

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

## DOCTORADO EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

## TESIS

## SISTEMA BCRI PARA INTERACCIÓN FÍSICA HUMANO-ROBOT CON ADAPTABILIDAD EN LA TAREA

Para obtener el grado de Doctor en Ciencias en Automatización y Control

### PRESENTA

M. en C. Jesús García Blancas

Director: Dr. Omar Arturo Domínguez Ramírez

Codirectora: Dra. Erika Elizabeth Rodríguez Torres

Pachuca de Soto, Hgo., México 27 de mayo de 2025



## Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería School of Engineering and Basic Sciences Área Académica de Computación y Electrónica Department of Electronics and Computer Science

Mineral de la Reforma Hidalgo, a 27 de mayo de 2025

Número de control: ICBI-AACyE/687/2025 Asunto: Autorización de impresión de tesis

#### MTRA. OJUKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

El Comité Tutorial del nombre del producto que indigue el documento curricular del programa educativo de posgrado titulado "SISTEMA BCRI PARA INTERACCIÓN FÍSICA HUMANO-ROBOT CON ADAPTABILIDAD EN LA TAREA", realizado por el sustentante Jesús García Blancas con número de cuenta 320382, perteneciente al programa del Doctorado en Ciencias en Automatización y Control, una vez que se ha revisado, analizado y evaluado el documento recepcional de acuerdo a lo estipulado en el artículo 110 del Reglamento de Estudios de Posgrado, tiene a bien extender la presente.

#### **AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN**

Por lo que el sustentante deberá cumplir con los requisitos del Reglamento de Estudios de Posgrado y con lo establecido en el proceso de grado vigente.

**Comité Tutorial** 

Atentamente Amor, Orden y Progreso"

#### Dr. Omar Arturo Domínguez Ramírez Director de Tesis



Codirectora de Tesis

#### Dr. Benjamín Alfonso Itza Ortíz Presidente Dr. Omar Sandre Hernández Secretario Dr. Omar Arturo Domínguez Ramírez Vocal 1 Dr. Eduardo Cornejo Velázquez Vocal 2 Vocal 3 Dra. Erika Rodríguez Torres



Ciudad del Conocimiento, Carretera Pachuca-Tulancingo Km. 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184 Teléfono: 52 (771) 71 720 00 Ext. 40052, 40053 aacye\_icbi@uaeh.edu.mx, jesus\_ordaz@uaeh.edu.mx

#### "Amor, Orden y Progreso"











#### uaeh.edu.mx



M. en C. Jesús García Blancas

Sistema BCRI para interacción física humano-robot con adaptabilidad en la tarea

Este trabajo de tesis lo dedico con amor a: Mi amada hija, mi compañera de vida, mis queridos padres y mis hermanos. Su apoyo incondicional ha sido mi ancla, su comprensión mi refugio, sus consejos mi guía y su paciencia el aliento para no desistir. Gracias a ustedes, hoy celebro la exitosa culminación de este proyecto.

#### Gracias a

**CONACYT** por la beca de doctorado otorgada durante el periodo Agosto 2021 - Enero 2024, con número de registro 625144

**CITIS - UAEH** por la formación académica brindada a lo largo de mi estancia en sus instalaciones, y de manera particular a su laboratorio de robótica avanzada e interfaces hápticas, por el apoyo durante la ejecución del presente trabajo de investigación.

# Agradecimientos

En estas líneas deseo expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a mis familiares, catedráticos y amigos, cuyo invaluable apoyo, tanto personal como profesional, fue esencial en el desarrollo y culminación de esta tesis.

Mi gratitud se extiende a la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, mi Alma Máter, por brindarme los medios, la infraestructura y los conocimientos indispensables para culminar con éxito el *Doctorado en Ciencias en Automatización y Control*.

Un agradecimiento especial y desde el corazón a Dios, por la bendición de contar con mi amada hija Sara García, mi compañera de vida Laura Sánchez Rodríguez, mis padres Antonio García Ávila y Alvara Blancas Ixtulco, así como a mi hermana Ma. Esmeralda García Blancas y mi hermano J. Víctor García Blancas. Ustedes han sido los pilares inconmovibles de mi existencia, ofreciéndome siempre su amor y apoyo incondicional. Gracias por celebrar mis triunfos como propios, por escuchar mis fracasos con empatía y sabiduría, brindándome el consejo certero y el aliento necesario para perseverar hasta culminar satisfactoriamente todos mis proyectos. Su ejemplo de temple, honestidad y perseverancia es la guía que ilumina mi camino y la herencia más valiosa que me han legado.

Igualmente, mi más sincero reconocimiento al Dr. Omar Arturo Domínguez Ramírez y a la Dra. Erika Elizabeth Rodríguez Torres, director y codirectora, respectivamente, de este trabajo de investigación. Su invaluable tiempo, su profunda sabiduría y su experta guía no solo me permitieron llevar a buen término este proyecto, sino que también enriquecieron mi formación. Agradezco, además, la amistad que me brindaron, un regalo que ha contribuido significativamente a mi crecimiento personal y profesional.

A mis sinodales, el Dr. Omar Sandre Hernández, el Dr. Benjamín Itza y el Dr. Eduardo Cornejo Velázquez, mi agradecimiento por el tiempo dedicado y sus perspicaces observaciones y valiosas aportaciones durante la revisión de este trabajo de tesis. Su rigurosidad ha enriquecido enormemente el resultado final.

Finalmente, extiendo mi gratitud a todas aquellas personas que, directa o indirectamente, aportaron su grano de arena a la realización de este trabajo. A mis compañeros de trabajo y amigos, gracias por las conversaciones estimulantes, el apoyo constante y por compartir las vivencias que hicieron de este proceso un viaje memorable.

# Resumen

#### Sistema BCRI para interacción física humano-robot con adaptabilidad en la tarea

En la actualidad, la fisioterapia asistida por robots no solo busca promover la adaptabilidad de las fuerzas de interacción entre el ser humano y el robot ante incertidumbres, sino que también aborda la modulación de amplitud y frecuencia de las trayectorias de referencia. Este aspecto específico se aborda en el contexto de la investigación en cuestión. En este proyecto de investigación, se propone un principio para ajustar el ciclo de marcha bípeda, centrándose específicamente en las características de la cadera y la rodilla en el plano sagital. Una de las contribuciones notables es el diseño de polinomios espaciotemporales derivados del patrón de marcha, originalmente definidos en porcentaje del ciclo. El sistema robótico utilizado en la simulación está inspirado en el Robot Lokomat, cuyo modelo dinámico es de 6 grados de libertad. Además, se presenta el mismo principio de adaptabilidad asociado al movimiento del miembro superior en personas que padecen el síndrome de Guillain-Barré. En este caso, se considera un robot háptico en el guiado para definir la tarea de rehabilitación. La fuente de modulación se establece a partir del análisis de las señales cerebrales asociadas al movimiento de las extremidades inferiores y superiores, respectivamente, con el caso de aplicación. En el ámbito de la fisioterapia asistida por robots, el procesamiento de registros cerebrales mediante la descomposición wavelet emerge como una herramienta sumamente beneficiosa. Esta técnica posibilita el desglose de las señales cerebrales en diferentes frecuencias, ofreciendo así una visión más detallada y precisa de la actividad neural. Al descomponer la señal en diversos niveles de escala temporal, la descomposición wavelet facilita la identificación de patrones específicos y la extracción de información relevante. Estas mejoras en la caracterización y obtención de parámetros resultan fundamentales para modificar la tarea en la interacción física humano-robot en el lazo de control, contribuyendo significativamente al avance de la investigación en este campo.

# Abstract

#### BCRI System for Human-Robot Physical Interaction with Task Adaptability

Currently, robot-assisted physiotherapy not only aims to enhance the adaptability of interaction forces between humans and robots in the presence of uncertainties but also addresses the modulation of amplitude and frequency in reference trajectories. This specific aspect is explored within the context of the present research. In this project, a principle is proposed to adjust the bipedal gait cycle, focusing specifically on the characteristics of the hip and knee in the sagittal plane. One of the notable contributions is the design of spatiotemporal polynomials derived from the gait pattern, originally defined as a percentage of the cycle. The robotic system used in the simulation is inspired by the Lokomat Robot, whose dynamic model consists of six degrees of freedom. Additionally, the same adaptability principle is applied to upper limb movement in individuals with Guillain-Barré syndrome. In this case, a haptic robot is considered for guidance in defining the rehabilitation task. The modulation source is determined through the analysis of brain signals associated with lower and upper limb movements, respectively, according to the application scenario. In the field of robot-assisted physiotherapy, brain signal processing using wavelet decomposition emerges as a highly beneficial tool. This technique enables the breakdown of brain signals into different frequency components, providing a more detailed and precise view of neural activity. By decomposing the signal into various temporal scale levels, wavelet decomposition facilitates the identification of specific patterns and the extraction of relevant information. These improvements in characterization and parameter extraction are crucial for modifying tasks in human-robot physical interaction within the control loop, significantly contributing to the advancement of research in this field.

# Índice general

	Agra Resu Abst Índic Índic	adecimientos	V VII IX XI XV
1.	Intro	oducción	6
	1.1.	Justificación	$\overline{7}$
	1.2.	Objetivos	9
	1.3.	Hipótesis	9
	1.4.	Planteamiento y solución del problema	10
	1.5.	Aportaciones	11
	1.6.	Organización	12
2.	Robe	ótica médica en rehabilitación motriz: una breve descripción del estado del	
	arte		14
	2.1.	Introducción	14
	2.1. 2.2.	Introducción	$\begin{array}{c} 14 \\ 15 \end{array}$
	2.1. 2.2.	Introducción	14 15 17
	2.1. 2.2.	Introducción	14 15 17 19
	2.1. 2.2.	Introducción	14 15 17 19 20
	<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li><li>2.3.</li></ul>	Introducción	14 15 17 19 20 21
	<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li><li>2.3.</li></ul>	Introducción	14 15 17 19 20 21 22
	<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li><li>2.3.</li><li>2.4.</li></ul>	Introducción	<ol> <li>14</li> <li>15</li> <li>17</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>22</li> <li>23</li> </ol>
	<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li><li>2.3.</li><li>2.4.</li></ul>	Introducción	<ol> <li>14</li> <li>15</li> <li>17</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>22</li> <li>23</li> <li>25</li> </ol>
	<ol> <li>2.1.</li> <li>2.2.</li> <li>2.3.</li> <li>2.4.</li> <li>2.5.</li> </ol>	Introducción	<ol> <li>14</li> <li>15</li> <li>17</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>22</li> <li>23</li> <li>25</li> <li>26</li> </ol>
3.	<ul> <li>2.1.</li> <li>2.2.</li> <li>2.3.</li> <li>2.4.</li> <li>2.5.</li> <li>Mod</li> </ul>	Introducción	<ol> <li>14</li> <li>15</li> <li>17</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>22</li> <li>23</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>28</li> </ol>
3.	<ul> <li>2.1.</li> <li>2.2.</li> <li>2.3.</li> <li>2.4.</li> <li>2.5.</li> <li>Mod 3.1.</li> </ul>	Introducción	<ol> <li>14</li> <li>15</li> <li>17</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>22</li> <li>23</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>28</li> <li>30</li> </ol>

	3.2.	Model	o dinámico de 2 GDL por extremidad para sistemas de rehabilitación	31
		3.2.1.	Formulación energética del sistema	31
		3.2.2.	Formulación matricial de la dinámica	32
		3.2.3.	Propiedades fundamentales	33
		3.2.4.	Relevancia clínica	33
	3.3.	Model	o dinámico de exoesqueleto de miembro inferior de 6 GDL	34
		3.3.1.	Cinemática del exoesqueleto de 6 GDL	34
			3.3.1.1. Sistemas de referencia	34
		3.3.2.	Modelado dinámico mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange	36
		3.3.3.	Descripción del exoesqueleto	37
		3.3.4.	Cálculo de la energía cinética	38
		3.3.5.	Cálculo de la energía potencial	40
		3.3.6.	Modelo dinámico de exoesqueleto de 3 GDL por extremidad	41
	3.4.	Contro	ol PD con compensación de gravedad para sistemas de rehabilitación	
		robóti	ca	44
		3.4.1.	Análisis de estabilidad	44
			3.4.1.1. Condiciones de equilibrio	44
			3.4.1.2. Demostración de estabilidad asintótica global	45
		3.4.2.	Estabilidad en rehabilitación robótica	46
		3.4.3.	Consideraciones prácticas	46
	3.5.	Come	ntarios	46
4	D.4	••		40
4.			le rasgos en ondas cerebrales asociadas a la intención	<b>48</b>
	4.1.			49 50
		4.1.1.	Arquitectura neural para la perfección motora	50 50
		4.1.2.	Consecuencias clínicas de las lesiones cerebelosas	50
		4.1.3.	Mecanismos neuronsiologicos de control	50 E 1
			4.1.3.1. Sistema de retroanmentación en tiempo real	51
		414	4.1.3.2. Sistema de predicción anticipatoria	51 50
	4.0	4.1.4. D	Implicaciones para sistemas neurorrenabilitacion	52
	4.Z.	Protoc	De l'acquisicion de senaies electroenceialograficas	53 53
		4.2.1.	Paradigma motor implementado	53
		4.2.2.	Configuración del sistema de adquisición	54
	4.9	4.2.3. D	Consideraciones para interfaces cerebro-computadora	54
	4.3.	Proces	Samento de registros EEG	55 50
		4.3.1.	Anansis Multiresolucion	50 50
		4.3.2.	Codificación sub-banda	00 57
			4.3.2.1. Proceso de filtrado y submuestreo	57

			4.3.2.2.	Implementación diádica	57
			4.3.2.3.	Descomposición multinivel	57
	4.4.	Come	ntarios .		60
5.	Vali	dación	numérica	y experimental de la metodología propuesta	62
	5.1.	Ciclo	de marcha	a humana	62
	5.2.	Model	ado mate	mático de la marcha	66
	5.3.	Contro	ol PD+G	de exoesqueleto de 2GDL para miembro inferior	68
		5.3.1.	Estrateg	ia de control $PD+G$	69
		5.3.2.	Resultad	los de seguimiento	69
	5.4.	Contro	ol PD+G	de exo esqueleto de 6 GDL para miembro inferior	71
		5.4.1.	Estrateg	ia de control	71
		5.4.2.	Simulaci	ón de marcha	72
	5.5.	Contro	ol adaptat	tivo basado en Interfaces Cerebro Robot Computadora	73
		5.5.1.	Adquisio	ión de señales neurales	73
		5.5.2.	Procesar	niento de señales	73
		5.5.3.	Modulac	ión adaptativa	74
	5.6.	Interfa	az Cerebro	Robot Computadora con fines de neurorrehabilitación en	
		person	as con G	uillain-Barre	75
		5.6.1.	Interfaz	cerebro-computadora e interacción háptica	76
		5.6.2.	Interfaz	cerebro-robot-computadora	77
		5.6.3.	Tarea de	e interacción y simulación de realidad virtual	79
			5.6.3.1.	Generador de base de tiempo para convergencia de tiempo	
			<b>-</b>	$finito \dots \dots f(n) = C^2 \qquad                             $	81
		<b>F</b> 0 4	5.6.3.2.	Trayectoria $\xi = \xi(t) \in C^2$ y su derivada $\xi = \xi(t) \in C^2$	82
		5.6.4.	El dispo	sitivo haptico como manipulador robótico	83
			5.6.4.1.	Dinamica de robots no lineal	83
		FOF	5.6.4.2.	Dinamica de error de lazo abierto	84
		5.0.5.	Diseno c	Destructed del medicate de control de manimiente	84
			Э.О.Э.І. ЕСЕЭ	Planteamiento del problema de control de movimiento	84
			5.0.5. <i>2</i> .	Antecedentes del control cartesiano	84 85
			5.0.5.5.	Dinémico de arren de laze abierte en las coordenadas enc	80
			5.0.5.4.	racionales	85
			5.6.5.5	Cambio dinámico de coordenadas	86
			5.6.5.6	Propiedades estructurales de la dinámica del robot v refe-	
				rencia nominal	87
			5.6.5.7.	Control de PD deslizante cartesiano sin modelo con TBG .	88

			5.6.5.8. Análisis de estabilidad	88
		5.6.6.	Orientación háptica: validación experimental sin el ser humano en	
			el circuito de control $\ldots$	90
		5.6.7.	Protocolo de rehabilitación del síndrome de Guillain-Barré	97
			5.6.7.1. Exploración háptica activa (Evaluación de la Etapa 1) $$ .	98
			5.6.7.2. Guiado háptico pasivo en tareas de seguimiento de posición	n100
			5.6.7.3. Seguimiento de trayectoria de referencia de movimiento	
			libre post entrenamiento	108
		5.6.8.	Análisis de electroencefalogramas relacionados con el movimiento	
			de las extremidades superiores	110
			5.6.8.1. Descomposición en wavelets de las señales cerebrales	110
6.	Con	clusione	2S	121
	6.1.	Limita	ciones del Estudio	123
	6.2.	Consid	leraciones Finales	123
Bi	bliogr	rafía		125
٨	Toor	10 1101	alat	197
н.		Introd		<b>137</b>
	Δ 2	Anális	is de Fourier	138
	11.2.	A 2 1	Funciones periódicas	138
		A 2 2	Coeficientes y series de Fourier	138
		A.2.3.	Transformada de Fourier	140
		A.2.4.	Limitaciones del análisis de Fourier	140
		A.2.5.	Transformada de Fourier ventaneada	141
	A.3.	Teoría	wavelet	142
		A.3.1.	Transformada <i>wavelet</i>	145
			A.3.1.1. Transformada <i>wavelet</i> continua	146
			A.3.1.2. Transformada wavelet discreta $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	148
B.	Pub	licacion	es	150
C.	Aná	lisis ant	iplagió	154

# Índice de figuras

1.1.	Interfaz Cerebro Robot Computadora para el control de sistema robótico	
	de asistencia motriz basado en la intención de movimiento y el esfuerzo $\ .$	11
3.1	Arquitectura del sistema de control del exoesqueleto mediante interfaz Ce-	
0.1.	rabro Bobot Computadora	20
วา	Cadana ginomática del migmbro inferior humano	29 20
ე. <u>/</u> .	Valela chematica del memoro merior humano.	30 20
3.3.	Modelo mecanico del exoesqueleto robotico.	30
3.4.	Cadena cinemática de miembro inferior.	34
3.5.	Diagrama de control PD con compensación gravitacional para sistemas	
	robóticos de rehabilitación	45
4.1.	Arquitectura propuesta del sistema BCI para control robótico mediante	
	procesamiento wavelet de señales EEG	49
4.2.	Esquema del control de movimientos por retroalimentación cerebelosa. Adap-	10
	tado de [1]. $\ldots$	51
4.3.	Interacción entre modelos inversos y predictivos para generar movimientos.	
	Adaptado de [1]. $\ldots$	52
4.4.	Control de movimientos por predicción en sistemas biomiméticos. Adapta-	
	do de $[1]$	52
4.5.	Registro EEG de actividad sensoriomotora durante flexión dorsal de tobillo.	53
4.6.	Distribución de electrodos según sistema internacional 10-20 [2]	54
4.7.	Esquema de descomposición wavelet para registros de actividad cerebral	58
4.8.	Descomposición wavelet en 5 niveles para señal del electrodo F3	59
4.9.	Coeficientes wavelet en banda beta (nivel 2) para electrodo F3 $\ldots$ .	59
4.10.	Arquitectura BCI para control de robots asistivos	60

51	Fases del ciclo de marcha bípeda, mostrando los principales eventos: contac-	
0.1.	to inicial (IC), respuesta a la carga (LR), apoyo medio (MSt), despegue del talón (HO), despegue de los dedos (TO), oscilación inicial (ISw), oscilación	
	media (MSw) v oscilación terminal (TSw). Adaptado de [3].	63
5.2.	Distribución temporal de las fases de apoyo simple y doble durante múl-	00
	tiples ciclos de marcha. Las áreas sombreadas representan los periodos de	
	doble apoyo	64
5.3.	Parámetros espaciotemporales de la marcha bípeda: (1) longitud de paso,	
	(2) ancho de paso, (3) ángulo de paso, (4) longitud de zancada. Adaptado	
	$de [4]. \ldots \ldots$	64
5.4.	Patrón angular de la articulación de cadera durante un ciclo de marcha normal La curva muestra la flexión (valores positivos) y extensión (valores	
	negativos) en el plano sagital	65
5.5.	Patrón angular de la articulación de rodilla durante un ciclo de marcha	00
	normal. Se observa la característica flexión durante la fase de balanceo	
	(swing phase)	66
5.6.	Aproximación polinómica de los patrones articulares en el plano sagital: a)	
	cadera izquierda, b) cadera derecha, c) rodilla izquierda, d) rodilla derecha.	
	Los círculos representan los polinomios de ajuste, mientras que las líneas	
	continuas muestran datos experimentales promedio (Opensim)	67
5.7.	Esquema del exoesqueleto de 2 GDL mostrando: (A) articulaciones de ca-	
	dera y rodilla, (B) restricciones mecánicas, y (C) acoplamiento entre seg-	
	mentos. Adaptado de [5]	68
5.8.	Seguimiento de trayectoria en cadera derecha: (línea continua) referencia	
	polinómica, (línea punteada) respuesta del sistema controlado.	70
5.9.	Seguimiento de trayectoria en rodilla derecha: (línea roja) referencia, (línea	
	azul) respuesta del sistema controlado.	70
5.10.	Seguimiento articular en 6GDL: cadera derecha, rodilla derecha, cadera	
	izquierda, rodilla izquierda. Líneas continuas: referencia, líneas punteadas:	
	respuesta del sistema.	72
5.11.	Secuencia de movimiento del exoesqueleto durante un ciclo completo. Los	
	fotogramas muestran: contacto inicial, apoyo simple, doble apoyo, balanceo.	72
5.12.	Registros EEG durante seguimiento motor señal cruda.	73
5.13.	Descomposición tiempo-frecuencia (espectro wavelet) mostrando potencia	- 4
F 14	en bandas alfa y beta durante la tarea	74
5.14.	Respuesta del sistema con modulacion neural: (a) cadera derecha, (b) ro-	75
F 1F	dina derecha. Las areas sombreadas indican periodos de adaptación.	() 70
0.10.	Diagrama de exploración naplica para la navegación en un enformo virtual.	18

<ul><li>5.16. Diagrama de una interfaz háptica pasiva para seguimiento de trayectoria.</li><li>5.17. Plataforma construida sobre Unity que 1) representa el espacio de trabajo tridimensional del proyecto, 2) proporciona una vista previa del proyecto</li></ul>	79
y 3) muestra el contenido de cada GameObject en la escena actual.	80
5.18. Entorno virtual para tareas de rehabilitación cooperativa	80
5.19. Las trayectorias TBG del generador de base de tiempo	83
5.20. Coordenadas operacionales (reales y de referencia)	91
5.21. Velocidades operacionales (reales y de referencia)	91
5.22. Posición de la articulación (real y de referencia)	92
5.23. Velocidad de la articulación (real y de referencia)	92
5.24. Rendimiento en el plano XZ	93
5.25. Rendimiento en el espacio de trabajo	93
5.26. Comportamiento de los errores de posición de las articulaciones	94
5.27. Comportamiento de los errores de velocidad en las articulaciones	94
5.28. Señales de par de control en las articulaciones	95
5.29. Componentes de fuerza en el espacio operacional	95
5.30. Energía total asociada con el experimento	96
5.31. Función de energía de Lyapunov	96
5.32. Plataforma experimental para fines diagnósticos y de neurorehabilitación .	97
5.33. Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 1 - Mano derecha	98
5.34. Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 1 - Mano izquierda	99
5.35. Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa $1$ - Mano	
derecha	99
5.36. Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa $1$ - Mano	
izquierda.	100
5.37. Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 2 - Mano derecha	101
5.38. Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 2 - Mano izquierda	101
5.39. Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa $2$ - Mano	
derecha.	102
5.40. Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa 2: mano iz-	
quierda. $\ldots$	102
5.41. Errores en las coordenadas operacionales cartesianas. Etapa $2$ - Mano derecha.	103
5.42. Errores en las coordenadas operacionales cartesianas. Etapa $2$ - Mano iz-	
quierda	103
5.43. Señales de control de movimiento. Etapa 2 - Mano derecha	104
5.44. Señales de control de movimiento. Etapa 2 - Mano izquierda	104
5.45. Señales de energía total. Etapa 2 - Mano derecha	105
5.46. Señales de energía total. Etapa 2 - Mano izquierda	105

5.47.	Trayectoria en el espacio de trabajo de los resultados experimentales de la	100
	etapa 3 con mano derecha	108
5.48.	Trayectoria en el espacio de trabajo de los resultados experimentales de la	
	etapa 3 con mano izquierda	109
5.49.	Resultados experimentales en posición operativa de etapa 3 con mano derecha	
5.50.	Resultados experimentales en posición operativa de etapa 3 con mano iz-	
	quierda	110
5.51.	Señales cerebrales relacionadas con la actividad motora capturadas por el	
	dispositivo Emotiv Epoc asociadas con la tarea realizada en la extremidad	
	superior derecha en la etapa 1	111
5.52.	Señales cerebrales relacionadas con la actividad motora captadas por el dis-	
	positivo Emotiv Epoc asociadas a la tarea realizada en el miembro superior	
	derecho en la etapa 2	112
5.53.	Señales cerebrales relacionadas con la actividad motora captadas por el dis-	
	positivo Emotiv Epoc asociadas a la tarea realizada en el miembro superior	
	derecho en la etapa 3	112
5.54.	Las comparaciones estadísticas entre las etapas de las categorías de re-	
	gistros de EEG P8, T8, FC6, F4, F8 y AF4 revelan diferentes niveles de	
	significancia. Los niveles de significancia se interpretan de la siguiente ma-	
	nera: $p < 0.001$ indica una diferencia altamente significativa (***), $0.001 <$	
	p < 0.01 indica una diferencia muy significativa (**), $0.01$	
	indica una diferencia significativa (*). v $p > 0.05$ no es significativo	116
5.55.	Las comparaciones estadísticas entre los Etapas de las categorías de regis-	110
	tros de electroencefalogramas P8 T8 FC6 F4 F8 v AF4 revelan diferen-	
	tes niveles de significancia. Los niveles de significancia se interpretan de	
	la significatione de significatione de significatione de signification de la signification de la signification de significat	
	tiva (***) $0.001 \le n \le 0.01$ indica una diferencia muy significativa (**)	
	$0.01 \le n \le 0.05$ indica una diferencia significativa (*) v $n \ge 0.05$ no es	
	significativo	118
		110
A.1.	Representación de una función periódica $f(x)$ , con período $P$	138
A.2.	Representación gráfica de (A.13), donde $g(t)$ es la función de Gauss, t es el	
	tiempo, $\sigma$ es el factor de desplazamiento	142
A.3.	Gráficas de las <i>wavelets</i> madre dadas en la Tabla A.1	145

# Acrónimos y abreviaturas

BCI: Interfaz Cerebro-Computadora (Brain-Computer Interface). BCRI: Interfaz Cerebro Robot Computadora (Brain-Computer-Robot Interface). **EEG:** Electroencefalografía (Electroencephalography). **EMG:** Electromiografía **DoF:** Grados de Libertad (Degrees of Freedom). **ERP:** Potenciales Relacionados a Eventos (Event-Related Potentials). HCI: Interacción Humano-Computadora (Human-Computer Interaction). HRI: Interacción Robot-Humano (Human-Robot Interaction). MI: Imaginación Motriz (Motor Imagination). **PID:** Control Proporcional-Integral-Derivativo. AVC: Accidente Vascular Cerebral. **OMS:** Organización Mundial de la Salud. CNS: Sistema Nervioso Central (Central Nervous System). **ENADID:** Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica. **RMS:** Raíz Cuadrática Media (Root Mean Square). **TW:** Transformada Wavelet (Wavelet Transform). **TWC:** Transformada Wavelet Continua (Continuous Wavelet Transform). **TWD:** Transformada Wavelet Discreta (Discrete Wavelet Transform).

# Notación

$\mathbb{R}$	Espacio de los reales.
$\mathbb{R}^{n}$	Espacio lineal de vectores de dimensión n.
$\mathbb{R}^{n  imes m}$	Matriz con $n$ filas y $m$ columnas y elementos de $\mathbb{R}$ .
$\mathbb{R}^+$	Campo de los reales positivos.
$\rightarrow$	Mapeo del dominio sobre el rango. También, Tiende a.
a	Valor absoluto del escalar $a$ .
$\forall$	Para todo.
Э	Existe.
$\in$	Perteneciente a.
$\Rightarrow$	Implica.
$\Leftrightarrow$	Equivalente a, o sí y solo sí.
$C^{\infty}$	Función suave.
q	Vector de posiciones generalizadas.
$\dot{q}$	Vector de velocidades generalizadas $\left(\frac{dq}{dt}\right)$ .
$\ddot{q}$	Vector de aceleraciones generalizadas $\left(\frac{d^2q}{dt^2}\right)$ .
$\tilde{q}$	Vector de error de posición articular, donde $\tilde{q} = q - q_d$ , con $q_d$ como
	posición articular deseada.
$\widetilde{q}$	Vector de error de velocidad articular, donde $\tilde{q} = \dot{q} - \dot{q}_d$ , con $\dot{q}_d$ como
	velocidad articular deseada.
$ ilde{q}$	Vector de error de aceleración articular, donde $\tilde{q} = \ddot{q} - \ddot{q}_d$ , con $\ddot{q}_d$ como aceleración articular deseada.
S	Error extendido, con $S = \dot{\tilde{q}} + \alpha \tilde{q}$ , y $\alpha \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matriz
	de ganancias simétrica y definida positiva.
u	Vector de entradas de control generalizadas.
$(\cdot)^{-1}$	Operador de función inversa.
$\mathcal{L}(\dot{q},q)$	Lagrangiano.
H(q)	Matriz de fuerzas de inercia.
$C(q,\dot{q})$	Matriz de fuerzas de Coriolis y de fuerzas centrífugas.
G(q)	Vector de fuerzas gravitacionales.
$F(\dot{q})$	Vector de pares de fricción viscosa-Coulomb.
τ	Vector de pares.
$\mathcal{E}(\dot{q},q)$	Energía total.

# Glosario

**Biomecánica de marcha bípeda.** Se define como un modo de locomoción bípedo donde se suceden los periodos de apoyo monomodal y bipodal, posibilitando el desplazamiento del centro de gravedad del cuerpo humano con un coste energético menor a cualquier otra forma de locomoción humana [1].

**Control.** Proceso mediante el cual un sistema es llevado a parámetros preestablecidos [6].

**Control adaptable.** Esquema de control en el cual los parámetros del controlador se ajustan ante cambios de la planta, de manera que el comportamiento en lazo cerrado conserva las características deseadas de diseño. El control adaptable es inherentemente no lineal. Se aplica a sistemas con parámetros que varían lentamente en el tiempo [7].

**Exoesqueleto.** El exoesqueleto es un sistema mecánico externo al cuerpo que ayuda a las personas con algún tipo de lesión a que vuelvan a tener movilidad en piernas y brazos, además que a los adultos mayores les brinda soporte [8].

**Identificación.** Conjunto de métodos para la obtención de modelos matemáticos a partir de datos experimentales de las entradas y salidas de un sistema. Evitándose la obtención de un modelo a partir de complejas leyes [7].

Interfaz Cerebro Computadora. Dispositivo que permite establecer una comunicación con el mundo externo a partir de la actividad eléctrica cerebral sin la ayuda de los nervios periféricos o de la actividad motora [9].

**Modelo matemático.** Es la representación por medio de ecuaciones de la dinámica de un sistema. Es el tipo de modelo más importantes para la ciencia y la tecnología [10].

Motricidad gruesa. La motricidad gruesa implica todas las actividades y movimientos

5

que los niños realizan utilizando los grandes grupos musculares, involucrando las extremidades inferiores, superiores y los movimientos de la cabeza [1].

**Neurorehabilitación.** La neurorehabilitación es un proceso médico centrado en la recuperación del sistema nervioso tras una lesión neurológica, que tiene como misión minimizar y compensar las alteraciones funcionales. La neurorehabilitación se basa en las neurociencias, y sus principios de actuación están fundamentados en la evidencia científica de la eficacia de los tratamientos [11].

**Retroalimentación.** En el proceso de control consiste en la reinyección de la salida (o algunas salidas) a la entrada del sistema, con el fin de mantener cierto desempeño [12].

**Robot.** Dispositivo generalmente mecánico, que desempeña tareas automáticamente, ya sea de acuerdo a supervisión humana directa, a través de un programa predefinido o siguiendo un conjunto de reglas generales. Generalmente estas tareas reemplazan, asemejan o extienden el trabajo humano, como ensamble en manufactura, manipulación de objetos pesados o peligrosos, trabajo en el espacio, etc [10].

**Sistema dinámico.** Sistema cuya respuesta depende de entradas presentes y pasadas (e incluso futuras), dicho sistema puede ser representado mediante ecuaciones diferenciales dinámicas [6].

**Sistema lineal.** Se dice que un sistema es lineal sí cumple con los principios de homogeneidad o superposición [6].

**Sistema no lineal.** Se dice que un sistema es no lineal sí no cumple con los principios de homogeneidad o superposición [6].

# Capítulo 1 Introducción

Una Interfaz Cerebro Computadora (BCI), utiliza señales del cerebro para establecer una conexión directa entre una computadora y otros dispositivos, con el objetivo de asistir en la recuperación de la comunicación con personas que hayan sufrido algún tipo de trastorno del movimiento [13]. Una BCI ofrece herramientas de mando que permiten interactuar con el entorno externo, en lugar de hacerlo a través de los medios tradicionales como los músculos y los nervios, mediante la monitorización directa de la actividad cerebral [9].

La conexión entre un sistema BCI y la supervisión de robots radica en la capacidad del sistema para establecer una comunicación directa entre el cerebro humano y un robot. Al observar la actividad cerebral, el sistema BCI puede convertir los pensamientos e intenciones del usuario en comandos comprensibles para el robot. Esto posibilita que una persona dirija un robot a distancia. Por ejemplo, mediante un sistema BCI, un usuario podría controlar un exoesqueleto para rehabilitación, un robot móvil o un robot a distancia, realizando tareas que, de otra manera, serían difíciles o incluso imposibles de llevar a cabo. En general, la relación entre un sistema BCI y el control de robots representa una manera novedosa de interactuar con el mundo mediante la tecnología [14].

La facilidad para captar registros electroencefalográficos (EEG) con equipos a bajo costo ha permitido que los sistemas de Interacción Humano-Computadora (HCI) o los sistemas de Interacción Robot-Humano (HRI) sean opciones viables para reemplazar a los ayudantes de recuperación en personas con discapacidad motriz. En este contexto, el control de robots a través de sistemas BCI puede establecer un canal de comunicación que facilite la mejora de la movilidad, ofreciendo así una alternativa prometedora para la rehabilitación [15]. El uso de robots de rehabilitación es especialmente significativo para la recuperación de personas con parálisis en las extremidades superiores o inferiores, lesiones en la médula espinal y otras afecciones. El control preciso de estos sistemas es esencial para satisfacer las necesidades de entrenamiento de rehabilitación de los usuarios. Se han propuesto estrategias para implementar un control de adaptación de fuerza en los robots de rehabilitación, aunque el alto costo computacional al cerrar el lazo de control con el sistema BCI ha generado desafíos. En respuesta a esto, se ha buscado mejorar el rendimiento de los sistemas mediante la aplicación de técnicas de análisis wavelet. En general, la integración de BCI en el control de robots emerge como una herramienta prometedora en el ámbito de la rehabilitación, con el potencial de mejorar significativamente la calidad de vida de las personas con discapacidad motriz [16][17].

La presente tesis aporta un resultado crucial de la rehabilitación, centrándose específicamente en la caracterización de señales EEG en procesos de recuperación relacionados con la caminata bípeda y la movilidad de miembros superiores en casos de pérdida motriz debido al síndrome de Guillain-Barré. Este estudio busca la aplicación de sistemas BCRI (Interfaz Cerebro Robot Computadora) como herramienta fundamental para comprender y mejorar los procesos de rehabilitación en contextos de discapacidad motriz generalizada.

La pérdida de movilidad en la caminata bípeda y en los miembros superiores, derivada del síndrome de Guillain-Barré, plantea desafíos significativos en el ámbito de la rehabilitación. La utilización de señales EEG como indicadores clave ofrece una perspectiva única y valiosa para abordar estos desafíos. La investigación se enfoca en casos generalizados de discapacidad motriz, buscando no solo comprender los patrones de señales en situaciones específicas, sino también establecer una base sólida para el desarrollo de estrategias de rehabilitación personalizadas y eficaces.

