

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

Para finalizar el análisis, en la figura 3.9 se muestran todas las gráficas superpuestas, con la finalidad de encontrar una zona donde se intersecten todas y cada una de las gráficas y encontrar una región en el plano $(\theta_{d,3}, \theta_{u,1})$ que es solución simultánea a las ecuaciones a)- h). de 3.22.

Desafortunadamente se observa que no existe intersección de las gráficas de las componentes (1, 3) y (3, 1) con la gráfica de la componente (2, 3), por lo tanto podemos decir que no existe una solución para estos ángulos y en consecuencia el producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$, no reproduce los valores de $(V_{CKM})_{exp}$ y por lo tanto el conjunto $\{M^{u,1}, M^{u,3}\}$ no es viable para postularse como la matriz de masa de los quarks.

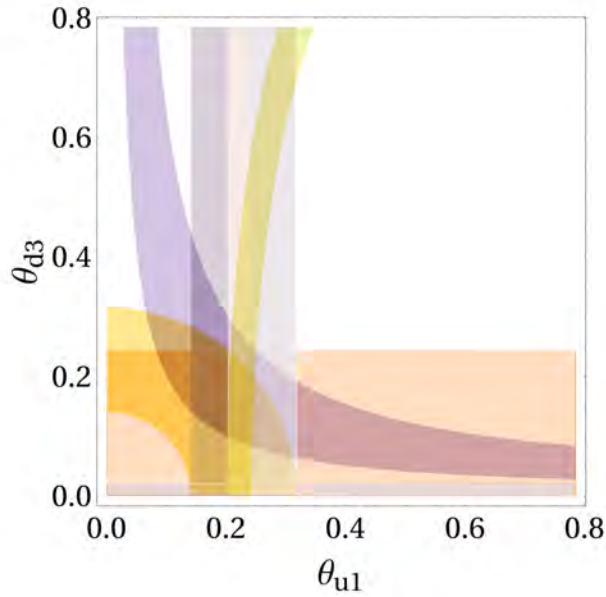


Figura 3.9: Gráficas del sistema de ecuaciones que resulta del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$, las gráficas se superponen para verificar si hay intersección.

3.3.3. $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$

Toca el turno para el conjunto $\{M^{u,2}, M^{u,1}\}$, analizaremos el producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$ de la misma manera que lo hemos hecho con el caso anterior, igualando el producto

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

con la matriz V_{CKM} , queda:

$$\begin{aligned}
 V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{d,1} & \text{sen } \theta_{d,1} & 0 \\ \cos \theta_{u,2} \text{sen } \theta_{d,1} & \cos \theta_{d,1} \cos \theta_{u,2} & -\text{sen } \theta_{u,2} \\ -\text{sen } \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,2} & \cos \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,2} & \cos \theta_{u,2} \end{pmatrix}, \\
 &\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351_{-0,00014}^{+0,00015} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412_{-0,0005}^{+0,0011} \\ 0,00867_{-0,00031}^{+0,00029} & 0,0404_{-0,0005}^{+0,0011} & 0,999146_{-0,000046}^{+0,000021} \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

El sistema de ecuaciones que se forma al igualar componente a componente, se presenta en 3.24 junto con su coordenada (primera columna), el dominio de z (tercera columna) y la etiqueta correspondiente a su gráfica el la figura 3.10.

$$\begin{array}{llll}
 (1, 1) & \cos \theta_{d,1} = z & 0,96 \leq z \leq 0,99 & a) \\
 (1, 2) & -\text{sen } \theta_{d,1} = z & 0,2 \leq z \leq 0,24 & b) \\
 (2, 1) & \cos \theta_{u,2} \text{sen } \theta_{d,1} = z & 0,2 \leq z \leq 0,24 & c) \\
 (2, 2) & \cos \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,2} = z & 0,96 \leq z \leq 0,99 & d) \\
 (2, 3) & -\text{sen } \theta_{u,1} = z & 0,02 \leq z \leq 0,06 & e) \\
 (3, 1) & -\text{sen } \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,2} = z & 0 \leq z \leq 0,02 & f) \\
 (3, 2) & \cos \theta_{d,1} \text{sen } \theta_{u,2} = z & 0,02 \leq z \leq 0,06 & g) \\
 (3, 3) & \cos \theta_{u,2} = z & 0,97 \leq z \leq 1 & h)
 \end{array} \tag{3.24}$$

Para la ecuación a) el conjunto solución es una familia de rectas horizontales a lo largo de $\theta_{u,2}$.

La solución para la ecuación b) es una familia de rectas horizontales contenida dentro de la misma familia de rectas de la ecuación a).

