



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO  
INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA  
**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**

## **TESIS**

### **MAPEO DE TERRENOS UTILIZANDO UN UAV Y UN SENSOR LÁSER PARA DETECCIÓN DE DESNIVELES EN ZONAS AGRÍCOLAS**

Para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias en Automatización y Control

PRESENTA:

Lizet Carmona Rosas

Director:

Dr. Eduardo Cornejo Velázquez

Codirector:

Dr. Orlando García Pérez

Pachuca de Soto, Hgo., México. 19 de septiembre de 2025





Lizet Carmona Rosas

**MAPEO DE TERRENOS  
UTILIZANDO UN UAV Y  
UN SENSOR LÁSER PARA  
DETECCIÓN DE  
DESNIVELES EN ZONAS  
AGRÍCOLAS**



Mineral de la Reforma Hidalgo, a 17 de septiembre de 2025

**Número de control:** ICBI-AACyE/1907/2025  
**Asunto:** Autorización de impresión de tesis

**MTRA. OJUKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO**  
**DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH**

El Comité Tutorial del nombre del producto que indique el documento curricular del programa educativo de posgrado titulado **“MAPEO DE TERRENOS UTILIZANDO UN UAV Y UN SENSOR LÁSER PARA DETECCIÓN DE DESNIVELES EN ZONAS AGRÍCOLAS”**, realizado por el sustentante **Lizet Carmona Rosas** con número de cuenta 356916, perteneciente al programa de la Maestría en Ciencias en Automatización y Control, una vez que se ha revisado, analizado y evaluado el documento recepcional de acuerdo a lo estipulado en el artículo 110 del Reglamento de Estudios de Posgrado, tiene a bien extender la presente.

**AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN**

Por lo que el sustentante deberá cumplir con los requisitos del Reglamento de Estudios de Posgrado y con lo establecido en el proceso de grado vigente.

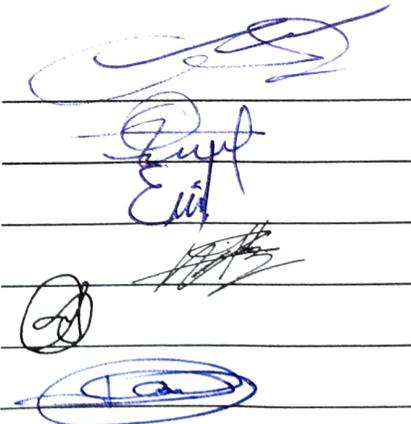
  
**Dr. Eduardo Cornejo Velázquez**  
**Director de Tesis**

Atentamente  
 “Amor, Orden y Progreso”

  
**Dr. Orlando García Pérez**  
**Codirector de Tesis**

**Comité Tutorial**

- |                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez    | Presidente |
| Dr. Hugo Romero Trejo             | Secretario |
| Dr. Eduardo Cornejo Velázquez     | Vocal 1    |
| Dr. Iván González Hernández       | Vocal 2    |
| Dr. Orlando García Pérez          | Vocal 3    |
| Dr. Félix Agustín Castro Espinoza | Suplente   |



Ciudad del Conocimiento, Carretera Pachuca-Tulancingo Km. 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184  
 Teléfono: 52 (771) 71 720 00 Ext. 40052, 40053  
 aacye\_icbi@uaeh.edu.mx, jesus\_ordaz@uaeh.edu.mx

*Este trabajo, fruto de dos años de esfuerzo y perseverancia,  
está dedicado con profundo amor y gratitud a mis padres;  
a mis hermanos, por su cariño sincero y aliento inagotable;  
y a mi novio, por su paciencia y apoyo constante.*

*A todos ellos, gracias por brindarme siempre su amor incondicional,  
motor y fuerza para alcanzar cada una de mis metas.*



Gracias a

**SECIHTI** por la beca de Maestría  
otorgada durante el periodo  
Agosto 2022 - Junio 2024.

**CITIS-UAEH**, por la formación  
académica brindada durante el  
posgrado y el apoyo para la  
realización de la presente memoria.



# Agradecimientos

Agradezco a Dios por acompañarme en este camino, por darme fuerza para concluir este reto y sostenerme incluso en los momentos en que pensé en desistir.

A mis padres, Eugenia Rosas Carrasco y José Carlos Carmona Ávila, por su amor incondicional, su apoyo constante y por ser ejemplo de vida que me ha guiado en cada paso.

A mis hermanos, Marlene Carmona Rosas y José Carlos Carmona Rosas, por sus consejos, su apoyo sincero y el cariño que siempre me brindan. Los quiero.

A mi novio y compañero de posgrado, Daniel Benítez Morales, por estar a mi lado en lo académico y lo personal, por su paciencia, motivación y gran amor.

A mis perritos, Cookie, Rockie y Kika, por su compañía leal y la alegría que me regalaron en cada etapa.

A mi director de tesis, Dr. Orlando García Pérez, y a mi co-director, Dr. Eduardo Cornejo Velázquez, por su orientación y apoyo a lo largo de mi formación académica.

Al comité integrado por el Dr. Hugo Romero Trejo, Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez, Dr. Félix Agustín Castro Espinoza y el Dr. Iván González Hernández, por sus valiosas observaciones y recomendaciones.

A la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo por el respaldo académico y la infraestructura brindada.

De manera especial, agradezco al Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez por sus enseñanzas teóricas durante mi formación como maestra, al M. en C. Rodrigo Edgardo Velasco Rebollo por compartir generosamente su conocimiento, y a todos mis profesores de la maestría, quienes enriquecieron mi aprendizaje.



# Resumen

Los vehículos aéreos no tripulados (UAV, por su siglas en inglés Unmanned Aerial Vehicle) en sus inicios a la actualidad han sido utilizados para realizar actividades del sector militar, posteriormente a sus inicios y debido a sus características se han empleado para realizar distintas actividades del sector agrícola.

En el presente trabajo se instrumenta e implementa un UAV de bajo costo para estimar los desniveles en terrenos agrícolas. Para llevar a cabo la tarea se utiliza un vehículo multi-rotor de cuatro rotores, armado con un kit comercial, el cual está instrumentado con un sensor láser LiDAR (por sus siglas en inglés Light Detection And Ranging) en dirección a la superficie. Además, se implementa en la aeronave una estrategia de control basada en un PID optimizado, que permite ejecutar la misión de vuelo de una forma autónoma.

Respecto a la técnica de control se optimiza un PID por medio del método del gradiente descendente que minimiza un índice de desempeño cuadrático, el cual penaliza la convergencia del estado con respecto al estado deseado y por consiguiente se logra una disminución del consumo energético de la aeronave.



# Abstract

Unmanned Aerial Vehicles (UAV) have been used from their inception to the present day for activities in the military sector. Subsequently, due to their capabilities, they have also been employed for various tasks in the agricultural sector.

This work builds and implements low-cost UAV to measure unevenness in agricultural land. To carry out the task, a quadrotor is used, armed with a commercial kit, which is instrumented with a LiDAR (Light Detection And Ranging) laser sensor, pointing in the direction of the surface. In addition, an optimized PID control strategy is implemented in the aircraft, which allows the flight activity to be carried out autonomously.

Regarding the control technique, a PID is optimized through the descending gradient method that minimizes a quadratic performance index, which penalizes the convergence of the state to the desired trajectory and consequently a reduction in the energy consumption of the aircraft is achieved.



# Acrónimos

- **UAV**:Unmanned Aerial System (Vehículo Aéreo No Tripulado).
- **PID**:Control proporcional integral y derivativo.
- **LiDAR**:Light Detection and Ranging system (Sistema de detección y rango de luz).
- **MDE**:Modelos de elevación digitales.
- **PWM**:Pulse-width modulation (Modulación por ancho de pulso).
- **UGV**:Unmanned Ground Vehicle (Vehículo terrestre no tripulado).
- **AUV**:Autonomous Underwater Vehicle (Vehículo submarino autónomo).
- **ToF**:Tecnología de tiempo de vuelo.



# Contenido general

Agradecimientos . . . . .	V
Resumen . . . . .	VII
Abstract . . . . .	IX
Contenido general . . . . .	XIII
Índice de figuras . . . . .	XV
<b>1. Introducción . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Justificación . . . . .	6
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	8
1.4. Objetivos . . . . .	8
1.4.1. Objetivo General . . . . .	8
1.4.2. Objetivos Específicos . . . . .	8
1.5. Hipótesis . . . . .	9
1.6. Metodología . . . . .	9
1.7. Organización de la Tesis . . . . .	10
<b>2. Modelado y control del UAV . . . . .</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Modelo dinámico del UAV . . . . .	11
2.3. Esquema de control en cascada . . . . .	19
2.4. Optimización de ganancias para controladores . . . . .	21
2.5. Algoritmo del Gradiente descendente . . . . .	22
2.6. Control PID . . . . .	26
2.6.1. Control PID discreto . . . . .	27
2.7. Aplicación del Algoritmo del Gradiente Descendente al cuadrirrotor. . . . .	29
2.7.1. Subsistema $z$ . . . . .	29
2.7.2. Conclusión . . . . .	32

---

<b>3. Descripción de la plataforma experimental</b>	<b>33</b>
3.1. Introducción . . . . .	33
3.2. Plataforma experimental . . . . .	33
3.2.1. Ardupilot . . . . .	41
3.2.2. Sensor LiDAR . . . . .	43
3.3. Configuración Mission Planner . . . . .	46
3.3.1. Código en Eclipse . . . . .	48
3.4. Conclusión . . . . .	49
<b>4. Resultados y simulaciones</b>	<b>50</b>
4.1. Simulaciones numéricas dentro del entorno de Matlab . . . . .	50
4.1.1. Control PID en cascada . . . . .	50
4.1.2. Control PID con ganancias optimizadas por el algoritmo del gradiente descendente . . . . .	55
4.1.3. Resultados experimentales del Mapeo de terrenos . . . . .	60
4.2. Conclusión . . . . .	62
<b>5. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>63</b>
5.1. Conclusiones . . . . .	63
5.2. Trabajo futuro . . . . .	64
<b>Bibliografía</b>	<b>65</b>
<b>A. Problema del control óptimo</b>	<b>69</b>
<b>B. Otros experimentos</b>	<b>72</b>
B.1. Control PD con ganancias optimizadas por el algoritmo del gradiente descendente . . . . .	72

# Índice de figuras

2.1. Marco de referencia inercial y cuerpo del cuadrirrotor. . . . .	12
2.2. Esquema de control en cascada para un cuadrirrotor. . . . .	20
2.3. Diagrama a bloques del algoritmo de gradiente descendente. . . . .	25
3.1. Frame del kit armable comercial. . . . .	34
3.2. Vista superior y frontal del Pixhawk. . . . .	35
3.3. Dimensiones y peso del Pixhawk. . . . .	37
3.4. Motor brushless. . . . .	37
3.5. Controlador de velocidad (ESC). . . . .	38
3.6. Batería LiPo. . . . .	39
3.7. Radiocontrol con receptor. . . . .	39
3.8. Cuadrirrotor instrumentado. . . . .	40
3.9. Arquitectura de la clase de vuelo personalizada. . . . .	42
3.10. Máquina de estado de las rutinas de vuelo. . . . .	43
3.11. Funcionamiento del sensor TF-Luna. . . . .	44
3.12. Conexión del sensor TF-Luna al Pixhawk. . . . .	45
3.13. Ventana Principal Mission Planner. . . . .	46
3.14. Lista de parámetros. . . . .	46
3.15. SERIAL2_BAUDIOS. . . . .	47
3.16. SERIAL2_PROTOCOL. . . . .	47
3.17. RNGFND2_ORIENT. . . . .	47
3.18. RNGFND2_MAX_CM y RNGFND2_MIN_CM. . . . .	47
3.19. RNGFND2_GNDCLEAR. . . . .	48
3.20. RNGFND2_TYPE. . . . .	48
4.1. Esquema de la simulación con un control PID en cascada. . . . .	52
4.2. Posición de la traslación en $x$ y su referencia deseada. . . . .	53
4.3. Posición de la traslación en $y$ y su referencia deseada. . . . .	53
4.4. Posición de la traslación en $z$ y su referencia deseada. . . . .	54

4.5.	Posición angular correspondiente a la dinámica de $\phi$ y su referencia deseada.	54
4.6.	Posición angular correspondiente a la dinámica de $\theta$ y su referencia deseada.	55
4.7.	Posición angular correspondiente a la dinámica de $\psi$ y su referencia deseada.	55
4.8.	Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las primeras ganancias propuestas del control. . . . .	57
4.9.	Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las ganancias calculadas por el algoritmo del gradiente descendente en cada uno de los pasos del algoritmo. . . . .	57
4.10.	Se presenta el desempeño del vehículo al realizar un seguimiento de trayectoria de la dinámica de $z$ con el PID convencional en comparación al PID con las ganancias de control optimizadas. . . . .	58
4.11.	Se presenta el comportamiento del control PID y del control PID optimizado por el gradiente descendente en la dinámica de $z$ . . . . .	59
4.12.	Cuadrirotor equipado con el sensor LiDAR. . . . .	60
4.13.	Mapas 3D del terreno obtenidos en distintos vuelos experimentales. . . . .	61
4.14.	Mapa 3D del terreno generado a partir de datos del sensor LiDAR. . . . .	62
B.1.	Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las primeras ganancias propuestas del control. . . . .	73
B.2.	Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las ganancias calculadas por el algoritmo del gradiente descendente en cada uno de los pasos del algoritmo. . . . .	73
B.3.	Se presenta el desempeño del vehículo al realizar un seguimiento de trayectoria de la dinámica de $z$ con el PD convencional en comparación al PD con las ganancias de control optimizadas. . . . .	74
B.4.	Se presenta el comportamiento del control PD y del control PD optimizado por el gradiente descendente en la dinámica de $z$ . . . . .	75

# Capítulo 1

## Introducción

En este capítulo se hace una breve descripción sobre el estado del arte y los antecedentes de la investigación, así como la motivación y justificación de este trabajo, el planteamiento del problema, los objetivos y la hipótesis.

### 1.1. Antecedentes

Los UAV's (por su siglas en inglés, Unmanned Aerial Vehicle) pueden describirse como aeronaves que no requieren de un piloto a bordo y que son capaces de realizar operaciones críticas sin poner en riesgo la seguridad humana. En sus inicios se utilizaban principalmente en actividades militares, y aunque continúan desempeñando un papel importante en ese ámbito, con el tiempo comenzaron a emplearse también en diversas aplicaciones civiles [1].

La industria de los drones ha experimentado un notable crecimiento al ser vehículos aéreos seguros, ligeros, robustos, más accesibles y rentables, idóneos para llevar a cabo actividades como el acceso a zonas afectadas por desastres, movilidad rápida, misiones aéreas y funciones de carga útil [2]. Los UAV cuentan con el equipo necesario para realizar sobrevuelos autónomos y/o remotos, que permite controlar los tres movimientos de posición traslacional y los tres movimientos angulares de orientación de la aeronave [3].

En cuanto a su clasificación física, los UAV's se dividen principalmente en dos tipos, según la configuración de sus alas. Las aeronaves de ala fija, similares a los aviones convencionales, se caracterizan por realizar despegues horizontales y ofrecer mayor autonomía y tiempo de vuelo. Por otro lado, las aeronaves de ala rotatoria, como los multirrotores, destacan por su capacidad de despegue y aterrizaje vertical, así como por su agilidad y habilidad para realizar vuelos estacionarios.

Los multirrotores, en particular, son vehículos capaces de despegar y aterrizar verticalmente. Los multirrotores, en particular, son vehículos capaces de despegar y aterrizar verticalmente. Gracias a su facilidad de operación, al no requerir tanta experiencia como un vehículo de ala fija, y a su bajo costo, han sido ampliamente utilizados en diversas áreas, tales como exploración, navegación en zonas de difícil acceso, reconocimiento de terrenos e investigación, entre otras. Estas capacidades han facilitado la realización de tareas que, para los seres humanos, podrían resultar complejas o peligrosas [4].

En el área de investigación de control automático, los multirrotores han sido de gran utilidad ya que permiten probar y diseñar algoritmos de control que pueden ser implementados e incluso adaptados en este tipo de plataformas. Los multirrotores, presentan una dinámica altamente acoplada y no lineal, que puede ser estabilizada mediante cuatro entradas de control. Esta complejidad ha captado la atención de numerosos especialistas en control y teoría de sistemas.

En los vehículos aéreos no tripulados, el ajuste de los parámetros del controlador también puede realizarse durante pruebas experimentales en tiempo real. Esta característica ha contribuido a que los controladores PID sigan siendo utilizados en los principales sistemas comerciales de piloto automático, como ArduPilot, MicroPilot y Paparazzi Autopilot [5].

En la literatura, el control Proporcional-Integral-Derivativo (por su acrónimo PID) ha sido considerablemente utilizado para la estabilización de cuadrirrotores, debido a su simplicidad y robustez [6]. Aunque existen diversos métodos de sintonización de ganancias reportados, éstos buscan una operación satisfactoria del lazo de control mas no el punto óptimo de operación con un valor mínimo de desviación en la respuesta de la variable controlada [7].

La programación dinámica es un enfoque frecuentemente empleado en la resolución de problemas de optimización, tanto discretos como continuos. Se fundamenta en la ecuación de Bellman, a partir de la cual se derivan distintos algoritmos que permiten encontrar soluciones óptimas [8].

Este tipo de enfoques es útil cuando se puede formular el problema de control en términos de una función de valor o de retorno bien definida. Sin embargo, en muchos casos prácticos, como en el diseño de un controlador PID, la complejidad y no linealidad del sistema hacen que no sea posible obtener una solución analítica directa. Uno de los enfoques más comunes es el algoritmo de gradiente descendente, el cual permite aproximar los parámetros óptimos del control PID. Este algoritmo tiene como objetivo minimizar un índice de desempeño  $J$ , de tal forma que se penalice la convergencia del estado al deseado y, a su vez, se optimice el uso de energía [9].

El algoritmo de gradiente descendente es un método de optimización ampliamente utilizado para ajustar los parámetros de modelos en algoritmos de aprendizaje automático. A través de un proceso iterativo se calcula el gradiente de la función objetivo para acercarse progresivamente a su solución óptima. Como resultado, se obtiene la función de pérdida mínima y se determinan los parámetros correspondientes. Su propósito principal es resolver el problema de encontrar el mínimo, cuya idea básica consiste en aproximarse constantemente al óptimo. En particular, la dirección de optimización en cada paso corresponde a la dirección del gradiente [10].

Para problemas continuos, el algoritmo de gradiente es un método directo en el que se genera una secuencia de soluciones nominales que convergen al óptimo. Cada nueva solución se obtiene incrementando la solución anterior en la dirección del gradiente de la función de retorno.

En el trabajo [11] se implementa un controlador PID en tiempo real mediante ajuste por gradiente descendente para un sistema de extracción de aceites esenciales por destilación al vapor. Se muestra que este método se adapta al sistema, ya que es sensible a cambios de parámetros y robusto, pudiendo compensar perturbaciones de carga y variaciones en el punto de ajuste.

El énfasis en el desarrollo y aplicación de esta teoría moderna de optimización ha sido impulsado no sólo por las demandas de la tecnología, sino también por la disponibilidad de productos informáticos. Los efectos más significativos han sido causados por la computadora digital, que ha permitido encontrar soluciones a numerosos problemas complejos que resultan intratables de manera analítica. En los últimos años han surgido una gran cantidad de algoritmos destinados a la resolución de problemas de optimización. Cada problema suele presentar características particulares que, con frecuencia, requieren la aplicación de técnicas específicas para alcanzar soluciones satisfactorias.

Los sistemas de medición por láser son referidos como LiDAR (por sus siglas en inglés, Light Detection and Ranging system). Estos sistemas permiten hacer mediciones y detectar objetos a través de un láser. El funcionamiento básico de un sensor LiDAR consiste en medir el tiempo que tarda una señal láser en viajar desde el transmisor hasta la superficie reflectante de un objeto y regresar al receptor [12].

Los sensores LiDAR utilizan ondas electromagnéticas; por ello, tienen una mejor resolución en comparación con sensores que miden la distancia mediante ondas acústicas, las cuales pueden sufrir pérdidas en el aire y cuyas mediciones son limitadas a distancias cortas. La generación de imágenes en 3D por medio de sensores LiDAR generalmente se logra determinando la distancia a múltiples puntos en un objeto o en una escena, y luego creando una nube de puntos muy detallada de esas mediciones [13]. Los sensores LiDAR pueden proporcionar Modelos Digitales de Elevaciones (MDE, por sus siglas en inglés), que se están convirtiendo en una práctica estándar en áreas relacionadas con el espacio [14].

