



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
ÁREA ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

**Análisis de la viabilidad y estabilidad de la estructura
política formada por los candidatos que se perfilan como
magistradas y magistrados de la Suprema Corte de
Justicia de la Nación mediante complejos simpliciales**

Tesis para obtener el título de

LICENCIADA EN MATEMÁTICAS APLICADAS

presenta

Loren Clavel Nolasco Hernández

bajo la dirección de

Dr. Raúl Temoltzi Ávila

Diciembre, 2025



Mineral de la Reforma, Hgo., a 27 de noviembre de 2025

Número de control: ICBI-D/3032/2025

Asunto: Autorización de impresión.

MTRA. OJUKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO
DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

Con Título Quinto, Capítulo II, Capítulo V, Artículo 51 Fracción IX del Estatuto General de nuestra Institución, por este medio, le comunico que el Jurado asignado a la egresada de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas **Loren Clavel Nolasco Hernández**, quien presenta el trabajo de titulación **“Análisis de la viabilidad y estabilidad de la estructura política formada por los candidatos que se perfilan como magistradas y magistrados de la Suprema Corte de Justicia de la Nación mediante complejos simpliciales”**, ha decidido, después de revisar fundamento en lo dispuesto en el Título Tercero, Capítulo I, Artículo 18 Fracción IV; dicho trabajo en la reunión de sinodales, **autorizar la impresión del mismo**, una vez realizadas las correcciones acordadas.


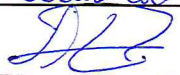


A continuación, firman de conformidad los integrantes del Jurado:

Presidente: Dr. Rafael Villarroel Flores

Secretario: Dr. Arturo Criollo Pérez

Vocal: Dr. Raúl Temoltzi Ávila

Suplente: Dr. Federico Menéndez Conde Lara

Sin otro particular por el momento, reciba un cordial saludo.

Atentamente
“Amor, Orden y Progreso”

Mtro. Gabriel Vergara Rodríguez
Director del ICBI

GVR/YCC



Ciudad del Conocimiento, Carretera Pachuca-Tulancingo Km. 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184
Teléfono: 771 71 720 00 Ext. 40001
direccion_icbi@uaeh.edu.mx, vergara@uaeh.edu.mx

“Amor, Orden y Progreso”

Resumen

Esta tesis analiza la compatibilidad entre las ministras y ministros que integran la Suprema Corte de Justicia de la Nación y que fueron electos en el proceso electoral de 2025. El estudio se desarrolla a partir del análisis cualitativo de entrevistas realizadas por el portal de noticias N+, cuyas respuestas se transforman en datos numéricos para construir complejos simpliciales mediante el método de Vietoris–Rips. Posteriormente, se evalúa la estabilidad de las estructuras políticas obtenidas y la viabilidad individual de los candidatos. Los resultados muestran que la formación de coaliciones políticas dentro de este conjunto de agentes está restringida por el ámbito en el que se basa la estructura política: perfil y legitimidad del candidato, criterios que guían las decisiones judiciales o fundamentos de las mismas. Algunos de estos ámbitos favorecen una mayor disposición a formar alianzas, mientras que otros generan dinámicas restrictivas y menos estables.

Abstract

This thesis analyzes the compatibility among the justices of the Supreme Court of Justice of the Nation who were elected in the 2025 electoral process. The study is based on a qualitative analysis of interviews conducted by the news portal N+, whose responses are transformed into numerical data to construct simplicial complexes using the Vietoris–Rips method. Subsequently, the stability of the resulting political structures and the individual viability of the candidates are evaluated. The results show that the formation of political coalitions within this set of agents is constrained by the domain on which each political structure is based: the candidate’s profile and legitimacy, the criteria guiding judicial decisions, or the foundations of those decisions. Some of these domains foster a greater willingness to form alliances, while others generate more restrictive and less stable dynamics.

Dedicatoria

A mis papás, a quienes amo mucho, quienes me enseñaron a no darme por vencida aunque las cosas se pongan difíciles, quienes me siguen apoyando en todo lo que quiero hacer a pesar de que les parezca algo descabellado, quienes no pararon de decirme durante toda la carrera: “ocúpate y no te preocupes”; y a mi perro, Sol, por ser la luz de mi vida.

Agradecimientos

En más de una ocasión se presentó ante mí la misma interrogante, siempre la escuchaba de alguien más, siempre en relación con materias sumamente teóricas, siempre en varias versiones: “¿y esto cómo se aplica en la vida real?”, “¿esto para qué me va a servir?”, “¿puedo pedir en el mercado 1 kilo de conjuntos abiertos?”, y aunque yo sólo me limitaba a escuchar sin ahondar demasiado en las respuestas, se clavaba en mí una sensación de inquietud, de incompletitud, que ni siquiera desaparecía con los resultados de búsqueda que arrojaba el navegador al preguntar lo mismo en internet. No fue hasta que conocí a mujeres matemáticas que me hablaron de su trabajo y trayectoria, que la percepción que tenía de las matemáticas cambió por completo. Ellas quitaron la espinita que sentía, me mostraron que la belleza de las matemáticas no solo viene de su esencia pura, sino también de su aplicación. Agradezco a Haydee, Sandy y Yesenia por proporcionar un espacio cómodo en el que mi amor por las matemáticas pudo florecer; a Nicol y compañía quienes elaboraron un trabajo de investigación que me dejó maravillada e inspiró esta tesis; y a todas esas mujeres matemáticas con quien he tenido la dicha de convivir y quienes alentaron mi camino hasta aquí.

Un agradecimiento especial al Dr. Raúl Temoltzi Ávila, quien siempre nos animó a hacer tesis (solo que olvidó mencionar que no necesariamente debía ser con él). Quien, a pesar de que su área de investigación son los sistemas dinámicos y cálculo fraccionario, accedió a ser mi asesor de tesis y aprendió junto conmigo las bases necesarias para el desarrollo del trabajo. Agradezco también que haya sido quien me impartió las materias de la licenciatura que más me han gustado, su forma de enseñar consiguió que les tomara cariño y quisiera enfocar mi trabajo en ellas. Agradezco también al comité de sinodales, al Dr. Rafael Villarroel Flores, al Dr. Arturo Criollo Pérez y al Dr. Federico Menéndez Conde Lara, por su tiempo, su lectura cuidadosa y las valiosas observaciones que enriquecieron este trabajo.

Mi cariño y reconocimiento para Brenda y Marlen, quienes han estado a mi lado durante toda esta travesía que en un principio sentí sumamente solitaria. Gracias por hacerla más amena y divertida, y por compartir conmigo carcajadas, enojos, llantos y frustraciones; gracias a las dos por hacer de su compañía mi segundo hogar. Gracias, Brenda, por hacer los silencios cómodos, por ser esa voz racional en mis momentos más irracionales, gracias por complementar tan bien mi existir. Gracias, Marlen, por tener abrazos mágicos capaces de extender su calidez a rincones que ni siquiera sabían que pedían recibir uno y por siempre mostrarme que una situación no solo tiene un lado por el cual verse, eres mi ejemplo de perseverancia y fuerza. Ambas son mi rayito de luz en la bruma.

Significó mucho para mí el apoyo de Yael, quien siempre estuvo dispuesto a escuchar todas las

cosas nuevas que aprendía, pero sobre todo mis quejas sobre lo duro que fue hacer las figuras de mi trabajo. Estoy agradecida por su compromiso para entender tanto lo que hacía como a mí. Gracias, amor de mi vida, por hacer que este proceso fuera menos angustiante y por tomar mi mano y no soltarla.

A mi hermano, de quien aprendo algo nuevo todos los días, gracias por escucharme en absolutamente todo momento y acompañarme siempre, respirar el mismo aire que tú lo hace sentir más ligero.

A todas las personas que me acompañaron a lo largo de la licenciatura, amigos, familiares y profesores, su presencia en este viaje hizo posible llegar hasta aquí. También debo mencionar a Kōhei Horikoshi por crear My Hero Academia, y por el lema motivacional de su obra “¡Ve más allá, Plus Ultra!”, fue mi motivación más veces de las que puedo contar, recordándome siempre la importancia de no conformarse y superar mis propios límites.

Índice general

Resumen	v
Abstract	vii
Dedicatoria	ix
Agradecimientos	xi
Introducción	xv
1. La topología de los complejos simpliciales	1
1.1. Definiciones básicas	1
1.2. Realización geométrica de un complejo simplicial	2
1.3. Operaciones con complejos simpliciales	7
1.4. Colapso y equivalencias fuertes	10
1.5. Construcción de complejos simples a partir de datos	15
1.6. Modelado de estructuras políticas con complejos simpliciales	16
1.6.1. Estabilidad y viabilidad	19
2. Estructuras políticas a estudiar	21
2.1. Método para construir complejos simpliciales	21
2.2. Análisis del perfil y legitimidad de los candidatos	24
2.2.1. Construcción de los vectores asociados	24
2.2.2. Complejo Vietoris–Rips y su realización geométrica	28
2.2.3. Viabilidad y estabilidad	29
2.3. Análisis de los criterios que guíen las decisiones judiciales	33
2.3.1. Construcción de los vectores asociados	33
2.3.2. Complejo Vietoris–Rips y su realización geométrica	38
2.3.3. Viabilidad y estabilidad	39
2.4. Análisis de los fundamentos en las decisiones judiciales	42
2.4.1. Construcción de los vectores asociados	42
2.4.2. Complejo Vietoris–Rips y su realización geométrica	47
2.4.3. Viabilidad y estabilidad	47
2.5. Cuadros comparativos de resultados	51

Conclusiones	53
Bibliografía	55

Introducción

La participación ciudadana en el proceso electoral del Poder Judicial de este año fue mínima, en comparación con otras elecciones, lo que motiva la necesidad de realizar un análisis sobre la compatibilidad de las ministras y ministros que integran la Suprema Corte de Justicia de la Nación. Examinar sus perfiles y su posible interacción antes de su actuación en el pleno permite anticipar cómo podría desarrollarse su participación conjunta a lo largo de su ejercicio en el cargo.

Para describir un conjunto de circunstancias o factores en los que diversas entidades que en cierto sentido interactúan, es posible recurrir a los complejos simpliciales, una herramienta matemática que permite modelar relaciones de compatibilidad. Su aplicación en el estudio de agentes dentro de un sistema político constituye una alternativa frente a modelos matemáticos más simples y a los métodos cualitativos que usualmente predominan en este campo.

Esta investigación se basa en la metodología que se ha desarrollado en [Leguízamo-Guzmán y Bermúdez-Bohórquez \(2024\)](#), la cual fue adaptada y extendida para ajustarse al contexto político considerado, el cual comprende a los nueve candidatos perfilados para ocupar un lugar en la Suprema Corte de Justicia de la Nación. Tiene como finalidad analizar su compatibilidad y la disposición para coexistir y desarrollar de manera conjunta los procesos inherentes al desempeño de su cargo. La construcción de los complejos simpliciales parte del análisis cualitativo de las respuestas a tres preguntas planteadas en las entrevistas realizadas por el portal de noticias N+ antes de las votaciones. En base a estas respuestas se genera, mediante el método de Vietoris–Rips, el complejo simplicial que modela las estructuras políticas derivadas de dichas respuestas. El proceso concluye con el cálculo de la estabilidad de cada estructura, la evaluación de la viabilidad individual de los candidatos y la interpretación de los resultados obtenidos.

En el Capítulo 1 se introducen los conceptos fundamentales de los complejos simpliciales, incluyendo sus elementos y propiedades. Se aborda la realización geométrica de un complejo simplicial y se presentan algunas operaciones relevantes, como el join, la cuña, los colapsos fuertes y la eliminación de vértices. Aunque dichas operaciones no se aplican directamente en este trabajo, se incluyen por su potencial utilidad en estudios posteriores, ya que pueden emplearse para analizar la estabilidad y la viabilidad de nuevas estructuras que surjan a partir de transformaciones de los complejos originales. Además, se describe la construcción de complejos simpliciales a partir de datos y, finalmente, se plantea una relación entre esta teoría y el ámbito político, destacando la información que puede extraerse de dicha conexión.

En el Capítulo 2 se describe el método utilizado para la construcción de las estructuras políticas a partir de las respuestas de cada candidato a las preguntas de la entrevista mencionada. Se presentan los extractos considerados y su conversión a datos numéricos, seguidos de las realizaciones geométricas correspondientes. Posteriormente, se aborda el análisis de la estabilidad de las estructuras y de la viabilidad de los candidatos dentro de ellas. Finalmente, se ofrece una interpretación

de los resultados obtenidos.

Finalmente, el trabajo concluye con las reflexiones derivadas del análisis realizado.

Capítulo 1

La topología de los complejos simpliciales

En el estudio de la topología, los complejos simpliciales son una herramienta que permite estudiar la forma de los objetos. Estos objetos permiten descomponer los espacios topológicos en piezas geométricas más simples: puntos, segmentos de línea, triángulos, tetraedros y sus análogos de mayor dimensión. En este capítulo se explora la construcción, las propiedades y las aplicaciones de estos objetos.

1.1. Definiciones básicas

Los siguientes conceptos pueden consultarse en [Mock y Volić \(2021\)](#).

Definición 1.1 (Complejo simplicial (abstracto)). Un complejo simplicial (abstracto) $K = (V, \Delta)$ consiste en un conjunto finito V cuyos elementos son llamados vértices y un conjunto Δ de subconjuntos de V llamados simpliciales que satisfacen

- Si $v \in V$, entonces $\{v\} \in \Delta$;
- Si $\sigma \in \Delta$ y $\tau \subset \sigma$, entonces $\tau \in \Delta$.

Como el conjunto de simpliciales determina el conjunto de vértices, usualmente se identifica el complejo simplicial K con Δ . Si $\sigma \in \Delta$, escribimos $\sigma \in K$, y si $v \in V$, también escribimos $v \in K$.

Ejemplo 1.2. Sea $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3\}$ y considere el siguiente conjunto

$$K = \{\{v_0, v_1, v_2, v_3\}, \{v_0, v_1, v_2\}, \{v_0, v_1, v_3\}, \{v_0, v_2, v_3\}, \{v_1, v_2, v_3\}, \{v_4, v_5, v_6\}, \{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_3\}, \{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}, \{v_4, v_5\}, \{v_4, v_6\}, \{v_5, v_6\}, \{v_4, v_7\}, \{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}, \{v_3\}, \{v_4\}, \{v_5\}, \{v_6\}, \{v_7\}\},$$

entonces K es un complejo simplicial. Si para el conjunto V tomamos la colección de subconjuntos

$$L = \{\{v_1, v_2, v_3, v_4\}, \{v_1, v_3, v_4\}, \{v_0, v_2\}, \{v_1, v_2\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}, \{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}, \{v_3\}, \{v_4\}\},$$

entonces no se obtiene un complejo simplicial. La razón de esto es que, por ejemplo, aunque $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ está en L , sus subconjuntos $\{v_1, v_2, v_4\}$ y $\{v_2, v_3, v_4\}$ no lo están.

2 La topología de los complejos simpliciales

Definición 1.3 (Cara). Si $\sigma \in K$ y $\tau \subset \sigma$ entonces τ es una cara de σ .

La segunda condición en la Definición 1.1 dice que todas las caras de un simplicial también son simpliciales, es decir, un complejo simplicial es cerrado bajo la toma de caras.

Definición 1.4. Si $\text{card}(\sigma) = n + 1$, $n \geq 0$, entonces σ es un n -simplicial.

Ejemplo 1.5. El n -simplicial (estándar) es un complejo simplicial donde $\text{card}(V) = n + 1$ y $\Delta = P_0(V)$, el conjunto potencia de V sin el conjunto vacío.

Definición 1.6 (Dimensión). ■ La dimensión de un n -simplicial es n .

- La dimensión de K es $\dim(K) = \max \{\dim(\sigma) : \sigma \in \Delta\}$.
- Si la dimensión de K es d , diremos que K es un d -complejo.

Ejemplo 1.7. Recordemos que una gráfica G consiste en un conjunto V de vértices y un conjunto E de aristas definidas como $E \subset \{\{v_1, v_2\} : v_1, v_2 \in V, v_1 \neq v_2\}$. Entonces, una gráfica es un 1-complejo.

Definición 1.8 (Subcomplejo). Un complejo simplicial $L = (V', \Delta')$ es un subcomplejo de $K = (V, \Delta)$ si $V' \subset V$ y $\Delta' \subset \Delta$.

Definición 1.9 (Aplicación simplicial). Sean K y L complejos simpliciales. Una aplicación simplicial $\varphi: K \rightarrow L$ es una función que envía vértices a vértices y simpliciales a simpliciales. En otras palabras, $\varphi(V(K)) \subset V(L)$ y, para cada simplicial σ en K , $\varphi(\sigma)$ es un simplicial en L .

Una aplicación simplicial biyectiva cuya inversa también es simplicial se llama *isomorfismo*. Si existe un isomorfismo entre K y L , escribimos $K \cong L$ y consideramos los dos complejos simpliciales como iguales (salvo el reetiquetado de los vértices).

La siguiente definición es estándar.

Definición 1.10 (Homeomorfismo). Un homeomorfismo de espacios topológicos (X_1, τ_1) y (X_2, τ_2) es una biyección $\varphi: X_1 \rightarrow X_2$ tal que para todo $U \subseteq X_1$, $\varphi(U) \in \tau_2$ si y sólo si $U \in \tau_1$. En otras palabras, una biyección $\varphi: X_1 \rightarrow X_2$ es un homeomorfismo si y sólo si φ y φ^{-1} son continuas.

1.2. Realización geométrica de un complejo simplicial

Los siguientes resultados sobre la realización geométrica de un complejo simplicial pueden ser encontrados en [Barmak \(2014\)](#).

Todo complejo simplicial define un espacio topológico, y si el complejo es finito, este espacio es además un espacio métrico. Veremos que algunos espacios pueden representarse como espacios asociados a complejos simpliciales.

Definición 1.11 (Realización geométrica de un n -simplicial). Sea σ un n -simplicial de vértices v_0, v_1, \dots, v_n . La realización geométrica $|\sigma|$ de σ es un espacio topológico. El conjunto subyacente de $|\sigma|$ es el conjunto de expresiones formales

$$\sum_{i=1}^n t_i v_i$$

Realización geométrica de un complejo simplicial 3

tales que $t_i \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ para cada i y $\sum t_i = 1$. La topología de $|\sigma|$ es la inducida por la métrica

$$d\left(\sum t_i v_i, \sum s_i v_i\right) = \sqrt{\sum (t_i - s_i)^2}.$$

Notar que $|\sigma|$ es homeomorfo al n -simplicial estándar dado como la cápsula convexa de los vectores base estándar e_1, \dots, e_{n+1} , es decir, el conjunto

$$\Delta^n = \left\{ (x_0, x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^{d+1} : \sum_{i=0}^n x_i = 1, x_i \geq 0 \ \forall i \right\}.$$

Como esto se topologiza como un subespacio de \mathbb{R}^{d+1} entonces, Δ^0 es un punto, Δ^1 es un segmento de línea, Δ^2 es un triángulo (sólido), Δ^3 es un tetraedro (sólido), etc., ver la Figura 1.1. Las caras de Δ^n se obtienen fijando parte de t_i en cero.

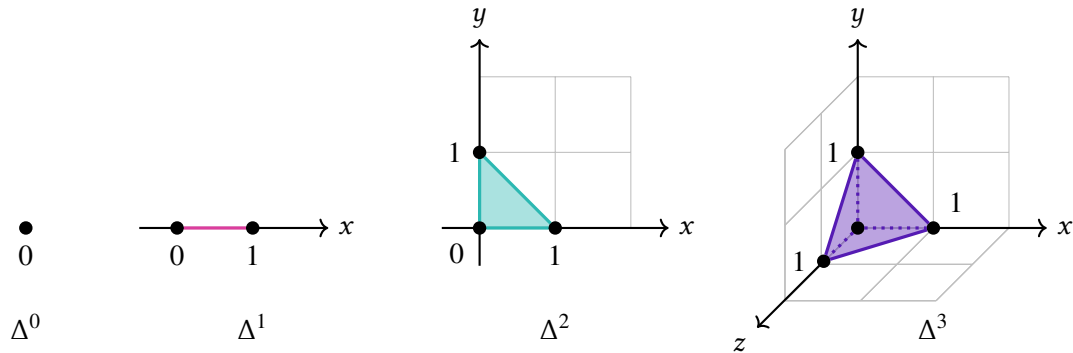


Figura 1.1. Realización geométrica de los simpliciales estándar Δ^0 , Δ^1 , Δ^2 y Δ^3 .

Definición 1.12 (Realización geométrica de un complejo simplicial). La realización geométrica $|K|$ de un complejo simplicial K es un espacio topológico. El conjunto subyacente de $|K|$ es el conjunto de expresiones

$$\alpha = \sum_{v \in K} t_v v$$

donde $t_v \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ para cada v y $\sum_{v \in K} t_v = 1$.