El conjunto de puntos que dan solución a la ecuación c) es una región muy parecida a una familia de exponenciales.

Para la ecuación d) la solución es la región formada entre los arcos del primer cuadrante de una familia de circunferencias.

La solución para la ecuación e) es una familia de rectas verticales a lo largo de $\theta_{d,1}$.

Para la ecuación f), la solución es una región parecida a una familia de hipérbolas en su primer cuadrante.

La ecuación g) la región en donde se encuentran su soluciones es una familia de

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

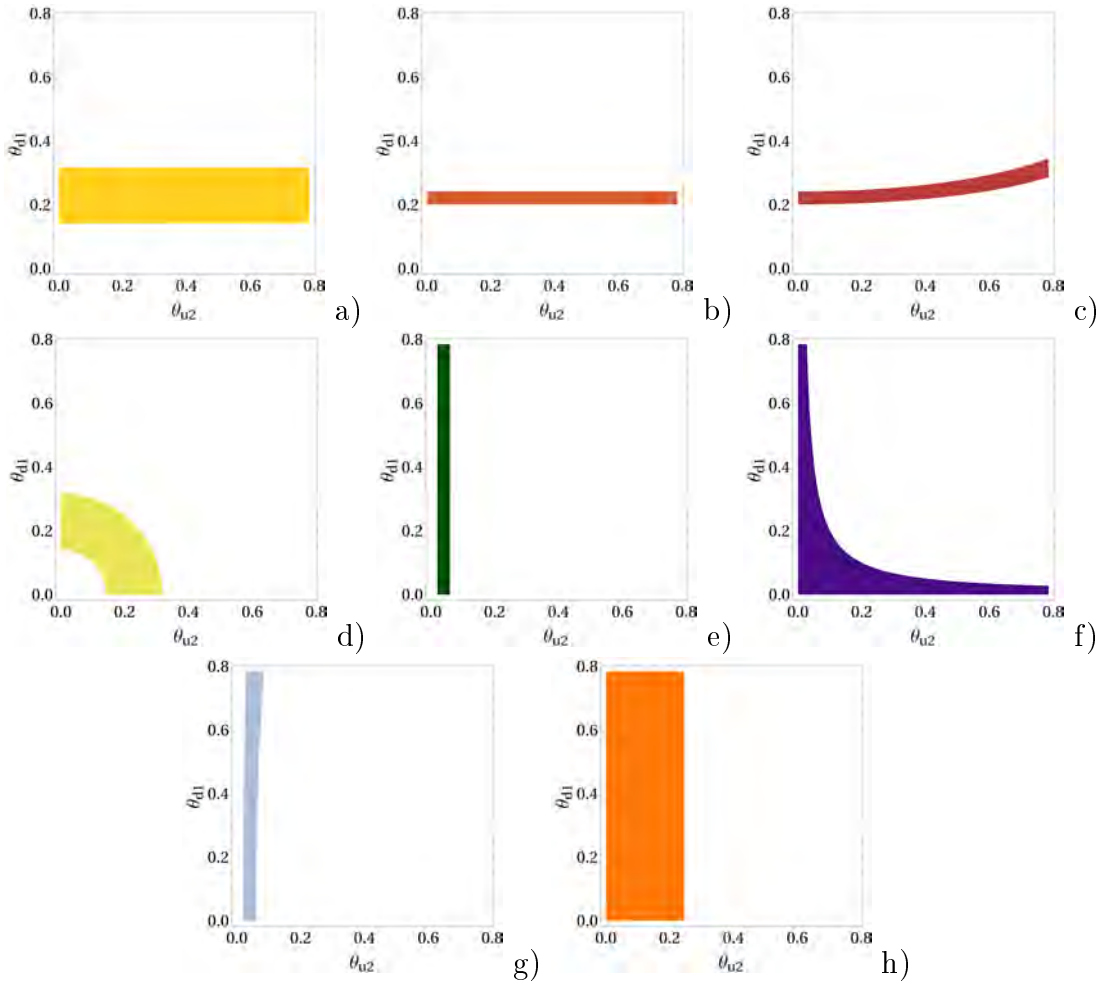


Figura 3.10: Gráficas solución del sistema de ecuaciones 3.24 que resulta del producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$.

logaritmos.

Y finalmente una familia de rectas verticales a lo largo de $\theta_{d,1}$ es la región solución para la ecuación h).