Para poder conocer el dimensionamiento y posicionamiento de objetos en el espacio existe la técnica de la fotogrametría. Los UAV de ala fija o rotatoria, manejados de manera manual, semimanual o autónoma, son capaces de realizar la adquisición de datos fotométricos con cámaras digitales. Las fotografías aéreas se conseguían con ayuda de avionetas y helicópteros, esto significaba riesgos y costos muy altos, las fotografías satelitales también eran útiles para este tipo de trabajo pero eran de muy baja definición. La fotogrametría tradicional requiere que las imágenes adquiridas tengan posiciones y ángulos de incidencia conocidos. De esta forma, el desarrollo de

los vehículos aéreos no tripulados (drones), la mejora y reducción de peso de diferentes sensores (especialmente las cámaras tipo RGB) junto con la adecuada estabilización, con sistemas inerciales de 3 ejes, han logrado que la fotogrametría clásica junto con los drones ayuden para prevención de deslizamientos de tierra en la ciudad de México [15].

De igual forma, la empresa Pix4D; creadora de software para fotogrametría [16] explica como la fotogrametría en conjunto con el LiDAR, especialmente el escaneo láser terrestre, aportan más detalles a un proyecto que quizá no se hubieran conseguido por separado.

En la actualidad existen drones que realizan misiones de cartografía para la obtención de medidas de la superficie terrestre que posteriormente se plasman gráficamente a escala reducida. Entre los drones comerciales que existen para realizar este tipo de actividades está el WintraOne gen II package RX1RII un dron de ala fija con despegue vertical diseñado para levantamientos topográficos a gran escala [17], cuyo costo aproximado es de \$21,830 dólares americanos [18].

En tareas de agricultura de precisión se utiliza la fotogrametría, que consiste en tomar numerosas fotos georreferenciadas. La cámara va suspendida en un UAV la cual sobrevuela el área que se desea analizar. El dron de ala fija Sensefly EBee X tiene un costo aproximado de \$406,375 pesos mexicanos [19], es un sistema de mapeo fotogramétrico de gran cobertura para una precisión topográfica bajo demanda. El EBee X es compatible con múltiples cámaras de nivel profesional, las cuales están optimizadas para la fotogrametría profesional de drones. El EBee X, captura fotos aéreas nítidas en una variedad de condiciones de luz y produce imágenes detalladas, ortomosaicos vívidos y modelos de superficie digitales de alta precisión [20].

Los sensores en el mercado que más se utilizan para tareas relacionadas en la construcción de nivelación y alineación, es el LiDAR (Láser Leica Lino L4p1) el cual es un sensor láser multilínea que tiene un costo de 210 mil pesos en territorio nacional [21].

El gradiente descendente es un algoritmo que se utiliza en distintos problemas de investigación. Un ejemplo de ellos se presenta en el trabajo sobre el calentamiento por microondas basado en una estructura de radiación rotativa [22], donde se integra este método en el aprendizaje automático para optimizar los tiempos de calentamiento en

ángulos determinados de un material empleado en edificaciones, logrando mejorar la uniformidad del material con alta eficiencia. Otro ejemplo es el estudio de la aerodinámica o del flujo en los conductos de los sistemas de ventilación, calefacción y aire acondicionado, donde el aire se transmite y distribuye a través de los conductos dentro de un edificio. El método de descenso de gradiente se utiliza para investigar la minimización de la disipación de energía restringida por la ecuación de Navier-Stokes con condiciones de contorno no lineales [23].

## 1.2. Justificación

El uso de nuevas tecnologías en la agricultura ha crecido considerablemente en los últimos años como parte de un enfoque eficaz hacia la gestión sostenible. Tal es el caso del monitoreo de cultivos mediante UAV, los cuales ayudan a los agricultores a planificar y realizar mejoras continuas en sus cosechas [24].

El dron DJI RTK o multiespectral permite analizar distintos cultivos para identificar plagas o estrés hídrico. Sin embargo, su costo es elevado, aproximadamente \$182,999 pesos mexicanos [25]. También existen herramientas de software para fotogrametría, cartografía, reconocimiento de entornos, conteo de plantas y detección de surcos, como ReCap Pro o Agisoft Metashape, cuyo costo igualmente es muy alto.

La investigación y aplicación de UAV's en el sector agrícola destaca por ofrecer la oportunidad de mejorar el monitoreo de cultivos, del suelo y el análisis de campo. Además, estas plataformas permiten que las tareas de seguimiento se realicen de forma más sencilla, precisa y cercana, reduciendo costes y tiempos [26]. La agricultura en México es considerada el sector productivo más importante desde un punto de vista económico, social y ambiental, ya que de ella dependen la alimentación primaria de millones de personas, el incremento de la población productiva y la preservación del entorno. No obstante, el sector agrícola se enfrenta a crecientes vulnerabilidades y a la degradación de los recursos naturales.

Diversos estudios señalan que, en México, la agricultura es la más afectada por huracanes y tormentas tropicales, pues los fuertes vientos, las lluvias constantes y las inundaciones impactan directamente en los cultivos y la ganadería. A esta problemática se suma el hecho de que el acceso a la financiación rural sigue siendo un desafío, a pesar de la existencia de bancos nacionales de desarrollo [27].

En el mercado existen kits de bajo costo para armar cuadrirrotores, los cuales pueden instrumentarse con la tecnología necesaria para realizar misiones de vuelo. Estos vehículos pueden equiparse con distintos sensores; por ejemplo, los sensores LiDAR, que recopilan datos y, mediante la generación de nubes de puntos, permiten la reconstrucción de mapas en 3D.

Los UAV's requieren de autopilotos para poder ser controlados mediante la ayuda de un operador en tierra. Uno de los autopilotos más conocidos para desempeñar este tipo de tareas es el llamado: Pixhawk. Los distintos autopilotos que existen utilizan controles PI y PID para estabilizar las plataformas robóticas.

En la literatura se reportan trabajos que emplean UAV de ala fija para el seguimiento de trayectorias específicas. En este tipo de aeronaves se aplican controles PI o PID; sin embargo, en muchos casos no se analiza el consumo de energía, lo que deja abierta una línea de investigación. El algoritmo de gradiente descendente permite obtener las ganancias óptimas de un controlador, como el PID. Al optimizar dichas ganancias se minimiza el índice de desempeño, logrando que la convergencia del estado hacia la trayectoria deseada sea menos abrupta. Para la aeronave, esto implica un menor consumo energético y, en consecuencia, mayor tiempo de vuelo.

La construcción de un cuadrirrotor de bajo costo, instrumentado con un sensor láser LiDAR, puede ayudar a los agricultores a obtener información sobre los desniveles presentes en la superficie de sus terrenos mediante mapas bidimensionales. Dado que las superficies agrícolas abarcan grandes extensiones, el cuadrirrotor debe ejecutar rutinas de vuelo prolongadas.

### 1.3. Planteamiento del problema

En la agricultura, resulta fundamental obtener información sobre la superficie del terreno, como los desniveles existentes ya que esta información permite ayudar a los agricultores a tomar decisiones más precisas en sus actividades. Aunque comercialmente existen UAV's con aplicaciones agrícolas, estos suelen tener costos elevados, y al tratarse de sistemas cerrados los usuarios no pueden modificar sus características.

Para controlar estos UAV se suele utilizar los controladores PID porque son efectivos para mantener la estabilidad y el control preciso de la aeronave, incluso cuando enfrentan perturbaciones externas como cambios en el viento. Sin embargo, aunque estos sistemas son muy eficientes en el control, no priorizan el consumo energético, que es un aspecto crucial para su rendimiento.

En este trabajo se implementó un sistema de bajo costo que permite capturar una serie de puntos sobre la superficie del terreno, los cuales se procesaron para generar un mapa tridimensional. Además, se optimizaron las ganancias del control PID con el fin disminuir el consumo energético y lograr un funcionamiento más eficiente del UAV.

### 1.4. Objetivos

#### 1.4.1. Objetivo General

Construir un Vehículo Aéreo no Tripulado de 4 rotores implementando un control PID optimizado e integrando un sensor LiDAR que permita detectar los desniveles de un terreno agrícola a través de un modelo 3D.

#### 1.4.2. Objetivos Específicos

- Construir un vehículo de 4 rotores integrando un sensor LiDAR para la detección de desniveles en zonas agrícolas.
- Estabilizar el UAV con un control PID.
- Optimizar con la técnica del gradiente descendente las ganancias de un control PID, para seguimiento de trayectoria en 3 dimensiones.

- Leer el sensor láser y capturar la información a través del Pixhawk.
- Obtener un modelo en 3D de la forma del terreno, para detectar los desniveles.

## 1.5. Hipótesis

Al implementar un control PID optimizado en un UAV se podrá lograr una navegación autónoma y estable en el aire y así poder disminuir el consumo energético de la aeronave. Por medio de un sensor láser sujeto al UAV, se obtendrán una serie de puntos que serán utilizados para construir un mapa en 3D que permitirá estimar la forma del terreno para poder detectar desniveles.

## 1.6. Metodología

La metodología empleada en este trabajo se desarrolló en distintas etapas, descritas a continuación:

- Se obtiene el modelo dinámico de un cuadricóptero utilizando el enfoque Euler-Lagrange.
- Se arma un cuadricóptero con un kit comercial y se instrumenta con todos los componentes necesarios para realizar misiones de vuelos.
- Se emplea un autopiloto Pixhawk, en cuya arquitectura de firmware se incorpora un código personalizado que implementa un algoritmo de control en cascada.
- Se optimizan las ganancias de un controlador PID para el modelo no lineal de la planta, minimizando un índice de desempeño cuadrático que penaliza la desviación del estado respecto al deseado y, simultáneamente, optimiza el uso de energía. Este proceso se lleva a cabo mediante el método del gradiente descendente, considerando las tres ganancias del PID como el vector a manipular en el proceso de minimización.
- Se realizan simulaciones de trayectorias de referencia (trayectoria circular), a fin de evaluar el desempeño del controlador PID antes y después de la optimización. Se verificó la reducción del índice de desempeño al aplicar las ganancias optimizadas.

- Se integra un sensor LiDAR unidireccional al cuadrirrotor, orientado hacia el suelo, el cual permite registrar una serie de puntos correspondientes a la medición de la distancia entre la aeronave y el terreno.
- Se combinan los datos obtenidos con la posición del eje  $z$  del cuadrirrotor, para calcular la altitud relativa del terreno. Esta información se procesa en MATLAB aplicando métodos de interpolación, con lo cual se genera un modelo tridimensional donde se aprecian los desniveles presentes en la superficie.

## 1.7. Organización de la Tesis

La presente tesis se encuentra organizada por 5 capítulos, los cuales se ordenan de la siguiente manera:

P1. En el Capítulo 1 se presenta la introducción de los temas de la investigación, que incluye el estado del arte, los antecedentes, el planteamiento del problema, los objetivos, la hipótesis, la metodología, el cronograma de actividades y la organización de la tesis.

P2. El Capítulo 2 describe el algoritmo del gradiente descendente empleado para optimizar las ganancias de un PID al igual se explica la forma de obtener el modelo dinámico de un cuadrirrotor desde el enfoque Euler-Lagrange.

P3. En el Capítulo 3 se detalla el autopiloto utilizado (Pixhawk), el procedimiento para integrar un algoritmo de control en la arquitectura existente del controlador de vuelo y la plataforma experimental construida a partir de un kit comercial.

P4. El Capítulo 4 presenta los resultados obtenidos en el sistema del cuadrirrotor al optimizar las ganancias de un PID mediante el algoritmo de gradiente descendente, así como los mapas generados a partir de vuelos realizados con un sensor LiDAR.

P5. El Capítulo 5 se aborda las conclusiones, los objetivos alcanzados y las contribuciones del trabajo de investigación, de igual manera se presenta el posible trabajo futuro.

# Capítulo 2

## Modelado y control del UAV

### 2.1. Introducción

Este capítulo presenta el modelo matemático del cuadrirrotor formulado mediante el enfoque de Euler-Lagrange, además de los fundamentos teóricos de la programación dinámica, que sirven como base para la resolución de problemas de optimización. Se describe la aplicación del algoritmo de gradiente descendente como metodología para optimizar los parámetros de un controlador PID y minimizar un índice de desempeño propuesto, así como la implementación del esquema de control en cascada en sistemas aéreos.

### 2.2. Modelo dinámico del UAV

Para poder describir el movimiento de un cuadrirrotor es necesario deducir su modelo cinemático y dinámico. La cinemática ayuda a estudiar el movimiento de la aeronave sin tomar en cuenta las fuerzas que lo producen, por ello se definen los sistemas de referencia cartesianos, se emplean matrices de rotación y se analiza la orientación de la aeronave. El cuadrirrotor cuenta con un sistema de coordenadas fijo, que cambia con el movimiento: el eje  $x$  está alineado con dirección de la cabeza de la aeronave, el eje  $y$  se encuentra en el mismo plano que el cuerpo de la aeronave y el eje  $z$  se encuentra perpendicular al eje  $x$  y al eje  $y$  y apuntando hacia abajo del cuadrirrotor [28].

Cada eje está descrito con un ángulo de rotación. El movimiento de alabeo se produce alrededor del eje  $x$ , el movimiento cabeceo se produce alrededor del eje  $y$ , se representa con la letra  $\theta$  y el movimiento de guiñada es alrededor del eje  $z$  y se expresa con la letra  $\psi$ , por lo tanto los vehículos aéreos cuentan con 6 grados de libertad la Figura 2.1 muestra los marcos de referencia del cuadricóptero.

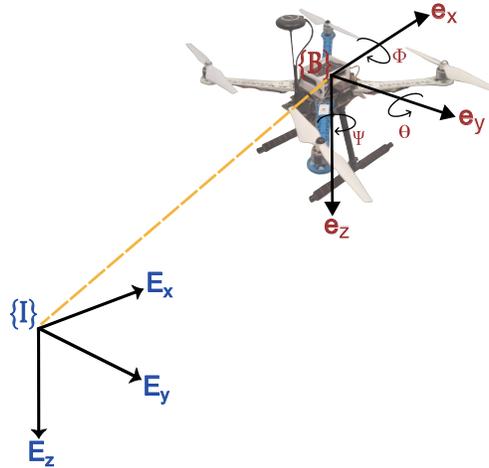


Figura 2.1: Marco de referencia inercial y cuerpo del cuadricóptero.

La dinámica estudia el movimiento del cuadricóptero y las fuerzas que lo producen. La mecánica analítica es una teoría útil para obtener el modelo dinámico del cuadricóptero, para el caso de estudio presente se realiza mediante el enfoque Euler-Lagrange [29] que consiste en un conjunto de ecuaciones que describen los movimientos rotacionales y traslacionales.

Para obtener el modelo se toman las siguientes suposiciones:

- El multirrotor es una estructura rígida.
- Los efectos aerodinámicos de la estructura son despreciables.
- El multirrotor no realiza maniobras agresivas  $\phi \in (-\pi/2, \pi/2)$ ,  $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$  y  $\psi \in (-\pi, \pi)$ .

- La dinámica rotacional en lazo cerrado es mucho más rápida que la dinámica traslacional.
- La dinámica de los rotores es instantánea.
- Las hélices son rígidas.

### Movimientos del cuadrirrotor relacionados con las velocidades angulares.

Las velocidades angulares de cada uno de los rotores están denotadas por  $w_1, w_2, w_3, w_4$ . Al variar estas velocidades en distintas configuraciones pueden producir los siguientes movimientos.

a) Hover (vuelo estacionario)

$$w_1 = w_2 = w_3 = w_4 > \bar{w},$$

donde  $\bar{w}$  es la velocidad angular requerida para igualar la fuerza de gravedad.

b) Cabeceo ( $\theta$ ) positivo

$$w_1 + w_3 > w_2 + w_4,$$

c) Alabeo ( $\phi$ ) positivo

$$w_2 + w_3 > w_1 + w_4,$$

d) Guiñada  $\psi$  positivo

$$w_1 + w_2 > w_3 + w_4.$$

### Formulación de Euler-Lagrange

Las ecuaciones de movimiento se desarrollan de acuerdo al movimiento de rotación y de traslación; y se considera que el centro de masa coincide con el centro de gravedad. Se considera al multirrotor como un cuerpo rígido que tiene las siguientes coordenadas generalizadas:

$$q = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6,$$

donde el vector  $\xi = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$  representa el vector de posición del centro de masa del cuadrirrotor respecto al marco de referencia inercial  $\mathbb{I}$ . El vector  $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$  representa los ángulos de Euler (la orientación del cuadrirrotor) con respecto al marco de referencia no inercial  $\mathbb{B}$ .

El Lagrangiano  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$ , es la diferencia que existe entre la energía cinética y la energía potencial  $E_{pot}$ . La energía cinética se divide en dos términos uno desde el análisis de la energía cinética traslacional  $K_{tras}$  y el otro es el análisis de la energía cinética rotacional  $K_{rot}$ , la energía potencial depende únicamente de su altitud  $z$ , componente vertical de las coordenadas cartesianas, la masa del vehículo y la gravedad [30]. El lagrangiano depende del vector de posición lineal y posición angular, así como de sus velocidades y se expresa de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = K_{tras} + K_{rot} - E_{pot}, \quad (2.1)$$

Le energía cinética traslacional para el cuadricóptero está dada por:

$$K_{tras} = \frac{1}{2}m\dot{\xi}^T\dot{\xi}, \quad (2.2)$$

donde  $\dot{\xi}$  representa la velocidad de traslación del centro de masa del vehículo respecto al marco de referencia inercial, también se puede expresar como:

$$K_{tras} = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2). \quad (2.3)$$

La energía cinética rotacional para el cuadricóptero se expresa de la siguiente forma:

$$K_{rot} = \frac{1}{2}\Omega^T I \Omega, \quad (2.4)$$

donde  $I$  representa la matriz de inercia y  $\Omega$  las velocidades angulares respecto al marco del cuerpo  $\mathbb{B}$ .

La relación que existe entre  $\Omega$  y  $\eta$  [31] está formulado como:

$$\Omega = W_\eta \dot{\eta}, \quad (2.5)$$

la matriz  $W_\eta$  tiene la forma:

$$W_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\psi & c\theta c\phi \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

La Ecuación 2.5 al sustituir en la Ecuación 2.4 se obtiene:

$$K_{rot} = \frac{1}{2}\dot{\eta}^T W_\eta^T I W_\eta \dot{\eta}, \quad (2.7)$$

sea  $\mathbb{J}(\eta) \triangleq W_\eta^T I W_\eta$ , que representa la matriz de inercia para la energía cinética rotacional, expresado en términos de coordenadas generalizadas  $\eta$ . Al sustituir  $\mathbb{J}(\eta)$  en la Ecuación 2.7 se obtiene:

$$K_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J}(\eta) \dot{\eta}. \quad (2.8)$$

El modelo matemático del cuadricóptero se deriva a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange con fuerzas y torques generalizados. La formulación general se expresa mediante:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \begin{bmatrix} F_\xi \\ \tau \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

donde  $F_\xi = R \hat{F} \in \mathbb{R}^3$  es la fuerza traslacional aplicada al vehículo debido a la entrada de control principal, y  $\tau$  corresponde a los pares de alabeo, cabeceo y guiñada que controlan su orientación.

En esta expresión,  $\hat{F}$  representa la fuerza aplicada en el marco del cuerpo  $\mathbb{B}$ , con componentes:

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_z \end{bmatrix},$$

mientras que  $R$  es la matriz de rotación que transforma vectores del marco del cuerpo  $\mathbb{B}$  al marco inercial  $\mathbb{I}$ . Dicha matriz se define como  $R = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi)$  y se define como:

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & c\psi c\phi s\theta + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & c\phi s\theta s\psi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\phi \end{bmatrix}.$$

Así,  $F_\xi$  se expresa la forma siguiente:

$$F_\xi = \begin{bmatrix} u_z(c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi) \\ u_z(c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \\ u_z(c\phi c\theta) \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Para facilitar la resolución de la dinámica del cuadricóptero, la Ecuación general 2.9 puede separarse en una parte traslacional y otra rotacional, que se estudian de manera independiente.

### Dinámica Traslacional

La parte traslacional está determinada por:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = F_{\xi}, \quad (2.11)$$

donde el Lagrangiano se define como:

$$\mathcal{L}(\xi, \dot{\xi}) = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + mgE_z, \quad (2.12)$$

incluyendo el término de energía potencial ( $E_{pot} = mgE_z$ ) debido a la dependencia de la posición  $\xi$ .

La derivada parcial del Lagrangiano respecto a  $\dot{\xi}$ , se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \cdot \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} = \frac{\partial}{\partial \dot{\xi}} \left( \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + mgE_z \right) = m \dot{\xi}, \quad (2.13)$$

derivando respecto al tiempo la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right] = m \ddot{\xi}. \quad (2.14)$$

Por otro lado, la derivada parcial de la expresión previamente obtenida respecto a  $\xi$  es:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + mgE_z \right) = mgE_z. \quad (2.15)$$

donde  $E_z$  es una componente de la fuerza sobre el eje z respecto al marco inercial, definido como  $E_z = [0, 0, 1]^T$ .