Una aplicación simplicial $\varphi: K \rightarrow L$ induce una función de espacios topológicos $|\varphi|: |K| \rightarrow |L|$ definida como la *extensión lineal* de la aplicación sobre los vértices dada por φ , es decir, supongamos que v_0, \dots, v_k son los puntos afínmente independientes¹ en \mathbb{R}^d (los cuales se estarán etiquetando de la misma manera que los vértices en V). Cada punto $v \in |K|$ se da entonces como $v = \sum_{i=0}^k t_i v_i$, $t_i \geq 0$, $\sum_{i=0}^k t_i = 1$. Luego se define $|\phi|$ como

$$|\phi|(v) = \sum_{i=0}^k t_i \phi(v_i).$$

Por lo tanto, una aplicación simplicial está determinada por lo que hace en los vértices.

El siguiente es un resultado estándar.

¹Se dice que los $k+1$ puntos $v_0, \dots, v_k \in \mathbb{R}^d$ son *afínmente independientes* si los puntos $v_1 - v_0, \dots, v_k - v_0$ son linealmente independientes en \mathbb{R}^d .

4 La topología de los complejos simpliciales

Proposición 1.13 (Ferrario y Piccinini 1972). Si $\varphi: K \rightarrow L$ es una aplicación simplicial, entonces $|\varphi|: |K| \rightarrow |L|$ es continua. Si φ es inyectiva, también lo es $|\varphi|$. Si φ es un isomorfismo, entonces $|\varphi|$ es un homeomorfismo.

Para cada simplicial $\sigma \in K$ se tiene una inyección $i_\sigma: |\sigma| \rightarrow |K|$ que manda $\sum_{v \in \sigma} t_v v$ en $\sum_{v \in K} s_v v$, donde $s_v = t_v$ para cada $v \in \sigma$ y $s_v = 0$ si $v \notin \sigma$. Si $x \in |\sigma|$, identificaremos x con $i_\sigma(x)$. La topología de $|K|$ es la topología final respecto de las funciones i_σ con $\sigma \in K$. Es decir, la topología más fina que se le puede dar al conjunto $|K|$ que hace a las i_σ continuas. En otras palabras, $U \subseteq |K|$ es abierto si y sólo si $U \cap |\sigma| = i_\sigma^{-1}(U)$ es abierto en $|\sigma|$ para cada $\sigma \in K$. Esto es equivalente a decir que $F \subseteq |K|$ es cerrado si y sólo si $F \cap |\sigma| = i_\sigma^{-1}(F)$ es cerrado en $|\sigma|$ para cada $\sigma \in K$. Recordar también que como $|K|$ tiene la topología final respecto de las i_σ , una función $f: |K| \rightarrow X$, donde X es cualquier espacio topológico, es continua si y sólo si $f \circ i_\sigma: |\sigma| \rightarrow X$ es continua para cada $\sigma \in K$.

Ejemplo 1.14. Sea

$$K = \{\{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}, \{v_3\}, \{v_4\}, \{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_3\}, \{v_1, v_2\}, \{v_3, v_4\}, \{v_0, v_1, v_2\}\}.$$

Veamos que $|K|$ es homeomorfo al subespacio de \mathbb{R}^2 que se ve en el lado izquierdo de la Figura 1.2. Este subespacio del plano es la unión de un triángulo y dos segmentos. También puede describirse como unión de once conjuntos F_1, F_2, \dots, F_{11} : la cápsula convexa de los puntos v_0, v_1, v_2 , la cápsula convexa de los puntos v_0, v_3 , la cápsula convexa de los puntos v_3, v_4 , las cápsulas convexas de los conjuntos $\{v_0, v_1\}$, $\{v_0, v_2\}$, $\{v_1, v_2\}$, $\{v_0\}$, $\{v_1\}$, $\{v_2\}$, $\{v_3\}$ y $\{v_4\}$. Es decir, las cápsulas convexas de puntos que corresponden a simpliciales de K .

Sean $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{11}$ los simpliciales de K , σ_i el correspondiente a F_i . Los homeomorfismos $f_i: |\sigma_i| \rightarrow F_i$ que mandan $\sum_{v \in \sigma_i} t_v v \in |\sigma_i|$ en $\sum_{v \in \sigma_i} t_v v \in F_i$, se pegan y determinan una función $f: |K| \rightarrow X$ que es continua porque lo es su restricción a cada $|\sigma_i|$. Las inversas f_i^{-1} de estos homeomorfismos están definidas en los cerrados F_i y se pegan. Luego, determinan una función continua $g: X \rightarrow |K|$. Las funciones f y g son inversa una de la otra, por lo que $|K|$ y X resultan homeomorfos.

Generalizando esta idea, uno puede probar que las realizaciones geométricas de complejos simpliciales finitos son homeomorfas a subespacios de \mathbb{R}^d para algún d . Simplemente hay que tener cuidado de tomar los puntos que representan a los vértices de modo tal que las cápsulas convexas correspondientes de conjuntos simpliciales disjuntos no se intersequen.

En el lado derecho de la Figura 1.2, se ve una elección de los cinco puntos en \mathbb{R}^3 que no satisface esta condición ya que las cápsulas convexas de $\{v_0, v_1, v_2\}$ y de $\{v_3, v_4\}$ se intersecan (en este caso la función g de arriba no está bien definida). Tomar los puntos de modo que formen un conjunto afínmente independiente es suficiente para garantizar la condición requerida.

Observación 1.15. Si K es un complejo simplicial y $\sigma \in K$, entonces $i_\sigma: |\sigma| \rightarrow |K|$ es una función inyectiva, inicial y cerrada. Con inicial nos referimos a que los cerrados de $|\sigma|$ son exactamente las preimágenes de los cerrados de $|K|$. Como i_σ es continua e inyectiva, sólo debemos ver que es cerrada. Sea entonces $F \subseteq |\sigma|$ un cerrado. Queremos ver que $i_\sigma(F) = F$ es un cerrado de $|K|$. Esto sucede si y sólo si $F \cap |\tau|$ es cerrado en $|\tau|$ para cada $|\tau| \in K$. Pero $F \cap |\tau| = F \cap |\tau \cap \sigma|$ es cerrado en $|\tau \cap \sigma|$ porque $|\tau \cap \sigma|$ es subespacio de $|\sigma|$. Como $|\tau \cap \sigma|$ es un subespacio cerrado de $|\tau|$, $F \cap |\tau|$ resulta ser cerrado en $|\tau|$, como queríamos demostrar.

Realización geométrica de un complejo simplicial 5

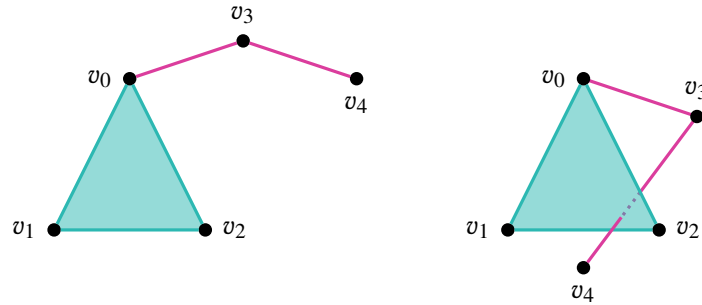


Figura 1.2. Un subespacio X de \mathbb{R}^2 homeomorfo a $|K|$, lado izquierdo, y un subespacio \hat{X} de \mathbb{R}^3 que no es homeomorfo a $|K|$, lado derecho.

Si σ es un simplicial de K , diremos que $|\sigma|$ es un simplicial cerrado de $|K|$.

La realización $|K|$ se construye entonces tomando una copia de Δ^n para cada n -simplicial de K con $n \geq 0$, y pegándolos a lo largo de las caras comunes. Por lo tanto, $|K|$ es el cociente de la unión disjunta $\bigsqcup_{\alpha} \Delta^{\alpha}$ donde α recorre todos los simpliciales de K . Hay varias maneras de elegir las copias de los simpliciales estándar y pegarlas, pero resulta que producen espacios homeomorfos. También es un resultado conocido que un d -complejo simplicial abstracto $|K|$ tiene una realización geométrica en \mathbb{R}^{2d+1} .

La realización geométrica del complejo simplicial así como el no complejo simplicial del Ejemplo 1.2 se da en la Figura 1.3.

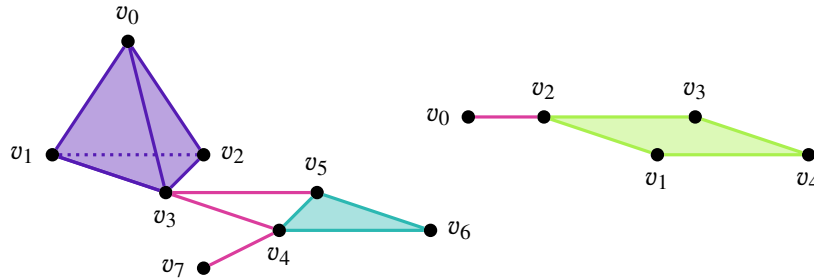


Figura 1.3. Realización geométrica del complejo simplicial y el no complejo simplicial del Ejemplo 1.2.

Definición 1.16 (n -esqueleto). El n -esqueleto $K^{(n)}$ de K es la colección de n -simpliciales de K junto con sus caras.

Ejemplo 1.17. Sea $V = \{v_0, v_1, v_2\}$ y $\Delta = P_0(V)$, es decir,

$$\Delta = \{\{v_0, v_1, v_2\}, \{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_1, v_2\}, \{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}\}.$$

Tenemos que

$$K^{(0)} = \{\{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}\},$$

$$K^{(1)} = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_1, v_2\}, \{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}\},$$

$$K^{(2)} = K.$$

6 La topología de los complejos simpliciales

En la Figura 1.4 se muestran los correspondientes n -esqueletos.

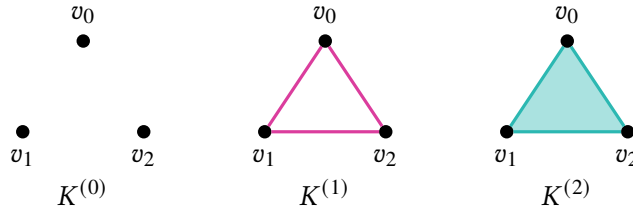


Figura 1.4. n -esqueletos $K^{(n)}$ del complejo simplicial K del Ejemplo 1.17.

Definición 1.18 (Filtración). Una filtración de K es una cadena de inclusiones de los n -esqueletos $K^{(n)}$:

$$V = K^{(0)} \subset K^{(1)} \subset \dots \subset K^{(m)},$$

donde m es la dimensión simplicial más alta que ocurre en K .

La Figura 1.4 muestra la filtración $K^{(0)} \subset K^{(1)} \subset K^{(2)}$ del Ejemplo 1.17.

Definición 1.19 (Vector f). El vector f de un complejo d -dimensional K no vacío es

$$f = (f_0, f_1, \dots, f_d)$$

donde f_n , $0 \leq n \leq d$, es el número de simpliciales n -dimensionales de K .

Ejemplo 1.20. Consideremos el complejo simplicial del Ejemplo 1.2, su vector f está dado por

$$f = (8, 12, 5, 1).$$

Definición 1.21 (Faceta o simplicial maximal). Un simplicial que no es una cara de otro simplicial se denomina faceta o simplicial maximal. Un complejo simplicial está determinado por su simplicial maximal.

Ejemplo 1.22. Si $K = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}\}$ entonces los simpliciales maximales son $\{v_0, v_1\}$ y $\{v_0, v_2\}$.

Definición 1.23 (Vértices dominados). Un vértice v está dominado por un vértice w si cada simplicial maximal que contiene a v también contiene a w .

Definición 1.24 (Minimal). Un complejo es minimal si no tiene vértices dominados.

Definición 1.25 (Estrella). La estrella de un simplicial σ , denotado por $\text{st}(\sigma)$ es el subconjunto de K que consiste en los simpliciales que tiene a σ como cara, es decir,

$$\text{st}(\sigma) = \{\tau \in K : \sigma \subset \tau\}.$$

Este, en general, no es un subcomplejo simplicial.

Definición 1.26 (Estrella cerrada). La estrella cerrada de σ o la clausura de σ , denotada por $\bar{\text{st}}(\sigma)$ es el subcomplejo más pequeño de K que contiene a $\text{st}(\sigma)$. En otras palabras,

$$\bar{\text{st}}(\sigma) = \{\tau \in K : \sigma \cup \tau \text{ es un simplicial de } K\}.$$

Definición 1.27 (Eliminación de un vértice). La eliminación de un vértice v es el subcomplejo de K que se obtiene al quitarle $\text{st}(v)$. En otras palabras, este es el subconjunto abarcado por todos los vértices de K distintos de v . La eliminación se denota por $K \setminus v$.

Definición 1.28 (Link). El subcomplejo de $\text{st}(\sigma)$ de simpliciales disjuntos de σ se llama link de σ , denotado por $\text{lk}(\sigma)$. En otras palabras,

$$\text{lk}(\sigma) = \bar{\text{st}}(\sigma) \setminus \text{st}(\sigma).$$

Ejemplo 1.29. Consideremos nuevamente el Ejemplo 1.2; para el vértice v_3 las realizaciones geométricas de $\text{st}(v_3)$, $\bar{\text{st}}(v_3)$ y el $\text{lk}(v_3)$ se muestran en la Figura 1.5.

Nótese que, aunque $\text{st}(v_3)$ contiene los conjuntos $\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$, $\{v_3, v_4\}$ y $\{v_3, v_5\}$, no contiene todos los subconjuntos de esos conjuntos (es decir, $\{v_0, v_1, v_3\}$, $\{v_3\}$ y $\{v_4\}$), y es por eso que no es subcomplejo.

En términos de realizaciones geométricas, una manera de pensar en la estrella de un vértice es como el análogo de un vecindario abierto de ese vértice, la estrella cerrada como la clausura y el enlace como la frontera de la estrella.

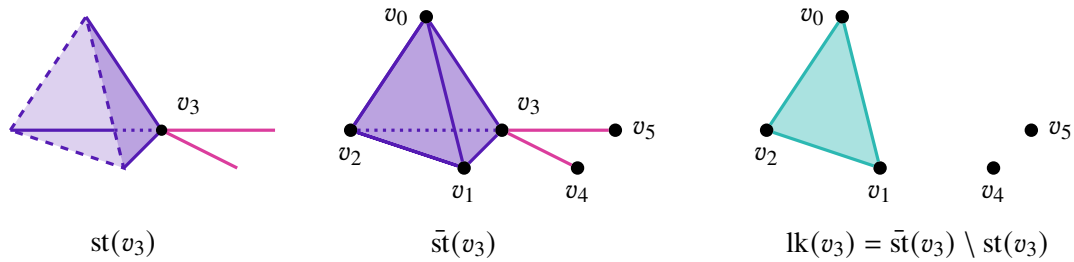


Figura 1.5. Estrella, estrella cerrada y link del vértice v_3 del Ejemplo 1.29.

1.3. Operaciones con complejos simpliciales

Definición 1.30 (Cuña). Sean K y L complejos simpliciales con 0-simpliciales (vértices) diferenciados v_0 y w_0 . Definamos la cuña de K y L , denotada por $K \vee L$, como el complejo simplicial obtenido como la unión de K y L , excepto que v_0 y w_0 se reetiquetan y denotan de la misma manera. Este punto reetiquetado común se denomina punto cuña.

En el nivel de realizaciones, $|K| \vee |L|$ se obtiene como un espacio cociente

$$|K| \vee |L| = (|K| \sqcup |L|) / (v_0 \sim w_0),$$

es decir, como la unión disjunta de $|K|$ y $|L|$ con los dos puntos distinguidos identificados. Es un resultado estándar que la cuña conmuta con la realización, es decir, hay un homeomorfismo

$$|K \vee L| \simeq |K| \vee |L|.$$

8 La topología de los complejos simpliciales

Ejemplo 1.31. El complejo simplicial del Ejemplo 1.2 puede considerarse como una cuña de dos complejos con v_3 como punto de cuña, ver la Figura 1.6.

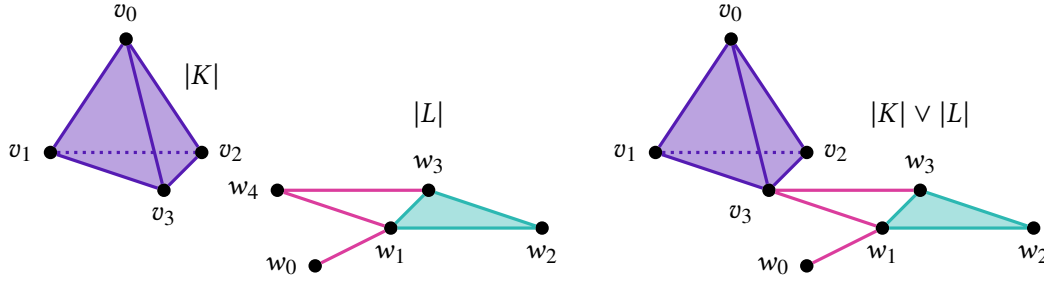


Figura 1.6. Complejos simpliciales K y L y la cuña de K y L en el Ejemplo 1.31.

Definición 1.32 (Pushout). Suponga que K y L son complejos simpliciales y sea S un subcomplejo de ambos (es decir, K y L contienen subcomplejos isomorfos, ambos denotados por S). Sean $f: S \hookrightarrow K$ y $g: S \hookrightarrow L$ las funciones de inclusión del subcomplejo. Definamos el pushout o colimit del diagrama $K \xleftarrow{f} S \xrightarrow{g} L$, denotado por $K \sqcup_S L$ (o $\text{colim}(K \xleftarrow{f} S \xrightarrow{g} L)$), como

$$K \sqcup_S L = (K \sqcup L) / \sim,$$

donde \sim es la relación de equivalencia generada por $f(s) \sim g(s)$ para $s \in S$.

Por lo tanto, el pushout de $|K|$ y $|L|$ es la unión disjunta de estos dos espacios pero pegados a lo largo del subespacio común que es la realización de los subcomplejos comunes. Cuando $S = v$, un único vértice, obtenemos precisamente la cuña:

$$K \sqcup_S L \simeq K \vee L.$$

Ejemplo 1.33. Consideremos nuevamente al complejo simplicial del Ejemplo 1.2 y el complejo simplicial L dado por

$$\begin{aligned} L = \{ & \{u_0, u_1, u_2, u_3\}, \{u_0, u_1, u_2\}, \{u_0, u_1, u_3\}, \{u_0, u_2, u_3\}, \{u_1, u_2, u_3\}, \\ & \{u_3, u_5, u_7\}, \{u_0, u_1\}, \{u_0, u_2\}, \{u_0, u_3\}, \{u_1, u_2\}, \{u_1, u_3\}, \{u_1, u_4\}, \\ & \{u_2, u_3\}, \{u_3, u_4\}, \{u_3, u_5\}, \{u_3, u_6\}, \{u_3, u_7\}, \{u_5, u_7\}, \{u_6, u_7\}, \{u_0\}, \\ & \{u_1\}, \{u_2\}, \{u_3\}, \{u_4\}, \{u_5\}, \{u_6\}, \{u_7\} \}. \end{aligned}$$

La realización geométrica de L es como se muestra en la Figura 1.7.

El complejo simplicial que se muestra en la Figura 1.7 se obtiene realizando el pushout de ambos complejos a través del tetraedro común.

Definición 1.34 (Join). Para complejos simpliciales K y L , se define el *join* de K y L , denotada por $K \star L$, como el complejo simplicial cuyos vértices son la unión de los vértices (distintos) en K y L , y cuyos simpliciales son los de K y L , y las uniones de simpliciales en K y L , es decir,

$$K \star L = K \sqcup L \sqcup \{\sigma \cup \tau : \sigma \in K, \tau \in L\}.$$

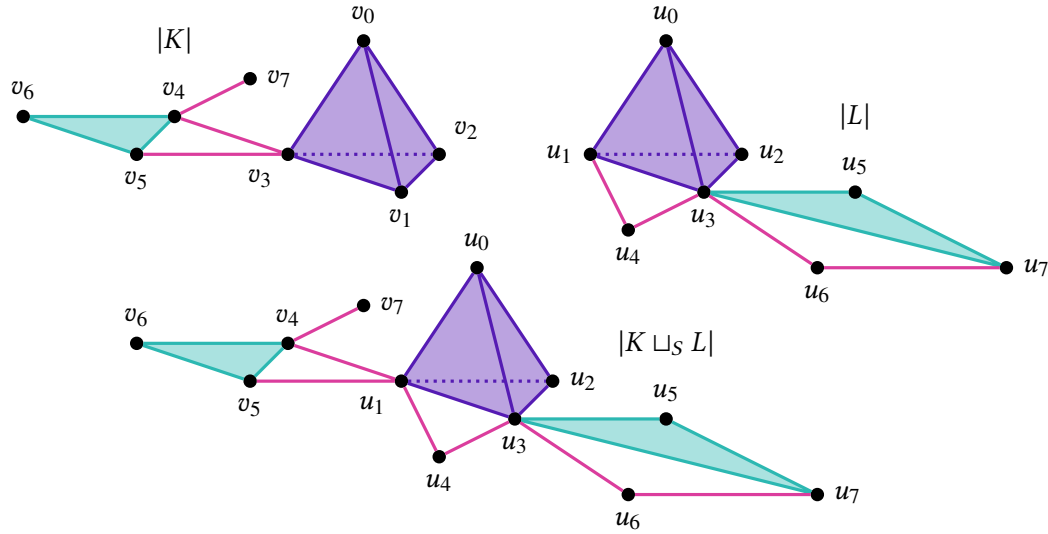


Figura 1.7. Ejemplo del pushout de los complejos simpliciales del Ejemplo 1.33.