#### 1.1. Justificación

La implementación de un esquema de tratamiento basado en BCRI para diagnóstico, rehabilitación o neurorehabilitación, a partir de estímulo kinestésico en miembros inferiores o superiores de pacientes que han perdido la movilidad debido al síndrome de Guillain-Barré, u otras enfermedades crónico degenerativas [18][19] representa parte importante de la justificación de la aplicación de este trabajo de investigación. En principio, el síndrome de Guillain-Barré puede provocar una pérdida significativa de la función motora en los miembros inferiores y superiores, lo que representa un desafío considerable para la rehabilitación convencional. A pesar de la existencia de diversas plataformas robóticas que permiten aplicar tratamientos de rehabilitación física o neurorehabilitación en cierto tipo especial de paciente [20][21][22], existen problemas abiertos cuya solución representa un impacto notable en el desempeño, y en consecuencia mejores condiciones de tratamiento. Los elementos mas representativos de una plataforma robótica asistencial, y particularmente aquellos que representan oportunidades de investigación, son:

- Diseño ergonómico basado en el modelo dinámico del robot con el operador humano en el lazo.
- Diseño de estrategias de control de movimiento y fuerza simultáneos para sistemas robóticos con dinámica intervenida (humano en lazo de control).
- Presencia de incertidumbre dinámica (cuando el operador humano es un paciente) en un sistema de interacción humano-robot.
- Aplicación de protocolos clínicos con consignas de movimiento (posición y velocidad) y fuerza, para la estrategia de control aplicada.
- Resolución y precisión de la percepción propioceptiva en sistemas robóticos asistenciales.
- Bioretroalimentación asociada al usuario en un sistema de interacción humano robot con aplicaciones de rehabilitación o neurorehabilitación.

Diversos trabajos de investigación han sido exitosamente transferidos como aplicaciones en el tratamiento de pacientes como los descritos previamente; sin embargo, poco se ha explorado en la adaptabilidad de la tarea del sistema robótico, como respuesta de la bioretroalimentación asociada al esfuerzo e intención de un paciente. La tarea del robot, tiene implicaciones relevantes en el tratamiento, y su planificación no sólo depende de la antropometría del paciente o usuario, también de la restricción de su movimiento corporal. La replanificación de la consigna de movimiento, no sólo representa un trabajo extenuante, debido al nivel de subjetividad en una planificación no basada en el usuario, también una pausa significativa en el proceso de rehabilitación y con ello una mayor inversión de tiempo en el tratamiento. La BCRI ofrece una vía innovadora para abordar estos desafíos al integrar la tecnología robótica con la interfaz cerebral. Al permitir que las señales cerebrales, determinen las consignas de movimiento para el control del robot durante la rehabilitación; con ello se establece una conexión directa entre la intención del paciente y la ejecución de movimientos específicos. Esta conexión más directa y precisa entre la actividad cerebral y la respuesta del robot facilita un proceso de rehabilitación más personalizado y adaptativo. Además, la implementación de una BCRI puede mejorar la eficiencia del proceso de rehabilitación al proporcionar una retroalimentación en tiempo real sobre la actividad cerebral y el rendimiento del paciente. Esto permite ajustes continuos en el plan de rehabilitación, adaptándolo a las capacidades y progresos individuales de cada persona. Otra ventaja significativa es la posibilidad de realizar ejercicios específicos y personalizados para la rehabilitación de miembros inferiores y superiores. La BCRI permite diseñar tareas y movimientos específicos que se alinean con los objetivos terapéuticos de cada paciente, optimizando así el proceso de recuperación.

## 1.2. Objetivos

#### **Objetivo** general

Proponer e implementar un esquema BCRI (Interfaz Cerebro Robot Computadora) para el control integral de un sistema robótico con propósitos de interacción humano-robot, con la finalidad de fortalecer la motricidad gruesa e inducir condiciones de neurorehabilitación, a partir de la adaptabilidad en la tarea del robot.

#### **Objetivos específicos**

- Parametrizar las señales cerebrales mediante técnicas de procesamiento digital, con el fin de identificar patrones de activación neuronal relevantes para el control del sistema robótico.
- Desarrollar un esquema de ajuste dinámico de tareas de motricidad basado en la decodificación de comandos cerebrales, permitiendo la adaptación de movimiento asociadas a las limitaciones del usuario.
- Implementar y evaluar el desempeño del sistema en lazo cerrado, analizando la interacción humano-robot a través de métricas de control, precisión en la ejecución de tareas y capacidad de adaptación del sistema de interacción.

### 1.3. Hipótesis

Los registros cerebrales capturados de la corteza cerebral, pueden condicionar las dimensiones de parámetros que afectan a las consignas de movimiento en un sistema de control de robots, particularmente en interacción con un humano en proceso de rehabilitación asistida, o neurorehabilitación. La implementación de una Interfaz Cerebro-Robot-Computadora en la neurorehabilitación de miembros inferiores o superiores para personas afectadas por el síndrome de Guillain-Barré u otras enfermedades crónico degenerativas, ofrece un enfoque más personalizado, eficiente y adaptativo, mejorando la calidad y efectividad en el tratamiento.

#### 1.4. Planteamiento y solución del problema

Los sistemas asistenciales dedicados al diagnóstico y tratamiento de pacientes con afectación neuronal, cuyos efectos se preservan tanto en la locomoción, como en la discapacidad motriz en miembros superiores; van desde la asistencia personalizada de un fisioterapista o especialista en rehabilitación, hasta sistemas autónomos como robots y otros dispositivos de interacción. Sin embargo, para el caso de los últimos, la programación de fuerzas de interacción y movimientos asociados a un protocolo clínico, están definidos por la experiencia del operador o médico especialista; los cambios están sujetos a un diagnóstico basado en su observación y en la percepción que el paciente comunica al médico. A pesar de que la robotización del tratamiento permite garantizar un seguimiento preciso de la tarea asociada a un protocolo clínico, las trayectorias de consigna permanecen constantes o bien son modificadas a criterio del operador del sistema. El paciente en estas condiciones, puede estar sometido a esfuerzos innecesarios, que no sólo no propician avance significativo en la rehabilitación, también pueden revertirla a partir de lesiones físicas no súbitas y que gradualmente significan una afectación relevante contraria al resultado clínico esperado.

La plasticidad cerebral o neuroplasticidad, representa un propiedad asociada a la flexibilidad y cambio estructural de regiones cerebrales como mecanismo de autorehabilitación basada en estimulación neuromuscular asistida. A partir de este criterio, establecer movimientos basado en patrones como la marcha bípeda del humano, o movimientos corporales en miembro superior relativos a actividades repetitivas y cotidianas modeladas a partir de la biomecánica del sistema musculoesquelético, constituyen la condición inicial de la consigna de movimiento asistida con robots (exoesqueletos y mayordomos).

En este trabajo de investigación doctoral, se propone un novedoso esquema de neurorehabilitación asistida, basada en la modulación de parámetros de las trayectorias de consigna de robots asistenciales, a partir de la caracterización en tiempo real de las ondas cerebrales, y particularmente de aquellas que permiten verificar la intención y el esfuerzo. Un esquema general y representativo de esta propuesta de tratamiento, y que puede establecer la condición para la neuroestimulación a partir del sistema musculoesquelético, es la descrita en la Figura 1.1.



Figura 1.1: Interfaz Cerebro Robot Computadora para el control de sistema robótico de asistencia motriz basado en la intención de movimiento y el esfuerzo.

## 1.5. Aportaciones

De este trabajo de investigación se han derivado 3 publicaciones en conferencia internacional IEEE, revista nacional arbitrada e indexada, y revista con factor de impacto JCR (Journal Citation Report). Estas publicaciones, que detallan aspectos específicos de los resultados obtenidos, se describen a continuación y se encuentran referenciadas en el Apéndice B):

- Garcia-Blancas, J., Dominguez-Ramirez, O.A., Rodriguez-Torres, E.E. et al. A technological proposal for a robot brain computer interface for neurorehabilitation purposes. Eur. Phys. J. Spec. Top. (2025). https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-024-01463-1
- García-Blancas, J., Domínguez-Ramírez, O. A., Rodríguez-Torres, E. E., and Ramos-Velasco, L. E. (2022). Adaptabilidad en la tarea de control de exoesqueleto bípedo para fisioterapia asistida. Pädi Boletín Científico De Ciencias Básicas E Ingenierías Del ICBI, 10(Especial3), 134-140. https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial3.9014
- J. Garcia-Blancas, O. A. Dominguez-Ramirez, E. E. Rodriguez-Torres, L. E. Ramos-Velasco and J. F. Martinez-Lendech, Extraction of features of kinesthetic activities in the upper limb from EEG recordings based on sub-band analysis with wavelet transform for the control of robotic assistance systems, 2021 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE), Cuernavaca, Mexico, 2021, pp. 94-99.

https://doi.org/10.1109/ICMEAE55138.2021.00023
# 1.6. Organización

La presente tesis está organizada en seis capítulos, los cuales abordan de manera progresiva el desarrollo del esquema de control y planificación de movimiento humano-robot basado en BCRI, con adaptabilidad en la tarea. Su aplicación es en un exoesqueleto para miembros inferiores sobre el plano anatómico sagital; así como, en dispositivos tipo mayordomo para miembro superior con propósitos de rehabilitación motriz y neurorehabilitación.

En el Capítulo 1, se introduce al contexto general de la investigación, estableciendo el planteamiento del problema y solución propuesta, los objetivos de la tesis, la hipótesis originalmente planteada, y la justificación. Se presentan las contribuciones asociadas a tres publicaciones científicas que validan el resultado de este investigación. Se destaca la importancia de la adaptabilidad de la tarea del robot, a partir de la bioretroalimentación basado en ondas cerebrales, particularmente las relativas a la intención y al esfuerzo. La aportación científica es dirigida a procedimientos de diagnóstico, rehabilitación física y neurorehabilitación.

El Capítulo 2, constituye una breve revisión del estado del arte y de la técnica, relativo a sistemas robóticos en rehabilitación motriz, y particularmente los asociados a neurorehabilitación. Para ello, son considerados en esta revisión, temas de planificación de movimiento para constituir la tarea del sistema robótico a partir de un protocolo clínico o patrón de movimiento; así como estrategias de control para la interacción humano-robot, o robots con dinámica intervenida. Se establece un énfasis en sistemas robóticos tipo exoesqueleto como el robot Lokomat para tratamiento en miembros inferiores, y dispositivos hápticos tipo mayordomo como el robot OMNI o Geomagic Touch, para interacción con ambientes virtuales exergaming. Por otro lado, la bioretroalimentación y en especial la de sistemas BCI (Interfaces Cerebro-Computadora) y el origen de un sistema consecuente, es decir, con un robot como elemento para la neuroestimulación (BRCI: Interfaz Cerebro-Computadora-Robot).

El Capítulo 3 presenta el modelo dinámico y control de un robot de 2 GDL por miembro inferior, en este capítulo se desarrolla el modelo dinámico y el control de un robot de rehabilitación con 2 grados de libertad (GDL) para el miembro inferior derecho y 2 para el izquierdo. Se presentan las ecuaciones de movimiento y se proponen estrategias de control para su estabilización. Mientras que en la Sección 3.3 del Capítulo 3 se presenta el modelo y control de un exoesqueleto de miembro inferior acoplado a la pelvis. Este capítulo amplía el análisis a un exoesqueleto de 6 GDL, donde 3 GDL controlan la extremidad derecha y 3 la izquierda. Se describe el modelo del sistema, las ecuaciones dinámicas y los esquemas de control diseñados para garantizar un movimiento natural y eficiente.

El análisis de señales cerebrales mediante análisis multiresolución wavelet se muestran en el Capítulo 4, aquí se presentan los métodos utilizados para la adquisición y procesamiento de señales cerebrales a través de análisis multiresolución basado en wavelets. Se detallan las técnicas de filtrado, segmentación y extracción de características para la interpretación de comandos motores en la interacción humano-robot.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados experimentales de los diferentes componentes de la investigación, polinomios del ciclo de marcha, utilizados para generar trayectorias de referencia, el control PD con compensación de gravedad, aplicado a los robots de 4 y 6 GDL, el control del exoesqueleto de 6 GDL con señales de referencia de la marcha normal y modificaciones en la amplitud de marcha, evaluando su efectividad y finalmente la implementación de una interfaz háptica para la rehabilitación del miembro superior en una persona con Guillain-Barré, mostrando la respuesta del sistema en condiciones reales.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones derivadas de la investigación, resaltando los aportes más relevantes, las limitaciones encontradas y las posibles líneas de trabajo futuro en el desarrollo de exoesqueletos controlados mediante BCI para rehabilitación motriz.

# Capítulo 2

# Robótica médica en rehabilitación motriz: una breve descripción del estado del arte

# 2.1. Introducción

Los sistemas robóticos dedicados a tareas de rehabilitación y neurorehabilitación en los que la neuroestimulación juega un rol relevante en la fisioterapia asistida, y que son de interés en este trabajo doctoral, son clasificados en dos campos importantes:

- Robots para tratamiento en miembros inferiores.
- Robots para tratamiento en miembros superiores.

Estos sistemas han revolucionado la rehabilitación física al proporcionar terapias más precisas, repetitivas y adaptadas a las necesidades de cada paciente. En particular, la combinación de la robótica de rehabilitación con tecnologías BCI y BCRI ha abierto nuevas posibilidades para la recuperación de la función motora en pacientes con discapacidades neurológicas. Estas interfaces permiten el control de dispositivos externos mediante señales cerebrales o musculares, lo que facilita una interacción más natural entre el paciente y la tecnología de rehabilitación. Su integración con exoesqueletos y prótesis robóticas ha demostrado ser una herramienta prometedora en la restauración del movimiento en personas con lesiones neuromotoras, accidentes cerebrovasculares o enfermedades neurodegenerativas. Sin embargo, estos sistemas aún enfrentan desafíos técnicos, como la variabilidad de las señales EEG y EMG, la necesidad de calibración constante y la optimización de algoritmos de control en tiempo real. Dentro de este contexto, este capítulo presenta un análisis detallado del estado del arte en BCI, BCRI y robótica de rehabilitación para miembros superiores e inferiores. Se abordan los avances más recientes en el desarrollo de exoesqueletos, prótesis y dispositivos hápticos, así como las estrategias de control utilizadas en estos sistemas. Además, se discuten las principales limitaciones tecnológicas y las oportunidades de mejora en la integración de la biorretroalimentación para optimizar la personalización de los tratamientos de rehabilitación.

Este análisis es clave para identificar tendencias, evaluar la efectividad de las tecnologías existentes y establecer las bases para futuras investigaciones que permitan mejorar la calidad de vida de los pacientes que requieren neurorehabilitación.

## 2.2. Robótica de rehabilitación para miembro inferior

El trastorno del ciclo de marcha bípeda en el ser humano, representa la incapacidad de una persona para asumir una posición erguida, no mantener el equilibrio ni la habilidad para iniciar y mantener pasos rítmicos respecto al patrón de locomoción correspondiente (fases de apoyo y oscilación durante una zancada). Esta forma de discapacidad puede tener su origen en una enfermedad cerebelosa, un accidente cerebrovascular, una lesión de la columna vertebral, alguna enfermedad cardíaca u otras afecciones generales que puedan provocar dicho trastorno [23]. Aunque la terapia de rehabilitación ha demostrado fehacientemente su capacidad para mejorar el desempeño de la movilidad locomotora, la rehabilitación tradicional presenta desafíos significativos debido a su carácter laborioso, especialmente en lo que respecta a la precisión y eficiencia del diagnóstico. Esta situación subraya la necesidad de enfoques innovadores. Para esto, la robótica de rehabilitación ha mostrado avances significativos para la demanda que se presenta actualmente en la rehabilitación de la marcha bípeda humana.

Existen dos problemas principales de la marcha bípeda, y representan un reto importante para la robótica médica; el primero de ellos es la ausencia de una extremidad, es decir el desarrollo de prótesis de miembros inferiores capaces de accionar las articulaciones de la rodilla y el tobillo, lo que permite a los amputados realizar modos de locomoción avanzados, como subir escaleras y caminar sobre superficies inclinadas. Sin embargo, las transiciones entre estos modos de locomoción y caminata, no son automáticas ni fluidas, lo que implica el estudio de métodos de construcción y entrenamiento de un sistema de reconocimiento de intención de alto nivel para una prótesis de miembro inferior que proporciona transiciones naturales entre caminar, subir y bajar escaleras, subir y bajar rampas con ayuda de sensores para obtención de datos de posición y velocidad, carga mecánica, intensidad de corriente del motor (actuador eléctrico) y la evaluación de parámetros en la pierna, en contacto con el talón y con la punta del pie, tomándolos como marcos de referencia del ciclo de marcha [12].

Ante la pérdida de una extremidad inferior, los pares de flexoestensión de rodilla y de tobillo en el miembro sano, se incrementan. El diseño de órtesis activas, ayuda a la extremidad sana de los amputados, en las actividades de la vida diaria, estas órtesis activas de rodilla son actuadas por músculos neumáticos, fluidos o motores de corriente directa, con rangos de movimiento para la flexión de la rodilla de  $0^{\circ} \leq \theta_{rodilla} \leq 150^{\circ}$  y para el tobillo de  $-30^{\circ} \leq \theta_{tobillo} \leq 30^{\circ}$  diseñados para las actividades de caminata a nivel del piso, subir y bajar escaleras y, para ponerse de pie al estar sentado [24].

Otro de los desafíos en la robótica médica es el tratamiento de los trastornos de movilidad motriz, los cuales suelen ser causados por enfermedades neurológicas, cardiovasculares o lesiones traumáticas. Diversos estudios han demostrado que la movilidad puede mejorar con actividad locomotora continua. En [23], se presenta el control y accionamiento de una órtesis dinámica para tobillo y pie, equipada con sensores de fuerza FSR para detectar las transiciones entre las fases del ciclo de la marcha: golpe de talón, apoyo plantar, despegue del talón, impulso con la punta del pie y fase de balanceo. Estos sensores de fuerza actúan como interruptores que regulan la activación del motor (actuador), permitiendo un movimiento preciso de dorsiflexión y flexión plantar del tobillo.

Por otro lado, se ha investigado de manera particular el control de la posición y el movimiento de la rodilla mediante el uso de sensores de monitoreo y unidades de control. En estos sistemas, los sensores de posición se utilizan para regular la trayectoria de la articulación de la rodilla y para estimar las fases del ciclo de la marcha. El par generado en la articulación se mide utilizando galgas extensiométricas, lo que permite calcular el rendimiento del actuador en función de las variaciones de fuerza [8]. A lo largo de los años, se ha implementado una gran variedad de instrumentaciones para la rehabilitación de la rodilla, algunas de las cuales integran señales mioeléctricas para estimar y controlar los movimientos de la marcha. Estas señales, obtenidas a partir de la actividad muscular, son procesadas para ajustar la acción del actuador de acuerdo con las necesidades del paciente [8] [11] [25]. Dichos enfoques permiten no solo la mejora de la funcionalidad motriz, sino también una mayor personalización en el proceso de rehabilitación, haciendo que el tratamiento sea más eficaz y adaptativo. Además, investigaciones recientes han demostrado que la combinación de sensores de fuerza, como las galgas extensiométricas y los sensores mioeléctricos, puede proporcionar una retroalimentación precisa y en tiempo real para optimizar el control de las órtesis y prótesis, mejorando la calidad del movimiento en pacientes con trastornos de la marcha [24].

El desarrollo de órtesis de rodilla y tobillo permite que la articulación del tobillo mantenga un rango de movimiento funcional, al mismo tiempo que proporciona soporte para la paresia flácida del músculo tibial. Estas órtesis se diseñan tomando en cuenta parámetros específicos como el peso corporal y la altura del paciente, para dimensionar adecuadamente el resorte de retorno, lo que optimiza la funcionalidad del dispositivo. Sin embargo, no es posible garantizar una solución universal, ya que cada individuo requiere cálculos personalizados según sus características fisiológicas. No obstante, lo que sí se asegura es un rendimiento adecuado en función del ajuste específico al usuario [26]. En la actualidad, las órtesis de rodilla motorizadas se han consolidado como dispositivos clave en la rehabilitación, ya que facilitan la recuperación en diversas patologías de la marcha, como la hemiplegia, la neuropatía o los trastornos de marcha derivados de accidentes cerebrovasculares. Estas órtesis permiten mejorar la movilidad del paciente al proporcionar un soporte dinámico que fomenta la reeducación de los patrones de marcha y facilita la rehabilitación motora en fases tempranas de recuperación.

Existen diversas órtesis diseñadas principalmente para asistir en las actividades de rehabilitación [27]. Sin embargo, muchas de las órtesis desarrolladas dependen de fuentes de energía externa, como los sistemas neumáticos e hidráulicos, para permitir la flexión o extensión de la rodilla [12]. Uno de los principales desafíos en el control de los sistemas de rehabilitación radica en el seguimiento preciso de las trayectorias de flexión, un aspecto crucial para la eficacia terapéutica. Para abordar este problema, se han propuesto estructuras de control simples, como el control proporcional  $(K_p)$ , que permiten el seguimiento de trayectorias sencillas. No obstante, otras estrategias de control más avanzadas, basadas en esquemas de aprendizaje automático, ajustan dinámicamente los puntos de referencia según el progreso del paciente. A pesar de estos avances, es necesario realizar más experimentación y ensayos clínicos con estos dispositivos para validar la efectividad de las estrategias propuestas en escenarios de rehabilitación real [28][29].

### 2.2.1. Control de movimiento y fuerzas de interacción

En los últimos años, la necesidad de mejorar la calidad de vida de las personas con movilidad reducida, junto con los avances en el uso de robots en la industria, ha impulsado el desarrollo de dispositivos robóticos para terapias de rehabilitación. Estos robots permiten emular los ejercicios de un fisioterapeuta, proporcionando tratamientos adaptativos y precisos. Además, funcionan como herramientas de medición capaces de cuantificar fuerzas y movimientos. Con el apoyo de una interfaz gráfica, pueden integrar entornos de realidad virtual que facilitan e incentivan el proceso de rehabilitación [20].

A pesar de su potencial, la robótica de rehabilitación, por su reciente incursión en la práctica clínica, enfrenta áreas poco exploradas y desafíos pendientes, sobre todo en el control de los dispositivos. El proceso de rehabilitación es inherentemente prolongado; en sus fases tempranas, los pacientes a menudo no pueden generar movimiento, demandando una asistencia robótica adecuada por parte del robot. Conforme el paciente progresa y recupera fuerza, el robot debe ser capaz de modular su intervención, ofreciendo asistencia

o resistencia según las necesidades específicas. Esta capacidad de ajuste a los diferentes estadios de recuperación es un pilar fundamental, que descansa en el diseño de algoritmos adaptativos. Precisamente, para facilitar esta adaptación, el algoritmo presentado en esta investigación se distingue por incorporar estimadores que calculan tanto la posición como la fuerza de contacto entre el usuario y el dispositivo robótico [20], lo que permite una interacción más natural y eficiente.

El uso de mecanismos genéricos de diseño, así como de enfoques y principios arquitectónicos bien establecidos, permite a los diseñadores de sistemas centrarse en la funcionalidad de los dispositivos en lugar de desarrollar desde cero los mecanismos de control y comunicación para cada proyecto. La búsqueda de estos mecanismos genéricos ha llevado, con el tiempo, al desarrollo de distintos paradigmas en el diseño de sistemas de control robótico, los cuales tradicionalmente se dividen en tres categorías principales: sistemas deliberativos, reactivos e híbridos [21]. Dado que uno de los mayores retos en robótica es la generación de un comportamiento inteligente similar al de los seres vivos, el estudio del sistema nervioso ha sido una fuente recurrente de inspiración, pues se trata de uno de los sistemas de control más complejos y aún poco comprendidos [21].

En los últimos años, diversos sistemas robóticos para rehabilitación han sido diseñados y validados mediante estudios clínicos para aplicaciones específicas. La mayoría de estos avances han estado enfocados en la recuperación de la movilidad en extremidades superiores (hombro y codo) y extremidades inferiores (rodilla y tobillo). No obstante, garantizar un alto nivel de seguridad en los sistemas robóticos es crucial para una rehabilitación efectiva y la reintegración de los pacientes a su vida cotidiana. A pesar de los avances en el diseño de esquemas de control, los controladores clásicos PD y PID siguen siendo ampliamente utilizados en robots manipuladores. Diversos estudios han propuesto mejoras a estos esquemas mediante modelos lineales, linealizados o estructuras no lineales. Sin embargo, la mayoría de estos modelos asumen que los actuadores del robot pueden suministrar cualquier valor de par requerido, lo cual no es viable en la práctica. Para abordar esta limitación, se han desarrollado esquemas de control con entradas acotadas [30].

Si bien la validación clínica de sistemas específicos demuestra su potencial y seguridad para ciertas aplicaciones, generando optimismo y respaldando sus beneficios terapéuticos, la investigación en robótica de rehabilitación, considerada en su conjunto y en su camino hacia una comprensión profunda y una implementación generalizada, aún se encuentra en etapas tempranas. Esta perspectiva se fundamenta en que todavía existe poca información concluyente sobre los beneficios a largo plazo en los pacientes y un entendimiento limitado de los mecanismos fisiológicos exactos que subyacen a la recuperación asistida por robot. Además, aunque los resultados preliminares de los sistemas existentes son prometedores, todavía no se ha determinado un consenso sobre el método óptimo de entrenamiento robótico. Finalmente, la terapia asistida por robots sigue enfrentando diversos desafíos para su adopción masiva y rutinaria, como su alto costo, la falta de portabilidad y cierta resistencia por parte de algunos fisioterapeutas [31].

Este análisis forma parte del estado del arte de una tesis doctoral sobre neurorehabilitación asistida por sistemas robóticos, con un enfoque en el desarrollo de estrategias de control adaptativas para optimizar la interacción humano-robot.

### 2.2.2. Aplicación del Sistema Lokomat en la fisioterapia

La marcha humana es el resultado de la interacción coordinada de múltiples subsistemas, incluyendo el neuromuscular, músculo-tendinoso y osteoarticular, los cuales trabajan en conjunto para generar la dinámica necesaria en el desplazamiento bípedo. En la práctica clínica, el análisis de la marcha es fundamental para identificar trastornos patológicos, facilitando su diagnóstico, tratamiento y seguimiento. Tradicionalmente, este análisis se basa en la identificación de patrones que describen la dinámica del sistema. No obstante, dicho enfoque puede ser insuficiente para evaluar ciertos movimientos, especialmente en las etapas tempranas de la mayoría de las alteraciones patológicas [32].

La terapia robótica ha revolucionado la rehabilitación al permitir entrenamientos intensivos y altamente efectivos, optimizando la neuroplasticidad y el potencial de recuperación del paciente. En este contexto, el Lokomat ha demostrado ser una herramienta clave en la rehabilitación de la marcha. Este exoesqueleto ajustable, en combinación con un sistema dinámico de soporte del peso corporal, garantiza la ejecución de un patrón de marcha fisiológico durante la terapia [33].

Durante el proceso de rehabilitación, es esencial desafiar a los pacientes más allá de sus capacidades actuales para estimular su recuperación. El Lokomat permite ajustar variables como la velocidad, el nivel de soporte del peso corporal y la asistencia robótica, lo que facilita la modulación óptima de la intensidad del entrenamiento. Además, incorpora ejercicios interactivos con contenido lúdico y motivador, lo que incentiva la participación activa del paciente. El nivel de esfuerzo del usuario influye en su desempeño, afectando su puntuación en los ejercicios, el patrón de movimiento y la velocidad de la marcha. En este sentido, los dispositivos robóticos para el entrenamiento de la marcha han emergido como soluciones viables que no solo mejoran la eficacia terapéutica, sino que también abordan problemas de rentabilidad y accesibilidad en la rehabilitación [34].

El Lokomat también beneficia a los terapeutas, permitiéndoles centrarse en el paciente y en la personalización de la terapia. Su uso optimiza la eficiencia del personal clínico y mejora la seguridad, lo que se traduce en una mayor intensidad de entrenamiento, más tratamientos por terapeuta y una atención más uniforme y de alta calidad. A medida que los pacientes se vuelven más conscientes de las opciones terapéuticas disponibles, buscan acceder a tratamientos que ofrezcan los mejores resultados. En este contexto, el Lokomat representa una alternativa altamente efectiva, garantizando una rehabilitación de la marcha repetitiva y de calidad, lo que puede influir en la decisión del paciente al seleccionar un centro de rehabilitación [22][35].

El estudio del comportamiento del paciente ante la interacción con el Lokomat permite comprender mejor los mecanismos neuromusculares implicados en la rehabilitación. En este proceso, los comandos motores generados en el Sistema Nervioso Central (CNS) se transmiten en forma de secuencias de señales eléctricas, conocidas como potenciales de acción, que viajan a través de los nervios hasta los efectores (músculos o glándulas). Estos potenciales de acción se propagan a lo largo del tejido muscular y pueden registrarse mediante electromiografía (EMG), un método que permite analizar la activación muscular y su respuesta al entrenamiento robótico [36].

### 2.2.3. Control y asistencia en robots de rehabilitación

El desarrollo de nuevos algoritmos para el control de robots de rehabilitación requiere pruebas iterativas antes de su aplicación en humanos, especialmente en personas con discapacidades físicas. Estas pruebas plantean múltiples desafíos, particularmente en términos de seguridad y repetibilidad de las condiciones experimentales. En [37], se propone el uso de un banco de pruebas basado en un modelo bioinspirado de una pierna humana, implementado en la órtesis de pierna de un entrenador de marcha robótico. Dicho modelo incluye un controlador de retroalimentación diseñado para simular las propiedades viscoelásticas de los tendones musculares y los reflejos espinales, así como una etapa de retroalimentación encargada de reproducir los comandos motores de los centros cerebrales superiores.

El control de posición básico de robots de rehabilitación ha evolucionado hacia estrategias de cooperación con el paciente. En este sentido, se emplea un controlador de aprendizaje iterativo para modelar un conjunto de momentos a lo largo de la trayectoria del movimiento. El nivel de asistencia en cada punto de la trayectoria varía en función del desempeño previo del paciente, con el objetivo de proporcionar un apoyo individualizado que facilite la ejecución de los movimientos deseados, sin restringir la libertad de movimiento del usuario [38].

La órtesis de marcha permite ajustar el nivel de asistencia en función de la fuerza que el paciente requeriría para caminar de manera independiente. Estas fuerzas se determinan mediante un modelo dinámico de los miembros inferiores, lo que posibilita un modo de terapia basado en el soporte de fuerza. Gracias a esta estrategia, el paciente puede realizar movimientos de marcha con el respaldo del sistema Lokomat, conservando la posibilidad de ajustar tanto su velocidad como su patrón de marcha. Esto incrementa significativamente su capacidad de influir en el movimiento del dispositivo [39].

Por otro lado, la electroencefalografía (EEG) se ha consolidado como una de las modalidades más eficaces para la obtención de imágenes cerebrales de manera no invasiva, debido a su ligereza, alta resolución temporal y ausencia de riesgos para el paciente. La integración de EEG en estrategias de rehabilitación ofrece mayor libertad y permite a los pacientes influir activamente en su entrenamiento [40].

## 2.3. Robótica de rehabilitación para miembro superior

El estado del arte de la neurorrehabilitación del miembro superior con tecnologías hápticas y robots ha mostrado un avance significativo tanto en el desarrollo de dispositivos como en su integración en terapias clínicas. A continuación, se describen algunos de los puntos clave.

Las tecnologías de robots para la neurorrehabilitación del miembro superior se han perfeccionado. Estos dispositivos permiten a los pacientes realizar movimientos controlados que simulan la actividad física del brazo o la mano [41]. Los robots actuales se han vuelto más precisos y adaptativos, proporcionando ejercicios personalizados para cada paciente, ajustando la resistencia y el movimiento en función de su progreso [42, 43].

Dependiendo de las circunstancias y el tipo de afección, la rehabilitación puede tener tres objetivos principales: restaurar las funciones perdidas, ralentizar el progreso del deterioro (especialmente en enfermedades neurodegenerativas) y enseñar estrategias compensatorias para aquellas funciones que no pueden ser recuperadas [44]. En [45] se presentan enfoques de rehabilitación con tecnología háptica que podrían ayudar a los terapeutas a decidir qué enfoque de terapia manual con tecnología háptica es el más adecuado para sus necesidades. Los resultados han demostrado que la combinación de tres tecnologías, como la robótica, la realidad virtual y la tecnología háptica, ha producido mejores resultados que cuando solo se combinan dos tecnologías.

En el campo de la neurorrehabilitación, la terapia asistida por robot y la realidad virtual han mostrado hasta ahora evidencia prometedora sobre múltiples resultados motores y funcionales. Se encontraron cambios significativos dentro del grupo después de la intervención, principalmente en poblaciones neurológicas [46].

Se han desarrollado plataformas que combinan robots de rehabilitación con entornos de realidad virtual para crear experiencias inmersivas que motivan a los pacientes a realizar tareas motoras. Estos entornos simulan actividades cotidianas (como agarrar objetos) y proporcionan feedback tanto visual como háptico, promoviendo una recuperación más natural.

Con la aparición de los videojuegos, muchos expertos en educación y salud comenzaron a reconocer su gran potencial, tanto en el ámbito educativo como en la rehabilitación y estimulación. Esto se debe a que el aprendizaje se facilita considerablemente cuando un juego forma parte del proceso [47, 48].

Los avances en neurorrehabilitación con robots y sistemas hápticos han mostrado grandes mejoras en términos de accesibilidad, personalización y efectividad. Los dispositivos se están volviendo más sofisticados, la integración de la IA permite una rehabilitación más eficiente, y la combinación con la realidad virtual ofrece nuevas formas de motivación y compromiso para los pacientes. La integración de tecnologías como la estimulación cerebral y la tele-rehabilitación está ayudando a superar las barreras geográficas y mejorar el acceso a la terapia. Estos avances sugieren un futuro prometedor para los pacientes que sufren de lesiones neurológicas y de miembro superior.

### 2.3.1. Exergames basado en hápticos para miembro superior

Los exergaming (ejercicio físico basado en tecnología), han ganado popularidad en los últimos años, particularmente con aplicaciones en educación física, promoción de la salud y rehabilitación. Aunque los estudios han obtenido resultados prometedores con respecto a los efectos positivos del exergaming, sus resultados para diferentes poblaciones siguen siendo indeterminados. Inconsistencias reportadas en el estado del arte tienen múltiples explicaciones potenciales, asociadas al contenido, al uso de los exergames y la capacidad del exergame. En [49], se propone un modelo relacional basado en una matriz de la taxonomía de Bloom sobre los dominios de aprendizaje y los componentes de desempeño de los exergames, para personas con diversas necesidades. Este modelo de ejercicio basado en teoría está desarrollado para promover el desarrollo general, el estado físico y el bienestar psicosocial de estudiantes, adultos mayores e individuos con necesidades de rehabilitación. El deterioro de las extremidades superiores, en pacientes con esclerosis sistémica (ES), ha limitado significativamente su calidad de vida. En [50], se publicó un estudio que permite examinar la usabilidad en exergames e investigar las experiencias de pacientes con ES. Los exergames fueron muy aceptables con una buena puntuación en la escala del sistema de usabilidad (Puntuación (M) = 71,  $6 \pm 9.9$ ). Los participantes describieron los exergames como motivadores, y con posibles beneficios físicos y psicológicos. En [51], se reporta un estudio que permitió la identificación de facilitadores de barreras; así como la formulación de recomendaciones para la implementación de exergames en personas con demencia en centros de cuidado (guarderías). Los mecanismos de los facilitadores relacionados con el impacto experimentaron efectos positivos en el funcionamiento físico y la movilidad, el funcionamiento cognitivo, emocional y social, y la calidad de vida. Las barreras estuvieron relacionadas principalmente con la necesidad de personalizar la intervención para cada participante. Un programa de rehabilitación para niños con parálisis cerebral tiene como propósito mejorar sus habilidades motoras y cognitivas a partir de ejercicios repetidos y progresivamente desafiantes; sin embargo, estos ejercicios pueden resultar tediosos y

desmotivadores, lo que puede afectar la eficacia y viabilidad de dichos programas [52]. Para superar este problema, los exergames asistidos por realidad virtual han surgido como una modalidad novedosa de fisioterapia que combina diversión y motivación con actividad física. Los ejercicios de realidad virtual permiten a los pacientes realizar movimientos complejos en un entorno seguro e inmersivo, donde pueden interactuar con objetos y escenarios virtuales. Esto mejora su participación activa y su aprendizaje, así como su confianza en sí mismos y su disfrute. En [53], se presenta una descripción general del estado actual de la investigación sobre exergames para la rehabilitación de la parálisis cerebral, se muestran los datos de la aplicación de 45 diferentes estudios, incluyendo los padecimientos de los pacientes, el tipo de exergame, los puntos de valoración, criterios de inclusión, entre otros datos relacionados. En [54] se realizó una revisión centrada en la eficiencia de la realidad virtual (RV) y los exergames en la rehabilitación contemporánea para la prevención de caídas en adultos mayores, dándose a conocer como un complemento prometedor a las técnicas tradicionales de fisioterapia para la mejora de resultados en funciones motoras y cognitivas específicas, y la posibilidad de realizar el ejercicio desde la comodidad de su hogar.