Al sustituir las Ecuaciones 2.14 y 2.15 en la Ecuación 2.11, resulta en:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = m \ddot{\xi} - mgE_z, \quad (2.16)$$

donde  $m \ddot{\xi} = F_{\xi}$ , quedando expresada como:

$$m \ddot{\xi} = F_{\xi} + mgE_z. \quad (2.17)$$

Finalmente, la dinámica traslacional expresada en forma matricial se muestra a continuación:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_z(\cos \phi \operatorname{sen} \theta \cos \psi + \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \psi) \\ u_z(\cos \phi \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \psi - \operatorname{sen} \phi \cos \psi) \\ u_z(\cos \phi \cos \theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

### Dinámica Rotacional

La parte rotacional está determinada por:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\eta}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \eta} = \tau, \quad (2.19)$$

donde el Lagrangiano se define como:

$$\mathcal{L}(\eta, \dot{\eta}) = \frac{1}{2} \dot{\eta} \mathbb{J}(\eta) \dot{\eta} \quad (2.20)$$

La derivada parcial del Lagrangiano respecto a  $\dot{\eta}$ , se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\eta}} = \frac{\partial}{\partial \dot{\eta}} \left( \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} \right) = \dot{\eta} \mathbb{J}, \quad (2.21)$$

derivando respecto al tiempo la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\eta}} \right] = \dot{\eta}^T \dot{\mathbb{J}} + \mathbb{J} \ddot{\eta}. \quad (2.22)$$

Por otro lado, la derivada parcial de la expresión previamente obtenida respecto a  $\eta$  es:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta}). \quad (2.23)$$

Al sustituir las Ecuaciones 2.22 y 2.23 en la Ecuación 2.19, resulta en:

$$\mathbb{J} \ddot{\eta} + \dot{\mathbb{J}} \dot{\eta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta}) = \tau. \quad (2.24)$$

Definiendo el componente:

$$\left( \mathbb{J} - \frac{1}{2} \frac{\partial (\dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta})}{\partial \eta} \right) = C(\eta, \dot{\eta}), \quad (2.25)$$

donde  $C$  se conoce como el término de Coriolis que contiene los efectos giroscópicos y centrífugos asociados con  $\eta$ . Al sustituir el término en la expresión anterior se obtiene:

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau, \quad (2.26)$$

si se despeja a  $\mathbb{J}\ddot{\eta}$  resulta:

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} = \tau - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}. \quad (2.27)$$

Con el propósito de simplificar la dinámica rotacional se define a  $\tau$  como:

$$\tau = C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \mathbb{J}\bar{\tau}, \quad (2.28)$$

y se sustituye en la Ecuación 2.27, al despejar  $\ddot{\eta}$  se obtiene una forma más simple de la dinámica rotacional, tal como se describe en [32]:

$$\ddot{\eta} = \bar{\tau}, \quad (2.29)$$

donde la Ecuación 2.30 define a  $\bar{\tau}$ :

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \bar{\tau}_\psi \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

y  $\ddot{\eta} = [\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}]^T$ . Finalmente, la dinámica rotacional expresada en forma matricial se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\tau}_\phi \\ \bar{\tau}_\theta \\ \bar{\tau}_\psi \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

El modelo completo del cuadrirrotor se obtiene al unir los resultados de la dinámica traslacional y rotacional quedando expresado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{u_z}{m}(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} &= \frac{u_z}{m}(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} &= \frac{u_z}{m}(\cos \phi \cos \theta) + g \\ \ddot{\phi} &= \bar{\tau}_\phi \\ \ddot{\theta} &= \bar{\tau}_\theta \\ \ddot{\psi} &= \bar{\tau}_\psi \end{aligned} \quad (2.32)$$

Para reducir el modelo se considera que el ángulo  $\psi \rightarrow 0$  entonces  $\cos(\psi) \cong 1$  y  $\sin(\psi) \cong 0$ . Bajo esta aproximación, el sistema dinámico reducido se expresa como:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= \frac{u_z}{m}(\cos \phi \sin \theta) \\
 \ddot{y} &= \frac{u_z}{m}(-\sin \phi) \\
 \ddot{z} &= \frac{u_z}{m}(\cos \phi \cos \theta) + g \\
 \ddot{\phi} &= \bar{\tau}_\phi \\
 \ddot{\theta} &= \bar{\tau}_\theta \\
 \ddot{\psi} &= \bar{\tau}_\psi
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

donde  $x$  y  $y$  son las coordenadas en el plano horizontal,  $z$  es la posición vertical, y  $\bar{\tau}_\psi$ ,  $\bar{\tau}_\theta$  y  $\bar{\tau}_\phi$  son los momentos generalizados.

## 2.3. Esquema de control en cascada

Una técnica utilizada para mejorar la estabilidad de sistemas complejos es el empleo de una estructura de control avanzada conocida como control en cascada. Se utiliza cuando la variable controlada no puede mantenerse dentro del punto de consigna, por óptimos que sean los ajustes del controlador, debido a las perturbaciones que se producen en alguna condición del proceso.

En un esquema de control en cascada, los controladores actúan de forma secuencial, la salida del controlador primario (control de traslación) es la entrada del controlador secundario (control de orientación) y las salidas de este último son las salidas de control. La representación del esquema de control en cascada para un cuadrirrotor se presenta en la figura siguiente:

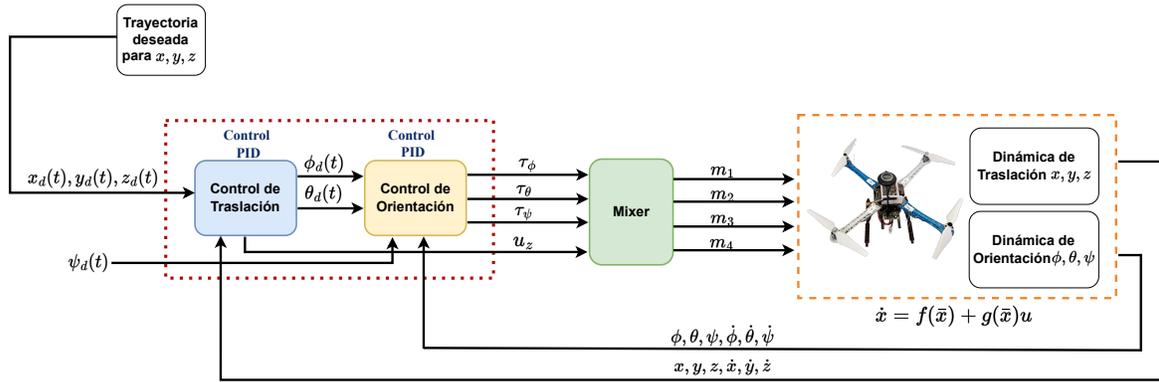


Figura 2.2: Esquema de control en cascada para un cuadricóptero.

El funcionamiento del control en lazo cerrado para el cuadricóptero se describe a continuación:

- Las entradas de control de traslación (primario) son dos, la primera es la posición del cuadricóptero ( $x$ ,  $y$  y  $z$ ) y la segunda es la trayectoria deseada (generador de trayectorias en  $x_d$ ,  $y_d$  y  $z_d$ ), se comparan estas entradas lo que genera un error.
- A partir de este error se realiza el control de traslación obteniendo 3 salidas lineales, para el caso del control en  $z$ , la señal de control se ingresa directamente a la planta, pero antes pasa por un pre-procesamiento o mixer (señal PWM).
- Las señales de salida  $x_d$  y  $y_d$  se transforman en señales angulares ( $\theta_d$  y  $\phi_d$ ) y actúan como punto de consigna del control de orientación (secundario).
- Las entradas del control secundario son dos: las posiciones angulares de la planta ( $\phi$  y  $\theta$ ) y las señales obtenidas del control anterior ( $\theta_d$  y  $\phi_d$ ), se comparan respectivamente ambas señales lo que genera un error a partir del cual se realiza el control secundario (orientación). El ángulo  $\psi$ , se controla directamente, control generado a partir del error.

- Las salidas del control secundario son las señales de control que ajustan la posición de la planta, pero al tratarse de una señal angular, se realiza un pre-procesamiento o mixer, que permite convertir esa señal a una señal que pueda identificar la planta (PWM) y asigna a cada motor su correspondiente señal PWM.
- El control secundario permite corregir rápidamente las variaciones de posición provocadas por perturbaciones, manteniendo en el sistema, en todo momento, la capacidad para controlar la posición con el instrumento primario. Estos dos instrumentos conectados en serie actúan manteniendo la posición constante, el controlador de traslación (primario) manda y el de orientación (secundario) obedece.

Para que el control en cascada sea eficaz es necesario escoger, adecuadamente, la variable secundaria, teniendo en cuenta las perturbaciones que pueden presentarse y las velocidades de respuesta de los distintos componentes del proceso [33].

## 2.4. Optimización de ganancias para controladores

Un sistema de control no lineal, causal y discreto puede representarse mediante:

$$x(i+1) = F(x(i), u(i), \alpha), \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.34)$$

donde  $F = (F1, F2, \dots, Fn)$  es un vector n-dimensional de funciones, el sistema está caracterizado por un conjunto finito de números reales, denominado estado del sistema. El control  $u(i)$  depende de estado y del parámetro  $\alpha$  descrito por:

$$u(i) = (x(i), \alpha) \quad (2.35)$$

Las principales variables del sistema se expresan como vectores columna de dimensión adecuada: la variable de estado  $x(i) \in \mathbb{R}^n$ , el vector de control  $u(i) \in \mathbb{R}^m$  y el vector de parámetros del control  $\alpha \in \mathbb{R}^p$ , tal como se muestra a continuación:

$$x(i) = \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ \vdots \\ x_n(i) \end{bmatrix}, \quad u(i) = \begin{bmatrix} u_1(i) \\ u_2(i) \\ \vdots \\ u_m(i) \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

### Formulación del problema de optimización de las ganancias del controlador

**PID:** Considere el problema de encontrar el valor óptimo  $\alpha$  denotado como  $\alpha^*$  tal que, en lazo cerrado con el sistema dinámico descrito, genere una trayectoria que converja lo más rápidamente posible hacia una referencia establecida, de acuerdo con un índice de desempeño previamente definido.

Para resolver este problema se recurre a la minimización de un índice de desempeño  $J$ , el cual penaliza el comportamiento del sistema en función del estado y de las ganancias de control. Dado que encontrar una solución analítica para  $\alpha^*$  no siempre es posible, se hace necesario el uso de algoritmos numéricos. En este contexto, el algoritmo del *gradiente descendente* se presenta como una herramienta eficaz, ya que permite aproximar iterativamente la solución óptima mediante actualizaciones guiadas por el gradiente de  $J$  respecto a  $\alpha^*$ .

## 2.5. Algoritmo del Gradiente descendente

El algoritmo del gradiente descendente es una técnica de optimización iterativa cuyo propósito es ajustar el vector de parámetros del controlador con el fin de minimizar un índice de desempeño. En el contexto de sistemas no lineales en tiempo discreto, este enfoque se vincula estrechamente con los principios de la programación dinámica, debido que la optimización se realiza sobre parámetros que influyen directamente en la evolución de las trayectorias del sistema.

El índice de desempeño se define como una función escalar donde,  $J : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ , dado que la acción de control  $u$  depende del parámetro  $\alpha^*$ , el índice de desempeño se puede reescribir como una función dependiente de  $\alpha^*$ . Para estudiar su comportamiento cerca del mínimo, se realiza la expansión en serie de Taylor de  $J$  alrededor de  $\alpha^*$  obteniendo:

$$J(x, \alpha) = J(x, \alpha^*) + \left. \frac{\partial J(x, \alpha^*)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha^*} \delta\alpha + \frac{1}{2} \delta\alpha^T \left. \frac{\partial^2 J(x, \alpha^*)}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha=\alpha^*} \delta\alpha + O(\cdot), \quad (2.37)$$

donde  $\delta\alpha = \alpha - \alpha^*$ , con  $\|\delta\alpha\| \leq \bar{\epsilon}$ .

Se asume que el gradiente de la función  $J$  es el vector siguiente:

$$J_\alpha(x, \alpha^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(x, \alpha)}{\partial \alpha_1} \\ \frac{\partial J(x, \alpha)}{\partial \alpha_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial J(x, \alpha)}{\partial \alpha_p} \end{bmatrix}_{px1} \quad \alpha = \alpha^* \quad (2.38)$$

**Teorema:** Supóngase que la derivada de segundo orden  $\frac{\partial^2 J(x, \alpha^*)}{\partial \alpha^2}$  existe, es acotada y continua, si se cumple las siguientes condiciones:

- El gradiente de  $J$  respecto al parámetro  $\alpha$  es cero en  $\alpha^*$  es decir,  $J(x, \alpha^*) = 0$
- La segunda variación de  $J$  respecto a  $\alpha$  es positiva o igual a cero en cualquier variación admisible:  $\delta \alpha^T J(x, \alpha^*) \delta \alpha \geq 0$ , para toda  $\delta \alpha \geq 0$

entonces  $\alpha^*$  es un mínimo local del índice de desempeño.

En este contexto se define al índice de desempeño como:

$$J = \phi(x(N), \alpha^*) + \sum_{i=0}^{N-1} L(x(i), u(i), \alpha^*), \quad (2.39)$$

donde  $L$  y  $\phi$  son funciones escalares. El primer término ( $\phi$ ) evalúa el costo asociado al estado final del sistema, mientras que el segundo ( $L$ ) representa el costo instantáneo en cada instante de tiempo.

**Función de retorno:** Para facilitar el análisis y el diseño de controles óptimos, se introduce el término de función de retorno, denotado por la letra  $V$  que representa el costo acumulado a partir de un instante intermedio  $k$ .

Conforme al principio de causalidad, esta función se define como  $V(x(k), \bar{\alpha}, k)$ , considerando que el control  $u(x(i), \bar{\alpha}, i)$  está definido para  $i = k + 1, \dots, N - 1$ :

$$V(x(k), \bar{\alpha}, k) = \phi(x(N), \bar{\alpha}) + \sum_{i=k}^{N-1} L(x(k), u(x(k), \bar{\alpha}, i), \bar{\alpha}, i). \quad (2.40)$$

Con el fin de resolver el problema de manera práctica, en lugar de asumir conocido el valor óptimo  $\alpha^*$ , se introduce el concepto de un parámetro ajustable  $\bar{\alpha}$ , el cual será optimizado de manera iterativa. Este parámetro se emplea dentro de la ley de control

dependiente del estado, generando así la trayectoria del sistema.

Siguiendo el principio de optimalidad el parámetro  $\bar{\alpha}$  debe seleccionarse de forma que minimice la función de retorno. A partir de esta definición se debe satisfacer la siguiente ecuación de transición hacia atrás:

$$V(x(k+1), \bar{\alpha}, k+1) = \phi(x(N), \bar{\alpha}) + \sum_{i=k+1}^{N-1} L(x(k), u(x(k), \bar{\alpha}, i), \bar{\alpha}, i), \quad (2.41)$$

Reordenando la expresión anterior, se llega a la forma general:

$$V(x(k), \bar{\alpha}, k) = L(x(k), u(x(k), \bar{\alpha}, k), \bar{\alpha}, k) + V(x(k+1), \bar{\alpha}, k+1) \quad (2.42)$$

La ecuación anterior se puede expandir hasta alcanzar el horizonte  $N$ , obteniéndose así una expresión completa de la función de retorno. Esta incluye los costos instantáneos acumulados desde el tiempo  $k$  hasta  $N-1$ , así como el costo terminal  $\phi(x(N), \bar{\alpha})$ . Dando como resultado:

$$V(x(k), \bar{\alpha}, k) = \phi(x(N), \bar{\alpha}) + L(x(k), u(x(k), \bar{\alpha}, k) + \sum_{i=k+1}^{N-1} L(x(k), u(x(k), \bar{\alpha}, i), \bar{\alpha}, i) \quad (2.43)$$

El método del gradiente descendente se motiva a partir de una consideración de la expansión de primer orden de la función de retorno  $V(x(0), \bar{\alpha})$  en torno al parámetro nominal  $\bar{\alpha}$ . La expansión en series de Taylor de la función de retorno alrededor del parámetro  $\bar{\alpha}$  está dada por:

$$\begin{aligned} V(x(0), \bar{\alpha}^{j+1}) &= V(x(0), \bar{\alpha}^j, u^j[0, N-1]) \\ &+ V_{\bar{\alpha}}(x(0), \bar{\alpha}^j, u^j[0, N-1]) \delta \bar{\alpha}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde  $\bar{\alpha}^{j+1} = \bar{\alpha}^j + \delta \bar{\alpha}$ . La derivada de la función de retorno respecto al parámetro  $\bar{\alpha}$  se representa por:  $V_{\bar{\alpha}} = \frac{\partial V(0)}{\partial \bar{\alpha}}$ . Si se elige a  $\delta \bar{\alpha}$  como:

$$\delta \alpha = -\epsilon V_{\bar{\alpha}}(x(0), \bar{\alpha}^j, u^j[0, N-1])^T, \quad (2.45)$$

De este modo, se cumple la condición de descenso de la función de retorno:

$$V(x(0), \bar{\alpha}^{j+1}) \leq V(x(0), \bar{\alpha}^j). \quad (2.46)$$

Esto garantiza que cada actualización de las ganancias del controlador no incremente la función de retorno, asegurando una mejora continua en el desempeño del sistema.

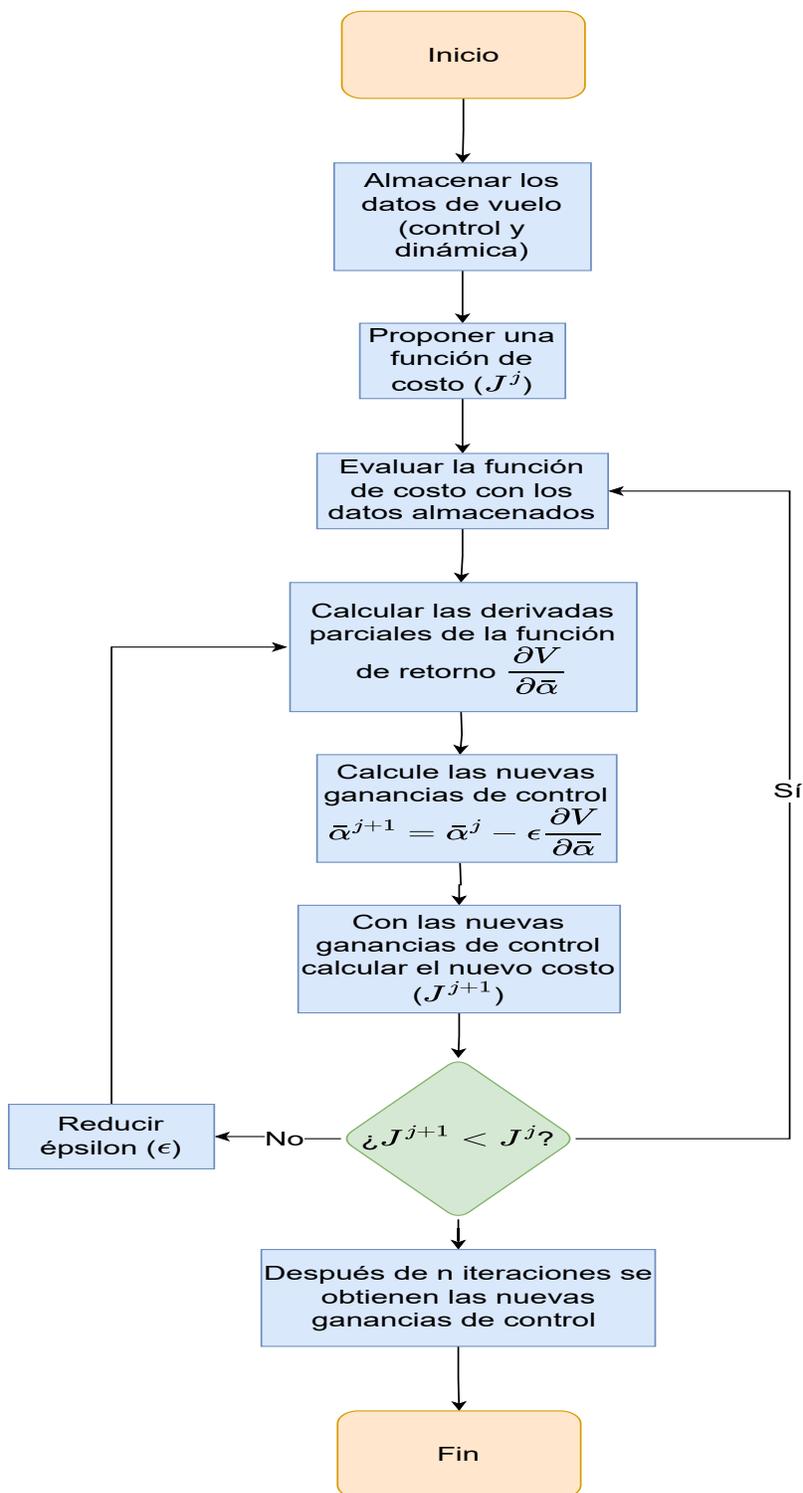


Figura 2.3: Diagrama a bloques del algoritmo de gradiente descendente.