Tampoco es difícil ver que la realización conmuta con el join. En otras palabras, hay un homeomorfismo

$$|K \star L| \simeq |K| \star |L|,$$

donde $|K| \star |L|$ es el join de los espacios topológicos que se definen de la siguiente manera $|K| \star |L| = (|K| \times |L| \times I) / \sim$ con I el intervalo unitario y \sim las relaciones de equivalencia generadas por

$$(x', y, 0) \sim (x, y, 0) \text{ y } (x, y, 1) \sim (x', y, 1) \text{ para todo } x, x' \in |K| \text{ y } y, y' \in |L|.$$

Intuitivamente $|K| \star |L|$ es el espacio de todos los segmentos de línea desde $|K|$ hasta $|L|$.

Ejemplo 1.35. Aquí proporcionamos algunos casos especiales importantes del join.

Cono. Si $L = \{c\}$ es un único vértice, entonces $K \star \{c\}$ se llama cono en K , denotado por CK . El vértice c es el vértice del cono o el punto del cono. Geométricamente, el cono $C|K|$ en $|K|$ es el cociente $(|K| \times I) / (|K| \times \{1\})$.

Suspensión. Si $L = \{c, d\}$ consta de dos vértices, entonces $K \star \{c, d\} = \Sigma K$ se denomina suspensión de K . En el nivel de realizaciones, la suspensión es representado por el cociente $(|K| \times I) / (|K| \times \{0\}, |K| \times \{1\})$.

Consideremos el complejo simplicial

$$K = \{\{v_0, v_1, v_2\}, \{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1\}, \{v_2\}, \{v_3\}, \{v_4\}\}.$$

En la Figura 1.8 se muestra la realización geométrica de K , del cono en K y la suspensión de K .

Recordemos de la Definición 1.23 que un vértice v está dominado por un vértice w si cada simplicial maximal que contiene a v también contiene a w . Recordemos también que la eliminación de un vértice v , $K \setminus v$, se obtiene de K eliminando $\text{st}(v)$, el conjunto de todos los simpliciales que contienen a v . Esencialmente, por definición, la estrella cerrada $\text{st}(v)$ es un cono en v . También tenemos la siguiente conexión útil entre conos y eliminaciones.

10 La topología de los complejos simpliciales

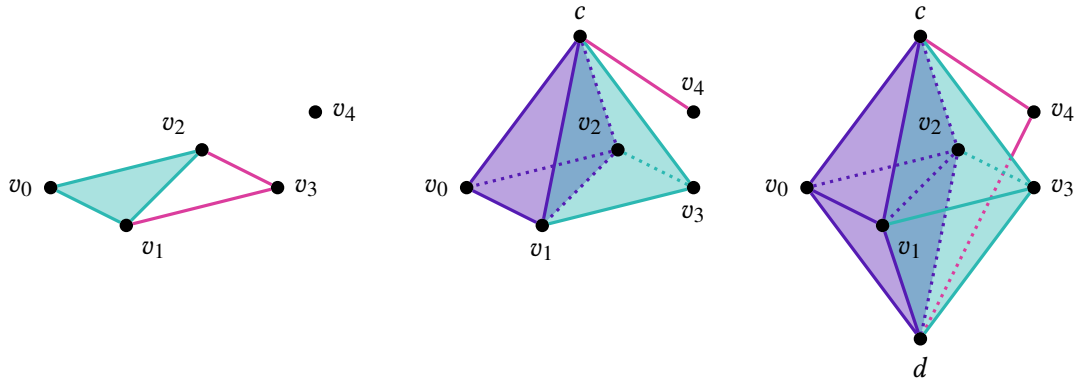


Figura 1.8. Realización geométrica del complejo simplicial de K , el cono en K y la suspensión de K que se obtiene en el Ejemplo 1.35.

Proposición 1.36 (Barmak 2014). El vértice v está dominado por un vértice w si y solo si el link de v es un cono en w .

1.4. Colapso y equivalencias fuertes

Recordamos algunos resultados que son conocidos y que son de utilidad en adelante. La noción habitual de *igualdad* en topología algebraica es la de equivalencia de homotopía.

Definición 1.37 (Homotopía). Dos funciones continuas $f_0, f_1: X \rightarrow Y$ se dicen ser homotópicas si existe una función continua $H: X \times [0, 1] \rightarrow Y$ tal que para cualquier $x \in X$, $H(x, 0) = f_0(x)$ y $H(x, 1) = f_1(x)$.

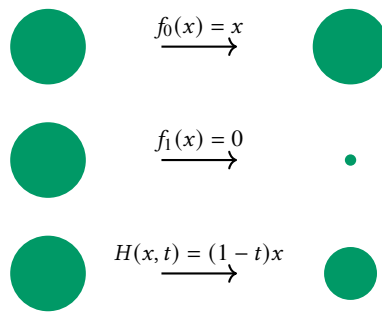


Figura 1.9. Ejemplo de dos funciones que son homotópicas.

Definición 1.38 (Homotópicamente equivalente). Dos espacios X y Y son homotópicamente equivalentes si existen dos funciones continuas, $f: X \rightarrow Y$ y $g: Y \rightarrow X$, tales que $f \circ g$ es homotópico a la función identidad en X y $g \circ f$ es homotópico a la función identidad de Y . Entonces, las funciones f y g son llamadas homotópicamente equivalentes.

Si X y Y son homeomorfos, entonces son homotópicamente equivalentes, pero lo contrario no es cierto.

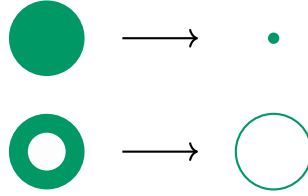


Figura 1.10. Ejemplo de dos espacios que son homotópicamente equivalentes.

La intuición detrás del concepto de equivalencia homotópica es que los espacios se pueden *deformar* entre sí. Esta noción se aplica en particular a las realizaciones de complejos simpliciales: si $|K|$ y $|L|$ son homotópicamente equivalentes, entonces uno es deformable en el otro. Sin embargo, esta deformación puede no siempre pasar por complejos simpliciales, es decir, puede haber algún $t \in [0, 1]$ durante la homotopía tal que la imagen de una de las composiciones no sea un complejo simplicial. En otras palabras, una equivalencia de homotopía no siempre puede surgir de manera natural (a través de realizaciones geométricas y aplicaciones entre ellas inducidas por aplicaciones simpliciales) a partir de un procedimiento en la categoría de complejos simpliciales abstractos. Lo que se necesita, por lo tanto, es una construcción sobre complejos simpliciales que induzca una equivalencia de homotopía en las realizaciones, y lo haga de la manera “mejor posible”.

Definición 1.39. Suponga que $\varphi, \psi: K \rightarrow L$ son aplicaciones simpliciales. Entonces φ y ψ son contiguas si, para cada simplicial $\sigma \in K$, $\varphi(\sigma) \cup \psi(\sigma)$ es un simplicial en L .

De la definición se deduce que φ y ψ son contiguas si, dado un simplicial σ de K generado por los vértices v_0, \dots, v_n , entonces $\varphi(v_0), \dots, \varphi(v_n), \psi(v_0), \dots, \psi(v_n)$ generan un simplicial de L .

Ejemplo 1.40. Sea

$$K = \{\{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}, \{v_0, v_1\}, \{v_1, v_2\}\},$$

$$L = \{\{w_0\}, \{w_1\}, \{w_2\}, \{w_0, w_1\}, \{w_0, w_2\}, \{w_1, w_2\}, \{w_0, w_1, w_2\}\},$$

y defina $\varphi, \psi: K \rightarrow L$ las aplicaciones simpliciales que envían vértices a los vértices correspondientes, junto con $\varphi(\{v_0, v_1\}) = \{w_0, w_1, w_2\}$, $\varphi(\{v_1, v_2\}) = \{w_1, w_2\}$, $\psi(\{v_0, v_1\}) = \{w_0, w_1\}$ y $\psi(\{v_1, v_2\}) = \{w_0, w_1, w_2\}$. Entonces φ y ψ son aplicaciones simpliciales contiguas ya que, para cada simplicial en K , las uniones de sus imágenes bajo las dos aplicaciones son los vértices $\{w_i\}$ o el simplicial $\{w_0, w_1, w_2\}$.

En la Figura 1.11 se muestran algunas de las realizaciones geométricas de simpliciales en K y su imagen al aplicar φ y ψ , también se presenta por medio de realizaciones geométricas por qué $\varphi \cup \psi$ son simpliciales en L .

Ejemplo 1.41. Como ejemplo no formal, considere

$$K = L = \{\{v_0\}, \{v_1\}, \{v_2\}, \{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_1, v_2\}\}.$$

Sea φ la función identidad y ψ la función constante que envía todo a $\{v_0\}$. Entonces, estas funciones no son contiguas, ya que $\varphi(\{v_1, v_2\}) \cup \psi(\{v_1, v_2\}) = \{v_0, v_1, v_2\}$, pero esto no es un simplicial en K . En la Figura 1.12 se puede ver por medio de realizaciones geométricas este hecho.

12 La topología de los complejos simpliciales

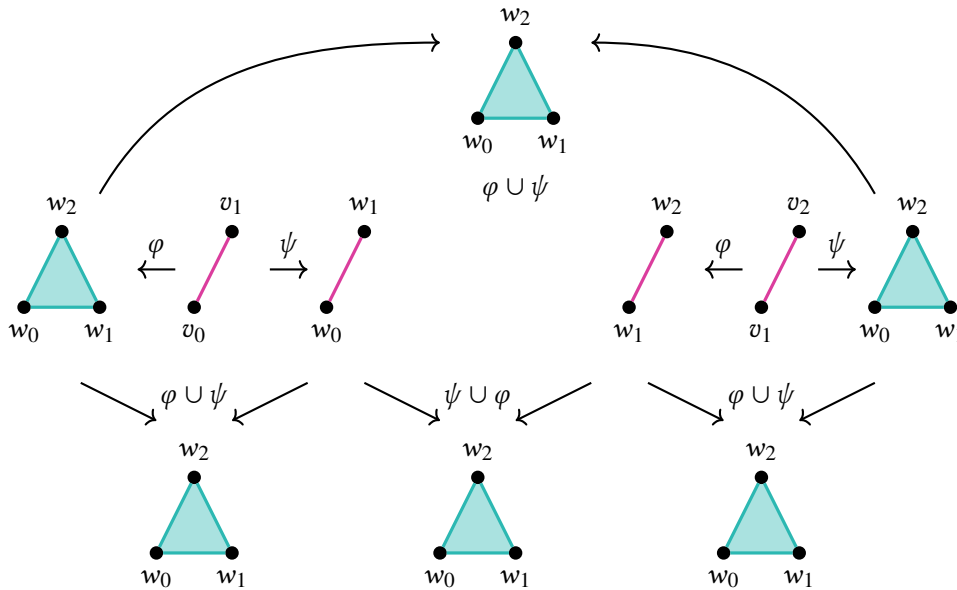


Figura 1.11. Aplicaciones φ y ψ , y las uniones de sus imágenes que se obtienen en el Ejemplo 1.40.

Definición 1.42 (Clase de contigüidad). Si hay una sucesión de funciones simpliciales contiguas que conectan φ y ψ , decimos que estas funciones están en la misma clase de contigüidad y escribimos $\varphi \sim_c \psi$.

Definición 1.43 (Fuertemente equivalentes/Equivalencias fuertes). Los complejos K y L son fuertemente equivalentes si hay funciones simpliciales $\varphi: K \rightarrow L$ y $\psi: L \rightarrow K$ tales que las composiciones satisfacen $\varphi \circ \psi \sim_c Id_L$ y $\psi \circ \varphi \sim_c Id_K$. En este caso, φ y ψ se denominan equivalencias fuertes. Escribimos $K \sim_c L$.

Definición 1.44 (Fuertemente contráctil). El complejo K es fuertemente contráctil si es fuertemente equivalente al complejo de un solo vértice, es decir, si la función identidad en K es contigua a la función constante que envía a K a uno de sus vértices.

Proposición 1.45. Si $\varphi, \psi: K \rightarrow L$ son contiguas, entonces $|\varphi|, |\psi|: |K| \rightarrow |L|$ son homotópicas.

Para más detalles de la proposición anterior, véase por ejemplo (Barmak, 2011, Corolario A.1.3). La inversa de la Proposición 1.45 no es verdadera. Un ejemplo estándar es el *sombrero de burro*², que es contráctil pero puede exhibirse como una realización de complejos simpliciales que no son fuertemente equivalentes a complejos de un punto, ver la Figura 1.13. Hay una inversa parcial a la Proposición 1.45 que dice que si f y g son mapas homotópicos de $|K|$ a $|L|$, entonces existen funciones simpliciales φ y ψ de K a L que no son necesariamente contiguas, pero si K está suficientemente dividido baricéntricamente, entonces lo son, véase por ejemplo, McCleary (2006). Este es el sentido en el que la contigüidad es el mejor análogo de la homotopía en el mundo de los complejos simpliciales abstractos.

Las equivalencias fuertes pueden caracterizarse por secuencias de tipos especiales de movimientos. Se pueden encontrar detalles en (Barmak, 2011, Capítulo 5) y Barmak y Minian (2012).

²En el siguiente hipervínculo se puede visualizar el ejemplo del “sombrero de burro:” [enlace](#).

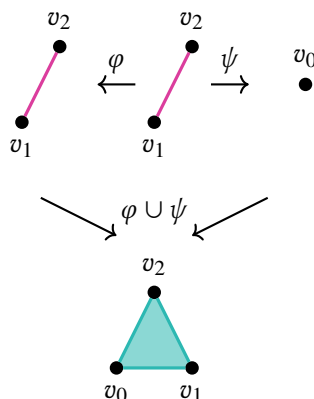


Figura 1.12. Aplicaciones φ y ψ , y las uniones de sus imágenes del Ejemplo 1.41.

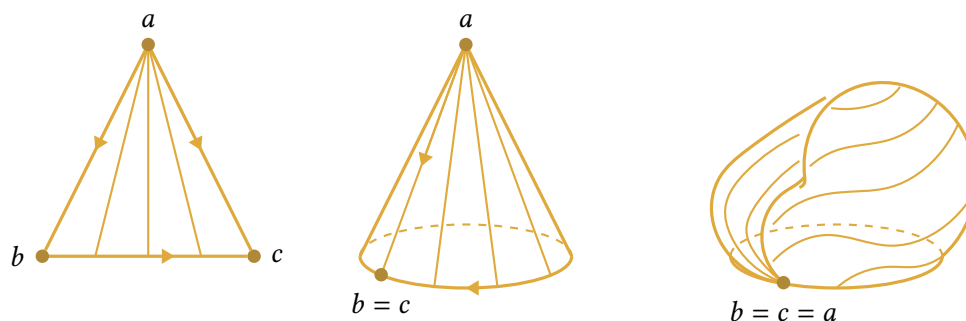


Figura 1.13. "Sombbrero de burro topológico".

Definición 1.46 (Colapso fuerte elemental). La eliminación de un vértice dominado v del complejo simplicial K se denomina colapso fuerte elemental, denotado por $K \searrow K \setminus v$.

Definición 1.47. ■ Una secuencia de colapsos fuertes elementales se denomina colapso fuerte.

- El inverso de un colapso fuerte es una expansión fuerte.
- Si los complejos K y L están conectados por una secuencia de colapsos y expansiones fuertes, entonces tienen el mismo tipo de homotopía fuerte.
- Un complejo K es fuertemente colapsable si tiene el tipo de homotopía fuerte de un complejo de un solo vértice.

Ejemplo 1.48. La Figura 1.14 da un ejemplo de colapso fuerte. En lugar de escribir esto en el nivel de complejos simpliciales abstractos, proporcionamos el ejemplo en el nivel de realizaciones geométricas para ayudar con la visualización.

Recordemos que un complejo sin ningún vértice dominado se llama minimal. Por lo tanto, un complejo minimal es aquel que no admite ningún colapso fuerte elemental.

Definición 1.49 (Núcleo de K). El complejo minimal obtenido por la reducción de un complejo K a su subcomplejo minimal mediante un colapso fuerte se llama núcleo de K , denotado por K^c .

14 La topología de los complejos simpliciales

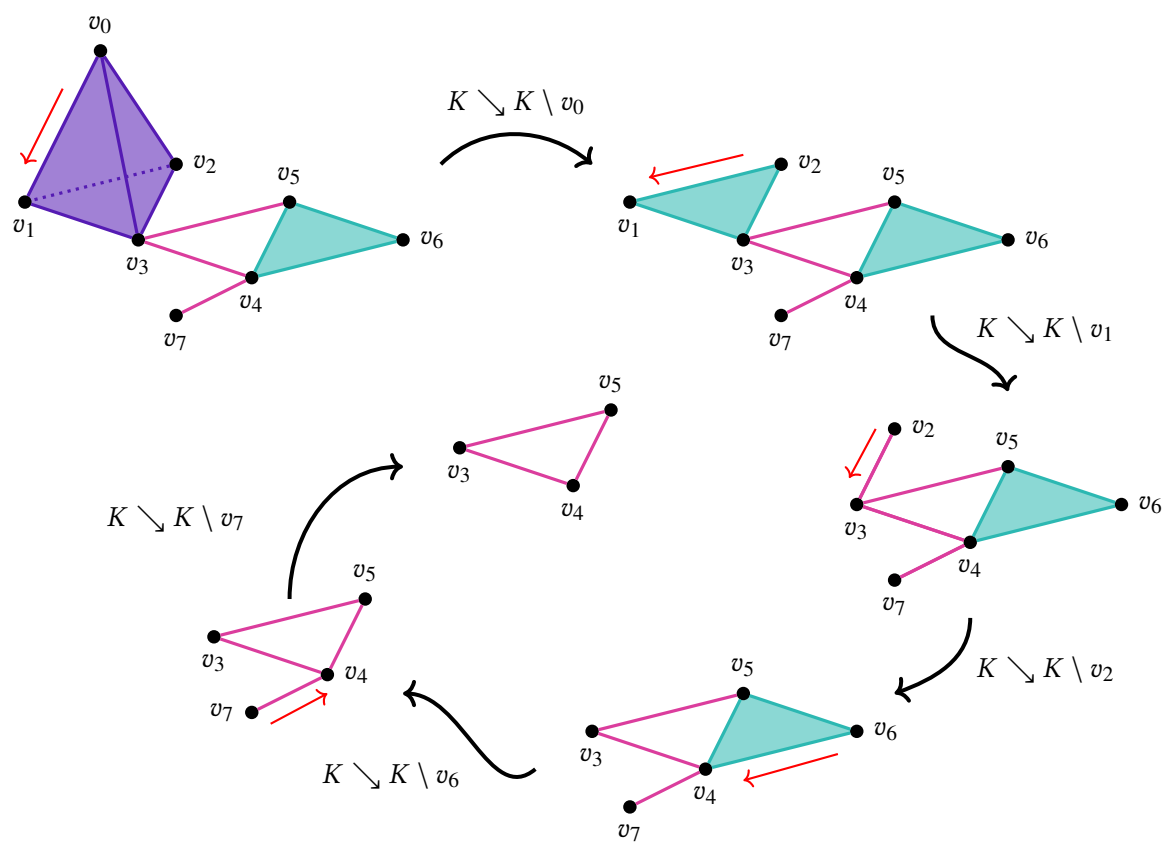


Figura 1.14. Ejemplo de colapso fuerte.

Por ejemplo, el triángulo con vértices v_3 , v_4 y v_5 en la Figura 1.13 es el núcleo de todos los complejos simpliciales en esa figura.

El siguiente resultado se demuestra en (Barmak, 2011, Teorema 5.1.10):

Teorema 1.50. El núcleo de un complejo simplicial es único hasta el isomorfismo. Dos complejos tienen el mismo tipo de homotopía fuerte si y solo si tienen núcleos isomorfos.

Una observación es que el teorema anterior garantiza que el orden en el que se realizan los colapsos fuertes elementales es irrelevante ya que cada secuencia de tales movimientos debe producir el mismo núcleo.

Entonces, finalmente tenemos la siguiente consecuencia. El siguiente resultado se presenta en (Barmak, 2011, Corolario 5.1.11) y nos permite recordar la Definición 1.43 y la Definición 1.44.

Corolario 1.51. Los complejos K y L son fuertemente equivalentes si y sólo si tienen el mismo tipo de homotopía fuerte.

Por lo tanto, la noción de equivalencia a través de funciones contiguas (equivalencia fuerte) es la misma que la de equivalencia a través de colapsos fuertes (tipo de homotopía fuerte). En particular, un complejo K es fuertemente equivalente a un vértice si y sólo si es fuertemente colapsable a un vértice.

1.5. Construcción de complejos simples a partir de datos

La información de este apartado puede ser encontrada en Chazal y Michel (2021).

