

### UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

Área Académica de Matemáticas y Física

### ESFUERZO DE CEDENCIA EN FLUIDOS MAGNETO-REOLÓGICOS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

### LICENCIADO EN FÍSICA Y TECNOLOGÍA AVANZADA



### Agradecimientos

A mi madre Rita Julia Molina Gutiérrez persona a quien más amo en este mundo y a quien debo todo lo que soy. A mis hermanas Erika y Lilia por estar presentes a lo largo de toda mi vida, a los pequeños Diego y Erick, a Hector, a mi padre.

Al doctor Fernando Donado Pérez por su completo apoyo en la elaboración de éste trabajo, por su consejo, guía y amistad brindados en los últimos seis años.

A los doctores José Antonio Santiago García, Jaime Hernández Sánchez, Pedro Miranda Romagnoli, Carlos Arturo Soto Campos, Roberto Noriega Papaqui, Rodrigo Delgadillo Blando, por el invaluable conocimiento que me comunicaron cada uno en diferentes áreas y en diferentes etapas.

A los doctores Jaime Guerrero Paz, Javier Castro Rosas, Arturo Criollo Pérez por su análisis crítico que permitió el enriquecimiento de éste trabajo.

A Alejandro y Yoxipili por su cariño y cuidado.

A mis compañeros y amigos, con quienes he iniciado éste andar y a los que aprecio profundamente, Juan Carlos, Yair, Jorge, Javier, ustedes saben por lo que hemos pasado.

Al proyecto CONACYT, Convenio 80629, Beca a Estudiante, por otorgar el sustento económico necesario para elaborar éste trabajo.

	—·	— · -			• ••	<u> </u>	• —	<u> </u>	• — • •		••••	· — —		··	• –	· — ·	••-		- · —	<u> </u>	· — —	- — ·
•••-		<u> </u>	• ••	<u> </u>		_ · _	· · · _	• –			_ • • -		_ ·	_···		_	••••				· — ·	• — • • •
$\cdot - \cdot$	_		•	•••	$\cdot - \cdot$	<u> </u>	• — • •	•	— ·	•• -			<u> </u>		_	— · -	- <b>·</b> -		- <b>-</b> ·	••-	_··	·
_ · ·	_ ·	• —	_ •	•• —	•• –		•••	· _ ·	— · –	- · ·	••••	· — -	_ • _	- <b>- ·</b>	· _ ·	• –	• — •		··	•••-		··
_	— • •		•	_ •	· — • -			· _ ·	— · –	- <b>·</b> —	•••-			• •-	•	••	_ • •	-		••	•	- • • — •
<u> </u>	_	• — •	••—			<u> </u>			_ • _		• — -	_ • • •	_ • -	-••-	- •-	_ • • •		<u> </u>	• _	— • •	•	

#### Resumen

Se estudió teórica y experimentalmente el esfuerzo de cedencia en fluidos magneto-reológicos (MR). Se usó un reómetro rotacional con geometría plato-plato en modo de esfuerzo controlado y manteniendo la temperatura constante a 20°C. Se realizaron estudios en muestras diluidas de fluido MR a base de magnetita mineral y aceite tipo Dexron. Se sometió a la muestra a varias condiciones de campo constante en dirección vertical, campo alternante (que se considera como perturbación) en la dirección horizontal, rugosidad de los platos del reómetro, esfuerzo cortante, concentración de partículas y separación entre platos. Se midió el esfuerzo de cedencia dinámico y el esfuerzo de cedencia estático. Se encontró que la presencia de la perturbación aumenta los valores medidos del esfuerzo de cedencia tanto el estático como el dinámico. A nivel teórico se construyó un modelo basado en la distribución de la longitud de las cadenas que explica el comportamiento del esfuerzo de cedencia estático. La definición de una concentración efectiva puede describir cambios en la longitud promedio de agregados estudiados previamente y explicar parcialmente el comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de perturbaciones. Participación en eventos.

- 1. XV Congreso de la División de Fluidos y Plasmas con el trabajo titulado "Viscosidad efectiva, modulo de cesión y agregación de partículas en una dispersión magneto-reológica diluida expuesta a un campo magnético oscilatorio". Acapulco, México, octubre de 2009.
- 2. 1<sup>er</sup> Congreso Nacional de Ciencia e Ingeniería en Materiales con el trabajo titulado "Módulo de cedencia en dispersiones magneto-reológicas". Puebla, México, febrero de 2010.

## Contenido

R	Resumen 2						
C	onter	nido		5			
In	trod	ucción		16			
1	Ant	eceder	ntes	19			
	1.1	Dinán	nica de fluidos complejos	19			
		1.1.1	Caracterización fundamental de los fluidos	19			
		1.1.2	Viscoelasticidad	23			
	1.2	Fluide	os magneto-reológicos, reseña histórica	28			
		1.2.1	Origen del estudio de fluidos MR	28			
		1.2.2	Esfuerzo de cedencia en fluidos MR	29			
		1.2.3	Agregación lateral	32			
		1.2.4	Longitud promedio de los agregados	34			
	1.3	Tecno	logía para el análisis de los fluidos	35			
<b>2</b>	Des	cripcio	ón del equipo experimental	38			
	2.1	Sisten	na de reometría	38			
		2.1.1	Reómetro	38			
		2.1.2	Geometrías	40			
		2.1.3	Control de temperatura Peltier	42			
	2.2	Gener	ación de los campos magnéticos	43			
		2.2.1	Campo constante	43			
		2.2.2	Campo oscilatorio	45			
		2.2.3	Control de campos magnéticos	47			
	2.3	Prepa	ración de las muestras de fluido MR y el procedimiento para la				
		obtene	ción de los reogramas	49			
		2.3.1	Fluido MR a base de magnetita mineral	49			
		2.3.2	Procedimiento para la obtención de reogramas	49			

3	Res	ultado	os experimentales	51
	3.1	Surgin	niento y medición del esfuerzo de cedencia	53
		3.1.1	Fluido MR en ausencia de campo magnético	53
		3.1.2	Comportamiento del fluido MR en presencia de un campo	
			magnético constante	54
		3.1.3	Medición del esfuerzo de cedencia	55
	3.2	Esfuer	rzo de cedencia contra campo constante	57
	3.3	Esfuer	rzo de cedencia en fluidos $\stackrel{1}{\mathrm{MR}}$ bajo perturbaciones	59
		3.3.1	Dependencia con la amplitud de los campos: razón entre los	
			campos fija	59
		3.3.2	Dependencia con la frecuencia del campo de perturbación	60
		3.3.3	Esfuerzo de cedencia contra amplitud de la perturbación	63
	3.4	Esfuer	rzo de cedencia en Fluidos MR sometidos previamente un pro-	
		grama	a de esfuerzo cortante $\ldots$	65
		3.4.1	Fluido MR expuesto a ciclos de esfuerzos previamente a la	
			medición del esfuerzo de cedencia	66
		3.4.2	Fluido MR expuesto a una rapidez de corte constante previo	
			a la medición del esfuerzo de cedencia	68
	3.5	Esfuer	rzo de cedencia en una geometría con paredes rugosas	76
		3.5.1	Esfuerzo de cedencia como función de la intensidad de los	
			campos: estudio cuando la razón entre ellos es constante	77
		3.5.2	Esfuerzo de cedencia como función de la frecuencia de pertur-	
			bación	79
		3.5.3	Esfuerzo de cedencia como función de la amplitud de la per-	
		0 <b>-</b> (	turbación	81
	0.0	3.5.4	Estuerzo de cedencia en fluidos MR con preacondicionamiento	84
	3.6	Estuer	rzo de cedencia como función de la concentración de particulas .	90
	3.7	Estuer	rzo de cedencia con diferentes separaciones entre placas	91
	3.8	Estuer	rzo de cedencia considerando todas las interacciones	93
	3.9	Exper	Imentos adicionales	95
		3.9.1	Deformación del reograma del nuido MR en el caso de placas	05
		202	con paredes rugosas	90
		5.9.2	exposición del nutro MR a ciclos de apagado-encendido del	06
				90
4	Aná	álisis te	eórico	98
	4.1	Esfuer	zo de cedencia en función de la densidad superficial de cadenas	
		y la fu	ıerza de restauración	98
		4.1.1	Densidad superficial de cadenas	99
		4.1.2	Fuerza de restauración en la cadena	101
	4.2	Esfuer	rzo de cedencia en función del campo efectivo	103

4.3	Compo	ortamiento teórico del esfuerzo de cedencia	104
	4.3.1	Esfuerzo de cedencia en función del campo constante $\ldots$ .	104
	4.3.2	Esfuerzo de cedencia en función de la intensidad de los campos:	
		caso donde se mantiene la razón entre ellos constante $\ . \ . \ .$	107
	4.3.3	Esfuerzo de cedencia en función de la amplitud del campo de	
		perturbación	108
	4.3.4	Esfuerzo de cedencia en función de la frecuencia del campo de	100
		perturbación	109
	4.3.5	Estuerzo de cedencia en función de la concentración	111
	4.3.6	Estuerzo de cedencia en funcion de la viscosidad del líquido	110
	497	Soporte	112
	4.3.7	Esfuerzo de cedencia en funcion del tiempo de aplicación de	110
	190	Tos campos	114
4.4	4.5.8 Modify	Estuerzo de cedencia en funcion de la separación de las placas	114
4.4	nerturl	bación	115
	4 4 1	Concentración efectiva de partículas cuando está presente el	110
	1. 1. 1	campo de perturbación	116
	4.4.2	Longitud promedio en función de la concentración efectiva	118
	4.4.3	Longitud promedio en función del campo constante y de per-	
		turbación	118
Conclu		- compart or ica	101
Conclu	siones	y comentarios	141
Bibliog	rafía		124

# Índice de figuras

1.1	Representación esquemática de la deformación de un fluido en presencia	
	de un esfuerzo	20
1.2	Comportamiento reológico de los fluidos [14].	22
1.3	Obtención del esfuerzo de cedencia dinámico por extrapolación de la curva	
	de flujo [14]	24
1.4	Obtención del esfuerzo de cedencia por medio de la viscosidad aparente y	
	al infinito [14]	24
1.5	Interpretación del esfuerzo de cedencia de acuerdo a su obtención [14]	25
1.6	Esquema de los modelos para el estudio de la viscoelasticidad equivalentes	
	a la Ley de Hooke [14]. a)Modelo de Maxwell. b)Modelo de Kelvin	26
1.7	Representación pictórica de la deformación oscilatoria, que sufre un fluido	
	encerrado entre dos placas en movimiento [14]	27
1.8	Representación de las fuerzas de restauración y magnética	31
1.9	Agregación con campo constante.	34
1.10	Agregación con campo constante y campo de perturbación	34
1.11	Esquema fundamental del flujo en un reómetro tipo tubo [14]	35
1.12	Esquema fundamental del flujo en un reómetro tipo rotacional [14]	35
1.13	Geometrías utilizadas en los reómetros tipo rotacional. a)Geometría cono-	
	plato, b)Geometría plato-plato y c)Geometría de cilíndros concéntricos [14].	36
2.1	Vista frontal de reómetro secciones principales señaladas. a)Base. b)Plato	
	fijo. c)Cavidad hueca con Peltier. d)Mecanismo que controla la rotación	
	de la placa. e)Aditamento en el que se coloca la placa rotante. f)Control	
	manual para controlar el ascenso de la placa rotante	39
2.2	Vista posterior de reómetro con las secciones principales señaladas. a)Puerto	
	serial que comunica al mecanismo de rotación. b)Puerto serial que comu-	
	nica al mecanismo de ascenso. c)Puerto paralelo que comunica con el	
	Peltier. d)Suministro de aire	39
2.3	Fotografía del aditamento rotante que crea la deformación sobre el fluido	
	y que constituye la mitad superior de la geometría de medición a usar	41

2.4	Fotografía del plato fijo sobre el que se deforma el fluido y que constituye	
	la mitad inferior de la geometría de medición a usar. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	41
2.5	Fotografía del plato rotante con rugosidad	41
2.6	Fotografía del plato fijo con rugosidad	41
2.7	Fotografía del mecanismo encargado del control del Peltier	42
2.8	Fotografía del sistema encargado del enfriamiento del Peltier	42
2.9	Fotografía del embobinado solenoidal	44
2.10	Relación campo generado contra corriente utilizada	44
2.11	Fotografía del embobinado Helmholtz	46
2.12	Relación campo generado contra voltaje utilizado	46
2.13	Fotografías del sistema completo que permitió el análisis del fluido MR	48
$3.1 \\ 3.2$	Reogramas. a)Líquido soporte con micropartículas. b)Líquido soporte a)Reograma en ausencia de campo. Reogramas a diversos valores de	53
	campo. b) 76.4 G, c) 91.6 G, d) 114.6 G, e) 152.7 G, f) 183.3 G. $\ . \ . \ . \ .$	54
3.3	Candidatos a esfuerzo de cedencia. a)Fluido con campo constante 183.3	
	G. b)Fluido con campo constante 106.9 G	55
3.4	Identificación del esfuerzo de cedencia para el fluido expuesto a campo	
	constante de 259.6 G	56
3.5	Cambio aparente del esfuerzo de cedencia del reograma a), comparado	
	al obtenido en la figura 3.4, sólo al cambiar la escala de medición, para	<b>.</b>
	introducir el reograma b) a campo constante de 114.6 G	56
3.6	Obtención del estuerzo de cedencia estático.	57
3.7	Representación del esfuerzo de cedencia dinámico. Campos constantes	
	a diversas magnitudes. a)137.5 G, b)106.9 G, c)91.6 G	57
3.8	Comportamiento del esfuerzo de cedencia con campo constante. a)Esfuerzo	
	de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.	58
3.9	Datos y ajuste obtenidos al medir el esfuerzo de cedencia estático	
	cuando el fluido es sometido a la presencia del a) campo constante y	
	b) campo constante y de perturbación con relación al 14.5%	60
3.10	Datos y ajuste obtenidos al medir el esfuerzo de cedencia dinámico	
	cuando el fluido es sometido a la presencia del b) campo constante y	
	a) campo constante y de perturbación con relación al 14.5%	60
3.11	Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la frecuencia de la perturbación.	
	Se ha mantenido el campo constante a 91.6 G y una amplitud en el	
	campo de perturbación de 18.8 G. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala	
	izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha	61
3.12	Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la frecuencia de la perturbación.	
	Se ha mantenido el campo constante en 99.3 G y una amplitud en el	
	campo de perturbación de 16.4 G. a) Esfuerzo de ce dencia estático, escala	
	izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha	62

- 3.13 Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la frecuencia de la perturbación. Se ha mantenido el campo constante en 152.7 G y una amplitud en el campo de perturbación de 16.4 G. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha.

63

- 3.16 a)Esfuerzo de cedencia estático medido luego de la primer rampa de esfuerzo, en ausencia de campo oscilatorio. Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático obtenidos durante la aplicación de rampas de esfuerzo, con campo oscilatorio. b)Al aplicar una rampa de esfuerzos. c)Al aplicar una segunda rampa de esfuerzos. d)Al aplicar una tercer rampa de esfuerzos. Campo constante a 91.6 G. . . . . . . . 66
- 3.17 a)Esfuerzo de cedencia estático medido luego de la primer rampa de esfuerzo, en ausencia de campo oscilatorio. Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático obtenidos durante la aplicación de rampas de esfuerzo con campo oscilatorio. b)Al aplicar una rampa de esfuerzos. c)Al aplicar una segunda rampa de esfuerzos. d)Al aplicar una tercer rampa de esfuerzos. Campo constante a 106.9 G. . . . . . . . 66
- 3.19 a)Esfuerzo de cedencia dinámico medido luego de la primer rampa de esfuerzo, en ausencia de campo oscilatorio. Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático obtenidos durante la aplicación de rampas de esfuerzo, con campo oscilatorio. b)Al aplicar una tercer rampa de esfuerzos. c)Al aplicar una segunda rampa de esfuerzos. d)Al aplicar una rampa de esfuerzos. Campo constante a 106.9 G. . . . . . . . 67

3.20	Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia estático obtenido al variar la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a	
	91.6 G	69
3.21	Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia estático obtenido al variar la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a	co
2 22		69
3.22	la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a	
	91.6 G	70
3.23	Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia dinámico obtenido al variar la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte	
	previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a	70
3.94	Datos y ajusto del esfuerzo de codencia, al compararle con la frecuencia	10
0.24	de la perturbación luego del modo de corte previo. Campo constante a	
	91.6 G. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha	71
3.25	Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático. a)Sin modo de corte	70
3.26	Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia dinámico. a)Sin modo de	12
2.97	corte previo. b)Con modo de corte previo	72
3.21	Datos y ajuste del esideizo de cedencia estatico al variar el corte provio a)Campo constanto a $106.9$ C b)Campo constanto a $91.6$ C	74
3.28	Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia dinámico al variar el corte 106.0  G h)Campo constante a 91.0 G.	74
2 20	previo. a)Campo constante a 100.9 G. b)Campo constante a 91.0 G	74
5.29	Datos y ajuste del estuerzo de cedencia estatico al variar el tiempo del corto provio, a)Campo constanto a $106.0$ C, b)Campo constanto	
	a 91 6 G	75
3.30	Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia dinámico al variar el tiempo	10
0.00	del corte previo. a)Campo constante a 106.9 G. b)Campo constante	
	a 91.6 G	75
3.31	Reogramas del fluido al analizar la rugosidad. a)Fluido con campo cons-	
	tante a 91.6 G sin rugosidad. b)Fluido con campo constante a 91.6 G	
	con rugosidad. c)Fluido con campo constante a 106.9 G sin rugosidad.	
	d) Fluido con campo constante a 106.9 G con rugo sidad	76

3.32	Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad en	
	diferentes condiciones de campos. a)Esfuerzo de cedencia estático sin per-	
	turbación. b)Esfuerzo de cedencia estático con perturbación. c)Esfuerzo	
	de cedencia dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico	
	con perturbación	78
3.33	Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad a dife-	
	rentes frecuencias del campo de perturbación. Campo constante a 91.6G.	
	a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación. b)Esfuerzo	
	de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia dinámico sin	
	perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico.	79
3.34	Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad en	
	diferentes frecuencias del campo de perturbación. Campo constante a	
	106.9 G. a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación.	
	b)Esfuerzo de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia	
	dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico.	80
3.35	Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad con	
	diferentes amplitudes del campo de perturbación. Campo constante a	
	91.6 G. a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación.	
	b)Esfuerzo de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia	
	dinámico sin perturbación, d)Esfuerzo de cedencia dinámico.	82
3.36	Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad con	
	diferentes amplitudes del campo de perturbación. Campo constante a	
	106.9 G. a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación.	
	b)Esfuerzo de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia	
	dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico.	83
3.37	Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia del modo de corte	
0.01	previo, campo constante, de perturbación y rugosidad. Esfuerzo de ce-	
	dencia estático: a)Sin modo de corte previo, b)Con modo de corte previo.	
	Esfuerzo de cedencia dinámico: c)Sin modo de corte previo d)Con modo	
	de corte previo	85
3.38	Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la rapidez del modo de	00
	corte previo. Están presentes campo constante de 91.6 G, perturbación y	
	rugosidad a)Esfuerzo de cedencia estático b)Esfuerzo de cedencia dinámico	86
3 39	Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la rapidez del modo de	00
0.00	corte previo. Están presentes campo constante de 106.9 G. perturbación y	
	rugosidad a)Esfuerzo de cedencia estático h)Esfuerzo de cedencia dinámico	87
3 40	Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar el tiempo de aplicación	01
0.10	del modo de corte previo. Están presentes campo constante de 01.6 C	
	perturbación y rugosidad a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de	
	cedencia dinámico	88
		00