En la figura 3.11 vemos a todas las gráficas de la figura 3.10 superpuestas, para observar si hay una intersección entre las soluciones del sistema de ecuaciones y así encontrar una solución. En este caso, se observa que la intersección es el área que corresponde a 0,025 a 0,075 para $\theta_{u,2}$ y 0,2 a 0,25 para $\theta_{d,1}$ por lo tanto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$ también reproduce la matriz V_{CKM} dentro del margen de error permitido y el conjunto $\{M^{u,2}, M^{u,1}\}$ es una propuesta viable para modelar las matrices de masa M^q . Se observa cierta similitud con los valores y las gráficas del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$,

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

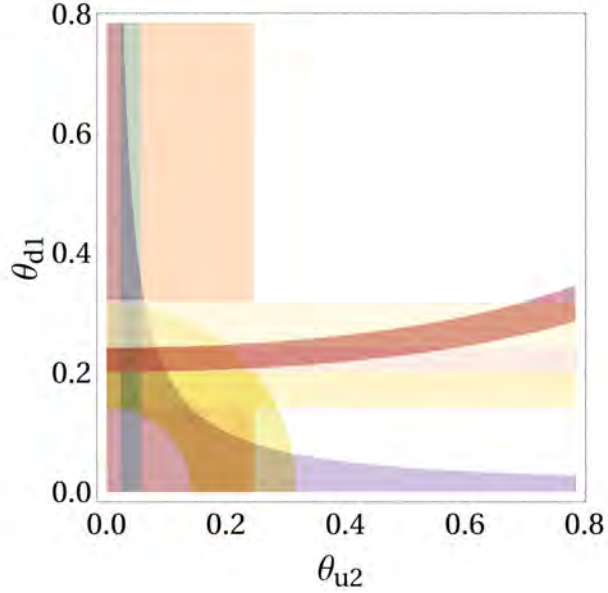


Figura 3.11: Solución del de ecuaciones 3.24 que resulta del producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$, se observa que la zona de intersección es 0,025 a 0,075 para $\theta_{u,2}$ y 0,2 a 0,25 para $\theta_{d,1}$.

esto se debe a que la etiqueta 1 y 2 nos dice la forma de la matriz, si no tomara en cuenta la etiqueta $q : (u, d)$ vemos que el solamente se invierte el producto, es por esta razón, que las gráficas están invertidas.

3.3.4. $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,1}$

Analizaremos el conjunto $\{M^{u,3}, M^{u,1}\}$, realizando el producto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,1}$ tenemos:

$$\begin{aligned}
 V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{u,3} \cos \theta_{d,1} & \cos \theta_{d,1} \sin \theta_{u,3} & -\sin \theta_{d,1} \\ -\sin \theta_{u,3} & \cos \theta_{u,3} & 0 \\ \sin \theta_{d,1} \cos \theta_{u,3} & \sin \theta_{d,1} \cos \theta_{u,3} & \cos \theta_{d,1} \end{pmatrix}, \\
 &\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351_{-0,00014}^{+0,00015} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412_{-0,0005}^{+0,0011} \\ 0,00867_{-0,00031}^{+0,00029} & 0,0404_{-0,0005}^{+0,0011} & 0,999146_{-0,000046}^{+0,000021} \end{pmatrix}. \tag{3.25}
 \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones resultante se presenta en la ecuación 3.26 junto con