Sea X un conjunto de puntos en un espacio métrico (M, d) y sea $\alpha \geq 0$ un número real. El complejo Vietoris–Rips, denotado por $\text{Rips}_\alpha(X)$, es el conjunto de simpliciales $\{\sigma_0, \dots, \sigma_k\}$ tal que $d(\sigma_i, \sigma_j) \leq \alpha$ para todo (i, j) . Se sigue de la definición que este es un complejo simplicial (abstracto). Estrechamente relacionado con el complejo Vietoris–Rips está el complejo $\text{Cech}_\alpha(X)$ que está definido como el conjunto de simpliciales $\{\sigma_0, \dots, \sigma_k\}$ tal que las $k + 1$ bolas cerradas $B(\sigma_i, \alpha)$ tienen intersección no vacía.

Estos dos complejos están relacionados por

$$\text{Rips}_\alpha(X) \subseteq \text{Cech}_\alpha(X) \subseteq \text{Rips}_{2\alpha}(X)$$

y si $X \subset \mathbb{R}^d$, entonces $\text{Cech}_\alpha(X)$ y $\text{Rips}_{2\alpha}(X)$ tienen el mismo esqueleto unidimensional, es decir, el mismo conjunto de vértices y aristas.

Definición 1.52 (Nervio). Dada una cubierta $\mathcal{U} = \{U_i\}_{i \in I}$ de un espacio métrico M , el nervio de \mathcal{U} es el complejo simplicial abstracto $C(\mathcal{U})$ cuyos vértices son los U_i tales que

$$\sigma = \{U_{i_0}, \dots, U_{i_k}\} \in C(\mathcal{U}) \quad \text{si y sólo si} \quad \bigcap_{j=0}^k U_{i_j} \neq \emptyset.$$

Teorema 1.53 (Teorema del Nervio). Sea $\mathcal{U} = \{U_i\}_{i \in I}$ una cubierta abierta de un espacio topológico X tal que la intersección de cualquier subcolección de los U_i es vacía o contráctil. Entonces, X y el nervio $C(\mathcal{U})$ son homotópicamente equivalentes.

Dada una cubierta de un conjunto de datos, su nervio proporciona una descripción combinatoria compacta y global de la relación entre estos conjuntos a través de sus patrones de intersección. En la Figura 1.15 se ilustra este procedimiento.

16 La topología de los complejos simpliciales

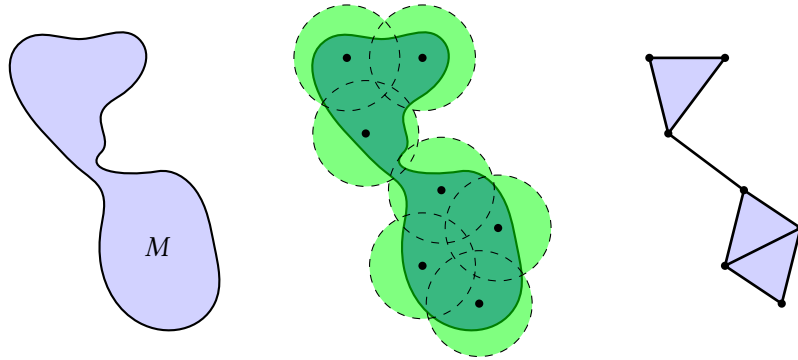


Figura 1.15. Ejemplo del nervio de una cubierta abierta para un espacio métrico dado.

1.6. Modelado de estructuras políticas con complejos simpliciales

En esta sección establecemos el marco conceptual para describir estructuras políticas y mostramos cómo pueden representarse mediante complejos simpliciales.

Se considera un conjunto de agentes, que pueden ser interpretados como partidos políticos o integrantes de organizaciones y entidades como parlamentos o juntas, e inclusive votantes. El objetivo es representar las relaciones de compatibilidad entre estos agentes y su capacidad para coexistir. Este modelo parte de la suposición de que todos los agentes deben participar en el proceso político y que, si un grupo de agentes es compatible, entonces también lo será cualquier subconjunto de ese grupo.

Definición 1.54 (Estructura política). Una estructura política $P = (A, C)$ es un conjunto finito de agentes A junto con una colección C de subconjuntos de esos agentes, llamados configuraciones viables que satisfacen:

- (a) cada agente es una configuración viable por sí mismo;
- (b) si algunos agentes forman una configuración viable, también lo hace cualquier subconjunto de ellos.

Comparando la definición anterior con la Definición 1.1, evidentemente existe una correspondencia entre una estructura política (A, C) y un complejo simplicial (V, Δ) dada por:

$$\begin{aligned} \text{agentes } a_i \in A &\longleftrightarrow \text{vértices } v_i \in V \\ \text{configuración viable } \gamma \in C &\longleftrightarrow \text{simplicial } \sigma \in \Delta \end{aligned}$$

Observación 1.55. La Definición 1.54 toma en cuenta que si una colección de agentes es compatible, entonces también lo es cualquier subconjunto de ellos.

Es posible darle significado a situaciones que pueden aparecer dentro de una estructura política. Consideremos $k + 1$ agentes.

- La situación en la que todos los agentes forman una configuración viable corresponde al k -simplicial estándar. En este caso diremos que P es completamente viable.

- La situación en la que ningún subconjunto de agentes es viable corresponde al complejo simplicial de dimensión 0, o un conjunto discreto de $k + 1$ vértices.
- De manera más general, si hay n subconjuntos de agentes y los agentes de un subconjunto no son compatibles con los agentes de ningún otro subconjunto, entonces el complejo simplicial correspondiente tiene (al menos) n componentes desconectados.
- La situación en la que todas las configuraciones viables consisten en, como máximo, dos agentes es un complejo simplicial de dimensión 1, o una gráfica.

Ejemplo 1.56. Consideremos las relaciones entre partidos existentes para la renovación de cargos federales en México correspondiente al periodo de 2018 a 2024. Los agentes son:

$a_0 = \text{MORENA}$	$a_3 = \text{PAN}$	$a_6 = \text{PES}$
$a_1 = \text{PVEM}$	$a_4 = \text{PT}$	$a_7 = \text{PRD}$
$a_2 = \text{PRI}$	$a_5 = \text{MC}$	$a_8 = \text{Panal}$

Explicamos ahora las uniones de los agentes que permitieron un trabajo conjunto en las elecciones al Senado de México de 2018. Las coaliciones entre los partidos políticos aprobados por el Consejo General del Instituto Nacional Electoral ³ que contendieron a los cargos a elegir durante el Proceso Electoral Federal 2017-2018 son tres: Coalición por México al Frente (PAN-PRD-MC), Juntos Haremos Historia (PT-MORENA-Encuentro Social) y Todos por México (PRI-PVEM-Panal).

La realización geométrica de las coaliciones entre partidos políticos como estructura política P se muestra en la Figura 1.16.

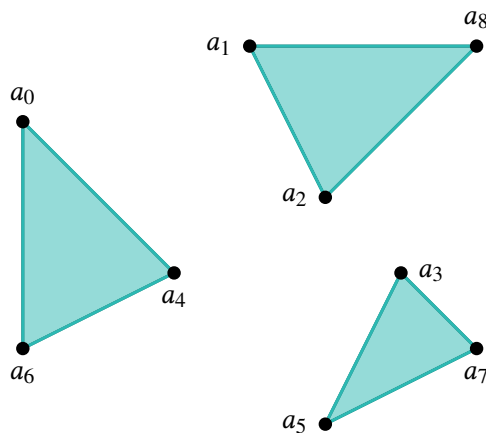


Figura 1.16. Complejo simplicial de la estructura política de las coaliciones entre senadores en el periodo de 2018 a 2024.

Mostramos también el diagrama de amistad correspondiente a esta estructura política en el Cuadro 1.1, como ayuda visual adicional.

³Los convenios de coalición se pueden encontrar en <https://ine.mx/actores-politicos/convenios-de-coalicion/>.

18 La topología de los complejos simpliciales

	MORENA	PVEM	PRI	PAN	PT	MC	PES	PRD	Panal
MORENA		😡	😡	😡	😄	😡	😄	😡	😡
PVEM	😡		😄	😡	😡	😡	😡	😡	😄
PRI	😡	😄		😡	😡	😡	😡	😡	😄
PAN	😡	😡	😡		😡	😄	😡	😄	😡
PT	😄	😡	😡	😡		😡	😄	😡	😡
MC	😡	😡	😡	😄	😡		😡	😄	😡
PES	😄	😡	😡	😡	😄	😡		😡	😡
PRD	😡	😡	😡	😄	😡	😄	😡		😡
Panal	😡	😄	😄	😡	😡	😡	😡	😡	

Cuadro 1.1. Diagrama de amistad entre partidos 2017 – 2018

Definición 1.57 (Mapa de estructura política). Supongamos que P y Q son estructuras políticas. Un mapa de estructura política es una función $p: P \rightarrow Q$ que envía agentes a agentes y configuraciones viables a configuraciones viables.

Un mapa de estructura política compara estructuras políticas y modela el antes y el después de algún cambio político que consolida agentes o crea otros nuevos, pero preserva las alianzas entre los agentes que sobreviven.

Definición 1.58 (Dimensión). La dimensión $\dim(P)$ de una estructura política P es uno menos que el tamaño de su configuración viable más grande. Esta es la colección más grande de agentes que está dispuesta a comprometerse o entrar en una coalición.

Definición 1.59 (Defecto). Como la dimensión más grande posible de un complejo simplicial con $k + 1$ agentes es k , y esto representa la situación política ideal, el número $k - \dim(P)$ es una medida de la desviación de P de ser un sistema funcional. Llamaremos a este número el defecto de P y lo denotaremos por $\text{def}(P)$.

Definición 1.60 (Vector f). El vector f de P registra el número de configuraciones viables de P de cada tamaño.

Ejemplo 1.61. La dimensión de la estructura política P del Ejemplo 1.56 es 2, el defecto es 6 y el vector f es $(9, 9, 3)$.

Definición 1.62 (Configuración maximal). Si existe una configuración viable que no es una subconfiguración de ninguna otra configuración viable, se trata de una configuración maximal. Cada configuración maximal representa un subconjunto de agentes que están dispuestos a llegar a un acuerdo, pero ningún otro agente estaría dispuesto a unirse a su coalición.

Definición 1.63 (Dominación). Un agente a_i está dominado por un agente a_j si todas las coaliciones más grandes posibles a las que a_i está dispuesto a unirse también tienen a a_j en ellas. Esto indica que a_j está mejor posicionado en general en el sistema político y decimos que a_j es más central que a_i .

Ejemplo 1.64. La estructura política P del Ejemplo 1.56 está compuesta por 3 configuraciones maximales: los triángulos $\{a_0, a_6, a_4\}$, $\{a_1, a_2, a_8\}$ y $\{a_5, a_3, a_7\}$; además, los agentes que componen a cada una de estas configuraciones están dominados entre ellos.

Definición 1.65 (Estrella). La estrella de un agente a_i es la colección de sus compatibilidades, es decir, la colección de todas las coaliciones potenciales en las que a_i está dispuesto a entrar.

Definición 1.66 (Eliminación). La eliminación de un agente a_i supone su eliminación del sistema político. La eliminación de todos los simpliciales que tienen a a_i como vértice implica que este agente ya no puede estar presente en ninguna coalición potencial.

1.6.1. Estabilidad y viabilidad

La configuración más equilibrada ocurre cuando los $k+1$ agentes pueden coexistir sin conflictos, lo que se representa mediante un k -simplicial, en el cual están presentes todos los simpliciales posibles entre los distintos subconjuntos de agentes. En el extremo opuesto se encuentra la situación completamente fragmentada, donde no hay acuerdo entre los agentes y cada uno se comporta de manera aislada, representándose así mediante un conjunto discreto sin simpliciales que los vinculen. En consecuencia, mientras mayor sea el número de simpliciales que conforman el complejo que modela la estructura, mayor será el grado de estabilidad del sistema. En lo que sigue, se introducen dos nociones que servirán para medir la intensidad de las conexiones entre los agentes.

Definición 1.67 (Viabilidad y estabilidad). Dada una estructura política d -dimensional $P = (A, C)$ con conjunto de agentes $A = \{a_0, \dots, a_k\}$, se define la viabilidad de a_i como

$$\text{via}(a_i) = \frac{1}{2^k - 1} (\text{card}(\text{st}(a_i)) - 1).$$

Se define la estabilidad de P como

$$\text{stab}(P) = \frac{1}{2^{k+1} - (k+2)} \left(\sum_{i=0}^d f_i - (k+1) \right).$$

La viabilidad de a_i es simplemente el número de simpliciales que tienen a a_i como vértice, pero normalizado para tomar valores entre 0 y 1. Un valor mayor de $\text{via}(a_i)$ indica que, incluso si algunos agentes abandonan o se vuelven incompatibles con a_i , este agente aún tiene el potencial de formar otras coaliciones debido a la gran cardinalidad de su estrella, es decir, debido a sus muchas compatibilidades existentes. Este es el sentido en el que lo pensamos como un agente “más viable” que uno cuya estrella no tiene tantos elementos.

La estabilidad de P es el número total de simpliciales de P , nuevamente normalizado. Esto es esencialmente la suma de las viabilidades de todos los agentes, pero teniendo en cuenta el sobreconteo de simpliciales. Un valor mayor de $\text{stab}(P)$ indica más compatibilidades entre agentes y más disposición a formar coaliciones.

20 La topología de los complejos simpliciales

Ejemplo 1.68. Cuando todos los agentes son compatibles, $\text{card}(\text{st}(a_i)) = 2^k$ para todos los a_i y, por lo tanto, la viabilidad de cada agente es 1. En este caso, el número de simpliciales es $\sum_{i=0}^k f_i = 2^{k+1} - 1$ (número de simpliciales de un k -simplicial, es decir, el número de subconjuntos no vacíos de un conjunto con $k + 1$ elementos) y, por lo tanto, la estabilidad de P también es 1.

Cuando ningún agente es compatible, $\text{card}(\text{st}(a_i)) = 1$ para todos los a_i y, por lo tanto, la viabilidad de cada agente es 0. Ahora el número de simpliciales es $\sum_{i=0}^k f_i = k + 1$ (hay esa misma cantidad de vértices y ningún otro simplicial) y, por lo tanto, $\text{stab}(P) = 0$.

Capítulo 2

Estructuras políticas a estudiar

En el presente análisis se representan las relaciones de compatibilidad entre los nueve candidatos que se perfilaron como ministras y ministros de la Suprema Corte de Justicia de la Nación y su capacidad para coexistir. El material de referencia proviene de las entrevistas realizadas por el portal de noticias N+ (<https://www.nmas.com.mx/>), en las cuales, antes de que se llevara a cabo la votación y estos nueve aspirantes resultaran electos, se les planteó un mismo conjunto de tres preguntas clave: 1) “¿por qué crees que estás mejor preparado para ser ministro de la Suprema Corte?”, 2) “¿la decisión de los jueces debe estar basada sólo en la ley o también en el sentir social y los cambios de la época?”, y 3) “en una decisión judicial, ¿qué debe prevalecer: la justicia o el derecho?”, ver N (2025a). Tomando en cuenta las respuestas de estos candidatos, se realizó un análisis para estimar la viabilidad y estabilidad de las tres estructuras políticas que se obtienen de dichas preguntas.

El hecho de que las entrevistas fueran homogéneas en su diseño, ofrece una ventaja metodológica importante: permite comparar directamente las respuestas de los candidatos bajo un mismo marco. De esta manera, se pueden identificar coincidencias, contrastes y tendencias comunes en torno a cómo conciben la función de la Suprema Corte de la Justicia de la Nación en el contexto político y social contemporáneo.

2.1. Método para construir complejos simpliciales

El procedimiento que se emplea para construir los complejos simpliciales que representan las estructuras políticas de interés se basa en el método propuesto en el trabajo Leguízamo-Guzmán y Bermúdez-Bohórquez (2024), adaptándolo al contexto específico de esta investigación. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. **Análisis del contenido.** A diferencia del método original, en esta investigación no se aplicó la técnica de frecuencia de términos a palabras clave debido a la naturaleza del material analizado. Las respuestas de las y los candidatos a las tres preguntas planteadas, si bien se enfocan en un tema general, permiten desarrollar argumentos amplios y diversos en contenido, estructura y vocabulario. Dado que la formulación de dichas preguntas no orienta hacia un conjunto específico de términos, sino hacia la exposición de conceptos y posturas personales, el análisis exige un tratamiento distinto. Por ello, cada pregunta se clasificó en

22 Estructuras políticas a estudiar

un eje, y a su vez, a cada eje lo representó un listado de ideas clave, a los cuales llamaremos subejos, como se muestra en el siguiente desarrollo.

Para el primer eje se considerarán seis subejos que abarcan el conjunto de temas mencionados en las respuestas a la primera pregunta. Estos subejos permiten construir un vector en \mathbb{R}^6 , cuyas entradas representan el número total de menciones de cada uno de ellos.

Eje 1. Perfil y legitimidad del candidato.

¿Por qué estás mejor preparado que otros candidatos para ser ministro de la suprema corte?

Subejos. Experiencia en el Poder Judicial, experiencia en el Poder Legislativo, experiencia en el Poder Ejecutivo, experiencia académica, experiencia en campos específicos ajenos a los 3 poderes, planes a futuro.

En contraste, la definición de subejos para los otros dos ejes es diferente, pues corresponden a preguntas de opción; en estos casos, los subejos coinciden directamente con las alternativas planteadas.

Eje 2. Criterios que guíen las decisiones judiciales.

¿La decisión de los jueces debe estar basada solo en la ley o también en el sentir social y los cambios de época?

Subejos. Decisión basada sólo en la ley, decisión basada en el sentir social y los cambios de la época.

Eje 3. Fundamentos en las decisiones judiciales.

En una decisión judicial, ¿qué debe prevalecer: la justicia o el derecho?

Subejos. Justicia, derecho.

Por el tipo de pregunta que son la segunda y tercera interrogante, para sus ejes correspondientes se obtienen vectores en \mathbb{R}^2 del tipo: $[1, 0]$, quiere decir que la persona está a favor de la primera opción; $[0, 1]$, la persona está a favor de la segunda opción; $[1, 1]$, en este caso, la persona considera ambas opciones como factibles. Sin embargo, debido a que algunos candidatos le dan más peso a una de las opciones que se les brinda, se evalúa su postura de la siguiente manera:

- Una puntuación de 0 quiere decir que no se mencionó en absoluto el tema.
- Una puntuación de 1 significa que menciona esta opción, pero pasa a segundo plano conforme avanza el discurso.
- Una puntuación de 2 significa que no solo menciona estar de acuerdo con esta opción, si no que le da más protagonismo durante su discurso.

2. **Minería de textos.** Se entiende por minería de textos a un proceso en el que, a través de herramientas analíticas, el usuario examina una colección de documentos con el propósito de identificar y estudiar patrones significativos en la información que contienen, véase [Žižka et al. \(2020\)](#). La minería de textos se llevo a cabo en tres fases:

- *Vectorización y representación de candidatos.* Cada candidato es representado como un vector en \mathbb{R}^6 si se trata del primer eje, o un vector en \mathbb{R}^2 para los otros dos ejes.
- *Extracción de información.* Cada pregunta delimita un eje general (preparación para el cargo, criterios para decidir, tensión entre justicia y derecho), pero no establece palabras específicas que los candidatos deban usar. Esto provoca que, distintos candidatos aborden temas similares con vocabulario muy diferente; mezclen ideas, ejemplos y justificaciones diversas y organicen sus respuestas según su propio estilo discursivo.
- *Estandarización de los datos.* Dado un conjunto de vectores v_1, v_2, \dots, v_n con $v_k = [a_{k1}, a_{k2}, \dots, a_{kn}]$ se estandariza el j -ésimo componente de cada vector v_k de la siguiente manera:

$$a'_{kj} = \frac{\text{máx}\{a_{ij}\} - a_{kj}}{\text{máx}\{a_{ij}\} - \text{mín}\{a_{ij}\}}$$

donde a_{kj} es el j -ésimo componente del k -ésimo vector, $\text{máx}\{a_{ij}\}$ con $1 \leq i \leq n$ es el valor máximo en la j -ésima columna de todos los vectores y $\text{mín}\{a_{ij}\}$ es el valor mínimo.

3. **Análisis de similitud.** Se utiliza el método de Vietoris–Rips para representar y comparar a los candidatos en función de las respuestas a la entrevista que se les realizó. Para esto se determina el parámetro ε , el cual define la conectividad del complejo simplicial, de la siguiente forma:
 - a) cálculo de la distancia euclidiana máxima entre los vectores que representa a cada candidato,
 - b) evaluación de la similitud del coseno entre cada par de vectores, generando una matriz simétrica de similitud,
 - c) y definimos ε como el producto entre la distancia máxima y el promedio de la similitud.
4. **Representación matemática de datos textuales.** En el proceso de construcción de los complejos simpliciales se realiza una representación matemática del contenido textual obtenido a partir de las transcripciones de los videos de las y los candidatos. Esta representación permite visualizar y analizar las relaciones existentes entre sus respuestas, proporcionando una estructura formal que facilita la comprensión de las correspondencias y diferencias en sus posturas. Para modelar esta estructura mediante un complejo simplicial, se emplea el método de Vietoris–Rips utilizando los vectores previamente definidos para cada candidato y el ε calculado anteriormente.