3.41	Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar el tiempo de aplicación del modo de corte previo. Están presentes campo constante de 106.9 G, perturbación y rugosidad. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de	
	cedencia dinámico.	89
3.42	Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la concentración de	
	partículas. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.	91
3.43	Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la separación de las pla- cas que realizan la deformación. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo	
	de cedencia dinámico.	92
3.44	Reogramas del fluido MR sometido diferentes interacciones. a)Sin cam- pos magnéticos, puntos en azul. b)Con campo constante, puntos en beige. c)Con campo constante y de perturbación, puntos en amarillo. d)Con campo constante, de perturbación y corte previo, puntos en rosa. e)Con campo constante y rugosidad, puntos en morado. f)Con campo constante, de perturbación y rugosidad, puntos en verde. g)Con campo constante, de perturbación, corte previo y rugosidad, puntos en violeta. Campo cons- tante de 91.6 G. Campo de perturbación a 18.8 G y 4 Hz. Corte previo a	
2 15	$2 \text{ s}^{-1}$ por 120 s	93
5.40	2003 C, campo de perturbación a 203 C a 4 Hz y rugosidad	05
3.46	Reograma del fluido MR sometido a la presencia alternada del campo de perturbación. Presencia de campo constante secciones en <i>azul</i> . Presencia	55
	de campo constante y de perturbación secciones en <i>rojo</i>	97
4.1	<ul><li>a)Valores del esfuerzo de cedencia estático obtenidos experimentalmente.</li><li>b)Curva generada por el modelo teórico para el esfuerzo de cedencia.</li></ul>	105
4.2	Curva teórica para el esfuerzo de cedencia estático en función del a) campo constante, b) campo constante y de perturbación. Valores experimentales para el esfuerzo de cedencia estático en diversas condiciones. $H_c$ círculos en azul. $H_c$ , $H_p = 0.145H_c$ y $f_p = 4$ Hz rombos en rojo. $H_c$ , $H_p = 0.145H_c$ , $f_p = 4$ Hz y corte previo rombos en marrón. $H_c$ y rugosidad estrellas en morado. $H_c$ , $H_p = 0.145H_c$ , $f_p = 4$ Hz y rugosidad cruces en beige. $H_c$ , $H_p = 0.145H_c$ , $f_p = 4$ Hz, corte previo y rugosidad estrellas en azul	105
4.3	b) Curva generada teóricamente para el esfuerzo de cedencia en función de la amplitud del campo de perturbación. Valores experimentales para el esfuerzo de cedencia en diferentes condiciones. a) $H_c = 91.6 \text{ G y } f_p = 4$ Hz. c) $H_c = 91.6 \text{ G}, f_p = 4 \text{ Hz y rugosidad}.$	109

4.4	a)Curva generada por el modelo para el esfuerzo de cedencia en función
	de la frecuencia del campo de perturbación. Valores para el esfuerzo de
	cedencia obtenidos experimentalmente bajo diferentes condiciones. $H_c =$
	91.6 G y $H_p = 18.8$ G rombos en rojo. $H_c = 99.3$ G y $H_p = 16.4$ G círculos
	en azul. $H_c = 91.6 \text{ G}, H_p = 18.8 \text{ G},$ corte previo y rugosidad cruces en café.110
4.5	a)Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función de la concentración
	de micropartículas. b)Valores experimentales para el esfuerzo de cedencia
	estático
4.6	Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función de la viscosidad del
	líquido soporte
4.7	Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función del tiempo de apli-
	cación de los campos magnéticos.
4.8	a)Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función de la separación
	entre las placas que realizan la deformación. b)Valores experimentales
	para el esfuerzo de cedencia en función de la separación de las placas que
	realizan la deformación
4.9	Región ocupada por una cadena en presencia de a) un campo magnético
	constante, b) un campo magnético constante y un campo magnético os-
	cilatorio
4.10	Datos y ajustes experimentales obtenidos al comparar la longitud promedio
	de los agregados con la concentración. En cuadros cuando no hay pertur-
	bación, ajuste curva c). En círculos cuando hay perturbación, ajuste curva
	a). Curvas teóricas generadas por las ecuaciones b) 4.47 y d) 4.49. $\ldots$ . 119
4.11	Datos y ajustes experimentales obtenidos al comparar la longitud prome-
	dio de los agregados con la concentración, así como mejores ajustes. En
	cuadros cuando no hay perturbación, mejor ajuste curva c). En círculos
	cuando hay perturbación, mejor ajuste curva b). a)Curva generada por el
	modelo descrito en la ecuación 4.53

# Índice de tablas

2.1	Materiales e instrumentos utilizados en el desarrollo experimental acompañado	$\mathbf{S}$
	de su función primordial	48
3.1	Esfuerzo de cedencia encontrado al introducir diversas interacciones	94

### Introducción

Un fluido magneto-reológico (MR) es un sistema compuesto de micropartículas con propiedades magnéticas, superparamagnéticas o ferromagnéticas, dispersas en un líquido soporte magnéticamente inerte y preferentemente de baja viscosidad [1]. En ausencia de campos magnéticos se comporta como un fluido newtoniano. En presencia de campos magnéticos externos experimenta notables cambios en sus propiedades mecánicas, se comporta como un fluido no-newtoniano con propiedades viscoelásticas.

Se han estudiado las propiedades mecánicas de fluidos MR cuando son expuestos a un campo magnético externo constante, bajo diferentes condiciones de concentración de partículas, intensidad del campo, viscosidad del líquido soporte, material de las partículas y rapidez de corte. Entre las propiedades que se han estudiado ampliamente encontramos la viscosidad y el esfuerzo de cedencia [2, 3, 4, 5].

Para describir los cambios en las propiedades mecánicas inducidas por el campo magnético, se ha estudiado el proceso de agregación de las partículas. Esto porque las características de los agregados formados determinan el comportamiento físico del sistema. En el régimen de baja concentración de partículas se ha encontrado que éstas experimentan una rápida agregación axial que conduce rápidamente a la formación de cadenas que luego experimentan una lenta agregación lateral inducida por fluctuaciones térmicas. Los rápidos cambios en las propiedades mecánicas se deben a la agregación axial. Además de estos cambios, en algunos sistemas se ha reportado que se producen cambios adicionales que se realizan de forma muy lenta y durante mucho tiempo. Estos cambios se deben a la agregación lateral [6, 7, 8, 9].

El interés por obtener fluidos MR que experimenten aún mayores cambios y con mayor rapidez en las propiedades mecánicas ha crecido debido al reto científico que representa y porque eso permitiría su uso generalizado en la industria [10]. Algunos estudios se enfocan en obtener partículas con mayor respuesta magnética. Otros estudios en cambio buscan modificar las características estructurales de los agregados, por ejemplo por medio del uso de campos rotantes [11] o con campos magnéticos oscilatorios producidos por la combinación de un campo constante y, transversal a éste, un campo alternante que se considera como perturbación [12, 13]. En este último estudio se ha mostrado que la longitud promedio de las cadenas se afecta considerablemente por la presencia de la perturbación, y sigue relaciones de escalamiento con parámetros como el tiempo, la frecuencia de la perturbación y la amplitud de los campos. También se ha mostrado que la perturbación modifica notablemente la viscosidad efectiva del sistema, en comparación con el caso sin el uso de la perturbación.

En éste trabajo se tiene la hipótesis de que la perturbación magnética modifica también otras propiedades del fluido MR. Este trabajo tiene como **objetivo general** el estudio experimental y teórico del esfuerzo de cedencia en un fluido magneto-reológico expuesto simultáneamente a un campo magnético constante y, transversal a éste, un campo alternante que se considera como perturbación, bajo diferentes condiciones de intensidad de los campos, frecuencia del campo alternante, concentración de las partículas, rapidez de corte y geometría del contenedor donde se realiza la medición. Hasta donde se sabe el estudio del esfuerzo de cedencia en fluidos MR en presencia de perturbaciones no ha sido estudiado previamente por lo que constituye una nueva línea de investigación.

Este Trabajo de Tesis está organizado del siguiente modo:

En el Capítulo 1 se hace una revisión de los conceptos generales de fluidos, en particular aquellos relacionados con los fluidos complejos viscoelásticos. Enseguida se presentan conclusiones generales obtenidas de estudios previos en fluidos MR, en particular las relacionadas al esfuerzo de cedencia y su dependencia con factores como las intensidades de los campos usadas y las características de las partículas, entre otros factores. Luego se revisan algunos modelos teóricos usados para describir al esfuerzo de cedencia. Se continúa con una discusión acerca de la agregación de las partículas y los cambios en las propiedades mecánicas de los fluidos. Finalmente en forma muy general se establecen las características esenciales de los aparatos que se usan para el estudio de las propiedades mecánicas de los fluidos.

En el Capítulo 2, se describe el equipo experimental utilizado para realizar las mediciones de las propiedades mecánicas (reológicas) del fluido en presencia de campos magnéticos, en particular el reómetro y el sistema de bobinas que se implementó. Se describe la preparación del fluido MR y los procedimientos usados para las mediciones.

En el Capítulo 3, se presentan los resultados experimentales obtenidos en la medición del esfuerzo de cedencia estático y dinámico, bajo diferentes condiciones de los campos aplicados, de preacondicionamiento, de rugosidad de las paredes del contenedor, concentración de micropartículas y separación entre placas. Finalmente se propone una serie de experimentos que exhiben el cambio importante en el com-

portamiento del fluido, y que representan una posible extensión del trabajo experimental.

En el Capítulo 4, se construye un modelo teórico que describe el comportamiento del esfuerzo de cedencia estático en términos de las interacciones magnéticas y de la distribución de la longitud de los agregados. Se extiende el modelo para describir el comportamiento del esfuerzo de cedencia dinámico. En el caso cuando el sistema se expone también a la perturbación magnética se introduce en el modelo el concepto de concentración efectiva para describir los cambios en el esfuerzo de cedencia.

Finalmente, se establecen las conclusiones más importantes obtenidas durante el desarrollo de este trabajo y discuten algunas de las posibles extensiones del mismo.

### Capítulo 1

### Antecedentes

### 1.1 Dinámica de fluidos complejos

Dentro de la gran diversidad de materiales conocidos, existen aquellos cuyas propiedades cambian notablemente cuando son sometidos a una interacción externa, generalmente la descripción de sus propiedades resulta compleja. Entre estos materiales se encuentran los piezo-eléctricos y los magneto-restrictivos, entre otros.

El presente trabajo está enfocado en el estudio de ciertos materiales conocidos como fluidos magneto-reológicos, fluidos cuyas propiedades físicas cambian al ser expuestos a campos magnéticos, en particular se tiene especial interés en estudiar el denominado esfuerzo de cedencia. Por tal motivo primero se establecen algunos conceptos generales de los fluidos, para posteriormente abordar el estudio de los fluidos magneto-reológicos. Finalmente se expondrán algunos detalles acerca de la medición de sus propiedades mecánicas [14].

#### 1.1.1 Caracterización fundamental de los fluidos

Dentro de todos los materiales conocidos existen aquellos que tienen la característica de deformarse de forma continua cuando son expuestos a esfuerzos de corte, reciben la designación de fluidos. Estos materiales a diferencia de los sólidos poseen una estructura interna que se deforma continuamente en presencia de esfuerzos cortantes. Entre las propiedades más relevantes de los fluidos están la viscosidad, el esfuerzo de cedencia o módulo de cesión, el módulo elástico y el módulo viscoso.

En general existen dos tipos de flujos; el laminar y el no laminar. El primero se da generalmente en condiciones de rapidez de deformación baja, se ha estudiado ampliamente y se han establecido modelos para la descripción física de estos flu-



Figura 1.1: Representación esquemática de la deformación de un fluido en presencia de un esfuerzo.

jos. Por otro lado en el flujo no laminar la dificultad para encontrar algún modelo teórico es bien conocida, entre otras razones porque este tipo de flujo se comporta caóticamente. En los capítulos posteriores se describirán experimentos bajo condiciones tales que se asume que el sistema experimenta flujo laminar.

En el régimen de flujo laminar un fluido puede modelarse como una sucesión continua de capas delgadas, una sobre otra. Al aplicar un esfuerzo cortante  $\tau$  sobre una capa, el resultado será una deformación continua del sistema, conocida como flujo. La magnitud del esfuerzo cortante o esfuerzo de cizalla  $\tau = |\tau|$  se le define como

$$\tau = \frac{|\mathbf{F}|}{A},\tag{1.1}$$

donde  $\mathbf{F}^*$  es la fuerza que actúa paralelamente al área A, véase figura 1.1. Este esfuerzo se transmitirá de una capa a otra, esto debido a la viscosidad del medio y dado que las capas no se encuentran rígidamente ligadas, cada capa se moverá a diferente velocidad, formando un gradiente de velocidades transversal al flujo. Generalmente el esfuerzo cortante se genera aplicando las fuerzas sobre las placas paralelas que confinan al fluido. La capa en contacto con la placa superior sobre la que se aplica la fuerza tendrá la velocidad máxima, mientras que la capa en el otro extremo tendrá velocidad cero pues la placa correspondiente no se mueve, este gradiente recibe el nombre de rapidez de deformación ( $\dot{\gamma}$ ). La magnitud de la rapidez de deformación es entonces

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dy},\tag{1.2}$$

donde dv es el cambio de la rapidez entre capas separadas en dy. Dado un esfuerzo cortante de magnitud  $\tau$ , la rapidez de deformación depende de la resistencia que oponga el fluido a ser deformado. En sistemas donde la separación entre las placas que contienen al fluido es pequeña, el gradiente de velocidades en dirección transversal al flujo es constante. En estas condiciones la relación entre la magnitud

<sup>\*</sup>Las cantidades vectoriales serán representadas con caracteres en negro.

del esfuerzo cortante aplicado a un fluido  $\tau$ y la rapidez de deformación  $\dot{\gamma}$ está dada por

$$\tau = \eta \, \dot{\gamma} \,, \tag{1.3}$$

donde a  $\eta$  se le denomina viscosidad dinámica.

En el resto de este trabajo se referirá al esfuerzo cortante como a la magnitud del mismo, esto para fines prácticos y recordando siempre el hecho de que el esfuerzo cortante produce una deformación en la misma dirección, cuando sea necesario se aclarará explícitamente su carácter vectorial.

Para conocer el comportamiento reológico de un fluido, es necesario determinar la gráfica de esfuerzo cortante contra rapidez de deformación, la curva generada se conoce como curva de flujo o reograma. Con ayuda de los reogramas es posible dar una clasificación de los fluidos en dos grandes grupos. Cuando la relación entre esfuerzo cortante y rapidez de deformación es lineal, y la viscosidad permanece constante ( $\eta = \eta_0$ ), se dice que el fluido es newtoniano

$$\tau = \eta_0 \dot{\gamma} \,. \tag{1.4}$$

Para cualquier otro caso el fluido es no-newtoniano. Dentro de estos últimos existen subclases de fluidos. Cuando la viscosidad decrece al aumentar la rapidez de deformación el fluido se denomina adelgazante, si al contrario la viscosidad aumenta al aumentar la rapidez de deformación, se dice que el fluido es dilatante. El comportamiento teórico de los fluidos adelgazantes y de los fluidos dilatantes tienen la forma general

$$\tau = \nu \,\dot{\gamma}^n \,, \tag{1.5}$$

donde  $\nu$  es una constante y n un número real.

Comparando las ecuaciones 1.5 y 1.3, se obtiene una expresión para la viscosidad en función de la rapidez de deformación, de la forma siguiente

$$\eta = \nu \,\dot{\gamma}^{n-1} \,. \tag{1.6}$$

La ecuación 1.6 con n < 1 representa la viscosidad para fluidos adelgazantes, mientras que los fluidos dilatantes ocurren para n > 1. Como se observa, la viscosidad depende de la rapidez de deformación.

Otra subclase de fluidos son los llamados plásticos de Bingham, en los cuales existe un esfuerzo de umbral crítico antes de que el sistema empiece a fluir, este umbral se conoce como esfuerzo de cedencia ( $\tau_0$ ). Para estos sistemas una vez iniciado el flujo (lo que sucede con esfuerzos cortantes mayores al esfuerzo de cedencia), el comportamiento es lineal. Esta clase de fluidos son modelados teóricamente a través de la relación

$$\tau = \tau_0 + \eta_0 \dot{\gamma} \,. \tag{1.7}$$



Figura 1.2: Comportamiento reológico de los fluidos [14].

Para esfuerzos menores o iguales al esfuerzo de cedencia el fluido se comporta como sólido, es decir su viscosidad se considera infinita, mientras que para esfuerzos cortantes mayores al esfuerzo de cedencia, la viscosidad toma un valor finito. Así la viscosidad en el modelo de Bingham muestra un comportamiento crítico. Con ayuda de las ecuaciones 1.3 y 1.7 se obtiene la viscosidad para el modelo de Bingham

$$\eta = \begin{cases} \infty \longrightarrow \tau \le \tau_0 \\ \eta_0 + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \longrightarrow \tau > \tau_0 \end{cases}$$
(1.8)

Existen otras subclases más de fluidos, algunas de las cuales son combinaciones de las anteriores. Una subclase especial puede modelarse, bajo ciertas condiciones, como una combinación de los modelos ya mencionados y el modelo resultante se conoce como el modelo Herschel-Bulkley. En ésta nuevamente para esfuerzos cortantes menores o iguales al esfuerzo de cedencia, el fluido se comporta como sólido, cuando el esfuerzo cortante rebaza al esfuerzo de cedencia, el comportamiento se vuelve lineal o no lineal. La siguiente expresión se trata del modelo Herschel-Bulkley.

$$\tau = \tau_0 + \eta \,\dot{\gamma}^n \,. \tag{1.9}$$

La figura 1.2 muestra gráficamente los distintos modelos descritos.

Es necesario aclarar que factores como la temperatura alteran la viscosidad del sistema, generalmente para una alta temperatura la viscosidad disminuye. Otro factor que determina el valor de la viscosidad, está relacionado con el tiempo de aplicación del esfuerzo, si la viscosidad disminuye con el tiempo de aplicación el fluido se denomina tixotrópico, por lo contrario cuando aumenta con el tiempo de aplicación se denomina reopéctico.

#### 1.1.2 Viscoelasticidad

Existen fluidos cuyas propiedades dependen de las condiciones en las que se miden, y más aún, que al ser sometidos a una interacción específica registran cambios dramáticos en sus propiedades, estos fluidos son denominados fluidos complejos. Dentro de estos fluidos se encuentran los superfluidos, ferro-fluidos, los fluidos electro-reológicos y fluidos magneto-reológicos. Estos fluidos se caracterizan por cambiar notablemente sus propiedades mecánicas al ser expuestos a interacciones externas.

Los fluidos viscoelásticos [14] se caracterizan por presentar un esfuerzo umbral por encima del cual el sistema fluye, este umbral es conocido como esfuerzo de cedencia  $\tau_0$ , es debido a esto que para describir su dinámica suele usarse el modelo de Bingham o bien el de Herschel-Bulkley. Para esfuerzos por debajo de  $\tau_0$  el sistema se comporta elásticamente y por arriba de  $\tau_0$  el sistema fluye.

Un método común para medir el valor del esfuerzo de cedencia es variar con pequeños incrementos el esfuerzo cortante, comenzando desde cero y determinar el momento en el que el sistema empieza a fluir; generalmente bajo un criterio de rapidez de deformación. Este esfuerzo es conocido como esfuerzo de cedencia estático. El otro método es obtener un reograma en un rango de rapidez de deformación grande y determinar un comportamiento adecuado para la curva que se extrapola hasta la rapidez cero. Este es el esfuerzo de cedencia dinámico, ver figura 1.3.