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

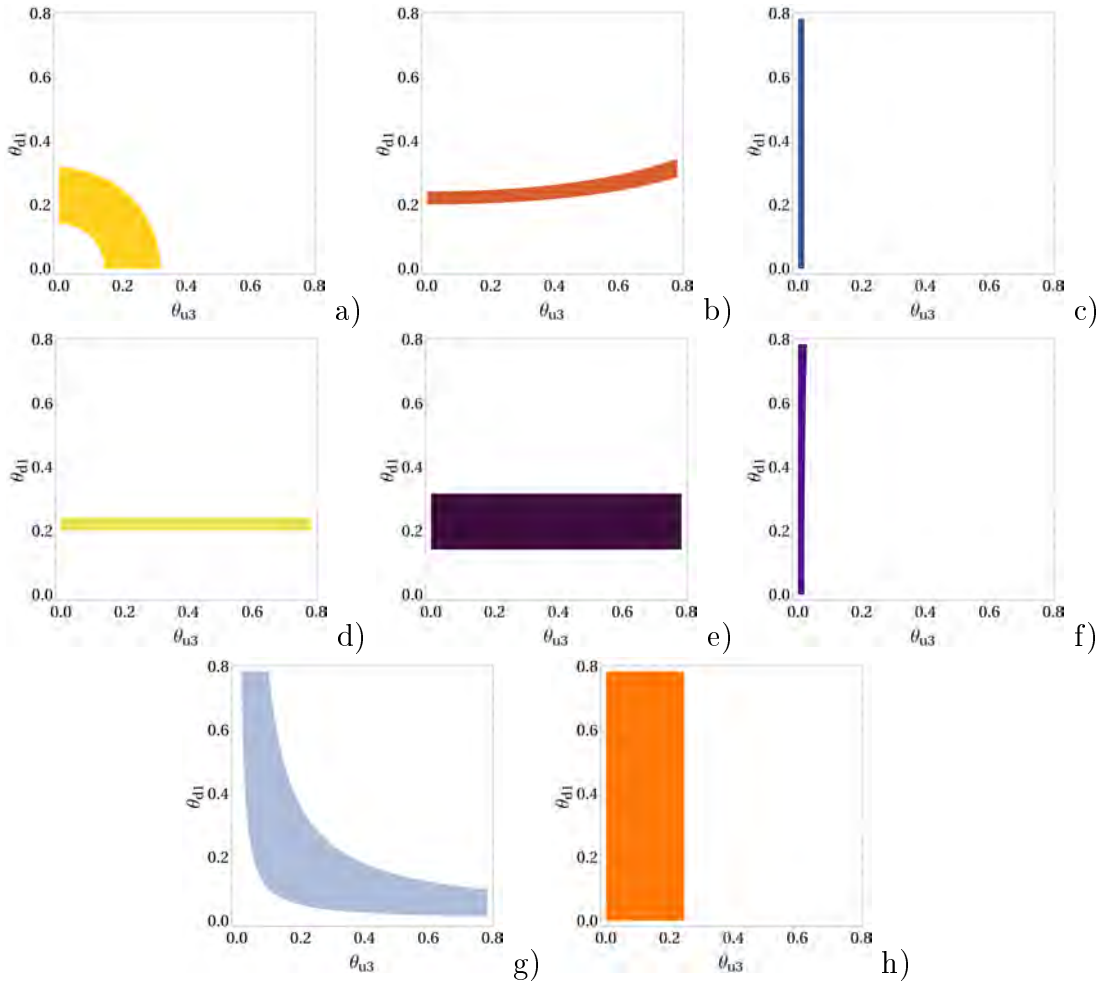


Figura 3.12: Gráficas solución del sistema de ecuaciones 3.24 que resulta del producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$.

su coordenada (primera columna), el dominio de z (tercera columna) y la etiqueta correspondiente a su gráfica en la figura 3.12.

$$\begin{array}{llll}
 (1, 1) & \cos \theta_{u,3} \cos \theta_{d,1} = z & 0,96 \leq z \leq 0,99 & a) \\
 (1, 2) & -\cos \theta_{d,1} \sen \theta_{u,3} = z & 0,2 \leq z \leq 0,24 & b) \\
 (1, 3) & -\sen \theta_{d,1} = z & 0 \leq z \leq 0,02 & c) \\
 (2, 1) & -\sen \theta_{u,3} = z & 0,2 \leq z \leq 0,24 & d) \\
 (2, 2) & \cos \theta_{u,3} = z & 0,96 \leq z \leq 0,99 & e) \\
 (3, 1) & \sen \theta_{d,1} \cos \theta_{u,3} = z & 0 \leq z \leq 0,02 & f) \\
 (3, 2) & -\sen \theta_{d,1} \cos \theta_{u,3} = z & 0,02 \leq z \leq 0,06 & g) \\
 (3, 3) & \cos \theta_{d,1} = z & 0,97 \leq z \leq 1 & h)
 \end{array} \tag{3.26}$$

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

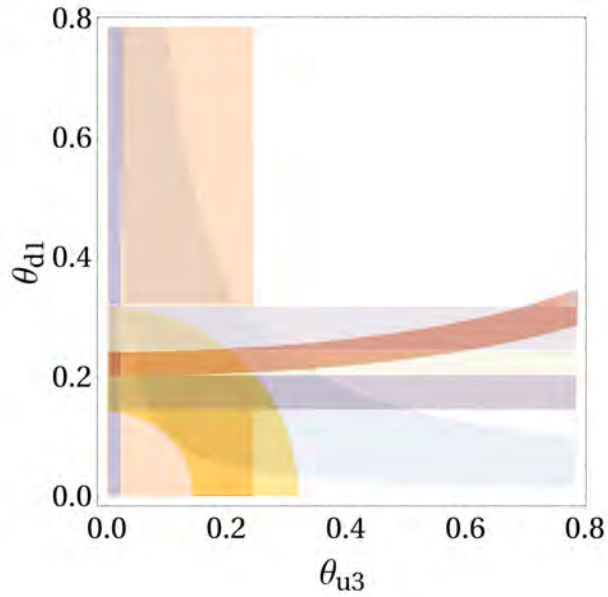


Figura 3.13: Se muestran todas las gráficas del producto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,1}$ superpuestas, se observa que no existe una región donde todas las soluciones se intersectan, por lo tanto no hay solución.