Mientras que en la propuesta inicial la vectorización de los candidatos, el cálculo de ε y la construcción de los complejos de Vietoris–Rips se obtuvieron a partir de la ejecución de un código en MATLAB, en este trabajo se desarrolló una versión adaptada en Python. Esta implementación no sólo replica el procedimiento original, sino que incorpora dos extensiones metodológicas:

1. Cálculo de la viabilidad de cada candidato, definido a partir de la estrella del vértice correspondiente dentro del complejo simplicial.

24 Estructuras políticas a estudiar

2. Cálculo de la estabilidad de las estructuras políticas, asociado al análisis del vector f de cada complejo.

Estas modificaciones permiten enriquecer el análisis al ofrecer medidas adicionales que no se encuentran en la metodología base, y que resultan especialmente útiles en el contexto político considerado en esta investigación.

Finalmente, cabe señalar que la implementación en Python permitió optimizar la construcción del complejo de Vietoris–Rips. Mediante el uso de la librería `itertools` en Python fue posible simplificar la generación de combinaciones y reducir considerablemente la complejidad del algoritmo. Esta mejora no altera el resultado matemático, pero sí representa una contribución computacional que facilita la reproducibilidad y escalabilidad del método.

2.2. Análisis del perfil y legitimidad de los candidatos

2.2.1. Construcción de los vectores asociados

Las ideas clave identificadas que corresponden a los subejos del eje 1 se resaltan y numeran a continuación:

- (1) Experiencia en el Poder Judicial.
- (2) Experiencia en el Poder Legislativo.
- (3) Experiencia en el Poder Ejecutivo.
- (4) Experiencia académica.
- (5) Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes.
- (6) Planes a futuro.

En los siguientes fragmentos de respuestas de los candidatos ante la primer pregunta, se resaltan las menciones en relación con los subejos y se identifican con el número correspondiente a este en la parte superior derecha al final de la oración. Adicional a esto, en forma de tabla, se señala el total de menciones de cada subeje a lo largo del discurso, siendo estos los vectores en \mathbb{R}^6 que se asociaran a cada candidato y con los que se hará el análisis.

Arístides Rodrigo Guerrero García. “Decir que soy profesor de la Facultad de Derecho de la UNAM⁽⁴⁾ desde hace más de 10 años. Adicionalmente, en dicha máxima casa de estudios, estudié la Licenciatura en Derecho⁽⁴⁾, una Especialidad en Derecho Constitucional⁽⁴⁾, Maestría⁽⁴⁾ y Doctorado en Derecho⁽⁴⁾, y todos los grados obtenidos con mención honorífica. En cuanto a estudios de posgrado, también tuve la oportunidad de estudiar en la Universidad Complutense de Madrid, un Master en Derecho Parlamentario⁽⁴⁾; en la Universidad de Bologna, un curso de Metodología Comparada⁽⁴⁾, y he buscado actualizarme constantemente con un curso avanzado sobre inteligencia artificial⁽⁴⁾. De hecho, pretendemos revolucionar completamente la Corte con el uso de nuevas herramientas tecnológicas⁽⁶⁾. Adicionalmente, inicié desde abajo, cosiendo expedientes⁽¹⁾, fui secretario auxiliar⁽¹⁾, secretario de estudio y cuenta⁽¹⁾. Posteriormente, director de Jurisprudencia⁽¹⁾ y, más adelante, comisionado⁽⁵⁾ y

comisionado presidente del Info de la Ciudad de México⁽⁵⁾, en donde, insisto, revolucionamos el acceso a la información con nuevas tecnologías,” N (2025b).

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	4	0	0	8	2	1

Cuadro 2.1. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al primer candidato.

Giovanni Azael Figueroa Mejía. “Soy Doctor en Derecho Constitucional⁽⁴⁾ y, además, a lo largo de más de 25 años me he preparado para ser Ministro de la Suprema Corte. Soy también especialista en temas relacionados con *Derechos Humanos*⁽⁴⁾, *Derecho Procesal Constitucional*⁽⁴⁾, *Derecho Comparado*⁽⁴⁾ y lo que escribo suele influir tanto en las sentencias de la Suprema Corte Mexicana, de otros tribunales integrantes del Poder Judicial, de la federación, de los tribunales de las entidades federativas, de tribunales de otros países⁽¹⁾ y, también, varias de mis ideas se han incorporado en iniciativas de ley y en la reforma constitucional al Poder Judicial del año pasado⁽¹⁾. Además, he creado nuevos tipos de sentencias para ampliar derechos humanos que benefician, sobre todo, a grupos más vulnerables⁽¹⁾,” N (2025c).

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	3	0	0	4	0	0

Cuadro 2.2. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al segundo candidato.

Hugo Aguilar Ortiz. “He trabajado los últimos treinta años al lado de los pueblos y comunidades indígenas y de los pueblos y comunidades afromexicanas del país⁽⁵⁾. He teorizado su realidad, he estudiado el entramado jurídico mexicano y su forma de organización, y a partir de ello he construido propuestas de cómo atender este sector de la población⁽¹⁾, tradicionalmente excluido. Los principios y conocimientos abrevados también van a servir al conjunto de sectores sociales que no han tenido una participación decisiva en la vida del país, como son las mujeres, los niños, los ancianos, los trabajadores, los campesinos y los trabajadores de maquila.⁽⁶⁾ Desde mi perspectiva la Constitución está recuperando su visión social, y necesitamos juzgadores que impartan con una visión social en la nueva integración de la Corte.⁽⁶⁾ Su servidor tiene toda la experiencia para aplicar un sistema de justicia con estas características⁽¹⁾,” N (2025d).

26 Estructuras políticas a estudiar

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	2	0	0	0	1	2

Cuadro 2.3. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al tercer candidato.

Irving Espinosa Betanzo. “Además de mi formación académica –de que soy *licenciado en Derecho*⁽⁴⁾, *maestro en Derecho*⁽⁴⁾, *especialista en Gestión Pública*⁽⁴⁾ y *maestro en Gestión Pública para la Buena Administración*⁽⁴⁾, y de tener estudios de *doctorado en Administración Pública*⁽⁴⁾–, he trabajado tanto en el ámbito del Poder Legislativo como del Poder Ejecutivo, y desde hace casi seis años soy *magistrado anticorrupción en la Ciudad de México*⁽¹⁾. Como ven, he participado en los tres Poderes y, sin lugar a dudas, además he acompañado los procesos sociales; he estado vinculado directamente con los procesos que tienden a mejorar las causas y las condiciones de vida de todas y todos los mexicanos. *Participé en el movimiento estudiantil de 1999 en contra de las cuotas de la UNAM*⁽⁵⁾, *trabajé en el gobierno de Andrés Manuel López Obrador*⁽³⁾, *en el gobierno popular de Clara Brugada*⁽³⁾, y *trabajé como asesor legislativo*⁽²⁾. Bajo esa consideración, considero que tengo la experiencia y los conocimientos académicos para poder participar en este proceso,” [N \(2025e\)](#).

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	1	1	2	5	0	1

Cuadro 2.4. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al cuarto candidato.

Lenia Batres Guadarrama. “Creo que, para el Poder Judicial de la Federación, específicamente para la Suprema Corte de Justicia de la Nación, lo ideal es tener un conocimiento muy profundo del derecho. Yo tengo experiencia en múltiples ámbitos del ejercicio del derecho: he pasado cuatro legislaturas en el Congreso de la Unión, *trabajando tanto como legisladora*⁽²⁾, *como asesora elaboradora de leyes*⁽²⁾. También *he pasado por lo menos otros doce años en alcaldías de la Ciudad de México*⁽³⁾ (antes delegaciones) en el Gobierno de la Ciudad de México, *en varias áreas administrativas del gobierno de la Ciudad de México*⁽⁵⁾ y en la *Consejería Jurídica del Ejecutivo Federal*⁽³⁾. Además, *he dado clases por lo menos en seis materias, entre ellas –por supuesto– en derecho constitucional*⁽⁴⁾, y también *tengo experiencia en la investigación académica*⁽⁴⁾,” [N \(2025f\)](#).

Análisis del perfil y legitimidad de los candidatos 27

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	0	2	2	2	1	0

Cuadro 2.5. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al quinto candidato.

Loretta Ortiz Ahlf. “Soy la ministra más preparada de la Suprema Corte de Justicia de la Nación. *Estudié en la Escuela Libre de Derecho*⁽⁴⁾, tengo un altísimo promedio de 9.2, que es inusual en la Escuela Libre de Derecho, que se inscribe el 100 % y termina el 30 %. *Tengo maestría en la Universidad Iberoamericana*⁽⁴⁾, *doctorado en la Universidad a Distancia de España*⁽⁴⁾, *miembro del Sistema Nacional de Investigadores nivel 3*⁽⁴⁾, tengo 12 libros, ochenta artículos publicados. También *he participado como consejera de la Comisión Ambiental de Tratado y Libre Comercio, consejera legal*⁽⁵⁾. Soy también, *fungí como panelista del Tratado de Libre Comercio en un asunto de Altos Hornos de México*⁽⁵⁾. Y soy, por estas razones y otras, la ministra más capacidad en el país para ocupar el cargo de ministra de la Suprema Corte,” [N \(2025g\)](#).

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	0	0	0	4	2	0

Cuadro 2.6. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al sexto candidato.

María Estela Ríos Gonzáles. “En realidad, querría decir que hay mucha gente preparada y toca al pueblo, a la ciudadanía, decidir quién es su mejor candidato. Yo lo que quiero decir es que aspiro a llegar a la Suprema Corte de Justicia de la Nación porque quiero contribuir con mi granito de arena: *hacer verdad esa garantía constitucional que está establecida en el artículo 17 constitucional –una justicia pronta, expedita e imparcial–*⁽⁶⁾ *y atender a los principios que establece la propia Constitución de resolver con independencia de criterio, con objetividad, con excelencia y con paridad de género.*⁽⁶⁾ Ese, creo, que es mi deber de contribuir a este país que tanto me ha dado,” [N \(2025h\)](#).

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	0	0	0	0	0	2

Cuadro 2.7. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al séptimo candidato.

Sara Irene Herrerías Guerra. “Porque durante toda mi trayectoria profesional he estado en las distintas etapas de la justicia: *he hecho proyectos de prevención del delito*⁽¹⁾, *he investigado*

28 Estructuras políticas a estudiar

delitos como fiscal⁽¹⁾, he impartido justicia como proyectista de Sala Penal durante 13 años⁽¹⁾, y he estado en la defensa de los derechos humanos en dos ocasiones: en la Comisión Nacional de Derechos Humanos⁽⁵⁾ y en la Secretaría de Gobernación como titular de la Unidad para la Defensa de los Derechos Humanos⁽³⁾. Esta experiencia la quiero llevar para hacer una justicia cercana a la ciudadanía, ágil, que no se pierda en formalismos, para dar una respuesta a todas y todos⁽⁶⁾,” N (2025i).

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	3	0	1	0	1	1

Cuadro 2.8. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al octavo candidato.

Yasmín Esquivel Mossa. “Durante 40 años de mi vida, me he dedicado al servicio público. Desde muy joven sabía que mi vocación es servir a los demás. En los últimos 25 años, como impartidora de justicia, me ha permitido conocer el tema directamente de lo que es el sistema de justicia y su implementación y su impartición de justicia: tanto *como magistrada de los Tribunales Agrarios⁽¹⁾*, después *como magistrada de los Tribunales de Justicia Administrativa⁽¹⁾*, *como presidenta –inclusive– del Tribunal de Justicia Administrativa de la Ciudad de México⁽¹⁾*, y *presidenta nacional de los tribunales en justicia administrativa⁽¹⁾*. Toda esta historia y toda esta carrera... Por supuesto que el mayor honor de mi vida ha sido *ser Ministra de la Suprema Corte de Justicia de la Nación⁽¹⁾*, donde me ha permitido servir a mi país con el amor a México que le tengo,” N (2025j).

Subeje	Experiencia en el Poder Judicial	Experiencia en el Poder Legislativo	Experiencia en el Poder Ejecutivo	Experiencia académica	Experiencia en campos ajenos a los 3 poderes	Planes a futuro
Menciones	5	0	0	0	0	0

Cuadro 2.9. Total de menciones para cada subeje del primer eje asociados al noveno candidato.

2.2.2. Complejo Vietoris–Rips y su realización geométrica

Mediante la ejecución del código desarrollado en Python, se construye el complejo de Vietoris–Rips correspondiente a los vectores de este primer eje, junto con los datos relevantes involucrados en su elaboración. El código fue implementado y probado en un entorno de Google Colab, lo que permite su libre acceso y ejecución. El repositorio completo del código puede consultarse en el siguiente hipervínculo: [Código Python](#).

- **Distancia máxima entre los vectores:** 1.9242.
- **Promedio de las similitudes entre candidatos:** 0.7448.

■ ϵ : 1.4332.

Complejo Vietoris-Rips.

$$\begin{aligned}
 P_1 = \{ & \{A\}, \{G\}, \{H\}, \{I\}, \{Le\}, \{Lo\}, \{M\}, \{S\}, \{Y\}, \{A, G\}, \{A, H\}, \{A, Lo\}, \{A, S\}, \{G, H\} \\
 & \{G, I\}, \{G, Lo\}, \{G, M\}, \{G, S\}, \{G, Y\}, \{H, Lo\}, \{H, M\}, \{H, S\}, \{H, Y\}, \{I, Le\}, \{I, M\}, \\
 & \{I, S\}, \{Le, S\}, \{Lo, S\}, \{M, S\}, \{M, Y\}, \{S, Y\}, \{A, G, H\}, \{A, G, Lo\}, \{A, G, S\}, \{A, H, Lo\}, \\
 & \{A, H, S\}, \{A, Lo, S\}, \{G, H, Lo\}, \{G, H, M\}, \{G, H, S\}, \{G, H, Y\}, \{G, I, M\}, \{G, I, S\}, \\
 & \{G, Lo, S\}, \{G, M, S\}, \{G, M, Y\}, \{G, S, Y\}, \{H, Lo, S\}, \{H, M, S\}, \{H, M, Y\}, \{H, S, Y\}, \\
 & \{I, Le, S\}, \{I, M, S\}, \{M, S, Y\}, \{A, G, H, Lo\}, \{A, G, H, S\}, \{A, G, Lo, S\}, \{A, H, Lo, S\}, \\
 & \{G, H, Lo, S\}, \{G, H, M, S\}, \{G, H, M, Y\}, \{G, H, S, Y\}, \{G, I, M, S\}, \{G, M, S, Y\}, \{H, M, S, Y\} \\
 & \{A, G, H, Lo, S\}, \{G, H, M, S, Y\} \}.
 \end{aligned}$$

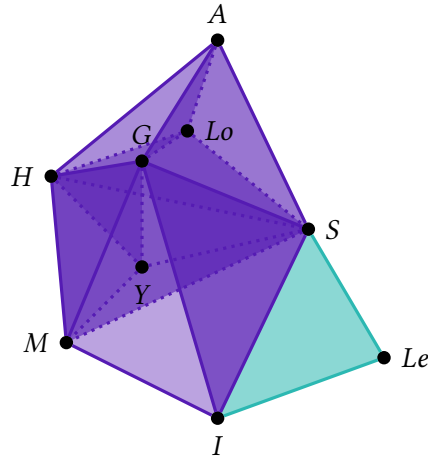


Figura 2.1. Realización geométrica del complejo Vietoris-Rips para el primer eje.

Con el fin de facilitar la visualización de la estructura del complejo simplicial de este primer eje, el cual se muestra en la Figura 2.1, se incluyen también las realizaciones geométricas de los n -esqueletos $P^{(n)}$ para $n = 0, 1, 2, 3$. Estos permiten apreciar de manera más clara la organización de las caras que conforman el complejo completo. Ver la Figura 2.2.

2.2.3. Viabilidad y estabilidad

El vector f de esta estructura política es $(9, 22, 23, 11, 2)$, entonces, la estabilidad está dada por

$$\text{stab}(P_1) = \frac{67 - (8 + 1)}{2^{8+1} - (8 + 2)} = 0.11553784860557768.$$

Por otro lado, el valor del defecto es igual a $\text{def}(P_1) = k - \dim(P_1) = 8 - 4 = 4$.

Mostramos ahora la viabilidad de cada candidato:

30 Estructuras políticas a estudiar

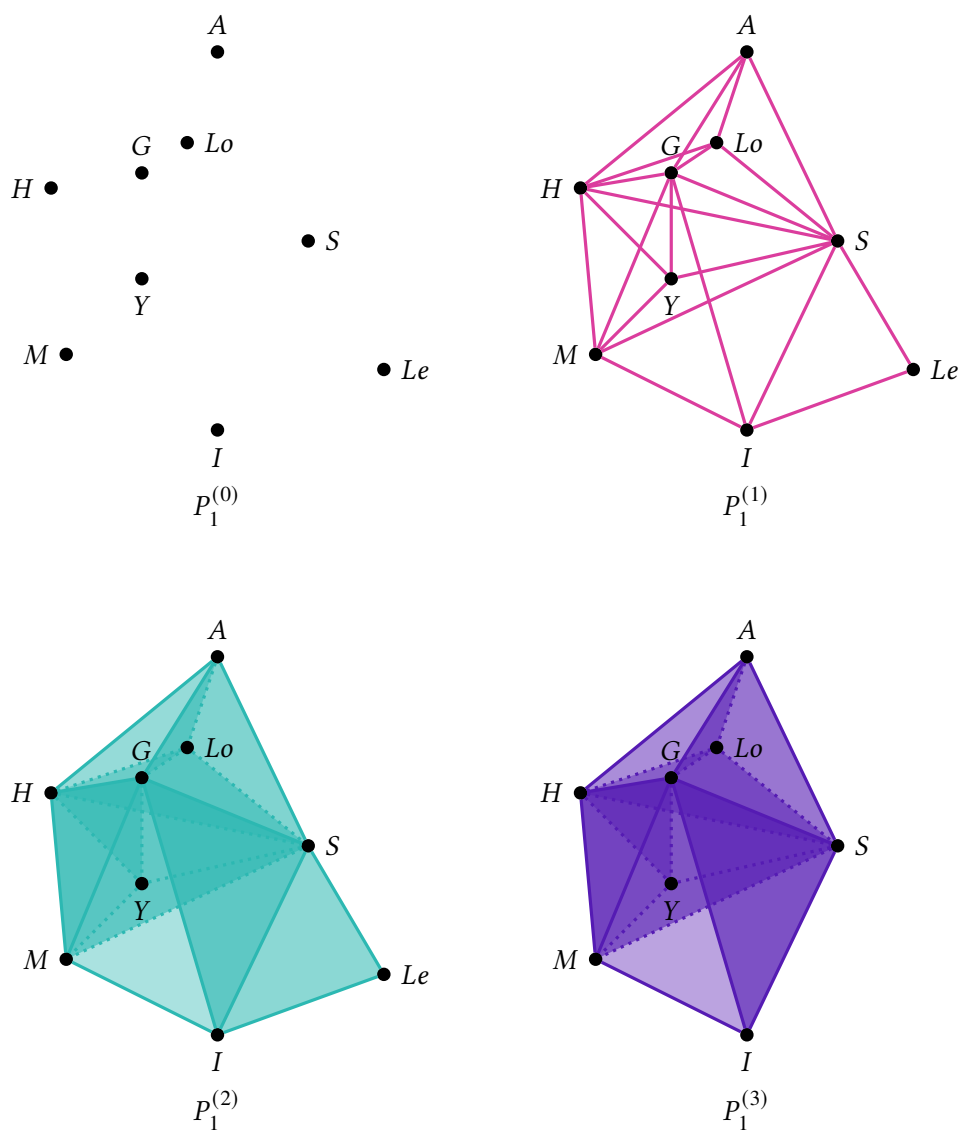


Figura 2.2. Realización geométrica de los n -esqueletos, con $n = 1, 2, 3, 4$, para el primer eje.