Existe un método numérico para la obtención del esfuerzo de cedencia. El cual consiste en obtener la recta de la denominada viscosidad aparente  $\eta_a$ , que es la recta tangente a la curva en  $\lim_{\dot{\gamma}\to 0} \tau(\dot{\gamma})$ , e intersectarla con la recta de la denominada viscosidad al infinito  $\eta_{\infty}$ , que es la recta tangente a la curva en  $\lim_{\dot{\gamma}\to\infty}\tau(\dot{\gamma})$ , ver figura 1.4.

Por debajo del esfuerzo de cedencia estático la muestra posee una estructura estable, que da al sistema cierta rigidez. Cuando se sobrepasa al esfuerzo de cedencia estático la estructura se rompe y se rearregla para formar otras subestructuras que generan al esfuerzo de cedencia dinámico. En muchas ocasiones el esfuerzo de cedencia estático es mayor que el esfuerzo de cedencia dinámico, sin embargo esto



Figura 1.3: Obtención del esfuerzo de cedencia dinámico por extrapolación de la curva de flujo [14].



Figura 1.4: Obtención del esfuerzo de cedencia por medio de la viscosidad aparente y al infinito [14].

no ocurre siempre, ver figura 1.5.



Figura 1.5: Interpretación del esfuerzo de cedencia de acuerdo a su obtención [14].

Además del denominado esfuerzo de cedencia existen otros parámetros importantes que ayudan a caracterizar la viscoelasticidad en un fluido, para estudiarlos es común usar los modelos de Maxwell y Kelvin, análogos a la ley de Hooke en mecánica, ver figura 1.6. Ambos modelos permiten describir comportamientos elásticos combinados con comportamientos disipativos. El modelo de Maxwell mezcla ambos comportamientos estableciendo una dependencia entre ellos. Mientras que el modelo de Kelvin lo hace sumando ambos comportamientos en forma independiente.

Haciendo una analogía con la ley de Hooke para el caso de un resorte, la parte elástica de los fluidos viscoelásticos es modelada con la siguiente ecuación.

$$\tau = G \gamma \,, \tag{1.10}$$

donde G es definido como el módulo de corte y  $\gamma$  como la deformación.

Por otra parte el comportamiento disipativo asociado al fluido se modela como

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \,, \tag{1.11}$$

donde  $\mu$  es una constante.



Figura 1.6: Esquema de los modelos para el estudio de la viscoelasticidad equivalentes a la Ley de Hooke [14]. a)Modelo de Maxwell. b)Modelo de Kelvin.

Para determinar el comportamiento elástico y disipativo de un fluido es común usar la denominada evaluación oscilatoria. En ésta, el material es sometido a deformaciones externas de baja amplitud que varían armónicamente (usualmente sinusoidales), en un rango de corte predeterminado. Los instrumentos que hacen la oscilación normalmente poseen dos formatos para hacerlo, ya sea a rapidez controlada, es decir fijando la rapidez de deformación sobre el fluido y midiendo el esfuerzo aplicado, o bien a esfuerzo controlado, fijando el esfuerzo y midiendo la rapidez de deformación producida.

El punto central del análisis para evaluación oscilatoria, consiste en describir al esfuerzo cortante en función de la oscilación sinusoidal, introduciendo una función que describa la deformación sobre el material. Para encontrar una expresión del esfuerzo cortante en función de la oscilación, es conveniente describir a la deformación en función de la oscilación sinusoidal, denotando como  $\gamma_o = L/h$  a la amplitud de la deformación, ver figura 1.7, se tiene

$$\gamma = \gamma_o \operatorname{sen}(\omega t) \,, \tag{1.12}$$

donde L es la longitud de la placas que realizan la deformación, h la separación entre ambas,  $\omega$  la frecuencia a la que oscila la deformación y t el tiempo.

La rapidez de deformación se obtiene al derivar ambos lados de la ecuación 1.12 con respecto al tiempo.

$$\dot{\gamma} = \gamma_o \,\omega \cos(\omega \, t) \,. \tag{1.13}$$

También es posible obtener una expresión para el esfuerzo cortante en función de la oscilación sinusoidal, nuevamente usando  $\tau_0$  como la amplitud del esfuerzo cortante y escribiendo en la forma más general una fase  $\delta$  conocida como fase de



Figura 1.7: Representación pictórica de la deformación oscilatoria, que sufre un fluido encerrado entre dos placas en movimiento [14].

cambio o retraso, se obtiene

$$\tau = \tau_o \operatorname{sen}(\omega t + \delta) \,. \tag{1.14}$$

Al usar relaciones trigonométricas para reescribir  $sen(\omega t + \delta)$  y las ecuaciones 1.12 y 1.13, se obtiene:

$$\tau = \tau_o \operatorname{sen}(\omega t) \cos(\delta) + \tau_o \operatorname{sen}(\delta) \cos(\omega t),$$
  
$$= \left(\frac{\tau_o}{\gamma_o}\right) \gamma_o \operatorname{sen}(\omega t) \cos(\delta) + \left(\frac{1}{\omega}\right) \left(\frac{\tau_o}{\gamma_o}\right) \gamma_o \omega \cos(\omega t) \operatorname{sen}(\delta),$$
  
$$= \left(\frac{\tau_o}{\gamma_o}\right) \gamma \cos(\delta) + \left(\frac{1}{\omega}\right) \left(\frac{\tau_o}{\gamma_o}\right) \dot{\gamma} \operatorname{sen}(\delta), \qquad (1.15)$$

definiendo las cantidades:

$$G' = \frac{\tau_o}{\gamma_o} \cos(\delta) \,, \tag{1.16}$$

$$G'' = \frac{\tau_o}{\gamma_o} \operatorname{sen}(\delta) \,, \tag{1.17}$$

se obtiene una nueva expresión para el esfuerzo cortante en función de la deformación, en ésta aparecen los denominados, módulo elástico o de almacenamiento G' y módulo viscoso o de pérdida G''.

$$\tau = G' \gamma + \frac{G''}{\omega} \dot{\gamma} . \tag{1.18}$$

La cantidad  $G'\gamma_o$  es interpretada como la componente del esfuerzo en fase con la deformación, mientras que  $G''\gamma_o$  es interpretada como la componente de esfuerzo desfasada con la deformación. La ecuación 1.18 posee por separado el término elástico y disipativo, siguiendo la forma sugerida por el modelo de Kelvin.

La ecuación 1.18 puede ser expresada en términos de  $\gamma$ , con ayuda de la ecuación 1.10 se obtiene lo siguiente

$$G = G' + \left(\frac{G''}{\omega}\right) \left(\frac{d}{dt} \left(\ln\left(\gamma\right)\right)\right) \,. \tag{1.19}$$

Las ecuaciones 1.16, 1.17 y 1.18 ayudan a caracterizar el comportamiento viscoelástico en fluidos sometidos a evaluación oscilatoria.

### 1.2 Fluidos magneto-reológicos, reseña histórica

En la presente sección se hace una revisión de los resultados que se han obtenido a lo largo de la historia sobre los fluidos magneto-reológicos.

#### 1.2.1 Origen del estudio de fluidos MR

Los fluidos magneto-reológicos (MR) son sistemas compuestos de micropartículas las cuales tienen propiedades magnéticas, dispersas en un líquido soporte (preferentemente de baja viscosidad) magnéticamente inerte. En ausencia de campos magnéticos externos se comportan como fluidos newtonianos. En presencia de campos magnéticos externos experimentan notables cambios en sus propiedades mecánicas, comportándose como fluidos no-newtonianos, complejos, con propiedades viscoelásticas. Se han estudiado ampliamente sus propiedades reológicas cuando se expone a un campo magnético externo constante, bajo diferentes condiciones de concentración de partículas, intensidad del campo, viscosidad del líquido soporte, material de las partículas y rapidez de corte.

Históricamente uno de los primeros estudios de estos fluidos se da en la publicación "The Magnetic Fluid Clutch" de 1948, de J. Rabinow, en la cual se buscaba determinar la respuesta de algunos fluidos al ser expuestos a campos magnéticos [15].

Para el año siguiente, un trabajo de W. M. Winslow daba las bases del estudio de fluidos electro-reológicos (ER) [16], y encuentra que la viscosidad varía proporcionalmente con el cuadrado del campo aplicado, propone que el aumento de la viscosidad se debe a la formación de estructuras, formadas a su vez por las micropartículas eléctricamente polarizadas, orientadas en dirección del campo.

En 1967 trabajos de Klass y Martinek describen la relación entre esfuerzo cortante, magnitud de campo eléctrico y rapidez de corte [17]. En esa misma década surge el interés por los ferro-fluidos, debido a su gran estabilidad contra la aglomeración y sedimentación.

En años posteriores al 2000 nuevos trabajos establecen la relevancia de los fluidos MR, de estas publicaciones se obtienen algunas características generales [1]. Por ejemplo, el tamaño de las partículas que suele mentenerse en el rango de 1 a 100  $\mu$ m. La concentración de partículas que al mantenerla en el rango de 0.01 a 0.1, se asegura que los agregados efectivamente poseen forma de cadenas. La viscosidad del líquido soporte que mantiene agregados estables en un rango de 30 a 2900 cP [12, 13].

Se ha encontrado que las características de las estructuras influyen notablemente en las propiedades del fluido, es por esto que la síntesis de partículas especiales es de gran interés [1, 18]; se han diseñado diversos métodos de crecimiento que permiten obtener formas con alta geometría, por ejemplo esféricas; o métodos que permiten controlar la diversidad en tamaños de las partículas; con esto es posible solucionar problemas como la inestabilidad de la dispersión y la homogeneidad de las partículas.

El cambio notable en las propiedades del fluido, al introducir interacciones externas, permite estudiar una serie de fenómenos adicionales, como la transmisión de luz sobre el fluido. Se ha observado que el proceso de agregación puede ser modificado para que los agregados modulen la cantidad de luz que atraviesa la muestra [19].

Actualmente se estudian las condiciones por medio de las cuales los cambios en este tipo de fluidos aumenten o sean percibidos en un menor lapso de tiempo. Se ha hecho especial énfasis en el estudio de las transiciones de fase en el fluido, producidas por el proceso de agregación de las micropartículas. La necesidad de entender las transiciones de fase para comprender los cambios exhibidos por el fluido, han desembocado entre otros temas en el estudio del esfuerzo de cedencia, sobre el que a continuación se abundará.

### 1.2.2 Esfuerzo de cedencia en fluidos MR

Entre las propiedades de los fluidos MR que se han estudiado ampliamente se encuentra el esfuerzo de cedencia. Se ha mostrado que el esfuerzo de cedencia presenta una dependencia proporcional con el cuadrado de la intensidad del campo magnético  $\tau_0 \sim H^2$  [2, 5]. Esta dependencia se explica al reconocer que cuanto más grande sea la magnitud del campo magnético mayor será la interacción dipolar entre las partículas dentro del fluido, generando agregados más grandes con interacciones internas que provocan un aumento en la elasticidad del fluido y por tanto en el esfuerzo de cedencia. También se ha probado en trabajos anteriores, que la interacción con las paredes que confinan al fluido, juega un papel fundamental en la medición del esfuerzo de cedencia; el material y el acabado de las paredes afectan la medición [20]. En general confinar el fluido entre paredes de material rugoso parece aumentar el esfuerzo de cedencia. Cuando la superficie que rodea al fluido es lisa las cadenas en contacto con ella resbalan cuando se da la condición de flujo, lo que no ocurre para superficies rugosas en las que las cadenas parecen anclarse a las pequeñas deformaciones con forma de huecos, este anclamiento aumenta el esfuerzo de cedencia. Al introducir el fluido dentro de un material magnéticamente susceptible, la interacción paredpartícula también hace crecer al esfuerzo de cedencia.

Un parámetro importante a considerar durante la medición experimental del esfuerzo de cedencia, es la separación entre las placas que producen la deformación. La importancia de este parámetro es justificada si reconocemos que las estructuras formadas (en forma de cadenas), poseen una distribución en tamaños y por tanto sólo una fracción de las cadenas son lo suficientemente largas para ligar ambas placas, éstas son las que determinan el valor del esfuerzo de cedencia. Con el uso de microscopía óptica se ha identificado un campo magnético umbral a partir del cual puede identificarse la existencia del esfuerzo de cedencia.

Las características físicas de los agregados formados determinan el comportamiento mecánico del sistema, para describir los cambios en las propiedades físicas inducidas por el campo, se ha estudiado el proceso de agregación de las partículas. Se han realizado estudios por microscopía óptica, por dispersión de luz y por dicroismo. Sin embargo la mayoría de los estudios se han realizado en el régimen de baja concentración de partículas, debido a que a mayores concentraciones la absorción de luz es muy intensa. En el régimen de baja concentración de partículas, se ha encontrado que las partículas experimentan una rápida agregación axial que conduce rápidamente a la formación de cadenas que luego experimentan una lenta agregación lateral inducida por fluctuaciones térmicas [8]. Los rápidos cambios en el comportamiento reológico se deben a la agregación axial. Además de estos cambios, en algunos sistemas se ha reportado que se producen cambios adicionales que se realizan de forma muy lenta y durante largo tiempo, estos cambios se han ascociado a la agregación lateral.

Al aplicar un campo magnético externo las partículas interaccionan principalmente vía momentos dipolares magnéticos. Estas interacciones son las que determinan el proceso de agregación. La expresión teórica para la fuerza magnética entre dos dipolos, encargada del proceso de agregación es [21]

$$\mathbf{F}_{m} = -\frac{3m^{2}}{4\pi\,\mu_{0}\,r^{4}} \left[ (3\cos^{2}\theta - 1)\,\hat{r} + (\sin2\theta)\,\hat{\theta} \right],\tag{1.20}$$

donde m es el momento dipolar magnético de cada partícula,  $\mu_0$  es la permeabilidad



Figura 1.8: Representación de las fuerzas de restauración y magnética.

magnética del vacío,  $\mathbf{r}$  el vector de posición entre los centros de la dos partículas y  $\theta$  el ángulo entre el vector de posición entre los centros de las partículas y el vector del campo magnético<sup>†</sup>. Esta interacción conduce a la formación de cadenas de partículas en sistemas diluidos, y a agregados con características de fractales para concentraciones mayores. Cuando las cadenas son sometidas a esfuerzos cortantes, la distribución de las cadenas junto con el líquido sufren una deformación. Al estudiar la cinética de agregación en las cadenas se observa que se inclinan y tienden a romperse después que sobrepasa un ángulo crítico, esto debido a que las interacciones se debilitan y adquieren un carácter repulsivo. Durante su deformación las interacciones dipolares proveen de fuerzas de restauración que se oponen a la deformación. Son estas fuerzas las que se pueden relacionar con los cambios en las propiedades físicas al ser las responsables de modificar la transferencia del momento entre las capas del fluido. La magnitud de la fuerza de restauración entre partículas en una cadena está dada por

$$F_r = -\frac{3\mu_0 m^2}{4\pi r^4} sen (2\theta) .$$
 (1.21)

La figura 1.8 muestra los tipos de fuerzas que representan a las interacciones del tipo magnético. Es posible encontrar el ángulo crítico al que ocurre el fenómeno en el cual se da la condición del rompimiento de las cadenas [20], se ha encontrado teóricamente que su valor es  $\theta_c \simeq 35^o$ .

La fuerza de restauración que provee cada cadena contribuye al esfuerzo de cedencia. En un sistema donde se tiene una concentración de partículas  $\phi$  y todas las cadenas formadas ligan las placas que proveen la deformación, el esfuerzo de cedencia viene dado por [2]

$$\tau_0 = \frac{3\phi}{2\pi a^2} F_r \,, \tag{1.22}$$

donde a es el radio de las partículas.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>Los vectores unitarios serán representados en letras normales con acento circunflexo.

La ecuación 1.22 resulta tener un sobreestimamiento del esfuerzo de cedencia con respecto a los resultados experimentales, para obtener esta expresión se ha considerado que todas las partículas forman cadenas que ligan las placas que realizan la deformación, el sobreestimamiento puede deberse a que la suposición de ligadura de todas las cadenas no es tan efectiva.

#### 1.2.3 Agregación lateral

Como se ha señalado anteriormente las cadenas se agregan lateralmente. Se ha observado que las cadenas formadas dentro del fluido, el cual no esta aislado térmicamente, tienden a moverse de un lugar a otro siempre conservando una orientación preferencial, esto es, en dirección del campo magnético. Este movimento termina cuando las cadenas se agrupan formando estructuras de dimensiones mayores. Teóricamente se ha estimado que las configuraciones finales deberían ser arreglos cristalinos, es decir estructuras que conserven patrones en forma de redes superpuestas. Aunque generalmente se ha observado que se forman cadenas más largas o más gruesas. Esta agregación es activada por fluctuaciones térmicas que entregan energía a las cadenas, las cuales comienzan a realizar un movimiento Browniano. Al sufrir deformaciones, la componente lateral del campo alrededor de las partículas es inhomogénea, esto origina interacciones laterales que conducen a una reestructuración y a la agregación lateral. La interacción magnética asume el papel principal de agregación, la fuerza magnética produce atracciones y repulsiones entre las cadenas. Cuando la interacción es del tipo atractiva el resultado es la agrupación de las cadenas en estructuras mayores, mientras que al haber interacción repulsiva las cadenas tienden a reorganizarse dentro del fluido una y otra vez. De forma general la constante reestructuración de las cadenas dentro del fluido se resume en la formación de agregados de mayores dimensiones. Esta formación de estructuras generalmente lleva un lapso de tiempo grande, de varios minutos. Entre los resultados más relevantes se ha encontrado que la mayor aportación a esta interacción proviene de la formación de campos magnéticos en dirección perpendicular al campo axial, estos campos producen una constante reagrupación que varía según sea la posición. Halsey y Toor propusieron un modelo que incluye estas interacciones laterales para fluidos electroreológicos [8]. Posteriormente éste se modificó para encontrar la expresión en el caso magnético dada por [6]

$$H(\rho, z) \approx -(2\pi)^2 \left(\frac{m}{4\pi\,\mu_0\,\rho^2\,a}\right) \left(\frac{a}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{2\pi\,\rho}{a}\right\} \, \cos\left(\frac{2\pi\,z}{a}\right)\,,\tag{1.23}$$

1

donde  $\rho$  es la distancia entre cadenas en el plano ortogonal al campo y z la posición de la cadena en dirección del campo. Es posible observar un decaimiento exponencial del campo con la distancia  $\rho$ .

Con ayuda del teorema de equipartición de la energía [6, 22], se obtiene la raíz cuadrática media del campo lateral

$$\left\langle H^2 \right\rangle \sim \frac{k_B T a}{\mu_0 \, \rho^4},\tag{1.24}$$

donde  $K_B$  es la constante de Boltzman y T la temperatura. Esta raíz cuadrática media evidentemente no depende de la intensidad del campo principal. Sin embargo observaciones experimentales mostraron que el promedio del cuadrado del campo si depende de la intensidad del campo principal, para esto se modificó el modelo de Halsey y Toor (HT), agregando el factor m/a, lo que lleva a la forma siguiente

$$U \sim \left(\frac{m}{a}\right) \left\langle H^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \sim \frac{\chi H \, (\mu_0 \, k_B \, T)^{\frac{1}{2}} \, a^{\frac{5}{2}}}{\rho^2} \,, \tag{1.25}$$

donde U es la energía de interacción por unidad de longitud y  $\chi$  es la susceptibilidad magnética de las partículas. El nuevo modelo recibe el nombre de modelo de Hasley-Toor modificado (*MHT*). En este modelo se estudia la interacción lateral llevada a cabo por fluctuaciones térmicas y depende explícitamente del campo magnético.

A pesar del avance existen muchos otros parámetros que pudieran estar relacionados con la interacción lateral, entre estos tenemos la concentración de partículas, defectos de las partículas, dinámica de los agregados formados, dimensiones de los agregados, posiciones relativas de los agregados, etc. Es por esto que la búsqueda de un modelo teórico que contenga estos grados de libertad aún es tema abierto de discusión.