El diagrama a bloques en la Figura 2.3 ilustra de forma esquemática el flujo del algoritmo. El método del gradiente descendente, se puede resumir en los pasos que se muestran a continuación:

1. Se inicializan los datos de  $\bar{\alpha}^j$ ,  $u[0, N - 1]$  y  $x[0, N]$ .
2. Calcular la función de costo de notada por  $J^j$  usando la ecuación:  

$$J = \varphi(x(N), \bar{\alpha}) + \sum_{i=0}^{N-1} L(x(i), \alpha, u(i)).$$
3. Calcular las derivadas parciales de las siguientes funciones  
 $V_x^j(k)$ ,  $V_{\bar{\alpha}}^j(k)$ ,  $F_{\alpha}^j(k)$  y  $L_{\bar{\alpha}}^j(k)$ , siguiendo las ecuaciones proporcionadas.
4. Actualizar las ganancias de control del vector  $\alpha^{j+1}$  usando la ecuación:  

$$\alpha^{j+1} = \alpha^j - \epsilon V_{\bar{\alpha}}^j(0).$$
5. Calcular  $x(k + 1) = F(x(k), \alpha^{j+1}, u^{j+1}(k))$  y actualizar  $x^{j+1}[0, u]$ .
6. Calcular la nueva función de costo  $J^{i+1}$  y comparar con la función de costo anterior  $J^i$ . Si se cumple la siguiente condición  $J^{i+1} < J^i$ , continuar con el siguiente paso. Caso contrario, reducir  $\epsilon$  a la mitad y volver al paso 4.

## 2.6. Control PID

El controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), es un control sencillo y muy utilizado en la literatura, solo en necesario sintonizar tres ganancias. Es necesario aplicar apropiadamente la suma de los tres tipos de acción de control: una acción proporcional, una acción derivativa y una acción integral. A continuación se explica las dos acciones de control [34].

### Acción proporcional

La acción de control proporcional aplicada al error actual se expresa por:

$$u_p(t) = k_p e(t), \quad (2.47)$$

donde  $k_p$  es la ganancia proporcional y  $e(t)$  representa el error actual. El error se define como la diferencia entre la señal de referencia  $r(t)$  y la salida del proceso  $y(t)$ :

$$e(t) = r(t) - y(t), \quad (2.48)$$

Esta acción ajusta la salida de control en proporción directa al valor del error.

### Acción integral

La acción de control integral aplicada al error acumulado se expresa por:

$$u_i(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad (2.49)$$

donde  $k_i$  es la ganancia integral, esta acción incrementa el control en función del historial del error.

### Acción derivativa

La acción de control derivativa respecto al cambio del error se expresa por:

$$u_d(t) = k_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (2.50)$$

donde  $k_d$  es la ganancia derivativa. Esta acción ajusta la señal de control anticipándose al comportamiento del error, al considerar su velocidad de cambio.

#### 2.6.1. Control PID discreto

Para aplicar un control PID de forma digital, es necesario discretizar la ley de control. Esto puede realizarse con algún método de discretización como el de diferencias finitas hacia atrás. La formulación en tiempo continuo del controlador PID se considera como base, y se expresa como:

$$u(t) = k_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (2.51)$$

para discretizar esta ecuación, se define un período de muestreo  $T_s$ . El término integral puede aproximarse mediante una suma acumulativa basada en diferencias finitas hacia atrás, como se muestra en ecuación siguiente:

$$\int_0^{tk} e(\tau) = \sum_{i=1}^k e(t_i) T_s, \quad (2.52)$$

donde  $e(t_i)$  es el valor del error en el  $i$ -ésimo instante de muestreo.

Por otro lado, si se aplica el mismo método al término derivativo, se obtiene:

$$\frac{de(t_k)}{dt} = \frac{e(t_k) - e(t_k - 1)}{T_s}. \quad (2.53)$$

Al sustituir ambas aproximaciones en la expresión del controlador PID, se obtiene la ley de control en tiempo discreto:

$$u(t_k) = k_p \left( e(t_k) + \frac{T_s}{T_i} \sum_{i=0}^k e(t_i) + T_d \frac{e(t_k) - e(t_k - 1)}{T_s} \right). \quad (2.54)$$

Por otra parte, la variable de control en el instante de tiempo  $t_k$  puede calcularse a partir del valor previo en el instante  $t_k - 1$ . Para ello, se utiliza una expresión en diferencias finitas que relaciona  $u(t_k)$  con  $u(t_k - 1)$ , tal como se observa a continuación:

$$u(t_k) = u(t_k - 1) + k_p \left[ \left( 1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) e(t_k) - \left( 1 + \frac{2T_d}{T_s} \right) e(t_k - 1) + \frac{T_d}{T_s} e(t_k - 2) \right], \quad (2.55)$$

al definir  $k_d = k_p T_d$  y  $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ , se obtiene:

$$u(t_k) = u(t_k - 1) + \left( k_p + k_i T_s + \frac{k_d}{T_s} \right) e(t_k) - \left( k_p + \frac{2k_d}{T_s} \right) e(t_k - 1) + \frac{k_d}{T_s} e(t_k - 2). \quad (2.56)$$

Para fines prácticos, esta ecuación se reescribe usando notación completamente discreta, haciendo explícito que  $u(t_k) = u(k)$ . Además, al agrupar los coeficientes en constantes, se obtiene una forma compacta:

$$u(k) = u(k - 1) + \alpha_1(e(k)) + \alpha_2(-e(k - 1)) + \alpha_3(-e(k - 2)), \quad (2.57)$$

donde  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  representan los parámetros de sintonización del control. Esta expresión puede escribirse en forma matricial, de la siguiente manera:

$$u(k) = u(k - 1) + \begin{bmatrix} e(k) & -e(k - 1) & e(k - 2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}. \quad (2.58)$$

Finalmente, la ecuación anterior se reformula agrupando todos los términos dependientes del error en una sola expresión  $\chi$ , mientras que los parámetros del control se representan mediante el vector  $\bar{\alpha}$ . De este modo, la ley de control se expresa como sigue:

$$u(k) = u(k - 1) + \chi(k)\bar{\alpha}. \quad (2.59)$$

## 2.7. Aplicación del Algoritmo del Gradiente Descendente al cuadrirrotor.

El modelo matemático 2.33 se considera como un conjunto de tres subsistemas, los cuales se obtuvieron luego de aplicar un control de linealización exacto. Se utiliza el modelo reducido del cuadrirrotor partiendo de: Sea el sistema definido por  $x(k+1) = f(x(k), u(k))$ ,  $x(k), f(.,.) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$ , el par  $(x_0, x_1)$  es controlable si existe un control admisible  $u(k)$  tal que transfiera el sistema de  $x_0$  a  $x_1$  en  $N$  número de pasos finito.

### 2.7.1. Subsistema $z$

El subsistema  $z$  se define como:

$$\ddot{z} = \frac{u_z}{m}(\cos \phi \cos \theta) + g \quad (2.60)$$

donde  $\cos \theta(k) \cos \phi(k) \neq 0$ , si  $\theta, \phi \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . El subsistema anterior puede ser linealizado aplicando la ley de control:

$$u_z = \frac{m(u_1 - g)}{(\cos \theta \cos \phi)}, \quad (2.61)$$

obteniendo:

$$\ddot{z} = u_1. \quad (2.62)$$

La representación en espacio estado para el subsistema está definido por la siguiente ecuación, considerando  $x_z = [x_{1,z}, x_{2,z}, x_{3,z}]^T$ :

$$\begin{aligned} x_{1,z} &= z & x_{1,z} &= x_{2,z} \\ x_{2,z} &= \dot{z} & x_{2,z} &= \dot{z} = u_1 \\ x_{3,z} &= \int z & x_{3,z} &= x_{1,z} \end{aligned} \quad (2.63)$$

Se utiliza la aproximación de Euler para obtener la forma discreta del estado:

$$\begin{aligned} x_{1,z}(k+1) &= x_{1,z}(k) + Ts x_{2,z}(k), \\ x_{2,z}(k+1) &= u_1 Ts + x_{2,z}(k), \\ x_{3,z}(k+1) &= x_{1,z} Ts(k) + x_{3,z}(k), \end{aligned} \quad (2.64)$$

donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo. Obteniendo el sistema:

$$x_z(k+1) = A_z x_z(k) + B_z u_1(k), \quad (2.65)$$

tal que

$$A_z = \begin{bmatrix} 1 & T_s & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_s & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ T_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

Es posible verificar que el par  $(A_z, B_z)$  es controlable en un número finito de pasos, al ser la matriz de controlabilidad de rango completo. Por lo tanto podemos encontrar una ley de control en lazo cerrado con el control linealizante 2.61.

El subsistema discreto  $z$ , descrito por la Ecuación 2.65 en lazo cerrado con la estructura de control definida en la Ecuación 2.59 resulta en:

$$x_z(k, \bar{\alpha}) = A_z x_z(k-1) + B_z (u_1(k-2) + \chi(k-1)\bar{\alpha}), \quad (2.66)$$

El siguiente paso es proponer una función de costo, que para este caso tiene la forma :

$$J = \underbrace{x_z^T(N, \bar{\alpha}) H x_z(N, \bar{\alpha})}_{\phi(x(N), \bar{\alpha})} + \underbrace{\sum_{i=0}^{N-1} (x_z^T(i, \bar{\alpha}) Q x_z(i, \bar{\alpha}) + u_1^T(i, \bar{\alpha}) R u_1(i, \bar{\alpha}))}_{L(x(i), u_1(i), \bar{\alpha})} \quad (2.67)$$

donde  $H$ ,  $Q$  son matrices semidefinidas positivas ( $H, Q \geq 0$ ) y  $R$  es definida positiva ( $R > 0$ ). La relación entre la función de retorno y el índice de desempeño está dada por:

$$V(x_z(k), \bar{\alpha}) = x_z^T(k, \bar{\alpha}) H + \sum_{i=0}^{N-1} x_z^T(i, \bar{\alpha}) Q x_z(i, \bar{\alpha}) + u_1^T(i, \bar{\alpha}) R u_1(i, \bar{\alpha}) \quad (2.68)$$

Las matrices de ponderación  $Q$  y  $R$  penalizan el estado del sistema  $x$  y las entradas de control  $u$  respectivamente. Mientras la matriz  $H$  se encarga de penalizar el estado final del sistema.

Para el desarrollo del método, es preciso calcular  $V_{\bar{\alpha}}(k) = \frac{\partial V(k)}{\partial \bar{\alpha}}$ , que tiene la forma de la siguiente ecuación:

$$V_{\bar{\alpha}}(k) = L_{\bar{\alpha}}(k) + F_{\bar{\alpha}}(k) V_{x_z}(k+1) + V_{\bar{\alpha}}(k+1), \quad (2.69)$$

$$V_{\bar{\alpha}}(N) = \phi_{\bar{\alpha}}(N, \bar{\alpha}),$$

Donde para calcular  $V_{x_z}(x_z(k+1))$  para  $k = 0, 1, \dots, N$  es necesario tomar en cuenta la siguiente consideración  $V_{x_z}(N) = \phi_{x_z}(N, \bar{\alpha})$ . De este modo, cuando  $k = N$ , se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x_z(N), N)}{\partial \bar{\alpha}} &= \frac{\partial}{\partial \bar{\alpha}} \left[ \frac{1}{2} x_z^T(N) H x_z(N) \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \bar{\alpha}} [x_z(N-1)^T A_z^T + \bar{\alpha}^T \chi(N-1)^T B_z^T] H [A_z x_z(N-1) + B_z \chi(N-1) \bar{\alpha}] \\ &= \chi(N-1)^T B_z^T H A_z x_z(N-1) + \chi^T B_z^T H B_z \chi(N-1) \bar{\alpha} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Se obtiene a  $\frac{\partial V(x_z(N), N)}{\partial x_z(N)}$  y se expresa como:

$$\frac{\partial V(x_z(N), N)}{\partial x_z(N)} = \frac{\partial}{\partial x_z(N)} \left[ \frac{1}{2} x_z^T(N) H x_z(N) \right] = H x_z(N) \quad (2.71)$$

Se elige  $k = N - 1$  y se calcula la derivada de la función respecto a  $\bar{\alpha}$ , resultando en:

$$\begin{aligned} V_{\bar{\alpha}}(N-1) &= L_{\bar{\alpha}}(N-1) + F_{\bar{\alpha}}(N-1) V_x(N) + V_{\bar{\alpha}}(N) \\ &= \chi^T(N-2) B_z^T Q A_z x_z(N-2) + \chi^T(N-2) B_z^T Q B_z u_1(N-3) + \\ &\quad \chi^T(N-2) B_z^T Q B_z \chi(N-2) \bar{\alpha} + \chi^T(N-1) R u_1(N-2) + \\ &\quad \chi^T(N-2) R \chi(N-1) \bar{\alpha} + \bar{\alpha}^T \chi^T(N-1) R \chi(N-1) \bar{\alpha} + \\ &\quad \chi^T(N-2) B_z^T H x_z(N) + \chi^T(N-1) B_z^T H A_z x_z(N-1) + \\ &\quad \chi(N-1) B_z^T H^T B_z u_1(N-2) + \chi(N-1) B_z^T H B_z \chi(N-1) \bar{\alpha} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Finalmente, el desarrollo realizado permite implementar un procedimiento iterativo de optimización sobre el vector de parámetros  $\bar{\alpha}$ , el cual define directamente la ley de control del sistema. Al optimizar iterativamente el vector de parámetros  $\bar{\alpha}$ , se garantiza que el sistema evolucione hacia la referencia deseada minimizando el índice de desempeño definido por el funcional de costo  $J$ , sin necesidad de diseñar explícitamente la secuencia de controles en cada etapa. De este modo, la optimización de  $\bar{\alpha}$  se convierte en una herramienta efectiva para ajustar el rendimiento del sistema conforme a los objetivos de diseño establecidos.

### **2.7.2. Conclusión**

El modelo dinámico del cuadrirrotor obtenido mediante el enfoque Euler-Lagrange tiene gran cantidad de propiedades, como son la identificación paramétrica, análisis y diseño de algoritmos de control de posición, trayectoria y adaptable. Se implementa el esquema de control en cascada, ya que el sistema subactuado (más grados de libertad que actuadores), además de esta forma se cuenta con un mejor desempeño del sistema, se utiliza un método de optimización para obtener las ganancias de un PID y de esa manera minimizar un índice de desempeño.

# Capítulo 3

## Descripción de la plataforma experimental

### 3.1. Introducción

El presente capítulo presenta una descripción general de los principales componentes que conforman un cuadricóptero ensamblado a partir de un kit comercial. Se detallan elementos esenciales como la estructura (frame), los motores, las hélices, los sensores y el sistema de control automático Pixhawk, todos ellos fundamentales para que la aeronave pueda ejecutar misiones de vuelo de manera eficiente.

Asimismo, se describe la programación personalizada implementada sobre la arquitectura del firmware ArduPilot, la cual permite incorporar leyes de control directamente en el Pixhawk. Finalmente, se aborda el uso de un sensor LiDAR para la detección de desniveles en el terreno, lo que permite obtener información confiable sobre la superficie.

### 3.2. Plataforma experimental

En esta investigación se utiliza un cuadricóptero ensamblado a partir de un kit comercial el cual se instrumenta con los siguientes componentes para su estructura:

#### **Frame (armazón)**

Proporciona el soporte físico para todos los demás componentes (batería, tarjeta controladora de vuelo, sensores, cámaras, rotores, etc.). Entre los materiales comúnmente

utilizados se encuentra la fibra de carbono, plásticos ligeros, resina, fibra de vidrio entre otros. En este trabajo, se emplea una configuración estructural en forma de cruz para el cuadrirrotor (Figura 3.1).



Figura 3.1: Frame del kit armable comercial.

### **Autopiloto (Pixhawk)**

Es un controlador de vuelo de código abierto diseñado para vehículos multirrotor de radiocontrol. Cuenta con un sistema de respaldo interno y tiene integrados diversos sensores esenciales para la navegación: giróscopo, acelerómetro, magnetómetro y barómetro.

Los autopilotos en general requieren de una gran capacidad de procesamiento y transferencia de datos, debido a que los sensores que se encuentran en ellos en todo momento toman lectura de la posición y orientación del vehículo. Los autopilotos reciben las señales de mando enviadas desde tierra por medio de radiocontroles, pero también son capaces de implementar leyes de control, para control de la aeronave.

- **Procesador:** El Pixhawk cuenta con un procesador de 32 bits ARM Cortex® corriendo bajo un sistema operativo en tiempo real chibiOS, con un 168 Mhz y un RAM de 256 KB incluye una memoria flash de 2 MB y un coprocesador de 32 bits, por esto la tarjeta de vuelo puede soportar los requisitos de operación de varios algoritmos entre ellos de control.
- **Sensores:** De acuerdo con la documentación oficial de ArduPilot [35], los controladores Pixhawk (como el Pixhawk 2.4.8, Cube Black o Pixhawk 6X) integran de fábrica un conjunto de sensores esenciales para el control autónomo de multirrotores, los cuales se describen en la Tabla 3.1.

Sensor	Función
Giróscopo	Mide la velocidad angular en los tres ejes, a partir de estas medidas, el controlador de vuelo calcula la orientación con una resolución de 16 bits.
Acelerómetro / Magnetómetro	El acelerómetro detecta aceleraciones lineales y el magnetómetro mide el campo magnético terrestre, útil para estimar la inclinación y la dirección (rumbo) con una resolución de 14 bits. Incluye redundancia para mejorar la fiabilidad y precisión de la orientación y dirección.
Barómetro	Mide la presión atmosférica, permitiendo estimar la altitud relativa del dron.

Tabla 3.1: Sensores integrados en el controlador de vuelo Pixhawk.

- **Pines y Periféricos:** El Pixhawk cuenta con distintos pines de salida y periféricos de entrada como se observa en la Figura 3.2. La Tabla 3.2 proporciona una descripción detallada de algunos de estos pines y sus respectivas funciones.



Figura 3.2: Vista superior y frontal del Pixhawk.

Componente	Descripción
Pines	<p>En la parte frontal se encuentran los pines, los cuales incluyen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Entrada de pines dedicada para conectar el receptor del sistema de radiocontrol. Se emplea el protocolo PPM (Pulse Position Modulation), que permite transmitir hasta ocho canales a través de un solo cable de señal.</li> <li>○ Ocho salidas principales para los motores, lo que permite controlar hasta un octarrotor.</li> <li>○ Cuatro salidas auxiliares adicionales para otros dispositivos.</li> </ul>
Periféricos	<p>Entre los periféricos conectados al controlador, en este trabajo se emplean los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Buzzer:</b> Bocina que emite señales acústicas para indicar el estado del sistema.</li> <li>○ <b>Switch:</b> Botón físico (push button) que permite armar o desarmar los motores a nivel hardware.</li> <li>○ <b>GPS:</b> Sistema de posicionamiento global (Global System) para determinar la ubicación del cuadrirrotor.</li> <li>○ <b>I2C:</b> Protocolo de comunicación utilizado para conectar sensores.</li> <li>○ <b>Power:</b> Módulo de alimentación que facilita la conexión segura de la batería LiPo. Además, integra un voltímetro y un amperímetro para la medición del consumo eléctrico.</li> </ul>

Tabla 3.2: Descripción de los componentes conectados al controlador de vuelo Pixhawk.

- **Peso y dimensiones:** Las medidas del Pixhawk se muestran en la Figura 3.3, donde se observa que las dimensiones así como peso son de baja magnitud algo de beneficio para la nave.



Figura 3.3: Dimensiones y peso del Pixhawk.

## Motores

Es el dispositivo encargado de generar el torque o energía mecánica necesaria para el vuelo del cuadricóptero. En esta investigación se emplean motores brushless (sin escobillas), los cuales funcionan mediante la conmutación electrónica para producir una señal trifásica a partir de una fuente de corriente directa. Aunque idealmente esta señal es sinusoidal, en la práctica se genera mediante pulsos, lo que produce una señal continua pulsante con componentes de AC. El campo magnético secuencial generado en las bobinas del estator interactúa con los imanes del rotor, provocando su rotación. A mayor frecuencia de pulsos, mayor velocidad de giro. Los motores utilizados son de 920 kV, modelo 2312, con un estator de 23 mm de diámetro y 12 mm de altura, y una configuración 12N14P (12 polos en el estator y 14 en el rotor).