■ Arístides.

$$\begin{aligned} \text{st}(A) = \{ \{A\}, \{A, G\}, \{A, H\}, \{A, Lo\}, \{A, S\}, \{A, G, H\}, \{A, G, Lo\}, \{A, G, S\}, \{A, H, Lo\}, \\ \{A, H, S\}, \{A, Lo, S\}, \{A, G, H, Lo\}, \{A, G, H, S\}, \{A, G, Lo, S\}, \{A, H, Lo, S\}, \\ \{A, G, H, Lo, S\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(A)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(A) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

■ Giovanni.

$$\begin{aligned} \text{st}(G) = \{ \{G\}, \{A, G\}, \{G, H\}, \{G, I\}, \{G, Lo\}, \{G, M\}, \{G, S\}, \{G, Y\}, \{A, G, H\}, \{A, G, Lo\}, \\ \{A, G, S\}, \{G, H, Lo\}, \{G, H, M\}, \{G, H, S\}, \{G, H, Y\}, \{G, I, M\}, \{G, I, S\}, \{G, Lo, S\}, \\ \{G, M, S\}, \{G, M, Y\}, \{G, S, Y\}, \{A, G, H, Lo\}, \{A, G, H, S\}, \{A, G, Lo, S\}, \{G, H, Lo, S\}, \\ \{G, H, M, S\}, \{G, H, M, Y\}, \{G, H, S, Y\}, \{G, I, M, S\}, \{G, M, S, Y\}, \{A, G, H, Lo, S\}, \\ \{G, H, M, S, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(G)) = 32$ se tiene que

$$\text{via}(G) = \frac{32 - 1}{2^8 - 1} = 0.12156862745098039.$$

■ Hugo.

$$\begin{aligned} \text{st}(H) = \{ \{H\}, \{A, H\}, \{G, H\}, \{H, Lo\}, \{H, M\}, \{H, S\}, \{H, Y\}, \{A, G, H\}, \{A, H, Lo\}, \{A, H, S\}, \\ \{G, H, Lo\}, \{G, H, M\}, \{G, H, S\}, \{G, H, Y\}, \{H, Lo, S\}, \{H, M, S\}, \{H, M, Y\}, \{H, S, Y\}, \\ \{A, G, H, Lo\}, \{A, G, H, S\}, \{A, H, Lo, S\}, \{G, H, Lo, S\}, \{G, H, M, S\}, \{G, H, M, Y\}, \\ \{G, H, S, Y\}, \{H, M, S, Y\}, \{A, G, H, Lo, S\}, \{G, H, M, S, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(H)) = 28$ se tiene que

$$\text{via}(H) = \frac{28 - 1}{2^8 - 1} = 0.10588235294117647.$$

■ Irving.

$$\begin{aligned} \text{st}(I) = \{ \{I\}, \{G, I\}, \{I, Le\}, \{I, M\}, \{I, S\}, \{G, I, M\}, \{G, I, S\}, \{I, Le, S\}, \\ \{I, M, S\}, \{G, I, M, S\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(I)) = 10$ se tiene que

$$\text{via}(I) = \frac{10 - 1}{2^8 - 1} = 0.03529411764705882.$$

32 Estructuras políticas a estudiar

■ Lenia.

$$\text{st}(Le) = \{ \{Le\}, \{I, Le\}, \{Le, S\}, \{I, Le, S\} \}.$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(Le)) = 4$ se tiene que

$$\text{via}(Le) = \frac{4 - 1}{2^8 - 1} = 0.011764705882352941.$$

■ Loretta.

$$\begin{aligned} \text{st}(Lo) = \{ \{Lo\}, \{A, Lo\}, \{G, Lo\}, \{H, Lo\}, \{Lo, S\}, \{A, G, Lo\}, \{A, H, Lo\}, \\ \{A, Lo, S\}, \{G, H, Lo\}, \{G, Lo, S\}, \{H, Lo, S\}, \{A, G, H, Lo\}, \\ \{A, G, Lo, S\}, \{A, H, Lo, S\}, \{G, H, Lo, S\}, \{A, G, H, Lo, S\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(Lo)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(Lo) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

■ María.

$$\begin{aligned} \text{st}(M) = \{ \{M\}, \{G, M\}, \{H, M\}, \{I, M\}, \{M, S\}, \{M, Y\}, \{G, H, M\}, \{G, I, M\}, \\ \{G, M, S\}, \{G, M, Y\}, \{H, M, S\}, \{H, M, Y\}, \{I, M, S\}, \{M, S, Y\}, \\ \{G, H, M, S\}, \{G, H, M, Y\}, \{G, I, M, S\}, \{G, M, S, Y\}, \\ \{H, M, S, Y\}, \{G, H, M, S, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(M)) = 20$ se tiene que

$$\text{via}(M) = \frac{20 - 1}{2^8 - 1} = 0.07450980392156863.$$

■ Sara.

$$\begin{aligned} \text{st}(S) = \{ \{S\}, \{A, S\}, \{G, S\}, \{H, S\}, \{I, S\}, \{Le, S\}, \{Lo, S\}, \{M, S\}, \{S, Y\}, \\ \{A, G, S\}, \{A, H, S\}, \{A, Lo, S\}, \{G, H, S\}, \{G, I, S\}, \{G, Lo, S\}, \\ \{G, M, S\}, \{G, S, Y\}, \{H, Lo, S\}, \{H, M, S\}, \{H, S, Y\}, \{I, Le, S\}, \\ \{I, M, S\}, \{M, S, Y\}, \{A, G, H, S\}, \{A, G, Lo, S\}, \{A, H, Lo, S\}, \\ \{G, H, Lo, S\}, \{G, H, M, S\}, \{G, H, S, Y\}, \{G, I, M, S\}, \{G, M, S, Y\}, \\ \{H, M, S, Y\}, \{A, G, H, Lo, S\}, \{G, H, M, S, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(S)) = 34$ se tiene que

$$\text{via}(S) = \frac{34 - 1}{2^8 - 1} = 0.12941176470588237.$$

- Yasmín.

$$\begin{aligned} \text{st}(Y) = \{ \{Y\}, \{G, Y\}, \{H, Y\}, \{M, Y\}, \{S, Y\}, \{G, H, Y\}, \{G, M, Y\}, \\ \{G, S, Y\}, \{H, M, Y\}, \{H, S, Y\}, \{M, S, Y\}, \{G, H, M, Y\}, \\ \{G, H, S, Y\}, \{G, M, S, Y\}, \{H, M, S, Y\}, \{G, H, M, S, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(Y)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(Y) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

Notemos que la estabilidad es relativamente baja, de 0.1155, lo que sugiere que las compatibilidades entre candidatos en este eje son limitadas sin tanta facilidad de formar coaliciones. Respecto a las viabilidades individuales, Sara, de 0.129, y Giovanni, de 0.121, destacan como los más viables, es decir, más dispuestos a formar coaliciones; en efecto, pues la cardinalidad de sus estrellas son de 34 y 32, respectivamente; seguidos de Hugo, con 0.106 y María con 0.075. Lenia, con una viabilidad de 0.012, es la menos viable, se reafirma al considerar que la colección de sus coaliciones potenciales tiene un total de 4 elementos. Por otro lado, con un total de 67 configuraciones viables, la dimensión de la estructura es 4, esto es, hay configuraciones viables de hasta 5 integrantes.

Este eje refleja una estructura desigual: algunos candidatos son muy viables y compatibles, como Sara y Giovanni, mientras que otros quedan prácticamente excluidos, siendo este el caso de Lenia. La baja estabilidad muestra que, aunque existen coaliciones medianas y grandes, no están distribuidas de forma equilibrada entre todos los agentes, generando una baja compatibilidad entre ellos. Por otro lado, la medida de la desviación de P_1 de ser un sistema funcional es de $\text{def}(P_1) = 4$, es decir, faltan 4 “niveles” de acuerdo/cohesión para alcanzar la situación política ideal.

2.3. Análisis de los criterios que guíen las decisiones judiciales

2.3.1. Construcción de los vectores asociados

En el caso de los extractos de los discursos de los candidatos correspondientes a la segunda pregunta, y dada la naturaleza de esta, se procedió a analizarlos con el objetivo de clasificarlos en dos categorías, que corresponden a los subejos identificados: decisión basada sólo en la ley y decisión basada en el sentir social y los cambios de la época. Adicionalmente, se añade la justificación del porqué se le asigna esta categoría y se muestra en una tabla este resultado, así como la evaluación de su postura en base a la rúbrica mencionada en la Sección 2.1.

Arístides Rodrigo Guerrero García. “Desde mi punto de vista, resulta muy necesario conocer las realidades que existen en los diferentes estados de la República. Derivado de ello, es que estamos proponiendo lograr una Corte Itinerante. ¿Qué significa esto? Sesiones públicas en lo público. Es decir, sesiones en universidades. Imagínense una sesión en su universidad o en alguna plaza pública. La Corte Itinerante no es algo nuevo. Ya la Corte Interamericana de Derechos Humanos, que tiene su sede en San José, Costa Rica, ha llevado a cabo este tipo de ejercicios. Por ejemplo, ha sesionado en el Hospital Siglo XXI y en la Biblioteca Vasconcelos, en la Ciudad de México; ha sesionado en El Salvador, ha sesionado también

34 Estructuras políticas a estudiar

en Argentina. ¿Y por qué la Corte mexicana no podría trasladarse a diversos estados de la República a sesionar? Imagínense una sesión de la Corte en Veracruz, en Chiapas, en Oaxaca, en Chihuahua, en Sonora, en Sinaloa. De esta manera, lograríamos difundir de mejor manera el derecho a entender el derecho,” [N \(2025b\)](#).

Categoría. Ambas.

Justificación. Esta respuesta considera ver la realidad de las diferentes regiones del país, lo cuál sugiere que se escuchará a la gente, y que las sesiones se realizarán en base a la ley, ya que proponen trasladar cada sesión a diferentes regiones del país.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	1	1

Cuadro 2.10. Tabla que sintetiza la postura del primer candidato respecto a la segunda pregunta.

Giovanni Azael Figueroa Mejía. “Las sentencias del Tribunal Constitucional mexicano, si bien se tienen que basar en lo que dice el ordenamiento jurídico de nuestro país, en los tratados internacionales en materia de derechos humanos, en las sentencias que emite la propia Suprema Corte, la Corte Interamericana de Derechos Humanos, no pueden cerrarse en su monólogo la Suprema Corte, sino que, de manera constante, también tiene que tener apertura hacia la doctrina académica, y no solamente aquella enfocada en ámbitos jurídicos, sino también en otros ámbitos del conocimiento y, además, en jurisprudencia, en sentencias emblemáticas que emiten otros tribunales de diferentes regiones del mundo. Pero, además, el llamado es que emitamos sentencias humanistas que coloquen en el centro de los procedimientos a las personas para proteger sus derechos,” [N \(2025c\)](#).

Categoría. Ambas.

Justificación. Esta respuesta reconoce que las sentencias deben basarse en la ley (ordenamiento jurídico, tratados, jurisprudencia), pero también en criterios más amplios como la doctrina académica, otros ámbitos del conocimiento y un enfoque humanista centrado en las personas.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	1	2

Cuadro 2.11. Tabla que sintetiza la postura del segundo candidato respecto a la segunda pregunta.

Hugo Aguilar Ortiz. “Indiscutiblemente, las sentencias que hasta ahora se han emitido se han quedado básicamente en la formalidad, y hoy, con las reformas constitucionales que hemos

logrado –las que elevan a calidad de derecho constitucional los derechos para la tercera edad, la igualdad sustantiva de la mujer, la protección de la semilla nativa, el fortalecimiento de la seguridad nacional– nos dan nuevas bases constitucionales, nuevos principios para atender la realidad. Desde los pueblos indígenas hemos propuesto un método específico para comprender esta realidad, al que le hemos llamado justicia con enfoque intercultural, y esto implica que el juzgador debe conocer y aprender de esta otra realidad e incorporar las resoluciones. Necesitamos sentencias que no sólo cumplan la formalidad, sino que se apliquen en la realidad, y este es un principio base,” N (2025d).

Categoría. Ambas.

Justificación. Reconoce la ley pero resalta fuertemente el sentir social y la realidad cultural: critica que antes las sentencias se quedaban en la formalidad legal y propone que se incorporen realidades sociales, especialmente con un enfoque intercultural. Aunque no niega la importancia de la ley, enfatiza que el juez debe atender la realidad social.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	1	2

Cuadro 2.12. Tabla que sintetiza la postura del tercer candidato respecto a la segunda pregunta.

Irving Espinosa Betanzo. “Hay que decir que las decisiones judiciales no solo deben estar basadas en la ley; hay que considerar las otras fuentes del derecho: la doctrina, la jurisprudencia, las fuentes históricas, las fuentes reales que tenemos. Bajo esa consideración, sin lugar a dudas, la ley es el fundamento de la actuación judicial; sin embargo, es necesario saber que la ley puede ser interpretada en atención a las condiciones sociales y las condiciones económicas. Hay que identificar que el derecho puede ser visto como una película o también como una fotografía. Bajo esa consideración, es necesario tener un contexto de toda nuestra realidad. La ley por sí misma es el fundamento; sin embargo, todo el contexto social, histórico, político y económico es lo que le da legitimidad también a la propia norma,” N (2025e).

Categoría. Ambas.

Justificación. Esta respuesta afirma explícitamente que no solo debe basarse en la ley y menciona que también se deben considerar condiciones sociales, históricas, políticas y económicas.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	1	2

Cuadro 2.13. Tabla que sintetiza la postura del cuarto candidato respecto a la segunda pregunta.

36 Estructuras políticas a estudiar

Lenia Batres Guadarrama. “Yo creo que la primera obligación de las y los jueces mexicanos –o de cualquier país– es respetar las leyes. Las leyes expresan los debates democráticos de nuestro país, porque expresan o son resultado de los Poderes Legislativos que se conforman con la pluralidad de la sociedad mexicana. Entonces, es muy importante respetar la ley y respetar la Constitución –es decir, la ley escrita en el caso de nuestro sistema jurídico–, pero además no solamente es fundamental, sino que además es inevitable que las resoluciones de las y los jueces queden imbuidas por las valoraciones éticas, ideológicas e incluso, me atrevería a decir, que políticas que tienen las y los juzgadores. Es muy importante nuestro sentido de justicia. El sentido de justicia social, en mi caso, es lo que ha dirigido hasta ahora mis resoluciones,” [N \(2025f\)](#).

Categoría. Ambas.

Justificación. Esta respuesta dice que la primera obligación es respetar la ley, pero también reconoce que inevitablemente las decisiones se ven influenciadas por valores éticos, ideológicos y un sentido de justicia social.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	2	2

Cuadro 2.14. Tabla que sintetiza la postura del quinto candidato respecto a la segunda pregunta.

Loretta Ortiz Ahlf. Las sentencias, las distintas sentencias de los ministros de la Suprema Corte, están basadas –deben de estar basados– en el derecho, y el derecho abarca distintas fuentes: es la ley, son los reglamentos, son los tratados internacionales. Pero esto no se aplica, no se deben aplicar automáticamente; se deben interpretar, y se deben interpretar conforme a los principios de derecho internacional de los derechos humanos, para tener una justicia que sea –ahora sí– una justicia que respete los derechos fundamentales, que esté basada en el principio pro persona, en el interés superior del niño, en la protección de la mujer, de los niños adultos, de toda la ciudadanía. No son sentencias como si fueran robotizadas de un sistema de inteligencia artificial,” [N \(2025g\)](#).

Categoría. Ambas.

Justificación. Esta respuesta parte de que las sentencias deben basarse en el derecho (ley, reglamentos, tratados), pero aclara que no deben aplicarse de forma automática, sino interpretarse considerando principios de derechos humanos y protecciones específicas.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	1	2

Cuadro 2.15. Tabla que sintetiza la postura del sexto candidato respecto a la segunda pregunta.

María Estela Ríos González. “Efectivamente, la decisión de los juzgadores –los operadores jurídicos– debe basarse primero en la realidad social que se está viviendo para aplicar una determinada ley, porque una ley se establece en un determinado momento histórico, pero va rigiendo para un momento más allá de cuando fue emitida. Y en ese momento, la ley y la justicia deben acercarse, y debe tomarse en cuenta el sentir y los cambios de época, para que efectivamente la aplicación de la ley sea efectiva, eficaz y cumpla su cometido,” [N \(2025h\)](#).

Categoría. Ambas.

Justificación. Aunque enfatiza el sentir social, no niega que la ley sea base para la decisión y esta sea aplicada de forma efectiva y adecuada.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	1	2

Cuadro 2.16. Tabla que sintetiza la postura del séptimo candidato respecto a la segunda pregunta.

Sara Irene Herrerías Guerra: “En la división de poderes, cada poder debe hacer lo que le corresponde. Al Poder Legislativo le toca hacer las normas, y al Poder Judicial aplicarlas, ¿cómo?, con criterios de argumentación jurídica, en donde se aplica la ley y se tiene que fundar y motivar una resolución. Sin embargo, también es muy importante el contexto. En ese sentido, las y los importadores de justicia deben de ver este contexto social con criterios de perspectiva de género, de interculturalidad, de derechos de la infancia, de la adolescencia, de derechos de los migrantes, de la diversidad sexual, y para ello hacer una impartición de justicia que logre estas diferencias que existen en la realidad, que al momento de la justicia tengan un acceso igualitario,” [N \(2025i\)](#).

Categoría. Ambas.

Justificación. Se indica que la fusión del Poder Judicial es aplicar la ley basada en criterios jurídicos, pero también enfatiza la importancia de considerar el contexto social para garantizar justicia igualitaria en diferentes grupos.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	1
Puntuación	1	2

Cuadro 2.17. Tabla que sintetiza la postura del octavo candidato respecto a la segunda pregunta.

Yasmín Esquivel Mossa. “Las decisiones de los jueces deben estar basadas en la Constitución, en las leyes y en lo que existe en el expediente. El juez no debe tener influencias externas, ni

38 Estructuras políticas a estudiar

económicas ni políticas; no debe resolver de acuerdo con los poderes fácticos ni económicos, debe responder exclusivamente a lo que esté en el expediente, lo que dice la Constitución y lo que dicen las leyes. En eso radica la independencia y autonomía del juzgador. Independencia y autonomía que le va a dar la democratización al ser electo por la ciudadanía; eso lo va a hacer aún más independiente, toda vez que le va a deber el puesto al pueblo de México que lo ha elegido, y no a alguna persona que lo haya colocado –fuera corrupción, fuera tráfico de influencias en el Poder Judicial–. De eso se trata la transformación,” [N \(2025j\)](#).

Categoría. Sólo la ley.

Justificación. Esta respuesta es clara en que las decisiones deben basarse únicamente en la Constitución, las leyes y el expediente, rechazando influencias externas o sociales.

Subeje	Decisión basada sólo en la ley	Decisión basada en el sentir social y los cambios de la época
Postura	1	0
Puntuación	2	0

Cuadro 2.18. Tabla que sintetiza la postura del noveno candidato respecto a la segunda pregunta.

2.3.2. Complejo Vietoris–Rips y su realización geométrica

De manera análoga, el código utilizado para la construcción y análisis del complejo correspondiente al segundo eje se encuentra disponible en una libreta de Google Colab, accesible en el siguiente enlace: [Código Python](#). En ella se detallan las etapas de procesamiento de los datos y los cálculos efectuados para obtener las estructuras asociadas.

- **Distancia máxima entre los vectores:** 1.4142.
- **Promedio de las similitudes entre candidatos:** 0.5782.
- ϵ : 0.8176.

Complejo Vietoris-Rips.

$$\begin{aligned}
 P_2 = & \{ \{A\}, \{G\}, \{H\}, \{I\}, \{Le\}, \{Lo\}, \{M\}, \{S\}, \{Y\}, \{A, G\}, \{A, H\}, \{A, I\}, \{A, Lo\}, \{A, M\}, \\
 & \{A, S\}, \{G, H\}, \{G, I\}, \{G, Lo\}, \{G, M\}, \{G, S\}, \{H, I\}, \{H, Lo\}, \{H, M\}, \{H, S\}, \{I, Lo\}, \\
 & \{I, M\}, \{I, S\}, \{Lo, M\}, \{Lo, S\}, \{M, S\}, \{A, G, H\}, \{A, G, I\}, \{A, G, Lo\}, \{A, G, M\}, \\
 & \{A, G, S\}, \{A, H, I\}, \{A, H, Lo\}, \{A, H, M\}, \{A, H, S\}, \{A, I, Lo\}, \{A, I, M\}, \{A, I, S\}, \\
 & \{A, Lo, M\}, \{A, Lo, S\}, \{A, M, S\}, \{G, H, I\}, \{G, H, Lo\}, \{G, H, M\}, \{G, H, S\}, \{G, I, Lo\}, \\
 & \{G, I, M\}, \{G, I, S\}, \{G, Lo, M\}, \{G, Lo, S\}, \{G, M, S\}, \{H, I, Lo\}, \{H, I, M\}, \{H, I, S\}, \\
 & \{H, Lo, M\}, \{H, Lo, S\}, \{H, M, S\}, \{I, Lo, M\}, \{I, Lo, S\}, \{I, M, S\}, \{Lo, M, S\},
 \end{aligned}$$

$\{A, G, H, I\}, \{A, G, H, Lo\}, \{A, G, H, M\}, \{A, G, H, S\}, \{A, G, I, Lo\}, \{A, G, I, M\},$
 $\{A, G, I, S\}, \{A, G, Lo, M\}, \{A, G, Lo, S\}, \{A, G, M, S\}, \{A, H, I, Lo\}, \{A, H, I, M\},$
 $\{A, H, I, S\}, \{A, H, Lo, M\}, \{A, H, Lo, S\}, \{A, H, M, S\}, \{A, I, Lo, M\}, \{A, I, Lo, S\},$
 $\{A, I, M, S\}, \{A, Lo, M, S\}, \{G, H, I, Lo\}, \{G, H, I, M\}, \{G, H, I, S\}, \{G, H, Lo, M\},$
 $\{G, H, Lo, S\}, \{G, H, M, S\}, \{G, I, Lo, M\}, \{G, I, Lo, S\}, \{G, I, M, S\}, \{G, Lo, M, S\},$
 $\{H, I, Lo, M\}, \{H, I, Lo, S\}, \{H, I, M, S\}, \{H, Lo, M, S\}, \{I, Lo, M, S\}, \{A, G, H, I, Lo\},$
 $\{A, G, H, I, M\}, \{A, G, H, I, S\}, \{A, G, H, Lo, M\}, \{A, G, H, Lo, S\}, \{A, G, H, M, S\},$
 $\{A, G, I, Lo, M\}, \{A, G, I, Lo, S\}, \{A, G, I, M, S\}, \{A, G, Lo, M, S\}, \{A, H, I, Lo, M\},$
 $\{A, H, I, Lo, S\}, \{A, H, I, M, S\}, \{A, H, Lo, M, S\}, \{A, I, Lo, M, S\}, \{G, H, I, Lo, M\},$
 $\{G, H, I, Lo, S\}, \{G, H, I, M, S\}, \{G, H, Lo, M, S\}, \{G, I, Lo, M, S\}, \{H, I, Lo, M, S\},$
 $\{A, G, H, I, Lo, M\}, \{A, G, H, I, Lo, S\}, \{A, G, H, I, M, S\}, \{A, G, H, Lo, M, S\},$
 $\{A, G, I, Lo, M, S\}, \{A, H, I, Lo, M, S\}, \{G, H, I, Lo, M, S\}, \{A, G, H, I, Lo, M, S\}.$

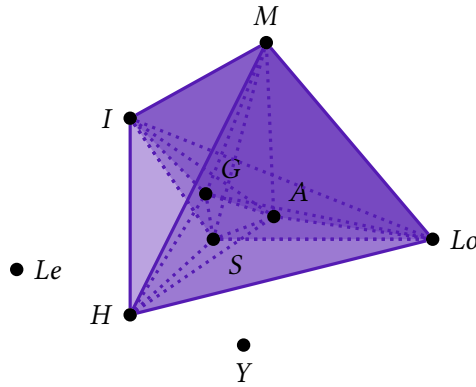


Figura 2.3. Realización geométrica del complejo Vietoris-Rips para el segundo eje.