Durante el análisis del proceso de agregación es conveniente identificar los denominados número de Mason, número de Peclet y  $\lambda$ . El número de Mason (*Ma*) es la razón entre las magnitudes de la fuerza hidrodinámica y la fuerza magnética [12], esta es

$$Ma = \frac{12^2 \,\eta \,\dot{\gamma}}{\mu_0 \,M^2}\,,\tag{1.26}$$

donde M es la magnitud de la magnetización y  $\eta$  la viscosidad del líquido soporte. El número de Peclet (Pe) es por definición [9]

$$Pe = 6\pi \eta a^3 \left(\frac{\dot{\gamma}}{k_B T}\right) \,. \tag{1.27}$$

El número de Peclet representa el balance entre las interacciones hidrodinámicas y térmicas.  $\lambda$  es la razón entre la energía magnética y la energía térmica [12]

$$\lambda = \frac{\pi \,\mu_0 \, a^3 \, M^2}{9 \, k_B \, T} \,. \tag{1.28}$$

Los números descritos por las ecuaciones 1.26, 1.27 y 1.28 ayudan a caracterizar las diversas interacciones inmersas en nuestro fluido, y dan los regímenes de validez para la consideración de las fuerzas.

### 1.2.4 Longitud promedio de los agregados

El interés por obtener sistemas que experimenten aún mayores cambios y con mayor rapidez en las propiedades físicas ha crecido debido al reto científico que representa y porque eso permitiría su uso generalizado en la industria. Algunos estudios se enfocan a obtener partículas con mayor respuesta magnética. Otros se enfocan en el cambio de las estructuras internas por medio del uso de campos rotantes o con campos magnéticos oscilatorios que actúen como perturbaciones laterales.



Figura 1.9: Agregación con campo constante.

and the second
and the second sec
ALL AND ALL AN ADDRESS AND ALL AND ADDRESS ADDRESS ADDRESS ADDRESS ADD
n sand men datur som att att 1990 till bereitigt att som att stör stör detta börda första störa som att som att Bereitigt att som att s Andre att som at
and a second
こので、「ない」の「「「「」」」」」、「「」」」、「」」、「」」、「」」、「」」、「」」、「」
And the second
and the second se
うちょうしょう かいていている あままた あまたの たいないない ないない ちょうちょう しょうしょう しょうしょう しょうしょう しょうしょう しょうしょう しょうしょう しょうしょう
A server a value apple d'antique va value de la cala de apple apple de an esta de an anno este anno este anno e
adapting the state of the state
ad a spring data again a san an a
このないない、「ないない」というない、このないない、このないない、ないないないないないないないないない、このないないないないないないないないないないないないないないないないないないない
er er e serer er er er er er er en angeste förste förste förste förste förste förste förste förste förste som under er e

Figura 1.10: Agregación con campo constante y campo de perturbación.

La idea de introducir el estudio de la agregación bajo campos dependientes del tiempo es modificar la forma en que la agregación se lleva a cabo. En particular se busca aumentar la rapidez con que se lleva acabo y con esto poder obtener mayores cambios en las propiedades mecánicas en un menor lapso de tiempo. Al utilizar campos magnéticos oscilatorios se ha mostrado que la longitud promedio de las cadenas ( $\bar{L}$ ) se afecta considerablemente por la presencia de la perturbación, figuras 1.9 y 1.10, y sigue relaciones de escalamiento con parámetros como el tiempo, la frecuencia de perturbación, la amplitud de los campos y la viscosidad del líquido soporte, como se muestra en la ecuación siguiente [12, 13]

$$\bar{L}(f_p,\phi,\eta,H_b,t) = A f_p^{\vartheta} \phi^{1.059} \eta^{-0.572} H_b^{1.481} t^{0.53}, \qquad (1.29)$$

donde A es una constante de acoplamiento,  $f_p$  es la frecuencia de la perturbación,  $\vartheta$  es un exponente que puede tomar los comportamientos críticos 0.056 ó -0.196,  $\phi$ es la concentración,  $\eta$  la viscosidad del líquido soporte,  $H_b$  la magnitud del campo constante con perturbación y t el tiempo. También se ha mostrado que la perturbación modifica notablemente la viscosidad efectiva del sistema. Aquí la idea subyacente es que modificando las propiedades estructurales de los agregados se producen cambios en la viscosidad efectiva.

### 1.3 Tecnología para el análisis de los fluidos

En esta sección se describe en forma global los instrumentos encargados de realizar las mediciones en las propiedades de los fluidos. Estos instrumentos reciben el nombre de viscosímetros cuando lo que se busca medir es la viscosidad, o reómetros cuando además de la viscosidad es posible determinar otros valores tales como la deformación, los módulos G' y G'', entre otros. Dichos instrumentos se pueden clasificar en dos grandes categorías, los tipo rotacional y los tipo tubo, figuras 1.11 y 1.12.



Figura 1.11: Esquema fundamental del flujo en un reómetro tipo tubo [14].



Figura 1.12: Esquema fundamental del flujo en un reómetro tipo rotacional [14].

Los reómetros tipo rotacional incluyen las geometrías cono-plato, placas paralelas y cilindros concéntricos, en la figura 1.13 se muestran los esquemas de estas geometrías. En estos se pueden realizar mediciones manteniendo un corte estable (esfuerzo controlado), controlando el esfuerzo cortante que se aplica sobre el fluido o en modo oscilatorio. Cada una de las formas de medición posee ciertas particularidades que pueden ser mejor aprovechadas, por ejemplo, en modo de esfuerzo controlado se puede facilitar la medición del esfuerzo de cedencia.

Acerca de las geometrías su uso está limitado por las condiciones de flujo que se quieren estudiar, cada una de ellas tiene características que puede usarse según convenga [3]. Por ejemplo la geometría de cilindros concéntricos suele usarse para



Figura 1.13: Geometrías utilizadas en los reómetros tipo rotacional. a)Geometría conoplato, b)Geometría plato-plato y c)Geometría de cilíndros concéntricos [14].

realizar mediciones en las que el rango de rapidez de corte es moderado. En ésta geometría, factores como el flujo laminar estable, la incompresibilidad del fluido, la no dependencia de la presión, la temperatura constante, la falta de bordes en el cilindro y la nulidad de las componentes radial y axial de las velocidades, ayudan a minimizar los grados de libertad incluidos en el análisis de datos.

La geometría cono-plato permite obtener directamente la curva de esfuerzo cortante contra rapidez de deformación. En esta geometría la punta del cono es la parte más cercana al plato, manteniendo entre cono y plato una delgada capa de material cuyo grosor no es constante. Puesto en funcionamiento el cono gira con velocidad angular conocida produciendo una torca, la cual es medida a través del cono o bien en el plato. La geometría de placas paralelas funciona de forma similar a la cono-plato, la diferencia radica en que aquí la separación entre placas es constante.

La geometría cono-plato ayuda a estudiar muestras para las cuales el tamaño de las partículas que forman el fluido es "pequeño", esto debido a que el ángulo del cono  $(\theta)$  está por debajo de los cinco grados, lo que no permite contener partículas de gran tamaño en la región comprendida por este pequeño ángulo. Durante la medición el fluido se encuentra por debajo del cono. Normalmente el cono gira a velocidad angular conocida  $(\Omega)$  produciendo una torca  $(M_o)$  que es medida y registrada por el aparato. El cono posee dimensiones "pequeñas" para evitar inhomogeneidad en el tipo de flujo formado, además también se evita el problema de estudiar la superficie del fluido que se deformaría por efecto de la tensión. La principal ventaja de usar esta geometría se manifiesta al notar que la rapidez de deformación es una constante cuya expresión es

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{tan\theta}.\tag{1.30}$$

Cuando el ángulo es pequeño, la aproximación  $tan\theta \sim \theta$  permite que la rapidez de
deformación se aproxime a

$$\dot{\gamma} \sim \frac{\Omega}{\theta}$$
. (1.31)

Dado que el esfuerzo cortante se relaciona con la rapidez de deformación, su valor tampoco depende de la posición que guarde dentro del fluido. Al estudiar la torca total ejercida por el sistema y relacionarla directamente con el esfuerzo, se obtiene la siguiente ecuación

$$\tau = \frac{3M_o}{2\pi R^3},$$
 (1.32)

donde R es el radio del cono.

La geometría plato-plato funciona de forma similar, en este caso la rapidez de deformación es representada con una función que si depende de la posición dentro del fluido, como lo muestra la siguiente ecuación

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega r}{h}, \qquad (1.33)$$

donde h es la separación entre las placas y r el radio del plato en cualquier posición 0 < r < R. A diferencia del caso anterior la obtención del esfuerzo cortante en función de la torca y el radio del plato se complica. Para evitar este problema es necesario definir el esfuerzo cortante al borde de plato  $\tau_R = \Omega R/h$ , al usar ésta cantidad se tiene

$$\tau_R = \frac{2M_o}{\pi R^3} \,. \tag{1.34}$$

La constitución del estudio de las geometrías con las que se obtiene la información física de los fluidos no está excenta de ser perfectible, en cada caso es necesario solucionar diversos problemas entre los que podemos mencionar: control de temperatura, flujos adicionales, flujos caóticos, efectos de frontera y alteraciones en las geometrías, entre otros.

## Capítulo 2

## Descripción del equipo experimental

Existe gran diversidad de instrumentos de medición que ayudan a determinar las propiedades reológicas de los fluidos. Dependiendo de las características del flujo del sistema de estudio, un tipo de instrumento puede ser más adecuado que otro. Para el estudio del comportamiento reológico de fluidos MR generalmente se usan reómetros a los que se les adapta dispositivos para generar el campo magnético.

En el presente capítulo se describe el equipo experimental usado para la determinación del esfuerzo de cedencia. Además se describen los procedimientos para la toma de mediciones.

## 2.1 Sistema de reometría

#### 2.1.1 Reómetro

La obtención de los reogramas del fluido MR es el punto de partida para todo el estudio. Es por esto que la elección del sistema para la determinación del esfuerzo cortante y de la rapidez de deformación es vital para el resto del trabajo. Para este estudio se ha usado un reómetro rotacional *Bohlin CVO* 120 *HR*, este tipo de reómetro requiere una línea de voltaje de alimentación de 90 a 132 V, también se adapta a una línea de 180 a 264 V, en corriente alterna en fase simple de 60 Hz. El Software *Bohlin CVO* 120 *HR* permite la captura automática de datos y el control del reómetro por medio de programas de medición. Este reómetro puede trabajar en los modos de esfuerzo controlado, rapidez controlada y en modo oscilatorio.



Figura 2.1: Vista frontal de reómetro secciones principales señaladas. a)Base. b)Plato fijo. c)Cavidad hueca con Peltier. d)Mecanismo que controla la rotación de la placa. e)Aditamento en el que se coloca la placa rotante. f)Control manual para controlar el ascenso de la placa rotante.



Figura 2.2: Vista posterior de reómetro con las secciones principales señaladas. a)Puerto serial que comunica al mecanismo de rotación. b)Puerto serial que comunica al mecanismo de ascenso. c)Puerto paralelo que comunica con el Peltier. d)Suministro de aire.

El reómetro a grandes rasgos consta de varias secciones, cada una encargada de cierta función. En la parte baja posee una base sobre la que descansa el resto del aparato, la función de la base además de servir como apoyo, consiste en añadir un sistema de tornillos que permite la calibración de la sección donde se realizan las mediciones.

La siguiente sección, en orden ascendente, es un plato fijo en el que se deposita la muestra a analizar. Este plato fijo es completamente plano y conforma la mitad inferior de la geometría a usar. Rodeando al plato fijo se encuentra un sistema de control de temperatura Peltier. La energía disipada por el Peltier es retirada por un sistema de circulación de agua.

En la parte frontal media del aparato se encuentra el mecanismo encargado de aplicar el esfuerzo cortante sobre la muestra. Este mecanismo está cubierto por un cilindro montado en un riel que permite una traslación vertical. Esta traslación permite la introducción de la muestra y la determinación de la separación entre los platos de la geometría a usar, por ejemplo placas paralelas. En el extremo inferior del cilindro se ubica el aditamento en el que se coloca la placa que produce el esfuerzo cortante sobre la muestra, esta placa rotante junto con la placa fija conforma la geometría usada para la medición. Hay dos tipos de placa. El primero es un plato liso circular con diámetro de 5.5 cm. El segundo es un cono truncado con superficie lisa de radio 2 cm y un ángulo de 5°.

En la parte superior posterior del cilindro metálico se encuentra una perilla circular cuya función es controlar de forma manual el movimiento de ascenso o desceso del cilindro, ésta permite controlar la separación de las placas que conforman la geometría usada para realizar las mediciones.

En la parte trasera inferior del reómetro se encuentran dos puertos seriales, un puerto paralelo y una conexión para el conducto de aire a presión. Un puerto serial es usado para establecer comunicaciones entre el reómetro y el computador a través del programa *Bohlin CVO* 120 *HR*. El segundo puerto serial crea una conexión que permite controlar el ascenso y descenso del cilindro metálico, en lugar del control manual. El puerto paralelo ayuda a establecer una conexión entre el reómetro y el sistema de control de temperatura Peltier. La conexión de aire permite suministrarlo a una presión de 2 bar ~ 200 KPa, la presión de aire debe estar presente siempre que se usa el reómetro. Para este requerimiento se ha utilizado una compresora de aire *GONI* 960. Las figuras 2.1 y 2.2 muestran las secciones principales del reómetro.

## 2.1.2 Geometrías

### Geometría de placas paralelas

La geometría plato-plato del reómetro consta de un plato fijo circular y liso de 6 cm de diámetro y de un plato circular de 5.5 cm de diámetro con 1 mm de espesor, ambos platos de acero inoxidable, inertes al campo magnético aplicado. La separación entre las placas es controlada con un computador. En las figuras 2.3 y 2.4 se muestran ambos platos.

## Geometría de placas paralelas con rugosidad

Con la finalidad de añadir una interacción adicional y modificar el esfuerzo de cedencia, se eligió cubrir la superficie de los platos con una capa que modifique la rugosidad. Para la elaboración de la rugosidad se usó cinta adhesiva de doble capa



Figura 2.3: Fotografía del aditamento rotante que crea la deformación sobre el fluido y que constituye la mitad superior de la geometría de medición a usar.



Figura 2.4: Fotografía del plato fijo sobre el que se deforma el fluido y que constituye la mitad inferior de la geometría de medición a usar.



Figura 2.5: Fotografía del plato rotante con rugosidad.



Figura 2.6: Fotografía del plato fijo con rugosidad.

Scotch. Este tipo de cinta posee adhesivo en ambas caras, lo que permite que una cara se adhiera a la superficie metálica de la geometría, dejando la cara restante libre para fijar el material que constituye a la rugosidad. El espesor de la cinta es de 75  $\mu$ m. La rugosidad se crea a base de micropartículas de magnetita mineral cuyas características se detallan en la sección 2.3.1. Las figuras 2.5 y 2.6 muestran fotos de las placas que realizan la deformación con la rugosidad añadida. La rugosidad tiende a degradarse cuando está presente el aceite, para disminuir este efecto se reemplaza la rugosidad cada cinco días, además los experimentos en común por lo general tienen duración de dos horas.

La masa total promedio de las partículas que conforman la rugosidad en el plato fijo es  $m_{P1} = 0.35$  g. Esta cantidad fue obtenida con la ayuda de una balanza OAHUS Explorer Pro EP413C. Con la densidad de las partículas conocida y considerando que son esféricas con diámetro  $D_p = 80 \,\mu\text{m}$ , se puede establecer que estas cubren una superficie total de 12.71 cm<sup>2</sup> menor al área de la superficie total del plato de 28.27 cm<sup>2</sup>. Esto equivale a tener una capa de partículas separadas por una distancia promedio de 39.9  $\mu\text{m}$ .

Para cubrir al plato rotante se ha usado una masa  $m_{P2} = 0.22$  g que contribuye a cubrir una área de superficie de 8.09 cm<sup>2</sup>. Comparada con el área total de 23.75 cm<sup>2</sup> deja nuevamente un área libre que equivale a tener una capa de partículas separadas a una distancia de 57.5  $\mu$ m.

## 2.1.3 Control de temperatura Peltier



Figura 2.7: Fotografía del mecanismo encargado del control del Peltier.



Figura 2.8: Fotografía del sistema encargado del enfriamiento del Peltier.

Como se ha mencionado el control de la temperatura es regido por un sistema térmico Peltier, controlado con ayuda del mismo Software que controla al reómetro. Éste sistema mantine su integridad con ayuda de un sistema de circulación de agua que cumple la función de radiar el calor generado por el Peltier. Entre las ventajas de usar el Peltier está el que podemos ajustar de forma rápida la temperatura sobre la muestra. Los rangos de temperatura que es posible alcanzar con este sistema van de -40 a 125 °C con una estabilidad de  $\pm 0.1$  °C al utilizar una mezcla de 95.5 % agua desionizada y un 0.5 % de glicol etileno para enfriar al Peltier. Las figuras 2.7 y 2.8 muestran al mecanismo encargado del control del Peltier así como el sistema de bombeo de agua encargado de su enfriamiento.

## 2.2 Generación de los campos magnéticos

Como se ha establecido anteriormente, en éste trabajo se describe el cambio en las propiedades del fluido MR cuando éste se encuentra expuesto a un campo constante transversal al flujo y a un campo oscilatorio en el tiempo, perpendicular al campo constante. El campo constante es generado con la ayuda de un solenoide y el campo oscilatorio con una bobina Helmholtz. El solenoide se posiciona de tal forma que el plato fijo queda en su región central para generar un campo magnético vertical. La bobina Helmholtz se coloca en la parte exterior al solenoide, buscando que el plato sobre el que reposa el fluido, quede en el centro y que el campo generado esté en el plano horizontal.

### 2.2.1 Campo constante

El solenoide permite generar un campo grande, constante y espacialmente homogéneo en la región que posteriormente será ocupada por la muestra de fluido MR.

El campo magnético  $(H_c)$  producido por un solenoide, en un punto p a una distancia d sobre el eje axial a partir del plano medio, obedece a la siguiente ecuación

$$H_{c} = \frac{\mu_{0} n i}{2} \left[ \frac{\frac{L}{2} + d}{\sqrt{R^{2} + \left(\frac{L}{2} + d\right)^{2}}} + \frac{\frac{L}{2} - d}{\sqrt{R^{2} + \left(\frac{L}{2} - d\right)^{2}}} \right],$$
 (2.1)

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío, n la densidad de espiras del solenoide, i la corriente que circula por la espira, R el radio del solenoide y L la longitud axial del solenoide.





Figura 2.9: Fotografía del embobinado solenoidal.

Figura 2.10: Relación campo generado contra corriente utilizada.

Con la ecuación 2.1 es posible calcular la magnitud del campo magnético en cualquier punto sobre el eje axial. El campo magnético en la parte media del embobinado, cuando d = 0, toma la siguiente forma

$$H_c = \frac{\mu_0 N i}{2\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}},$$
(2.2)

donde N = Ln es el número de espiras que conforman al embobinado.

Dado que la muestra de fluido MR se coloca en la región media del solenoide y que su grosor es pequeño comparado con su propia extensión, la ecuación 2.2 permite diseñar un solenoide adecuado. Se costruyó un solenoide con las siguientes especificaciones: N = 700 vueltas,  $R \sim R_{medio} = 0.063$  m y L = 0.05 m. Para una corriente de i = 3 A el valor del campo esperado es  $H_c = 295.5$  G. La figura 2.9 muestra la bobina solenoidal construida.