Para la ecuación a), la región solución para $(\theta_{u,3}, \theta_{d,1})$ esta entre los arcos formados en el primer cuadrante por una familia de circunferencias.

La ecuación b) encuentra su solución en una región parecida a una familia de exponenciales.

En la ecuación c) la solución es una familia de rectas verticales a lo largo de $\theta_{d,1}$.

La solución para la ecuación d) es una familia de rectas horizontales a lo largo de $\theta_{u,3}$.

En la ecuación e) esta una familia de rectas horizontales a lo largo de $\theta_{u,3}$ que contiene a las solución de la ecuación d).

Para la ecuacion f) la región solución es una familia de logaritmos.

La ecuación g) tiene su solución en una familia de hipérbolas en su primer cuadrante.

Y finalmente para la ecuación h) su solución es una familia de rectas verticales a lo largo de $(\theta_{d,1})$ que contiene a la solución de la ecuación c) y f).

En la figura 3.13 estan superpuestas las gráficas de la figura 3.12 y se observa

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

que no existe intersección entre las gráficas c), f) y g), por lo tanto no existe una solución para la familia de ecuaciones que forma el producto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,1}$ y el conjunto $\{M^{u,3}, M^{d,1}\}$ no es viable para modelar a las matrices de masa M^q .

Esto no debería sorprendernos, debido a la similitud con el producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$, las gráficas entre un producto son las mismas pero invertidas ya que la etiqueta 1 y 3 se invierte de un producto a otro.

3.3.5. $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,3}$ y $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,2}$

Analizaremos los conjuntos $\{M^{u,2}, M^{u,3}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{u,2}\}$ realizando el producto de sus matrices diagonalizantes.

Para el caso del producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,3}$, tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,3} &= \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
 &\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351_{-0,00014}^{+0,00015} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412_{-0,0005}^{+0,0011} \\ 0,00867_{-0,00031}^{+0,00029} & 0,0404_{-0,0005}^{+0,0011} & 0,999146_{-0,000046}^{+0,000021} \end{pmatrix}, \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

donde se predice un 0 en la componente (1, 2) y ya que el valor de $(V_{CKM})_{exp}$ en esa componente es de $0,22534 \pm 0,00065$; el valor predicho escapa del margen de error permitido ($\pm 0,02$), por lo tanto el producto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,2}$ no reproduce todos los valores de $(V_{CKM})_{exp}$ y el conjunto $\{M^{u,2}, M^{d,3}\}$ no es viable para encontrar la forma de las matrices M^q .

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS TEXTURAS CON 4 CEROS.

Por otra parte el producto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,2}$ tenemos algo de la forma:

$$\begin{aligned}
 V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,2} &= \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
 &\simeq \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00015 & 0,22534 \pm 0,00065 & 0,00351^{+0,00015}_{-0,00014} \\ 0,22520 \pm 0,00065 & 0,97344 \pm 0,00016 & 0,0412^{+0,0011}_{-0,0005} \\ 0,00867^{+0,00029}_{-0,00031} & 0,0404^{+0,0011}_{-0,0005} & 0,999146^{+0,000021}_{-0,000046} \end{pmatrix}, \tag{3.28}
 \end{aligned}$$

donde se predice un cero en la componente (2, 1). donde el valor de $(V_{CKM})_{exp}$ para esa coordenada es $0,22520 \pm 0,00065$ por lo tanto este producto no reproduce todos los valores de $(V_{CKM})_{exp}$ y el conjunto $\{M^{u,3}, M^{d,2}\}$ queda descartado como propuesta para dar forma a las matrices de masa M^q .

Para finalizar este capítulo haremos énfasis en los siguiente puntos:

- Desde el punto de vista teórico la matriz V_{CKM} , viene dada por:

$$V_{CKM} = V_u^\dagger \cdot V_d,$$

es decir las tranformación que diagonaliza a la matriz de masa para los quarks tipo u , (M^u) y la tranformación que diagonaliza a la matriz de masa tipo d , (M^d), nos da la matriz V_{CKM} .

- Analizamos los conjuntos de las matrices son viables para buscar las matrices de masa M^q . Estos se pueden clasificar en conjuntos con **estructura paralela** y conjuntos con **estructura no paralela**
- Los conjuntos con **estructura paralela** son aquellas donde las matrices M^u y M^d son del tipo texturas que tienen ceros en la misma posición, tenemos 3 casos que son $\{M^{u,1}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,2}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{d,3}\}$.
- Se dice que tenemos **estructura no paralela** cuando M^u y M^d son del tipo texturas y sus ceros no estan todos en la misma posición, tenemos 6 casos que

3.3. ESTRUCTURA NO-PARALELA

son $\{M^{u,1}, M^{d,2}\}$, $\{M^{u,1}, M^{d,3}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,3}\}$, $\{M^{u,3}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,3}, M^{d,2}\}$.