De manera análoga, para este segundo eje cuya realización geométrica se muestra en la Figura 2.3, se presentan las realizaciones geométricas de los n -esqueletos $P_2^{(n)}$ para $n = 0, 1, 2, 3$, con el propósito de ilustrar la estructura interna del complejo y facilitar la identificación de sus distintos niveles de simplices, ver la Figura 2.4.

2.3.3. Viabilidad y estabilidad

El vector f de esta estructura política es $(9, 21, 35, 35, 21, 7, 1)$, entonces, la estabilidad está dada por

$$\text{stab}(P_2) = \frac{129 - (8 + 1)}{2^{8+1} - (8 + 2)} = 0.23904382470119523.$$

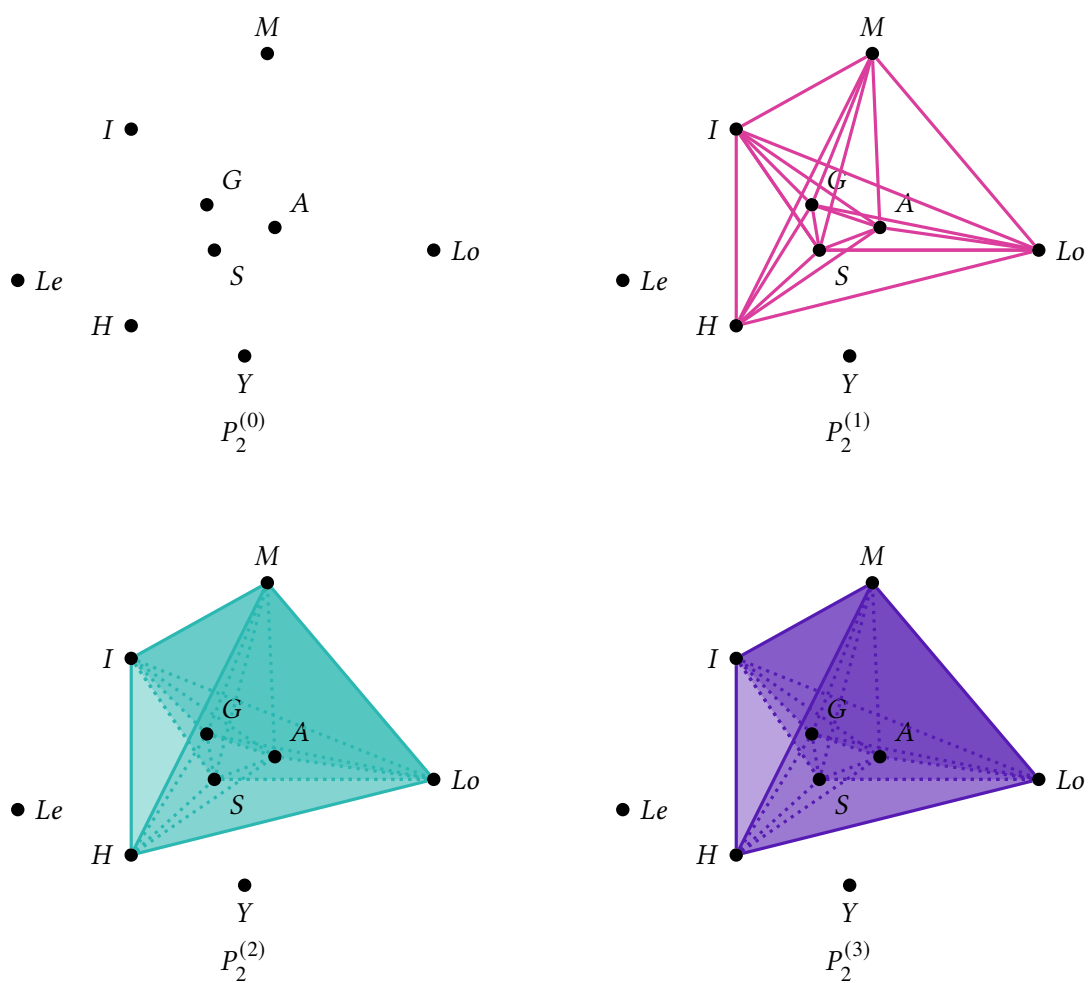


Figura 2.4. Realización geométrica de los n -esqueletos, con $n = 1, 2, 3, 4$, para el segundo eje.

Ahora bien, el valor del defecto es igual a $\text{def}(P_2) = k - \dim(P_2) = 8 - 6 = 2$.

Mostramos a continuación la viabilidad de cada candidato. Parte de la información requerida para calcularla, como la estrella de cada candidato, es proporcionada al ejecutar el código en Python.

- Arístides. Dado que la $\text{card}(\text{st}(A)) = 64$ se tiene que

$$\text{via}(A) = \frac{64 - 1}{2^8 - 1} = 0.24705882352941178.$$

- Giovanni. Dado que la $\text{card}(\text{st}(G)) = 64$ se tiene que

$$\text{via}(G) = \frac{64 - 1}{2^8 - 1} = 0.24705882352941178.$$

- Hugo. Dado que la $\text{card}(\text{st}(H)) = 64$ se tiene que

$$\text{via}(H) = \frac{64 - 1}{2^8 - 1} = 0.24705882352941178.$$

- Irving. Dado que la $\text{card}(\text{st}(I)) = 64$ se tiene que

$$\text{via}(I) = \frac{64 - 1}{2^8 - 1} = 0.24705882352941178.$$

- Lenia. Dado que la $\text{card}(\text{st}(Le)) = 1$ se tiene que

$$\text{via}(Le) = \frac{1 - 1}{2^8 - 1} = 0.$$

- Loretta. Dado que la $\text{card}(\text{st}(Lo)) = 64$ se tiene que

$$\text{via}(Lo) = \frac{64 - 1}{2^8 - 1} = 0.24705882352941178.$$

- María. Dado que la $\text{card}(\text{st}(M)) = 64$ se tiene que

$$\text{via}(M) = \frac{64 - 1}{2^8 - 1} = 0.24705882352941178.$$

- Sara. Dado que la $\text{card}(\text{st}(S)) = 64$ se tiene que

$$\text{via}(S) = \frac{64 - 1}{2^8 - 1} = 0.24705882352941178.$$

- Yasmín. Dado que la $\text{card}(\text{st}(Y)) = 1$ se tiene que

$$\text{via}(Y) = \frac{1 - 1}{2^8 - 1} = 0.$$

42 Estructuras políticas a estudiar

Este eje tiene la estabilidad más alta de las tres estructuras, con 0.2390, indicando una mayor disposición de formar coaliciones. Casi todos los candidatos, excepto Lenia y Yasmín, tienen el mismo valor máximo de 0.247 de viabilidad, es decir, tienen un alto potencial de formar varias coaliciones. Puesto que 7 candidatos tienen una cardinalidad de su estrella de 64 elementos, significa que prácticamente participan en todas las configuraciones viables posibles, Lenia y Yasmín quedan completamente aisladas de este eje. Con 129 configuraciones viables, la dimensión de la estructura política es de 6, siendo esta la más alta.

En este eje casi todos los candidatos son igualmente viables y participan en muchas coaliciones. La excepción drástica son Lenia y Yasmín, marcando un contraste muy fuerte. Dado que $\text{def}(P_2) = 2$ es el valor de la medida de la desviación de P_2 de ser un sistema funcional, siendo este relativamente bajo, se puede decir que P_2 está muy cerca de la cooperación total: las relaciones entre agentes casi alcanzan el grado máximo de integración que tendría el sistema ideal.

2.4. Análisis de los fundamentos en las decisiones judiciales

2.4.1. Construcción de los vectores asociados

Por último, para los extractos de los discursos de los candidatos correspondientes a la tercera pregunta, y dado que corresponde al mismo tipo que la segunda, su análisis consiste en clasificarlos en dos categorías, que corresponden a los subejos identificados: justicia y derecho. De igual forma, se incluye la justificación del porqué se le asigna esta categoría y se muestra en una tabla este resultado, así como la evaluación de su postura en base a la rúbrica mencionada en la Sección 2.1.

Arístides Rodrigo Guerrero García. “Existe un poder transformador del derecho y existe un poder transformador de la Constitución. De hecho, a partir de la justicia es que se puede ir moldeando el derecho. Encontramos incluso muchos ejemplos de normas que se encuentran ya establecidas pero que no han logrado materializarse. Por ejemplo, ¿sabían todas y todos ustedes que en el artículo 330-E de la Ley Federal del Trabajo existe el derecho a la desconexión digital? Este derecho es el que tiene un trabajador a no contestar un WhatsApp o un correo electrónico fuera de su horario laboral. Sin embargo, a pesar de existir en la norma, este derecho hoy en día no se hace valer. Desde mi punto de vista, a golpe de sentencias resulta muy necesario ir desarrollando los propios derechos que ya existen en la norma, y esa, precisamente, es la labor de un tribunal. Esa es la labor de un juzgador. Como ministro de la Suprema Corte de Justicia de la Nación, voy a trabajar mucho en la implementación de derechos en el entorno digital,” [N \(2025b\)](#).

Categoría. Ambos, con mayor inclinación hacia la justicia.

Justificación. Se menciona que existe un poder transformador de la justicia sobre el derecho, y que a partir de la justicia se pueden materializar los derechos previstos en la norma. Da ejemplos concretos (derecho a la desconexión digital) de cómo la justicia impulsa la aplicación efectiva de lo que ya está en la ley. El derecho aparece, pero solo como marco que necesita ser desarrollado por la justicia.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	1

Cuadro 2.19. Tabla que sintetiza la postura del primer candidato respecto a la tercera pregunta.

Giovanni Azael Figueroa Mejía. “En una decisión judicial tiene que haber una armonía en lo que dice el derecho para velar por la justicia, y el intérprete supremo de la Constitución mexicana siempre tiene a su alcance diferentes herramientas, diferentes métodos para interpretar el ordenamiento jurídico. Y si, cuando tenemos que resolver, nos encontramos con una ley, con un artículo que sea injusto, utilizando diferentes criterios, podemos, por ejemplo, ampliar el contenido de los derechos humanos, sobre todo ante leyes que no respetan el principio de igualdad y no discriminación. Por lo tanto, estoy convencido de que la labor de un tribunal constitucional como el mexicano tiene que armonizar, en cada caso, ese binomio justicia-derecho,” [N \(2025c\)](#).

Categoría. Ambos.

Justificación. Lo que se dice es que debe existir armonía entre derecho y justicia, usando criterios de interpretación para corregir leyes que sean injustas. Ejemplos: ampliar el contenido de los derechos humanos, especialmente ante leyes que no respetan igualdad y no discriminación. Concluye que la labor del tribunal constitucional es armonizar justicia y derecho en cada caso.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	2

Cuadro 2.20. Tabla que sintetiza la postura del segundo candidato respecto a la tercera pregunta.

Hugo Aguilar Ortiz. “Lo ideal es que derecho y justicia prevalezcan. Si nosotros atendemos a los principios constitucionales que nos obligan a conocer la realidad e incorporarla a los expedientes, creo que ahora tenemos una base para que esto coincida. Normalmente, para el caso de los pueblos, como no estábamos en los contenidos de la Constitución ni de las leyes secundarias, ahí sí había un divorcio absoluto, porque el juzgador, por más que quisiera, no podía aplicar normas o principios que no estaban contenidos en la Constitución. Con el artículo II constitucional reformado y publicado el 30 de septiembre del año pasado, esta situación se supera, y ahora tenemos principios constitucionales que se acercan a la justicia, que atienden a una realidad de este sector importante de la población, y podemos construir resoluciones que, al mismo tiempo que cumplan la norma –o cumpliendo la norma–, alcancen la justicia,” [N \(2025d\)](#).

Categoría. Ambos.

Justificación. Lo que se dice es que derecho y justicia deben prevalecer juntos. Menciona que antes había un divorcio absoluto entre la norma y la justicia para ciertos pueblos, pero

44 Estructuras políticas a estudiar

con la reforma constitucional ahora se pueden construir resoluciones que cumplan la norma y alcancen la justicia.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	2

Cuadro 2.21. Tabla que sintetiza la postura del tercer candidato respecto a la tercera pregunta.

Irving Espinosa Betanzo. “Sin lugar a dudas, las decisiones judiciales deben estar sustentadas en el derecho positivo vigente; no obstante, hay que reconocer que, en ocasiones, las normas jurídicas —este derecho positivo vigente— no siempre es coincidente con el anhelo de justicia. Bajo esa consideración, hay que considerar que la justicia es el principal fin de todo derecho y de todo sistema jurídico. Es por eso necesario e imprescindible que haya un conocimiento profundo no sólo de las normas de carácter jurídico, de las normas de carácter vigente, sino también, precisamente, del sentido social y del sentido de justicia que deben tener estas normas. No se puede entender la justicia sin el derecho, pero, sobre todo, el derecho debe tender a ser justo, porque un derecho que no es justo resulta ser necesaria e indispensablemente injusto,” [N \(2025e\)](#).

Categoría. Ambos.

Justificación. Esta respuesta sostiene que las decisiones deben basarse en el derecho positivo vigente, pero reconoce que el derecho debe buscar la justicia, que es su fin último.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	2

Cuadro 2.22. Tabla que sintetiza la postura del cuarto candidato respecto a la tercera pregunta.

Lenia Batres Guadarrama. “Yo creo que no hay una sola respuesta. ¿Qué debe prevalecer: si la justicia o el derecho? Porque hay diferentes circunstancias que tenemos que analizar las personas juzgadoras. Por supuesto que, en principio, el derecho debe prevalecer en tanto que es la ley obligatoria y la que nos rige, porque si los jueces decidiéramos lo que fuera con base en cualquier tipo de criterio al que denominemos justicia —que en la práctica es así, porque cada juez tiene un conjunto de valoraciones que puede denominar justicia o que puede justificar como tal—, entonces yo creo que estamos obligados a respetar la ley. Y en los espacios de interpretación debe prevalecer la justicia, pero un concepto de justicia que se encuentre totalmente dentro del propio ámbito constitucional —en el caso mexicano, que diría que es la justicia social—,” [N \(2025f\)](#).

Categoría. Ambos.

Justificación. Se dice que el derecho debe prevalecer en principio, porque es la ley obligatoria que rige a los jueces. Pero en los espacios de interpretación debe prevalecer la justicia,

entendida dentro del marco constitucional como justicia social. Aquí se reconoce la importancia de ambos, aunque el derecho aparece primero como obligación y la justicia como criterio en la interpretación.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	2

Cuadro 2.23. Tabla que sintetiza la postura del quinto candidato respecto a la tercera pregunta.

Loretta Ortiz Ahlf. “Debe prevalecer siempre la justicia; la aplicación de la ley a secas puede ocasionar decisiones, resoluciones o sentencias injustas. Se ha dicho –y con certeza– que la aplicación de la justicia es lo que nos da la resolución equitativa y, aunque sea reiterativo, justa para cada caso concreto. La ley parte de planteamientos generales que hay que ajustarlos a la realidad, al caso concreto, y contextualizarlas, porque si no, el juez o el ministro podría cometer injusticias sumamente graves en contra de las personas. Por eso, todos tenemos que basarnos –los jueces, magistrados y ministros– en hacer una aplicación justa del derecho,” [N \(2025g\)](#).

Categoría. Ambos con énfasis en justicia.

Justificación. Se dice que debe prevalecer siempre la justicia, porque aplicar la ley a secas puede generar resoluciones injustas. Señala que la ley es general y hay que ajustarla al caso concreto y a la realidad para lograr decisiones justas. El énfasis está claramente en la justicia, mientras que el derecho se menciona solo como marco general.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	1

Cuadro 2.24. Tabla que sintetiza la postura del sexto candidato respecto a la tercera pregunta.

María Estela Ríos González. “En la medida en que el derecho fija las conductas que debemos realizar y nos señala las reglas que debemos cumplir de acuerdo con la función social que estemos desempeñando, es importante que se aplique el derecho. Pero ahí sí, ciertamente yo estaría a favor del cuarto mandamiento del abogado Eduardo J. Couture, que dice: “Lucha por el derecho, pero si un día encuentras en conflicto el derecho con la justicia, lucha por la justicia”¹. Ese es mi pensar, y en ese sentido así actuaré: derecho y justicia,” [N \(2025h\)](#).

Categoría. Ambos con mayor crédito hacia la justicia.

¹[Antonini y González \(2024\)](#) aclaran que este mandamiento no plantea una oposición radical entre derecho y justicia: el derecho es el medio y la justicia el fin. Por eso, luchar por el derecho es preservar las normas, pero si ellas resultan injustas, el abogado debe conciliarlas con los valores éticos y, en última instancia, optar por la justicia.

46 Estructuras políticas a estudiar

Justificación. Reconoce que el derecho fija las conductas y reglas, por lo que es importante aplicarlo. Pero enfatiza que, si hay conflicto entre derecho y justicia, se debe luchar por la justicia, citando a Eduardo J. Couture. Aquí la justicia es claramente la prioridad en caso de conflicto, aunque el derecho aparece como marco general.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	1

Cuadro 2.25. Tabla que sintetiza la postura del séptimo candidato respecto a la tercera pregunta.

Sara Irene Herrerías Guerra. “La justicia es dar a cada quien lo que le corresponde. Para ello tienes que aplicar el derecho. Sin embargo, al momento de aplicar el derecho, tienes que tomar en cuenta, valorar y ponderar todos los elementos de prueba, los datos de prueba y, en las otras materias que no son materia penal, en general las pruebas que existen, para llegar a una resolución justa, dándole a cada quien lo que le corresponda. Por eso no se contraponen la justicia y el derecho, porque finalmente el derecho es una parte, y el ponderar las pruebas con criterios de argumentación jurídica –y que no se malentienda la autonomía judicial de dictar sentencias conforme a criterios propios– tienen que ser basadas en la ley, pero también basadas en el contexto social de las personas que acceden a la justicia,” [N \(2025i\)](#).

Categoría. Ambos, con énfasis en la justicia.

Justificación. Aquí se menciona que ambos conceptos son importantes, pero el protagonismo recae en la justicia aplicada con contexto social.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	1

Cuadro 2.26. Tabla que sintetiza la postura del octavo candidato respecto a la tercera pregunta.

Yasmín Esquivel Mossa. “Pero la justicia y el derecho no son conceptos que estén divorciados; al contrario, se complementan. Cuando uno tiene en sus manos el expediente, lo primero que tiene que hacer es estudiar y resolver de acuerdo con lo que marca la Constitución, con lo que señalan las leyes, a emitir una resolución correcta, una resolución justa, una resolución que sea apegada a derecho, en donde las partes analicen y determinen que efectivamente el juzgador estudió su expediente y resolvió en consecuencia. Cuando una resolución es apegada a la ley y a la Constitución, es una resolución justa, una resolución correcta, en la que es importante que prevalezca siempre la razón a quien la tiene. De eso se trata la impartición de justicia: un reto muy importante, la justicia que debemos transformar,” [N \(2025j\)](#).

Categoría. Ambos.

Justificación. Aquí ambos conceptos se presentan como complementarios y equivalentes, sin priorizar uno sobre otro.

Subeje	Justicia	Derecho
Postura	1	1
Puntuación	2	2

Cuadro 2.27. Tabla que sintetiza la postura del noveno candidato respecto a la tercera pregunta.