La forma en que se controla el campo es variando la corriente que pasa por el solenoide, por lo que se requiere conocer experimentalmente la relación entre corriente de alimentación y campo generado. Para medir el campo se usó un sensor de campo magnético *PASCO* y el programa *DataStudio* 1.9.6r4. La figura 2.10 muestra la relación corriente-campo de la bobina solenoidal. Se nota que existe un comportamiento lineal al que se le ajusta una recta de la forma  $H_c = 5.234 + 76.367$ A. La parte constante de este valor puede deberse al campo terrestre y al error experimental. En la descripción de los resultados experimentales expuestos en el próximo capítulo se usan valores del campo corregidos. El campo magnético medido en el centro del solenoide para una corriente de 1.5 A es de 115 G. Mediciones del campo magnético a lo largo del eje vertical muestran una variación de  $\pm 1$  G en un radio de 5 mm a partir del centro del solenoide, lo que representa una desviación del 0.86%, suficientemente pequeña para considerar que el campo es constante en esta dirección. En cambio la variación en los ejes en el plano horizontal es de  $\pm 14.5$  G para un radio de 30 mm a partir del centro del solenoide, lo que representa una desviación del 12.61%. La determinación de la variación del campo en un rango espacial mayor en estos ejes se debe a que la muestra se coloca de forma horizontal.

### 2.2.2 Campo oscilatorio

Para la generación del campo alternante se usó una bobina Helmholtz debido a que esta configuración produce un campo homogéneo en su región central. Una bobina Helmholtz es una configuración de dos bobinas circulares idénticas separadas por una distancia igual a su radio. Esta configuración de bobinas genera un campo prácticamente uniforme en un volumen esférico del mismo radio que las bobinas.

El campo magnético producido por un par de bobinas circulares idénticas, en un punto p entre ellas, sobre el eje axial a una distancia d del centro de una de ellas, obedece a la siguiente expresión

$$H_p = \frac{\mu_0 N i R^2}{2} \left[ \frac{1}{(d^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{((2b-d)^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \right],$$
 (2.3)

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío, N el número de vueltas de una de las bobinas circulares, i la corriente que circula por la bobina, R el radio de la bobina y 2b la separación de las bobinas circulares.

Se puede mostrar que si se cumple la condición de d = b, es decir si nos fijamos en el punto medio de la separación entre las bobinas, entonces la primer derivada del campo respecto de d se anula. Si además 2b = R, es decir si la separación entre las bobinas es igual al radio de una de ellas, entonces la segunda derivada también se anula. Bajo estas condiciones el campo magnético varía muy léntamente en el centro de la bobina Helmholtz. En estas condiciones el valor del campo obtenido de la ecuación 2.3 toma el valor

$$H_p = \frac{\mu_0 N i}{R} \frac{8}{5^{\frac{3}{2}}}.$$
 (2.4)

Con ayuda de la ecuación 2.4 se construyó una bobina de Helmholtz cuyos parámetros son N = 120 vueltas y  $R \sim R_{medio} = 0.095$  m. De esta manera el valor teórico de la magnitud del campo en la parte media del embobinado para una





Figura 2.11: Fotografía del embobinado Helmholtz.

Figura 2.12: Relación campo generado contra voltaje utilizado.

corriente de i = 2 A es  $H_p = 23$  G. La figura 2.11 muestra la bobina Helmholtz que se construyó.

La forma de controlar el campo generado por la bobina Helmholtz es a través del voltaje de alimentación. La figura 2.12 muestra la relación voltaje-campo de la bobina Helmholtz medida en el centro de la configuración. Podemos notar que existe un comportamiento lineal al que se le ajusta una recta de la forma  $H_p = 3.172 + 1.197$  V, la parte constante nuevamente se asocia a un error experimental.

Se realizaron mediciones del campo a lo largo de los ejes de un sistema con origen en el centro de la configuración de las bobinas, esto con el fin de determinar las variaciones en el campo magnético. Al usar un voltaje de 14.6 V el valor del campo medido es 20.5 G. La variación sobre el eje axial a una distancia de 20 mm resultó de 0.1 G, lo que representa una desviación del 0.49%. A lo largo de un eje transversal la variación a una distancia de 30 mm resultó de 1 G, lo que representa un desviación del 4.88%.

## 2.2.3 Control de campos magnéticos

### Fuentes de voltaje

Para alimentar las bobinas que producen los campos magnéticos, se usaron tres fuentes de bajo voltaje *PASCO Scientific SF-9584A*. Un fuente alimenta al solenoide; las otras dos conectadas en serie alimentan a la bobina Helmholtz.

Estas fuentes producen un voltaje regulable de 0 a 24 V en corriente directa. La incertidumbre que presentan estas fuentes es de  $\pm 0.01$  en voltajes y corrientes. Para el solenoide una de estas fuentes es capaz de proveer hasta 3.6 A, valor suficientemente alto para generar un campo magnético relativamente grande. Las dos fuentes conectadas en serie y en combinación con el circuito amplificador proveen un voltaje máximo de hasta 20 V a la bobina Helmholtz.

### Generador de funciones

Se usó un generador de funciones *Elenco GF8056* de 1 GHz para generar una señal senoidal que alimenta al circuto amplificador. Con el generador de funciones es posible fijar la amplitud y frecuencia de la señal senoidal.

## Osciloscopio

Se usó un osciloscopio *Tektronix TDS 220* para monitorear las señales producidas por el generador de funciones y para monitorear la salida del circuito amplificador. El rango de amplitudes de voltaje que es posible visualizar va de 0 a 20 V.

## Circuito amplificador

Se usó un circuito amplificador que se alimenta por la señal de voltaje emitida desde el generador de funciones, cuya salida alimenta a la bobina Helmholtz.

En la tabla 2.1 se han listado los materiales e instrumentos usados en los experimentos, así como su función primordial. La figura 2.13 muestra dos fotografías que ayudan a visualizar el montaje experimental que se usó para el estudio del esfuerzo de cedencia del fluido MR.



Figura 2.13: Fotografías del sistema completo que permitió el análisis del fluido MR.

Material o instrumento	Función
Reómetro Bohlin CVO 120 HR	Obtención de reogramas del fluido
Software Bohlin CVO 120 HR	Obtención, procesamiento y análisis de datos
Peltier Bohlin instruments	Control de temperatura
Generador de funciones <i>Elenco GF8056</i>	Control de la frecuencia y amplitud
	del campo oscilatorio
Osciloscopio Tektronix TDS 220	Verificación de la frecuencia y amplitud
	del campo oscilatorio
Fuentes de voltaje	Alimentación de campo constante
PASCO Scientific SF-9584A	y campo oscilatorio
Circuito amplificador	Alimentación del campo oscilatorio
Bobina solenoidal	Generación del campo constante
Bobina Helmholtz	Generación del campo oscilatorio
Sensor de campo magnético PASCO	Medición de campos magnéticos
Software $DataStudio 1.9.6r4$	Obtención, procesamiento y análisis de datos
Balanza OAHUS Explorer Pro EP413C	Determinación de masas de las partículas
Magnetita mineral	Material base de las partículas a usar
	para la formación del fluido MR y rugosidad
Aceite lubricante Dexron Quaker State	Líquido soporte a usar
	para la formación del fluido MR
Cinta doble capa Scotch	Material para crear el recubrimiento
	con rugosidad
PC HP Pavilon t440m	Control de reómetro y análisis de datos
Compresora de aire GONI 960	Soporte del reómetro
Sistema de bombeo de agua	Soporte del Peltier

Tabla 2.1: Materiales e instrumentos utilizados en el desarrollo experimental acompañados de su función primordial.

## 2.3 Preparación de las muestras de fluido MR y el procedimiento para la obtención de los reogramas

## 2.3.1 Fluido MR a base de magnetita mineral

Para preparar el fluido MR se usaron micropartículas de magnetita mineral que se dispersaron en aceite mineral tipo Dexron. La magnetita mineral es un material ferromagnético que puede encontrarse comúnmente en tierras arenosas. Se presenta en granos de aproximadamente 500  $\mu$ m de diámetro. Para usarlas es necesario triturarlas tanto para reducirlas de tamaño como para retirarles impuresas de silicato que generalmente las acompañan. Las micropartículas que se usaron fueron obtenidas previamente con un molino de bolas de acero [23]. El molino consiste en un cilindro de acero que tiene un diámetro de 12.5 cm y un largo de 12.5 cm, lleno parcialmente con una mezcla de balines de acero, de diámetros 12.7, 9.52 y 6.35 mm, que ocupa el 30% del volumen total del cilindro. Para refinar el tamaño de las partículas se usan tamices, lo que permite obtener partículas con una dispersión no tan grande como las que se obtienen directamente del molino. La densidad del material refinado es de  $\rho_p = 5.1 \frac{g}{cm^3}$ . Las partículas obtenidas tienen tamaños entre 60 y 80  $\mu$ m.

Para preparar un volumen  $V_T$  de fluido MR donde las partículas de densidad  $\rho$  ocupen una fracción de volumen  $\phi$  del volumen total de la muestra, la cantidad que se requiere es  $m = \phi \rho V_T$ .

En la mayor parte de los experimentos la concentración de partículas es de  $\phi = 0.05$ . Dada las dimensiones de la geometría del reómetro usada, se prepararon muestras de volumen total de 8.5 ml, siendo 8.45 ml de aceite y una masa de partículas de 2.22 g.

## 2.3.2 Procedimiento para la obtención de reogramas

Antes de comenzar las mediciones es necesario calibrar el reómetro. Una vez encendido el instrumento se comprueba que exista comunicación con el computador. La geometría usada en los experimentos descritos en este trabajo es la de platos paralelos. Se realiza la calibración de la separación entre los platos por medio de un procedimiento automatizado. Dado que la temperatura afecta notablemente la viscosidad de la muestra, es necesario verificar que el Peltier funcione adecuadamente para mantener la temperatura constante a un valor de 20 °C. La separación de los platos se fijó en 3 mm. En lo concerniente a los campos que se aplicaron, también se fijan los valores antes de realizar las mediciones. Se seleccionan valores del campo constante, la amplitud y la frecuencia del campo de perturbación. El campo alternante senoidal usado tiene una magnitud que no permite considerarlo como perturbación. Para cuantificar su magnitud respecto del campo constante se usa la razón entre la raíz cuadrática media del campo oscilatorio  $(H_{p,r.c.m})$  y la magnitud del campo constante  $(H_c)$ . Para poder considerar al campo oscilatorio como campo de perturbación se consideró que la razón entre las magnitudes de los campos debe ser menor al 20%. En gran parte de los experimentos se usó una razón del 14.5%. La frecuencia que se usó tiene un valor bajo, para la mayor parte de los experimentos 4 Hz.

Una vez fijos todos los parámetros del experimento, se vierte una muestra de fluido MR en el reómetro y se realiza una dispersión mecánica, por agitación, de las partículas con la finalidad de obtener en lo posible una dispersión homogénea. Se procede a colocar los platos en la separación predeterminada. El siguiente paso es comenzar el programa de medición. Éste consiste en una serie de acciones del reómetro con las que genera el reograma. Los programas que se usaron se basan en el modo de esfuerzo controlado, que consiste en controlar el esfuerzo cortante aplicado al fluido y registrar la rapidez de deformación generada.

El programa típicamente consiste en dos etapas. Una llamada preacondicionamiento y la otra de medición. En la etapa de preacondicionamiento la muestra se somete a interacciones externas, típicamente durante 120 s. Durante este tiempo están actuando los campo magnéticos. Esto permite que las partículas se agregen y formen la estructura que produce el esfuerzo de cedencia. En una serie de experimentos la muestra se somete además a un precorte en el que la muestra se expone a un corte constante.

La etapa de mediciones consiste en una rampa de esfuerzos de corte, típicamente de 0 a 15 Pa en un tiempo de 150 s en los que toma 110 mediciones. En cada medición se determina el esfuerzo aplicado, la rapidez de deformación y la viscosidad, entre otros parámetros. Con esta información se obtienen los reogramas a partir de los cuales se determina el esfuerzo de cedencia.

## Capítulo 3

## **Resultados experimentales**

En este capítulo se estudia experimentalmente el esfuerzo de cedencia en fluidos MR. Se comienza con el caso donde se aplica solamente un campo constante. Luego se aborda el caso donde se aplica también la perturbación periódica. Posteriormente el fluido se somete a un preacondicionamiento que puede ser un corte constante o una rampa de esfuerzos. Además se explora el comportamiento del sistema cuando las paredes de la geometría son cubiertas por una capa de material rugoso. Igualmente se investiga la dependencia del esfuerzo de cedencia con la concentración de micropartículas y la separación de las placas que realizan la deformación. Finalmente se exponen brevemente algunos experimentos que podrían extender el presente trabajo.

La idea de introducir todas las interacciones mencionadas es modificar el esfuerzo de cedencia del fluido MR, con especial interés en encontrar las condiciones en las que el esfuerzo de cedencia es mayor. El siguiente esquema muestra como es que se ha introduciendo cada interacción y que variable es posible estudiar.



## 3.1 Surgimiento y medición del esfuerzo de cedencia

Ésta sección comienza mostrando como surge el esfuerzo de cedencia cuando al sistema se le somete a campos magnéticos de magnitud cada vez mayores. Posteriormente se definen dos formas para obtener experimentalmente el esfuerzo de cedencia.

## 3.1.1 Fluido MR en ausencia de campo magnético

Con el fin de medir la viscosidad del líquido soporte, se vertieron 8.5 ml del mismo en la geometría de medición. Se obtuvo el reograma b) mostrado en la figura 3.1, donde es evidente que el fluido se comporta newtonianamente, puesto que el esfuerzo de corte es proporcional a la rapidez de deformación. La viscosidad del líquido es  $\eta = 0.095$  Pa·s. Cuando se agregan partículas al líquido soporte, para formar el fluido MR, la viscosidad efectiva de la dispersión aumenta. Para una muestra con una concentración de partículas  $\phi = 0.05$ , se consigue el reograma a) mostrado en la figura 3.1. Esta vez la relación muestra una pendiente mayor, lo que equivale a una viscosidad de  $\eta = 0.112$  Pa·s.



Figura 3.1: Reogramas. a)Líquido soporte con micropartículas. b)Líquido soporte.

# 3.1.2 Comportamiento del fluido MR en presencia de un campo magnético constante

Cuando el sistema se somete a un campo magnético, el fluido adquiere características viscoelásticas. El esfuerzo de cedencia es una de las cantidades que caracteriza la viscoelasticidad. Para determinar el esfuerzo de cedencia es necesario obtener un reograma. Una gráfica del esfuerzo cortante contra la rapidez de deformación. El reograma se obtuvo al aplicar el procedimiento de medición descrito en la sección 2.3.2.

A diferencia de los casos sin campo, la dinámica del fluido es totalmente diferente, comportándose no-newtonianamente. En la figura 3.2 se observan diferentes reogramas que corresponden a diferentes magnitudes de campo constante. Se



Figura 3.2: a) Reograma en ausencia de campo. Reogramas a diversos valores de campo. b) 76.4 G, c) 91.6 G, d) 114.6 G, e) 152.7 G, f) 183.3 G.

observa que paulatinamente los reogramas se alejan de un comportamiento newtoniano. Va emergiendo el esfuerzo de cedencia. Para el caso de mayor campo se observa claramente una parte del reograma donde el esfuerzo cortante no produce una deformación apreciable, síntoma de que se ha desarrollado un esfuerzo de cedencia.

### 3.1.3 Medición del esfuerzo de cedencia

El esfuerzo de cedencia representa el umbral crítico de esfuerzo cortante a partir del cual el sistema comienza a fluir. En los reograma es posible identificar un régimen en el que la rapidez de deformación es muy baja y crece muy lentamente en comparación con el esfuerzo cortante, la cota superior de éste régimen se identifica como el esfuerzo de cedencia.

La figura 3.3 representa los reogramas obtenidos para los casos con campo constante de 183.3 y 106.9 G, los esfuerzos de cedencia son  $\tau_0 \simeq 5.6$  Pa y  $\tau_0 \simeq 1.8$  Pa, respectivamente.



Figura 3.3: Candidatos a esfuerzo de cedencia. a)Fluido con campo constante 183.3 G. b)Fluido con campo constante 106.9 G.

Sin embargo la identificación de la cota superior que se identifica con el esfuerzo de cedencia, puede resultar ser complicada y dependiente de la escala de medición. Las figuras 3.4 y 3.5 muestran como el cambio de escala altera el valor aparente del esfuerzo de cedencia. En la figura 3.4 aparece el reograma del fluido al ser expuesto a un campo constante de 259.6 G con esfuerzo de cedencia identificado como  $\tau_0 \simeq 4.5$  Pa. En la figura 3.5 nuevamente aparece el mismo reograma, esta vez acompañado con el reograma para campo constante de 114.6 G, el esfuerzo de cedencia para el reograma anterior es identificado ahora en la nueva escala como  $\tau_0 \simeq 9.7$  Pa. El



Figura 3.4: Identificación del esfuerzo de cedencia para el fluido expuesto a campo constante de 259.6 G.



Figura 3.5: Cambio aparente del esfuerzo de cedencia del reograma a), comparado al obtenido en la figura 3.4, sólo al cambiar la escala de medición, para introducir el reograma b) a campo constante de 114.6 G.

ejemplo anterior muestra que es necesario establecer alguna convención claramente definida que permita obtener valores del esfuerzo de cedencia independientes del punto de vista del observador.

Una convención consiste en elegir arbitrariamente una rapidez de deformación por debajo de la cual se considera que no hay flujo significativo y por encima se considera que si lo hay. El esfuerzo cortante aplicado correspondiente a esta rapidez de deformación representará al esfuerzo de cedencia estático. El valor de la rapidez que se ha seleccionado es  $0.1 \text{ s}^{-1}$ . La figura 3.6 ejemplifica la obtención del esfuerzo de cedencia a través de esta convención. Aquí aparecen los reogramas para el fluido sometido a campos constantes de 259.6 y 114.6 G, los esfuerzos de cedencia estáticos son  $\tau_0 = 5.45$  Pa y  $\tau_0 = 0.63$  Pa, respectivamente.

Otra convención que se adoptó consiste en extrapolar el comportamiento lineal del reograma en el régimen de rapidez de deformación grande. En este régimen el fluido tiene un comportamiento newtoniano y es posible hacer un ajuste lineal. Al extrapolar dicho ajuste y encontrar la intersección con el eje de las ordenadas se encuentra un nuevo valor para el esfuerzo de cedencia, denominado esfuerzo de cedencia dinámico. En la figura 3.7 se muestran los reogramas del fluido sometido a la presencia de campos constantes de 91.6, 106.9 y 137.5 G. En todos los casos, el comportamiento lineal comienza para la rapidez de deformación  $22.5 \text{ s}^{-1}$ . A partir





Figura 3.6: Obtención del esfuerzo de cedencia estático.

Figura 3.7: Representación del esfuerzo de cedencia dinámico. Campos constantes a diversas magnitudes. a)137.5 G, b)106.9 G, c)91.6 G.

del inicio del comportamiento lineal se ha hecho un ajuste y se encontró para el caso de 91.6 G la recta  $\tau = 4.576 + 0.128 \dot{\gamma}$ , el esfuerzo de cedencia dinámico por lo tanto es  $\tau_0 = 4.576$  Pa; para el caso a 106.9 G el ajuste es la recta  $\tau = 7.935 + 0.130 \dot{\gamma}$  por lo que el esfuerzo de cedencia dinámico es  $\tau_0 = 7.935$  Pa; finalmente a 137.5 G el ajuste es la recta  $\tau = 9.398 + 0.146 \dot{\gamma}$ , lo que implica un esfuerzo de cedencia dinámico en cada caso.

## **3.2** Esfuerzo de cedencia contra campo constante

En esta sección se estudia el esfuerzo de cedencia como función del campo constante. A pesar de que el esfuerzo de cedencia en fluidos MR en presencia de campos magnéticos constantes transversales al flujo, ya se ha estudiado previamente, los resultados aquí descritos se refieren a un sistema de partículas relativamente grandes, sistema cuya reología no se ha estudiado previamente, hasta donde se sabe. Además como posteriormente se muestra, estos comportamientos pueden ser descritos en términos de la longitud promedio de los agregados, cuya cinética fue estudiada en [12].