Figura 3.4: Motor brushless.

### **ESC (Controlador Electrónico de Velocidad)**

Son los dispositivos encargados de accionar los motores eléctricos. En sistemas de radiocontrol, funcionan interpretando señales de control de ancho de pulso (PWM), similares a las utilizadas en servos estándar. Estas señales se traducen en valores de velocidad en revoluciones por minuto (RPM), controlando así el rango de operación del motor. Existen principalmente dos modos de operación: en el primero, el ESC puede configurarse para mantener una velocidad constante (por ejemplo, 7000 RPM), ajustando automáticamente la corriente suministrada en función de la carga. Si esta aumenta como en el caso de un rotor de helicóptero el ESC incrementa la corriente para mantener la velocidad objetivo, regulando el ciclo de trabajo con base en la fuerza electromotriz (EMF) generada por el motor. El segundo modo, más común en aplicaciones con multirrotores, consiste en aplicar una corriente determinada al motor y, mediante la medición de la EMF, estimar su velocidad. De esta manera, el ESC realiza un ajuste dinámico en tiempo real, sin requerir una configuración previa de velocidad fija.



Figura 3.5: Controlador de velocidad (ESC).

### **Batería**

Es el componente encargado de suministrar energía eléctrica a todos los sistemas de la aeronave, incluyendo los motores, sistemas de control, receptores y sensores. Para esta aeronave se utilizarán baterías de polímero de litio (LiPo), las cuales destacan por su alta densidad energética, bajo peso y capacidad para entregar altas corrientes, lo que las hace ideales para aplicaciones aeronáuticas en vehículos no tripulados.

Es fundamental seleccionar baterías con la capacidad y voltaje adecuados para asegurar un funcionamiento eficiente y seguro del sistema.



Figura 3.6: Batería LiPo.

### **Radio control**

Es el dispositivo mediante el cual el operador envía señales de control a la aeronave de forma remota. Permite manipular el vehículo en tiempo real, controlando funciones como la dirección, velocidad, altitud y otros parámetros de vuelo. Además, la emisora puede configurarse para cambiar entre distintos modos de vuelo y ajustar otras funciones programables del sistema, brindando flexibilidad y precisión durante la operación.



Figura 3.7: Radiocontrol con receptor.

Todos los componentes descritos previamente se integran en el cuadrirrotor utilizado en este trabajo, formando un sistema completo y funcional. Estos componentes trabajan de manera conjunta para garantizar un vuelo estable, facilitar la navegación y permitir la

recolección de datos durante las misiones. En la Figura 3.8 se presenta una vista general de la distribución de los componente en la aeronave.

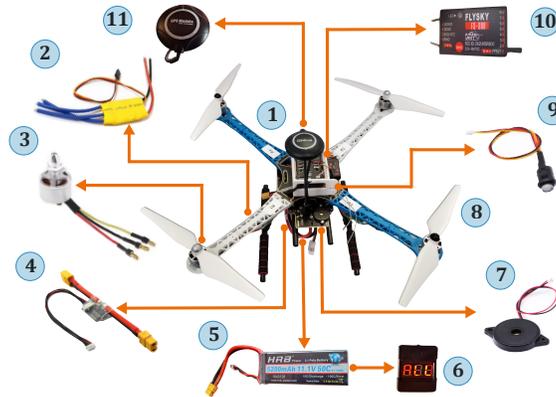


Figura 3.8: Cuadricóptero instrumentado.

1. Controlador de vuelo Pixhawk 2.4.7
2. Controlador de velocidad ESC de 50A XT60
3. Motores brushless de RS 2312 920KV
4. Modulo de poder incluido un amperímetro y voltimétro
5. Batería de Polímero de Litio de 11.3 V con 3 celdas de 5200 mA
6. Medidor de baterías
7. Buzzer para saber estado del Pixhawk de forma auditiva
8. Hélices 10.45 x 4.5
9. Interruptor de seguridad para los motores
10. Receptor del radiocontrol señal PPM y un radiocontrol FLYSKY-FS-ST8 de 10 canales
11. GPS

### 3.2.1. Ardupilot

El autopiloto Pixhawk cuenta con un sistema operativo en tiempo real y con un firmware encargado de controlar la aeronave a nivel software. El firmware que se utiliza para nuestro caso de estudio es Ardupilot, el cual posee una arquitectura capaz de controlar distintos tipos de vehículos, como multirrotores, rovers y aviones de ala fija, además de ofrecer diversos modos de vuelo.

Ardupilot utiliza el enfoque de Programación Orientada a Objetos (POO) y está desarrollado en lenguaje C++. Al tratarse de POO, se trabaja con clases que contienen métodos y atributos, lo que permite estructurar de manera modular las distintas funcionalidades del autopiloto.

#### Arquitectura de Ardupilot

- La clase vehículo es la clase superior a este nivel de la arquitectura. Entre sus métodos relevantes para el modo de vuelo personalizado (MODERolQuad) se encuentra la lectura de sensores. Dado que el Pixhawk integra un sistema operativo en tiempo real, esta clase también incluye métodos encargados de la gestión temporal de procesos.
- En el siguiente nivel se encuentran clases específicas para cada tipo de vehículo: multirrotores, rovers y aviones de ala fija.
- En el vuelo personalizado, resultan esenciales el método de almacenamiento de datos y el método de organización de las tareas a ejecutar, ambos bajo una asignación específicas de frecuencias.
- Ardupilot cuenta en su arquitectura con distintos modos de vuelo, donde puede encontrarse modos de vuelo tales como zig-zag, vuelo hover, altitud, etc., incluyendo el modo de vuelo personalizado.

**Clase de vuelo personalizada:** Al tener un camino para poder implementar leyes de control dentro del Pixhawk, se realizó una clase personalizada con atributos y métodos propios. La Figura 3.9 muestra la arquitectura de esta clase:

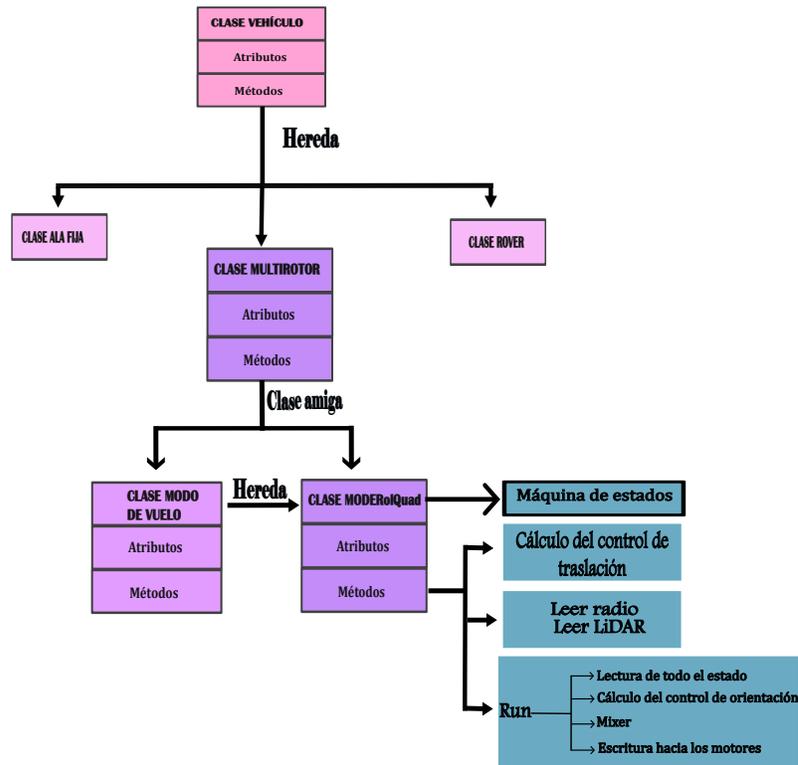


Figura 3.9: Arquitectura de la clase de vuelo personalizada.

- Los métodos de la clase personalizada están asignados a distintas frecuencias, ya que no todos necesitan ir a velocidades rápidas.
- El cálculo del control de traslación como se observa va a una velocidad más baja, esto se asignó de esa manera porque la dinámica de traslación es más lenta.
- La lectura del radio se asignó a una velocidad intermedia.
- Por último, el método ciclado (RUN) se realiza a una frecuencia de 400 Hz (frecuencia máxima a la que trabaja el Pixhawk), contiene las tareas que deben actualizarse en cada instante: lectura del estado completo, cálculo del control de orientación (dinámica rápida en comparación a la dinámica de traslación), ejecución del Mixer para distribuir las señales de control a los motores y escritura final hacia estos.

La clase de vuelo personalizada es controlada por una máquina de estados, la cual es controlada desde tierra por medio de un interruptor del radiocontrol. Esta máquina define tres estados que corresponden a rutinas de vuelo distintas (Figura 3.10) y su funcionamiento es el siguiente:

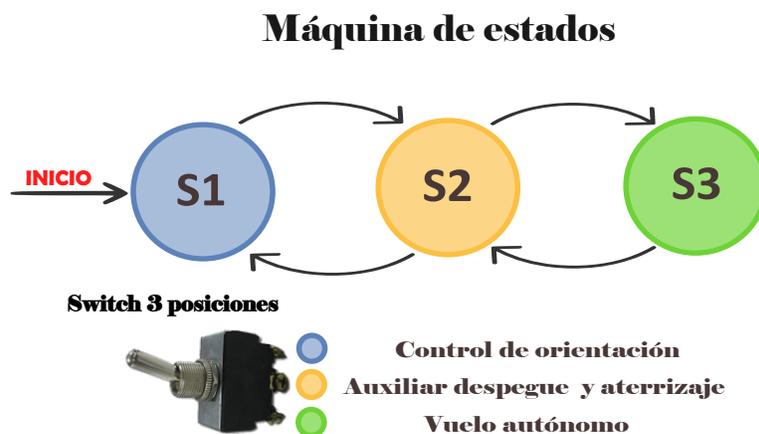


Figura 3.10: Máquina de estado de las rutinas de vuelo.

- S1: la aeronave tiene solo control de orientación, es decir no hay control en  $x$ ,  $y$  y  $z$ .
- S2: auxiliar de despegue, la aeronave cuenta con control de orientación y en  $x$  y  $y$  pero no en  $z$ .
- S3: vuelo autónomo la aeronave cuenta con control de traslacional como de orientación.

### 3.2.2. Sensor LiDAR

El sensor LiDAR (acrónimo de Light Detection and Ranging) es un dispositivo láser utilizado para la detección y medición precisa de objetos. En el mercado existen diversos modelos diseñados para distintas aplicaciones. En este trabajo, se emplea un sensor LiDAR a bordo de un UAV (vehículo aéreo no tripulado) con el propósito de detectar desniveles o elevaciones en terrenos.

Por su bajo costo y reducido tamaño, se seleccionó el módulo TF-Luna, un sensor LiDAR compacto y eficiente. Este dispositivo puede ser leído mediante diferentes tarjetas de

adquisición de datos, como Arduino; sin embargo, en el caso de UAV's se recurre a controladores de vuelo como el Pixhawk.

El Pixhawk cuenta con puertos periféricos que permiten la conexión de dispositivos externos sensores, cámaras, radiocontrol, entre otros, y es a través de uno de estos puertos que se conecta el TF-Luna, posibilitando la detección de obstáculos y desniveles.

Para poder lograr leer la señal del sensor es necesario dentro de la estación de control terrestre Mission Planner configurar distintos parámetros para que el Pixhawk pueda adquirir la señal del sensor. Así mismo, es necesario dentro de la plataforma de programación en este caso Eclipse, crear un conjunto de instrucción que van a permitir obtener la señal que recopila el controlador y de esa manera poder visualizar la señal del sensor.

### Sensor LiDAR TF-Luna

El LiDAR TF-Luna es un sensor telémetro láser unidireccional basado en tecnología de tiempo de vuelo (Time of Flight por sus siglas en inglés ToF). Este dispositivo combina componentes ópticos y electrónicos especializados, integrando un algoritmo adaptativo que le permite operar de forma eficiente tanto en entornos interiores como exteriores. Su principio de funcionamiento se basa en medir el tiempo de vuelo de un haz láser: calcula la diferencia de fase entre la señal emitida y la reflejada por el objeto, determinando así la distancia relativa entre el sensor y el objetivo de detección. En la Figura 3.11 se ilustra esquemáticamente este principio de funcionamiento.

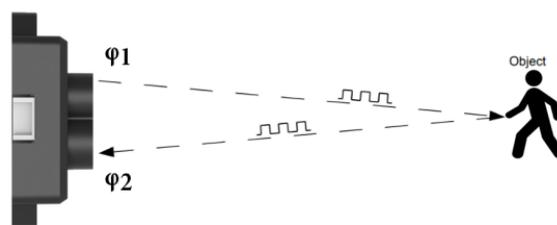


Figura 3.11: Funcionamiento del sensor TF-Luna.

Las especificaciones técnicas más relevantes del TF-Luna se presentan en la Tabla 3.3, donde se detallan parámetros como su rango operativo, resolución, frecuencia de muestreo, voltaje de alimentación y consumo promedio. Estas características hacen del TF-Luna

una solución ligera, precisa y de bajo consumo para aplicaciones en vehículos aéreos no tripulados.

Descripción	Parámetros
Rango de operación	0.2m–8m
Unidad de distancia	cm
Rango de resolución	5mm
Frecuencia	1–250Hz
Voltaje de alimentación	5V
Corriente promedio	120mA

Tabla 3.3: Características del sensor TF-Luna.

En la Figura 3.12 se muestra la forma en que el sensor se conecta al sistema de control del cuadricóptero, destacando su sencilla integración con el controlador Pixhawk utilizado en este proyecto.

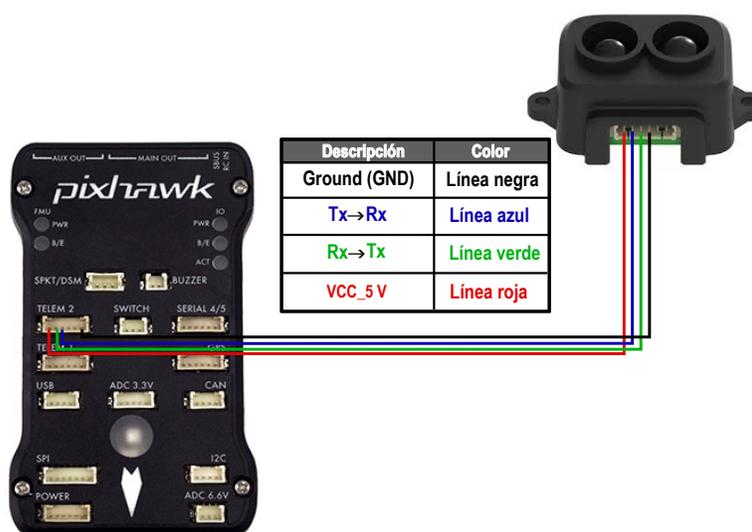


Figura 3.12: Conexión del sensor TF-Luna al Pixhawk.

### 3.3. Configuración Mission Planner

Mission Planner permite monitorear las variables más relevantes del sistema, como por ejemplo la posición GPS, la altitud, la orientación (alabeo, cabeceo, guiñada), las velocidades y el estado de la aeronave, gracias a esto se puede asegurar la correcta integración del sensor LiDAR TF-Luna en la plataforma de control. Para habilitar la comunicación con el controlador de vuelo Pixhawk, el sensor se conecta al puerto serial 2 (TELEM 2), que se encuentra definido como terminal de comunicación. El procedimiento se detalla a continuación:

1. En la ventana principal de Mission Planner (Figura 3.13), seleccionar la pestaña de Configuraciones.



Figura 3.13: Ventana Principal Mission Planner.

2. Acceder a Full Parameter List, donde se despliega el listado completo de parámetros (Figura 3.14). Únicamente se modificará el valor de los parámetros necesarios.

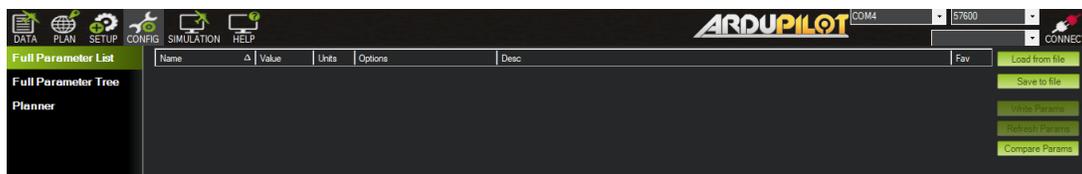


Figura 3.14: Lista de parámetros.

3. Dentro del buscador localizar el parámetro SERIAL2\_BAUDIOS, y asignar el valor 115 (115200 baudios), como se muestra en la Figura 3.15. Guardar el cambio con la opción Write Parameters (hacer esto en todas las configuraciones de los parámetros).

Name	Δ	Value	Units	Options	Desc	Fav
SERIAL2_BAUD		115		1:1200 2:2400 4:4800 9:9600 19:19200 38:38400 57:57600 111:111100 115:115200 230:230400 256:256000 460:460800 500:500000 921:921600 1500:1500000 2000:2000000	The baud rate of the Telem2 port. Most stm32-based boards can support rates of up to 1500. If you setup a rate you cannot support and then can't connect to your board you should load a firmware from a different vehicle type. That will reset all your parameters to defaults.	<input type="checkbox"/>

Figura 3.15: SERIAL2\_BAUDIOS.

4. Modificar el parámetro de protocolo SERIAL2\_PROTOCOL y cambiar al valor 9, correspondiente al protocolo Rangefinder (Figura 3.16).

Name	Δ	Value	Units	Options	Desc	Fav
SERIAL2_PROTOCOL		9		-1:None 1:MAVLink 12:MAVLink2 3:Frsky D 4:Frsky SPort 5:GPS 7:Alexmos Gimbal Serial 8:Gimbal 9:Rangefinder 10:FrSky SPort Passthrough (OpenTX) 11:Lidar360 13:Beacon 14:Voz servo out 15:SBUS servo out 16:ESC Telemetry 17:Devio Telemetry 18:OpticalFlow 19:RoboticServo 20:NMEA Output 21:WindVane 22:SLCAN 23:RCIN 24:EFI Serial 25:LTM 26:RunCam 27:HotTelem 28:Scripting 29:Crosfire VTX 30:Generator 31:Winch 32:MSP 33:DUJ FPV 34:AirSpeed 35:ADSB 36:AHRS 37:SmartAudio 38:FEtecOneWire 39:Torqeedo 40:AIS 41:CoDevESC 42:DisplayPort 43:MAVLink High Latency 44:IRC Tramp 45:DDS XRICE 46:IMUDATA	Control what protocol to use on the Telem2 port. Note that the Frsky options require external converter hardware. See the wiki for details.	<input type="checkbox"/>

Figura 3.16: SERIAL2\_PROTOCOL.

5. Buscar el protocolo RNFND2\_ORIENT y cambiar a la opción down que es el número 25, como se observa en la Figura 3.17.

Name	Δ	Value	Units	Options	Desc	Fav
RNGFND2_ORIENT		25		0:Forward 1:Forward-Right 2:Right 3:Back-Right 4:Back 5:Back-Left 6:Left 7:Forward-Left 24:Up 25:Down	Orientation of rangefinder	<input type="checkbox"/>

Figura 3.17: RNFND2\_ORIENT.

6. Establecer el valor máximo RNFND2\_MAX\_CM en 800 cm (máxima medición de alcance del sensor TF-Luna) y el valor mínimo RNFND2\_MIN\_CM en 5 cm (Figura 3.18).

Name	Δ	Value	Units	Options	Desc	Fav
RNGFND2_MAX_CM		800	cm		Maximum distance in centimeters that rangefinder can reliably read	<input type="checkbox"/>
RNGFND2_MIN_CM		5	cm		Minimum distance in centimeters that rangefinder can reliably read	<input type="checkbox"/>

Figura 3.18: RNFND2\_MAX\_CM y RNFND2\_MIN\_CM.

7. Configurar el parámetro RNFND2\_GNDCLEAR que corresponde a la distancia entre el sensor y el inicio del tren de aterrizaje del dron (Figura 3.19).

Name	Value	Units	Options	Desc	Fav
RNGFND2_GNDCLEAR	10	cm	5 127	This parameter sets the expected range measurement (in cm) that the range finder should return when the vehicle is on the ground.	<input type="checkbox"/>

Figura 3.19: RNGFND2\_GNDCLEAR.