- Ninguno de los conjuntos con estructura paralela es viable para modelar las matrices de masa de los quarks. Esto es debido a que los productos $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,1}$, $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,2}$ y $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,3}$ no reproducen los resultados experimentales de la V_{CKM} .
- De los conjuntos con estructura no paralela los únicos viables para dar forma a las matrices de masa de los quarks son $\{M^{u,1}, M^{d,2}\}$ y $\{M^{u,2}, M^{d,1}\}$ ya que fue posible encontrar una solución a los sistemas de ecuaciones que daban los productos $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$ que va de 0,2 a 0,25 en $\theta_{u,1}$ y de 0,025 a 0,075 en $\theta_{d,2}$ y $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$ que es de 0,025 a 0,075 para $\theta_{u,2}$ y 0,2 a 0,25 para $\theta_{d,1}$.
- Para los conjuntos $\{M^{u,1}, M^{d,3}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{d,1}\}$ no existe solución para los sistemas de ecuaciones que generan los productos $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$ y $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,1}$ respectivamente y para los conjuntos $\{M^{u,2}, M^{d,3}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{d,2}\}$ los productos $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,3}$ y $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,2}$ predicen valores constantes que escapan del margen de error permitido.

Capítulo 4

Conclusiones y perspectivas futuras

La finalidad de este trabajo fue el de verificar algunas propuestas para encontrar la forma de la matriz de masa M^q . A continuación, un pequeño resumen del camino que se siguió.

El ME de la física de partículas, es un modelo que describe la relación entre las fuerzas de la naturaleza y las partículas elementales que conforman la materia, dentro de este modelo, se encuentra el sector de Yukawa, en donde se puede apreciar una matriz de masa para cada tipo de quark, los eigenvalores de esas matrices se definen como la masa de estas partículas. La forma de estas matrices de masa es desconocida.

Por medio de la corriente cargada W^+ se tiene el no alineamiento de las transformaciones que relacionan los estados de masa de los quarks tipo u y tipo d , dan como resultado una matriz llamada V_{CKM} donde el cuadrado de los valores de esta matriz, miden la probabilidad relativa de que un quark tipo u decaiga en un quark tipo d a través de un W^+ , es decir, por medio de corrientes cargadas débiles se presenta un cambio de sabor en los quarks.

Teóricamente es posible construir la matriz V_{CKM} usando las transformaciones unitarias que diagonalizan las matrices de masa mediante la ecuación

$$V_{CKM} = V_u^\dagger \cdot V_d.$$

El lado derecho de esta ecuación es medido experimentalmente y el objetivo es usar a la ecuación anterior para verificar si una propuesta sobre la matriz de masa de los

quarks tipo u y d es viable o no.

El formalismo de texturas, es un procedimiento que tiene como objetivo buscar una forma simple para la matriz de masa M^q , esto se hace poniendo ceros en las entradas de la matriz. Adicionalmente en este trabajo de tesis se estudian aquellas texturas con eigenvalores reales, simples y positivos, esto es, texturas sin ceros en la diagonal principal. De los conjuntos posibles de texturas con estas características analizamos el caso más simple, el de 4 ceros, cuyas matrices son: $M(B, F)$, $M(D, B)$ y $M(D, F)$. Teniendo la forma de las matrices de masa M^q se calcula la forma de las matrices diagonalizantes V_q , estas matrices toman una forma similar a matrices de rotación en \mathbb{R}^3 en los planos (x, y) , (y, z) y (x, z) .

Analizamos todas las combinaciones posibles con las matrices $M^{q,1}$, $M^{q,2}$ y $M^{q,3}$ formando conjuntos de matrices que se pueden clasificar en conjuntos con **estructura paralela** y conjuntos con **estructura no paralela**. Tenemos 3 casos con **estructura paralela**, que son: $\{M^{u,1}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,2}\}$ y $\{M^{u,3}, M^{d,3}\}$, las matrices que diagonalizan a estos conjuntos son: $\{V_{u,1}, V_{d,1}\}$, $\{V_{u,2}, V_{d,2}\}$ y $\{V_{u,3}, V_{d,3}\}$ respectivamente.