Para la obtención de los reogramas se prepara el fluido MR con la metodología



Figura 3.8: Comportamiento del esfuerzo de cedencia con campo constante. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.

descrita en la sección 2.3.2. Para un experimento dado, el fluido se somete a un campo constante. Se encontraron los reogramas correspondientes a varias intensidades de campo magnético entre 0 y 260 G. En la figura 3.8 se muestran los valores del esfuerzo de cedencia estático y dinámico obtenidos de estos reogramas.

En la figura 3.8 a) es posible identificar dos regiones con comportamientos diferentes para el esfuerzo de cedencia estático. En la primera región se puede asociar un ajuste  $\tau_0 = 0$  con dominio de 0 a 93 G, es decir, para los campos en este rango el sistema no exhibe ningún esfuerzo de cedencia. Para magnitudes de campo mayores a 93 G el comportamiento se vuelve lineal, el ajuste es  $\tau_0 = -3.019 + 1.032H_c$ . Por lo tanto es posible establecer la existencia de un valor umbral del campo magnético a partir del cual se nota la presencia del esfuerzo de cedencia estático, este valor umbral es  $H_c \sim 93$  G.

Se determinó el esfuerzo de cedencia dinámico a partir de reogramas correspondientes a campos magnéticos en el rango de 0 a 137.5 G. En reogramas correspondientes a campos mayores, la región lineal del reograma, a partir de la cual se obtiene el esfuerzo de cedencia dinámico, es muy corta y por lo tanto no se consideraron en el análisis. En la figura 3.8 b) se ha graficado el esfuerzo de cedencia dinámico contra el campo constante. El mejor ajuste para los datos, excluyendo el origen, resulta ser una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 0.001 H^{1.999}$ . Este ajuste concuerda con aquellos que han sido reportados previamente tanto experimental como teóricamente donde se propone una dependencia cuadrática [2, 3, 5].

## 3.3 Esfuerzo de cedencia en fluidos MR bajo perturbaciones

En esta sección se describe el comportamiento del esfuerzo de cedencia cuando al fluido MR se le aplican simultáneamente un campo constante y el campo alternante. Cabe mencionar que ésta configuración no ha sido estudiada previamente. La intensidad del campo constante la denotamos por  $H_b$  siempre y cuando esté presente la perturbación  $H_p$ . El estudio se realizó bajo diferentes condiciones de intensidad de los campos, frecuencia y amplitud de la perturbación.

# 3.3.1 Dependencia con la amplitud de los campos: razón entre los campos fija

Al añadir el campo magnético alternante o de perturbación, se introducen nuevas variables al sistema, como lo son la amplitud y la frecuencia de la perturbación. Aquí se estudia el efecto de la variación del campo constante y el de perturbación cuando entre ambos existe una razón fija.

Se mantuvo la razón entre la raíz cuadrática media del campo de perturbación y la magnitud del campo constante en 14.5%. En esta serie de experimentos se mantuvo una frecuencia de 4 Hz. Las intensidades del campo constante están entre 61.1 y 122.2 G, y las amplitudes máximas del campo alternante están entre 12.4 y 25.1 G, respectivamente.

Los resultados se plasman en la figura 3.9 b) donde se muestran la dependencia entre el esfuerzo de cedencia estático y el campo constante (el campo de perturbación se encuentra presente). También se muestran los resultados del caso donde solamente se usa campo constante, esto con fines de comparación, veáse la figura 3.9 a). Para el caso de usar ambos campos se ha encontrado un ajuste lineal de la forma  $\tau_0 =$  $-0.651 + 0.012H_b$ . Mientras que para el caso donde sólo se usa campo constante el ajuste es  $\tau_0 = -0.855 + 0.013H_c$ . Existe un aumento significativo en la medición del esfuerzo de cedencia cuando además del campo constante se añade el campo de perturbación.

La figura 3.10 a) muestra la dependencia del esfuerzo de cedencia dinámico en



Figura 3.9: Datos y ajuste obtenidos al medir el esfuerzo de cedencia estático cuando el fluido es sometido a la presencia del a) campo constante y b) campo constante y de perturbación con relación al 14.5%.

Figura 3.10: Datos y ajuste obtenidos al medir el esfuerzo de cedencia dinámico cuando el fluido es sometido a la presencia del b) campo constante y a) campo constante y de perturbación con relación al 14.5%.

presencia de ambos campos. Los datos pueden ser ajustados mediante una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 0.001 H_b^{1.849}$ . Para fines de comparación se muestran los valores del esfuerzo de cedencia dinámico cuando no está presente el campo de perturbación, figura 3.10 b), a estos valores se les ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 0.001 H_c^{1.797}$ . Al igual que para el esfuerzo de cedencia estático notamos un incremento en el esfuerzo de cedencia dinámico, sin embargo en este caso el aumento no es tan grande.

## 3.3.2 Dependencia con la frecuencia del campo de perturbación

Como se mostró, existe un incremento en la medición del esfuerzo de cedencia cuando además del campo constante está presente el campo de perturbación. Ahora se estudia el efecto de variar la frecuencia de la perturbación  $f_p$ .

En ésta serie de experimentos se mantuvo el campo constante a una amplitud de 91.6 G y la del campo de perturbación en 18.8 G, es decir, los campos muestran una razón del 14.5%. El rango de frecuencias estudiado está entre 0 y 10 Hz.



Figura 3.11: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la frecuencia de la perturbación. Se ha mantenido el campo constante a 91.6 G y una amplitud en el campo de perturbación de 18.8 G. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha.

En la figura 3.11 se muestran los resultados de esfuerzo de cedencia estático y dinámico como función de la frecuencia. El esfuerzo de cedencia estático a) muestra un comportamiento lineal cuya forma es  $\tau_0 = 0.501 - 0.003 f_p$ . La pendiente tan pequeña en el ajuste indica que el esfuerzo de cedencia muestra una dependencia constante con la frecuencia de la perturbación en el rango estudiado.

El esfuerzo de cedencia dinámico b) muestra una clara dispersión en los valores medidos. Al asociar un ajuste lineal éste tiene la forma  $\tau_0 = 4.919 - 0.006 f_p$ , análogamente que para el esfuerzo de cedencia estático, la dependencia general es prácticamente constante.

También se realizó una serie de experimentos a una razón constante del 12% donde el campo constante es de 99.3 G y la amplitud máxima del campo de perturbación es de 16.4 G. El rango de frecuencias estudiado está entre 0 y 6 Hz.

En la figura 3.12 se muestra la dependencia del esfuerzo de cedencia como función de la frecuencia. En el caso del esfuerzo de cedencia estático a) se obtuvo un ajuste lineal de la forma  $\tau_0 = 0.725 - 0.034 f_p$ . El valor de la pendiente ha crecido pero aún así posee un valor pequeño.



Figura 3.12: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la frecuencia de la perturbación. Se ha mantenido el campo constante en 99.3 G y una amplitud en el campo de perturbación de 16.4 G. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha.

Respecto a los resultados del esfuerzo de cedencia dinámico b), se asoció un ajuste de la forma  $\tau_0 = 5.463 - 0.024 f_p$ . La dependencia del esfuerzo de cedencia con respecto a la frecuencia de la perturbación es prácticamente constante.

Cuando se tiene una razón entre los campos del 7.6% se obtienen resultados análogos a los dos casos anteriores, ver figura 3.13. Aquí fijamos el campo constante a 152.7 G y la amplitud máxima de la perturbación a 16.4 G. El rango de frecuencias estudiadas esta entre 0 y 10 Hz. Los ajustes para los esfuerzos de cedencia estático y dinámico son  $\tau_0 = 2.195 - 0.058 f_p$  y  $\tau_0 = 10.664 + 0.01 f_p$ , respectivamente.



Figura 3.13: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la frecuencia de la perturbación. Se ha mantenido el campo constante en 152.7 G y una amplitud en el campo de perturbación de 16.4 G. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha.

## 3.3.3 Esfuerzo de cedencia contra amplitud de la perturbación

A continuación se estudia el papel que juega la amplitud de la perturbación  $H_p$  en el esfuerzo de cedencia. Se estudian dos series cada una corresponde a un valor del campo constante de 91.6 y 106.9 G. El rango de estudio de la amplitud está entre 0 y 25 G. En cada serie se fija la frecuencia en 4 Hz, es de recordar que el esfuerzo de cedencia mantiene una dependencia prácticamente constante con  $f_p$ .

La figura 3.14 muestra los resultados obtenidos para el caso con campo constante a 91.6 G. El esfuerzo de cedencia estático a) muestra un comportamiento lineal de la forma  $\tau_0 = 0.403 + 0.007 H_p$ . También se ha graficado, para fines de comparación, el valor del esfuerzo de cedencia sin campo de perturbación b) cuyo valor es  $\tau_0 = 0.325$ Pa. El esfuerzo de cedencia dinámico c) muestra un comportamiento lineal de la forma  $\tau_0 = 4.732 + 0.006 H_p$ . Con fin de comparar, se ha graficado la referencia sin campo de perturbación d) cuyo valor es  $\tau_0 = 4.428$  Pa.

Las gráficas a) y c) muestran un incremento en la parte constante, además de un



Figura 3.14: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la amplitud de la perturbación. Se ha mantenido el campo constante en 91.6 G y una frecuencia en el campo de perturbación de 4 Hz. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Referencia del esfuerzo de cedencia estático medido con campo constante. c)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha. d)Referencia del esfuerzo de cedencia dinámico medido con campo constante.

crecimiento asociado a la pendiente que a pesar de ser pequeña crece uniformemente.

La figura 3.15 muestra los valores del esfuerzo de cedencia para los reogramas obtenidos al aplicar el campo constante de 106.9 G. Al estudiar el esfuerzo de cedencia estático cuando se introduce el campo constante y el de perturbación a) se obtiene un comportamiento lineal de la forma  $\tau_0 = 0.728 - 0.001 H_p$ . También se ha graficado la referencia sin campo de perturbación b) y se comporta como  $\tau_0 = 0.565$  Pa.

Al estudiar el esfuerzo de cedencia dinámico cuando se introduce el campo constante y el de perturbación c) se obtiene un comportamiento lineal de la forma  $\tau_0 = 6.953 - 0.003 H_p$ . También se ha graficado la referencia sin campo de perturbación d) cuyo valor es  $\tau_0 = 6.735$  Pa.

De forma semejante al comportamiento del esfuerzo de cedencia como función del la frecuencia, la dependencia de éste con la amplitud es prácticamente constante. Dado que los valores del esfuerzo sin pertubación son menores a los casos con per-



Figura 3.15: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia y la amplitud de la perturbación. Se ha mantenido el campo constante en 106.9 G y una frecuencia en el campo de perturbación de 4 Hz. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Referencia del esfuerzo de cedencia estático con campo constante. c)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha. d)Referencia del esfuerzo de cedencia dinámico con campo constante.

turbación, podemos inferir que la perturbación introduce un cambio cualitativo en el sistema.

## 3.4 Esfuerzo de cedencia en Fluidos MR sometidos previamente un programa de esfuerzo cortante

Como se ha mostrado, la presencia del campo de perturbación aumenta los valores alcanzados por el esfuerzo de cedencia del fluido, sin embargo el tamaño del aumento es relativamente pequeño. Con la finalidad de encontrar cambios mayores en el esfuerzo de cedencia, el fluido se expusó a un programa de esfuerzo cortante previo a la toma de mediciones. Con esto se busca modificar la estructura formada por las partículas y por lo tanto el esfuerzo de cedencia.

## 3.4.1 Fluido MR expuesto a ciclos de esfuerzos previamente a la medición del esfuerzo de cedencia

En este caso el fluido MR se expone a rampas sucesivas idénticas de esfuerzo de corte, a cada rampa se le identifica como un ciclo. La rampa de referencia es la misma que la que se utiliza para realizar la medición del esfuerzo de cedencia, ver sección 2.3.2.

#### El papel de la amplitud del campo de perturbación

Se realizaron dos series de mediciones cada una para un campo constante siendo estos 91.6 y 106.9 G, en ambas se mantuvo la frecuencia en 4 Hz. La variación de la amplitud del campo de perturbación está entre 0 y 25.1 G. Se obtuvieron los resultados correspondientes a 1, 2 y 3 ciclos de esfuerzos.



Figura 3.16: a)Esfuerzo de cedencia estático medido luego de la primer rampa de esfuerzo, en ausencia de campo oscilatorio. Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático obtenidos durante la aplicación de rampas de esfuerzo, con campo oscilatorio. b)Al aplicar una rampa de esfuerzos. c)Al aplicar una segunda rampa de esfuerzos. d)Al aplicar una tercer rampa de esfuerzos. Campo constante a 91.6 G.



Figura 3.17: a)Esfuerzo de cedencia estático medido luego de la primer rampa de esfuerzo, en ausencia de campo oscilatorio. Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático obtenidos durante la aplicación de rampas de esfuerzo con campo oscilatorio. b)Al aplicar una rampa de esfuerzos. c)Al aplicar una segunda rampa de esfuerzos. d)Al aplicar una tercer rampa de esfuerzos. Campo constante a 106.9 G.

En la figura 3.16 se muestran los valores del esfuerzo de cedencia estático como función de la amplitud del campo de perturbación correspondientes al caso donde el campo constante es 91.6 G. En la misma gráfica se muestran los resultados para los casos donde se usa 1, 2 y 3 ciclos de esfuerzos previos a la medición del esfuerzo de cedencia. Para fines de comparación se ha graficado una referencia que corresponde al esfuerzo de cedencia estático medido luego de la primer rampa de esfuerzos, cuando esta presente únicamente el campo constante a), el valor de éste es  $\tau_0 = 0.3$  Pa. Los datos de la dependencia del esfuerzo de cedencia como función de la amplitud en el caso de usar solamente un ciclo de esfuerzos b), es lineal de la forma  $\tau_0 =$  $0.471 - 0.001H_p$ . Para el caso donde se usan dos ciclos c), el ajuste toma la forma  $\tau_0 = 0.62 + 0.002H_p$ . Mientras que cuando se aplica una tercera rampa de esfuerzos d) el ajuste es  $\tau_0 = 0.83 - 0.004H_p$ .

En la figura 3.17 se muestran los valores el esfuerzo de cedencia estático cuando el campo constante es de 106.9 G. El valor de referencia cuando está presente el campo



Figura 3.18: a)Esfuerzo de cedencia dinámico medido luego de la primer rampa de esfuerzo, en ausencia de campo oscilatorio. Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático obtenidos durante la aplicación de rampas de esfuerzo, con campo oscilatorio. b)Al aplicar una tercer rampa de esfuerzos. c)Al aplicar una segunda rampa de esfuerzos. d)Al aplicar una rampa de esfuerzos. Campo constante a 91.6 G.



Figura 3.19: a)Esfuerzo de cedencia dinámico medido luego de la primer rampa de esfuerzo, en ausencia de campo oscilatorio. Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático obtenidos durante la aplicación de rampas de esfuerzo, con campo oscilatorio. b)Al aplicar una tercer rampa de esfuerzos. c)Al aplicar una segunda rampa de esfuerzos. d)Al aplicar una rampa de esfuerzos. Campo constante a 106.9 G.

constante a) es $\tau_0=0.45$  Pa. Los ajustes para el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la intensidad del campo de perturbación aplicando 1, 2 y 3 ciclos b), c), d) son  $\tau_0=0.725-0.004H_p,$   $\tau_0=1.27-0.016H_p$  y  $\tau_0=1.172-0.005H_p,$  respectivamente.

Ambas figuras muestran un incremento paulatino en la medición del esfuerzo de cedencia estático al introducir rampas de esfuerzo. Es claro que el preacondicionamiento en modo de ciclos modifica el proceso de agregación aumentando el esfuerzo de cedencia estático.

Las figuras 3.18, para el caso de campo constante 91.6 G, y 3.19, para el caso con campo constante 106.9 G, contienen la información acerca del esfuerzo de cedencia dinámico. En la figura 3.18 se muestra el valor de referencia cuando está presente únicamente el campo constante a), el valor del esfuerzo de cedencia es  $\tau_0 = 4.145$  Pa. Los ajustes, que son lineales, para 1, 2 y 3 ciclos d), c), b) son  $\tau_0 = 4.972 - 0.003H_p$ ,  $\tau_0 = 4.496 + 0.013H_p$  y  $\tau_0 = 4.27 + 0.009H_p$ , respectivamente.

En la figura 3.19 a) se muestra el valor de referencia para el esfuerzo de cedencia sin campo de perturbación, este valor es  $\tau_0 = 6.066$  Pa. Los ajustes para las dependencias son  $\tau_0 = 6.587 - 0.001 H_p$ ,  $\tau_0 = 6.433 - 0.003 H_p$  y  $\tau_0 = 6.180 + 0.004 H_p$  para 1, 2 y 3 ciclos d), c), b), respectivamente.

A diferencia del esfuerzo de cedencia estático, el esfuerzo de cedencia dinámico sufre una disminución paulatina al introducir rampas de esfuerzo en forma continua. En este rango el preacondicionamiento en modo de ciclos modifica el proceso de agregación disminuyendo el esfuerzo de cedencia dinámico.

## 3.4.2 Fluido MR expuesto a una rapidez de corte constante previo a la medición del esfuerzo de cedencia

En esta sección se estudia el efecto sobre la muestra del otro modo de preacondicionamiento, este consiste en someter a la muestra a una deformación con rapidez de corte constante previa a la medición del esfuerzo de cedencia, a este preacondicionamiento se le define como modo de corte previo. En este caso se hace uso de una rapidez de deformación fija en 2 s<sup>-1</sup> con duración de 150 s.

## El papel de la amplitud de la perturbación.

Se realizaron dos series de experimentos, para campos constantes de 91.6 y 106.9 G, donde se determina el papel de la amplitud de la perturbación en esta modalidad de preacondicionamiento. La frecuencia de la perturbación se fija en 4 Hz. Las





Figura 3.20: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia estático obtenido al variar la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a 91.6 G.

Figura 3.21: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia estático obtenido al variar la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a 106.9 G.

variaciones de la amplitud estan entre 0 y 25.1 G.

En la figura 3.20 se comparan los comportamientos del esfuerzo de cedencia estático como función de la amplitud del campo de perturbación en modo de corte previo y sin corte previo, para el campo constante a 91.6 G. Se muestran un ajuste lineal  $\tau_0 = 0.916 - 0.009H_p$  para el caso de corte previo b) y un ajuste de la forma  $\tau_0 = 0.403 + 0.007H_p$  cuando no se introduce el corte previo a).

En la figura 3.21 se comparan los comportamientos del esfuerzo de cedencia estático como función de la amplitud del campo de perturbación en modo de corte previo y sin corte previo, para el campo constante a 106.9 G. Se muestran un ajuste lineal  $\tau_0 = 1.709 - 0.028H_p$  para el caso de corte previo b) y un ajuste de la forma  $\tau_0 = 0.728 - 0.001H_p$  cuando no se introduce el corte previo a).

Se nota que existe un aumento significativo en el esfuerzo de cedencia estático al utilizar el modo de corte previo. Las mediciones sugieren que a amplitudes menores es mayor el cambio en el esfuerzo de cedencia estático cuando se usa el preacondicionamiento en modo de corte previo que cuando no se usa.

En la figura 3.22 se comparan los comportamientos del esfuerzo de cedencia





Figura 3.22: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia dinámico obtenido al variar la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a 91.6 G.