8. Por último, asignar al parámetro RNGFND2\_TYPE, el valor 20 correspondiente a la opción de Benewake-Serial como se ilustra en la Figura 3.20

Name	Value	Units	Options	Desc	Fav
RNGFND2_TYPE	20		0:None 1:Analog 2:MaxbotixI2C 3:LidarLite-I2C 5:PWM 6:BBB-PRU 7:LightWareI2C 8:LightWare-Serial 9:BeBop 10:MAVLink 11:USD1_Serial 12:LeddarOne 13:MaxbotixSerial 14:TeraRangerI2C 15:LidarLiteV3-I2C 16:VL53L0X or VL53L1X 17:MMEA 18:WASP-LRF 19:Benewake-TF02 20:Benewake-Serial 21:LidarLightV3HP 22:PWM 23:BlueRoboticsPing 24:DroneCAN 25:Benewake-TFminiPlus-I2C 26:LanbaoFSK-CM3U-L65-CC5 27:Benewake-TF03 28:VL53L1X-ShortRange 29:LeddarVu8-Serial 30:HC-SR04 31:GYUS42v2 32:MSP 33:USD1_CAN 34:Benewake_CAN 35:TeraRangerSerial 36:Luna_Scripting 37:NoopLoop_TOFsense 38:NoopLoop_TOFsense_CAN 39:NRA24_CAN 40:NoopLoop_TOFsenseF_I2C 41:JRE_Serial 100:SITL	Type of connected rangefinder	<input type="checkbox"/>

Figura 3.20: RNGFND2\_TYPE.

Una vez finalizado la configuración, se puede verificar el funcionamiento del sensor en la ventana principal de Mission Planner, buscando en la sección de estado la medición de Sonar range ( $m$ ).

### 3.3.1. Código en Eclipse

Para realizar la lectura de los datos del sensor TF-Luna desde el controlador de vuelo, es necesario dentro de la clase personalizada almacenar y recuperar las mediciones mediante métodos set y get. Estos métodos se implementan de la siguiente manera en Eclipse:

```
// Métodos set y get para TF-Luna
void ModeRolQuad::set_distance(float _distance) {
    distance_luna = _distance;
}

float ModeRolQuad::get_distanceluna() {
    return distance_luna;
}
```

La lectura del sensor se ejecuta a una frecuencia de 100 Hz dentro del archivo fuente `UserCode.cpp`, empleando la función nativa de `ArduPilot` para obtener la distancia según la orientación especificada:

```
copter.rangefinder.distance_cm_orient(ROTATION_PITCH_270);
```

En este caso, `ROTATION_PITCH_270` indica que el sensor está orientado hacia abajo (270° de pitch), lo que permite medir correctamente distancias en un terreno.

### **3.4. Conclusión**

La plataforma desarrollada del cuadricóptero demostró ser una herramienta eficaz, versátil y de bajo costo para la realización de pruebas experimentales de distintas leyes de control. El conocimiento adquirido sobre la arquitectura del firmware de `ArduPilot` permitió la implementación de un modo de vuelo personalizado en el controlador `Pixhawk`, lo que posibilitó la evaluación y validación de estrategias de control en cuadricópteros. Además, la correcta configuración del sensor `LiDAR` en `Mission Planner`, junto con la incorporación de métodos específicos para la lectura del sensor en el código de vuelo personalizado, permitió la adquisición de datos del terreno, brindando información valiosa para futuras aplicaciones de navegación autónoma en entornos complejos.

# Capítulo 4

## Resultados y simulaciones

### Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de las simulaciones realizadas en Simulink del modelo dinámico del cuadricóptero, empleando una estructura de control en cascada. Asimismo, se muestran los resultados de la optimización de las ganancias del controlador PID mediante el algoritmo de gradiente descendente, implementado en el propio cuadricóptero.

### 4.1. Simulaciones numéricas dentro del entorno de Matlab

#### 4.1.1. Control PID en cascada

Para las presentes simulaciones numéricas se implementó una estructura de control PID en cascada, ampliamente utilizada en sistemas multivariable como es caso de los cuadricópteros, debido a su capacidad para desacoplar las dinámicas de traslación y rotación, facilitando el ajuste de cada lazo de control de forma independiente.

Como se explicó en el Capítulo 2 en este esquema, el lazo exterior regula las posiciones de traslación  $(x, y)$  generando referencias para el lazo interior, encargado de estabilizar las orientaciones angulares  $(\phi, \theta)$ .

En el modelo se consideraron los siguientes parámetros físicos del vehículo:

- $m = 1 \text{ Kg}$ ,
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,

Las condiciones iniciales fueron definidas como:

- $\phi(0) = \theta(0) = 0.05$ ,
- $\psi = 0.06$ ,
- $x(0) = y(0) = z(0) = 0$ ,

las velocidades de todas las dinámicas en su condición inicial son igual a cero, es decir, que se considera que el cuadrirrotor no está en movimiento cuando comienza la simulación.

La trayectoria de referencia fue definida como un movimiento circular en el plano  $x$ - $y$ , descrita por las Ecuaciones 4.1 y 4.2:

$$x_d = -10 * \cos\left(\frac{\pi}{180}t\right) + 10 \quad (4.1)$$

$$y_d = -10 * \sin\left(\frac{\pi}{180}t\right) \quad (4.2)$$

Para la coordenada  $z$ , la trayectoria corresponde a un movimiento lineal descrito por la Ecuación 4.3:

$$z_d = 5 - 0.25 * (t - 92), \quad (4.3)$$

donde  $t$  es el tiempo de la simulación, además las posiciones deseadas están dadas en metros.

Por último las ganancias del control del tipo PID en cascada son las siguientes:

- $kp_x = kp_y = 0.2$ ,
- $kp_z = 1.3$ ,
- $kp_\phi = kp_\theta = kp_\psi = 180$ ,
- $kd_x = kd_y = 0.16$ ,
- $kd_z = .9$ ,
- $kd_\phi = kd_\theta = kd_\psi = 80$ ,
- $ki_x = ki_y = 0.2$ ,

- $ki_z = .04$ ,
- $ki_\phi = ki_\theta = ki_\psi = 3.5$ ,

El tiempo de simulación fue de 120 *segundos* con un paso de 0.001 *segundos* empleando el método numérico de Runge-Kutta.

La Figura 4.1 presenta el diagrama en bloques desarrollado en Simulink, donde se implementó el control PID en cascada.

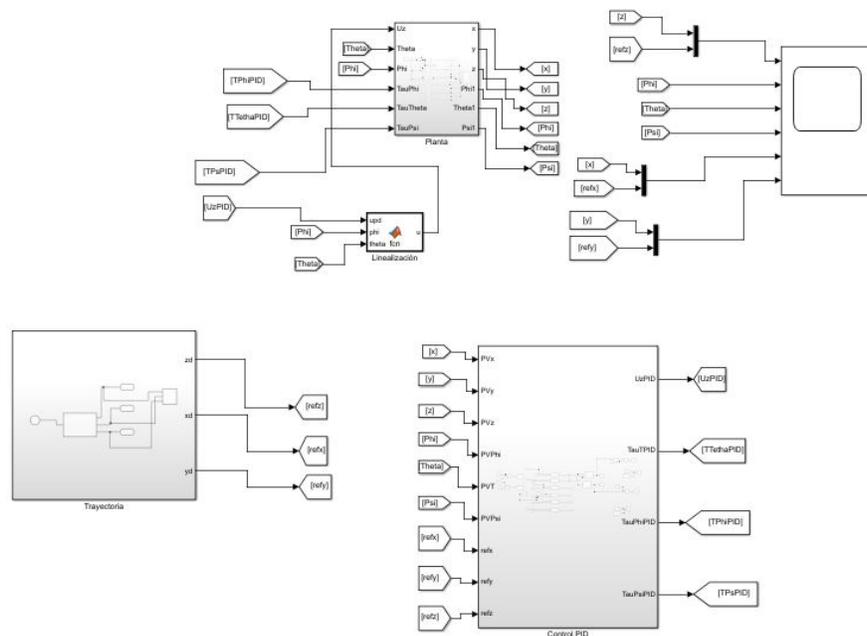
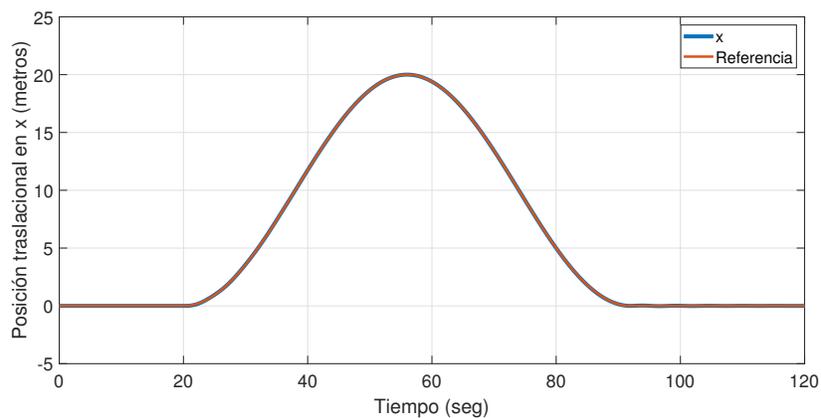
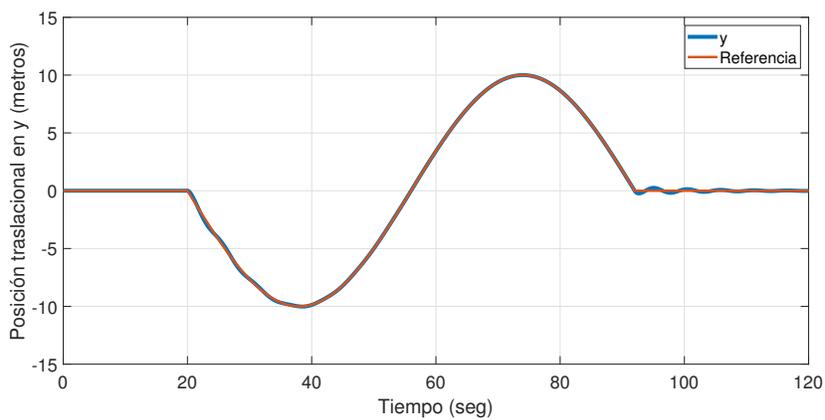


Figura 4.1: Esquema de la simulación con un control PID en cascada.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para cada subsistema, comparando la respuesta del sistema con la trayectoria de referencia: La Gráfica 4.2 muestra el comportamiento del subsistema  $x$

Figura 4.2: Posición de la traslación en  $x$  y su referencia deseada.

La Gráfica 4.3 muestra el comportamiento del subsistema  $y$

Figura 4.3: Posición de la traslación en  $y$  y su referencia deseada.

La Gráfica 4.4 muestra el comportamiento del subsistema  $z$

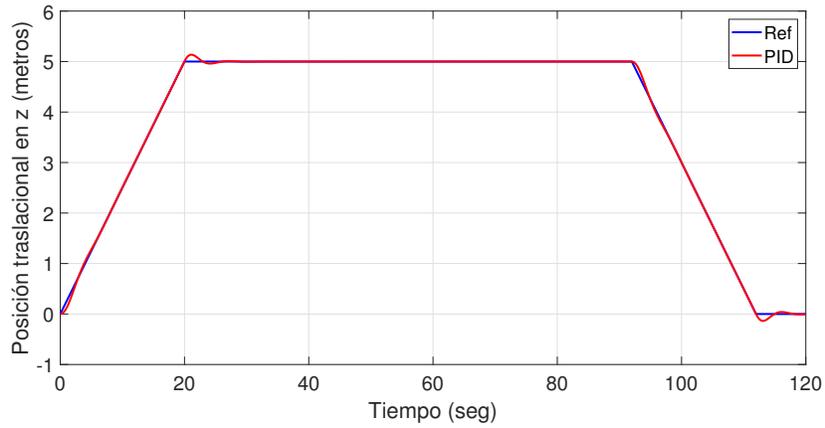


Figura 4.4: Posición de la traslación en  $z$  y su referencia deseada.

La Gráfica 4.5 muestra el comportamiento del subsistema  $\phi$

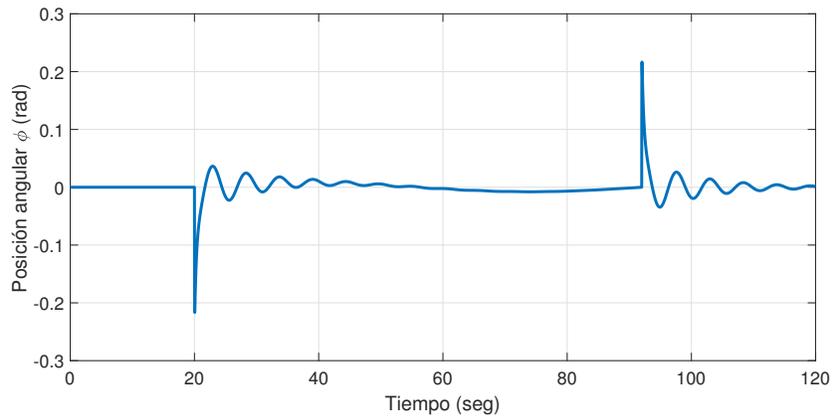


Figura 4.5: Posición angular correspondiente a la dinámica de  $\phi$  y su referencia deseada.

La Gráfica 4.6 muestra el comportamiento del subsistema  $\theta$

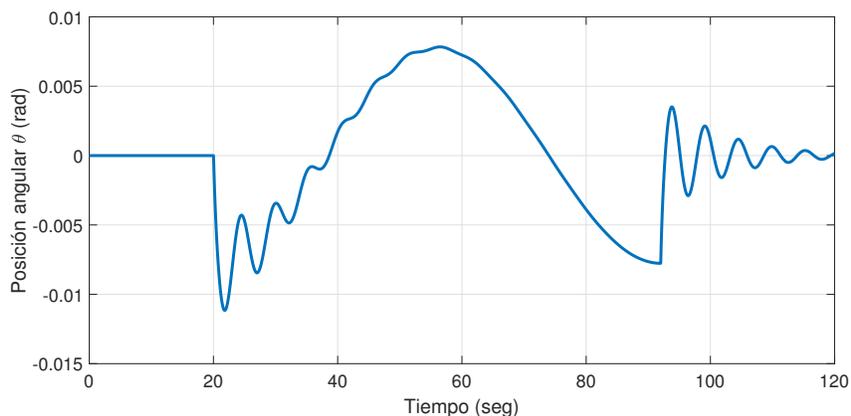


Figura 4.6: Posición angular correspondiente a la dinámica de  $\theta$  y su referencia deseada.

La Gráfica 4.7 muestra el comportamiento del subsistema  $\psi$

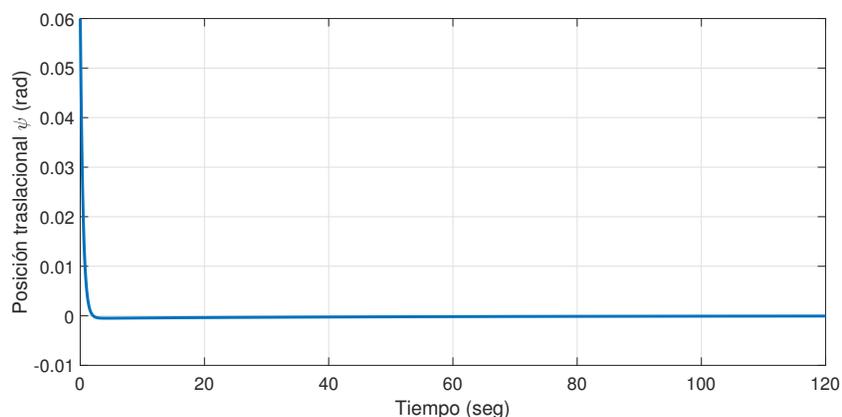


Figura 4.7: Posición angular correspondiente a la dinámica de  $\psi$  y su referencia deseada.

La simulación del esquema de control PID en cascada permitió comprobar cómo se sigue una trayectoria circular bajo las condiciones y parámetros establecidos. Los resultados revelan un comportamiento estable en las variables de traslación y rotación, logrando un seguimiento bastante adecuado de las referencias que deseadas.

#### 4.1.2. Control PID con ganancias optimizadas por el algoritmo del gradiente descendente

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de la simulación en tiempo discreto, utilizando el algoritmo de gradiente descendente para la optimización de las ganancias de

un controlador PID. A partir de una simulación numérica se realiza la implementación del algoritmo del gradiente descendente sobre la dinámica de  $z$ , los parámetros utilizados para el proceso de obtención de las ganancias de control óptimas con el uso del método del gradiente descendente son los siguientes:

$$Q_z = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, H_z = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, R_z = 0.01, \text{psilon} = 0.01$$

Las condiciones iniciales para la simulación numérica de las dinámicas traslaciones y orientación son las siguientes:  $x(0) = y(0) = z(0) = \phi(0) = \theta(0) = 0$  y en la dinámica de la guiñada se considera una condición inicial de  $\psi(0) = 0.06$ . La simulación tiene un paso de 0.001 segundos y se emplea el método Runge-Kutta.

El procedimiento de simulación se desarrolla en tres etapas principales:

- En primer lugar, se implementa una ley de control del tipo PID convencional en cada una de las dinámicas para el seguimiento de la trayectoria de un círculo. La simulación de la dinámica del vehículo se realiza en Simulink y una vez terminada la simulación se guarda el comportamiento de la dinámica de  $z$  y la señal del respectivo control.
- Posteriormente con las señales almacenadas se procede con el proceso de optimización de las ganancias del control utilizadas para realizar seguimiento de trayectoria en la dinámica de  $z$ . Para la optimización de las ganancias del control se utiliza el algoritmo del gradiente descendente que se ejecuta fuera de línea. Al finalizar el proceso se obtienen las ganancias óptimas.
- Finalmente, se implementa las ganancias de control obtenidas por el algoritmo del gradiente descendente en la simulación del vehículo cuádrirrotor. Para comprobar si el control con ganancias optimizadas realiza el seguimiento de trayectoria, se verifica si obtuvo una mejora en la respuesta transitoria del vehículo, así como, la reducción del consumo de energía en comparación de las ganancias originales con las que se realizó la primera simulación.

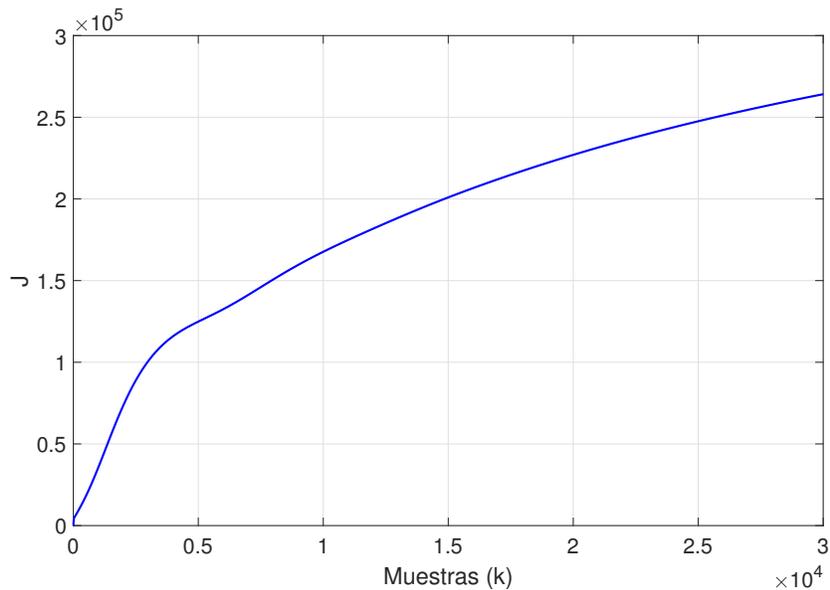


Figura 4.8: Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las primeras ganancias propuestas del control.