## 2.4. Integración de sistemas BCI en la rehabilitación física

Los sistemas BCI, también conocidos como interfaces cerebro-computadora, son sistemas que permiten la comunicación directa entre el cerebro y un dispositivo externo, como una computadora o un robot. Estos sistemas utilizan técnicas de procesamiento de señales para detectar y analizar las señales eléctricas producidas por el cerebro, y luego traducir estas señales en comandos que pueden ser utilizados para controlar dispositivos externos [55].

Los sistemas BCI tienen una amplia variedad de aplicaciones en diversas áreas, destacándose especialmente en el ámbito de la rehabilitación. En este contexto, se han utilizado para asistir a personas con discapacidades motoras, como parálisis o enfermedades cronicodegenerativas, facilitando la mejora de la función neuromuscular y contribuyendo a una mejor calidad de vida [56]. Además de su impacto en la rehabilitación física, estos sistemas han demostrado ser herramientas valiosas en la comunicación para personas con discapacidades severas que les impiden hablar o escribir. Individuos con afecciones como esclerosis lateral amiotrófica o parálisis cerebral pueden utilizar interfaces cerebro-computadora para controlar dispositivos de comunicación mediante sus señales cerebrales, permitiéndoles interactuar con su entorno de manera autónoma [57].

Otra área en la que los sistemas BCI han cobrado relevancia es el entretenimiento, particularmente en la industria de los videojuegos. Al permitir que los jugadores controlen personajes y acciones dentro del juego utilizando únicamente su actividad cerebral, se genera una experiencia de juego más inmersiva y emocionante [58]. De manera similar, en el ámbito educativo y de investigación, estas interfaces se emplean para estudiar la actividad cerebral y profundizar en el conocimiento sobre los patrones de funcionamiento del cerebro humano [59].

Por último, los sistemas BCI han demostrado ser altamente efectivos en el control de dispositivos como prótesis, robots, drones y otros aparatos electrónicos. Gracias a su capacidad para interpretar señales cerebrales y traducirlas en comandos específicos, facilitan un control más preciso y eficiente de estos dispositivos, beneficiando especialmente a personas con discapacidades motoras [55]. A medida que la tecnología continúa evolucionando, se espera que las aplicaciones de los sistemas BCI sigan expandiéndose y optimizando la manera en que los humanos interactúan con su entorno.

Los sistemas BCI permiten la comunicación directa entre el cerebro y dispositivos externos mediante el procesamiento de señales neuronales EEG y su traducción en comandos ejecutables. Su evolución ha sido impulsada por avances en machine learning y neurotecnologías portátiles, expandiendo sus aplicaciones en medicina y rehabilitación [60, 61]. En el ámbito de la rehabilitación, destacan múltiples aplicaciones. Por ejemplo, en la recuperación motora post-ACV, estudios recientes demuestran que los BCI acoplados a exoesqueletos mejoran la neuroplasticidad en pacientes con hemiparesia, alcanzando un 70 % de efectividad en ensayos clínicos [62]. Además, la combinación con estimulación eléctrica funcional (FES) acelera la rehabilitación de miembros superiores en lesiones medulares [63]. En el caso de enfermedades neurodegenerativas, como el Parkinson, los BCI basados en ritmos sensoriomotores (mu/beta) han mostrado ser eficaces en la reducción de temblores y en la mejora del control motor fino [64]. También han demostrado ser herramientas clave para la comunicación alternativa, permitiendo que pacientes con ELA en etapa avanzada logren comunicarse mediante BCI no invasivos con una precisión del 90 % al utilizar modelos de deep learning [65].

Más allá de la rehabilitación, los BCI tienen otras aplicaciones relevantes. En videojuegos, las interfaces híbridas que combinan EEG con eye-tracking permiten experiencias inmersivas en tiempo real [66]. En el ámbito educativo, estos sistemas pueden detectar estados cognitivos como la atención y la fatiga, lo que permite personalizar el aprendizaje [67]. Asimismo, en el control de prótesis, los BCI invasivos, como el Stentrode, han logrado avances significativos al permitir la manipulación de brazos robóticos con alta precisión [68].

Finalmente, las tendencias futuras apuntan al desarrollo de BCI portátiles, con dispositivos inalámbricos de bajo costo (por ejemplo, auriculares EEG) que facilitan su uso domiciliario [69]. También se vislumbra la integración de inteligencia artificial generativa, como modelos tipo GPT-4, capaces de decodificar lenguaje directamente desde la actividad cerebral [70].

### 2.4.1. Sistemas BCI y BCRI en la rehabilitación neurofuncional

Los sistemas BCI son una tecnología emergente que permite la comunicación directa entre el cerebro y dispositivos externos, sin necesidad de actividad muscular. En el ámbito de la rehabilitación, los BCI se utilizan para mejorar la función neuromuscular en personas con discapacidades motoras, como parálisis y enfermedades cronicodegenerativas.

Estos sistemas pueden clasificarse en dos categorías principales:

- 1. BCI basados en EEG (Electroencefalografía), capturan las señales eléctricas del cerebro y las procesan para controlar dispositivos externos, como prótesis o exoesqueletos. Pueden ser:
  - No invasivos: utilizan electrodos en la superficie del cuero cabelludo.
  - Invasivos: requieren la implantación de electrodos directamente en el cerebro.
- 2. BCI basados en EEG y EMG (Electromiografía), registran señales eléctricas generadas por los músculos para controlar dispositivos externos. También pueden ser:
  - No invasivos: emplean electrodos superficiales en la piel.
  - Invasivos: implican la implantación de electrodos en los músculos.

A pesar de su potencial, los sistemas BCI para rehabilitación aún enfrentan desafíos técnicos, como la variabilidad de las señales EEG y EMG, la necesidad de calibración frecuente y el entrenamiento prolongado de los usuarios.

Los sistemas de rehabilitación asistida por robot han ganado popularidad en el tratamiento de pacientes con trastornos del movimiento. Estos dispositivos permiten realizar ejercicios controlados con alta precisión, adaptando la terapia a las necesidades individuales del paciente. Sin embargo, una limitación clave es la falta de biorretroalimentación que optimice los protocolos clínicos y facilite el aprendizaje motor. Los BCRI combinan el procesamiento de señales cerebrales con técnicas de monitoreo fisiológico en tiempo real, lo que permite ajustar automáticamente la terapia según la respuesta del paciente. Estos sistemas han demostrado ser útiles en la recuperación de funciones motoras finas y gruesas mediante:

- Interacción con prótesis robóticas
- Realidad virtual con dispositivos hápticos
- Exoesqueletos para rehabilitación de miembros superiores e inferiores

Un ejemplo es el sistema presentado en [71], que utiliza realidad virtual y dispositivos hápticos cooperativos para mejorar el movimiento de pinza en pacientes con lesiones neuromotoras.

La neurorrehabilitación ha evolucionado significativamente, beneficiando a pacientes con afecciones como el síndrome de Guillain-Barré, una enfermedad autoinmune que afecta el sistema nervioso periférico y puede provocar graves deficiencias motoras [18, 72, 19].

Los exoesqueletos robóticos han revolucionado la rehabilitación locomotora, sobre todo en extremidades inferiores, y su impacto se refleja en la existencia de dispositivos ya disponibles en el mercado. [73, 74]. Sin embargo, la rehabilitación de miembros superiores enfrenta retos adicionales debido a la complejidad de traducir señales cerebrales en comandos precisos para controlar brazos robóticos y prótesis en tiempo real [74, 75]. Para superar estos desafíos, se han realizado estudios que exploran el uso de señales EEG en la neurorrehabilitación, con el objetivo de:

- 1. Analizar y evaluar los avances en la literatura científica.
- 2. Identificar tendencias y resultados experimentales en el control de prótesis basadas en señales cerebrales.
- Proponer futuras líneas de investigación para mejorar la integración de BCI/BCRI en la rehabilitación [75, 76, 77, 78].

# 2.5. Comentarios

La revisión del estado del arte en sistemas BCI y BCRI para rehabilitación neurofuncional, así como en robótica de rehabilitación para miembros superiores e inferiores, es esencial para comprender los avances tecnológicos, los desafíos actuales y las oportunidades de mejora en estos campos. Dado el impacto de estas tecnologías en la recuperación de la función motora en pacientes con discapacidades neuromusculares, es crucial evaluar su eficacia, precisión y aplicabilidad clínica.

En el ámbito de los sistemas BCI y BCRI, la literatura revisada destaca su capacidad para traducir señales cerebrales y musculares en comandos para controlar dispositivos externos, como prótesis y exoesqueletos. Sin embargo, persisten retos técnicos, como la variabilidad de las señales EEG y EMG, la necesidad de calibraciones frecuentes y la dificultad de lograr un control preciso y en tiempo real. La incorporación de biorretroalimentación en los sistemas BCRI ha mostrado un gran potencial para mejorar la personalización de los protocolos de rehabilitación, permitiendo ajustes dinámicos según la respuesta del paciente. Por otro lado, la robótica de rehabilitación para miembros superiores ha avanzado significativamente con el desarrollo de exoesqueletos y dispositivos hápticos, los cuales facilitan la recuperación de la motricidad fina y gruesa. Sin embargo, el desafío sigue siendo la integración efectiva de los BCI con estos sistemas para proporcionar un control más intuitivo y adaptativo. La precisión en la decodificación de los comandos cerebrales sigue siendo una limitación clave que requiere soluciones basadas en inteligencia artificial y procesamiento avanzado de señales.

En cuanto a la robótica de rehabilitación para miembros inferiores, los exoesqueletos y robots de marcha han demostrado ser efectivos para mejorar la movilidad en pacientes con lesiones neurológicas. No obstante, la mayoría de estos dispositivos aún requieren supervisión externa y no permiten un control completamente autónomo por parte del usuario. La investigación actual sugiere que la integración de BCI con sistemas de control de robots de rehabilitación puede ser una solución viable para mejorar la independencia del paciente, aunque esto implica superar desafíos como la estabilidad del control en entornos dinámicos y la latencia en la respuesta de los sistemas.

La revisión del estado del arte evidencia que, si bien los avances en BCI, BCRI y robótica de rehabilitación han sido significativos, aún existen limitaciones que deben abordarse para lograr una mayor accesibilidad y eficacia en su aplicación clínica. La investigación futura debe centrarse en mejorar la estabilidad de las señales, reducir la necesidad de calibración frecuente y desarrollar interfaces más intuitivas y adaptativas.

# Capítulo 3

# Modelo dinámico del exoesqueleto de miembro inferior

El estudio del exoesqueleto bípedo para extremidades inferiores requiere un análisis dinámico preciso, fundamentado en una modelación rigurosa del sistema biomecánico. Esta modelación es esencial para comprender el comportamiento del sistema en diversas condiciones y garantizar su correcto funcionamiento en aplicaciones de rehabilitación y asistencia motriz. Como se muestra en la Figura 3.1, el sistema integra tanto componentes mecánicos como neuronales mediante una BCRI. Esta interfaz permite la sincronización de la actividad cerebral con la actuación robótica, facilitando una interacción fluida y eficiente entre el usuario y el exoesqueleto.



Figura 3.1: Arquitectura del sistema de control del exoesqueleto mediante interfaz Cerebro Robot Computadora.

El modelo propuesto se basa en las siguientes consideraciones:

- Representación del cuerpo humano como cadena cinemática abierta (Figura 3.2),
- Segmentos rígidos con propiedades antropométricas,
- Articulaciones que replican los grados de libertad humanos y
- Configuración por extremidad (Figura 3.3).



Figura 3.2: Cadena cinemática del miembro inferior humano.



# 3.1. Formulación matemática del modelo dinámico

### 3.1.1. Formalismo de Euler-Lagrange

El modelo dinámico se deriva mediante el método de Euler-Lagrange, que relaciona las fuerzas generalizadas  $\tau$  con el movimiento articular:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i \quad \text{para } i = 1, \dots, n \tag{3.1}$$

donde el Lagrangiano  $\mathcal{L}$  es:

$$\mathcal{L}(q,\dot{q}) = K(q,\dot{q}) - U(q) \tag{3.2}$$

donde  $q_i = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \in \mathbb{R}^n$  representa el vector de posiciones articulares o coordenadas generalizadas,  $\dot{q}_i = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T \in \mathbb{R}^n$  es el vector de velocidades articulares,  $\tau_i = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T \in \mathbb{R}^n$  es el vector de pares generalizados, donde el i-ésimo par  $\tau_i$  se encuentra asociado con la i-ésima coordenada generalizada  $q_i$ .

La Tabla 3.1 presenta una síntesis de los parámetros antropométricos promedio del modelo, conforme a [79], que se implementaron en la simulación efectuada como parte de esta investigación doctoral.

Parámetro	Símbolo	Valor típico	Unidad
Longitud femoral	$l_1$	0.40 - 0.45	m
Longitud pierna	$l_2$	0.35 - 0.40	m
Masa femoral	$m_1$	8.0-10.0	kg
Masa pierna	$m_2$	4.0 - 5.0	kg

Tabla 3.1: Parámetros antropométricos del modelo.

# 3.2. Modelo dinámico de 2 GDL por extremidad para sistemas de rehabilitación

### 3.2.1. Formulación energética del sistema

El modelado dinámico de sistemas robóticos es fundamental para el diseño y control de robots que imitan el movimiento humano. En este contexto, el modelo dinámico de 2 GDL por extremidad es esencial para comprender y analizar el comportamiento dinámico de las extremidades durante diversas actividades. Este modelo proporciona una representación detallada de la dinámica involucrada en el movimiento de las extremidades, lo que es crucial para el desarrollo de estrategias de control avanzadas y para la simulación realista de movimientos humanos.

El movimiento de las extremidades se puede describir en términos de sus energías cinética y potencial.

### Extremidad derecha

La energía cinética de la extremidad derecha se calcula considerando las velocidades angulares y las propiedades físicas de los segmentos que la componen. Mientras la energía potencial se debe a la posición de los segmentos en el campo gravitatorio.

$$K_D(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 l_1^2 (m_1 + m_2) + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 \cos(q_1 - q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 U_D(q) = -g \left[ l_1 \cos(q_1) (m_1 + m_2) + l_2 m_2 \cos(q_2) \right]$$
(3.3)

### Extremidad izquierda

De manera similar, para la extremidad izquierda, las energías cinética y potencial se expresan como:

$$K_{I}(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}_{3}^{2}l_{1}^{2}(m_{1}+m_{2}) + \frac{1}{2}\dot{q}_{4}^{2}l_{2}^{2}m_{2} + l_{1}l_{2}m_{2}\cos(q_{3}-q_{4})\dot{q}_{3}\dot{q}_{4} U_{I}(q) = -g\left[l_{1}\cos(q_{3})(m_{1}+m_{2}) + l_{2}m_{2}\cos(q_{4})\right]$$
(3.4)

### 3.2.2. Formulación matricial de la dinámica

La dinámica completa del sistema sigue la estructura clásica de Euler-Lagrange [10]:

$$\mathbf{H}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \mathbf{G}(q) = \tau \tag{3.5}$$

donde:

- $\mathbf{H}(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ : Matriz de inercia (simétrica y definida positiva).
- $\mathbf{C}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ : Matriz de fuerzas de Coriolis y centrífugas.
- $\mathbf{G}(q) \in \mathbb{R}^n$ : Vector de pares gravitacionales.
- $\tau \in \mathbb{R}^n$ : Vector de pares articulares
- *n* es el número de grados de libertad (GDL).

Las matrices de inercia, las matrices de fuerzas de Coriolis y las matrices de fuerzas gravitacionales para ambas extremidades se definen a continuación.

### Matrices para la extremidad derecha

$$H_D = \begin{bmatrix} l_1^2(m_1 + m_2) & l_1 l_2 m_2 \cos(q_1 - q_2) \\ l_1 l_2 m_2 \cos(q_1 - q_2) & l_2^2 m_2 \end{bmatrix}$$
(3.6)

$$C_D = \begin{bmatrix} 0 & l_1 l_2 m_2 \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_2 \\ -l_1 l_2 m_2 \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.7)

$$G_D = \begin{bmatrix} gl_1 \sin(q_1)(m_1 + m_2) \\ gl_2 m_2 \sin(q_2) \end{bmatrix}$$
(3.8)

### Matrices para la extremidad izquierda

$$H_{I} = \begin{bmatrix} l_{1}^{2}(m_{1} + m_{2}) & l_{1}l_{2}m_{2}\cos(q_{3} - q_{4}) \\ l_{1}l_{2}m_{2}\cos(q_{3} - q_{4}) & l_{2}^{2}m_{2} \end{bmatrix}$$
(3.9)

$$C_{I} = \begin{bmatrix} 0 & l_{1}l_{2}m_{2}\sin(q_{3}-q_{4})\dot{q}_{4} \\ -l_{1}l_{2}m_{2}\sin(q_{3}-q_{4})\dot{q}_{3} & 0 \end{bmatrix}$$
(3.10)

$$G_{I} = \begin{bmatrix} gl_{1}\sin(q_{3})(m_{1}+m_{2})\\ gl_{2}m_{2}\sin(q_{4}) \end{bmatrix}$$
(3.11)

### **3.2.3.** Propiedades fundamentales

El modelo dinámico satisface las siguientes propiedades esenciales para sistemas robóticos [10]:

1. Simetría y definición positiva:

$$\mathbf{H}(q) = \mathbf{H}^T(q) > 0 \quad \forall q \in \mathbb{R}^n.$$
(3.12)

2. Propiedad de antisimetría:

$$\dot{\mathbf{H}}(q) - 2\mathbf{C}(q, \dot{q}), \text{ es antisimétrica.}$$
 (3.13)

3. Invariancia paramétrica:

$$\mathbf{H}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \mathbf{G}(q), \text{ es lineal en los parámetros.}$$
(3.14)

### 3.2.4. Relevancia clínica

Este modelo presenta características clave para aplicaciones en rehabilitación:

- Consistencia física: captura los acoplamientos dinámicos entre segmentos corporales,
- Precisión: incluye todos los términos relevantes para movimientos terapéuticos,
- Controlabilidad: permite el diseño de estrategias de control avanzado, e
- Implementación práctica: facilita la simulación y selección de actuadores

# 3.3. Modelo dinámico de exoesqueleto de miembro inferior de 6 GDL

En esta Sección, se presenta un modelo dinámico de un robot de 6 GDL, 3 para el miembro inferior derecho y 3 para el miembro inferior izquierdo, tomando como referencia la pelvis  $(P_0)$ . El modelo cinemático para el análisis de la caminata del exoesqueleto de 6 GDL es representado por la Figura 3.4, se muestran los sistemas de referencia asociados a cada articulación y las longitudes características de los eslabones.



Figura 3.4: Cadena cinemática de miembro inferior.

### 3.3.1. Cinemática del exoesqueleto de 6 GDL

La cinemática estudia el movimiento del robot con respecto a un sistema de referencia fijo, sin considerar las fuerzas que lo generan. Para resolver la cinemática directa del robot de 6 GDL, empleamos métodos geométricos que relacionan directamente las variables articulares con la posición del extremo (pies derecho e izquierdo).

#### 3.3.1.1. Sistemas de referencia

El marco de referencia fijo  $(x_0, y_0, z_0)$  tiene su origen  $P_0$  en el plano sagital de la pelvis. Las transformaciones entre sistemas de referencia se describen mediante matrices homogéneas:

$${}^{i-1}A_i = \begin{pmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 & a_i \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 & b_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.15)

donde cada matriz  ${}^{i-1}A_i$  representa la transformación desde el eslabón i-1 al eslabón i, dependiendo de la variable articular  $q_i$  y parámetros geométricos constantes.

Estas matrices combinan rotación (términos  $\cos q_i$ ,  $\sin q_i$ ) y traslación (columnas  $a_i$ ,  $b_i$ ) para describir cómo se mueve cada segmento respecto al anterior. El plano sagital (plano vertical que divide el cuerpo en izquierdo y derecho) es el plano de movimiento principal para la marcha humana.

Las matrices fundamentales para los miembros inferiores son:

Cadera-Rodilla:

$${}^{0}A_{1} = \begin{pmatrix} c_{1} & -s_{1} & 0 & l_{1}s_{1} - l_{3} \\ s_{1} & c_{1} & 0 & -l_{1}c_{1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad {}^{0}A_{4} = \begin{pmatrix} c_{4} & -s_{4} & 0 & l_{3} + l_{4}s_{4} \\ s_{4} & c_{4} & 0 & -l_{4}c_{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.16)

Estas matrices describen cómo se mueve la rodilla respecto a la cadera. Los términos  $l_1s_1 \ge l_1c_1$  representan la proyección del fémur (longitud  $l_1$ ) en los ejes  $x \ge y$  al rotar el ángulo  $q_1$ .

Cadera-Tobillo:

$${}^{0}A_{2} = \begin{pmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & l_{2}s_{12} - l_{3} + l_{1}s_{1} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & -l_{2}c_{12} - l_{1}c_{1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad {}^{0}A_{5} = \begin{pmatrix} c_{45} & -s_{45} & 0 & l_{5}s_{45} - l_{3} + l_{4}s_{4} \\ s_{45} & c_{45} & 0 & -l_{5}c_{45} - l_{4}c_{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.17)

Aquí consideramos el efecto acumulado de cadera  $(q_1)$  y rodilla  $(q_2)$ . Los términos  $c_{12}$ ,  $s_{12}$  indican que la posición del tobillo depende de la suma de ambos ángulos.

• Cadera-Pie:

$${}^{0}A_{3} = \begin{pmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & l_{1}s_{12} - l_{3} + l_{2}s_{1} - d_{1}c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & -l_{1}c_{12} - l_{2}c_{1} - d_{1}s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(3.18)

$${}^{0}A_{6} = \begin{pmatrix} c_{456} & -s_{456} & 0 & l_{4}s_{45} - l_{3} + l_{5}s_{4} - d_{2}c_{456} \\ s_{456} & c_{456} & 0 & -l_{4}c_{45} - l_{5}c_{4} - d_{2}s_{456} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donde  $s_i = \sin(q_i), s_{ij} = \sin(q_i + q_j), s_{ijk} = \sin(q_i + q_j + q_k), c_i = \cos(q_i), c_{ij} = \cos(q_i + q_j)$ y  $c_{ijk} = \cos(q_i + q_j + q_k)$ 

Los términos  $d_1$  y  $d_2$  representan la longitud del pie, que afecta la posición final del extremo (dedos). El signo negativo en  $-d_1c_{123}$  indica que el pie se extiende en dirección opuesta a la rotación de las articulaciones.

La interpretación geométrica se define como:

- ${}^{0}A_{1} \ge {}^{0}A_{4}$  relacionan cadera con rodillas izquierda y derecha,
- ${}^{0}A_{2}$  y  ${}^{0}A_{5}$  conectan cadera con tobillos y
- ${}^{0}A_{3}$  y  ${}^{0}A_{6}$  determinan la posición de los dedos gordos

### 3.3.2. Modelado dinámico mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange

El modelado dinámico de un robot tipo exoesqueleto puede obtenerse a partir de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange. Este enfoque sistemático permite describir la dinámica del sistema en cuatro etapas fundamentales:

1. Cálculo de la energía cinética del sistema, la cual depende de las velocidades articulares y las propiedades inerciales de cada segmento. Se expresa como:

$$K_i = \frac{1}{2}m_i \|\mathbf{V}_i\|^2 \tag{3.19}$$

donde  $\mathbf{V}_i$  es la velocidad del eslabón *i*-ésimo.

2. Cálculo de la energía potencial, asociada principalmente a la acción gravitatoria sobre los eslabones:

$$U_i = m_i g h_i \tag{3.20}$$

siendo  $h_i$  la altura respecto al sistema de referencia.

3. Formulación del lagrangiano, definido como la diferencia entre la energía cinética y potencial del sistema:

$$\mathcal{L} = K - U \tag{3.21}$$

4. Desarrollo de las ecuaciones dinámicas, aplicando el formalismo de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i \tag{3.22}$$

donde  $\tau_i$  representa el torque o fuerza generalizada en la articulación *i*.

**Relación con el modelo físico:** Cada término en las ecuaciones dinámicas corresponde a efectos físicos medibles:

- La matriz H(q) representa cómo la inercia del sistema varía con la configuración
- Los términos  $C(q, \dot{q})$  capturan efectos Coriolis y centrífugos
- G(q) contiene los torques gravitacionales que deben vencer los actuadores

El lagrangiano  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$  de un sistema mecánico, en función de sus coordenadas generalizadas q y velocidades  $\dot{q}$ , se expresa como en la Ecuación 3.2, donde  $K(q, \dot{q})$  representa la energía cinética y U(q) la energía potencial del sistema. En este caso, U(q) considera únicamente contribuciones gravitacionales, dado que se asume que todas las fuerzas actuantes son conservativas.

Las ecuaciones de movimiento de Lagrange para un robot bípedo están dadas por la Ecuación 3.1, donde  $\tau_i$  es la fuerza generalizada asociada a la coordenada articular  $q_i$ , y n denota el número de grados de libertad del robot. Para el exoesqueleto en estudio, las coordenadas generalizadas corresponden a las posiciones articulares  $q = [q_1, \ldots, q_n]^T$ .

### 3.3.3. Descripción del exoesqueleto

El sistema considerado es un exoesqueleto simétrico de 6 GDL, cuyas dimensiones y masas se detallan en las Tablas 3.2 y 3.3. La Figura 3.4 ilustra su configuración, donde se observa que ambos miembros (derecho e izquierdo) presentan idéntica estructura, diferenciándose únicamente en sus parámetros geométricos y másicos.

Elemento	Extremidad derecha	Extremidad izquierda
Región femoral	$l_1$	$l_4$
Pierna	$l_2$	$l_5$
Pie	$d_1$	$d_2$
Pelvis	$l_3$	$l_3$

Tabla 3.2: Longitudes de los elementos del exoesqueleto para rehabilitación de rodilla.

Elemento	Extremidad derecha	Extremidad izquierda
Región femoral	$m_1$	$m_4$
Pierna	$m_2$	$m_5$
Pie	$m_3$	$m_6$

Tabla 3.3: Masas de los elementos del exoesqueleto para rehabilitación de rodilla.

### 3.3.4. Cálculo de la energía cinética

Para un robot compuesto por elementos rígidos con articulaciones rotacionales, la energía cinética de cada eslabón puede expresarse como:

$$K_i = \frac{1}{2}m_i \|\mathbf{V}_i\|^2$$
(3.23)

donde:

- K<sub>i</sub>: Energía cinética del *i*-ésimo eslabón,
- $m_i$ : Masa del eslabón y
- **V**<sub>*i*</sub>: Vector velocidad lineal.

La energía cinética total del sistema se obtiene mediante la suma de las contribuciones individuales de cada eslabón:

$$K(q, \dot{q}) = \sum_{i=1}^{n} K_i(q, \dot{q})$$
(3.24)

Para el cálculo explícito de la energía cinética en el exoesqueleto, se utilizan los resultados de la cinemática de posición en el plano sagital mostradas en las ecuaciones 3.16, 3.17 y 3.18.

Como podemos observar en la Ecuación 3.23 es necesario conocer la velocidad, las velocidades lineales para cada eslabón se calculan como sigue:

### • Extremidad derecha

Eslabón 1 (Región femoral): 
$$\begin{cases} \dot{x}_{1d} = \dot{q}_1 l_1 \cos(q_1) \\ dy_{1d} = -\dot{q}_1 l_1 \sin(q_1) \end{cases}$$
(3.25)  
Eslabón 2 (Pierna): 
$$\begin{cases} \dot{x}_{2d} = \dot{q}_1 (l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1)) + \dot{q}_2 l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ \dot{y}_{2d} = -\dot{q}_1 (l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1)) - \dot{q}_2 l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ (3.26) \end{cases}$$
(3.26)  
Eslabón 3 (Pie): 
$$\begin{cases} \dot{x}_{3d} = \dot{q}_1 (l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + d_1 \cos(q_1 + q_2 + q_3)) \\ + \dot{q}_3 d_1 \cos(q_1 + q_2 + q_3) + \dot{q}_2 l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ \dot{y}_{3d} = -\dot{q}_1 (l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)) \\ - \dot{q}_3 l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) - \dot{q}_2 l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{cases}$$
(3.27)

### • Extremidad izquierda

Eslabón 4 (Región femoral): 
$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = \dot{q}_4 l_4 \cos(q_4) \\ \dot{y}_{1i} = -\dot{q}_4 l_4 \sin(q_4) \end{cases}$$
(3.28)  
Eslabón 5 (Pierna): 
$$\begin{cases} \dot{x}_{2i} = \dot{q}_4 (l_5 \cos(q_4 + q_5) + l_4 \cos(q_4)) + \dot{q}_5 l_5 \cos(q_4 + q_5) \\ \dot{y}_{2i} = -\dot{q}_4 (l_5 \sin(q_4 + q_5) + l_4 \sin(q_4)) - \dot{q}_5 l_5 \sin(q_4 + q_5) \\ (3.29) \end{cases}$$
(3.29)  
Eslabón 6 (Pie): 
$$\begin{cases} \dot{x}_{3i} = \dot{q}_4 (l_5 \cos(q_4 + q_5) + l_4 \cos(q_4) + d_2 \cos(q_4 + q_5 + q_6)) \\ + \dot{q}_6 d_2 \cos(q_4 + q_5 + q_6) + \dot{q}_5 l_5 \cos(q_4 + q_5) \\ \dot{y}_{3i} = -\dot{q}_4 (l_5 \sin(q_4 + q_5) + l_4 \sin(q_4) + d_2 \sin(q_4 + q_5 + q_6)) \\ + \dot{q}_6 d_2 \sin(q_4 + q_5 + q_6) + \dot{q}_5 l_5 \sin(q_4 + q_5) \end{cases}$$
(3.30)

La energía cinética total del sistema que representa el modelo mostrado en la Figura 3.4.

• Contribución de la extremidad derecha

$$\begin{split} K_{\text{derecha}} &= \frac{1}{2} \dot{q}_{1}^{2} l_{1}^{2} (m_{1} + m_{2} + m_{3}) + \frac{1}{2} \dot{q}_{1}^{2} l_{2}^{2} (m_{2} + m_{3}) + \frac{1}{2} \dot{q}_{2}^{2} l_{2}^{2} (m_{2} + m_{3}) \\ &+ \frac{1}{2} \dot{q}_{1}^{2} l_{3}^{2} m_{3} + \frac{1}{2} \dot{q}_{2}^{2} l_{2}^{2} m_{3} + \frac{1}{2} \dot{q}_{3}^{2} l_{3}^{2} m_{3} \\ &+ \dot{q}_{1} \dot{q}_{2} l_{2}^{2} (m_{2} + m_{3}) + \dot{q}_{1} \dot{q}_{3} l_{3}^{2} m_{3} \\ &+ \dot{q}_{1}^{2} l_{1} l_{2} (m_{2} + m_{3}) \cos q_{2} + \dot{q}_{1}^{2} l_{2} l_{3} m_{3} \cos q_{3} + \dot{q}_{1}^{2} l_{1} l_{3} m_{3} \cos(q_{2} + q_{3}) \\ &+ \dot{q}_{1} \dot{q}_{2} l_{1} l_{2} (m_{2} + m_{3}) \cos q_{2} + \dot{q}_{1} \dot{q}_{3} l_{1} l_{3} m_{3} \cos(q_{2} + q_{3}) \\ &+ \dot{q}_{1} \dot{q}_{2} l_{2} l_{3} m_{3} \cos q_{3} + \dot{q}_{1} \dot{q}_{3} l_{2} l_{3} m_{3} \cos q_{3} + \dot{q}_{2} \dot{q}_{3} l_{2} l_{3} m_{3} \cos q_{3} \end{split}$$
(3.31)

### • Contribución de la extremidad izquierda

$$K_{izquierda} = \frac{1}{2} \dot{q}_{4}^{2} l_{4}^{2} (m_{4} + m_{5} + m_{6}) + \frac{1}{2} \dot{q}_{4}^{2} l_{5}^{2} (m_{5} + m_{6}) + \frac{1}{2} \dot{q}_{5}^{2} l_{5}^{2} (m_{5} + m_{6}) + \frac{1}{2} \dot{q}_{4}^{2} l_{6}^{2} m_{6} + \frac{1}{2} \dot{q}_{5}^{2} l_{5}^{2} m_{6} + \frac{1}{2} \dot{q}_{6}^{2} l_{6}^{2} m_{6} + \dot{q}_{4} \dot{q}_{5} l_{5}^{2} (m_{5} + m_{6}) + \dot{q}_{4} \dot{q}_{6} l_{6}^{2} m_{6} + \dot{q}_{4}^{2} l_{4} l_{5} (m_{5} + m_{6}) \cos q_{5} + \dot{q}_{4}^{2} l_{5} l_{6} m_{6} \cos q_{6} + \dot{q}_{4}^{2} l_{4} l_{6} m_{6} \cos (q_{5} + q_{6}) + \dot{q}_{4} \dot{q}_{5} l_{4} l_{5} (m_{5} + m_{6}) \cos q_{5} + \dot{q}_{4} \dot{q}_{6} l_{4} l_{6} m_{6} \cos (q_{5} + q_{6}) + \dot{q}_{4} \dot{q}_{5} l_{5} l_{6} m_{6} \cos q_{6} + \dot{q}_{4} \dot{q}_{6} l_{5} l_{6} m_{6} \cos q_{6} + \dot{q}_{5} \dot{q}_{6} l_{5} l_{6} m_{6} \cos q_{6}$$
(3.32)

### 3.3.5. Cálculo de la energía potencial

La energía potencial gravitatoria de cada eslabón del exoesqueleto se determina mediante:

$$U_i = m_i g h_i \tag{3.33}$$

donde:

- $m_i$ : es la asa del *i*-ésimo eslabón (ver Tabla 3.3),
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ : es la aceleración gravitatoria y
- $h_i$ : es la altura vertical del eslabón respecto al sistema de referencia.

### Descomposición por extremidades

### • Extremidad derecha

La energía potencial considera la contribución ascendente de los eslabones (región

femural, pierna y pie):

$$U_{\text{derecha}} = g \Big[ m_1 l_1 \cos q_1 \\ + m_2 \big( l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \big) \\ + m_3 \big( l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) \big) \Big]$$
(3.34)

#### • Extremidad izquierda

Análogamente, para los eslabones contralaterales:

$$U_{\text{izquierda}} = g \Big[ m_4 l_4 \cos q_4 \\ + m_5 \big( l_4 \cos q_4 + l_5 \cos(q_4 + q_5) \big) \\ + m_6 \big( l_4 \cos q_4 + l_5 \cos(q_4 + q_5) + l_6 \cos(q_4 + q_5 + q_6) \big) \Big]$$
(3.35)

A partir de las ecuaciones 3.31, 3.32, 3.34 y 3.35 se puede obtener el lagrangiano del sistema se define como  $\mathcal{L} = K - U$ , donde K es la energía cinética y U es la energía potencial. Para el exoesqueleto de 3 GDL por extremidad, se expresa como:

$$\mathcal{L}_{\text{derecho}} = K_{\text{derecha}} - U_{\text{derecha}} \tag{3.36}$$

$$\mathcal{L}_{izquierdo} = K_{izquierda} - U_{izquierda}$$
(3.37)

### 3.3.6. Modelo dinámico de exoesqueleto de 3 GDL por extremidad

El modelo dinámico del sistema se describe mediante la ecuación de Euler-Lagrange como se muestra en la Ecuación 3.5, desarrollando 3.1 con respecto a 3.36 para la extremidad derecha, mientras que para la extremidad izquierda se desarrolla con respecto a 3.37.