Figura 3.23: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia dinámico obtenido al variar la amplitud del campo de perturbación e introducir el modo de corte previo. a)Sin corte previo. b)Con corte previo. Campo constante a 106.9 G.

dinámico como función de la amplitud del campo de perturbación en modo de corte previo y sin corte previo, para el campo constante a 91.6 G. Se muestran un ajuste lineal  $\tau_0 = 4.775 + 0.011 H_p$  para el caso con corte previo b) y un ajuste de la forma  $\tau_0 = 4.732 + 0.006 H_p$  cuando no se introduce el corte previo a).

En la figura 3.23 se comparan los comportamientos del esfuerzo de cedencia dinámico como función de la amplitud del campo de perturbación en modo de corte previo y sin corte previo, para el campo constante a 106.9 G. Se encuentra un ajuste lineal  $\tau_0 = 7.111 - 0.018H_p$  para el caso con corte previo b) y un ajuste de la forma  $\tau_0 = 6.953 - 0.003H_p$  cuando no se introduce el corte previo a).

Las últimas gráficas para el esfuerzo de cedencia dinámico poseen mayor dispersión en los valores. El ajuste para el caso de campo constante de 91.6 G, muestra que el preacondicionamiento aumenta los valores del esfuerzo de cedencia. Sin embargo para el caso del campo de 106.9 G el ajuste muestra una región donde el preacondicionamiento aumenta los valores del esfuerzo de cedencia y otra región donde los valores disminuyen.

En general se observa que las mediciones del esfuerzo de cedencia cuando hay corte previo aumentan su valor al compararlas con aquellas en las que no hay este preacondicionamiento. Además se observa que el comportamiento del esfuerzo de cedencia con corte previo presenta menos dispersión que usando ciclos de esfuerzos, y en general una tendencia a incrementar el valor del esfuerzo de cedencia en ciertos rangos. En lo posterior se profundiza un poco más en las mediciones del esfuerzo de cedencia cuando hay preacondicionamiento en modo de corte previo.

#### El papel de la frecuencia de la perturbación

Para establecer el papel de la frecuencia de la perturbación en los valores del esfuerzo de cedencia al usar preacondicionamiento en modo de corte previo, se realizó una serie de mediciones. Se fijó el campo constante a 91.6 G y la amplitud del campo de perturbación en 18.8 G. El rango de la frecuencia donde se realizó el barrido fue de 0 a 50 Hz.



Figura 3.24: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia, al compararlo con la frecuencia de la perturbación, luego del modo de corte previo. Campo constante a 91.6 G. a)Esfuerzo de cedencia estático, escala izquierda. b)Esfuerzo de cedencia dinámico, escala derecha.

La figura 3.24 muestra los valores del esfuerzo de cedencia estático a), éste presenta un comportamiento al que se le ha encontrado un ajuste lineal de la forma  $\tau_0 = 0.862 - 0.001 f_p$ . Mientras que a los valores del esfuerzo de cedencia dinámico b), se ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 4.956 - 0.002 f_p$ . Se observa en general

una pequeña disminución del valor del esfuerzo de cedencia al aumentar la frecuencia de la perturbación. Al igual que en los casos anteriores no parece que el sistema sea sensible a la frecuencia de la perturbación, pero si a su presencia o ausencia.

## El papel de las intensidades de los campos: estudio del caso cuando la razón entre ellas es constante

A continuación se describe el comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar el campo constante y el campo de perturbación manteniendo una relación constante entre ambos. Los valores del campo constante están en el rango de 61.1 a 122.2 G, y los del campo de perturbación están entre 11.97 y 25.1 G. La razón entre la raíz cuadrática media del campo de perturbación y la magnitud del campo constante es de 14.5%. La frecuencia de la perturbación se mantiene en 4 Hz. En esta serie de experimentos el preacondicionamiento dura 120 s.





Figura 3.25: Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia estático. a)Sin modo de corte previo. b)Con modo de corte previo.

Figura 3.26: Datos y ajustes del esfuerzo de cedencia dinámico. a)Sin modo de corte previo. b)Con modo de corte previo.

La figura 3.25 b) muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la amplitud del campo constante (el campo de perturbación está presente). El comportamiento muestra una relación lineal de la forma  $\tau_0 = -0.882 + 0.016H_b$ . Para fines de comparación se han graficado también los datos del esfuerzo de cedencia estático en el caso donde el sistema no se expone a corte previo a), para estos se encuentra el ajuste  $\tau_0 = -0.457 + 0.010H_b$ .
La figura 3.26 b) muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia dinámico como función de la amplitud del campo constante. Se observa que los datos se ajustan bien a una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 0.002 H_b^{1.735}$ . También se han graficado los datos del esfuerzo de cedencia dinámico en el caso en el que no hay corte previo a), para estos se encuentra un ajuste a una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 0.002 H_b^{1.735}$ .

Como lo muestran los ajustes existe un aumento en el valor del esfuerzo de cedencia al usar el preacondicionamiento en corte previo. El aumento en el esfuerzo de cedencia estático es significativo sobre todo para campos magnéticos relativamente grandes. En el caso del esfuerzo de cedencia dinámico el incremento es más pequeño y también aumenta al incrementarse los campos magnéticos.

### El papel de la rapidez de corte

El preacondicionamiento en modo de corte previo tiene dos variables directamente relacionadas con el corte mismo, la rapidez de corte y el tiempo de aplicación del corte. Para establecer un estudio completo es necesario conocer la dependencia del esfuerzo de cedencia con ambos parámetros. Se realizaron dos series de experimentos, una manteniendo el campo constante en 91.6 G y el campo de perturbación en 18.8 G, y la otra donde el campo constante es 106.9 G y el campo de perturbación es 21.9 G. En ambas series la frecuencia es de 4 Hz. La rapidez de corte, en ambas series, varía en el rango de 0 a 8 s<sup>-1</sup>. El tiempo aplicación del preacondicionamiento es de 120 s.

En la figura 3.27 b) se han graficado los valores del esfuerzo de cedencia estático como función de la rapidez de corte obtenidos para la serie donde el campo constante es 91.6 G. Se observan dos regiones de comportamientos distintos. En la primera región, de 0 a  $1.4 \text{ s}^{-1}$ , se observa un comportamiento lineal de la forma  $\tau_0 = 0.391 + 0.217\dot{\gamma}$ . La segunda región, de  $1.4 \text{ a } 8 \text{ s}^{-1}$ , puede ser ajustada por una función lineal de la forma  $\tau_0 = 0.732 - 0.031\dot{\gamma}$ . Estos dos comportamientos establecen la existencia de un valor de corte crítico, en el cual se obtiene el esfuerzo de cedencia estático máximo, este valor es  $1.4 \text{ s}^{-1}$ .

Para el caso con campo constante a 106.9 G a) es posible notar nuevamente dos comportamientos distintos. Al primero se ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 0.621 + 0.125\dot{\gamma}$ , para un rango de corte de 0 a  $1.8 \text{ s}^{-1}$ . Al segundo comportamiento se asocia un ajuste de la forma  $\tau_0 = 0.883 - 0.016\dot{\gamma}$ , para el rango de corte de 1.8 a  $8 \text{ s}^{-1}$ . Estos dos comportamientos nuevamente establecen la existencia de un valor crítico en la rapidez de corte, este valor es  $1.8 \text{ s}^{-1}$ .

En la figura 3.28 se han graficado los valores del esfuerzo de cedencia dinámico





Figura 3.27: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia estático al variar el corte previo. a)Campo constante a 106.9 G. b)Campo constante a 91.6 G.

Figura 3.28: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia dinámico al variar el corte previo. a)Campo constante a 106.9 G. b)Campo constante a 91.6 G.

obtenidos de los mismos casos descritos. Para el caso con campo constante a 91.6 G b) es posible notar dos comportamientos distintos. El primero constituye un comportamiento lineal al que se ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 4.762 + 0.070\dot{\gamma}$ , para un rango de corte de 0 a 2 s<sup>-1</sup>. Al segundo comportamiento se ha asociado a un ajuste de la forma  $\tau_0 = 4.894 - 0.003\dot{\gamma}$ , para el rango de corte de 2 a 8 s<sup>-1</sup>. Estos dos comportamientos establecen la existencia de un valor de corte umbral, a partir del cual se obtiene un esfuerzo de cedencia dinámico constante y por debajo el esfuerzo de cedencia crece, el valor es 2 s<sup>-1</sup>.

Para el caso con campo constante a 106.9 G a) es posible notar nuevamente dos comportamientos distintos. En el primero se ha encontrado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 6.246 + 0.044\dot{\gamma}$ , para un rango de corte de 0 a 2.4 s<sup>-1</sup>. En el segundo, el ajuste es de la forma  $\tau_0 = 6.412 - 0.010\dot{\gamma}$ , para el rango de corte de 2.4 a 8 s<sup>-1</sup>. Estos dos comportamientos nuevamente establecen la existencia de un corte umbral, cuyo valor es 2.4 s<sup>-1</sup>.

Hasta aquí se ha mostrado la existencia de valores críticos de la rapidez de corte. Estos valores dependen de las magnitudes de los campos. En los casos de estudio los valores críticos o umbrales se encuentran alrededor de  $2 \text{ s}^{-1}$ .

#### El papel del tiempo de aplicación

Se realizaron dos series de experimentos, una para un campo constante de 91.6 G y amplitud máxima del campo de perturbación de 18.8 G, y la otra para un campo constante de 106.9 G y amplitud máxima del campo de perturbación de 21.9 G, para determinar el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función del tiempo de aplicación del preacondicionamiento de corte previo. La frecuencia de la perturbación se fija en 4 Hz. El tiempo de aplicación del preacondicionamiento esta en el rango de 0 a 250 s.





Figura 3.29: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia estático al variar el tiempo del corte previo. a)Campo constante a 106.9 G. b)Campo constante a 91.6 G.

Figura 3.30: Datos y ajuste del esfuerzo de cedencia dinámico al variar el tiempo del corte previo. a)Campo constante a 106.9 G. b)Campo constante a 91.6 G.

La figura 3.29 contiene los datos obtenidos al comparar el esfuerzo de cedencia estático con el tiempo de aplicación del corte previo. Para el caso con campo constante a 91.6 G b) se pueden notar dos comportamientos distintos. Al primer comportamiento se le ha asociado un ajuste lineal de la forma  $\tau_0 = 0.17 + 0.029t$  en un rango de tiempo de 0 a 15 s. El segundo comportamiento posee un ajuste de la forma  $\tau_0 = 0.599$ , en el rango de tiempo de 15 a 240 s. Estos dos comportamientos establecen un valor umbral de tiempo de aplicación del preacondicionamiento en modo de corte previo, el valor es 15 s, mas allá de este valor el esfuerzo de cedencia permanece constante.

Para el caso con campo constante de 106.9 G a) se pueden notar también dos

comportamientos distintos. Al primer comportamiento se le ha asociado un ajuste lineal de la forma  $\tau_0 = 0.468 + 0.014t$  en un rango de tiempo de 0 a 30 s. El segundo comportamiento constante  $\tau_0 = 0.833$ , en el rango de tiempo de 30 a 240 s. El valor umbral en este caso es 30 s.

La figura 3.30 contiene los valores medidos del esfuerzo de cedencia dinámico como función del tiempo de aplicación del preacondicionamiento. Para el caso con campo constante a 91.6 G b) se puede notar un comportamiento casi constante pero con pequeñas fluctuaciones. El ajuste es de la forma  $\tau_0 = 4.921$  en un todo el rango de tiempo de 0 a 240 s. Para el caso con campo constante a 106.9 G se puede notar un comportamiento lineal de la forma  $\tau_0 = 6.339 - 0.005t$  que también muestra fluctuaciones en todo el rango de tiempo de 0 a 240 s.

## 3.5 Esfuerzo de cedencia en una geometría con paredes rugosas



Figura 3.31: Reogramas del fluido al analizar la rugosidad. a)Fluido con campo constante a 91.6 G sin rugosidad. b)Fluido con campo constante a 91.6 G con rugosidad. c)Fluido con campo constante a 106.9 G sin rugosidad. d)Fluido con campo constante a 106.9 G con rugosidad.

Existen varios factores que contribuyen en la medición del esfuerzo de cedencia, uno de estos es la rugosidad de las superficies de los platos de la geometría que confina a nuestro fluido MR. En esta sección se estudia el comportamiento del esfuerzo de cedencia al modificar la rugosidad de los platos, bajo distintas condiciones de campo constante, campo de perturbación y modo de preacondicionamiento en corte previo.

Con el fin de evaluar la pertinencia del estudio con parades rugosas, se realizaron dos experimentos, uno con campo constante de 106.9 G y campo de perturbación de 21.9 G y otro con campo constante de 91.6 G y campo de perturbación 18.8 G. En ambos experimentos se mantiene fija la frecuencia de perturbación en 4 Hz. La capa rugosa posee las características descritas en la sección 2.1.3, esto reduce la separación entre platos a 2.69 mm.

Se observa que la presencia de rugosidad modifica notablemente la dependencia del esfuerzo de corte y la rapidez de deformación, es decir los reogramas. Es evidente que el esfuerzo de cedencia es mayor que en el caso sin la rugosidad, en acuerdo con resultados de estudios previos en otros sistemas, véase [2].

### 3.5.1 Esfuerzo de cedencia como función de la intensidad de los campos: estudio cuando la razón entre ellos es constante

Se realizaron dos series de experimentos para obtener el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la amplitud del campo constante. Una serie incluye el campo de perturbación y el otro solamente el campo constante. El campo constante en ambas series va de 76.4 a 114.6 G, en el caso con perturbación las intensidades de éste van de 15.7 a 23.5 G, siendo la razón entre los campos de 14.5%. La frecuencia de la perturbación en ambas series se mantuvo en 4 Hz.

En la figura 3.32 se puede observar el comportamiento del esfuerzo de cedencia, como función del campo constante para las dos series. En el caso cuando también está presente el campo de perturbación, los valores de éste campo no se indican en la gráfica.

Es meritorio señalar que a diferencia de los casos donde no hay rugosidad, los reogramas de los casos con rugosidad presentan una deformación en la región de rapideces de deformación pequeñas. En todos los casos la deformación ocurre para rapideces mayores a  $0.1 \text{ s}^{-1}$  por lo que no afecta la convención usada para determinar el esfuerzo de cedencia estático.

El esfuerzo de cedencia estático para el caso con perturbación b) muestra un comportamiento lineal, siendo éste de la forma  $\tau_0 = -2.676 + 0.050 H_b$ , mientras que



Figura 3.32: Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad en diferentes condiciones de campos. a)Esfuerzo de cedencia estático sin perturbación. b)Esfuerzo de cedencia estático con perturbación. c)Esfuerzo de cedencia dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico con perturbación.

para el caso sin el campo de perturbación a) el comportamiento es  $\tau_0 = -3.562 + 0.049 H_c$ .

Por otra parte el esfuerzo de cedencia dinámico para el caso con perturbación d) muestra un comportamiento que puede ser ajustado por una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 0.002 H_b^{1.725}$ , mientras que para el caso sin perturbación c) la ley de potencias tiene la forma  $\tau_0 = 0.004 H_c^{1.629}$ .

Se puede notar que la rugosidad incrementa los valores del esfuerzo de cedencia estático respecto a los casos sin rugosidad. Si además consideramos el campo de perturbación se observan incrementos aún mayores. Por su parte el esfuerzo de cedencia dinámico casi no se modifica al introducir la rugosidad.

# 3.5.2 Esfuerzo de cedencia como función de la frecuencia de perturbación

Aunque en casos anteriores se ha observado que la dependencia entre el esfuerzo de cedencia y la frecuencia es prácticamente constante, ahora que está presente la rugosidad en la geometría de medición se ha nuevamente realizado una serie de experimentos para determinar si en éstas condiciones cambia o no la dependencia del esfuerzo de cedencia con la frecuencia de la perturbación.

Nuevamente como en casos anteriores, se han realizado dos series de experimentos, una con campo constante de 106.9 G y amplitud del campo de perturbación de 21.9 G, y otra serie para campo constante de 91.6 G y campo de perturbación de 18.8 G. Se realiza en ambas series un barrido de frecuencias en el rango de 0 a 40 Hz.



Figura 3.33: Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad a diferentes frecuencias del campo de perturbación. Campo constante a 91.6G. a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación. b)Esfuerzo de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico.

En la figura 3.33 se muestran los valores del esfuerzo de cedencia obtenidos de los reogramas en los que se aplicó el campo constante de 91.6G y el campo de perturbación correspondiente. Los valores del esfuerzo de cedencia estático b)

muestran un comportamiento lineal de la forma  $\tau_0 = 1.879 - 0.007 f_p$ . Para fines de comparación también se muestra una referencia que representa el esfuerzo de cedencia estático medido cuando no hay presencia del campo de perturbación a), este tiene el valor  $\tau_0 = 0.82$  Pa.

En cuanto al esfuerzo de cedencia dinámico d) su comportamiento es nuevamente lineal y tiene la forma  $\tau_0 = 6.174 - 0.009 f_p$ . Para fines de comparación también se muestra una referencia que representa al esfuerzo de cedencia dinámico medido cuando no hay presencia del campo de perturbación c), este tiene el valor  $\tau_0 = 5.643$ Pa.

Como en otros casos, la presencia de la perturbación incrementa al esfuerzo de cedencia y luego la dependencia con la frecuencia es casi constante. En el presente caso de estudio se observa una ligera tendencia general a disminuir el esfuerzo de cedencia cuando se utilizan frecuencias de perturbación mayores.



Figura 3.34: Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad en diferentes frecuencias del campo de perturbación. Campo constante a 106.9 G. a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación. b)Esfuerzo de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico.

En la figura 3.34 se muestran los valores del esfuerzo de cedencia para el caso donde se usó un campo constante de 106.9 G. Los valores del esfuerzo de cedencia estático b) muestran un comportamiento al que se ha asociado un ajuste lineal de la forma  $\tau_0 = 2.932 + 0.003 f_p$ . Para fines de comparación también se muestra una referencia que representa el esfuerzo de cedencia estático medido cuando no hay presencia del campo de perturbación a), este tiene el valor  $\tau_0 = 2.25$  Pa.

En cuanto al esfuerzo de cedencia dinámico d) su comportamiento está dado por una relación lineal de la forma  $\tau_0 = 8.097 + 0.008 f_p$ . El correspondiente valor con que se comparan los datos, el esfuerzo de cedencia dinámico medido cuando no hay presencia del campo de perturbación c), es  $\tau_0 = 7.66$  Pa.

A diferencia del caso con campo constante de 91.6 G en este caso las pendientes de los ajustes parecen indicar que a frecuencias mayores el esfuerzo de cedencia se incrementa, por otro lado también existe un aumento en el esfuerzo de cedencia al añadir la perturbación.

Como conclusión es de notar que el utilizar la perturbación en presencia del campo constante y la rugosidad, efectivamente aumenta el esfuerzo de cedencia. Sin embargo el comportamiento en las pendientes de los ajustes indican que la sensibilidad del sistema a la frecuencia no es muy grande, y no presenta un claro crecimiento o decrecimiento.

# 3.5.3 Esfuerzo de cedencia como función de la amplitud de la perturbación

Se realizaron dos series de mediciones del esfuerzo de cedencia para determinar el efecto de la amplitud de la perturbación. Una serie con campo constante de 106.9 G y la otra con 91.6 G. La frecuencia se fija en 4 Hz. El barrido en amplitudes del campo de perturbación es de 0 a 25.1 G.