2.4.2. Complejo Vietoris–Rips y su realización geométrica

Finalmente, el código correspondiente al tercer eje se encuentra disponible en una libreta de Google Colab, accesible en el siguiente enlace: [Código Python](#). En ella se muestran los cálculos realizados, así como las visualizaciones derivadas del análisis de los datos asociados a este eje.

- Distancia máxima entre los vectores: 1
- Promedio de las similitudes entre candidatos: 0.1667
- ϵ : 0.1667

Complejo Vietoris-Rips.

$$\begin{aligned}
 P_3 = \{ & \{A\}, \{G\}, \{H\}, \{I\}, \{Le\}, \{Lo\}, \{M\}, \{S\}, \{Y\}, \{A, Lo\}, \{A, M\}, \{A, S\}, \{G, H\} \\
 & \{G, I\}, \{G, Le\}, \{G, Y\}, \{H, I\}, \{H, Le\}, \{H, Y\}, \{I, Le\}, \{I, Y\}, \{Le, Y\}, \{Lo, M\}, \\
 & \{Lo, S\}, \{M, S\}, \{A, Lo, M\}, \{A, Lo, S\}, \{A, M, S\}, \{G, H, I\}, \{G, H, Le\}, \{G, H, Y\}, \\
 & \{G, I, Le\}, \{G, I, Y\}, \{G, Le, Y\}, \{H, I, Le\}, \{H, I, Y\}, \{H, Le, Y\}, \{I, Le, Y\}, \{Lo, M, S\} \\
 & \{A, Lo, M, S\}, \{G, H, I, Le\}, \{G, H, I, Y\}, \{G, H, Le, Y\}, \{G, I, Le, Y\}, \{H, I, Le, Y\} \\
 & \{G, H, I, Le, Y\} \}.
 \end{aligned}$$

Para este tercer eje, cuya realización geométrica se muestra en la Figura 2.5, se muestran igualmente las realizaciones geométricas de los n -esqueletos $P_3^{(n)}$ para $n = 0, 1, 2, 3$, con el objetivo de facilitar la identificación visual de las caras que conforman al complejo simplicial, ver Figura 2.6.

2.4.3. Viabilidad y estabilidad

El vector f de esta estructura política es $(9, 16, 14, 6, 1)$, entonces, la estabilidad está dada por

$$\text{stab}(P_3) = \frac{46 - (8 + 1)}{2^{8+1} - (8 + 2)} = 0.07370517928286853.$$

Al igual que en el primer eje, el valor del defecto para este tercer eje es $\text{def}(P_3) = k - \dim(P_3) = 8 - 4 = 4$.

Mostramos ahora la viabilidad de cada candidato:

48 Estructuras políticas a estudiar

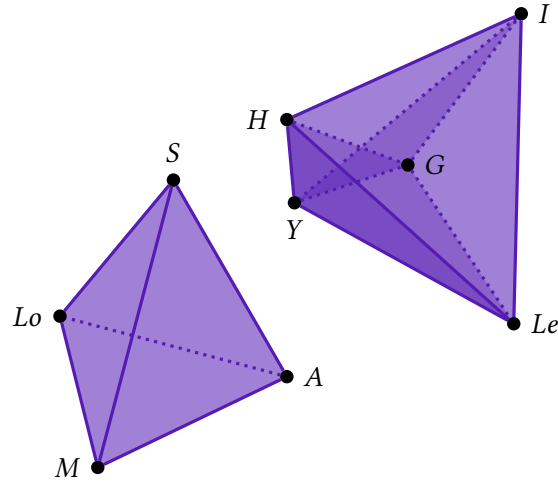


Figura 2.5. Realización geométrica del complejo Vietoris–Rips para el tercer eje.

■ Arístides.

$$\text{st}(A) = \{ \{A\}, \{A, Lo\}, \{A, M\}, \{A, S\}, \{A, Lo, M\}, \{A, Lo, S\}, \{A, M, S\}, \{A, Lo, M, S\} \}.$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(A)) = 8$ se tiene que

$$\text{via}(A) = \frac{8 - 1}{2^8 - 1} = 0.027450980392156862.$$

■ Giovanni.

$$\begin{aligned} \text{st}(G) = \{ & \{G\}, \{G, H\}, \{G, I\}, \{G, Le\}, \{G, Y\}, \{G, H, I\}, \{G, H, Le\}, \{G, H, Y\}, \\ & \{G, I, Le\}, \{G, I, Y\}, \{G, Le, Y\}, \{G, H, I, Le\}, \{G, H, I, Y\}, \\ & \{G, H, Le, Y\}, \{G, I, Le, Y\}, \{G, H, I, Le, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(G)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(G) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

■ Hugo.

$$\begin{aligned} \text{st}(H) = \{ & \{H\}, \{G, H\}, \{H, I\}, \{H, Le\}, \{H, Y\}, \{G, H, I\}, \{G, H, Le\}, \{G, H, Y\}, \\ & \{H, I, Le\}, \{H, I, Y\}, \{H, Le, Y\}, \{G, H, I, Le\}, \{G, H, I, Y\}, \\ & \{G, H, Le, Y\}, \{H, I, Le, Y\}, \{G, H, I, Le, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(H)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(H) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

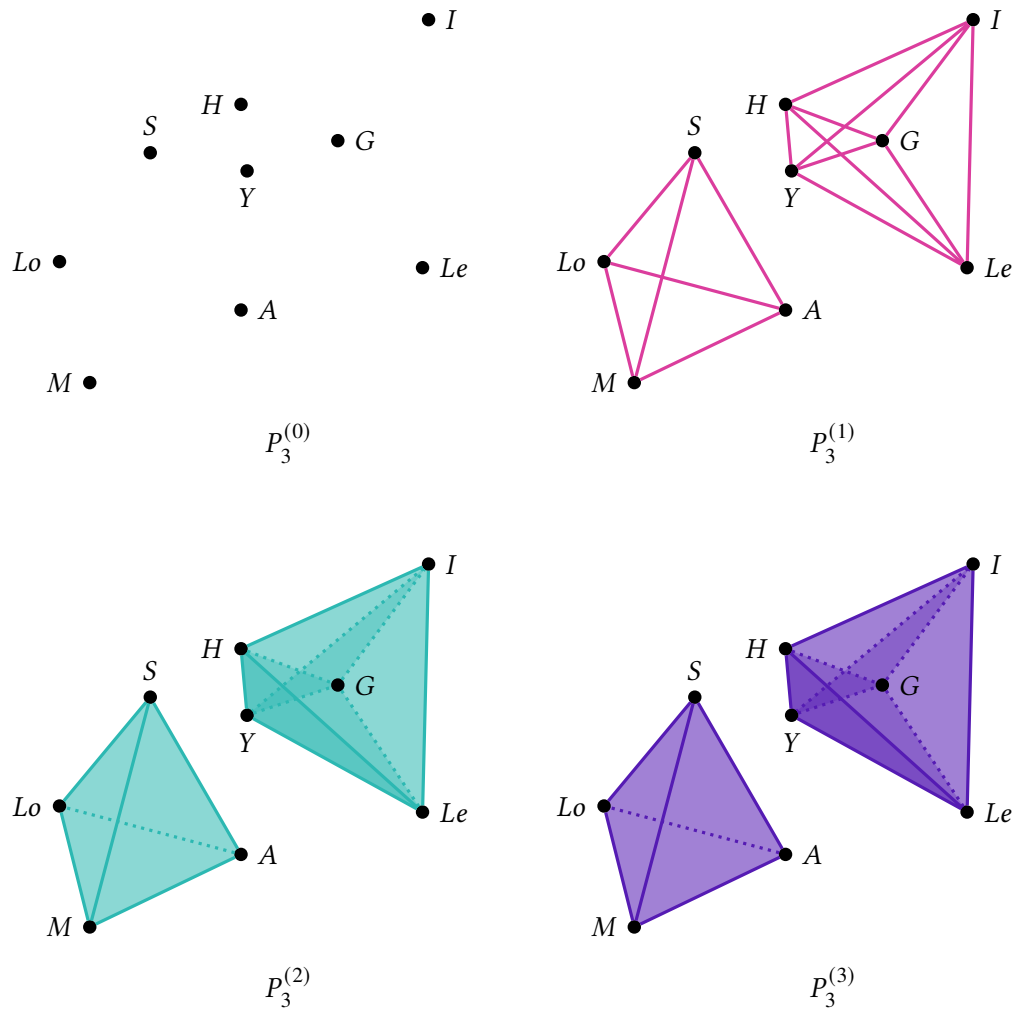


Figura 2.6. Realización geométrica de los n -esqueletos, con $n = 1, 2, 3, 4$, para el tercer eje.

50 Estructuras políticas a estudiar

■ Irving.

$$\begin{aligned} \text{st}(I) = \{ \{I\}, \{G, I\}, \{H, I\}, \{I, Le\}, \{I, Y\}, \{G, H, I\}, \{G, I, Le\}, \{G, I, Y\}, \\ \{H, I, Le\}, \{H, I, Y\}, \{I, Le, Y\}, \{G, H, I, Le\}, \{G, H, I, Y\}, \\ \{G, I, Le, Y\}, \{H, I, Le, Y\}, \{G, H, I, Le, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(I)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(I) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

■ Lenia.

$$\begin{aligned} \text{st}(Le) = \{ \{Le\}, \{G, Le\}, \{H, Le\}, \{I, Le\}, \{Le, Y\}, \{G, H, Le\}, \{G, I, Le\}, \{G, Le, Y\}, \\ \{H, I, Le\}, \{H, Le, Y\}, \{I, Le, Y\}, \{G, H, I, Le\}, \{G, H, Le, Y\}, \{G, I, Le, Y\}, \\ \{H, I, Le, Y\}, \{G, H, I, Le, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(Le)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(Le) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

■ Loretta.

$$\text{st}(Lo) = \{ \{Lo\}, \{A, Lo\}, \{Lo, M\}, \{Lo, S\}, \{A, Lo, M\}, \{A, Lo, S\}, \{Lo, M, S\}, \{A, Lo, M, S\} \}.$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(Lo)) = 8$ se tiene que

$$\text{via}(Lo) = \frac{8 - 1}{2^8 - 1} = 0.027450980392156862.$$

■ María.

$$\text{st}(M) = \{ \{M\}, \{A, M\}, \{Lo, M\}, \{M, S\}, \{A, Lo, M\}, \{A, M, S\}, \{Lo, M, S\}, \{A, Lo, M, S\} \}.$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(M)) = 8$ se tiene que

$$\text{via}(M) = \frac{8 - 1}{2^8 - 1} = 0.027450980392156862.$$

■ Sara.

$$\text{st}(S) = \{ \{S\}, \{A, S\}, \{Lo, S\}, \{M, S\}, \{A, Lo, S\}, \{A, M, S\}, \{Lo, M, S\}, \{A, Lo, M, S\} \}.$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(S)) = 8$ se tiene que

$$\text{via}(S) = \frac{8 - 1}{2^8 - 1} = 0.027450980392156862.$$

■ Yasmín.

$$\begin{aligned} \text{st}(Y) = \{ \{Y\}, \{G, Y\}, \{H, Y\}, \{I, Y\}, \{Le, Y\}, \{G, H, Y\}, \{G, I, Y\}, \\ \{G, Le, Y\}, \{H, I, Y\}, \{H, Le, Y\}, \{I, Le, Y\}, \{G, H, I, Y\}, \\ \{G, H, Le, Y\}, \{G, I, Le, Y\}, \{H, I, Le, Y\}, \{G, H, I, Le, Y\} \}. \end{aligned}$$

Dado que la $\text{card}(\text{st}(Y)) = 16$ se tiene que

$$\text{via}(Y) = \frac{16 - 1}{2^8 - 1} = 0.058823529411764705.$$

Este eje presenta la más baja estabilidad de las tres estructuras, con 0.0737, mostrando una red de compatibilidades muy débil. Aunque $\text{def}(P_1) = \text{def}(P_3) = 4$ muestre que P_1 y P_3 están igual de lejos del ideal en términos de estructura, P_3 es más frágil, es decir, las relaciones que forman su estructura de dimensión 4 son menos sólidas o más inestables. Todos los candidatos tienen valores muy bajos, entre 0.02 y 0.059, sin destacar ninguno de forma clara. Fijándonos en las cardinalidades de las estrellas de cada candidato, Giovanni, Hugo, Irving, Lenia y Yasmín tienen el doble de coaliciones que Arístides, Loretta, María y Sara, y aún así, incluso el valor máximo es bajo si lo comparamos con los otros dos ejes.

Se presenta en este eje la estructura más fragmentada y débil. Aunque formalmente puede haber coaliciones de hasta 5 integrantes, pues la dimensión de la estructura política es de 4, el número total de configuraciones, que es de 46, sugiere que hay menos compatibilidad entre agentes. Aunado a esto, la realización geométrica de esta estructura política está conformada de dos partes sin ninguna configuración viable que las una, haciendo más visible esta ausencia de establecer coaliciones.

2.5. Cuadros comparativos de resultados

Con el propósito de complementar el análisis cualitativo presentado en la sección anterior, se incorpora esta sección con cuadros que resumen y contrastan los resultados obtenidos. Su propósito es ofrecer una visión más estructurada y sistemática de los hallazgos, complementando así las conclusiones cualitativas previamente discutidas.

El Cuadro 2.28 presenta una comparación entre la cardinalidad de las estrellas de cada candidato en los tres ejes y su correspondiente viabilidad. La cardinalidad de la estrella es el número de compatibilidades de cada candidato, mientras que la viabilidad representa este mismo valor pero normalizado entre 0 y 1. Esta normalización permite interpretar la viabilidad como una medida del potencial del candidato para mantener coaliciones incluso si algunos candidatos se volvieran incompatibles. Así, el cuadro ofrece una lectura comparativa de qué candidatos son más viables que otros dentro de cada eje.

El Cuadro 2.29 presenta una comparación de la dimensión, el defecto y la estabilidad de los complejos construidos para cada eje. Recordemos que, el defecto mide la distancia estructural del sistema con respecto a la situación ideal, esto es, cuántos niveles de consenso le faltan, y la estabilidad, en cambio, mide la robustez de esas relaciones, es decir, qué tan probable es que el sistema mantenga su configuración ante perturbaciones, conflictos o cambios de coaliciones. De este modo, el cuadro permite distinguir qué ejes presentan estructuras más completas y estables, y en cuáles predominan las incompatibilidades que reducen su cohesión.

52 Estructuras políticas a estudiar

Candidatos	Primer Eje		Segundo Eje		Tercer Eje	
	card(st)	via	card(st)	via	card(st)	via
Arístides	16	0.058	64	0.247	8	0.027
Giovanni	32	0.121	64	0.247	16	0.058
Hugo	28	0.105	64	0.247	16	0.058
Irving	10	0.035	64	0.247	16	0.058
Lenia	4	0.011	1	0	16	0.058
Loretta	16	0.058	64	0.247	8	0.027
María	20	0.074	64	0.247	8	0.027
Sara	34	0.129	64	0.247	8	0.027
Yasmín	16	0.058	1	0	16	0.058

Cuadro 2.28. Comparación de la cardinalidad de las estrellas y la viabilidad entre candidatos en los 3 ejes.

Eje	Número total de configuraciones	dim	def	stab
Perfil y legitimidad del candidato	67	4	4	0.115
Criterios que guíen las decisiones judiciales	129	6	2	0.239
Fundamentos en las decisiones judiciales	46	4	4	0.073

Cuadro 2.29. Comparación de la dimensión, el defecto y la estabilidad entre los 3 ejes.

Conclusiones

El análisis comparativo de las tres estructuras políticas construidas a partir de los nueve candidatos, en función de los tres ejes definidos, permite observar diferencias relevantes en términos de viabilidad individual y estabilidad global.

En el primer eje, referido al perfil y legitimidad de los candidatos, la estructura muestra un grado de estabilidad intermedio. Existen diferencias marcadas entre agentes: algunos destacan por su alta viabilidad y amplia participación en coaliciones, mientras que otros permanecen prácticamente excluidos. Este comportamiento refleja un espacio de compatibilidades desigual, en el que la capacidad de formar alianzas depende en gran medida de ciertos perfiles individuales.

En el segundo eje, que corresponde a los criterios que guían las decisiones judiciales, la estructura alcanza la mayor estabilidad y el mayor número de configuraciones viables. La mayoría de los candidatos presentan niveles de viabilidad muy altos y homogéneos, lo que evidencia una disposición general a formar coaliciones. No obstante, dos agentes permanecen completamente aislados, esto contrasta de forma muy marcada con la tendencia a formar coaliciones.

Por último, en el tercer eje, vinculado con los fundamentos de las decisiones judiciales, se observa la estabilidad más baja y el menor número de configuraciones viables. Todos los candidatos presentan valores reducidos y relativamente cercanos de viabilidad, lo cual sugiere una estructura frágil, con escasas posibilidades de conformar coaliciones amplias.

Estas variaciones permiten concluir que la formación de coaliciones políticas está condicionada por el tipo de eje considerado: algunos generan mayor apertura y convergencia entre los actores, mientras que otros producen dinámicas restrictivas y poco estables.

Es importante señalar que los resultados obtenidos corresponden a un análisis previo a la actuación conjunta de las ministras y ministros en el pleno de la Suprema Corte de Justicia de la Nación. Una vez que comiencen a operar de manera colectiva, las dinámicas políticas pueden modificarse y, en consecuencia, alterar las estructuras de compatibilidad aquí estudiadas. Este aspecto abre una línea de trabajo futuro orientada a comparar los resultados teóricos obtenidos en esta tesis con la práctica real de las decisiones judiciales en el pleno.

Aunque en este trabajo no se aplicaron directamente operaciones sobre complejos simpliciales, como el join, la cuña, los colapsos fuertes o la eliminación de vértices, su estudio constituye una vía interesante para trabajos futuros. En particular, podrían emplearse para analizar cómo se modifican la estabilidad y la viabilidad de las estructuras políticas cuando se generan nuevas configuraciones a partir de dichas operaciones.

54 Estructuras políticas a estudiar

Bibliografía

- Antonini, A. y González, T. (2024). La lucha y el derecho, finalidad de justicia. *Revista De Derecho UCLAEH*, 1(1):353–357. Recuperado de: <https://ojs.claeh.edu.uy/publicaciones/index.php/rderecho/article/view/702>.
- Barmak, J. A. (2011). *Algebraic topology of finite topological spaces and applications*. Springer, Berlin.
- Barmak, J. A. (2014). *Poliedros: una introducción a la geometría y el álgebra de los complejos simpliciales*. Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Argentina. Fascículo 9, Serie B.
- Barmak, J. A. y Minian, E. G. (2012). Strong homotopy types, nerves and collapses. *Discrete & Computational Geometry*, 47(2):301–328. <https://doi.org/10.1007/s00454-011-9357-5>.
- Chazal, F. y Michel, B. (2021). An introduction to topological data analysis: Fundamental and practical aspects for data scientists. *Frontiers in Artificial Intelligence*, 4. <https://doi.org/10.3389/frai.2021.667963>.
- Ferrario, D. L. y Piccinini, R. A. (1972). *Simplicial structures in topology*. Springer, New York.
- Leguizamó-Guzmán, A. V. y Bermúdez-Bohórquez, N. D. (2024). Explorando la política: una visión con complejos simpliciales. Tesis de grado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/11349/92849>.
- McCleary, J. (2006). *A first course in topology: continuity and dimension*. American Mathematical Society, Providence.
- Mock, A. y Volić, I. (2021). Political structures and the topology of simplicial complexes. *Mathematical Social Sciences*, 114(2021):39–57. <https://doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2021.09.004>.
- N, R. (2025a). Conoce a quienes se perfilan como nuevos ministros y ministras de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/candidatos-eleccion-judicial-2025/>.
- N, R. (2025b). Él es Arístides Rodrigo Guerrero García, quien se perfila como ministro de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/aristides-rodrigo-guerrero-garcia/>.
- N, R. (2025c). Él es Giovanni Azael Figueroa Mejía, quien se perfila como ministro de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/giovanni-azael-figueroa-mejia/>.

- N, R. (2025d). Él es Hugo Aguilar Ortiz, quien se perfila como ministro de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/hugo-aguilar-ortiz/>.
- N, R. (2025e). Él es Irving Espinosa Betanzo, quien se perfila como ministro de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/irving-espinosa-betanzo/>.
- N, R. (2025f). Ella es Lenia Batres Guadarrama, quien se perfila como ministra de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/lenia-batres-guadarrama/>.
- N, R. (2025g). Ella es Loretta Ortiz Ahlf, quien se perfila como ministra de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/loretta-ortiz-ahlf/>.
- N, R. (2025h). Ella es María Estela Ríos González, quien se perfila como ministra de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/maria-estela-rios-gonzalez/>.
- N, R. (2025i). Ella es Sara Irene Herrerras Guerra, quien se perfila como ministra de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/sara-irene-herrerias-guerra/>.
- N, R. (2025j). Ella es Yasmín Esquivel Mossa, quien se perfila como ministra de la SCJN. N+. Recuperado de: <https://www.nmas.com.mx/nacional/politica/yasmin-esquivel-mossa/>.
- Žižka, J., Dařena, F., y Svoboda, A. (2020). *Text Mining with Machine Learning: Principles and Techniques*. CRC Press, Boca Raton.