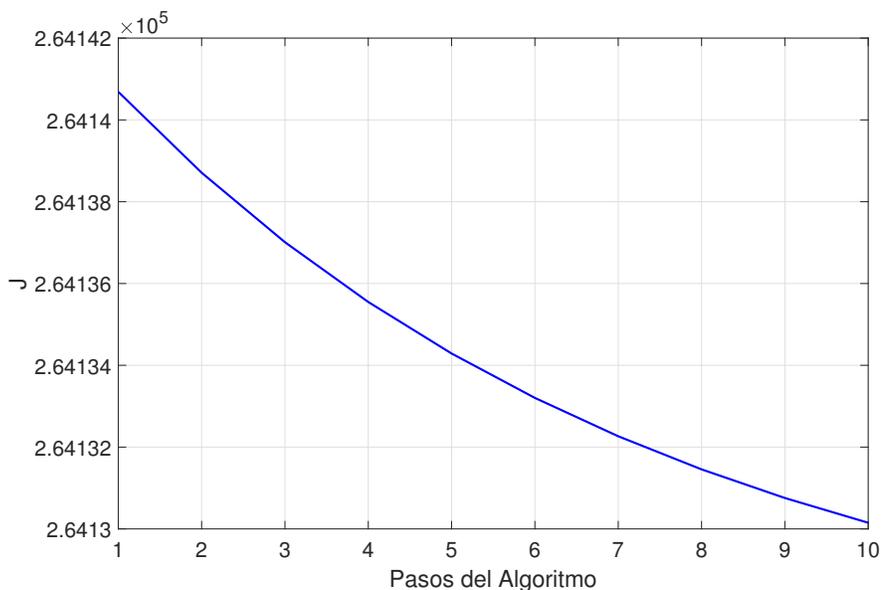


Figura 4.9: Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las ganancias calculadas por el algoritmo del gradiente descendente en cada uno de los pasos del algoritmo.

En la Figura 4.8 se aprecia el comportamiento del índice de desempeño con unas ganancias de control a ser optimizadas por el método del gradiente descendente. Como se

aprecia la función de energía es creciente indicando que las ganancias propuestas para el seguimiento de trayectoria del vehículo tienen un alto consumo de energía. Por otro lado, la Figura 4.9 ilustra el comportamiento del índice de desempeño en cada uno de los pasos de las iteraciones del algoritmo de optimización de ganancias. Se observa que el índice de desempeño descende conforme se actualizan las ganancias del control hasta llegar al paso número 10 donde comienza a establecerse el índice de desempeño.

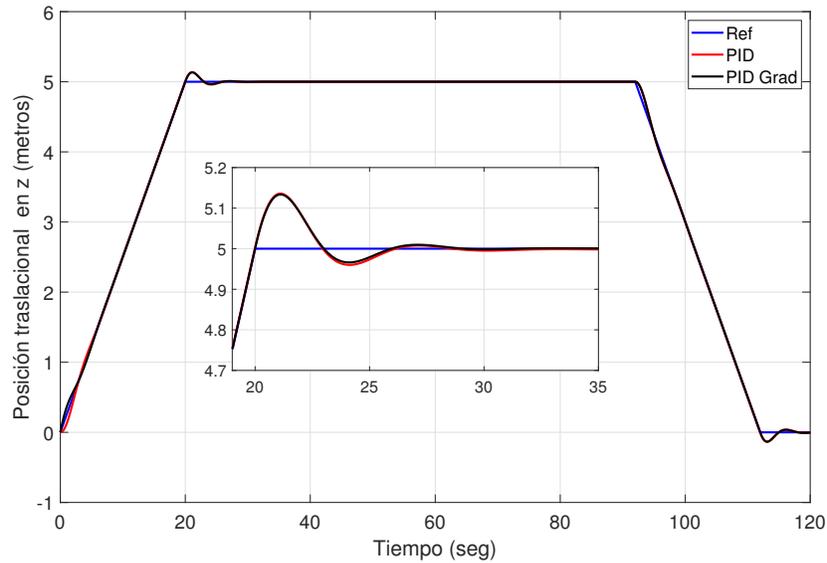


Figura 4.10: Se presenta el desempeño del vehículo al realizar un seguimiento de trayectoria de la dinámica de  $z$  con el PID convencional en comparación al PID con las ganancias de control optimizadas.

La Figura 4.10 presenta la respuesta de la dinámica de altura del vehículo, en el segundo 20 se aprecia un sobre impulso sobre el seguimiento de la trayectoria, el control PID con ganancias optimizadas tiene ligeramente un mejor desempeño en contraste al PID convencional. Para tener una mejor apreciación de lo antes comentado se utiliza el índice Integral del Error Absoluto (IAE) que proporciona información sobre las respuestas transitorias y evalúa la adecuación del rendimiento:

$$\text{IAE}_z = \int_0^t \|\mathbf{e}_z(\tau)\| d\tau, \quad (4.4)$$

donde  $\|\mathbf{e}_z\| = (\mathbf{e}_z^T \mathbf{e}_z)^{\frac{1}{2}}$ . El rendimiento obtenido para la dinámica de altura con el control PID es  $\text{IAE}_z = 1.495$  y el índice de desempeño con el uso del método del

gradiente descendente es  $IAE_z = 1.283$ . Contrastando los dos índices de desempeño se puede cuantificar de manera simple el error total de un sistema respecto a su referencia, destacando que el algoritmo del gradiente descendente obtuvo un resultado de menor magnitud y por tanto un mejor desempeño al realizar el seguimiento de la trayectoria deseada comparado con el PID convencional.

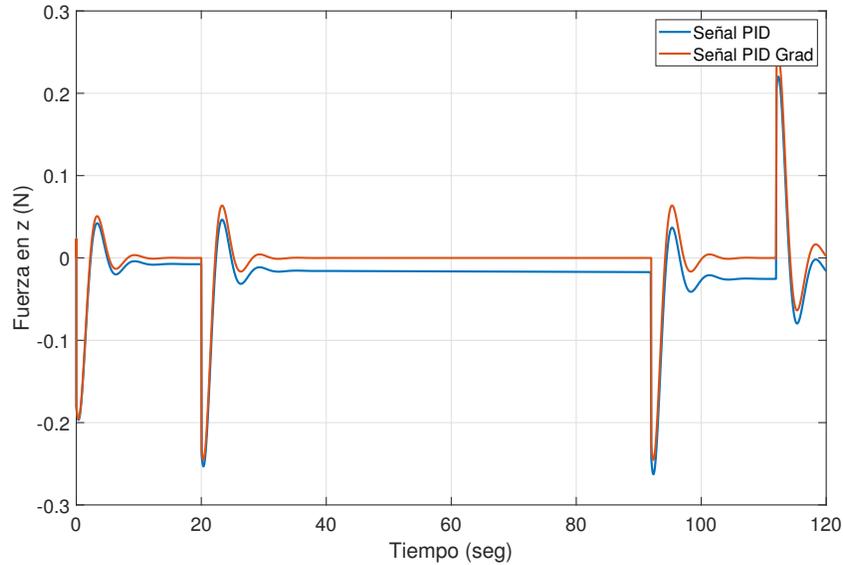


Figura 4.11: Se presenta el comportamiento del control PID y del control PID optimizado por el gradiente descendente en la dinámica de  $z$ .

La Figura 4.11 muestra el desempeño de los controles propuestos en donde el menor consumo de energía para realizar el seguimiento de la trayectoria en la dinámica de  $z$  es el PID con ganancias optimizadas por el algoritmo del gradiente descendente. Cabe señalar que la señal de control PID por medio del gradiente descendente obtiene valores pequeños y a su vez negativos debido a que no se está considerando la parte del control en la altura que compensa la fuerza de gravedad, a su vez, indica que solo necesitamos aumentar o reducir pequeñas cantidades la magnitud del vector de fuerza resultante para producir desplazamientos en la altura. Para corroborar lo anterior se utiliza un método de análisis de consumo de energía, por lo tanto, es utilizada la siguiente ecuación de energía:

$$E_{uz} = \int_0^t u(\tau)^\top u(\tau) d\tau. \quad (4.5)$$

En esta ecuación, el controlador PID convencional produce un valor de  $E_{uz} = 0.2995$ ,

mientras que el PID optimizado mediante el método de gradiente descendente alcanza  $E_{uz} = 0.2671$ . Estos resultados confirman que el menor consumo de energía se logra utilizando el controlador optimizado por gradiente descendente.

### 4.1.3. Resultados experimentales del Mapeo de terrenos

Como se explicó anteriormente en el Capítulo 3, el sensor LiDAR TF-Luna fue configurado dentro del controlador de vuelo Pixhawk, lo cual permitió la adquisición y transmisión de datos de distancia. Esta integración se logró mediante la conexión del sensor al puerto serie del controlador, y su habilitación fue realizada a través del software Mission Planner.

A partir de la integración del sensor en el cuadricóptero, se logró obtener mediciones precisas de la distancia entre el vehículo y la superficie del terreno. El sensor fue instalado en la parte inferior, orientado verticalmente hacia el suelo Figura 4.12, lo que permite registrar de forma continua la altura del cuadricóptero respecto al terreno durante el vuelo.

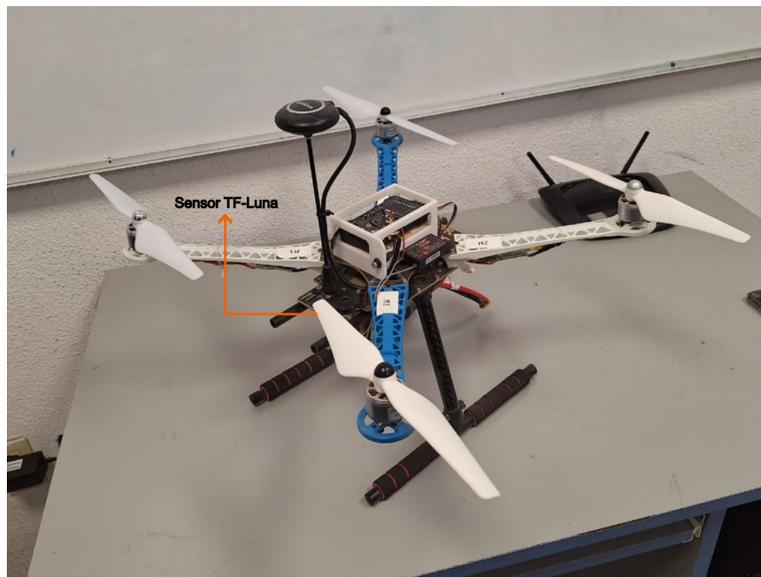


Figura 4.12: Cuadricóptero equipado con el sensor LiDAR.

La información adquirida mediante el sensor TF-Luna, combinada con la posición en el eje  $z$  (obtenida mediante el sistema de navegación inercial o GPS), permite calcular la

altitud relativa del terreno mediante la Ecuación 4.6:

$$\text{Altitud del terreno} = z_{\text{cuadrirrotor}} - \text{Distancia}_{\text{TF-Luna}} \quad (4.6)$$

Se llevaron a cabo diversos experimentos de vuelo en los que el cuadrirrotor sobrevoló un área cuadrada siguiendo una trayectoria previamente definida. Durante cada recorrido, se registraron simultáneamente las coordenadas espaciales  $(x, y, z)$  y las lecturas del sensor LiDAR, encargado de medir la distancia vertical al suelo.

Con esta información, fue posible estimar la altitud del terreno en cada punto del vuelo. De esta manera, se construyó una nube de puntos tridimensional que representa la forma del terreno. Aunque el TF-Luna mide únicamente en una dirección (de forma vertical), el movimiento constante del cuadrirrotor permitió recolectar muchos puntos distribuidos sobre toda el área. Esto convirtió al sistema en una especie de escáner en movimiento, capaz de capturar con detalle las variaciones del terreno.

Los datos obtenidos se procesaron en MATLAB utilizando métodos de interpolación para unir los puntos y generar un modelo 3D del terreno. Posteriormente, se empleó la función `mesh` de MATLAB para representar los resultados en forma de una malla tridimensional, lo cual permitió visualizar con mayor claridad los desniveles presentes en la zona evaluada.

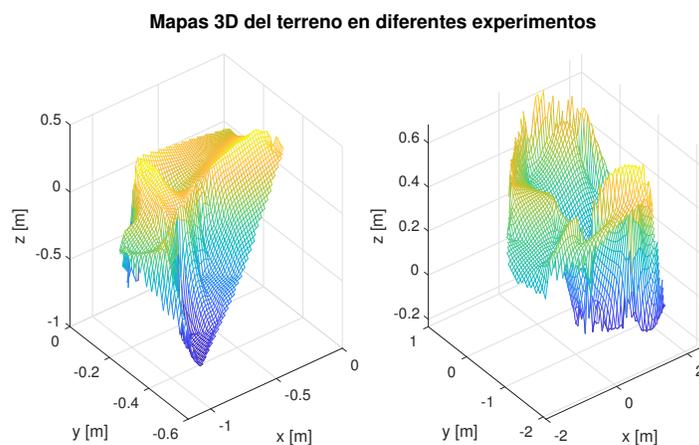


Figura 4.13: Mapas 3D del terreno obtenidos en distintos vuelos experimentales.

De estos experimentos, se seleccionó el que presentó la mejor cobertura y calidad de datos para la representación final. En la figura 4.14 se presenta el modelo tridimensional

del terreno reconstruido a partir de dichos datos, donde se aprecian claramente las variaciones de altura en función de la posición horizontal. El mallado de colores resalta las diferencias topográficas, con zonas más elevadas en tonos cálidos y áreas más bajas en tonos fríos.

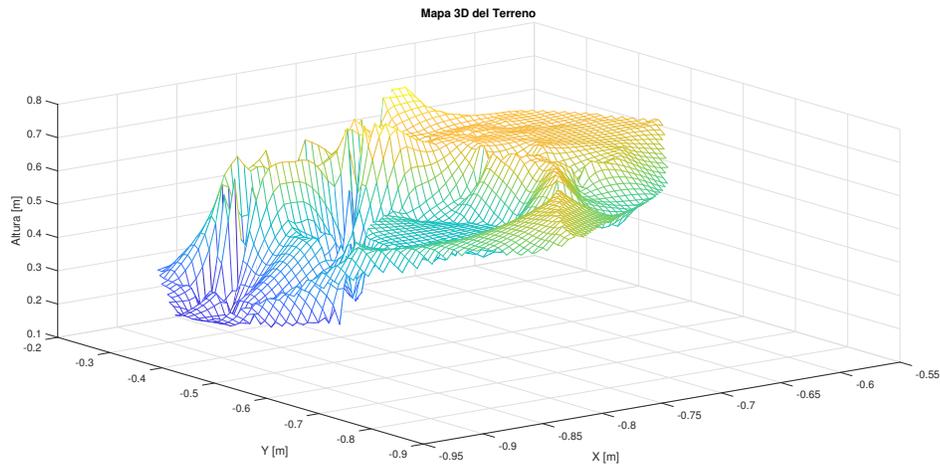


Figura 4.14: Mapa 3D del terreno generado a partir de datos del sensor LiDAR.

En conjunto, la experimentación validó la eficacia del sistema para adquirir y procesar datos de altitud relativa con alta precisión. El empleo del sensor TF-Luna LiDAR, integrado en el cuadrirrotor, demostró su capacidad para generar representaciones tridimensionales fiables del terreno, sentando así las bases para la detección de desniveles en labores agrícolas.

## 4.2. Conclusión

Las simulación de la estructura en cascada permite con la trayectoria circular permite observar como al utilizar este tipo de estructura se pueda mantener dentro del punto de consigna, esto se realizó utilizando un control PID, lo siguiente fue optimizar las ganancias de este control con el algoritmo del gradiente descendente, se observó que al optimizar las ganancias se minimizó el índice de desempeño y por lo tanto se disminuyó el consumo energético, además se obtuvo un mapa en el que se representan los desniveles que existe en un terreno con ayuda de la implementación de un sensor LiDAR (TF-Luna).

# Capítulo 5

## Conclusiones y trabajo futuro

### 5.1. Conclusiones

Las principales contribuciones de este proyecto de tesis fueron las siguientes:

Se implementó un esquema de control en cascada para un sistema subactuado de tipo cuadrirrotor, lo que permitió mejorar tanto la estabilidad como el desempeño en el seguimiento de trayectorias. En las simulaciones realizadas, especialmente al seguir una trayectoria circular, el sistema logró mantener un seguimiento cercano a la trayectoria deseada.

Se logró la aplicación del algoritmo de gradiente descendente para un sistema matricial. En particular, se utilizó para ajustar las ganancias de un controlador PID, lo que permitió reducir un índice de desempeño que combina criterios de precisión y eficiencia energética, obteniendo un menor consumo de energía en comparación con un PID convencional.

Además, se desarrolló un modo de vuelo personalizado en el controlador Pixhawk, lo que facilita la experimentación con distintos algoritmos de control en cuadrirrotores. El uso de un kit estándar también permite reproducir pruebas de manera más accesible y económica.

Por último, se integró el sensor LiDAR TF-Luna, cuya configuración sencilla y características técnicas permitieron reconstruir un mapa 3D de un terreno cuadrangular. La diferencia entre la medición del sensor y la altura del cuadrirrotor permitió visualizar los desniveles existentes en el terreno, abriendo la posibilidad de generar mapas topográficos útiles para la identificación de desniveles en áreas agrícolas.

## 5.2. Trabajo futuro

Para seguimiento de este trabajo a futuro se propone:

- Aplicar el algoritmo del gradiente descendente para optimizar las ganancias de las demás dinámicas del cuadrirrotor (ejes  $x$ ,  $y$  y rotacionales), con el fin de mejorar la estabilidad y precisión global del sistema.
- Implementar las ganancias optimizadas directamente en la plataforma experimental, realizando pruebas de vuelo reales que validen la efectividad del algoritmo propuesto.
- Por último, realizar pruebas en terrenos agrícolas utilizando el cuadrirrotor con el objetivo de generar mapas digitales, que permitan a los agricultores a detectar desniveles presentes en sus terrenos, facilitando la toma de decisiones en tareas del manejo de sus tierras.

# Bibliografía

- [1] Nourhan Elmeseiry, Nancy Alshaer, and Tawfik Ismail. A detailed survey and future directions of unmanned aerial vehicles (uavs) with potential applications. *Aerospace*, 8(12), 2021.
- [2] Othman NQH Li Y. et Mohsan, SAH. Unmanned aerial vehicles (uavs): practical aspects, applications, open challenges, security issues, and future trends. *Intel Serv Robotics*, 16:109–137, 2023.
- [3] Güray Sonugür. A review of quadrotor uav: Control and slam methodologies ranging from conventional to innovative approaches. *Robotics and Autonomous Systems*, 161:104342, 2023.
- [4] Christos Mourgelas, Evangelia Micha, Emmanouil Chatzistavrakis, and Ioannis Voyiatzis. Classification of unmanned aerial vehicles in meteorology: A survey. *Environmental Sciences Proceedings*, 26(1), 2023.
- [5] Ayaz Ahmed Hoshu, Liuping Wang, Abdul Sattar, and Alex Fisher. Auto-tuning of attitude control system for heterogeneous multirotor uas. *Remote Sensing*, 14(7), 2022.
- [6] Javier Moreno-Valenzuela Iván López-Sánchez. *PID control of quadrotor UAVs: A survey. Annual Reviews in Control.* <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2023.100900>, 56:100900, 2023.
- [7] Wilman Orozco Jorge Duarte. *Optimización de sintonización de controladores PID bajo el criterio IAE aplicados a procesos térmicos. Revista ingeaUAN*, 5:35–45, 2015.
- [8] S.E. R.E Bellman. *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, 1962.

- [9] Peter Dyer and Stephen R. McReynolds. *The computation and theory of optimal control*. Academic Press, 1970.
- [10] Xin Wang, Liting Yan, and Qizhi Zhang. Investigación sobre la aplicación del algoritmo de descenso de gradiente en el aprendizaje automático. *2021 Conferencia internacional sobre redes informáticas, electrónica y automatización (ICCNEA)*, pages 11–15, 2021.
- [11] Zakiah Mohd Yusoff, Zuraida Muhammad, Mohd Noor Nasriq Nordin, Mohd Hezri Fazalul Rahiman, and Mohd Nasir Taib. Real time pid control for hydro-diffusion steam distillation essential oil extraction system using gradient descent tuning method. *2012 IEEE Control and System Graduate Research Colloquium*, pages 288–293, 2012.
- [12] Qihao Weng. *Advances in Environmental Remote Sensing: Sensor, Algorithms and Applications*. CRC Press, 2011.
- [13] Bernhard E. Boser Behnam Behroozpour, Phillip A. M. Sandborn. “Vehículos aéreos no tripulados como alternativa de solución a los retos de innovación en diferentes campos de aplicación: una revisión de la literatura”. *Investigación e Innovación en Ingenierías DOI: <https://doi.org/10.17081/invinno.9.1.4017>*, 55(10):135–142, 2017.
- [14] Xiaoye Liu. *Airborne LiDAR dor DEM generation:some critical issues. Progress in Physical Geography: Earth and Environment DIO:<https://doi.org/10.1177/0309133308089496>*, 32(1):31–49, 2008.
- [15] Oscar Daniel Rivera González. *Fotogrametría de drones para la prevención de deslramientos en la Ciudad de México DOI: <https://doi.org/10.55467/reder.v4i2.52>*. *Revista de estudios Latinoamericanos sobre Reducción del riesgo de Desastres*, (2), 2020.
- [16] PIX4D. Lidar: qué es y qué utilidad tiene para la fotogrametría, 2021.
- [17] Wingtra. *Wingtraone Gen II*. 2023. <https://wingtra.com/wp-content/uploads/Wingtra-Technical-Specifications-Spanish.pdf>.
- [18] Rms geoespacial. <https://rmsgeoespacial.com/>, 2025. Recuperado el 10-09-2025.