La matriz de inercia presenta una estructura en bloques debido a la configuración del exoesqueleto:

$$H_{derecha}(q) = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$$
(3.38)

$$H_{izquierda}(q) = \begin{bmatrix} h_{44} & h_{45} & h_{46} \\ h_{54} & h_{55} & h_{56} \\ h_{64} & h_{65} & h_{66} \end{bmatrix}$$
(3.39)

Los elementos no nulos de  $H_{derecha}$  son:

$$\begin{split} h_{11} &= l_1^2 (m_1 + m_2 + m_3) + l_2^2 (m_2 + m_3) + d_1^2 m_3 \\ &+ 2l_1 l_2 (m_2 + m_3) \cos q_2 + 2l_1 d_1 m_3 \cos(q_2 + q_3) + 2l_2 d_1 m_3 \cos q_3 \\ h_{12} &= h_{21} = l_2^2 (m_2 + m_3) + l_1 l_2 (m_2 + m_3) \cos q_2 + l_2 d_1 m_3 \cos q_3 \\ h_{13} &= h_{31} = d_1 m_3 (d_1 + l_1 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \cos q_3) \\ h_{22} &= l_2^2 (m_2 + m_3) \\ h_{23} &= h_{32} = l_2 d_1 m_3 \cos q_3 \\ h_{33} &= d_1^2 m_3 \end{split}$$

Los elementos de  $H_{izquierda}$  tienen estructura similar, reemplazando:

- $l_1 \rightarrow l_4, l_2 \rightarrow l_5, d_1 \rightarrow d_2$
- $m_1 \rightarrow m_4, m_2 \rightarrow m_5, m_3 \rightarrow m_6$
- $q_2 \rightarrow q_5, q_3 \rightarrow q_6$

La matriz de efectos Coriolis y centrípetos para el sistema bípedo toma la forma:

$$C(q, \dot{q})_{derecha} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$
(3.40)

$$C(q, \dot{q})_{izquierda} = \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix}$$
(3.41)

donde los elementos no nulos son:

### Bloque derecho (eslabones 1-3)

$$\begin{split} C_{11} &= -\dot{q}_3(l_1 l_3 m_3 s_{23} + l_2 l_3 m_3 s_3) - \dot{q}_2(l_1 l_3 m_3 s_{23} + l_1 l_2 m_2 s_2 + l_1 l_2 m_3 s_2) \\ C_{12} &= -\dot{q}_1 l_1 (l_2 m_2 s_2 + l_2 m_3 s_2 + l_3 m_3 s_{23}) - \frac{1}{2} \dot{q}_3 l_3 m_3 (l_1 s_{23} + l_2 s_3) \\ &- \dot{q}_2 l_1 l_2 s_2 (m_2 + m_3) \\ C_{13} &= -\frac{1}{2} l_3 m_3 (l_1 s_{23} + l_2 s_3) (2 \dot{q}_1 + \dot{q}_2 + 2 \dot{q}_3) \\ C_{21} &= \dot{q}_3 \left( \frac{1}{2} l_1 l_3 m_3 s_{23} - \frac{1}{2} l_2 l_3 m_3 s_3 \right) + \dot{q}_1 (l_1 l_3 m_3 s_{23} + l_1 l_2 m_2 s_2 + l_1 l_2 m_3 s_2) \\ C_{23} &= \dot{q}_1 \left( \frac{1}{2} l_1 l_3 m_3 s_{23} - \frac{1}{2} l_2 l_3 m_3 s_3 \right) - \dot{q}_3 l_2 l_3 m_3 s_3 \\ C_{31} &= \dot{q}_1 (l_1 l_3 m_3 s_{23} + l_2 l_3 m_3 s_3) - \dot{q}_2 \left( \frac{1}{2} l_1 l_3 m_3 s_{23} - \frac{1}{2} l_2 l_3 m_3 s_3 \right) \\ C_{32} &= -\frac{1}{2} \dot{q}_1 l_3 m_3 (l_1 s_{23} - l_2 s_3) \end{split}$$

Bloque izquierdo (eslabones 4-6)

$$\begin{split} C_{44} &= -\dot{q}_6(l_4 l_6 m_6 s_{56} + l_5 l_6 m_6 s_6) - \dot{q}_5(l_4 l_6 m_6 s_{56} + l_4 l_5 m_5 s_5 + l_4 l_5 m_6 s_5) \\ C_{45} &= -\dot{q}_4 l_4(l_5 m_5 s_5 + l_5 m_6 s_5 + l_6 m_6 s_{56}) - \frac{1}{2} \dot{q}_6 l_6 m_6(l_4 s_{56} + l_5 s_6) \\ &- \dot{q}_5 l_4 l_5 s_5(m_5 + m_6) \\ C_{46} &= -\frac{1}{2} l_6 m_6(l_4 s_{56} + l_5 s_6)(2\dot{q}_4 + \dot{q}_5 + 2\dot{q}_6) \\ C_{54} &= \dot{q}_6 \left(\frac{1}{2} l_4 l_6 m_6 s_{56} - \frac{1}{2} l_5 l_6 m_6 s_6\right) + \dot{q}_4(l_4 l_6 m_6 s_{56} + l_4 l_5 m_5 s_5 + l_4 l_5 m_6 s_5) \\ C_{56} &= \dot{q}_4 \left(\frac{1}{2} l_4 l_6 m_6 s_{56} - \frac{1}{2} l_5 l_6 m_6 s_6\right) - \dot{q}_6 l_5 l_6 m_6 s_6 \\ C_{64} &= \dot{q}_4(l_4 l_6 m_6 s_{56} + l_5 l_6 m_6 s_6) - \dot{q}_5 \left(\frac{1}{2} l_4 l_6 m_6 s_{56} - \frac{1}{2} l_5 l_6 m_6 s_6\right) \\ C_{65} &= -\frac{1}{2} \dot{q}_4 l_6 m_6(l_4 s_{56} - l_5 s_6) \end{split}$$

El vector de gravedad toma la forma:

$$G(q)_{derecha} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix}$$
(3.42)

$$G(q)_{izquierda} = \begin{bmatrix} g_4\\g_5\\g_6 \end{bmatrix}$$
(3.43)

con los elementos:

$$g_{1} = -g[m_{1}l_{1}\sin q_{1} + (m_{2} + m_{3})l_{2}\sin(q_{1} + q_{2}) + m_{3}d_{1}\sin(q_{1} + q_{2} + q_{3})]$$

$$g_{2} = -g[(m_{2} + m_{3})l_{2}\sin(q_{1} + q_{2}) + m_{3}d_{1}\sin(q_{1} + q_{2} + q_{3})]$$

$$g_{3} = -gm_{3}d_{1}\sin(q_{1} + q_{2} + q_{3})$$

$$g_{4} = -g[m_{4}l_{4}\sin q_{4} + (m_{5} + m_{6})l_{5}\sin(q_{4} + q_{5}) + m_{6}d_{2}\sin(q_{4} + q_{5} + q_{6})]$$

$$g_{5} = -g[(m_{5} + m_{6})l_{5}\sin(q_{4} + q_{5}) + m_{6}d_{2}\sin(q_{4} + q_{5} + q_{6})]$$

$$g_{6} = -gm_{6}d_{2}\sin(q_{4} + q_{5} + q_{6})$$

# 3.4. Control PD con compensación de gravedad para sistemas de rehabilitación robótica

El control PD con compensación de gravedad (véase Figura 3.5) resulta fundamental en sistemas de rehabilitación que demandan un seguimiento preciso de trayectorias. Para robots manipuladores con  $G(q) \neq 0$ , la ley de control se define como:

$$\tau = -K_p \tilde{q} - K_d \dot{\tilde{q}} + G(q) \tag{3.44}$$

donde:

- $\tilde{q} = q q_d$  es el error de posición articular ( $q_d$ : posición deseada).
- $K_p, K_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son matrices simétricas definidas positivas.
- $G(q) = \nabla U(q)$  es el vector de pares gravitatorios.

### 3.4.1. Análisis de estabilidad

### 3.4.1.1. Condiciones de equilibrio

La dinámica en lazo cerrado viene dada por:

3.4 Control PD con compensación de gravedad para sistemas de rehabilitación robótica



Figura 3.5: Diagrama de control PD con compensación gravitacional para sistemas robóticos de rehabilitación.

$$H(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} = -K_p\tilde{q} - K_d\tilde{q}$$
(3.45)

Para garantizar que el origen  $(\tilde{q}, \dot{q}) = 0$  sea equilibrio, se requiere:

$$H(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d = 0$$
(3.46)

En rehabilitación robótica, donde las trayectorias suelen ser constantes  $(q_d(t) \equiv q_d)$ , esta condición se simplifica notablemente.

### 3.4.1.2. Demostración de estabilidad asintótica global

Consideremos la función candidata de Lyapunov:

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) = \underbrace{\frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q}}_{\text{Energía cinética}} + \underbrace{\frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q}}_{\text{Energía potencial artificial}}$$
(3.47)

Cuya derivada temporal es:

$$\dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) = -\dot{q}^T K_d \dot{q} \le 0 \tag{3.48}$$

Aplicando el Teorema de LaSalle, definimos el conjunto invariante:

$$\Omega = \{ (\tilde{q}, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{2n} | \dot{q} = 0 \}$$

$$(3.49)$$

Las soluciones en  $\Omega$  satisfacen:

$$K_{p}\tilde{q} = 0 \Rightarrow \tilde{q} = 0 \tag{3.50}$$

### 3.4.2. Estabilidad en rehabilitación robótica

Para un exoesqueleto con dinámica (3.45) bajo el control (5.5) con  $q_d$  constante:

- 1. El origen  $(\tilde{q}, \dot{q}) = 0$  es asintoticamente estable.
- 2. lím $_{t\to\infty} q(t) = q_d$  con tasa de convergencia exponencial.
- 3. La energía del sistema satisface  $V(t) \leq V(0)e^{-\lambda t}$ .

### 3.4.3. Consideraciones prácticas

- La compensación exacta de G(q) requiere modelado preciso,
- Las matrices  $K_p$ ,  $K_d$  determinan la respuesta transitoria,
- Efectos de incertidumbre pueden mitigarse con adaptación.

Para aplicaciones de rehabilitación, este controlador garantiza:

- **Precisión**: convergencia asintótica a la posición deseada,
- Seguridad: estabilidad global con errores acotados, y
- Adaptabilidad: compensación automática de efectos gravitacionales.

## **3.5.** Comentarios

El desarrollo de sistemas robóticos para la rehabilitación de extremidades inferiores representa un avance significativo en la atención clínica personalizada. A lo largo de este Capítulo se ha demostrado que la incorporación de modelos dinámicos precisos y estrategias de control avanzadas constituye un pilar fundamental para el diseño de soluciones efectivas en este ámbito. Para alcanzar un desempeño terapéutico satisfactorio, es indispensable que dichos sistemas cumplan con tres requisitos esenciales: seguridad, precisión y adaptabilidad. La generación de movimientos suaves y controlados asegura la integridad del paciente, mientras que la capacidad para seguir trayectorias predefinidas y adaptarse a las particularidades biomecánicas individuales permite una intervención más eficaz y orientada a las necesidades específicas de cada usuario.

El uso de modelos con mayor número de grados de libertad, como en el caso de un sistema con n = 6, ofrece ventajas notables tanto en el modelado anatómico como en el control del sistema. Esta configuración permite una representación completa de la cadena

cinemática de la extremidad inferior, una regulación independiente de cada articulación y la simulación de patrones de marcha con alto nivel de fidelidad. Además, favorece la implementación de terapias funcionales personalizadas, el entrenamiento de patrones neuromusculares complejos y la expansión del conjunto de ejercicios clínicos disponibles, con el objetivo de maximizar los beneficios durante el proceso de rehabilitación.

Sin embargo, también se identifican retos importantes en su aplicación práctica, entre los que destacan la complejidad computacional del procesamiento en tiempo real de modelos dinámicos de alta dimensionalidad, la necesidad de un afinamiento preciso de los parámetros de control y la integración efectiva del sistema dentro de protocolos terapéuticos clínicos convencionales. Superar estos desafíos es clave para traducir el potencial teórico de los sistemas robóticos en beneficios concretos para los pacientes.

Finalmente, se establece que un robot de rehabilitación con n grados de libertad que integre un modelado dinámico completo, representado por la Ecuación 3.5, una ley de control adaptativo como la expresada en la Ecuación 5.5, y un esquema de personalización centrado en el paciente, garantiza matemáticamente la convergencia terapéutica:

$$\lim_{t \to \infty} |q(t) - q_d(t)| < \epsilon \quad \text{(Convergencia terapéutica)} \tag{3.51}$$

Este resultado confirma la viabilidad de guiar al paciente hacia trayectorias deseadas con un margen de error acotado, consolidando así el papel de estos sistemas como herramientas eficaces en la rehabilitación robótica, adaptativa y centrada en el usuario.
# Capítulo 4

# Detección de rasgos en ondas cerebrales asociadas a la intención

Este Capítulo presenta un marco metodológico para la caracterización de registros electroencefalográficos asociados a actividad motora, con el objetivo de fundamentar el diseño de sistemas de asistencia robótica para personas con discapacidad motriz. La investigación busca establecer las bases técnicas para el desarrollo de BCRI que traduzcan la intención de movimiento en comandos de control efectivos, mejorando así la autonomía y calidad de vida de los usuarios.

El núcleo metodológico de este estudio radica en la aplicación de análisis multiresolución mediante transformadas wavelet discretas (DWT), técnica que permite:

- La descomposición adaptativa de señales EEG en bandas tiempo-frecuencia,
- La identificación precisa de patrones neuromotores en las bandas  $\alpha$  (8–13 Hz) y  $\beta$  (13–30 Hz) y
- La extracción de características discriminativas para el control de dispositivos

Como se ilustra en la Figura 4.1, el sistema propuesto integra etapas críticas de:

- Adquisición de señales neurales,
- Procesamiento mediante bancos de filtros wavelet y la
- Generación de comandos de control

La hipótesis central postula que la descomposición diádica mediante DWT –particularmente en cinco niveles de resolución– permite aislar componentes espectrales asociados a la imaginación motora con la especificidad necesaria para controlar sistemas robóticos asistivos. Los resultados presentados en este Capítulo se articulan en tres dimensiones fundamentales:

- 1. Implementación optimizada de bancos de filtros *Quadrature Mirror Filters* (QMF) para EEG motor,
- 2. Protocolo de extracción de características en espacio tiempo-frecuencia y un
- 3. Esquema de clasificación adaptado a tareas de rehabilitación motora



Figura 4.1: Arquitectura propuesta del sistema BCI para control robótico mediante procesamiento wavelet de señales EEG.

Estos desarrollos representan una contribución significativa al campo de las neurorrehabilitación, particularmente en la superación de limitaciones de métodos tradicionales basados en análisis de Fourier. Los resultados experimentales, detallados en las secciones siguientes, demuestran la viabilidad clínica del enfoque propuesto para decodificar intención motora con precisión operativa.

# 4.1. El cerebelo y el control de movimientos

El cerebelo, aunque representa apenas el 10% del volumen cerebral, desempeña un papel fundamental como coordinador maestro de nuestros movimientos. Situado en la fosa craneal posterior, esta notable estructura actúa como un sofisticado sistema de control en tiempo real que perfecciona cada gesto motor con precisión milimétrica.

### 4.1.1. Arquitectura neural para la perfección motora

El cerebelo constituye un centro de procesamiento único que:

- Integra información multisensorial: Recibe constantemente datos de:
  - Propioceptores musculares (husos neuromusculares),
  - Receptores articulares y cutáneos,
  - Sistemas visual, vestibular y auditivo y
  - Planes motores de la corteza cerebral (vía tracto córtico-ponto-cerebeloso).
- Ejecuta correcciones en milisegundos: Compara continuamente los comandos motores (lo que queremos hacer) con la retroalimentación sensorial (lo que realmente está ocurriendo), ajustando el movimiento sobre la marcha.
- Aprende y optimiza: A través de la repetición, crea "modelos internos" que permiten movimientos cada vez más precisos y eficientes, reduciendo progresivamente el error motor.

### 4.1.2. Consecuencias clínicas de las lesiones cerebelosas

Las lesiones cerebelosas no paralizan, pero desorganizan profundamente el movimiento, produciendo:

- Ataxia: Movimientos descoordinados similares a los observados en estado de ebriedad,
- Dismetría: Errores en la estimación de distancias durante movimientos,
- Temblor intencional: Oscilaciones al realizar acciones voluntarias o
- Hipotonía: Disminución del tono muscular basal.

Estos síntomas revelan su papel crucial como regulador de la precisión motora, particularmente en movimientos complejos como la escritura, ejecución musical o mantenimiento del equilibrio [80].

### 4.1.3. Mecanismos neurofisiológicos de control

El cerebelo opera mediante dos sistemas complementarios:

### 4.1.3.1. Sistema de retroalimentación en tiempo real

Como se ilustra en la Figura 4.2, funciona como un sistema de lazo de control cerrado que:

- Detecta discrepancias entre la intención y la ejecución,
- Envía correcciones a la corteza motora y núcleos del tronco encefálico y
- Ajusta el tono muscular para movimientos fluidos.



Figura 4.2: Esquema del control de movimientos por retroalimentación cerebelosa. Adaptado de [1].

### 4.1.3.2. Sistema de predicción anticipatoria

Mediante los "modelos internos" (Figura 4.3):

- Genera programas motores completos basados en experiencia previa (Modelo inverso),
- Anticipa consecuencias mecánicas de cada movimiento (Modelo predictivo) y
- Optimiza patrones mediante práctica repetida (Aprendizaje motor).



Figura 4.3: Interacción entre modelos inversos y predictivos para generar movimientos. Adaptado de [1].

### 4.1.4. Implicaciones para sistemas neurorrehabilitación

El estudio de estos mecanismos inspira el desarrollo de:

- BCRI con retroalimentación háptica,
- Algoritmos de control adaptativo para exoesqueletos y
- Sistemas de rehabilitación virtual con aprendizaje motor gradual.

El entendimiento de esta circuitería permite diseñar terapias de neuro-rehabilitación más efectivas, especialmente para pacientes con ataxias o daño cerebeloso. Como muestra la Figura 4.4, la capacidad predictiva del cerebelo puede emularse en sistemas robóticos de asistencia [1].



Figura 4.4: Control de movimientos por predicción en sistemas biomiméticos. Adaptado de [1].

# 4.2. Protocolo de adquisición de señales electroencefalográficas

La captación de señales electroencefalográficas (ver Figura 4.5) se realiza en un entorno controlado que garantiza condiciones óptimas para el registro. Los participantes son informados de que la colocación de los sensores en la corteza cerebral se realiza mediante un método no invasivo, por lo que no representa ningún riesgo ni provoca alteraciones físicas.

### 4.2.1. Paradigma motor implementado

El protocolo experimental sigue un diseño de tarea motora discreta con las siguientes características:

### • Secuencia de movimientos:

- 1. Flexión dorsal de tobillo (0° a 20°)
- 2. Mantenimiento isométrico (3 s)
- 3. Retorno a posición neutra
- 4. Intervalo de reposo aleatorio (5-7 s)

### Presentación de estímulos:

- Señal visual (flecha direccional) en pantalla
- $\bullet\,$ Duración del estímulo: 1.5 s



Figura 4.5: Registro EEG de actividad sensoriomotora durante flexión dorsal de tobillo.

## 4.2.2. Configuración del sistema de adquisición

Se emplea el sistema Emotiv EPOC+ (ver Figura 4.6) con las siguientes especificaciones técnicas [81]:

### Configuración de electrodos:

- 14 canales activos (AF3, F7, F3, FC5, T7, P7, O1, O2, P8, T8, FC6, F4, F8, AF4)
- 2 electrodos de referencia (P3/P4)
- Impedancia mantenida <  $10k\Omega$

### Parámetros de adquisición:

- Frecuencia de muestreo: 128 Hz
- $\bullet\,$  Filtro paso banda: 0.2-45 Hz
- Resolución ADC: 14 bits



Figura 4.6: Distribución de electrodos según sistema internacional 10-20 [2].

## 4.2.3. Consideraciones para interfaces cerebro-computadora

El sistema BCI implementado sigue un protocolo asíncrono (self-paced) que ofrece ventajas clave para aplicaciones de rehabilitación:

- Modo de operación:
  - Activación voluntaria sin estímulos externos y

- Ventana de análisis temporal: 500 ms post-inicio de movimiento.
- Procesamiento de señales:
  - Algoritmo: Transformada wavelet discreta (DWT) con wavelet madre Daubechies-4,
  - Bandas espectrales:  $\alpha(8-13Hz) \ge \beta(13-30Hz) \ge \beta$
  - Extracción de características: Energía por sub-bandas
- Ventajas clínicas:
  - Reduce fatiga mental,
  - Minimiza falsos positivos en detección de intención motora y
  - Permite ritmo de ejecución natural adaptado a cada paciente

# 4.3. Procesamiento de registros EEG

Los registros EEG constituyen señales biológicas altamente no estacionarias y no gaussianas, lo que exige que los algoritmos de procesamiento consideren estas características para lograr una adecuada caracterización, clasificación y generación de comandos de activación en sistemas de control basados en BCI's.

El procesamiento de señales EEG comprende las siguientes etapas:

- Transducción,
- Preamplificación,
- Amplificación y filtrado,
- Digitalización,
- Extracción de características y
- Clasificación

Cabe destacar que el casco Emotiv Epoc integra las primeras etapas de este procesamiento de manera automática [81].

En el presente trabajo de investigación, se emplea el análisis Multiresolución wavelet para descomponer las señales EEG en diferentes bandas tiempo-frecuencia. Previamente a este análisis, se implementa una etapa de preprocesamiento que incluye un filtro pasa-bajos con frecuencia de corte en 60 Hz, diseñado para atenuar componentes de alta frecuencia que pueden originarse en fuentes de interferencia externa. Una vez obtenidos los registros filtrados, estos son procesados mediante el algoritmo de análisis Multiresolución wavelet.

### 4.3.1. Análisis Multiresolución

Aunque la transformada *wavelet* continua (CWT) puede evaluarse computacionalmente mediante discretización, este enfoque no constituye propiamente una transformada discreta, sino más bien una serie *wavelet* o una versión muestreada de la CWT. Este método presenta la desventaja de generar información altamente redundante para la reconstrucción de los registros, lo que conlleva además un incremento significativo en el tiempo de cálculo. Por este motivo, en este trabajo se emplea la transformada *wavelet* discreta (DWT), la cual proporciona información suficiente tanto para el análisis como para la síntesis de señales con una notable reducción del tiempo de procesamiento y una implementación considerablemente más sencilla que la CWT [82].

Para resultar práctica, la teoría de *wavelets* requiere algoritmos computacionalmente eficientes, análogos a la FFT, que permitan calcular los coeficientes *wavelet* y reconstruir las funciones que representan. Existe una familia de algoritmos rápidos basados en el análisis Multiresolución, desarrollado específicamente para el procesamiento de señales en tiempo discreto. Este enfoque busca obtener una representación tiempo-escala de señales discretas mediante el uso de bancos de filtros con diferentes frecuencias de corte. El proceso consiste en:

- Filtrado pasa-altas para el análisis de componentes frecuenciales altas y
- Filtrado pasa-bajas para el análisis de componentes frecuenciales bajas.

Estas operaciones modifican la resolución de la señal, mientras que el cambio de escala se realiza mediante procesos de interpolación y submuestreo [83].

El análisis multiresolución de *Mallat* [84] se relaciona directamente con este algoritmo piramidal, incorporando adicionalmente filtros espejo en cuadratura. La representación tiempo-escala de una señal digital se obtiene mediante técnicas de filtrado digital, donde el proceso de descomposición inicia con el paso de la secuencia discreta a través de un filtro pasa-bajas con respuesta al impulso  $h_0[k]$ . Matemáticamente, este filtrado corresponde a la convolución de la señal con  $h_0[k]$ , atenuando las componentes frecuenciales por encima de la mitad del ancho de banda de la señal original.

### 4.3.2. Codificación sub-banda

El principio fundamental de la codificación sub-banda se basa en la misma idea que la Transformada Wavelet Continua: obtener una representación tiempo-escala de señales mediante técnicas de filtrado digital. La CWT puede interpretarse como una medida de similitud entre la wavelet madre escalada y desplazada con la señal bajo análisis. En el dominio discreto, este proceso se implementa mediante bancos de filtros con diferentes frecuencias de corte, permitiendo el análisis multiescala de la señal.

#### 4.3.2.1. Proceso de filtrado y submuestreo

El esquema de codificación sub-banda emplea tres operaciones fundamentales:

- **Filtrado**: La señal se procesa mediante filtros pasa-altas (para componentes de alta frecuencia) y pasa-bajas (para componentes de baja frecuencia),
- Submuestreo: Reducción de la tasa de muestreo eliminando muestras redundantes (submuestreo por *n* implica conservar 1 de cada *n* muestras) e
- Interpolación: Aumento de la tasa de muestreo mediante inserción de ceros o valores interpolados

#### 4.3.2.2. Implementación diádica

En este trabajo, los coeficientes de la DWT se calculan mediante un esquema diádico (Sección A.3.1, Apéndice A), donde los parámetros de escala (a) y traslación (b) adoptan valores discretos:

$$a = a_0^m, \quad b = k b_0 a_0^m \quad \text{con} \quad a_0 > 1, b_0 > 0$$

$$(4.1)$$

Para señales discretas f[n], el proceso inicia con el filtrado pasa-bajas mediante convolución con la respuesta al impulso  $\overline{h[k]}$ :

$$f[n] * \overline{h[n]} = \sum_{k} f[k] \cdot \overline{h[n-k]}$$
(4.2)

Este filtro atenúa componentes frecuenciales superiores a  $\pi/2$  radianes (considerando  $\pi$  como la frecuencia de Nyquist en el dominio discreto). Posteriormente, se aplica submuestreo por 2, duplicando la escala y reduciendo la resolución temporal a la mitad, pero sin pérdida informativa según el teorema de Nyquist [83].

#### 4.3.2.3. Descomposición multinivel

El esquema completo de descomposición implementa filtrados sucesivos:

$$c_i[n] = \sum_{k=0}^{\kappa-1} \overline{h[k]} c_{i-1,k}[2n-k]$$
(4.3)

$$d_i[n] = \sum_{k=0}^{\kappa-1} \overline{g[k]} c_{i-1,k}[2n-k]$$
(4.4)

donde:

- $c_i[n]$ : Coeficientes de aproximación (filtrado pasa-bajas)
- $d_i[n]$ : Coeficientes de detalle (filtrado pasa-altas)
- $\kappa$ : Longitud del filtro

Este proceso genera una pirámide de coeficientes:

$$DWT \to (d_{i-1}, d_{i-2}, ..., d_1, d_0, c_0)$$
 (4.5)

Los filtros pasa-bajas (h[k]) y pasa-altas (g[k]) están acoplados mediante la relación de filtros espejo en cuadratura (QMF):



$$g[\kappa - 1 - n] = (-1)^n \cdot h[k]$$
(4.6)

Figura 4.7: Esquema de descomposición wavelet para registros de actividad cerebral

Para señales EEG muestreadas a 45 Hz, Figura 4.7:

- Primer nivel: Banda 22.5-45 Hz (n/2 muestras)
- Segundo nivel: Banda 11.25-22.5 Hz (n/4 muestras)
- Quinto nivel: Resolución deseada (bandas alfa/beta)

Como muestra las Figuras 4.8 y 4.9, los componentes más significativos para el control BCI se encuentran en las bandas alfa (8-13 Hz) y beta (13-30 Hz), donde  $d_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  y

 $d_4$  representan los coeficientes de detalle, mientras los coeficientes de de aproximación se representan por  $c_0$  [22].



Figura 4.8: Descomposición wavelet en 5 niveles para señal del electrodo F3.



Figura 4.9: Coeficientes wavelet en banda beta (nivel 2) para electrodo F3

El procesamiento wavelet permite extraer características discriminativas para el control de sistemas robóticos asistivos, como se ilustra en la Figura 4.10. Este enfoque resulta particularmente útil en aplicaciones de rehabilitación motriz, donde la identificación precisa de patrones cerebrales es crucial.



Figura 4.10: Arquitectura BCI para control de robots asistivos

# 4.4. Comentarios

El diseño de sistemas robóticos de rehabilitación mediados por BCI demanda tres componentes esenciales: una adquisición robusta de señales EEG que garantice la integridad de los patrones neuromotores; un procesamiento avanzado mediante DWT, que permita una descomposición tiempo-frecuencia multiescala; y una caracterización espectral precisa que identifique correlatos neuronales de la intención motora. En este contexto, el análisis multiresolución basado en DWT ha demostrado ser una herramienta eficaz para extraer componentes relevantes en las bandas  $\alpha$  (8–13 Hz) y  $\beta$  (13–30 Hz), preservando la información temporal crítica para la detección de eventos relacionados con la planificación y ejecución del movimiento, al tiempo que reduce la dimensionalidad del espacio de características a través de coeficientes discriminativos. El pipeline metodológico implementado se describe como: EEG  $\xrightarrow{\text{DWT}}$  características relevantes  $\xrightarrow{\text{clasificador}}$  comandos de control, optimizando la generación de comandos en tiempo real. A diferencia de enfoques convencionales, este esquema se adapta a la variabilidad inter-sujeto mediante bancos de filtros, mejora la resolución conjunta tiempo-espectral y reduce significativamente la latencia en la emisión de comandos motores. Los resultados obtenidos validan que la integración entre el análisis wavelet y la robótica rehabilitadora permite interfaces cerebro-robot más intuitivas, habilita protocolos de intervención personalizada y eleva la precisión en el reconocimiento de intención motora. Como extensión futura, se propone incluir el análisis de la banda  $\gamma$  (>30 Hz) para captar intenciones motoras de mayor complejidad, incorporar esquemas de aprendizaje automático en línea que actualicen dinámicamente el modelo y establecer protocolos clínicos estandarizados para la validación del sistema a gran escala.

# Capítulo 5

# Validación numérica y experimental de la metodología propuesta

Las tecnologías actuales para la caracterización de marcha, basadas en sistemas de seguimiento, presentan limitaciones en cuanto a la certidumbre de sus procedimientos tecnológicos y algoritmos computacionales [85]. Por ello, resulta fundamental caracterizar cuantitativamente los patrones de marcha normal y patológica en diferentes estructuras óseas y planos anatómicos. Esta caracterización es esencial tanto para diagnósticos clínicos como para aplicaciones en ingeniería robótica, sirviendo como base para el desarrollo de sistemas de asistencia médica más precisos [3].

# 5.1. Ciclo de marcha humana

El ciclo de marcha, también conocido como zancada, corresponde a la secuencia de eventos que ocurren entre dos repeticiones consecutivas de cualquier suceso característico de la marcha (Figura 5.1). Por convención, el inicio del ciclo se define como el momento en que un pie hace contacto inicial con el suelo, generalmente mediante el talón (contacto de talón o *heel strike*).



Figura 5.1: Fases del ciclo de marcha bípeda, mostrando los principales eventos: contacto inicial (IC), respuesta a la carga (LR), apoyo medio (MSt), despegue del talón (HO), despegue de los dedos (TO), oscilación inicial (ISw), oscilación media (MSw) y oscilación terminal (TSw). Adaptado de [3].

La duración total del ciclo de marcha se denomina tiempo de ciclo y corresponde a la suma de los tiempos de apoyo (fase de stance) y oscilación (fase de swing). El periodo de apoyo doble, cuando ambos pies están en contacto con el suelo, representa aproximadamente el 10 % del ciclo en marcha normal [86]. La Figura 5.2 ilustra la distribución temporal de estas fases durante múltiples ciclos.



Figura 5.2: Distribución temporal de las fases de apoyo simple y doble durante múltiples ciclos de marcha. Las áreas sombreadas representan los periodos de doble apoyo.

Los parámetros espaciotemporales de la marcha incluyen (Figura 5.3):

- Longitud de paso: Distancia en el plano sagital entre el punto de contacto del talón de un pie y el punto de contacto del talón del pie contralateral.
- Ancho de paso: Distancia lateral entre los puntos de contacto de ambos pies, medida en el plano frontal.
- Angulo de paso: Angulo formado entre el eje longitudinal del pie y la dirección de progresión.
- Longitud de zancada: Distancia entre dos contactos consecutivos del mismo pie, equivalente a la suma de dos pasos consecutivos.



Figura 5.3: Parámetros espaciotemporales de la marcha bípeda: (1) longitud de paso, (2) ancho de paso, (3) ángulo de paso, (4) longitud de zancada. Adaptado de [4].

Los patrones articulares de cadera y rodilla en las extremidades inferiores durante la marcha normal presentan características cinemáticas bien definidas, como muestran las Figuras 5.4 y 5.5. Estos patrones son consistentes entre individuos sanos y presentan variaciones características en diferentes patologías [87].



Figura 5.4: Patrón angular de la articulación de cadera durante un ciclo de marcha normal. La curva muestra la flexión (valores positivos) y extensión (valores negativos) en el plano sagital.



Figura 5.5: Patrón angular de la articulación de rodilla durante un ciclo de marcha normal. Se observa la característica flexión durante la fase de balanceo (swing phase).

# 5.2. Modelado matemático de la marcha

La marcha humana puede aproximarse mediante funciones polinómicas que describen las curvas angulares articulares en función del tiempo. Las Ecuaciones 5.1-?? presentan los polinomios de séptimo grado que caracterizan los ángulos articulares de cadera  $P_{CD}$ ,  $P_{CI}$ y rodilla  $P_{RD}$ ,  $P_{RI}$  para las extremidades derecha e izquierda, respectivamente [88]:

$$P_{CD} = 1.485 \times 10^{-8} p^7 - 2.340 \times 10^{-6} p^6 + 0.0001383 p^5 - 0.00389 p^4 + 0.060072 p^3 - 0.58668 p^2 + 1.705 p + 23.289 + \epsilon_{CD}$$
(5.1)

$$P_{CI} = -9.573 \times 10^{-9} p^7 + 1.981 \times 10^{-6} p^6 - 0.0001653 p^5 + 0.00713 p^4 - 0.16882 p^3 + 2.0188 p^2 - 7.4884 p - 9.5084 + \epsilon_{CI}$$
(5.2)

$$P_{RD} = 7.964 \times 10^{-9} p^7 + 4.130 \times 10^{-7} p^6 + 4.14 \times 10^{-5} p^5 - 0.00353 p^4 + 0.083227 p^3 - 0.57449 p^2 - 0.78787 p - 3.572 + \epsilon_{RD}$$
(5.3)

$$P_{RI} = 5.653 \times 10^{-8} p^7 - 1.142 \times 10^{-5} p^6 + 0.00091344 p^5 - 0.03645 p^4 + 0.74555 p^3 - 7.0322 p^2 + 21.182 p - 28.207 + \epsilon_{RI}$$
(5.4)

donde  $\epsilon_{CD}$ ,  $\epsilon_{CI}$ ,  $\epsilon_{RD}$  y  $\epsilon_{RI}$  representan los errores de aproximación para cada articulación.

La Figura 5.6 muestra la aproximación polinómica de los patrones articulares en el plano sagital, comparando los datos experimentales con las curvas modeladas para cadera (Figuras 5.6a-b) y rodilla (Figuras 5.6c-d) en ambos lados del cuerpo.



Figura 5.6: Aproximación polinómica de los patrones articulares en el plano sagital: a) cadera izquierda, b) cadera derecha, c) rodilla izquierda, d) rodilla derecha. Los círculos representan los polinomios de ajuste, mientras que las líneas continuas muestran datos experimentales promedio (Opensim).

# 5.3. Control PD+G de exoesqueleto de 2GDL para miembro inferior

La dinámica del exoesqueleto de dos grados de libertad (2GDL) por extremidad se describe mediante la Ecuación 3.5, donde cada miembro inferior (derecho e izquierdo) cuenta con un GDL en la articulación de cadera  $(q_1)$  y otro en la rodilla  $(q_2)$ . La Figura 5.7 muestra la configuración mecánica del sistema, incluyendo las restricciones articulares y el esquema de acoplamiento entre segmentos.



Figura 5.7: Esquema del exoesqueleto de 2 GDL mostrando: (A) articulaciones de cadera y rodilla, (B) restricciones mecánicas, y (C) acoplamiento entre segmentos. Adaptado de [5].

Los parámetros físicos del sistema, determinados mediante identificación dinámica, se presentan en la Tabla 3.1. Estos valores corresponden a especificaciones típicas para exoesqueletos de asistencia a la marcha [89].

### 5.3.1. Estrategia de control PD+G

El esquema de control Proporcional-Derivativo con compensación de gravedad (PD+G) se implementa según:

$$\tau = K_p \tilde{q} + K_d \dot{\tilde{q}} + G(q) \tag{5.5}$$

donde  $\tilde{q} = q - q_d$  representa el error de posición articular y G(q) es el término de compensación gravitacional. Las ganancias  $K_p$  y  $K_d$  se diseñaron considerando los torques máximos articulares reportados en la literatura: 327 Nm para cadera y 206 Nm para rodilla [90].

El análisis de estabilidad se basa en la función  $S = \dot{\tilde{q}} + \tilde{q}$ , cuya convergencia a cero garantiza el seguimiento de trayectorias:

$$\lim_{t \to \infty} S = \lim_{t \to \infty} (\dot{\tilde{q}} + \tilde{q}) = 0 \tag{5.6}$$

Considerando  $\tilde{q}(0) = \tilde{q}_{max}$  como condición inicial, las ganancias se calculan mediante:

$$K_p = \omega_n^2 = \frac{\tau_{max}}{\tilde{q}_{max}} \tag{5.7}$$

$$K_d = 2\zeta\omega_n \quad \text{con} \quad \zeta = 1 \tag{5.8}$$

Los valores finales de las ganancias, mostrados en la Tabla 5.1, fueron sintonizados para garantizar estabilidad y desempeño adecuado durante la marcha.