Los conjuntos de **estructura no paralela** son; $\{M^{u,1}, M^{d,2}\}$, $\{M^{u,1}, M^{d,3}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,2}, M^{d,3}\}$, $\{M^{u,3}, M^{d,1}\}$, $\{M^{u,3}, M^{d,2}\}$ y las matrices que diagonalizan a estos conjuntos son: $\{V_{u,1}, V_{d,2}\}$, $\{V_{u,1}, V_{d,3}\}$, $\{V_{u,2}, V_{d,1}\}$, $\{V_{u,2}, V_{d,3}\}$, $\{V_{u,3}, V_{d,1}\}$ y $\{V_{u,3}, V_{d,2}\}$ respectivamente. Después de realizar un análisis gráfico de todos los productos posibles, encontramos que ninguno de los conjuntos con **estructura paralela** es viable para la forma de las matrices de masa de los quarks ya que los productos de las matrices que las diagonalizan no reproducen los 9 valores de la matriz V_{CKM} experimental.

De los conjuntos con **estructura no paralela** los únicos viables para dar forma a las matrices de masa de los quarks son: $\{M^{u,1}, M^{d,2}\}$ y $\{M^{u,2}, M^{d,1}\}$ ya que los productos entre las matrices que las diagonalizan, reproducen dentro de un margen de error, los 9 valores de la matriz V_{CKM} .

Para el conjunto $\{M^{u,1}, M^{d,2}\}$ la región permitida para los parámetros $\theta_{u,1}$ y $\theta_{d,2}$ va de 0,2 a 0,25 en $\theta_{u,1}$ y de 0,025 a 0,075 en $\theta_{d,2}$.

Para el conjunto $\{M^{u,2}, M^{d,1}\}$ la región permitida para los parámetros $\theta_{u,2}$ y $\theta_{d,1}$ va de 0,025 a 0,075 para $\theta_{u,2}$ y 0,2 a 0,25 para $\theta_{d,1}$. Ambas soluciones gráficas se muestran en la figura 4.1.

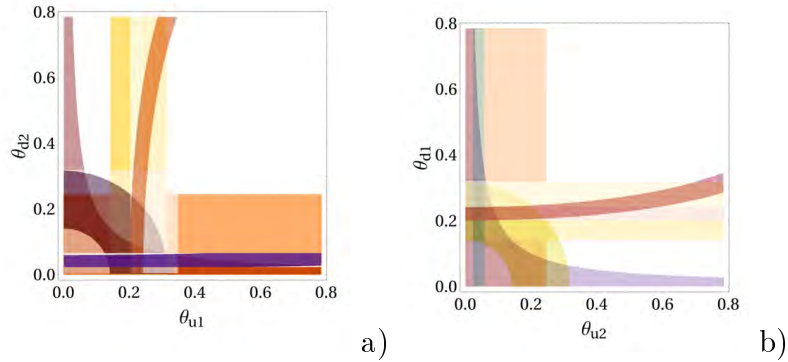


Figura 4.1: Gráficas solución de los sistema de ecuaciones que resultan de los productos $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$ a) y $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$ b).

Perspectivas futuras

El análisis realizado con esta tesis considera un margen de error de $\pm 0,02$ como una primera aproximación para todos los elementos de la V_{CKM} , sin embargo, los valores experimentales hasta ahora encontrados tienen un error de $\pm 0,0006$, para incluir este margen de error se requiere un análisis más detallado desde el punto de vista de programación, aun así la podemos seguir usando la misma metodología, tomando valores mas cercanos a los experimentales. Si hicieramos esto, en principio, lo que se espera es que el grosor de las familias de curvas se reduzca, lo cual resulta interesante para posteriores análisis. También con este método fue posible observar que todas las familias de curvas obtenidas, son funciones analíticas, por lo tanto tambien es viable un análisis por esta vía.

Podemos explorar el siguiente conjunto de texturas con valores propios reales simples y positivos, $M(B)$, $M(C)$ y $M(F)$. Por último realizar el análisis que incluya fases en las matrices de masa.

Apéndice A

Comandos utilizados en Mathematica 8

A continuación se describe que comandos se utilizaron para realizar las graficas utilizando *Mathematica 8*.

ContourPlot: *ContourPlot*[$f, \{x, x_{min}, x_{max}\}, \{y, y_{min}, y_{min}\}$] genera una gráfica de contorno de f en función de x y y .

Dentro de este comando tenemos las siguientes opciones:

RegionFunction: Es una opción donde se da un área específica que se incluirá en la graficación.

El comando *RegionFunction* $\rightarrow r[args]$ especifica que puntos que serán incluidos en la graficación cuando $r[arg]$ es verdadero. En este caso en $r[args]$ se uso el comando con la forma: *function*[$\theta_u, \theta_d, z_{min} < z < z_{max}$]

FrameLabel: *FrameLabel* $\rightarrow x, y$ escribe los nombre de los ejes.

Axes: *Axes* $\rightarrow true$ dibuja los ejes de las graficas.