- [19] Drones pro México. <https://dronespro.com.mx/collections/sensefly-ebecrsrtid=AfmBOopudWKGRlAuMesrLmAnHNTktEB4xmYvw2hRM1vcjqoPwq8RKYQN>, 2025. Recuperado el 10-09-2025.
- [20] SenseFly. *eBee X Drone user manual*. 2019. <https://geomatika-smolcak.hr/wp-content/uploads/2018/10/eBee-X-Drone-User-Manual.pdf>.
- [21] Sunbelt Rentals. <https://www.sunbeltsales.co.uk/leica-lino-14p1-multi-line-lasersrsrtid=AfmBOor8QB8aYVdDOzuWexW9qCEtnC51XRHqza8L6qbffHonY9biotGZQ>, 2024. Recuperado el 10-09-2025.
- [22] Junling He, Yang Yang, Huacheng Zhu, Kang Li, Wei Yao, and Kama Huang. Microwave heating based on two rotary waveguides to improve efficiency and uniformity by gradient descent method. *Applied Thermal Engineering*, 178:115594, 2020.
- [23] Ruoyin Jing, Ran Gao, Mengchao Liu, Angui Li, Shengrui Yu, Xiaojie Xie, Changjiang Chen, and Min Zhou. A variable gradient descent shape optimization method for transition tee resistance reduction. *Building and Environment*, 244:110735, 2023.
- [24] Muhammet Fatih Aslan, Akif Durdu, Kadir Sabanci, Ewa Ropelewska, and Seyfettin Sinan Gültekin. A comprehensive survey of the recent studies with uav for precision agriculture in open fields and greenhouses. *Applied Sciences*, 12(3), 2022.
- [25] Geospectral. <https://geospectral.com.mx/products/matrice-350-rtk?srsrtid=AfmBOopbaR0MaUhse04nmKMhMh2gkc3Wliv3ReIQ7KmqPgOFZrYOJLwj>, 2025. Recuperado el 10-09-2025.
- [26] Romero-Trejo H. Acevedo-Sandoval OA Toriz-Palacios A. y Clavel-Maqueda M Cornejo-Velázquez, E. Use of unmanned aerial vehicles (uav) as an innovation in agriculture. *African Journal of Agricultural Research*, 12:1665–1673, 2022.
- [27] A. Rosales-Soto and R. Arechavala-Vargas. Agricultura inteligente en México: Análisis de datos como herramienta de competitividad. *Vinculatégica EFAN*, 6(2):1415–1427, 2020.

- 
- [28] Tao Liang, Kailai Yang, Qiang Han, Chenjie Li, Junlin Li, Qingwen Deng, Shidong Chen, and Xianguo Tuo. Attitude estimation of quadrotor uav based on qukf. *IEEE Access*, 11:111133–111141, 2023.
- [29] Jaime Cid Fernando Reyes. *Drones Cinemática, Dinámica y Control de Cuadricópteros*. Alfaomega, 1ra edition, 2019.
- [30] Luis Tupak Aguilar Bustos José Ernesto Herrero Brito Roger Miranda Colorado, Ruben Alejandro Garrido Moctezuma. *Drone Modelado y control de cuadrotores*. Alfaomega, 1ra edición edition, 2018.
- [31] Yang Shi Wenle Zhang Xin Jin, Yang Tang and Wei Du. *Event-Triggered Formation Control for a Class of Uncertain Euler–Lagrange Systems: Theory and Experiment*. *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, 30:336–343, 2021.
- [32] Alejandro Dzul Pedro Castillo and Rogelio Lozano. *Real-Time Stabilization and Tracking of a Four-Rotor Mini Rotorcraft*. *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, 12, 2004.
- [33] Antonio Creus. *Instrumentación industrial*. Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., octava edition, 2011.
- [34] Antonio Visioli. *Practical PID Controll*. Springer Science y Business Media, 2006.
- [35] ArduPilot Dev Team. Pixhawk overview. <https://ardupilot.org/copter/docs/common-pixhawk-overview.html>, n.d. Recuperado el 31 de julio de 2025.

# Apéndice A

## Problema del control óptimo

Un sistema de control no lineal puede representarse mediante una ecuación diferencial matricial como se expresa en la Ecuación A.1

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)), x(t_0) = x_0, \quad (\text{A.1})$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}, f(., .) \in \mathbb{R}^n$  una vez elegido el control, el sistema A.1 determina una trayectoria o estado  $x(.)$  con condición inicial  $x_0$ , en el instante  $t_0$ .

**Calculo de variaciones.** Un punto  $x^*$  en  $\mathbf{R}^n$ , se dice un mínimo local, de una función  $g(x)$  si existe un  $\epsilon > 0/$

$$\|x - x^*\| < \epsilon \Rightarrow g(x^*) \leq g(x) \forall x \in B(\epsilon, x^*) \quad (\text{A.2})$$

Un índice de desempeño, puede penalizar al estado del sistema y el control a éste se le llama funcional de costo y puede definirse como en la Ecuación A.3

$$J = L(x, u), \quad (\text{A.3})$$

donde  $\mathbf{L}$  es una función escalar definida positiva. La función  $\mathbf{L}$  representa una penalización del estado  $x(.)$  y de la energía utilizada  $u(.)$ .

Se busca una  $u^*$  tal que  $L(x, u)$  sea un mínimo local (**Definición 1**) sujeto a la Ecuación A.1, es decir  $L(x, u^*) < L(x, u)$ .

Sea  $u^*$  un mínimo local para el problema del control óptimo entonces se tiene la Ecuación:

$$L(x, u^*) \leq L(x, u) \forall u \in B(\epsilon, u^*) \quad (\text{A.4})$$

Si  $L(x, u)$  tiene derivadas continuas respecto a  $u$ . Se aproxima la función costo por medio de Series de Taylor alrededor de  $u^*$  (control óptimo).

$$L(x, u) = L(x, u^*) + \frac{\partial L(x, u)}{\partial u} \Big|_{u=u^*} [u - u^*] + \frac{1}{2!} (u - u^*)^T \left[ \frac{\partial^2 L(x, u)}{\partial u^2} \Big|_{u=u^*} \right] (u - u^*) + R_2(u), \quad (\text{A.5})$$

donde

$$L(x, u) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(x, u)}{\partial u_1} \\ \frac{\partial L(x, u)}{\partial u_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial L(x, u)}{\partial u_m} \end{bmatrix}_{mx1} \quad (\text{A.6})$$

Sea  $\delta u = u - u^*$  y  $\frac{\partial L(x, u)}{\partial u} \Big|_{u=u^*} = L_u(x, u^*)$ .

$$\delta L = \underbrace{L_u(x, u^*)}_{\text{Primera variación}} \delta u + \frac{1}{2} \delta u^T \underbrace{L_{uu}(x, u^*)}_{\text{Segunda variación}} \delta u + R_2(u) \quad (\text{A.7})$$

**Teorema.** La primera condición sobre la primera variación para obtener un mínimo local se muestra en la Ecuación A.8

$$L_u \triangleq \frac{\partial L(x, u^*)}{\partial u} = 0 \quad (\text{A.8})$$

Sea la Ecuación A.9

$$J = L(x, u), \quad (\text{A.9})$$

una funcional que generalmente es definida positiva y  $L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ .

### Condición estacionaria

Sea  $\frac{\partial^2 L}{\partial u^2} \Big|_{u=u^*} \triangleq L_{uu}$ , una condición necesaria para que  $u^*$  sea óptimo ( $L$  alcanza un mínimo) es  $L_{uu}$  sea semidefinido positivo es decir  $L_{uu} \geq 0$

### Condiciones suficientes para la optimalidad

Sea  $L_u(x, u^*)$  una función que exista, acotada además continua y suponga es  $\frac{\partial L(x, u)}{\partial u} \Big|_{u=u^*} = L_u = 0$  y  $\delta u^T L_{uu} \delta u > 0 \forall \delta u$ , entonces  $u^*$  es óptimo ( $L(x, u^*)$  alcanza un mínimo.)

### Principio de Causalidad

El estado actual de la planta depende de estados pasados y presentes tanto del estado o de los valores del control.

La secuencia de controles  $u[k, r-1] = [u(k), u(k+1), \dots, u(r-1)]$ , univocamente determina el estado  $x(r)$  junto con el estado  $x(k)$  y el parámetro  $\alpha$ .

Se necesitan los valores pasados para determinar a  $x(N)$ , es decir se necesita a  $x(N-1)$  y  $u(N-1)$ .

Para calcular a  $J$ , necesito a toda la secuencia desde 0 hasta  $N$ , también a la secuencia de control de  $u[0, N-1]$  y a todo el vector  $\alpha$  que se mantiene constante desde 0 hasta  $N$ .

# Apéndice B

## Otros experimentos

### B.1. Control PD con ganancias optimizadas por el algoritmo del gradiente descendente

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de la simulación en tiempo discreto, utilizando el algoritmo de gradiente descendente para la optimización de las ganancias de un controlador PD. A partir de una simulación numérica se realiza la implementación del algoritmo del gradiente descendente sobre la dinámica de  $z$ , los parámetros utilizados para el proceso de obtención de las ganancias de control óptimas con el uso del método del gradiente descendente son los siguientes

$$Q_z = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, H_z = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, R_z = 0.001, \textit{psilon} = 0.001$$

Las condiciones iniciales para la simulación numérica de las dinámicas traslaciones y orientación son las siguientes:  $x(0) = y(0) = z(0) = \phi(0) = \theta(0) = 0$  y en la dinámica de la guiñada se tiene como condición inicial  $\psi(0) = 0.06$ . La simulación tiene un paso de 0.001 segundos y el método del solucionador de la simulación es Runge-Kutta. La respuesta del índice de desempeño con las ganancias de control originales y las ganancias optimizadas son las siguientes.

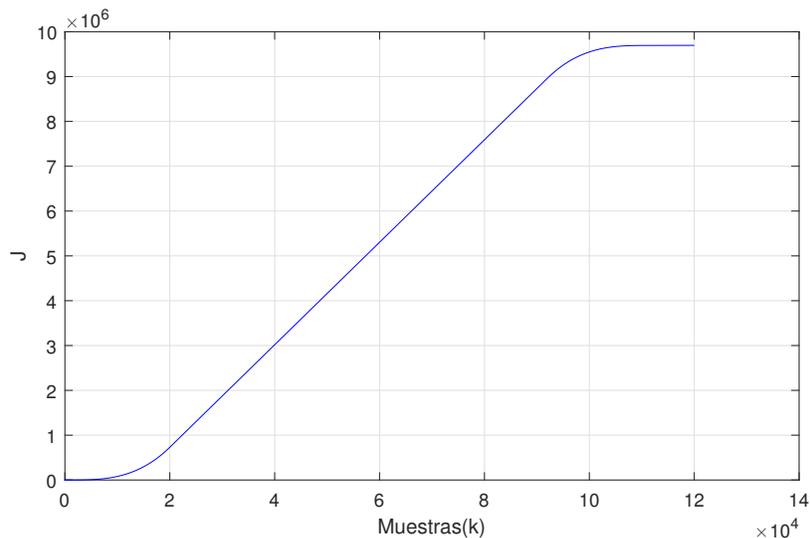


Figura B.1: Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las primeras ganancias propuestas del control.

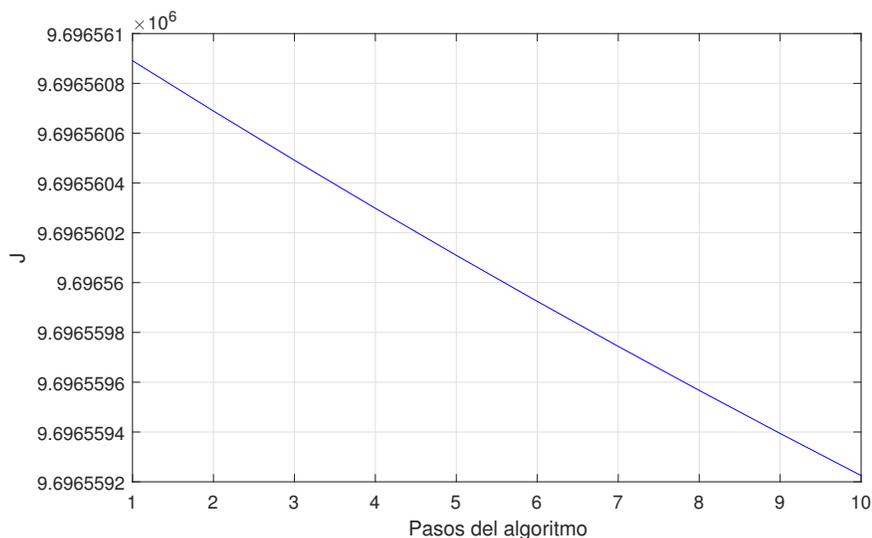


Figura B.2: Se presenta el comportamiento del índice de desempeño con las ganancias calculadas por el algoritmo del gradiente descendente en cada uno de los pasos del algoritmo.

En la Figura B.1 se aprecia el comportamiento del índice de desempeño con unas ganancias de control inicial. Como se aprecia en dicha Figura la función de energía es creciente indicando que las ganancias propuestas para el seguimiento de trayectoria del vehículo tienen un alto consumo de energía. Por otro lado, la Figura B.2 ilustra el

comportamiento del índice de desempeño en cada uno de los pasos de las iteraciones del algoritmo de optimización de ganancias. Se observa que el índice de desempeño desciende conforme se actualizan las ganancias.

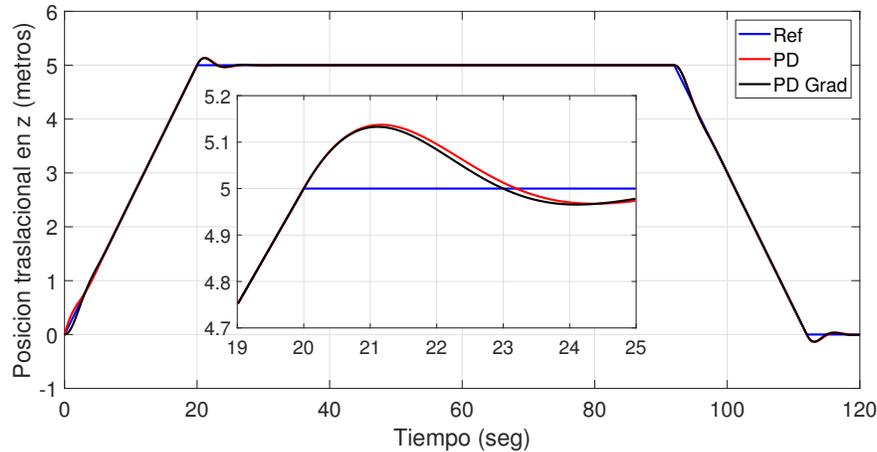


Figura B.3: Se presenta el desempeño del vehículo al realizar un seguimiento de trayectoria de la dinámica de  $z$  con el PD convencional en comparación al PD con las ganancias de control optimizadas.

La Figura B.3 presenta la respuesta de la dinámica de altura del vehículo, en la cuál se aprecia un error en estado estacionario tanto con las ganancias del control PD convencional y las ganancias del control optimizadas por el gradiente descendente. Como se muestra en la Figura la respuesta del sistema con el control PD con ganancias optimizadas es la que tiene un menor error en estado estacionario. Para tener una mejor apreciación de lo antes comentado se utiliza el índice Integral del Error Absoluto (IAE) que proporciona información sobre las respuestas transitorias y evalúa la adecuación del rendimiento. El rendimiento obtenido para la dinámica de altura con el control PD es  $IAE_z = 1.32$  y el índice de desempeño con el uso del método del gradiente descendente es  $IAE_z = 1.31$ . Contrastando los dos índices de desempeño se puede cuantificar de manera simple el error total de un sistema respecto a su referencia, reafirmando lo antes comentado donde el algoritmo del gradiente descendente obtuvo un resultado de menor magnitud comparado con el PD convencional.

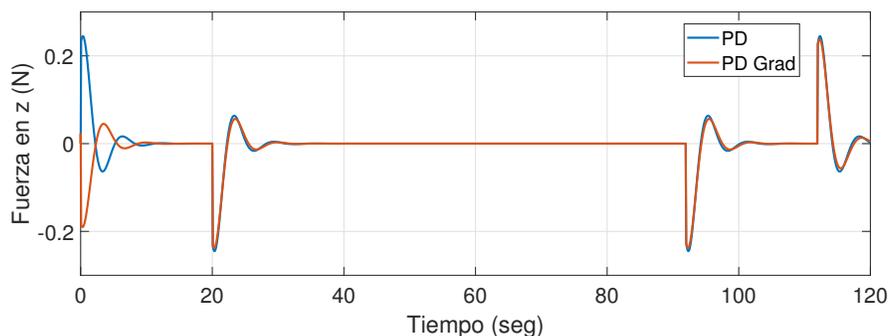


Figura B.4: Se presenta el comportamiento del control PD y del control PD optimizado por el gradiente descendente en la dinámica de  $z$ .

La Figura B.4 exhibe el desempeño de los controles propuestos en donde el menor consumo de energía para realizar el seguimiento de la trayectoria en la dinámica de  $z$  es el PD con ganancias optimizadas por el algoritmo del gradiente descendente. La Figura muestra que el control optimizado por el gradiente descendente requiere de menos energía o una menor fuerza ejercida sobre la dinámica de  $z$  para realizar el seguimiento de trayectoria aunque como se pudo apreciar en la Figura B.3 se sacrifica la convergencia del sistema a la referencia. Para corroborar lo anterior se utiliza un método de análisis de consumo de energía, es utilizada la Ecuación de energía 4.4 donde el control PD convencional da como resultado  $E_{uz} = .29$  y el PD optimizado por el gradiente descendente  $E_{uz} = .25$ . El resultado anterior corrobora que el menor consumo de energía lo obtuvo el control por el método de gradiente descendente.



# Mapeo\_terrenos\_con\_correccion es

**14%**  
Textos  
sospechosos



< 1% **Similitudes**  
0% similitudes entre comillas  
0% entre las fuentes  
mencionadas  
13% **Idiomas no reconocidos**

Nombre del documento: Mapeo\_terrenos\_con\_correcciones.pdf  
ID del documento: 22cc958ed10239c493e25474497dfcfea686ec3e  
Tamaño del documento original: 9,67 MB

Depositante: Eduardo Cornejo Velázquez  
Fecha de depósito: 17/9/2025  
Tipo de carga: interface  
fecha de fin de análisis: 17/9/2025

Número de palabras: 20.568  
Número de caracteres: 119.651

Ubicación de las similitudes en el documento:



## Fuentes con similitudes fortuitas

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	<b>repositorio.cinvestav.mx</b> <a href="https://repositorio.cinvestav.mx/bitstream/cinvestav/2014/1/SSIT0013294.pdf">https://repositorio.cinvestav.mx/bitstream/cinvestav/2014/1/SSIT0013294.pdf</a>	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (17 palabras)
2	<b>techevolucion.net</b>   "Avances en helicópteros: Las últimas innovaciones tecnológ... <a href="https://techevolucion.net/historia-moderna-de-la-tecnologia/helicopteros-flexibilidad-versatili...">https://techevolucion.net/historia-moderna-de-la-tecnologia/helicopteros-flexibilidad-versatili...</a>	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (11 palabras)
3	<b>www.revistareder.com</b>   Fotogrametría de Drones para la Prevención de Desliza... <a href="https://www.revistareder.com/ojs/index.php/reder/article/view/52">https://www.revistareder.com/ojs/index.php/reder/article/view/52</a>	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (10 palabras)
4	<b>eprints.uanl.mx</b> <a href="http://eprints.uanl.mx/22156/1/1080315209.pdf">http://eprints.uanl.mx/22156/1/1080315209.pdf</a>	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (11 palabras)

## Fuentes mencionadas (sin similitudes detectadas) Estas fuentes han sido citadas en el documento sin encontrar similitudes.

1	<a href="https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2023.100900">https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2023.100900</a>
2	<a href="https://doi.org/10.17081/invinno.9.1.4017">https://doi.org/10.17081/invinno.9.1.4017</a>
3	<a href="https://doi.org/10.1177/0309133308089496">https://doi.org/10.1177/0309133308089496</a>
4	<a href="https://doi.org/10.55467/reder.v4i2.52">https://doi.org/10.55467/reder.v4i2.52</a>
5	<a href="https://wingtra.com/wp-content/uploads/Wingtra">https://wingtra.com/wp-content/uploads/Wingtra</a>