Tabla 5.1: Ganancias del controlador PD+G

Ganancia	Cadera	Rodilla
Proporcional $(K_p)$	12.94	27
Derivativa $(K_d)$	51.5	14.35

### 5.3.2. Resultados de seguimiento

La Figura 5.8 muestra el desempeño del controlador para la articulación de cadera derecha, utilizando como referencia el polinomio 5.1. De manera similar, la Figura 5.9 presenta los resultados para la rodilla derecha (polinomio 5.3). En ambos casos, el sistema realiza tres ciclos completos de marcha en seis segundos (0.5 Hz), frecuencia típica de marcha lenta [91].



Figura 5.8: Seguimiento de trayectoria en cadera derecha: (línea continua) referencia polinómica, (línea punteada) respuesta del sistema controlado.



Figura 5.9: Seguimiento de trayectoria en rodilla derecha: (línea roja) referencia, (línea azul) respuesta del sistema controlado.

Los resultados demuestran que el esquema PD+G, combinado con referencias polinómicas, provee un seguimiento adecuado para ambas extremidades inferiores modeladas como cadenas cinemáticas abiertas. Este enfoque resulta particularmente adecuado para aplicaciones de asistencia a la marcha donde se requiere precisión moderada con bajo costo computacional.

# 5.4. Control PD+G de exoesqueleto de 6 GDL para miembro inferior

El modelo dinámico del exoesqueleto de 6 grados de libertad (6 GDL), descrito en el Capítulo 3, Sección 3.3, consta de dos cadenas cinemáticas independientes (extremidad derecha e izquierda) articuladas desde la pelvis. Las variables articulares se definen como:

- Extremidad derecha:  $q_1$  (cadera),  $q_2$  (rodilla),  $q_3$  (tobillo)
- Extremidad izquierda:  $q_4$  (cadera),  $q_5$  (rodilla),  $q_6$  (tobillo)

Los parámetros antropométricos del modelo, mostrados en la Tabla 3.1, siguen proporciones humanas estándar con  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

### 5.4.1. Estrategia de control

El esquema de control PD+G se implementa según:

$$\tau = K_p \tilde{q} + K_d \dot{\tilde{q}} + G(q) \tag{5.9}$$

donde G(q) compensa los efectos gravitacionales. Las ganancias (Tablas 5.2 y 5.3) se sintonizaron mediante el método descrito en la Sección 5.3, considerando especificaciones de exoesqueletos de rehabilitación [5].

Tabla 5.2: Ganancias proporcionales  $(K_p)$ 

Articulación	Derecha	Izquierda			
Cadera	27	27			
Rodilla	27	27			

Tabla 5.3	: Gar	nancias	derivativas	$(K_d)$	)
-----------	-------	---------	-------------	---------	---

Articulación	Derecha	Izquierda			
Cadera	11.5	11.5			
Rodilla	1.7	1.7			

## 5.4.2. Simulación de marcha

La tarea consiste en 3 ciclos de marcha en 2 segundos (0.16 Hz), frecuencia típica en rehabilitación. Las referencias articulares provienen de los polinomios 5.1-??, manteniendo el tobillo en posición neutra. La Figura 5.10 muestra el seguimiento articular, mientras que la Figura 5.11 ilustra el movimiento simulado.



Figura 5.10: Seguimiento articular en 6GDL: cadera derecha, rodilla derecha, cadera izquierda, rodilla izquierda. Líneas continuas: referencia, líneas punteadas: respuesta del sistema.



Figura 5.11: Secuencia de movimiento del exoesqueleto durante un ciclo completo. Los fotogramas muestran: contacto inicial, apoyo simple, doble apoyo, balanceo.

# 5.5. Control adaptativo basado en Interfaces Cerebro Robot Computadora

## 5.5.1. Adquisición de señales neurales

El sistema BCRI registra actividad electroencefalográfica (EEG) durante tareas de seguimiento circular con la mano derecha (Figura 5.12). El protocolo sigue estándares internacionales para interfaces cerebro-computadora [92].



Figura 5.12: Registros EEG durante seguimiento motor señal cruda.

### 5.5.2. Procesamiento de señales

El análisis mediante transformada wavelet (Figura 5.13) identifica las bandas:

- Alfa (8-13 Hz): Relacionada con relajación y preparación motora
- Beta (13-30 Hz): Asociada a actividad motora consciente



Figura 5.13: Descomposición tiempo-frecuencia (espectro wavelet) mostrando potencia en bandas alfa y beta durante la tarea.

Los valores medios (Tabla 5.4) muestran coherencia con estudios previos sobre imaginación motora [93].

Tabla 5.4: Potencia media normalizada por electrodo

Banda	AF3	F7	F3	FC5	T7	P7	01	O2	P8	T8	FC6	F4	F8	AF4
Alfa	0.033	0.044	0.036	0.039	0.053	0.043	0.042	-0.004	0.093	0.048	0.059	0.025	0.029	0.028
Beta	-0.204	-0.208	-0.210	-0.201	-0.207	-0.200	-0.190	-0.197	-0.151	-0.151	-0.175	-0.206	-0.190	-0.199

### 5.5.3. Modulación adaptativa

74

Se implementa un factor de escala  $\eta = 0.64078$  (derivado de la banda alfa) para ajustar dinámicamente la amplitud de las trayectorias (Figura 5.14). Este enfoque permite adaptación en tiempo real según la intención del usuario [94].



Figura 5.14: Respuesta del sistema con modulación neural: (a) cadera derecha, (b) rodilla derecha. Las áreas sombreadas indican periodos de adaptación.

Los resultados demuestran la viabilidad de integrar señales BCRI con sistemas robóticos de rehabilitación, permitiendo control adaptativo basado en estados cognitivos.

# 5.6. Interfaz Cerebro Robot Computadora con fines de neurorrehabilitación en personas con Guillain-Barre

El síndrome de Guillain-Barré es una enfermedad que afecta al sistema nervioso periférico y que puede provocar importantes alteraciones motoras en los afectados. La neurorrehabilitación se ha convertido en una herramienta crucial para mejorar la calidad de vida de estos pacientes. En este contexto, la combinación de sistemas BCRI y el uso de entornos virtuales con retroalimentación háptica ofrece un enfoque prometedor para facilitar la recuperación de la función motora en pacientes con síndrome de Guillain-Barré. Esta propuesta pretende aumentar la eficacia en el proceso de rehabilitación al permitir una interacción más precisa y personalizada entre el paciente y un dispositivo háptico. El sistema de control de movimiento (posición y velocidad) del dispositivo háptico incorpora al usuario en el bucle y lo guía a través de un protocolo de rehabilitación destinado a restaurar la función motora. Para este resultado se utilizó la diadema Emotiv Epoc de 16 canales para capturar las señales cerebrales del paciente durante la guía y exploración háptica. La información registrada se somete a un análisis de descomposición wavelet, lo que permite la identificación y comprensión del comportamiento de las bandas de frecuencia asociadas con la ejecución de la tarea específica. Esta técnica ofrece una valiosa ventana a la relación entre la actividad cerebral y la ejecución motora, lo cual es crucial para personalizar y adaptar los tratamientos de neurorrehabilitación [76][95]. El objetivo principal es validar la tarea de neurorrehabilitación utilizando un enfoque BCRI en la recuperación

de pacientes con síndrome de Guillain-Barré. Para ello, la tarea de rehabilitación se ha dividido en tres etapas:

- Etapa 1: Exploración háptica activa (evaluación de la acción motora),
- Etapa 2: Guía háptica pasiva (entrenamiento motor), y

76

• Etapa 3: Exploración háptica activa (evaluación de la tarea de entrenamiento).

En las tres etapas, la instrucción de movimiento corresponde al seguimiento de un círculo, con estimulación visual proporcionada en un entorno de realidad virtual. Para evaluar cuantitativamente las mejoras en la precisión y consistencia del desempeño motor del paciente durante la tarea, se utiliza el valor RMS (Root Mean Square) [96]. La propuesta tecnológica presentada en esta tesis para la neurorrehabilitación y el diagnóstico de pacientes con síndrome de Guillain-Barré pretende aprovechar la sinergia entre las interfaces cerebro robot computadora, el análisis de señales cerebrales y el control de fuerza y movimiento en interfaces hápticas con retroalimentación en entornos virtuales dinámicos.

Las técnicas de tratamiento clínico para pacientes con lesiones de origen neurológico, así como las tecnologías disponibles en los centros de atención hospitalaria en México, son limitadas. El caso del síndrome de Guillain-Barré es relativamente nuevo, por lo que representa un reto importante para su atención. Considerando que, a través de una secuencia de ejercicios asistidos por un fisioterapeuta, se busca estimular la actividad física pero también el empoderamiento neurológico asociado a la neuroplasticidad del paciente. A diferencia de los métodos utilizados, y las propuestas tecnológicas existentes; asumimos que la estrategia de proponer una plataforma integral y cooperativa de exergaming permite garantizar el empoderamiento a través del entrenamiento kinestésico y la validación basada en la medición de la energía total invertida y el esfuerzo y concentración detectados en el EEG.

## 5.6.1. Interfaz cerebro-computadora e interacción háptica

Para la adquisición de señales cerebrales se utiliza el dispositivo inalámbrico Emotiv Epoc, el cual permite registrar y analizar la actividad eléctrica del cerebro (dispositivo portátil de EEG) [77]. Existen múltiples aplicaciones, con resultados novedosos, desarrolladas con el dispositivo Emotiv Epoc; algunos ejemplos incluyen: i) investigación neurocientífica, ii) evaluación clínica, iii) desarrollo de aplicaciones de realidad virtual y aumentada, entre otras. En el caso de estudio clínico, el dispositivo Emotiv Epoc presenta un reto debido a las limitaciones en movilidad y función muscular que experimenta este tipo de pacientes; sin embargo, la flexibilidad del dispositivo permite la colocación estratégica de sensores para registrar la actividad cerebral relacionada con la actividad motora. Para el registro de las señales cerebrales, los 16 electrodos se colocaron en el cuero cabelludo del paciente de acuerdo al sistema internacional 10-20 [77]. Este dispositivo inalámbrico cuenta con 14 electrodos de adquisición de señales más dos electrodos de referencia como se muestra en la Figura 5.32. El procedimiento de entrenamiento propuesto para inducir condiciones de neurorrehabilitación implica el uso de un dispositivo háptico que proporciona retroalimentación de fuerza kinestésica al paciente, simultáneamente con estimulación visual mediante un entorno gráfico de realidad virtual. Para ello, se utiliza el dispositivo háptico Geomagic Touch (omni). Este mecanismo robótico es un mecanismo articulado de enlace con 6 grados de libertad en cadena abierta, con 3 grados de libertad completamente actuados [97].

## 5.6.2. Interfaz cerebro-robot-computadora

El dispositivo háptico, en la plataforma BRCI propuesta, opera bajo dos configuraciones diferentes: i) exploración háptica activa (navegación voluntaria con retroalimentación de fuerza kinestésica) y, ii) guía háptica pasiva (control de movimiento robótico con el paciente en el circuito). Las descripciones de las configuraciones asociadas al procedimiento para diagnóstico y neurorrehabilitación se describen a continuación:

- *Exploración háptica activa:* el operador humano navega por el entorno virtual de forma voluntaria y recibe retroalimentación de fuerza kinestésica cuando se produce contacto o deformación durante la interacción con un objeto virtual. Para lograrlo, se evalúa instantáneamente un algoritmo de detección de contacto o deformación para calcular la magnitud y dirección de la fuerza de retroalimentación. Si no hay contacto, el dispositivo háptico funciona como un dispositivo de medición; es decir, no ejerce fuerza sobre la extremidad superior del usuario que manipula el robot (Figura 5.15).
- Guía háptica pasiva: el operador humano es guiado a lo largo de una trayectoria dentro del espacio de trabajo del robot utilizando una estrategia de control, típicamente asociada a un protocolo clínico; en [98] la tarea del robot no representa un factor determinante en la tarea de rehabilitación. Existe la posibilidad de que se produzcan perturbaciones instantáneas (debido a las propiedades mecánicas del dispositivo háptico: baja o nula fricción e inercia de las articulaciones). Esta tarea se declara como un principio de neurorrehabilitación, aprovechando la información kinestésica transmitida al cerebro humano (plasticidad cerebral) para lograr una

mejora del rendimiento a medida que avanza el entrenamiento. Las métricas de rendimiento y mejora se caracterizan por: error de convergencia, energía invertida en la interacción y estabilidad del sistema integrado humano-robot (Figura 5.16).



Figura 5.15: Diagrama de exploración háptica para la navegación en un entorno virtual.

La Figura 5.15 ilustra un esquema de exploración háptica activa con estimulación visual y navegación virtual. El flujo de señales y la descripción de los bloques son los siguientes: 1) representa al usuario interactuando físicamente con el entorno virtual; 2) instrumentación de las variables articulares y del dispositivo háptico, mediante codificadores ópticos (acción simultánea durante la navegación en el espacio operacional cartesiano); 3) cálculo de la posición y velocidad operacionales mediante el modelo cinemático directo de posición y velocidad; 4) simulación del entorno de realidad virtual para estimulación visual; 5) sincronización de la retroalimentación kinestésica y la estimulación visual durante la tarea de navegación; 6) adquisición de señales cerebrales durante la ejecución de la tarea; 7) descomposición de las señales cerebrales (transformada wavelet); y 8) análisis e interpretación de los datos. La Figura 5.16 representa una tarea de guía háptica pasiva con estimulación visual. Los bloques 1), 2) y 3) corresponden a la misma descripción que el esquema de la Figura 5.15. El comparador en 4) calcula los errores cartesianos de posición y velocidad operacional; 5) representa el bloque de control cartesiano para el seguimiento



Figura 5.16: Diagrama de una interfaz háptica pasiva para seguimiento de trayectoria.

de la trayectoria; 6) define el vector de pares generalizados a considerar en los actuadores para recrear la fuerza de reacción en el efector final; 7) se genera retroalimentación en el efector final sobre el entorno de realidad virtual, proporcionando al usuario una estimulación visual durante el seguimiento. 8) Adquisición de señales cerebrales durante la ejecución de la tarea; 9) descomposición de señales cerebrales (transformada wavelet); y 10) análisis e interpretación de datos.

## 5.6.3. Tarea de interacción y simulación de realidad virtual

El procedimiento desarrollado para integrar el entorno de realidad virtual es el siguiente: i) generar el entorno virtual en el plano X - Z del espacio de trabajo del dispositivo háptico (Figura 5.17); ii) desarrollar el círculo virtual con un radio dinámico definido por el usuario; y iii) proporcionar retroalimentación de fuerza, visual y cinestésica durante la ejecución de la tarea.



Figura 5.17: Plataforma construida sobre Unity que 1) representa el espacio de trabajo tridimensional del proyecto, 2) proporciona una vista previa del proyecto y 3) muestra el contenido de cada GameObject en la escena actual.

La Figura 5.18 muestra el entorno virtual creado mediante el software Unity. En este entorno: 1) representa el círculo de referencia que seguirá el usuario, 2) representa el efector final del dispositivo háptico derecho, 3) representa el efector final del dispositivo háptico izquierdo, 4) establece el cambio en tiempo real del radio del círculo de referencia, y 5) corresponde al cambio de la coordenada del centro del círculo de referencia.



Figura 5.18: Entorno virtual para tareas de rehabilitación cooperativa.

La tarea  $X_d$ , como comando de movimiento aplicado al dispositivo háptico en un

sistema de circuito cerrado con control cartesiano, corresponde al lugar geométrico de un círculo (Ecuación 5.10).

$$X_{d} = \begin{bmatrix} x_{d}(t) \\ y_{d}(t) \\ z_{d}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{c} + r\cos(\lambda t) \\ 0 \\ z_{c} + r\sin(\lambda t) \end{bmatrix}$$
(5.10)

Donde r = 12cm es el radio del círculo, que, de manera similar a la etapa 1, lo determina el usuario, t es el tiempo en segundos y se define por  $2\pi/\lambda$ ,  $\lambda = 0.05$  es la velocidad angular y  $\{x_c, y_c, z_c\} = \{0, 0, 0\}$  representan las coordenadas del centro del círculo. La regulación y el seguimiento de la posición y la velocidad en la tarea representan un aspecto clave de la interacción; asegurar la convergencia de la posición y la velocidad durante la guía háptica pasiva contribuye a la dinámica asociada con cada caso de estudio. Por lo tanto, un generador de base de tiempo (TBG) para asegurar la convergencia en tiempo finito es parte de la planificación del movimiento de la tarea del robot.

#### 5.6.3.1. Generador de base de tiempo para convergencia de tiempo finito

Se ha expuesto un generador de base de tiempo (TBG) mal planteado en el contexto de aplicaciones no lineales (véase, por ejemplo, [99] y las referencias allí citadas). Para completar, presentamos los conceptos básicos de un TBG bien planteado, [100] y sus aplicaciones en esquemas de guía háptica y control remoto [101]. Las técnicas de control no lineal abordadas en las referencias citadas son estrategias de control conjunto utilizadas en manipuladores robóticos y dispositivos hápticos como los teleoperadores. Considere la siguiente ecuación diferencial lineal variable en el tiempo no forzada de primer orden

$$\dot{z} + \alpha(t)z = 0 \to \dot{z} = -\alpha(t)z, \tag{5.11}$$

donde

$$\alpha(t) = \alpha_0 \frac{\dot{\xi}}{(1-\xi)+\delta} \tag{5.12}$$

 $\operatorname{con} \alpha_0 = 1 + \epsilon, \ 0 < \epsilon \ll 1, \ y \ 0 < \delta \ll 1.$ 

El generador de base de tiempo  $\xi = \xi(t) \in C^2$  debe ser proporcionado por el usuario para que  $\xi$  pase suavemente de 0 a 1 en un tiempo finito  $t = t_b > 0$ , y  $\dot{\xi} = \dot{\xi}(t)$  es una derivada en forma de campana de  $\xi$  tal que  $\dot{\xi}(t_0) = \dot{\xi}(t_b) \equiv 0$ . En estas condiciones, la solución de la Ecuación 5.11 es

$$z(t) = z(t_0)[(1-\xi)+\delta]^{1+\epsilon}$$
(5.13)

y la ganancia  $\alpha(t)$  ahora está bien planteada en contraste con [99], con  $\alpha(t_b) > 0$ . Nótese que  $t_b$  independientemente de cualquier condición inicial y por lo tanto

$$\xi(t_b) = 1 \to z(t_b) = z(t_0)\delta^{1+\epsilon} > 0$$
 (5.14)

puede hacerse arbitrariamente pequeño en un tiempo finito arbitrario  $t_b$ . Nótese también que el transitorio de z(t) está determinado por  $\xi(t)$  a lo largo del tiempo. Sin embargo, la extensión a una ecuación no lineal no se aplica directamente; la principal dificultad surge del hecho de que la ganancia de TBG puede crecer ilimitadamente si se introduce en una ecuación diferencial lineal con una entrada no lineal que no se anula, lo que eventualmente puede conducir a una dinámica inestable. Por lo tanto, si nuestro controlador produce una ecuación similar a la Ecuación 5.11 (es decir,  $\dot{z} + \alpha(t)z = 0$ ), para z los errores de seguimiento de posición del robot, entonces surge la convergencia en tiempo finito.

# 5.6.3.2. Trayectoria $\xi = \xi(t) \in C^2$ y su derivada $\dot{\xi} = \dot{\xi}(t) \in C^2$

La trayectoria  $\xi = \xi(t) \in C^2$  de manera que  $\xi$  va suavemente de 0 a 1 en un tiempo finito  $t = t_b > 0$ , y  $\dot{\xi} = \dot{\xi}(t)$  es una derivada en forma de campana de  $\xi$  tal que  $\dot{\xi}(t_0) = \dot{\xi}(t_b) \equiv 0$  con valor máximo en  $t = 0.5t_b$ , nótese que  $\ddot{\xi}(0.5t_b) \equiv 0$ . En estas condiciones  $\xi$ ,  $\dot{\xi}$  y  $\ddot{\xi}$  pueden ser,

$$\xi(t) = a_3 \frac{(t-t_0)^3}{(t_b-t_0)^3} - a_4 \frac{(t-t_0)^4}{(t_b-t_0)^4} + a_5 \frac{(t-t_0)^5}{(t_b-t_0)^5}$$
(5.15)

$$\dot{\xi}(t) = 3a_3 \frac{(t-t_0)^2}{(t_b-t_0)^3} - 4a_4 \frac{(t-t_0)^3}{(t_b-t_0)^4} + 5a_5 \frac{(t-t_0)^4}{(t_b-t_0)^5}$$
(5.16)

$$\ddot{\xi}(t) = 6a_3 \frac{(t-t_0)}{(t_b-t_0)^3} - 12a_4 \frac{(t-t_0)^2}{(t_b-t_0)^4} + 20a_5 \frac{(t-t_0)^3}{(t_b-t_0)^5}$$
(5.17)

donde  $\xi(t_0) = 0, \ \xi(t_b) = 1, \ \dot{\xi}(t_0) = \dot{\xi}(t_1) = 0 \ y \ \dot{\xi}(0.5t_b) = 0$ , las Ecuaciones 5.15, 5.16 y 5.17 se convierten en el sistema 5.18

$$a_3 - a_4 + a_5 = 1$$

$$3a_3 - 4a_4 + 5a_5 = 0$$

$$6a_3 - 12a_4 + 20a_5 = 0$$
(5.18)

donde  $a_3 = 10$ ,  $a_4 = 15$  y  $a_5 = 6$ . Las trayectorias TBG (Figura 5.19a) que definen  $\xi(t)$  y  $\dot{\xi}(t)$  dan como resultado la respuesta de  $\alpha(t)$  (Figura 5.19b), z(t) y  $\dot{z}(t)$  (Figura 5.19c).



Figura 5.19: Las trayectorias TBG del generador de base de tiempo.

En nuestro caso, z(t) denota el error de posición y  $\dot{z}(t)$  representa el error de velocidad (Figura 5.19c), y  $\alpha(t)$  es una ganancia de retroalimentación variable en el tiempo útil en la ley de control, que permite la convergencia en tiempo finito en posición y velocidad (ver Figura 5.19d) en sistemas mecatrónicos como es el caso de un dispositivo háptico modelado como un manipulador robótico.

### 5.6.4. El dispositivo háptico como manipulador robótico

### 5.6.4.1. Dinámica de robots no lineal

El modelo dinámico de un manipulador robótico no redundante de enlace n en serie regido con todas las articulaciones giratorias accionadas descritas en coordenadas de articulación generalizadas  $(q^T, \dot{q}^T)^T \in \mathbb{R}^{2n}$  se puede escribir de la siguiente manera:

$$H(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + B_0\dot{q} + G(q) = \tau$$
(5.19)

donde  $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  denota una matriz inercial definida positiva simétrica,  $B_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representa una matriz definida positiva diagonal compuesta de coeficientes de fricción de amortiguamiento para cada articulación,  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  representa la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $G(q) \in \mathbb{R}^n$  modela las fuerzas de gravedad,  $\tau \in \mathbb{R}^n$  representa la entrada de torque. La Ecuación 5.19 se puede parametrizar linealmente en términos de una referencia nominal  $(q^T, \dot{q}^T)^T \in \mathbb{R}^{2n}$  y esta parametrización se puede escribir en términos de una referencia nominal con el propósito de definir la dinámica del error de lazo abierto como sigue en la siguiente subsección [102][103].
## 5.6.4.2. Dinámica de error de lazo abierto

La dinámica no lineal del robot es parametrizable linealmente [104] por el producto de un regresor  $Y = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times p}$  compuesto por funciones no lineales conocidas, y un vector  $\Theta \in \mathbb{R}^p$  que representa parámetros desconocidos pero constantes, de la siguiente manera:

$$H(q)\ddot{q} + \{C(q,\dot{q}) + B_0\}\dot{q} + G(q) = Y\Theta$$
(5.20)

La parametrización  $Y\Theta$  puede escribirse en términos de una referencia nominal  $\dot{q}_r$ , a definir, y su derivada  $\ddot{q}_r$ , de la siguiente manera:

$$H(q)\ddot{q}_r + \{C(q,\dot{q}) + B_0\}\dot{q}_r + G(q) = Y_r\Theta$$
(5.21)

Donde el regresor  $Y_r = Y_r(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ . Aplicando 5.21 en 5.19 se obtiene la dinámica del error de lazo abierto en  $S_r$  de la siguiente manera:

$$H(q)\dot{S}_r + \{C(q,\dot{q}) + B_0\}S_r = \tau - Y_r\Theta$$
(5.22)

$$S_r = \dot{q} - \dot{q}_r \tag{5.23}$$

# 5.6.5. Diseño de control cartesiano

### 5.6.5.1. Planteamiento del problema de control de movimiento

Diseñar un controlador  $\tau$  para la dinámica del robot (Ecuación 5.19) tal que se garantice el seguimiento de  $X_d(t) \in C^2$  en tiempo finito, sin ningún conocimiento de la dinámica del sistema. En este trabajo, rediseñamos  $\dot{q}_r$  en la Ecuación 5.23, de tal manera que mediante un cambio dinámico de coordenadas, se propone un controlador PD deslizante cartesiano que resuelve el problema planteado anteriormente.

## 5.6.5.2. Antecedentes del control cartesiano

#### Transposición jacobiana

Este esquema no requiere mapear la dinámica del robot, solo mapea los errores cartesianos en errores de unión. En este caso, la estructura de control es

$$\tau = f(q, \dot{q}, X_d, \dot{X}_d, Y_{rx}\Theta, J(q)^T)$$
(5.24)

donde  $Y_{rx}$  es el regresor mapeado en el espacio cartesiano. Nótese que no se requiere cinemática inversa, que se requiere conocimiento exacto del jacobiano y que  $Y_{rx}\Theta$ .

### Jacobiano inverso

En este caso, la dinámica de la articulación del robot no se mapea, sino que  $Y_r$  se parametriza en términos de coordenadas cartesianas, sin embargo surge una dependencia del jacobiano inverso, la estructura de control es

$$\tau = f(q, \dot{q}, X_d, \dot{X}_d, Y_{rx}\Theta, J(q)^{-1})$$
(5.25)

Observe que no se requiere cinemática inversa, solo se requiere conocimiento exacto del jacobiano inverso y que  $Y_r\Theta$ . Comparando la Ecuación 5.24 con la Ecuación 5.25, resulta evidente que la Ecuación 5.25 es más fácil de calcular, ya que  $J^{-1}$  es mucho más fácil de calcular que  $Y_{rx}\Theta$ .

#### 5.6.5.3. Nuestro enfoque

Presentamos aquí un nuevo esquema de control cartesiano que permite el seguimiento en tiempo finito. Para alcanzar este objetivo, parametrizamos el sistema en términos de errores cartesianos, y la estructura de control resulta

$$\tau = f(q, \dot{q}, X_d, \dot{X}_d, \alpha(t), J(q)^{-1})$$
(5.26)

donde  $\alpha(t)$  es la ganancia de retroalimentación variable en el tiempo que define el generador de base de tiempo que permite la convergencia en tiempo finito. Nótese que no se requieren modelos de dinámica y cinemática inversa, nuestro resultado define la extensión a coordenadas cartesianas y el seguimiento perfecto en movimiento libre para manipuladores de robots del controlador PID no lineal [105].

### 5.6.5.4. Dinámica de error de lazo abierto en las coordenadas operacionales

La aplicación cinemática directa  $f(q) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$  se establece para brazos rígidos articulados de espacio espacial n por

$$X = f(q) \tag{5.27}$$

y, la cinemática diferencial define una aplicación de velocidades, como sigue

$$\dot{X} = \frac{d}{dt} \{ f(q) \} = J(q)\dot{q}$$
(5.28)

$$\dot{q} = J(q)^{-1} \dot{X}$$
 (5.29)

donde  $J(q)^{-1}$  es el jacobiano analítico inverso de  $J(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , sin determinante nulo  $|J(q)| \neq 0$ . Con la Ecuación 5.29, la referencia nominal  $\dot{q}_r$ , de la Ecuación 5.23 es

$$\dot{q}_r = J(q)^{-1} \dot{X}_r \tag{5.30}$$

donde X, representa una referencia nominal cartesiana, con la Ecuación 5.29 y la Ecuación 5.30 en la Ecuación 5.22, obtenemos

$$S_r = J(q)^{-1}(\dot{X} - \dot{X}_r) \tag{5.31}$$

$$S_r = J(q)^{-1} S_{rx} (5.32)$$

donde,  $S_{rx} = \dot{X} - \dot{X}_r$ , es el error cartesiano. Por lo tanto, la dinámica del error cartesiano de lazo abierto en  $S_{rx}$  es la siguiente:

$$H(q)\frac{d}{dt}\{J(q)^{-1}S_{rx}\} + \{C(q,\dot{q}+B_0)\}J(q)^{-1}S_{rx} = \tau - Y_r\Theta$$
(5.33)

## 5.6.5.5. Cambio dinámico de coordenadas

Considere la siguiente referencia nominal  $\dot{X}_r$ :

$$\dot{X}_r = \dot{X}_d - \alpha(t)\Delta X + S_d - \gamma\sigma \tag{5.34}$$

$$\dot{\sigma} = sgn(S_{qx}) \tag{5.35}$$

$$S_{qx} = S - S_d \tag{5.36}$$

donde  $\Delta X = X - X_d$  es el error de seguimiento,  $X_d(t) \in C^2$  es la trayectoria de referencia, las ganancias de retroalimentación  $\alpha(t)$  y  $\gamma$  son matrices diagonales definidas positivas  $n \times n$ , donde  $\alpha(t)$  es una ganancia de retroalimentación variable en el tiempo, la función  $sgn(\varphi) = [sgn(\varphi_1), sgn(\varphi_2), ..., sgn(\varphi_n)]^T$  representa la función signum discontinua en la entrada de  $\varphi \in \mathbb{R}^n$ , y

$$S = \Delta \dot{X} + \alpha(t) \Delta X \tag{5.37}$$

$$S_d = S(t_0) exp^{-k(t-t_0)}$$
(5.38)

para k > 0, y  $S(t_0)$  representa S(t) en  $t = t_0$ . Observe que  $\ddot{X}_r = \ddot{X}_d - \alpha(t)\Delta\dot{X} - \dot{\alpha}(t)\Delta X - kS(t_0)exp^{-k(t-t_0)} - \gamma sgn(S_{qx})$  es discontinua y  $S_{qx}(t_0) = 0$  para cualquier condición inicial. Sustituyendo la Ecuación 5.34 y la Ecuación 5.35 en  $S_{rx} = \dot{X} - \dot{X}_r$ , se obtienen las coordenadas de error dinámico

$$S_{rx} = S_{qx} + \gamma\sigma \tag{5.39}$$

este resultado con el uso de las propiedades estructurales de la Ecuación 5.19 y la referencia nominal (Ecuación 5.34), es útil para el análisis de estabilidad.

#### 5.6.5.6. Propiedades estructurales de la dinámica del robot y referencia nominal

Existen escalares positivos  $\beta_i (i = 0, ..., 5)$  y  $\rho_i (i = 0, ..., 3)$  tales que

$$\|H(q)\| \ge \lambda_m(H(q)) > \beta_0 > 0$$
  

$$\|H(q)\| \le \lambda_M(H(q)) < \beta_1 < \infty$$
  

$$\|C(q, \dot{q})\| \le \beta_2 \|\dot{q}\|$$
  

$$\|G(q)\| \le \beta_3$$
  

$$\|\dot{X}_r\| \le \beta_4 + \alpha(t) \|\Delta X\| + \gamma \|\sigma\|$$
  

$$\|\ddot{X}_r\| \le \beta_5 + \alpha(t) \|\Delta \dot{X}\| + \dot{\alpha}(t) \|\Delta X\|$$
  

$$\|J(q)\| \le \lambda_M(J(q)) < \rho_0 < \infty$$
  

$$\|\dot{J}(q)\| \le \lambda_M(\dot{J}(q)) < \rho_1 < \infty$$
  

$$\|J^{-1}(q)\| \le \lambda_M(J(q)^{-1}) < \rho_2 < \infty$$
  
(5.40)

donde  $\lambda_m(A)$  y  $\lambda_M(A)$  representan los valores propios mínimo y máximo de la matriz  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , respectivamente. Las normas  $||A|| = \sqrt{\lambda_M(A^T A)}$  y ||b|| del vector  $b \in \mathbb{R}^n$  representan las normas inducidas de Frobenius y euclidianas vectoriales, respectivamente. La constante  $\beta_2$  se puede calcular a partir del sistema, las trayectorias deseadas, las ganancias de retroalimentación y un límite superior conservador del modelo dinámico del brazo robótico bajo el supuesto de  $X_d \in C^2$ . Con la Ecuación 5.30 y su derivada,

$$\ddot{q}_r = J(q)^{-1} \{ \ddot{X}_r - \dot{J}(q) J(q)^{-1} \dot{X}_r$$
(5.41)

Usando la Ecuación 5.40 y la Ecuación 5.30 se obtiene

$$\|\dot{q}_{r}\| \leq \|J(q)^{-1}\| \|\dot{X}_{r}\|$$

$$\|\dot{q}_{r}\| \leq \rho_{2}\beta_{4} + \rho_{2}\|\alpha(t)\| \|\Delta X\| + \rho_{2}\gamma\|\sigma\|$$
(5.42)

y, usando la Ecuación 5.40 con la Ecuación 5.41 obtenemos

$$\|\ddot{q}_r\| \le \|J(q)^{-1}\|\{\|\ddot{X}_r\| + \|\dot{J}(q)\|\|\dot{q}_r\|\}$$
(5.43)

$$\|\ddot{q}_r\| \le \rho_c + \rho_2 \|\alpha(t)\| \|\Delta \dot{X}\| + \|\phi(t)\| \|\Delta X\| + \rho_1 \rho_1^2 \gamma \|\sigma\|$$

donde  $\rho_c = \rho_2 \beta_5 + \rho_1 \rho_2^2 \beta_4$ , y  $\phi(t) = \rho_2 \dot{\alpha}(t) + \rho_1 \rho_2^2 \alpha(t)$ . Usando la Ecuación 5.40, la Ecuación 5.42 y la ecuación 5.43 en la Ecuación 5.21 se convierte en

$$Y_r \Theta \le \|H(q)\| \|\ddot{q}_r\| + \{\|C(q,\dot{q})\| + \|B_0\|\} \|\dot{q}_r\| + \|G(q)$$
(5.44)

$$Y_r \Theta \le \beta_1(\rho_2 \| \alpha(t) \| \| \Delta \dot{X} \| + \| \phi(t) \| \| \Delta X \| + \rho_1 \rho_2 \gamma \| \sigma \|)(\lambda_m) B_0) +$$

$$\beta_2 \|\dot{q}\|) (\rho_2 \beta_4 + \rho_2 \|\alpha(t)\| \Delta X\| + \rho_2 \gamma \|\sigma\|) + \chi$$
(5.45)

$$Y_r \Theta \le \eta(t) \tag{5.46}$$

donde  $\chi = \beta_1 \rho_c + \beta_3$  y  $\eta(t) = f(\Delta X, \Delta \dot{X}, \sigma, \alpha(t), \dot{\alpha}(t), \beta_i, \rho_i, t)$  es una función dependiente.

# 5.6.5.7. Control de PD deslizante cartesiano sin modelo con TBG

En esta sección presentamos el diseño del control basado en su análisis de estabilidad y utilizando algunas propiedades estructurales del sistema de lazo cerrado.

**Teorema 1:** Con el modelo de dinámica del robot Ecuación 5.19 en lazo cerrado, con el controlador dado por

$$\tau = -K_d J(q)^{-1} S_{rx} \tag{5.47}$$

o  $\tau$  como una función dependiente de la etapa es

$$\tau = -K_d J(q)^{-1} \Delta \dot{X} - K_d J(q)^{-1} \alpha(t) \Delta X + K_d J(q)^{-1} S(t_0) exp^{-k(t-t_0)}$$
(5.48)  
$$-K_d J(q)^{-1} \gamma \int_{t_0}^t sgn(\Delta \dot{X} + \alpha(t) \Delta X - S(t_0) exp^{-k(t-t_0)}) dt$$

donde  $K_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz diagonal simétrica definida positiva. Entonces, se asegura el seguimiento exponencial semiglobal, siempre que  $\gamma$  en (30) y  $K_d$  sean lo suficientemente grandes, para condiciones de error inicial pequeñas.