LabelStyle: Comando para dar formato a las etiquetas en las gráficas

Directive: *Directive*[g_1, g_2, \dots] donde los g_i son argumentos para dar formato

a las etiquetas.

Contours: Indica cuantos contornos se graficaran.

ColorFunction: Da diferentes formatos de color a las graficas.

CountourShading: Especifica el color que utilizara para dibujar los espacios entre las lineas de contorno.

Índice de figuras

1.1. Partículas mediadoras según las Teorías de Norma. Las 4 primeras partículas ya han sido detectadas, la última es una partícula hipotética.	2
1.2. Partículas elementales según el Modelo Estándar	3
1.3. Ilustración de la matriz V_{CKM} . Las flechas más gruesas indican una mayor probabilidad de transición (cercana a 1) y las flechas más delgadas indican un probabilidad de transición menor (cercana a cero). .	10
3.1. Valores permitidos para $(\theta_{d,1}$ y $\theta_{u,1})$ que reproducen el valor numérico de la entrada $(1, 1)$ de la $(V_{CKM})_{exp}$	26
3.2. Rango de valores $(\theta_{d,1}, \theta_{u,1})$ en radianes, provenientes de la componente $(1, 2)$ de V_{CKM}	26
3.3. Rango de valores $(\theta_{d,1}, \theta_{u,1})$ en radianes, provenientes de la componente $(2, 1)$ de V_{CKM}	27
3.4. Rango de valores $(\theta_{u,1}, \theta_{d1})$ en radianes proveniente de la componente $(2, 2)$ de V_{CKM}	28
3.5. Cota sobre los angulos $(\theta_{u,1}, \theta_{d1})$ proveniente de todas las componentes de la V_{CKM}	29
3.6. Gráficas solución para el producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$ todas en radianes.	31
3.7. Solución del sistema de ecuaciones resultante del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$, donde se observa la zona de intersección que va de 0, 2 a 0, 25 en $\theta_{u,1}$ y de 0, 025 a 0, 075 en $\theta_{d,2}$	32
3.8. Gráficas del sistema de ecuaciones 3.22 que resulta del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$	35
3.9. Gráficas del sistema de ecuaciones que resulta del producto $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,3}$, las gráficas se superponen para verificar si hay intersección.	36

ÍNDICE DE FIGURAS

3.10. Gráficas solución del sistema de ecuaciones 3.24 que resulta del producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$	38
3.11. Solución del de ecuaciones 3.24 que resulta del producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$, se observa que la zona de intersección es 0,025 a 0,075 para $\theta_{u,2}$ y 0,2 a 0,25 para $\theta_{d,1}$	39
3.12. Gráficas solución del sistema de ecuaciones 3.24 que resulta del producto $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$	40
3.13. Se muestran todas las gráficas del producto $V_{u,3}^\dagger \cdot V_{d,1}$ superpuestas, se observa que no existe una región donde todas las soluciones se intersectan, por lo tanto no hay solución.	41
4.1. Gráficas solución de los sistema de ecuaciones que resultan de los productos $V_{u,1}^\dagger \cdot V_{d,2}$ a) y $V_{u,2}^\dagger \cdot V_{d,1}$ b).	47

Bibliografía

- [1] Weinberg Steven. *The Theory of Fields*, volume Vol. II. Cambridge Press, 1996.
- [2] K.A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin.Phys.*, C38:090001, 2014.
- [3] Gustavo Castelo Branco, Luís Lavoura, and João Paulo Silva. *CP Violation*, volume 103 of *International series of monographs on physics*. Oxford University Press Inc., Great Clarendon Street, Oxford, 1 edition, March 1999.
- [4] Harald Fritzsch. Calculating the cabibbo angle. *Phys.Lett.*, 70:317, 1977.
- [5] Harald Fritzsch. Weak interaction mixing in the six - quark theory. *Phys.Lett.*, 73:317, 1978.
- [6] A. Criollo and R. Noriega-Papaqui. Symmetric texture-zero mass matrices and its eigenvalues. *ARXIV:1209.1054*, 2012.
- [7] Harald Fritzsch and Zhi zhong Xing. Mass and flavor mixing schemes of quarks and leptons. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 45:1–81, 2000.
- [8] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *A Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.
- [9] Maurice Lèvy. *Masses Of Fundamental Particles*. Plenum Press, 1996.
- [10] Harald Fritzsch and Zhi zhong Xing. Four zero texture of Hermitian quark mass matrices and current experimental tests. *Phys.Lett.*, B555:63–70, 2003.
- [11] A. Criollo and R. Noriega-Papaqui. Geometría de las matrices diagonalizantes con texturas en cuatro ceros, Progress.