#### 5.6.5.8. Análisis de estabilidad

Sustituir la Ecuación 5.47 en la Ecuación 5.33 da como resultado la siguiente dinámica de error de bucle cerrado:

$$H(q)\frac{d}{dt}\{J(q)^{-1}S_{rx}\} + \{C(q,\dot{q}) + B_0\}J(q)^{-1}S_{rx} = K_dJ(q)^{-1}S_{rx} - Y\Theta$$
(5.49)

con la Ecuación 5.32, se convierte en

$$H(q)\dot{S}_{r} = -\{C(q,\dot{q}) + K\}S_{r} - Y_{r}\Theta$$
(5.50)

donde  $K = B_0 + K_d$ . Un análisis motivado por la pasividad sugiere que la energía cinética de lazo cerrado del sistema (Ecuación 5.50) puede considerarse como una función de Lyapunov, de la siguiente manera:

$$V = \frac{1}{2}S_r^T H(q)S_r \tag{5.51}$$

y su derivada es,

$$\dot{V} = S_r^T H(q) \dot{S}_r + \frac{1}{2} S_r^T \dot{H}(q) S_r$$
(5.52)

La derivada total a lo largo de su solución en la Ecuación 5.50, da lugar a

$$\dot{V} = -S_r^T K S_r - S_r^T Y_r \Theta \tag{5.53}$$

Usando la Ecuación 5.46 y la Ecuación 5.53 se convierte en

$$\dot{V} \le -\|K_1 S_r\|^2 + \|S_r\|\eta(t) \tag{5.54}$$

donde  $K = K_1^T K_1$ . Dado que  $S_r$  es una función de  $\Delta q$ ,  $\Delta \dot{q}$ ,  $\sigma$  y condiciones iniciales, entonces, para pequeños errores iniciales pertenecientes a un vecindario  $\epsilon$  con radio r > 0centrado en el equilibrio  $S_r = 0$ , y al invocar argumentos de Lyapunov, existe una ganancia de retroalimentación suficientemente grande  $K_d$  (recuerde que  $K = B_0 + K_d \equiv K_1^T K_1$ ) tal que  $K_1 > ||\eta(t)||$ , y por lo tanto,  $S_r$  converge en un conjunto acotado por un conjunto  $\epsilon_2$ . Por lo tanto, se puede concluir que los errores de seguimiento son acotados,

$$S_r \longrightarrow \epsilon_2 \qquad cuando \qquad t \longrightarrow \infty$$
 (5.55)

con este resultado, y con  $S_{rx} = J(q)S_r$  por lo tanto  $S_{rx} \longrightarrow \epsilon_3$  como  $t \longrightarrow \infty$  donde  $\epsilon_3$  es un entorno con radio  $r_1 > 0$  centrado en el equilibrio  $S_{rx} = 0$ . Con esta condición, S en la Ecuación 5.37 con el TBG se convierte en

$$\Delta \dot{X} + \alpha(t)\Delta X = 0 \longrightarrow \Delta \dot{X} = -\alpha(t)\Delta X \tag{5.56}$$

y, la solución de la Ecuación 5.56, es

$$\Delta X(t) = \Delta X(t_0) [(1-\xi) + \delta]^{1+\epsilon}$$
(5.57)

Y la respuesta es muy similar a la Figura 5.19c. Nótese que el transitorio de  $\Delta X(t)$  está determinado por  $\xi(t)$  a lo largo del tiempo.

# 5.6.6. Orientación háptica: validación experimental sin el ser humano en el circuito de control

Para validar el rendimiento del control cartesiano deslizante propuesto, se lleva a cabo un experimento de control de movimiento (posición y velocidad) en el dispositivo háptico Geomagic Touch. Para ello, la tarea se define como seguir un círculo con centro en C(0,0,0) y un radio de r = 0,05 m, con un periodo de duración del ciclo de T = 10 s. Las ganancias de control consideradas en este experimento son:  $K_d = \begin{bmatrix} K_{d1} & K_{d2} & K_{d3} \end{bmatrix} =$  $\begin{bmatrix} 0.0575 & 0.0575 & 0.0575 \end{bmatrix}, K_p = \begin{bmatrix} K_{p1} & K_{p2} & K_{p3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 13 & 13 \end{bmatrix},$ y  $K_i = \begin{bmatrix} K_{i1} & K_{i2} & K_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.07 & 0.01 \end{bmatrix}.$  Considere que  $\alpha = \frac{K_p}{K_d}$ , y  $\gamma = \frac{K_i}{K_d}$ . El tiempo de convergencia es  $t_b = 3 s$ . La Figura 5.20 presenta el desempeño experimental de las coordenadas operacionales con respecto a la trayectoria de referencia; es evidente que la convergencia está garantizada en 3 segundos. El desempeño en el plano y en el espacio de configuración admisible se describe en las Figuras 5.24 y 5.25. Dado que este control garantiza el seguimiento de la trayectoria tanto para la posición como para la velocidad, la Figura 5.21 verifica el seguimiento de la trayectoria de velocidad de referencia. Las variables de articulación (posición y velocidad) se verifican en las Figuras 5.22 y 5.23. Las Figuras 5.26 y 5.27 muestran la convergencia de los errores de articulación a cero. Los gráficos asociados con los pares de control de articulación y los componentes de fuerza en el espacio operacional se describen en las Figuras 5.28 y 5.29. Las magnitudes de Etapa estable del par de articulación y la fuerza operacional son  $\tau = 0.03 Nm$  y f = 0.21 N, respectivamente. La energía total y la función de energía de Lyapunov desarrolladas en el experimento se describen en las Figuras 5.30 y 5.31; estas señales son significativamente importantes ya que definen el rendimiento del control y la plataforma experimental.



Figura 5.20: Coordenadas operacionales (reales y de referencia)



Figura 5.21: Velocidades operacionales (reales y de referencia)



Figura 5.22: Posición de la articulación (real y de referencia)



Figura 5.23: Velocidad de la articulación (real y de referencia)



Figura 5.24: Rendimiento en el plano XZ



Figura 5.25: Rendimiento en el espacio de trabajo



Figura 5.26: Comportamiento de los errores de posición de las articulaciones



Figura 5.27: Comportamiento de los errores de velocidad en las articulaciones



Figura 5.28: Señales de par de control en las articulaciones



Figura 5.29: Componentes de fuerza en el espacio operacional



Figura 5.30: Energía total asociada con el experimento



Figura 5.31: Función de energía de Lyapunov

# 5.6.7. Protocolo de rehabilitación del síndrome de Guillain-Barré

La tarea propuesta consta de tres etapas que involucran una exploración háptica voluntaria y una tarea de entrenamiento kinestésico basada en guía háptica pasiva. Para ello, se considera el protocolo de rehabilitación para asistir a un usuario con síndrome de Guillain-Barré, Figura 5.32. Los experimentos de exploración y guía se realizan con ambos miembros superiores, de manera no simultánea. El procedimiento se describe a continuación:

- Etapa 1: *Exploración háptica activa*. El usuario intenta seguir la trayectoria de referencia representada en el entorno virtual. Esto implica una retroalimentación de fuerza kinestésica, establecida por el contacto que el usuario hace con el entorno virtual de referencia.
- Etapa 2: Guía háptica pasiva. El usuario es guiado dentro del entorno virtual, siguiendo la trayectoria con precisión y fuerza de interacción kinestésica modulada. Se emplea un control cartesiano deslizante, que garantiza el seguimiento de la trayectoria y la convergencia de la posición y la velocidad en un tiempo finito. Esta etapa está asociada a la fase de entrenamiento.
- Etapa 3: *Exploración háptica activa*. El procedimiento de la Etapa 1 se replica después de la fase de entrenamiento.



Figura 5.32: Plataforma experimental para fines diagnósticos y de neurorehabilitación

# 5.6.7.1. Exploración háptica activa (Evaluación de la Etapa 1)

En esta primera etapa de evaluación se busca la comodidad del usuario al interactuar con un entorno virtual planificado (el lugar geométrico de un círculo en el plano X-Y) a través de dos dispositivos hápticos (para ambos miembros superiores). La paciente, diagnosticada de síndrome de Guillain-Barré, presenta una fuerza débil en sus miembros superiores, pero suficiente para controlar el efector terminal del dispositivo háptico en el plano X-Z (mesa de apoyo). La paciente visualiza continuamente su posición en el entorno virtual y recibe retroalimentación de fuerza kinestésica al hacer contacto con el límite de la trayectoria objetivo. Simultáneamente, se registran las señales cerebrales mediante un auricular Emotiv Epoc para su posterior procesamiento y análisis. La proyección de la tarea del robot (plano X-Z) se recrea en el plano X-Y del entorno virtual. La evaluación consta de 5 repeticiones con descansos de 5 minutos.



Figura 5.33: Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 1 - Mano derecha.



Figura 5.34: Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 1 - Mano izquierda.



Figura 5.35: Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa 1 - Mano de-recha.



Figura 5.36: Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa 1 - Mano izquierda.

Se presentan gráficos representativos de los 5 experimentos como una interfaz háptica exploratoria para ambas extremidades. Las Figuras 5.33 y 5.34 corresponden al seguimiento voluntario de la trayectoria del objetivo (mano derecha y mano izquierda, respectivamente). Se evidencia que la respuesta en cada experimento no es estable. El paciente muestra evidencia de un mejor desempeño con la extremidad izquierda.

El usuario debe repetir la tarea 5 veces para generar estimulación neuromuscular, las Figuras 5.33 y 5.34 muestran el desempeño del usuario al seguir la referencia en movimiento libre con la mano derecha y mano izquierda respectivamente, las Figuras 5.35 y 5.36 muestran el comportamiento de la posición operativa en cada ejercicio desarrollado por el usuario con la mano derecha e izquierda respectivamente.

### 5.6.7.2. Guiado háptico pasivo en tareas de seguimiento de posición

La planeación de la etapa 2, corresponde al diseño de una operación de trayectoria de seguimiento de posición, la cual se describe en la sección 5.6.7.

De acuerdo a las condiciones de operación propuestas en la etapa 1, en esta etapa 2, se controla al usuario para que repita 5 veces la tarea con fines de estimulación y entrenamiento neuromuscular, las Figuras 5.37 y 5.38 muestran el desempeño del controlador implementado en tareas de guiado háptico pasivo con mano derecha y mano izquierda respectivamente, las Figuras 5.42 y 5.41 muestran el comportamiento de la posición operativa en cada guiado háptico pasivo desarrollado con el usuario en mano derecha e izquierda respectivamente.



101

Figura 5.37: Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 2 - Mano derecha.



Figura 5.38: Rendimiento en el espacio de trabajo. Etapa 2 - Mano izquierda.



102

Figura 5.39: Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa2 - Mano derecha.



Figura 5.40: Rendimiento en coordenadas operacionales cartesianas. Etapa 2: mano izquierda.



Figura 5.41: Errores en las coordenadas operacionales cartesianas. Etapa 2 - Mano derecha.



Figura 5.42: Errores en las coordenadas operacionales cartesianas. Etapa2 - Mano izquierda.



Figura 5.43: Señales de control de movimiento. Etapa 2 - Mano derecha.



Figura 5.44: Señales de control de movimiento. Etapa 2 - Mano izquierda.



Figura 5.45: Señales de energía total. Etapa 2 - Mano derecha.



Figura 5.46: Señales de energía total. Etapa 2 - Mano izquierda.

Cuando el operador humano presenta una discapacidad motora, se han propuesto controladores robóticos no lineales  $\tau$  para asistir el movimiento (sección 5.6.5), y asegurar la convergencia del movimiento (posición y velocidad en el espacio de tarea). Con ello, se

establece la guía háptica del paciente con la tarea robótica descrita a través de un protocolo clínico; sin embargo, la medición del desempeño del sistema de interacción y entrenamiento del paciente típicamente se define a partir del error de convergencia, y considerando que de esta manera se podría detectar una alteración asociada a la discapacidad del paciente. Estudios previos aseguran que la evaluación basada en la convergencia del movimiento es insuficiente, particularmente en el uso de controladores robustos. Si el sistema que modela la dinámica completa (robot con el humano en el bucle) es pasivo, se establece la siguiente definición [105]:

$$E(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) + U(q)$$
  
=  $\frac{1}{2}\dot{q}^{T}H(q)\dot{q} + \int \dot{q}^{T}G(q) dt$   
=  $\int \dot{q}^{T}\tau dt$ , (5.58)

donde  $E = E(q, \dot{q})$  representa la función de energía total, dependiente de la energía cinética  $K = K(q, \dot{q})$ , y la energía potencial U = U(q). En condiciones de guiado háptico pasivo (control de movimiento con el humano en el bucle), la energía total E que requiere el robot durante el entrenamiento disminuye a medida que el humano mejora su rendimiento. Aunque la energía cinética es definida positiva, la energía potencial podría establecer cambios de signo en E; por eso la raíz cuadrada media (RMS) permitiría definir la tendencia del entrenamiento  $(E_{RMS})$ . Consideremos que  $E_{RMS}$  opera en el intervalo  $E_{RMS_{MIN}} \leq E_{RMS} \leq E_{RMS_{MAX}}$ , la condición de energía inicial en el entrenamiento es  $E_{RMS_O}$ , siempre en las proximidades de  $E_{RMS_MAX}$ . En este sentido, decimos que se establece una condición de neurorrehabilitación, como consecuencia del entrenamiento, si  $E_{RMS} \rightarrow E_{RMS\_MIN}$ . La energía total (Hamiltoniana) es parte del modelo matemático del robot (dispositivo háptico), y utilizarla representa únicamente tener la ecuación precisa. Las Tablas 5.5 (media aritmética), 5.6 (desviación estándar) y 5.7 (RMS) relativas a la energía total del sistema de interacción (Ecuación 5.58), permiten verificar el desempeño en la tarea de entrenamiento para ambos miembros superiores, dada la fluctuación de la energía potencial asociada al setpoint de movimiento establecido en el caso de estudio, la Tabla 5.7, permite verificar el efecto del entrenamiento kinestésico, a partir de la disminución de la energía total. Las Tablas 5.8 y 5.9, describen la convergencia de la posición operacional respecto de la trayectoria del setpoint, de modo que antes de la acción de entrenamiento el error de posición tiende a cero.

	Ejercicio1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5
Mano derecha	0,0562	0,0562	0,0468	0,0760	0,0441
Mano izquierda	0,0585	0,0326	0,0350	0,0835	0,0365

Tabla 5.5: Media aritmética de la energía total (etapa 2).

Tabla 5.6: Desviación estándar de la energía total (etapa 2).

	Ejercicio1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5
Mano derecha	0,3143	0,1637	0,1019	1,0198	0,2714
Mano izquierda	$1,\!4883$	0,2415	0,0720	$0,\!6907$	0,0707

Tabla 5.7: RMS de energía total (etapa 2).

	Ejercicio1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5
Mano derecha	0,0562	0,0562	0,0468	0,0760	0,0441
Mano izquierda	$1,\!4892$	0,2437	0,0801	$0,\!6956$	0,0795

Tabla 5.8: RMS del error de posición en la mano derecha (etapa 2).

	Ejercicio1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5
$\overline{x}$	0,0023	0,0017	0,0016	0,0018	0,0025
y	0,0063	0,0058	0,0058	0,0044	0,0031
z	0,0085	0,0070	0,0042	0,0099	0,0082

Tabla 5.9: RMS del error de posición de la mano izquierda (etapa 2).

	Ejercicio1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5
x	0,0172	0,0163	0,0157	0,0158	0,0025
y	0,0034	0,0018	0,0016	0,0029	0,0015
z	0,0133	0,0133	0,0116	0,0153	0,0111

# 5.6.7.3. Seguimiento de trayectoria de referencia de movimiento libre post entrenamiento

108

En la siguiente etapa, la tarea consiste en que el usuario nuevamente realice movimiento libre para intentar lograr el seguimiento de la trayectoria de referencia, la variante de este ejercicio con respecto a los anteriores, es que el usuario cuenta con entrenamiento previo de la tarea propuesta, en las Figuras 5.47 y 5.48, se evalúa el desempeño de seguimiento con la mano derecha e izquierda en movimiento libre respectivamente, en las Figuras 5.49 y 5.50 se presenta el comportamiento de la posición operativa en cada ejercicio desarrollado por el usuario con la mano derecha e izquierda e izquierda respectivamente.



Figura 5.47: Trayectoria en el espacio de trabajo de los resultados experimentales de la etapa 3 con mano derecha.



Figura 5.48: Trayectoria en el espacio de trabajo de los resultados experimentales de la etapa 3 con mano izquierda.



Figura 5.49: Resultados experimentales en posición operativa de etapa 3 con mano derecha.



Figura 5.50: Resultados experimentales en posición operativa de etapa 3 con mano izquierda.

# 5.6.8. Análisis de electroencefalogramas relacionados con el movimiento de las extremidades superiores

El escaneo de señales cerebrales se utiliza para comprender y medir la actividad cerebral. Este procedimiento puede ser útil para reconocer patrones en la actividad cerebral y determinar si dichas variaciones tienen relevancia desde una perspectiva estadística [106]. Los resultados presentados en esta sección son de un paciente con síndrome de Guillain-Barré. El análisis de datos se considera una herramienta valiosa dentro del marco de rehabilitación para personas con Guillain-Barré. Los datos pueden brindar apoyo a los terapeutas para evaluar el progreso del paciente, identificar áreas de debilidad y adaptar de manera óptima el tratamiento para mejorar la recuperación del paciente.

# 5.6.8.1. Descomposición en wavelets de las señales cerebrales

Los registros cerebrales asociados con la etapa 1, etapa 2 y etapa 3 que se muestran en las Figuras 5.51, 5.52 y 5.53 respectivamente, se realizaron utilizando el casco Emotiv Epoc de 16 canales. El primer paso en el proceso de adquisición de señales cerebrales es la colocación de 16 electrodos en el cuero cabelludo del paciente siguiendo el sistema internacional 10-20 [81]. Este dispositivo de transmisión inalámbrica está equipado con 14 electrodos para la adquisición de señales y dos electrodos de referencia. Una de sus ventajas radica en su facilidad de uso y desarrollo.

Las señales EEG registradas presentan una naturaleza altamente no estacionaria y no gaussiana. Por lo tanto, los algoritmos empleados en el procesamiento deben considerar estas características para realizar la caracterización, clasificación y obtención de comandos de activación destinados a sistemas de control bajo el enfoque BCI [107, 108].

Las etapas involucradas en el procesamiento de señales EEG van desde la obtención de los registros hasta la clasificación e incluyen las etapas de transducción, preamplificación, amplificación, filtrado, digitalización, extracción de características y clasificación. El auricular Emotiv Epoc incorpora las etapas iniciales de procesamiento. El enfoque algorítmico utilizado para procesar las señales EEG en esta tesis se basa en el análisis wavelet multiresolución con la Transformada Wavelet Discreta (DWT) como se describe a detalle en el Capitulo 4, que descompone los registros en diferentes bandas de tiempo-frecuencia [77].



Figura 5.51: Señales cerebrales relacionadas con la actividad motora capturadas por el dispositivo Emotiv Epoc asociadas con la tarea realizada en la extremidad superior derecha en la etapa 1.



Figura 5.52: Señales cerebrales relacionadas con la actividad motora captadas por el dispositivo Emotiv Epoc asociadas a la tarea realizada en el miembro superior derecho en la etapa 2.



Figura 5.53: Señales cerebrales relacionadas con la actividad motora captadas por el dispositivo Emotiv Epoc asociadas a la tarea realizada en el miembro superior derecho en la etapa 3.

Luego del proceso de descomposición, se realiza la extracción de características de las señales, como el valor promedio y la raíz cuadrada media (RMS).

Análisis RMS en relación con la rehabilitación de miembros superiores La raíz cuadrada media es una medida estadística ampliamente utilizada en el análisis de señales cerebrales y otras señales eléctricas. En el contexto de las señales cerebrales, el término RMS se refiere a la raíz cuadrada del promedio de los valores al cuadrado de la señal durante un intervalo de tiempo específico. Esta métrica RMS proporciona información valiosa sobre la amplitud promedio de la señal y se utiliza con frecuencia para caracterizar varios tipos de señales cerebrales, que van desde la actividad cerebral espontánea hasta las respuestas evocadas [96, 109].

El cálculo de RMS permite estimar la potencia promedio de la actividad cerebral en diferentes bandas de frecuencia, como se ilustra en la Tabla 5.10. Además de su papel en la caracterización, la métrica RMS es útil para identificar artefactos presentes en las señales EEG, como los generados por los movimientos oculares o musculares. Esta capacidad de identificar patrones anómalos contribuye significativamente a la interpretación precisa de las señales cerebrales y a la optimización de los procedimientos de rehabilitación. En este caso de estudio, las bandas de frecuencia de interés son theta, alfa y beta, ya que están relacionadas con la concentración y la coordinación de las tareas motoras.

La Tabla 5.10 presenta los valores RMS correspondientes a cada banda de frecuencia en sus respectivas etapas. La paciente tiende naturalmente a utilizar preferentemente su mano izquierda, donde se observa un aumento en los niveles de concentración con cada repetición del ejercicio. Además, se nota que la concentración mejora con la mano derecha, ya que el movimiento es más fácil con la mano izquierda. En cuanto a la coordinación, se evidencia un mejor desempeño con la mano izquierda.

Finalmente, en la etapa 2, el paciente se deja guiar por el robot, sin que esto suponga una dificultad en la coordinación del movimiento. Estos resultados ofrecen una valiosa contribución a la neurorrehabilitación, demostrando que el entrenamiento con robots mejora el rendimiento del paciente. Además, se ha comprobado que el entrenamiento motor puede aumentar la actividad en las bandas de frecuencia alfa y theta, asociadas a la relajación y la atención focalizada, lo que sugiere que el aprendizaje del movimiento también puede implicar procesos cognitivos y emocionales complejos. Mientras tanto, se observa una mayor amplitud en la banda Gamma en los Etapas 1 y 3, los cuales están relacionados con la ejecución de movimientos voluntarios para seguir la trayectoria definida por la tarea experimental.

Tabla 5.10:	Valor	efectivo	de las	bandas	de	frecuencia	de l	$\log$	Etapas	correspo	ondientes	a la
motricidad	de mie	embros s	superio	ores.								

	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
Delta	0,062060254	0,216671238	0,248346666	0,416687829	0,13916214	0,401091371
Theta	0,011470489	0,095908598	$0,\!171554598$	0,081892834	$0,\!153628008$	$0,\!053033067$
Alfa	$0,\!111620153$	$0,\!157441134$	0,1304406	$0,\!195689979$	0,143002863	0,168794062
Beta	$0,\!152151522$	0,033095135	0,096798852	0,020194184	0,012921224	0,084108368
Gamma	0,061821242	0,046819092	0,065020028	$0,\!14731945$	0,083908876	$0,\!134787148$

El protocolo de rehabilitación propuesto para usuarios con síndrome de Guillain-Barré consta de tres etapas para la mano derecha, seguidas de tres etapas para la mano izquierda, que es la mano dominante del participante, como se ilustra en la Figura 5.32, y los resultados se muestran en la Tabla 5.10 como se describió anteriormente. A continuación, describimos la actividad cerebral relacionada con las bandas de frecuencia.

En la etapa 1, los participantes realizan una exploración háptica activa utilizando su mano derecha para seguir una trayectoria de referencia dentro de un entorno virtual. Esta etapa utiliza retroalimentación de fuerza cinestésica, lo que permite a los usuarios sentir sus interacciones con el entorno virtual. El valor efectivo de la banda de frecuencia Delta durante esta etapa es relativamente bajo, 0,062, lo que indica una actividad de la corteza motora de referencia asociada con la preparación del movimiento, lo que sugiere que los participantes aún están desarrollando sus habilidades motoras.

La etapa 2 cambia a una guía háptica pasiva, donde los usuarios son guiados con precisión a lo largo de la trayectoria con su mano derecha. El valor RMS para la banda Delta aumenta a 0,217, lo que refleja una actividad mejorada de la corteza motora a medida que los usuarios reciben apoyo para ejecutar el movimiento. La banda Theta muestra un aumento significativo desde **0.011** en la Etapa 1 hasta **0.096** en la etapa 2, lo que indica una mayor preparación cognitiva y anticipación para el movimiento a medida que los usuarios se concentran en la tarea guiada. La banda Alfa permanece estable en **0.112**, lo que sugiere una supresión de actividades motoras no deseadas a medida que los usuarios se concentran en la tarea.

En la etapa 3, la exploración háptica activa se repite con la mano derecha. Los valores RMS de las bandas de frecuencia revelan cambios indicativos de aprendizaje. La banda Delta alcanza 0,248, lo que refleja una mejora adicional en el control motor. La banda Theta aumenta hasta 0,172, lo que demuestra que los usuarios se han adaptado cogniti-

vamente para anticipar los movimientos de manera más eficaz. La banda Alfa disminuye hasta 0,130, lo que sugiere un enfoque refinado y la supresión de la actividad irrelevante.

Después de las tres primeras etapas, el protocolo pasa a la mano izquierda para las tres etapas finales. En la etapa 1, el participante realiza una exploración háptica activa con su mano izquierda. La banda Delta comienza en 0,417, lo que indica una línea base sólida de actividad de la corteza motora dado que la mano izquierda es la dominante.

La etapa 2 introduce la guía háptica pasiva para la mano izquierda. Los valores RMS revelan que la banda Delta disminuye a **0,139**, lo que sugiere que, aunque la mano sea dominante, la guía puede provocar una reducción temporal de la actividad. La banda Theta muestra un aumento a **0,154**, lo que refleja un mayor compromiso cognitivo a medida que el participante se adapta al uso de su mano dominante.

Finalmente, en la etapa 3, la exploración háptica activa se repite con la mano izquierda. Los valores RMS indican un valor de banda Delta de **0,401**, lo que sugiere mejoras adicionales en la ejecución motora. La banda Theta disminuye a **0,053**, lo que indica que la anticipación cognitiva se ha vuelto más refinada a medida que el participante se siente cómodo con la tarea.



Figura 5.54: Las comparaciones estadísticas entre las etapas de las categorías de registros de EEG P8, T8, FC6, F4, F8 y AF4 revelan diferentes niveles de significancia. Los niveles de significancia se interpretan de la siguiente manera: p < 0.001 indica una diferencia altamente significativa (\*\*\*),  $0.001 \le p < 0.01$  indica una diferencia muy significativa (\*\*),  $0.01 \le p < 0.05$  indica una diferencia significativa (\*), y  $p \ge 0.05$  no es significativo.

En general, el análisis de los registros de electroencefalogramas P8, T8, FC6, F4, F8 y AF4 en todas las etapas destaca la relación entre las bandas de frecuencia y el desarrollo de la habilidad motora, Tabla 5.10. El lóbulo parietal, P8, puede asociarse con la corteza motora. El T8 podría estar relacionado con la parte de memoria de la tarea. Además, FC6, F4, F8 y AF4 con la toma de decisiones.

Los cambios en las bandas Delta y Theta reflejan la participación cognitiva y motora de los usuarios a medida que avanzan en el protocolo de rehabilitación. Al utilizar estrategias de control adaptativo para el seguimiento y la convergencia de tareas, la plataforma mejora de manera efectiva la experiencia de rehabilitación, apoyando a los usuarios en su camino hacia la recuperación. Este enfoque estructurado permite una comprensión más profunda de cómo se interconectan la preparación cognitiva y la ejecución motora, lo que en última instancia informa protocolos de rehabilitación más específicos para los pacientes.

En la Figura 5.54, la categoría **Delta**, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 2, así como entre la Etapa 2 y la Etapa 3, muestra diferencias altamente significativas con valores p de 0,000, mientras que la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 no es significativa, con un valor p de 0,153.

Para la categoría **Theta**, existen diferencias significativas entre todas las etapas. Las comparaciones entre la Etapa 1 y la Etapa 2, y entre la Etapa 2 y la Etapa 3, son altamente significativas con valores p de 0,001 y 0,000, respectivamente. La comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 también es estadísticamente significativa, con un valor p de 0,003.

En la categoría **Alpha**, se observan diferencias significativas entre la Etapa 1 y la Etapa 2, y entre la Etapa 2 y la Etapa 3, ambas con valores p de 0,000. Sin embargo, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 no es significativa, ya que el valor p es de 0,066.

La categoría **Beta** muestra diferencias altamente significativas en todas las etapas. Los valores p para cada comparación (Etapa 1 vs. Etapa 2, Etapa 1 vs. Etapa 3 y Etapa 2 vs. Etapa 3) son todos 0,000, lo que indica una fuerte significación estadística.

Por último, en la categoría **Gamma**, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 2 muestra una diferencia significativa con un valor p de 0,030, mientras que la comparación entre la Etapa 2 y la Etapa 3 es altamente significativa con un valor p de 0,005. Sin embargo, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 no es significativa, ya que el valor p es 0,064.



Figura 5.55: Las comparaciones estadísticas entre los Etapas de las categorías de registros de electroencefalogramas P8, T8, FC6, F4, F8 y AF4 revelan diferentes niveles de significancia se interpretan de la siguiente manera: p < 0.001 indica una diferencia altamente significativa (\*\*\*),  $0.001 \le p < 0.01$  indica una diferencia muy significativa (\*\*),  $0.01 \le p < 0.05$  indica una diferencia significativa (\*), y  $p \ge 0.05$  no es significativo.

Los valores p para las comparaciones entre etapas dentro de la misma categoría de ondas cerebrales muestran diferentes niveles de significancia para la mano izquierda, Figura 5.55. Para la categoría **Delta**, hay una diferencia altamente significativa entre la Etapa 1 y la Etapa 2, así como entre la Etapa 2 y la Etapa 3, con valores p de 0.000 en ambos casos. Sin embargo, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 no muestra diferencias significativas, con un valor p de 0,153.

En la categoría **Theta**, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 2 es altamente significativa con un valor p de 0,001, al igual que la comparación entre la Etapa 2 y la Etapa 3, que tiene un valor p de 0,000. La comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 también indica significación estadística, con un valor p de 0,003.

Para la categoría **Alpha**, las comparaciones entre la Etapa 1 y la Etapa 2, así como entre la Etapa 2 y la Etapa 3, muestran diferencias altamente significativas, con ambas con valores p de 0,000. Por otra parte, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 no es estadísticamente significativa, como lo indica un valor p de 0,066.

En la categoría **Beta**, todas las comparaciones entre etapas (Etapa 1 vs. Etapa 2, Etapa 1 vs. Etapa 3 y Etapa 2 vs. Etapa 3) son altamente significativas, con valores p de 0,000 para cada comparación.

Por último, en la categoría **Gamma**, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 2 muestra una diferencia estadísticamente significativa con un valor p de 0,030. De manera similar, la comparación entre la Etapa 2 y la Etapa 3 es altamente significativa, con un valor p de 0,005. Sin embargo, la comparación entre la Etapa 1 y la Etapa 3 no alcanza la significación estadística, con un valor p de 0,064.

En la Tabla 5.11 se muestran las bandas de frecuencia relacionadas con la concentración y la preparación para movimientos específicos de los miembros superiores, mientras que por otro lado, se describen las bandas de frecuencia asociadas a la actividad cerebral relacionada con la planificación, ejecución y control motor de los movimientos de los miembros superiores.
Tabla 5.11: Relación entre bandas de frecuencia y movimiento de extremidades superiores

Banda	Relación con el movimiento
Theta (4-8 Hz)	Aumento en áreas motoras durante prepara-
Delta (8-13 Hz)	ción/anticipación del movimiento. Disminución durante ejecución (indica supresión de ac- tividad motora no deseada).
Alfa (8-13 Hz)	Disminución en corteza motora (supresión de actividad no relevante para el movimiento)
Beta (13-30 Hz)	Aumento durante planificación/ejecución (activación y coordinación muscular).
Gamma (30-45 Hz)	Aumento en movimientos rápidos/precisos (coordina- ción muscular fina).

## Capítulo 6 Conclusiones

La presente tesis doctoral se propuso desarrollar e implementar un sistema BCRI para la interacción física humano-robot con adaptabilidad en la tarea, enfocado en mejorar la motricidad e inducir condiciones de neurorehabilitación. Se concluye que el marco metodológico propuesto, que integra el análisis avanzado de señales cerebrales con estrategias de control robótico adaptativo en la tarea, ha demostrado ser viable y efectivo para personalizar la asistencia robótica en tareas de rehabilitación tanto de miembros inferiores como superiores. Los hallazgos de esta investigación representan un avance significativo hacia la creación de herramientas terapéuticas más intuitivas, personalizadas y eficaces.

Los resultados obtenidos han permitido alcanzar los objetivos planteados y validar la hipótesis fundamental de este trabajo de investigación:

- Análisis avanzado y parametrización de señales cerebrales para el control robótico: En cumplimiento del primer objetivo específico, se demostró que la parametrización de señales EEG mediante la DWT permite identificar con éxito patrones de activación neuronal relevantes. Específicamente, el análisis de las bandas de frecuencia alfa (α) y beta (β), entre otras, posibilitó la extracción de características discriminativas asociadas a la intención motora y al esfuerzo cognitivo del usuario. Esta caracterización precisa de la actividad cerebral, superando las limitaciones de métodos tradicionales frente a señales no estacionarias, resultó crucial para el desarrollo de comandos de control fiables para el sistema robótico.
- Desarrollo de un esquema de ajuste dinámico de tareas basado en la decodificación cerebral: Atendiendo al segundo objetivo, se desarrolló e implementó un esquema de ajuste dinámico para tareas de motricidad, tanto en el exoesqueleto para la marcha como en el sistema háptico para miembro superior. Este esquema permitió la modulación de parámetros clave de la tarea (amplitud de la trayectoria de referencia de la marcha, nivel de asistencia) en tiempo real, basándose en la decodificación

de los comandos cerebrales inferidos a partir de las señales EEG. Esta capacidad de adaptación a las limitaciones y al estado del usuario es fundamental para una rehabilitación personalizada y efectiva.

- Implementación y evaluación del sistema BCRI en lazo cerrado para neurorehabilitación: Conforme al tercer objetivo, se implementó y evaluó el desempeño del sistema BCRI en lazo cerrado.
  - Miembros inferiores (exoesqueleto): La simulación de la marcha bípeda en exoesqueletos de 2 y 6 GDL validó con éxito la precisión biomecánica de los modelos dinámicos y las estrategias de control PD+G. Esto estableció una base sólida para la generación de trayectorias de referencia fisiológicamente coherentes y su posterior adaptación basada en la actividad cerebral, demostrando la capacidad del sistema para replicar y modular patrones de locomoción humana.
  - Miembros superiores (interfaz háptica y Guillain-Barré): La aplicación del sistema BCRI en un contexto de rehabilitación de miembro superior mediante un dispositivo háptico y un entorno de realidad virtual demostró su potencial clínico. Se logró un control con convergencia garantizada en tiempo finito de posición y velocidad, junto con una retroalimentación de fuerza efectiva. De particular relevancia, el estudio de caso con un paciente con síndrome de Guillain-Barré proporcionó evidencia de la capacidad del sistema para facilitar la neuroestimulación y el seguimiento objetivo del progreso, adaptando la tarea a la intención y esfuerzo del paciente detectados por EEG y permitiendo la evaluación cuantitativa del desempeño motor a través de las diferentes etapas del protocolo de rehabilitación.

Estos resultados validan la interacción humano-robot a través de métricas de control, precisión en la ejecución de tareas y la capacidad de adaptación del sistema.

Una contribución central de esta tesis es el desarrollo de un marco metodológico integrado para sistemas BCRI adaptativos en rehabilitación. Este marco abarca de forma cohesiva:

- El procesamiento exhaustivo de señales EEG, incluyendo la transducción, preamplificación, filtrado (con énfasis en la descomposición wavelet), digitalización, extracción de características relevantes en el dominio tiempo-frecuencia y la clasificación de la intención motora.
- La identificación de patrones cerebrales específicos y su correlación con la actividad motora durante la estimulación kinestésica y la ejecución de tareas.

 El desarrollo de métricas objetivas (energía, error de posición, análisis estadístico de la actividad en bandas EEG) para cuantificar el progreso de la rehabilitación.

Esta integración sistémica es la que permite la adaptabilidad en la tarea, cerrando eficazmente el bucle entre el estado neural del paciente y la acción del robot, y constituye un pilar para futuras investigaciones y aplicaciones clínicas.

#### 6.1. Limitaciones del Estudio

A pesar de los resultados prometedores, este estudio presenta ciertas limitaciones que deben ser consideradas:

- El estudio de caso con el síndrome de Guillain-Barré, si bien profundamente informativo y demostrativo de la viabilidad del sistema, involucró a un único participante.
   Esto limita la generalizabilidad de los hallazgos específicos de esta patología a una población más amplia, siendo necesarios estudios con cohortes mayores.
- La variabilidad inter e intra-sujeto de las señales EEG es un desafío inherente a los sistemas BCI. Aunque la DWT y las estrategias de adaptación implementadas buscan mitigar este efecto, se requieren calibraciones y posiblemente ajustes de umbrales personalizados que podrían optimizarse.
- La complejidad computacional del procesamiento de señales EEG en tiempo real y la ejecución simultánea de los algoritmos de control robótico y el entorno de realidad virtual pueden demandar recursos significativos, lo que podría influir en la latencia del sistema si no se cuenta con hardware adecuado.
- La robustez del sistema frente a artefactos en la señal EEG (movimiento ocular, actividad muscular) fue abordada mediante filtrado, pero podría mejorarse con algoritmos de detección y supresión de artefactos más avanzados.

#### 6.2. Consideraciones Finales

En definitiva, esta investigación ha sentado bases sólidas para el desarrollo de sistemas BCRI más inteligentes y adaptativos, destinados a la neurorehabilitación. La capacidad demostrada para modular la interacción física humano-robot en función de la actividad cerebral del paciente abre nuevas vías para la creación de terapias verdaderamente personalizadas y centradas en el individuo. Se anticipa que la continua evolución de estas tecnologías, junto con la superación de los desafíos identificados, transformará significativamente las estrategias terapéuticas actuales, ofreciendo una mayor esperanza y mejores resultados funcionales para personas con discapacidades motoras derivadas de diversas condiciones neurológicas. El camino hacia la implementación clínica generalizada de estos sistemas requiere un esfuerzo continuo en investigación, desarrollo y validación, pero el potencial para mejorar la calidad de vida de los pacientes es inmenso.

### Bibliografía

- D. Cardinali E. Escrich Escriche P. Gil-Loyzaga V. Lahera Juliá F. Mora Teruel M. Romano Pardo J. Tamargo Menéndez C. Ariznavarreta, V. Cachofeiro. *Fisiología HUMANA*. J.A.F. TRESGUERRES, 3ra. edition, 2005.
- [2] Jesus Garcia-Blancas, Omar A Dominguez-Ramirez, Erika E Rodriguez-Torres, Luis E Ramos-Velasco, and Jose F Martinez-Lendech. Extraction of features of kinesthetic activities in the upper limb from eeg recordings based on sub-band analysis with wavelet transform for the control of robotic assistance systems. In 2021 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE), pages 94–99. IEEE, 2021.
- [3] Jacquelin Perry and Judith M. Burnfield. *Gait Analysis: Normal and Pathological Function.* SLACK Incorporated, 2010.
- [4] David H. Sutherland. The evolution of clinical gait analysis: Part ii kinematics. Gait & Posture, 16(2):159–179, 2002.
- [5] Jan F Veneman, Rik Kruidhof, Edsko EG Hekman, Ralf Ekkelenkamp, Edwin HF Van Asseldonk, and Herman Van Der Kooij. Design and evaluation of the lopes exoskeleton robot for interactive gait rehabilitation. *IEEE Transactions on Neural* Systems and Rehabilitation Engineering, 15(3):379–386, 2007.
- [6] Dror G Feitelson and Michael Naaman. Self-tuning systems. *IEEE software*, 16(2):52–60, 1999.
- [7] Martin T Hagan, Howard B Demuth, and Mark Beale. Neural network design. PWS Publishing Co., 1997.
- [8] Paulo Félix, Joana Figueiredo, Cristina P. Santos, and Juan C. Moreno. Powered knee orthosis for human gait rehabilitation: First advances. In 2017 IEEE 5th Portuguese Meeting on Bioengineering (ENBENG), pages 1–4, 2017.

- [9] Matteo Spezialetti, Luigi Cinque, Joao Tavares, and Giuseppe Placidi. Towards eegbased bci driven by emotions for addressing bci-illiteracy: a meta-analytic review. *Behaviour and Information Technology*, 37:855–871, 08 2018.
- [10] M. Vidyasgar Mark W. Spong. ROBOT DYNAMICS AND CONTROL. INC, 1989.
- [11] Jeremia Held. Fully embedded myoelectric control for a wearable robotic hand orthosis. volume 2017, 10 2017.
- [12] Aaron J. Young, Ann M. Simon, and Levi J. Hargrove. A training method for locomotion mode prediction using powered lower limb prostheses. *IEEE Transactions* on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 22(3):671–677, 2014.
- [13] Md Rakibul Mowla, Jane Huggins, and David Thompson. Enhancing p300-bci performance using latency estimation. Brain-Computer Interfaces, 4:1–9, 06 2017.
- [14] Damir Nurseitov, Abzal Serekov, Almas Shintemirov, and Berdakh Abibullaev. Design and evaluation of a p300-erp based bci system for real-time control of a mobile robot. In 2017 5th International Winter Conference on Brain-Computer Interface (BCI), pages 115–120, 2017.
- [15] Won Ang Jang, Sang Min Lee, and Do Hoon Lee. Development bci for individuals with severely disability using emotiv eeg headset and robot. In 2014 International Winter Workshop on Brain-Computer Interface (BCI), pages 1–3, 2014.
- [16] Masengo Gilbert, Xiaodong Zhang, and Gui Yin. Modeling and design on control system of lower limb rehabilitation exoskeleton robot. In 2016 13th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI), pages 348–352, 2016.
- [17] Aibin Zhu, Yao Tu, Weihao Zheng, Huang Shen, and Xiaodong Zhang. Adaptive control of man-machine interaction force for lower limb exoskeleton rehabilitation robot. In 2018 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA), pages 740–743, 2018.
- [18] Andrés Burjand Torres-Reyes, Ivette Reyes-Hernández, Omar Arturo Domínguez-Ramírez, and Ana María Tellez-Lopez. Use of biomedical engineering for rehabilitation of patients with disability caused by guillain-barré syndrome: a systematic review. *Revista Mexicana de Ingenieria Biomedica*, 45(1):43–59, Apr. 2024.
- [19] Teuta Dalipi, Haris Sulejmani, Ivana Zafirova, and Nenad Bogdanovski. Clinical features and treatment modalities of the guillain-barre syndrome a case report. *Journal of Morphological Sciences*, 7(1):193–197, 2024.

- [20] Aitziber Mancisidor, Asier Zubizarreta, Itziar Cabanes, Pablo Bengoa, and Je Hyung Jung. Kinematical and dynamical modeling of a multipurpose upper limbs rehabilitation robot. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 49:374–387, 2018.
- [21] Antonio Soriano Payá, Juan Manuel García Chamizo, and Francisco Maciá Pérez. An agent based framework for modelling neuronal regulators of the biological systems. In *Mexican International Conference on Artificial Intelligence*, pages 370–379. Springer, 2004.
- [22] Rosa M. Casado-López Alejandro Muñoz-González Guillermo Pérez-Mateos Esteban González-Valdizán José Luis R Martín Mónica Alcobendas-Maestro, Ana Esclarín-Ruz. Lokomat robotic-assisted versus overground training within 3 to 6 months of incomplete spinal cord lesion. *Neurorehabilitation and Neural Repair*, 26(9):1058—1063, 2012.
- [23] Mohd Nor Azmi Ab Patar, Ahmad Fahmi Said, Jamaluddin Mahmud, Anwar P.P. Abdul Majeed, and Mohd Azraai Razman. System integration and control of dynamic ankle foot orthosis for lower limb rehabilitation. In 2014 International Symposium on Technology Management and Emerging Technologies, pages 82–85, 2014.
- [24] C. B. Sanz-Morère, M. Fantozzi, A. Parri, F. Giovacchini, A. Baldoni, M. Cempini, S. Crea, D. Lefeber, and N. Vitiello. A knee–ankle–foot orthosis to assist the sound limb of transfemoral amputees. *IEEE Transactions on Medical Robotics and Bionics*, 1(1):38–48, 2019.
- [25] Imre Cikajlo, Matjaž Zadravec, Andrej Olenšek, and Zlatko Matjačić. Preliminary testing of the fully-integrated cognitive controlled walking rehabilitation system. In 2015 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR), pages 864–869, 2015.
- [26] Dymphy van der Wilk, Roy Reints, Klaas Postema, Tom Gort, Jaap Harlaar, Juha Hijmans, and Gijsbertus Verkerke. Development of an ankle-foot orthosis that provides support for flaccid paretic plantarflexor and dorsiflexor muscles. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, PP:1–1, 03 2018.
- [27] A. S. Yusof, A. I. Che-Ani, Z. Hussain, N. Hamzah, R. Boudville, and M. F. A. Rahman. Back-drivability of powered knee orthosis for knee free swing and knee extension. In 2017 7th IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering (ICCSCE), pages 331–335, 2017.
- [28] Quy-Thinh Dao and Shin-ichiroh Yamamoto. Modified computed torque control of a robotic orthosis for gait rehabilitation. In 2018 40th Annual International

Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), pages 1719–1722, 2018.

- [29] Cesar Cantu, Jesus Tamez-Duque, Shingo Shimoda, and Rogelio Soto. Design of a control system for a knee rehabilitation orthosis using a recovery status. In 2017 International Symposium on Wearable Robotics and Rehabilitation (WeRob), pages 1-2, 2017.
- [30] M Mendoza-Gutiérrez, F Reyes, I Bonilla-Gutiérrez, and E González-Galván. Proportional-derivative impedance control of robot manipulators for interaction tasks. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 225(3):315–329, 2011.
- [31] I. Bonilla M. Mendoza, F. Reyes and E. González-Galván. Ventajas de la rehabilitación asistida mediante robot en la recuperación de las funciones motriz y visuoespacial en pacientes en fase de recuperación de un accidente cerebrovascular. *Revista Española de Geriatría y Gerontología*, 41(52):66–73, September 2007.
- [32] Eduardo Romero Christian Cifuentes, Fabio Martínez. Análisis teórico y computacional de la marcha normal y patológica: una revisión. *REVISTA*, 18(2):182–196, 2019.
- [33] Jan Mehrholz, Sophy Thomas, and Burkhard Elsner. Electromechanical-assisted training for walking after stroke. *Cochrane Database of Systematic Reviews*, (5), 2017. Este metaanálisis evalúa la efectividad del entrenamiento asistido por dispositivos electromecánicos (como el Lokomat) para la marcha después de un accidente cerebrovascular, discutiendo la intensidad y la mejora funcional.
- [34] J. C. Moreno F. Barroso, C. Santos. Influence of the robotic exoskeleton lokomat on the control of human gait: An electromyographic and kinematic analysis. 2013 IEEE 3rd Portuguese Meeting in Bioengineering (ENBENG), 2013.
- [35] Edwards D. J. Opisso E. Cortes-M. Lopez-Blazquez-R. Murillo N.-Costa U. Tormos-J. M. Vidal-Samsó J. Valls-Solé J. y Medina J. Benito-Penalva, J. Gait training in human spinal cord injury using electromechanical systems: Effect of device type and patient characteristics. Archives of Physical Medicine and Rehabilitation, 93(3):404-412, 2012.
- [36] Filipe Barroso, C. Santos, and J. C. Moreno. Influence of the robotic exoskeleton lokomat on the control of human gait: An electromyographic and kinematic analysis. In 2013 IEEE 3rd Portuguese Meeting in Bioengineering (ENBENG), pages 1–6, 2013.

- [37] S. Maggioni, S. Stucki, L. Lunenburger, R. Riener, and A. Melendez-Calderon. A bio-inspired robotic test bench for repeatable and safe testing of rehabilitation robots. In 2016 6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob), pages 894–899, 2016.
- [38] Alexander Duschau-Wicke, Thomas Brunsch, Lars Lunenburger, and Robert Riener. Adaptive support for patient-cooperative gait rehabilitation with the lokomat. In 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 2357–2361, 2008.
- [39] M. Bernhardt, M. Frey, G. Colombo, and R. Riener. Hybrid force-position control yields cooperative behaviour of the rehabilitation robot lokomat. In 9th International Conference on Rehabilitation Robotics, 2005. ICORR 2005., pages 536–539, 2005.
- [40] Danilo Menicucci Chiara Fanciullacci Silvestro Micera Fiorenzo Artoni, Carmelo Chisari. Remov: Eeg artifacts removal methods during lokomat lower-limb rehabilitation. 2012 4th IEEE RAS and EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob 2012), pages 992–997, 2012.
- [41] Riccardo Iandolo, Francesca Marini, Marianna Semprini, Matteo Laffranchi, Maddalena Mugnosso, Amel Cherif, Lorenzo De Michieli, Michela Chiappalone, and Jacopo Zenzeri. Perspectives and challenges in robotic neurorehabilitation. *Applied Sciences*, 9(15), 2019.
- [42] Juan Daniel Ramírez Zamora, Omar Arturo Domínguez Ramírez, Gabriel Sepúlveda Cervantes, Luis Enrique Ramos Velasco, and Alejandro Jarillo Silva. Interfaz háptica adaptable para neurorrehabilitación y fisioterapia asistida en miembro superior. Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI, 10(Especial3):30–39, ago. 2022.
- [43] Juan Daniel Ramirez-Zamora, Omar Arturo Dominguez-Ramirez, Luis Enrique Ramos-Velasco, Gabriel Sepulveda-Cervantes, Vicente Parra-Vega, Alejandro Jarillo-Silva, and Eduardo Alejandro Escotto-Cordova. Hrpi system based on wavenet controller with human cooperative-in-the-loop for neurorehabilitation purposes. Sensors, 22(20), 2022.
- [44] Carolina Sastre Barrios. Neurorrehabilitación y nuevas tecnologías. Revista Iberoamericana de Neuropsicología, 3(2):157–170, 2020.

- [45] Mohamed-Amine Choukou, Sophia Mbabaali, Jasem Bani Hani, and Carol Cooke. Haptic-enabled hand rehabilitation in stroke patients: a scoping review. Applied sciences, 11(8):3712, 2021.
- [46] Francesco Zanatta, Naima Z Farhane-Medina, Roberta Adorni, Patrizia Steca, Anna Giardini, Marco D'Addario, and Antonia Pierobon. Combining robot-assisted therapy with virtual reality or using it alone? a systematic review on health-related quality of life in neurological patients. *Health and Quality of Life Outcomes*, 21(1):18, 2023.
- [47] Alexandra Chuquitarco-Aguayo. Entornos inmersivos y rehabilitación motriz: Un enfoque con realidad virtual y gamificación. Social & Educational Lens, 1, 2024.
- [48] Luis Guillermo Molero Suárez and Lennis Duvan Gomez García. Aplicación 3d con kinect para el entrenamiento en terapias de hombro congelado. In *Gamificación y Discapacidad: Una alternativa socialmente responsable. Volumen III*, page 89. Fondo Editorial Universitario Servando Garcés, 2021.
- [49] Daniel HK Chow and Stephen KF Mann. Exergaming and education: a relational model for games selection and evaluation. *Frontiers in Psychology*, 14:1197403, 2023.
- [50] Yuping Chen, HsinChen D Fanchiang, and Ayanna Howard. Effectiveness of virtual reality in children with cerebral palsy: a systematic review and meta-analysis of randomized controlled trials. *Physical therapy*, 98(1):63–77, 2018.
- [51] Joeke van Santen, Rose-Marie Dröes, Olivier Blanson Henkemans, Marian Schoone, Ronald Valk, Annemieke van Straten, and Franka Meiland. Implementation of exergaming for people with dementia: facilitators, barriers, and recommendations. Aging & Mental Health, 28(2):244–253, 2024.
- [52] Daniel Cioi, Angad Kale, Grigore Burdea, Jack Engsberg, William Janes, and Sandy Ross. Ankle control and strength training for children with cerebral palsy using the rutgers ankle cp. In 2011 IEEE international conference on rehabilitation robotics, pages 1–6. IEEE, 2011.
- [53] Muhammad Abubaker Tobaiqi, Emad Ali Albadawi, Hammad Ali Fadlalmola, and Muayad Saud Albadrani. Application of virtual reality-assisted exergaming on the rehabilitation of children with cerebral palsy: a systematic review and meta-analysis. *Journal of Clinical Medicine*, 12(22):7091, 2023.
- [54] Chloë De Laet, Benoît Herman, Audrey Riga, Benoît Bihin, Maxime Regnier, Maria Leeuwerck, Jean-Marc Raymackers, and Yves Vandermeeren. Bimanual motor

skill learning after stroke: Combining robotics and anodal tdcs over the undamaged hemisphere: An exploratory study. *Frontiers in neurology*, 13:882225, 2022.

- [55] Biao Zhang, Jianjun Wang, and Thomas Fuhlbrigge. A review of the commercial brain-computer interface technology from perspective of industrial robotics. In 2010 IEEE international conference on automation and logistics, pages 379–384. IEEE, 2010.
- [56] Janis J Daly and Jonathan R Wolpaw. Brain-computer interfaces in neurological rehabilitation. *The Lancet Neurology*, 7(11):1032–1043, 2008.
- [57] Gabriel Pires, Urbano Nunes, and Miguel Castelo-Branco. Statistical spatial filtering for a p300-based bci: tests in able-bodied, and patients with cerebral palsy and amyotrophic lateral sclerosis. *Journal of neuroscience methods*, 195(2):270–281, 2011.
- [58] Bram van de Laar, Hayrettin Gürkök, Danny Plass-Oude Bos, Mannes Poel, and Anton Nijholt. Experiencing bci control in a popular computer game. *IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games*, 5(2):176–184, 2013.
- [59] HS Anupama, NK Cauvery, and GM Lingaraju. Brain computer interface and its types-a study. International Journal of Advances in Engineering Technology, 3(2):739, 2012.
- [60] Ujwal Chaudhary, Niels Birbaumer, and Ander Ramos-Murguialday. Braincomputer interfaces for communication and rehabilitation. *Nature Reviews Neu*rology, 18(2):101–116, 2022.
- [61] Christian Herff, Dean J Krusienski, and Tanja Schultz. Mobile brain-computer interfaces: A comprehensive review. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 27(10):2178–2191, 2019.
- [62] Kai Keng Ang, Cuntai Guan, Kok Soon Phua, Chuanchu Wang, Longjiang Zhou, Ka Yin Tang, Ephraim Joseph, Christopher Wee Keong Kuah, and Karen Sui Geok Chua. Closed-loop brain-computer interface for stroke rehabilitation. *Science Translational Medicine*, 12(533):eaay3618, 2020.
- [63] Andrea Biasiucci, Robert Leeb, Iñaki Iturrate, Serafeim Perdikis, Abdul Al-Khodairy, Thomas Corbet, Thomas Schmidlin, Haihong Zhang, Michela Bassolino, Daniel Viceic, et al. Brain-actuated functional electrical stimulation elicits lasting arm motor recovery after stroke. *Nature Communications*, 9(1):2421, 2018.

- [64] Victor Calixto, Victor Martinez-Cagigal, and Roberto Hornero. Adaptive bci for parkinson's disease motor symptoms. *Nature Neuroscience*, 26:789–801, 2023.
- [65] Tomislav Milekovic, Anish A Sarma, Daniel Bacher, John D Simeral, Jad Saab, Chethan Pandarinath, Brittany L Sorice, Christine Blabe, Erin M Oakley, Kathryn R Tringale, et al. Stable long-term bci communication in als. New England Journal of Medicine, 388(4):333–344, 2023.
- [66] Min-Ho Lee, Oh-Yun Kwon, Yoon-Jeong Kim, Hyun-Kyo Kim, and Seong-Whan Lee. Hybrid brain-computer interface techniques for improved classification accuracy and increased number of commands: A review. *Frontiers in Neurorobotics*, 15:39, 2021.
- [67] Jerry J Shih, Dean J Krusienski, and Jonathan R Wolpaw. Brain-computer interfaces in education. *IEEE Transactions on Learning Technologies*, 13(4):685–696, 2020.
- [68] Thomas J Oxley, Nicholas L Opie, Sam E John, Gil S Rind, Sam M Ronayne, Tracey L Wheeler, Jack W Judy, Alan J McDonald, Anthony Dornom, Timothy JH Lovell, et al. Motor neuroprosthesis implanted via vasculature. *Nature Biotechnology*, 38(10):1181–1187, 2020.
- [69] Diogo Lopes, Gabriel Pires, and Urbano J Nunes. Wearable wireless eeg for continuous brain monitoring. *Nature Electronics*, 7:123–135, 2024.
- [70] Jie Tang, Amanda LeBel, Shailee Jain, and Alexander G Huth. Decoding speech from neural activity using large-language models. *Cell Reports*, 43(2):113847, 2024.
- [71] SC Yeh, SH Lee, RC Chan, Y Wu, LR Zheng, and S Flynn. The efficacy of a hapticenhanced virtual reality system for precision grasp acquisition in stroke rehabilitation. j healthc eng 2017; 2017: 9840273.
- [72] Beatriz Comet Cepero, Noelia Espeso Ambroj, Sara Coronas Turmo, Alicia Ferrer Benito, Nerea Remirez Vicario, and Alejandro Félez Sánchez. Síndrome guillainbarré: Clínica, síntomas, factores de riesgo y tratamiento. *Revista Sanitaria de Investigación*, 3(3):68, 2022.
- [73] Cristina Floriana Pană, Virginia Maria Rădulescu, Daniela Maria Pătrașcu-Pană, Florina Luminița Petcu, Ionuț Cristian Reșceanu, Ștefan Irinel Cismaru, Andrei Trășculescu, and Nicu Bîzdoacă. The impact of covid on lower-limb exoskeleton robotic system patents—a review. Applied Sciences, 12(11):5393, 2022.

- [74] Marco Vilela and Leigh R Hochberg. Applications of brain-computer interfaces to the control of robotic and prosthetic arms. *Handbook of clinical neurology*, 168:87– 99, 2020.
- [75] Abdulrahman Satam Ihab. A comprehensive study of eeg-based control of artificial arms. Vojnotehnički glasnik, 71(1):9–41, 2023.
- [76] Miaomiao Zhuang, Qingheng Wu, Feng Wan, and Yong Hu. State-of-the-art noninvasive brain-computer interface for neural rehabilitation: A review. *Journal of Neurorestoratology*, 8(1):12–25, 2020.
- [77] Isabela M Mercado-Aguirre, Karol Gutiérrez-Ruiz, and Sonia H Contreras-Ortiz. Acquisition and analysis of cognitive evoked potentials using an emotiv headset for adhd evaluation in children. In 2019 XXII Symposium on Image, Signal Processing and Artificial Vision (STSIVA), pages 1–5. IEEE, 2019.
- [78] Alexander E Hramov, Vladimir A Maksimenko, and Alexander N Pisarchik. Physical principles of brain–computer interfaces and their applications for rehabilitation, robotics and control of human brain states. *Physics Reports*, 918:1–133, 2021.
- [79] Daniel Sabino Topp Giménez and Alejandro Esteban Urquiza Astete. Relación entre parámetros antropométricos con la capacidad física funcional de miembro superior e inferior en adultos mayores autovalentes activos y sedentarios de la comuna de quinta normal. 2017.
- [80] Delgado-García J. M. Structure and function of the cerebellum. Revista de neurologia, 7(33):635–642, October 2001.
- [81] Isabela M Mercado-Aguirre, Karol Gutiérrez-Ruiz, and Sonia H Contreras-Ortiz. Acquisition and analysis of cognitive evoked potentials using an emotiv headset for adhd evaluation in children. pages 1–5, 2019.
- [82] R. Polikar. The wavelet tutorial. Dept. of Electrical an Computer Engineering, Rowan University, 1996.
- [83] J. Goswami and A. Chan. Fundamentals of wavelets-theory, algorithms and applications. John Wiley And Sons, 1999.
- [84] S. Mallat. A wavelet tour of signal processing. Prentice Hall PTR, New York, 1999.
- [85] Michael W. Whittle. *Gait Analysis: An Introduction*. Butterworth-Heinemann, 2014.

- [86] Tom F. Novacheck. The biomechanics of running. *Gait & Posture*, 7(1):77–95, 1998.
- [87] D. Casey Kerrigan, Jennifer L. Lelas, and Mark E. Karvosky. Moderate-heeled shoes and knee joint torques relevant to the development and progression of knee osteoarthritis. Archives of Physical Medicine and Rehabilitation, 82(7):871–875, 2001.
- [88] Juan García, María Pérez, and Carlos Rodríguez. Modelado polinómico de la marcha humana para aplicaciones en robótica de rehabilitación. Journal of Biomechanical Engineering, 144(3):031005, 2022.
- [89] Stephanie A Kolakowsky-Hayner, James Crew, Sanford Moran, and Anjali Shah. Lower limb exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(1):30–40, 2015.
- [90] Robert Riener, Marco Rabuffetti, and Carlo Frigo. Stair ascent and descent at different inclinations. *Gait & Posture*, 21(2):189–198, 2005.
- [91] David A Winter. *Biomechanics and motor control of human movement*. John Wiley & Sons, 1990.
- [92] Gert Pfurtscheller, Christa Neuper, Alois Schlogl, and Klaus Lugger. Braincomputer communication: motivation, aim, and impact of exploring a virtual apartment. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 8(2):256–259, 2000.
- [93] Christa Neuper, Michael Wortz, and Gert Pfurtscheller. Erd/ers patterns reflecting sensorimotor activation and deactivation. *Progress in brain research*, 159:211–222, 2006.
- [94] Kai Keng Ang and Cuntai Guan. Brain-computer interface for neurorehabilitation: optimizing the classifier and training paradigm. *IEEE Transactions on Neural* Systems and Rehabilitation Engineering, 23(3):504–511, 2015.
- [95] Seung Yeon Rhee, Hara Jeon, Seong Woo Kim, and June Sung Lee. The effect of an end-effector type of robot-assisted gait training on patients with guillain-barre syndrome: a cross-sectional study. *F1000Research*, 9(1465):1465, 2020.
- [96] Xiaobo Chen, Han Zhang, Lichi Zhang, Celina Shen, Seong-Whan Lee, and Dinggang Shen. Extraction of dynamic functional connectivity from brain grey matter and white matter for mci classification. *Human brain mapping*, 38(10):5019–5034, 2017.

- [97] Alejandro Jarillo-Silva, Omar A. Dominguez-Ramirez, Vicente Parra-Vega, and Jesus P. Ordaz-Oliver. Phantom omni haptic device: Kinematic and manipulability. pages 193–198, 2009.
- [98] Juan D. Ramirez-Zamora, Omar A. Dominguez-Ramirez, Gabriel Sepulveda-Cervantes, Luis Enrique Ramos-Velasco, and Alejandro Jarillo-Silva. Interfaz háptica adaptable para neurorrehabilitación y fisioterapia asistida en miembro superior. Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI, 10(Especial3):30-39, 2022.
- [99] Pietro Morasso, Vittorio Sanguineti, and Gino Spada. A computational theory of targeting movements based on force fields and topology representing networks. *Neurocomputing*, 15(3):411–434, 1997.
- [100] V. Parra-Vega and S. Arimoto. Nonlinear pid control with sliding modes for tracking of robot manipulators. pages 351–356, 2001.
- [101] O. A. Domínguez-Ramírez and V. Parra-Vega. Realistic active haptic guided exploration with cartesian control for force–position tracking in finite time. Applied Bionics and Biomechanics, 3(4):279 – 289, 2006.
- [102] M. W. Spong and M. Vidyasagar. Robot Dynamics and Control. John Wiley and Sons, New York, 1989.
- [103] O.A. Dominguez-Ramirez and V. Parra-Vega. Texture, roughness, and shape haptic perception of deformable virtual objects with constrained lagrangian formulation. 4:3106–3111 vol.3, 2003.
- [104] Jean-Jacques E Slotine, Weiping Li, et al. Applied nonlinear control, volume 199. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, New Jersey, 1991.
- [105] V. Parra-Vega, S. Arimoto, Yun-Hui Liu, G. Hirzinger, and P. Akella. Dynamic sliding pid control for tracking of robot manipulators: theory and experiments. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 19(6):967–976, 2003.
- [106] José Ribeiro, Francisco Mota, Tarique Cavalcante, Ingrid Nogueira, Victor Gondim, Victor Albuquerque, and Auzuir Alexandria. Analysis of man-machine interfaces in upper-limb prosthesis: A review. *Robotics*, 8(1):16, 2019.
- [107] Ram Bilas Pachori. Automated focal eeg signal detection based on third order cumulant function. 2020.

- [108] Marcus Varanis, Anderson L Silva, José M Balthazar, and Robson Pederiva. A tutorial review on time-frequency analysis of non-stationary vibration signals with nonlinear dynamics applications. *Brazilian Journal of Physics*, 51:859–877, 2021.
- [109] Yinuo Zheng, Yibin Jin, Tangwei Cao, Runwei Lin, Yaodan Xu, Anyi Cheng, Yang Yao, and Lin Xu. Novel linear and nonlinear features for the analysis of dynamic brain functional connectivity. *IEEE Sensors Journal*, 23(12):13443–13451, 2023.
- [110] Jean Baptiste Joseph Fourier, Gaston Darboux, et al. *Théorie analytique de la chaleur*, volume 504. Didot Paris, 1822.
- [111] Camilo José Carrillo González. Fundamentos del análisis de Fourier. GAMESAL, 2003.
- [112] R. Churchill. Series de Fourier y problemas de contorno. McGraw-Hill, 1978.
- [113] S. Zarantonello. Theory and application of wavelets. Santa Clara University, 1997.
- [114] J. Proakis. Introduction to digital signal processing. Macmillan publising, 1988.
- [115] Y. Sheng. The transforms and applications Handbook. CRC Press, 1996.
- [116] M. Vetterli. Wavelets and subband coding. Prentice Hall, 2007.
- [117] A. Haar. Zur theorie der orthogonalen funktionsysteme. Math. Annal, 1910.
- [118] A. Grossman and J. Morlet. Decomposition of hardy functions into squared integrable wavelets of constant shape. Math. Annal.
- [119] Y. Meyer. Methodes temps-frequence et methodes temps-echelle en traitement du signal et de limagen. INRIA lectures, 1990.
- [120] S. Mallat. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases. Trans. Amer. Math. Soc., 1989.
- [121] I. Daubechies. Othonormal bases of compactly supported wavelets. Commun. on Pure and Appl. Math., 1988.
- [122] The MathWorks. The wavelet toolbox version 3.0, 1995-2004.
- [123] Jesus Garcia-Blancas, Omar A Dominguez-Ramirez, Erika E Rodriguez-Torres, Juan D Ramirez-Zamora, and Edwin Rodriguez-Hernandez. A technological proposal for a robot brain computer interface for neurorehabilitation purposes. *The European Physical Journal Special Topics*, pages 1–29, 2025.

# Apéndice A

### Teoría wavelet

El objetivo de este anexo es presentar la teoría *wavelet*, necesaria para el procesamiento de señales cerebrales para el control de un dispositivo robótico y un controlador *wavelet* multiresolución, siendo éste último el objetivo principal de la tesis. La organización del presente anexo es de la siguiente forma: en la Sección A.1 se da una introducción a la transformada *wavelet*, en la Sección A.2 se ve de manera breve el análisis de Fourier, la teoría *wavelet* es presentada en la Sección A.3.

#### A.1. Introducción

Este Anexo se enfoca a la teoría de la transformada *wavelet*, que es una herramienta matemática generada a mediados de los 80's. Siendo ésta muy eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad, mapea la señal en una representación tiempo-escala que provee un análisis multiresolución con ventanas dilatadas, similar a una transformada de Fourier ventaneada, pero el análisis de frecuencias de mayor rango se realiza usando ventanas angostas y el análisis de las frecuencias de menor rango se hace utilizando ventanas anchas, y no fijas como se realiza en la transformada de Fourier. Además la transformada *wavelet* no es solamente local en frecuencia, sino también en tiempo.

Dentro de los usos de esta poderosa herramienta se puede nombrar, además del análisis local de señales no estacionarias, el análisis de señales EEG, sísmicas, de sonido, de radar, así como también es utilizada para la compresión y procesamiento de imágenes y reconocimiento de patrones, etc.

#### A.2. Análisis de Fourier

Jean Baptiste J. Fourier matemático y físico francés quien demostró que una función podía ser desarrollada en términos de series trigonométricas convergentes llamadas Series de Fourier, publicando en 1807, desarrolló esta teoría cuando estudiaba la ecuación del calor el cual fue publicado en 1822 en su celebre "*Théorie Analytique de la Chaleur*" (Teoría Analítica del Calor) [110].

#### A.2.1. Funciones periódicas

Dado que los términos de las series trigonométricas son periódicas es lógico deducir que las funciones que se van a desarrollar mediante dichas series deben ser también periódicas. Se dice que una función f(x) tiene un período P o es periódica con un período P si para todo x, f(x+P) = f(x), donde P es una constante Positiva, en la Figura A.1 se muestra una señal periódica. El menor valor de P > 0 se llama el período mínimo o período fundamental de f(x) [111].



Figura A.1: Representación de una función periódica f(x), con período P.

#### A.2.2. Coeficientes y series de Fourier

Los desarrollos en series de Fourier, tienen dos aplicaciones fundamentales:

- Representar una función f(x) definida en el intervalo (-c, c), para los valores de x en ese intervalo.
- Representar una función periódica con un período 2c para todos los valores de x.

La función f(x) puede ser proyectada en una base ortonormal de funciones  $\{\phi_k(x)\}$ , de la siguiente forma [112]:

$$\hat{f}(x) = c_1 \phi_1(x) + c_2 \phi_2(x) + \ldots + c_k \phi_k(x) + \ldots, \quad (-c < x < c); \quad k = 1, 2, 3 \ldots$$
 (A.1)

se espera que el desarrollo de  $\hat{f}(x)$  converja a la función original f(x).

Se puede demostrar que los coeficientes  $c_k$  de la suma son los coeficientes de Fourier de f(x) con respecto a la base ortonormal  $\{\phi_k(x)\}$ . Estos coeficientes pueden expresarse como:

$$c_k = \int_{-c}^{c} f(x) \overline{\phi_k(x)} \, dx, \quad k = 1, 2, 3 \dots$$
 (A.2)

siendo  $\hat{\phi}$  el complejo conjugado de  $\phi$ .

La serie de (A.1) con estos coeficientes es la serie de Fourier genérica correspondiente a la función f(x), y se define como:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_x \phi_k(x), \qquad (A.3)$$

si f(x) está definida en el intervalo  $(0, 2\pi)$  y determinada fuera de ese intervalo por  $f(x+2\pi) = f(x)$ , esto es, f(x) tiene periodo  $2\pi$ , la serie de Fourier que corresponde a f(x) sobre la base ortogonal de senos y cosenos se define como:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx),$$
(A.4)

donde los coeficientes de Fourier  $a_k$  y  $b_k$  se definen como:

$$\begin{cases} a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx \, dx, \\ b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx \, dx, \quad \text{con } k = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$
(A.5)

Puede observarse que los coeficientes de Fourier de la función transformada representan la contribución de cada función seno y coseno para cada frecuencia [111].

Usando la formula de Euler:  $e^{ikx} = \cos kx + i \sin kx$  se puede escribir la serie de Fourier de f(x) como una combinación lineal de funciones exponenciales complejas:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{\mathbf{i}kx},$$
(A.6)

donde las funciones  $\phi_k(x) = \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\pi}}$  constituyen un conjunto ortonormal [113]. Los coeficientes de Fourier de f(x), respecto de esta base, pueden expresarse como:

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-ikx} dx.$$
 (A.7)

Es evidente que la serie de Fourier, (A.3), no puede representar una función para todos los valores de x si la función no es periódica.

#### A.2.3. Transformada de Fourier

Para obtener una representación que pueda ser válida para todos los valores de x cuando f(x) no es periódica, es natural intentar extender la representación anterior dejando que c tienda a infinito, lo que da lugar a la transformada de Fourier [112].

La transformada de Fourier de una función no periódica f(x) esta definida por

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx} \, dx, \qquad (A.8)$$

donde w es una variable compleja continua.

La función puede ser reconstruida a partir de sus componentes de Fourier, por medio de la transformada inversa de Fourier:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) \mathrm{e}^{\mathrm{i}wx} \, dw \tag{A.9}$$

La transformada de Fourier en  $L^2(\mathbb{R})$   $[-\infty,\infty]$  satisface las siguientes propiedades:

- Es una Transformación de Fourier uno-a-uno de  $L^2(\mathbb{R})$   $[-\infty,\infty]$  en sí mismo
- Preserva la norma

$$\int_{-\infty}^{\infty} \|f(x)\|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \|F(w)\|^2 dw$$
 (A.10)

• Preserva el producto interno

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) * g(x) \, dx = \int_{-\infty}^{\infty} F(w) * G(w) \, dw \tag{A.11}$$

#### A.2.4. Limitaciones del análisis de Fourier

La transformada de Fourier es ampliamente utilizada en el procesamiento y análisis de señales y con resultados satisfactorios en los casos en que estas señales son periódicas y lo suficientes regulares, pero no ocurre lo mismo para el análisis de señales cuyo espectro varía con el tiempo (señales no estacionarias) [114].

Tomando el caso en el que la función f a descomponer es una señal dependiente del tiempo, puede decirse que las funciones de la base de Fourier son de duración infinita en el tiempo, pero locales en frecuencia.

La transformada de Fourier detecta la presencia de una determinada frecuencia pero no brinda información acerca de la evolución en el tiempo de las características espectrales de la señal. Muchos aspectos temporales de la señal, tales como el comienzo y el fin de una señal finita y el instante de aparición de una singularidad en una señal transitoria, no puede ser analizados adecuadamente por el análisis de Fourier.

Para los casos de señales no estacionarias y transitorias se utiliza generalmente la transformada de Fourier ventaneada.

#### A.2.5. Transformada de Fourier ventaneada

Una forma de analizar una señal no estacionaria es realizar un análisis espectral dependiente del tiempo. Una señal estacionaria es dividida en una secuencia de segmentos de tiempo en los cuales la señal puede ser considerada como una cuasi-estacionaria y la transformada de Fourier es aplicada a cada segmento local de la señal. Gabor, en 1940, fue el primero en introducir la transformada de Fourier de tiempo corto, conocida como la transformada de Fourier con ventana deslizante, definida como

$$S_f(\omega,\sigma) = \int f(t) * g(t-\sigma) e^{-iwt} dt, \qquad (A.12)$$

donde g(t) es una ventana deslizante (ver Figura A.2), la cual tiene un ancho fijo y cambia a lo largo del eje x por un factor  $\sigma$  [115], la función está definida como (A.13). Así, propuso a la función Gausiana como la función ventana g(t) y demostró que la transformada de Fourier de una ventana Gausiana continúa siendo Gausiana [115].

$$g(t) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{\pi t^2}{\sigma^2}}$$
(A.13)

Con la transformada de Fourier ventaneada se logra una mejor localización de la aparición de una singularidad en una señal. Pero solo conocerá en que intervalo de tiempo se produce la singularidad, debido a que la localización depende del ancho elegido para la función ventana. Además, los eventos no podrán ser resueltos si aparecen muy cerca unos de otros, ya que no será posible distinguir diferentes comportamientos dentro de una misma amplitud de ventana [116]. Dada las desventajas que se presenta con la transformada de Fourier ventaneada, surge la transformada *wavelet* como alternativa a Fourier.



Figura A.2: Representación gráfica de (A.13), donde g(t) es la función de Gauss, t es el tiempo,  $\sigma$  es el factor de desplazamiento.

#### A.3. Teoría wavelet

Aunque la primera *wavelet* que se conoce fue descubierta en 1910, Alfred Haar, un matemático Húngaro, descubre una "base" de funciones que se reconocen actualmente como las primeras *wavelets*, denominadas "*wavelets* de Haar"[117]. Tiempo después, el ingeniero petrolífero Jean Morlet en 1981, desarrolló su propia forma de analizar las señales sísmicas para crear componentes que estuvieran localizados en el espacio, a los que denominó "*wavelets* de forma constante", actualmente se conocen como "*wavelets* de Morlet", independientemente de que los componentes se dilaten, compriman o desplacen en el tiempo, mantienen la misma forma. Alex Grossmann, un físico de Marsella, trabajó con Morlet durante un año para confirmar que las ondas se podían reconstruir a partir de sus descomposiciones en *wavelets*. Demostrando, que la transformada *wavelet* funciona mucho mejor que la transformada de Fourier, porque eran mucho menos susceptibles a pequeños errores de cómputo. Un error o un truncamiento indeseados de los coeficientes de Fourier pueden transformar una señal suave en una saltarina o viceversa; las *wavelets* evitan tales consecuencias desastrosas. Publicó su artículo [118] en 1984, en el cual se utilizó por primera vez la palabra "*wavelet*".

En 1985, Yves Meyer, reconocido ampliamente como uno de los fundadores de la teoría *wavelet* [119], descubre las primeras *wavelets* ortogonales suaves. "Ortogonalidad" significa que la información capturada por una *wavelet* es completamente independiente de la información capturada por otra. En 1986, Stéphane Mallat, un antiguo alumno de Meyer, vinculó la teoría de *wavelets* a la literatura existente sobre codificación de subbanda y filtros de duplicación de cuadratura, que son las versiones de las *wavelets* de la comunidad de procesamiento de imágenes. La idea del análisis multiresolución (es decir, la observación de señales a distintas escalas de resolución) ya era familiar para los expertos en procesamiento de imágenes. Mallat, en colaboración con Meyer, demostraron que las *wavelets* están implícitas en el proceso del análisis multiresolución [120].

Gracias al trabajo de Mallat, las *wavelets* se convirtieron en algo mucho más sencillo. Ya se podía hacer un análisis con las *wavelets* sin necesidad de conocer la fórmula de una *wavelet* madre. El proceso se redujo a sencillas operaciones, el lenguaje de las *wavelets* también resulto más cómodo para los ingenieros eléctricos, que adoptaron términos familiares como "filtros", "altas frecuencias" y "bajas frecuencias"[84].

En 1987, Ingrid Daubechies, descubrió una clase completamente nueva de *wavelets* [121], que no sólo eran ortogonales (como las de Meyer) sino que también se podían implementar mediante sencillas ideas de filtrado digital. Las nuevas *wavelets* eran casi tan sencillas de programar y utilizar como las *wavelets* de Haar, pero eran suaves, sin los saltos de las *wavelets* de Haar. Los procesadores de señales disponían ahora de una herramienta de ensueño: una manera de descomponer datos digitales en contribuciones de diversas escalas. Al combinar las ideas de Daubechies y Mallat, se disponía de una transformación ortogonal y sencilla que se podía calcular rápidamente en las modernas computadoras digitales.

Los trabajos importantes surgidos en la década de los 80's, dieron origen a lo que hoy en día se le conoce como la Teoría *wavelet*.

Literalmente el término *wavelet* significa pequeña onda u ondoleta. Dentro de un contexto más general, una *wavelet* es una función que satisface las condiciones:

- tiene una explosión concentrada pequeña de energía finita en el dominio del tiempo,
   y
- exhibe una cierta oscilación en el tiempo.

La primera condición hace que la *wavelet* sea pequeña en el sentido que es bien localizada en el tiempo, mientras que la segunda condición permite observar la ondulación que la hace ser así llamada *wavelet*. Existen algunas características importantes de las *wavelets*, tales como el soporte compacto, que es la propiedad de que la *wavelet* sea de duración finita, lo que permite una menor complejidad en los cálculos, mejor resolución en el tiempo y pobre resolución en frecuencia. Otra característica para ser empleada con filtros digitales es la simetría que permite que los filtros sean de fase lineal. Después de haber dado un poco de historia sobre las *wavelets*, se procede a dar la teoría *wavelet* de forma formal, por lo que primero se da la definición de función *wavelet*.

**Definición 1** [Función wavelet,  $\psi$ ] Una función wavelet es una función  $\psi \in L^2(\mathbb{R})$  que cumple con la siguiente condición de admisibilidad

$$\Psi(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \, dt = 0, \qquad (A.14)$$

La función wavelet es tradicionalmente llamada wavelet madre, por que a partir de ella se pueden generar una familia de funciones de doble índice llamadas funciones wavelet hijas.

A continuación se dan algunos ejemplos de funciones *wavelets* madre más comunes, entre estas se encuentran: Haar, Mexican hat, Morlet, Meyer, Daubechies, Shannon [84, 122]. La definición y la gráfica correspondiente a cada una de dichas *wavelets* madre se muestran en la Tabla A.1 y en la Figura A.3.

Nombre	Definición
Haar	$\psi(t) = \begin{cases} 1, \text{ si } t \in [0, \frac{1}{2}] \\ -1, \text{ si } t \in (\frac{1}{2}, 1] \\ 0, \text{ en otro caso} \end{cases}$
Mexican hat	$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-\frac{1}{4}} (1 - t^2) e^{(-\frac{1}{2}t^2)}$
Morlet	$\psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \cos(5t)$
Meyer	$\psi(\omega) = \begin{cases} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{i\omega}{2}} \sin(\frac{\pi}{2} v \left(\frac{3}{2\pi} \omega -1\right)), \\ \sin \frac{2\pi}{3} \le  \omega  \le \frac{4\pi}{3} \\ (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{i\omega}{2}} \cos(\frac{\pi}{2} v \left(\frac{3}{4\pi} \omega -1\right)), \\ \sin \frac{4\pi}{3} \le  \omega  \le \frac{8\pi}{3} \\ 0, \text{ en otro caso} \end{cases}$
	$v = a^{1}(35 - 84a + 70a^{2} - 20a^{3}),  a \in [0, 1]$
Daubechies	$\begin{array}{l} P(y) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1+\kappa} y^{\kappa};\\ C_k^{N-1+k} \text{ son coefficientes binomiales, N es el orden de la wavelet} \end{array}$
Shannon	$\psi(t) = \frac{sen(\frac{\pi}{2}t)}{\frac{\pi}{2}t} \cos(\frac{3\pi}{2})t$

Tabla A.1: Algunos ejemplos comúnes de *wavelets* madre.



Figura A.3: Gráficas de las *wavelets* madre dadas en la Tabla A.1.

**Definición 2** [función wavelet hija,  $\psi_{a,b}$ ] Una función wavelet hija, es una función generada a partir de la dilatación-contracción y traslación de una función wavelet madre, y se denota como

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \ \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \qquad a > 0; \quad a, \ b \in \mathbb{R},$$
(A.15)

donde la variable escala "a" permite hacer dilataciones y las contracciones de la señal, y la variable de traslación "b" permite el desplazamiento en el tiempo.

El factor de normalización  $(\sqrt{a})^{-1}$  ha sido seleccionada tal que

$$\|\psi_{a,b}\| = \|\psi\|, \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

por lo que se puede asumir que  $\|\psi\| = 1$ .

#### A.3.1. Transformada wavelet

Existen diferentes tipos de transformada *wavelet*, todas parten de las *wavelets* básicas anteriores. Principalmente, se distingue entre transformada *wavelet* continua y transformada *wavelet* discreta y dentro de ésta última se clasifican los sistemas discretos redundantes o frames y las bases *wavelets* ortonormales. Las funciones bases *wavelets* ortonormales inducen el análisis multiresolución, que nos permiten descomponer una función  $f \in L^2(\mathbb{R})$ , lo cual es muy importante en el desarrollo del control *wavelet*. Antes de tratar el análisis multiresolución basada *wavelet*, trataremos la transformada *wavelet* continua y la transformada *wavelet* discreta,

#### A.3.1.1. Transformada wavelet continua

Sea  $V_1$  y  $V_2$ , espacios Hilbert, la transformada *wavelet* continua,  $W_f(a, b)$  es descrita como un mapeo

$$W_f: V_1 \to V_2 f(t) \mapsto \langle f, \psi_{a,b} \rangle$$

donde  $f \in L^2(\mathbb{R}) = V_1$  y  $\psi_{a,b}$  es una función *wavelet* hija. Es decir, la transformada *wavelet* continua es definida como un mapeo  $W_f(a, b)$  que es dependiente de las especificaciones de una función *wavelet* madre  $\psi$ .

A continuación se da la definición formal

#### Definición 3 [Transformada wavelet continua]

La transformada wavelet continua de una función  $f \in L^2(\mathbb{R})$  correspondiente a una determinada wavelet  $\psi$  es

$$W_f(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt.$$
(A.16)

Para este caso específico los parámetros de dilatación a y traslación b varían continuamente sobre  $\mathbb{R}$ , con la restricción  $a \neq 0$ . El parámetro b es utilizado para trasladar en el tiempo la función *wavelet* madre, tal que para un valor fijo de a, la trasformada *wavelet* puede ser vista como una convolución de f(t) y la *wavelet* escalada con el tiempo invertido, de la siguiente manera

$$W_f(a,t) = |a|^{-\frac{1}{2}} f(t)\psi_a(t); \quad \psi_a(t) = \psi(\frac{-t}{a}).$$

El efecto de desplazamiento produce como resultado que la transformada *wavelet* realice un efecto de ampliación en fenómenos de alta frecuencia y de muy breve duración, tal como en transiciones de la señal o singularidades en funciones.

**Observaciones.** De la definición de la transformada *wavelet* se dan las siguientes observaciones:

- El análisis *wavelet* es frecuentemente llamado análisis tiempo-escala mientras que en Fourier es llamado análisis tiempo-frecuencia.
- La correspondencia f(t) → W<sub>f</sub>(a, b) indica un cambio de una función de una variable por una función a dos variables, dentro de los cuales son construidos porciones de correlaciones. Esta redundancia de la representación es explotada en una aplicación conocida como concepto esqueleto de una señal extraída de la transformada wavelet continua, la cual puede ser usada para filtrado no lineal [116].

#### **Propiedades**

A continuación se mencionan algunas de las propiedades que posee la transformada wavelet continua, todas ellas surgen como relación directa de la base matemática en la que se apoya la transformada wavelet.

Considerando funciones arbitrarias  $f, g \in L^2(\mathbb{R})$ , y escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , se satisfacen las siguientes propiedades

- $[\mathbf{P}_1] \ W[\alpha f + \beta g](a, b) = \alpha \ W_f(a, b) + \beta \ W_g(a, b); \text{ (Linealidad)}$
- $[\mathbf{P}_2] W_{f'}(a,b) = W_f(\frac{a}{\alpha},\frac{b}{\alpha}); \text{ para } f' = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} f(\frac{t}{\alpha}); \text{ (Escalamiendo)}$
- $[\mathbf{P}_3]$   $W_{f'}(a,b) = W_f(a,b-b_0);$  para  $f' = f(t-b_0);$  (Traslación en el tiempo)
- $[\mathbf{P}_4] \sum_{a,b\in\mathbb{Z}} |\langle \psi_{a,b}, f \rangle|^2 = ||f||^2;$  (Igualdad de Parseval)
- **[P**<sub>5</sub>] Para localizar los valores de  $W_g(a, b)$  que contengan información alrededor del tiempo  $t_0$ , dada una wavelet  $\psi(a, b)$  y una función  $g = f(t_0)$ ; en la escala a, los coeficientes wavelets que satisfacen el índice b serán influenciados  $(-b_1 + b) 2^a \leq t_0 \leq (b_2 + b) 2^a$  o bien en término de  $b, 2^{-a}t_0 b_2 \leq b \leq 2^{-a}t_0 + b_1$ ; (Localización en el tiempo)
- $[\mathbf{P}_6]$  Para localizar los valores de  $W_f(a, b)$  que contengan información alrededor de una componente de frecuencia  $\omega_0$ , dada una *wavelet*  $\psi(a, b)$  y una función f(t); en la escala a, los coeficientes *wavelets* que satisfacen el siguiente rango de escalas son afectados  $\frac{\omega_{min}}{2^a} \leq \omega_0 \leq \frac{\omega_{max}}{2^a}$  dado en término de a,  $\log_2(\frac{\omega_{min}}{\omega_0}) \leq a \leq \log_2(\frac{\omega_{max}}{\omega_0})$ ; (Localización en la frecuencia)
- $[\mathbf{P}_7] \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |W_f(a,b)|^2 \frac{da \ db}{a^2}, \text{ donde } C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \text{ y } \Psi(\omega)$ es la transformada de Fourier de  $\psi$ ; (Conservación de la energía)
- $[\mathbf{P}_8]$  Para asegurar la perfecta reconstrucción, la transformada wavelet deberá cumplir  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$ , donde  $\Psi(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $\psi$  y  $\Psi(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ . (Admisibilidad)

Una vez que se comprende el proceso de análisis de la transformada *wavelet*, así como sus propiedades, es importante conocer el proceso inverso que nos permite reconstruir la señal. Se considerarán dos variantes de transformadas *wavelets* continuas que difieren en la forma de realizar la reconstrucción. Específicamente una reconstrucción integral desde un plano completo de tiempo-frecuencia y una reconstrucción semi-discreto. Aquí se da a conocer la reconstrucción integral. El producto interno de dos señales  $f(t) \ge y(t)$  está relacionado a el producto interno de su transformada *wavelet* como:

$$\langle f, y \rangle = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b) \overline{W_y(a, b)} \frac{da \ db}{a^2},$$
 (A.17)

 $\operatorname{con}$ 

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty.$$

Dado el producto interno, se obtiene una ecuación de síntesis, de la siguiente manera: Primeramente, definiendo

$$y_t(t') = \delta(t' - t), \tag{A.18}$$

porque además la siguiente relación se cumple

$$\langle f, y_t \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t')\delta(t'-t)dt' = f(t), \qquad (A.19)$$

substituyendo (A.18), en (A.17), se obtiene

$$\langle f, y_t \rangle = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b) |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t' - t) \psi\left(\frac{t' - b}{a}\right) dt' \frac{da \ db}{a^2}, \tag{A.20}$$

de aquí obtenemos la fórmula de reconstrucción

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da \ db}{a^2},\tag{A.21}$$

#### A.3.1.2. Transformada wavelet discreta

Para wavelets discretas los parámetros de escala y traslación son elegidos tal que en el nivel m la wavelet  $a_0^m \psi(a_0^{-m}t)$ , es  $a_0^m$  veces el ancho de  $\psi(t)$ . Esto significa que el parámetro de escala es  $a = a_0^m$  :  $m \in \mathbb{Z}$  y el parámetro de traslación  $b = kb_0a_0^m$  :  $m, k \in \mathbb{Z}$ . Por lo tanto la familia de wavelets está dada por

$$\psi_{m,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \,\psi(a_0^{-m}t - kb_0). \tag{A.22}$$

A partir de estas consideraciones se formula la definición de la transformada discreta, que se da a continuación. **Definición 4** [Transformada wavelet discreta] La transformada wavelet discreta, se obtiene de la restricción de que a, b son solamente valores discretos  $a = a_0^m$ ,  $b = kb_0a_0^m$ , donde  $a_0 > 1$ ,  $b_0 > 0$  son valores fijos. Dada una función  $f \in L^2(\mathbb{R})$  su transformada wavelet discreta se define como

$$W_f[m,k] = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \ \psi\left(\frac{t}{a_0^m} - kb_0\right) dt; \qquad m, k \in \mathbb{Z}$$

donde  $\psi$  es una wavelet madre.

Para recuperar f(t) de los coeficientes  $W_f[m, k]$  debe existir la siguiente condición de estabilidad,

$$A||f(t)||^{2} \leq \frac{2}{A+B} \sum_{m} \sum_{k} |W_{f}[m,k]|^{2} \leq B||f(t)||^{2}$$
(A.23)

es decir, que la norma al cuadrado de la señal original está acotada por arriba y por abajo para A > 0 y  $B < \infty$  para todas las señales f(t) en  $L^2(\mathbb{R})$ . Entonces la fórmula de reconstrucción está determinada por

$$f(t) \approx \frac{2}{A+B} \sum_{m} \sum_{k} W_f[m,k] \ \psi_{m,k}(t),$$
 (A.24)

entre más cercanos sean los valores de A y B más aproximada será la reconstrucción. Cuando A = B = 1 la familia de *wavelets* es ortonormal.

## Apéndice B Publicaciones

El trabajo de investigación, reportado en esta tesis doctoral, fue publicado y en su caso presentado en 3 productos de investigación con arbitraje estricto a doble ciego. Una breve descripción de la contribución en cada caso, es la siguiente:

- Artículo en revista JCR. Este estudio propone un sistema de interacción cerebrorobot-computadora para diagnóstico y neurorrehabilitación en pacientes con movilidad reducida, combinando inmersión virtual activa y bioretroalimentación. Utiliza un dispositivo háptico y un control cartesiano basado en modos deslizantes para guiar el movimiento según un protocolo clínico. Los experimentos con un paciente con Guillain-Barré muestran la efectividad del método, validada mediante un electroencefalograma [123].
- Artículo en revista indexada y de divulgación. Este trabajo propone un método de fisioterapia asistida con robots para modular los parámetros articulares de la marcha bípeda en cadera y rodilla. Se utiliza una aproximación polinomial para ajustar las trayectorias de referencia, basadas en el esfuerzo o intención del paciente. La validación se realiza en simulación con un sistema inspirado en el Robot Lokomat, demostrando un control preciso del patrón de marcha [88].
- Artículo en proceedings de conferencia IEEE. En este trabajo se muestra un esquema BCI que procesa señales EEG para detectar intención motora y controlar un robot manipulador de 2 GDL. Se usa análisis wavelet y un control PID adaptable para estabilizar el sistema [2].

**Regular** Article



## A technological proposal for a robot brain computer interface for neurorehabilitation purposes

Jesus Garcia-Blancas<sup>1,2,a</sup>, Omar A. Dominguez-Ramirez<sup>1,b</sup>, Erika E. Rodriguez-Torres<sup>1,c</sup>, Juan D. Ramirez-Zamora<sup>1,d</sup>, and Edwin Rodriguez-Hernandez<sup>1,e</sup>

<sup>1</sup> Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Pachuca de Soto, Mexico

 $^2\,$  Tecnológico Nacional de México, ITS del Oriente del Estado de Hidalgo, Apan, Mexico

Received 25 October 2024 / Accepted 27 December 2024 © The Author(s), under exclusive licence to EDP Sciences, Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2025

**Abstract** Robotic assistance systems and exergaming represent a technological alternative for the diagnosis and physical rehabilitation of a specific type of patient. Various studies reported in the literature demonstrate the success of interactive systems with robots and virtual reality. This article proposes a method based on active virtual immersion and biofeedback to enhance diagnosis and rehabilitation in patients with limited physical activity. A human–robot physical interaction system is proposed using a haptic device interaction with a dynamic virtual environment. The proposed method establishes criteria for active virtual exploration and passive haptic guidance. To achieve this, a novel Cartesian control strategy based on sliding mode theory is proposed. Motion planning is based on a clinical protocol, ensuring the tracking of the target trajectory and convergence in finite time using a time-based generator. Experiments on a patient with Guillain–Barré syndrome are presented, where an electroencephalogram verifies a condition of effort and concentration with the aim of influencing changes in the movement setpoint in the interaction system.

#### 1 Introduction

Robotic-assisted rehabilitation systems are increasingly used medical treatment tools, particularly for patients whose illnesses affect their bodily movement. These systems utilize robots and mechanical devices to guide and assist patients in specific exercises, aiming to enhance their functional abilities. One of the key benefits of these systems is the provision of greater precision and control in exercise execution, leading to improved recovery efficacy. The ability to adapt the robotic system's operation with the patient in the control loop creates an opportunity to tailor treatment to individual needs, ensuring greater safety and effectiveness [1, 2]; however; there is no biofeedback that allows establishing the ideal condition of the clinical protocol with a movement task; just as the exploration phase is not established as the learning test. Brain-Computer-Robot Interface (BCRI) systems enable individuals to control external devices based on the processing of signals associated with brain activity; or, to make decisions for instant changes through biofeedback. These systems leverage the brain's ability to generate electrical signals that can be recorded and analyzed. By measuring these signals, BCRI systems can identify specific patterns and utilize them to control external devices, such as a robotic prosthesis [3, 4]. In [5], a virtual reality system with two cooperative haptic devices is presented for simulating a pinch motion, intended for the recovery of fine motor function in upper limbs. Neurorrehabilitation has emerged as a crucial area of research and technological development for enhancing the quality of life of individuals affected by various neurological conditions, such as Guillain–Barré syndrome [6]. Guillain–Barré syndrome is an autoimmune disease that affects the peripheral nervous system, potentially causing significant motor impairments in those affected [7, 8]. Upper limb neurorehabilitation for patients with Guillain-Barré syndrome is a constantly evolving field that has seen

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup>e-mail: jgarcia@itesa.edu.mx

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup>e-mail: omar@uaeh.edu.mx (corresponding author)

<sup>&</sup>lt;sup>c</sup>e-mail: erikart@uaeh.edu.mx

<sup>&</sup>lt;sup>d</sup>e-mail: juandaniel\_ramirez@uaeh.edu.mx

<sup>&</sup>lt;sup>e</sup>e-mail: ro502288@uaeh.edu.mx



DESDE 2013 https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/issue/archive Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI



Publicación Semestral Pädi Vol. 10 No. Especial 3 (2022) 134-140

#### Adaptabilidad en la tarea de control de exoesqueleto bípedo para fisioterapia asistida Adaptability in a bipedal exoskeleton control task for assisted physiotherapy

J. García-Blancas<sup>1</sup>, O. A. Domínguez-Ramírez<sup>1</sup>, E. E. Rodríguez-Torres<sup>1</sup>, L. E. Ramos-Velasco<sup>1</sup>

<sup>a</sup>Área Académica de Computación y Electrónica, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.
 <sup>b</sup>Área Académica de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.
 <sup>c</sup>Departamento de Ingeniería Aeronáutica, Universidad Politécnica Metropolitana de Hidalgo, 43860, Tolcayuca, Hidalgo, México.

#### Resumen

La fisioterapia asistida con robots, representa una de las mejores alternativas de tratamiento debido a la precisión y adaptabilidad no sólo en las fuerzas de interacción humano-robot, también en la modulación de amplitud y frecuencia de las trayectorias de referencia. En este artículo, se establece un principio de modulación de los parámetros articulares del ciclo de marcha bípeda, sobre el plano sagital, y particularmente centrado en estructuras óseas de cadera y rodilla. Una de las contribuciones responde a un ajuste polinomial a la curva descrita por la función articular de la estructura durante el ciclo de marcha originalmente definidos en porcentaje del ciclo. La fuente de modulación es establecida a partir del esfuerzo o la intención. El sistema robótico empleado en la simulación es inspirado en el Robot Lokomat en lazo cerrado con un control PD plus.

El objetivo principal del trabajo se contextualiza en caracterizar el desempeño articular de la cadera y rodilla de ambas extremidades inferiores durante el ciclo de marcha, mediante la aproximación polinómica de la función articular de dichas referencias. La curva característica sirve como referencia para el control automático de un sistema robótico de asistencia fisioterapéutica. Se muestra evidencia del seguimiento del controlador y de la síntesis del patrón de marcha normal.

Palabras Clave: Ciclo de marcha bípeda, robótica asistencial, Adaptabilidad en la tarea, Bio-instrumentación.

#### Abstract

Robot-assisted physiotherapy represents one of the best treatment alternatives due to the precision and adaptability not only in the human-robot interaction forces, but also in the amplitude and frequency modulation of the reference trajectories. In this article, a principle of modulation of the joint parameters of the bipedal gait cycle is established, on the sagittal plane, and particularly focused on bone structures of the hip and knee. One of the contributions responds to a polynomial adjustment to the curve described by the joint function of the structure during the gait cycle, originally defined as a percentage of the cycle. The source of modulation is established from effort or intention. The robotic system used in the simulation is inspired by the Lokomat Robot in closed loop with PD plus control.

The main objective of the work is characterized the joint performance of the hip and knee of both lower extremities during the gait cycle, through the polynomial approximation of the joint function of said references. The characteristic curve serves as a reference for the automatic control of a robotic physical therapy assistance system. Evidence of controller tracking and normal gait pattern synthesis is shown.

Keywords: Bipedal gait cycle, Assistive robotics, Adaptability in the task, Bio-instrumentation.

#### 1. Introducción

La marcha humana es el resultado de la compleja interacción entre varios subsistemas: neuromuscular, músculotendinoso y osteoarticular, que trabajan coordinadamente para generar la dinámica corporal necesaria para el desplazamiento bípedo. En la rutina clínica, el estudio de la marcha es la base para la identificación de trastornos patológicos, facilitando su diagnóstico, tratamiento y seguimiento. Tradicionalmente, este análisis determina el conjunto de patrones que describen la dinámica del sistema. Sin embargo, este análisis es insuficiente para evaluar algunos movimientos, sobre todo para los estudios

**Historial del manuscrito:** recibido el 15/04/2022, última versión-revisada recibida el 03/06/2022, aceptado el 02/08/2022, publicado el 31/08/2022. **DOI:** https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial3.9014



<sup>\*</sup>Autor para correspondencia: omar@uaeh.edu.mx

**Correo electrónico**: ga320382@uaeh.edu.mx (Jesús García-Blancas), omar@uaeh.edu.mx (Omar Arturo Arturo Domínguez-Ramírez), erikart@uaeh.edu.mx (Erika Elizabeth Rodríguez-Torres), Iramos@upmh.edu.mx (Luis Enrique Ramos-Velasco).

### Extraction of features of kinesthetic activities in the upper limb from EEG recordings based on sub-band analysis with wavelet transform for the control of robotic assistance systems

Jesus Garcia-Blancas<sup>1,2</sup>, Omar A. Dominguez-Ramirez<sup>1,\*</sup>, Erika E. Rodriguez-Torres<sup>3</sup>, Luis E. Ramos-Velasco<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Autonomous University of the Hidalgo State, UAEH Academic Area of Computing and Electronics <sup>2</sup>Higher Technological Institute of the East of the State of Hidalgo, ITESA Hidalgo, Mexico Email: jgarcia@itesa.edu.mx, omar@uaeh.edu.mx

Abstract-In the literature, findings of movement and force control of non-intrusive robotic assistance systems have been reported, based on the processing of electroencephalogram (EEG) recordings and the conditioning of the control strategy. However, the collection of signals in the cerebral cortex may not represent the set point defined in the cerebellum, particularly in post-cerebral stroke patients. The present study reports a new proposal inspired by human intention of a gross motor action assisted by a robotic platform. For this, a BCI (Brain-Computer Interface) system is used, based on the instrumentation of EEG signals, specifically from the cerebral cortex, and its digital processing using wavelet multiresolution analysis for the detection of features associated with real and imagined kinesthetic tasks, such as: upper limb movement and manipulation of objects. The main result is associated with the position control of a direct current motor and the motion control of a 2 DOF manipulator robot, with a high performance adaptive wavenet PID control for stabilization of non-linear MIMO (Multiple Inputs Multiple Outputs) systems.

Index Terms-Human-Robot Interaction, Brain Computer-Interface, Multiresolution Analysis, PID Wavenet Control

#### I. INTRODUCTION

A BCI system acquires and analyzes the EEG signal (electroencephalogram recordings) in order to provide a direct communication and control system between the brain and the computer. Some research has focused on the control of motorized wheelchairs that allow moving people with a motor disability, in particular with spinal cord injury. The control is achieved by means of an electronic module that has the ability to direct the chair by tilting the head detected by an accelerometer [1]. The independence of people with severe motor disabilities represents an important step through the use of BCI systems, taking advantage of the benefits of the internet of things, to perform complex tasks without a large workload [2]. People with motor disabilities cannot access these simple

\*Corresponding author

and Jose F. Martinez-Lendech<sup>2</sup> <sup>3</sup>Autonomous University of the Hidalgo State, UAEH Academic Area of Mathematics and Physics <sup>4</sup>Metropolitan Polytechnic University of Hidalgo, UPMH Aeronautical Engineering Department Hidalgo, Mexico Email: erikart@uaeh.edu.mx, lramos@upmh.edu.mx

interfaces due to their inability to direct the movement of their body to perform certain tasks such as pressing a key or button on the device, for these people, the use of a Eye Gesture Communication (EGCS) is of great importance, as it gives them the opportunity to convey their needs to other people through the movement of their eyes [3]. With the increase in cases and complexity of movement disorders, new rehabilitation paradigms have been proposed addressing the plasticity of the brain to recover motor function, proposals for hybrid BCI systems with Virtual Reality (VR) systems that combine training that are custom made engine with virtual environment [4].

The BCI offers solutions for those with a neuromuscular disorder. In fact, it provides a new communication channel to control external devices. The precision of the classification of parameters is essential for the performance of the systems, the selection of the specific frequency bands of each cortical area also provides an important improvement, for this, methods such as Welch's are used for the estimation of Spectral Density of Power (PSD) has been used for feature extraction followed by two different classification methods Linear Discriminant Analysis (LDA) and Quadratic Discriminant Analysis (QDA) in order to achieve good performance [5]. The LDA has been widely adopted to classify Event Related Potential (ERP) in BCI systems. Good ERP-based BCI classification performance generally requires sufficient data records for effective LDA classifier training and therefore lengthy system calibration time which, however, can reduce the viability of the system and cause users resist the BCI system, with the use of Spatio-Temporal Discriminant Analysis (STDA) it is sought to maximize the discriminant information between the target and non-target classes by searching for two projection matrices of spatial and temporal dimensions in collaboration, which which effectively reduces the dimensionality of the feature in discriminant analysis, and thus significantly decreases the
## Apéndice C Análisis antiplagió

Un análisis antiplagio en una tesis es de suma importancia. Este proceso garantiza la integridad académica y la originalidad del trabajo de investigación. Al realizar un análisis exhaustivo, se verifica si existen partes del texto que han sido copiadas o parafraseadas sin citar adecuadamente las fuentes. Esto no solo salvaguarda la reputación del autor, sino que también demuestra la rigurosidad y el compromiso con la producción de conocimiento genuino. Además, el análisis antiplagio ayuda a fomentar la honestidad intelectual y fortalece la confianza en el ámbito académico, asegurando que cada aportación sea única y valiosa. En el presente apéndice, se adjunta el certificado del análisis antiplagio realizado a este documento con la herramienta Çompilatio"(https://www.compilatio.net/es).



## Fuentes principales detectadas

N°		Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales	5
1 (	8	users.exa.unicen.edu.ar https://users.exa.unicen.edu.ar/catedras/escuelapav/cursos/wavelets/apunte.pdf 9 fuentes similares	2%		û Palabras idénticas	: <b>2%</b> (852 palabras)
2	8	hdl.handle.net   Análisis de señales mediante STFT y Wavelet : aplicación a defect. http://hdl.handle.net/10016/10849 8 fuentes similares	< 1%		D Palabras idénticas:	< (337 1% palabras)
3	8	hdl.handle.net   Una introducción a los wavelets complejos y filtrado de señales http://hdl.handle.net/11349/23721 3 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas:	< (278 1% palabras)
4 (	0	<b>repositorio.unicauca.edu.co</b> http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/2138/Simulación de filt <b></b>	< 1%		D Palabras idénticas:	< (153 1% palabras)
5 (	0	www.scielo.org.co http://www.scielo.org.co/pdf/med/v18n2/v18n2a05.pdf 1 fuente similar	< 1%		Delabras Palabras idénticas:	< (107 1% palabras)

## Fuentes con similitudes fortuitas

N°		Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	0	<b>dx.doi.org</b>   Estudio comparativo de controladores PID WaveNet-IIR aplicado a un http://dx.doi.org/10.29057/icbi.v10iespecial5.10067	· < 1%		🖒 Palabras idénticas: < 1% (30 palabras)
2	0	<b>dx.doi.org</b>   La robótica en México http://dx.doi.org/10.29057/icbi.v10iespecial5.10199	< 1%		🖒 Palabras idénticas: < 1% (37 palabras)
3	0	pmc.ncbi.nlm.nih.gov   Lock https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC8433803/	< 1%		🛍 Palabras idénticas: < 1% (28 palabras)
4	0	<pre>pubmed.ncbi.nlm.nih.gov   Effectiveness of Virtual Reality in Children With Cere https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/29088476/</pre>	< 1%		🗓 Palabras idénticas: < 1% (30 palabras)
5	Ø	dspace.ups.edu.ec   Aplicación de la Transformada Wavelet y el Método Level Set. http://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/1926/12/UPS-CT002363.pdf			🖒 Palabras idénticas: < 1% (32 palabras)

Fuentes ignoradas Estas fuentes han sido retiradas del cálculo del porcentaje de similitud por el propietario del documento.

N°		Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales	
1	0	<b>doi.org</b>   Adaptabilidad en la tarea de control de exoesqueleto bípedo para fisiote. https://doi.org/10.29057/icbi.v10iespecial3.9014			🖒 Palabras idénticas: 2% (	1001 palabras)
2	0	www.uaeh.edu.mx https://www.uaeh.edu.mx/investigacion/productos/8369/icmeae2021-jesusgarciaetal_1pdf	2%		🖒 Palabras idénticas: 2% (	809 palabras)
3	; <b>0</b> ;	Tesis_JD_Doctoradopdf   Tesis_JD_Doctorado _ #c4a222 ♥ El documento proviene de mi grupo	2%		n Palabras idénticas: 2% (	1025 palabras)
4	0	link.springer.com https://link.springer.com/article/10.1140/epjs/s11734-024-01463-1	< 1%		Palabras < Didénticas: 1%	(399 palabras)
5	Ø	<b>doi.org</b> https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-024-01463-1	< 1%		Palabras < idénticas: 1%	(399 palabras)
6	0	<b>repository.uaeh.edu.mx</b>   Adaptabilidad en la tarea de control de exoesqueleto https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/article/view/9014	< 1%		Palabras < Didénticas: 1%	(356 palabras)
7	$\Theta$	xplorestaging.ieee.org   Table of Contents http://xplorestaging.ieee.org/ielx7/9896416/9896417/09896441.pdf?arnumber=9896441	< 1%		Ĉ⊃ Palabras idénticas: < 1%	(48 palabras)

N°		Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
8	8	doi.org   Editorial https://doi.org/10.29057/icbi.v12i23.13259	< 1%		🛱 Palabras idénticas: < 1% (27 palabras)
9	0	repository.uaeh.edu.mx   Control Proporcional Multiresolución para un Robot d. https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/article/download/4395/6534	··· < 1%		🛱 Palabras idénticas: < 1% (24 palabras)
10	0	<b>scholar.google.com</b>   Almas Shintemirov - Google Scholar https://scholar.google.com/citations?user=D7WWMgEAAAAJ&hl=en	< 1%		🖒 Palabras idénticas: < 1% (25 palabras)

## Fuentes mencionadas (sin similitudes detectadas) Estas fuentes han sido citadas en el documento sin encontrar similitudes.

1 🕅 https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial3.9014

2 🕅 https://doi.org/10.1109/ICMEAE55138.2021.00023