La figura 3.35 muestra los valores del esfuerzo de cedencia en el caso donde el campo constante es de 91.6 G. Los valores del esfuerzo de cedencia estático b) muestran dos comportamientos distintos. El primero se trata de un comportamiento lineal creciente en el rango de 0 a 14.5 G al que se ha realizado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 1.045 + 0.045H_p$ . El segundo comportamiento presenta un ajuste de la forma  $\tau_0 = 1.787 - 0.002H_p$  para el rango de 14.5 a 24 G. Estos dos comportamientos establecen la existencia de una amplitud del campo oscilatorio a partir de la cual se da un incremento máximo del esfuerzo de cedencia estático, además para el resto de las amplitudes permanece casi constante, este valor umbral esta en 14.5 G. También se ha graficado la referencia del esfuerzo de cedencia estático medido en ausencia del campo oscilatorio a), su valor es  $\tau_0 = 0.8$  Pa.

En cuanto a los valores del esfuerzo de cedencia dinámico d) nuevamente es

posible diferenciar entre dos comportamientos distintos. El primero se trata de un comportamiento lineal creciente en el rango de 0 a 16.5 G al que se ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 5.662 + 0.041 H_p$ . El segundo comportamiento es constante con ajuste de la forma  $\tau_0 = 6.338$  Pa para el rango de 16.5 a 24 G. Estos dos comportamientos establecen la existencia de una amplitud del campo oscilatorio a partir de la cual se da un incremento máximo del esfuerzo de cedencia dinámico, además para el resto de las amplitudes permanece constante, este valor umbral esta en 16.5 G. También se ha graficado la referencia del esfuerzo de cedencia dinámico medido en ausencia del campo oscilatorio c), su valor es  $\tau_0 = 5.822$  Pa.



Figura 3.35: Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad con diferentes amplitudes del campo de perturbación. Campo constante a 91.6 G. a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación. b)Esfuerzo de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico.

Al examinar los comportamientos en los dos tipos de esfuerzos de cedencia es posible distinguir las mismas características en los ajustes. Comportamientos en primera instancia crecientes hasta un valor en la amplitud, mientras que luego de ese valor los comportamientos son prácticamente constantes. Los valores umbrales en el comportamiento para el campo constante de 91.6 G son en el esfuerzo de cedencia estático 14.5 G mientras que para el dinámico 16.5 G.

La figura 3.36 muestra los valores del esfuerzo de cedencia obtenidos de los

reogramas anteriores en los que el campo constante es de 106.9 G. Los valores del esfuerzo de cedencia estático b) muestran dos comportamientos distintos. El primero se trata de un comportamiento lineal creciente en el rango de 0 a 9.8 G al que se ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 1.880 + 0.098H_p$ . Al segundo comportamiento se ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 2.841 - 0.002H_p$  para el rango de 9.8 a 24 G. Estos dos comportamientos establecen la existencia de una amplitud del campo oscilatorio a partir de la cual el esfuerzo de cedencia estático, ya encontró un máximo y para amplitudes mayores permanece constante, este valor umbral es 9.8 G. También se ha graficado, como referencia, el esfuerzo de cedencia estático medido en ausencia del campo oscilatorio a), su valor es  $\tau_0 = 1.9$  Pa.



Figura 3.36: Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia de rugosidad con diferentes amplitudes del campo de perturbación. Campo constante a 106.9 G. a)Referencia del esfuerzo de cedencia estático sin perturbación. b)Esfuerzo de cedencia estático. c)Referencia del esfuerzo de cedencia dinámico sin perturbación. d)Esfuerzo de cedencia dinámico.

En cuanto a los valores del esfuerzo de cedencia dinámico d) el comportamiento es de la forma  $\tau_0 = 7.223 + 0.018 H_p$ . Se observa un crecimiento del esfuerzo de cedencia en todo el rango de amplitudes del campo oscilatorio. También se ha graficado, como referencia, el esfuerzo de cedencia dinámico medido en ausencia del campo oscilatorio c), su valor es  $\tau_0 = 7.281$  Pa.

Los comportamientos del esfuerzo de cedencia con campo constante de 106.9 G

son similares a los encontrados al usar el campo constante de 91.6 G. El esfuerzo de cedencia estático crece hasta un valor de la amplitud del campo oscilatorio de 9.8 G, luego de este punto permanece casi constante en el resto de las mediciones. El esfuerzo de cedencia dinámico simplemente crece en todo el rango de estudio de las amplitudes.

### 3.5.4 Esfuerzo de cedencia en fluidos MR con preacondicionamiento

A lo largo de las secciones anteriores se ha estudiado el comportamiento del esfuerzo de cedencia al someter a nuestro fluido a diversas interacciones. Se comenzó por introducir un campo constante y transversal al flujo. Luego se añadió un campo oscilatorio en dirección paralela al flujo. También se sometió al fluido al preacondicionamiento en diversos modos. Enseguida se analizó el papel de la rugosidad de la superficie de las placas que proveen el esfuerzo que deforma a nuestro fluido, al mismo tiempo que se introducían el campo constante y oscilatorio. En éste punto se sometió al fluido a todas las interacciones simultáneamente. Por una parte se buscan las condiciones en las cuales el esfuerzo de cedencia presente los valores máximos para una serie de parámetros dados y por otra parte se investiga si la presencia de unos parámetros modifica el papel de otros parámetros.

### Esfuerzo de cedencia como función de la amplitud de los campos

Se realizó una serie de experimentos donde se varían los campos pero entre ellos se mantiene una razón del 14.5%. El campo constante varía de 61.1 a 114.6 G, mientras que la amplitud del campo oscilatorio lo hace en el rango de 12.4 a 24.4 G. La frecuencia del campo de perturbación se mantiene en 4 Hz. El preacondicionamiento en modo de corte previo dura 120 s.

La figura 3.37 b) muestra los valores del esfuerzo de cedencia como función del campo constante, los del campo de perturbación no se grafican. Se ha encontrado un ajuste de la forma  $\tau_0 = -3.637 + 0.079H_b$ . Como referencia también se muestran los valores del esfuerzo de cedencia estático cuando no se introduce el modo de corte previo a), el ajuste para estos es  $\tau_0 = -3.384 + 0.060H_b$ . Evidentemente el modo de corte previo ayuda a incrementar significativamente el esfuerzo de cedencia estático. Es decir a los aumentos provocados por la rugosidad se aumentan los inducidos por el preacondicionamiento.

Para el esfuerzo de cedencia dinámico d), el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función del campo constante se ajusta a una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 0.002 H_b^{1.790}$ . Se han graficado, como referencia, los valores del esfuerzo de cedencia dinámico en el caso en el que no se ha introducido el modo de corte previo c), el ajuste a estos datos es  $\tau_0 = 0.001 H_b^{1.876}$ .



Figura 3.37: Comportamiento del esfuerzo de cedencia en presencia del modo de corte previo, campo constante, de perturbación y rugosidad. Esfuerzo de cedencia estático: a)Sin modo de corte previo, b)Con modo de corte previo. Esfuerzo de cedencia dinámico: c)Sin modo de corte previo, d)Con modo de corte previo.

### Esfuerzo de cedencia como función de la rapidez de corte en el preacondicionamiento

Se realizaron dos series de experimentos para determinar el papel de la rapidez de corte en el comportamiento del esfuerzo de cedencia, una serie para un campo constante de 106.9 G y amplitud de perturbación de 21.9 G, y otra serie con campo constante de 91.6 G y amplitud de perturbación de 18.8 G. La frecuencia de perturbación se fija en 4 Hz. Se realiza un barrido en la rapidez de corte en la etapa de preacondicionamiento, los valores están en el rango de 0.2 a 6 s<sup>-1</sup>. El tiempo de preacondicionamiento es de 120 s.

La figura 3.38 muestra los valores del esfuerzo de cedencia como función de la rapidez de deformación para el caso donde el campo constante es 91.6 G. El



Figura 3.38: Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la rapidez del modo de corte previo. Están presentes campo constante de 91.6 G, perturbación y rugosidad. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.

comportamiento del esfuerzo de cedencia estático a) aumenta al aumentar la rapidez de corte, alcanza un máximo en 0.6 s<sup>-1</sup> y luego disminuye, a partir de un valor de la rapidez de corte sigue un comportamiento constante. Los ajustes correspondientes a cada región son  $\tau_0 = 3.643 + 0.575\dot{\gamma}$  en el rango de corte de 0.2 a 0.6 s<sup>-1</sup>;  $\tau_0 = 4.094 - 0.195\dot{\gamma}$  en el rango de corte de 0.6 a 2.35 s<sup>-1</sup> y  $\tau_0 = 3.656 - 0.009\dot{\gamma}$  en el rango de corte de 2.35 a  $6s^{-1}$ .

El comportamiento del esfuerzo de cedencia dinámico b) es similar al del esfuerzo de cedencia estático. Los correspondientes ajustes para las cuatro regiones mostradas en la gráfica son  $\tau_0 = 6.268 + 0.3\dot{\gamma}$  en un rango de corte de 0.2 a 0.65 s<sup>-1</sup>;  $\tau_0 = 6.572 - 0.164\dot{\gamma}$  para el rango de corte de 0.65 a 1.8 s<sup>-1</sup> y  $\tau_0 = 6.025 + 0.138\dot{\gamma}$ en el rango de corte de 1.8 a 2.5 s<sup>-1</sup>;  $\tau_0 = 6.366 - 0.001\dot{\gamma}$  en el rango de corte de 2.5 a 6 s<sup>-1</sup>

La figura 3.39 a) muestra los valores del esfuerzo de cedencia estático como función de la rapidez de corte correspondientes a un campo constante de 106.9 G. Los valores están muy dispersos como para definir claramente regiones con un significado físico. Podemos, en términos generales, establecer que para rapideces de corte pequeñas el comportamiento del esfuerzo de cedencia es muy sensible a la rapidez de corte y para rapideces mayores es casi constante. Por otra parte el esfuerzo de cedencia dinámico b) presenta un comportamiento prácticamente constante, aunque presenta fluctuaciones grandes.



Figura 3.39: Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la rapidez del modo de corte previo. Están presentes campo constante de 106.9 G, perturbación y rugosidad. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.

En términos generales el esfuerzo de cedencia estático depende claramente de la rapidez de corte, presentándose un valor de corte donde se alcanzan valores máximos, en el régimen de valores pequeños de la rapidez de corte. Para rapideces mayores el comportamiento es prácticamente constante.

### Esfuerzo de cedencia como función del tiempo de aplicación del preacondicionamiento en modo de corte previo

Se realizaron dos series de experimentos para determinar el papel del tiempo de aplicación del preacondicionamiento en modo de corte previo. Una serie con campo constante de 106.9 G y otra de 91.6 G, y con amplitudes del campo de perturbación fijas en 21.9 y 18.8 G, respectivamente. La frecuencia se fija en 4 Hz, por supuesto las paredes de la geometría de medición presentan rugosidad. El tiempo que toma el preacondicionamiento varia entre 0 y 180 s.



Figura 3.40: Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar el tiempo de aplicación del modo de corte previo. Están presentes campo constante de 91.6 G, perturbación y rugosidad. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.

La figura 3.40 muestra los valores del esfuerzo de cedencia para el caso de campo constante 91.6 G. El esfuerzo de cedencia estático a) muestra dos comportamientos distintos. Un comportamiento lineal que indica un ascenso marcado en los valores del esfuerzo de cedencia estático al aumentar el tiempo, el ajuste correspondiente es  $\tau_0 = 2.169 + 0.057t$  en el rango de tiempo de 0 a 28.5 s. El segundo comportamiento es casi constante, el ajuste correspondiente es de la forma  $\tau_0 = 3.827 - 0.001t$  en el rango de tiempo de 28.5 a 180 s.

Para los valores del esfuerzo de cedencia dinámico b) se tienen dos comportamientos similares. El primer comportamiento indica un ligero ascenso en los valores del esfuerzo de cedencia dinámico, para éste se encuentra el ajuste  $\tau_0 =$ 6.348 + 0.006t, en un rango de tiempo de 0 a 42 s. El segundo comportamiento es casi constante, con ajuste de la forma  $\tau_0 = 6.642 - 0.001t$  para el rango de tiempo de 42 a 180 s. En términos generales el comportamiento del esfuerzo de cedencia en el caso de usar un campo constante de 91.6 G, presenta un comportamiento crítico alrededor de 35 s.

La figura 3.41 muestra los valores del esfuerzo de cedencia para un campo constante de 106.9 G. De manera semejante al caso anterior, el esfuerzo de cedencia



Figura 3.41: Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar el tiempo de aplicación del modo de corte previo. Están presentes campo constante de 106.9 G, perturbación y rugosidad. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.

estático a) muestra dos comportamientos distintos. Un primer comportamiento indica un ligero ascenso en el valor del esfuerzo de cedencia estático, presenta un ajuste de la forma  $\tau_0 = 3.291 + 0.062t$  en el rango de tiempo de 0 a 25 s. El segundo comportamiento es prácticamente constante, el ajuste correspondiente es de la forma  $\tau_0 = 4.863$  Pa en el rango de tiempo de 25 a 180 s.

Para los valores del esfuerzo de cedencia dinámico b) se tienen comportamientos similares. El primer comportamiento indica un ligero ascenso en los valores del esfuerzo de cedencia dinámico, a éste se ha asociado un ajuste de la forma  $\tau_0 = 7.814 + 0.016t$  en un rango de tiempo de 0 a 16.5 s. El segundo comportamiento es prácticamente constante aunque existe una mayor dispersión en los valores, el ajuste asociado es de la forma  $\tau_0 = 8.075$  Pa para el rango de tiempo de 16.5 a 180 s.

En conclusión podemos establecer que un preacondicionamiento en modo de corte previo con tiempos de aplicación pequeños ayuda a aumentar los valores del esfuerzo de cedencia. Después de un valor crítico los valores del esfuerzo de cedencia tienden a variar poco o prácticamente permanecen constantes.

## 3.6 Esfuerzo de cedencia como función de la concentración de partículas

Los dramáticos cambios en las propiedades de los fluidos MR en presencia de campos magnéticos externos, son asociados a la formación de agregados de partículas. Las dimensiones y forma de estos agregados depende por una parte las interacciones a las que se sometan las partículas, tales como las interacciones magnéticas, hidrodinámicas y térmicas y por otro lado de la concentración de partículas caracterizada esta cantidad por  $\phi$  que es la fracción del volumen total ocupada por las partículas.

El esfuerzo de cedencia, tanto el estático como el dinámico, queda determinado por las características de las estructuras formadas por las partículas. Cuando estas estructuras forman configuraciones que unen las placas que forman la geometría de medición son las responsables del esfuerzo de cedencia.

Para determinar el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la concentración de partículas, se realizó una serie de experimentos donde se mantuvo el campo constante en 91.6 G, la amplitud del campo de perturbación en 18.8 G (relación al 14.5%), la frecuencia del campo de perturbación de 4 Hz y la separación de las placas con rugosidad de 2.69 mm. La concentración se varió en un rango comprendido entre 0.5 y 8%.

Dado que el cambio de la concentración de partículas implica que el volumen del aceite deba ser cambiado, después de cada medición se ajustó la cantidad de aceite para mantener el volumen total fijo. La extracción de aceite es aproximadamente de 0.08 ml por cada 0.22 g de partículas, este pequeño valor se debe a que la densidad de las partículas es grande.

La figura 3.42 muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la concentración de partículas. El esfuerzo de cedencia estático a) muestra un comportamiento que se ajusta bien a una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 0.138\phi^{1.713}$ . El esfuerzo de cedencia dinámico b) muestra un comportamiento con ajuste en ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 1.613\phi^{0.848}$ .

Como conclusión el esfuerzo de cedencia, tanto estático como dinámico, crece al aumentar la concentración de partículas. El esfuerzo de cedencia estático mantiene un crecimiento subcuadrático, para concentraciones pequeñas el crecimiento es lento mientras que para concentraciones mayores el crecimiento se da en forma más rápida. El esfuerzo de cedencia dinámico mantiene un crecimiento sublineal, para concentraciones pequeñas el crecimiento es rápido mientras que a concentraciones mayores el crecimiento comienza a ser lento. Es de notar que la mayor diferencia entre ambos tipos de esfuerzo de cedencia se presenta en una región cercana a la concentración del



Figura 3.42: Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la concentración de partículas. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.

5%, la cual se ha usado en la mayoría de experimentos. También, dado el comportamiento de los ajustes, se puede predecir que existe una concentración de partículas a partir de la cual el valor del esfuerzo de cedencia estático rebasaría al dinámico, la concentración en este punto es aproximadamente del 17.05%.

### 3.7 Esfuerzo de cedencia con diferentes separaciones entre placas

En la literatura relacionada con el esfuerzo de cedencia se ha concluido que la separación entre las placas que conforman a la geometría que se encarga de aplicar el corte sobre el fluido, influye directamente en los valores alcanzados por el esfuerzo de cedencia.

Con el fin de determinar el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la separación de las placas ( $\delta$ ) que forman la geometría que mide al esfuerzo cortante y rapidez de deformación, se realizó una serie de experimentos donde se mantiene la concentración de las partículas en  $\phi = 0.05$ , el campo constante en 91.6 G, la amplitud del campo de perturbación en 18.8 G, la frecuencia del



Figura 3.43: Comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la separación de las placas que realizan la deformación. a)Esfuerzo de cedencia estático. b)Esfuerzo de cedencia dinámico.

campo de perturbación en 4 Hz y la rugosidad de las placas. La variación de las placas se da en el rango de 400 a  $4000\mu$ m.

En cada medición se ajustaron las cantidades de partículas y aceite con el fin de mantener constante la concentración de las partículas, dado que variamos el volumen total de la muestra.

La figura 3.43 muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la separación de las placas. El esfuerzo de cedencia estático a) muestra un comportamiento al que se le ajusta una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 978\delta^{-0.807}$ . El esfuerzo de cedencia dinámico b) muestra un comportamiento que se ajusta a una ley de potencias de la forma  $\tau_0 = 39.1\delta^{-0.242}$ .

Como conclusión se puede establecer que los valores del esfuerzo de cedencia decaen al aumentar la separación de las placas de la geometría de medición. La explicación de este comportamiento puede entenderse a partir de considerar una distribución en las longitudes de las cadenas, esta explicación será expuesta en el siguiente capítulo de este estudio.

# **3.8** Esfuerzo de cedencia considerando todas las interacciones

Como se ha mostrado en las secciones anteriores, cada interacción que se ha introducido en el sistema modifica el valor del esfuerzo de cedencia. Con el fin comparar el esfuerzo de cedencia bajo las diferentes condiciones que se han estudiado, se presentan una serie de resultados que facilitan la comparación de los cambios introducidos por cada variable.



Figura 3.44: Reogramas del fluido MR sometido diferentes interacciones. a)Sin campos magnéticos, puntos en azul. b)Con campo constante, puntos en beige. c)Con campo constante y de perturbación, puntos en amarillo. d)Con campo constante, de perturbación y corte previo, puntos en rosa. e)Con campo constante y rugosidad, puntos en morado. f)Con campo constante, de perturbación y rugosidad, puntos en verde. g)Con campo constante, de perturbación, corte previo y rugosidad, puntos en violeta. Campo constante de 91.6 G. Campo de perturbación a 18.8 G y 4 Hz. Corte previo a 2 s<sup>-1</sup> por 120 s.

En la figura 3.44 se muestran diferentes reogramas que son representativos de las diferentes condiciones estudiadas. Primero el reograma que corresponde al fluido en ausencia de campos magnéticos. Enseguida el reograma del fluido cuando está presente el campo constante fijo en 91.6 G. Posteriormente el reograma del fluido en presencia del campo constante 91.6G y un campo de perturbación con amplitud de 18.8 G a 4 Hz. Después el reograma del fluido en presencia de los campos como en el caso anterior con la diferencia de que en este caso el sistema se expusó a un preacondicionamiento en modo de corte previo con corte de 2 s<sup>-1</sup> durante 120

s. Enseguida el reograma del fluido con solamente el campo constante de 91.6 G, pero ahora las placas presentan una rugosidad con separación real entre placas de 3 mm, para hacer una comparación adecuada. Luego el reograma del fluido con ambos campos y la rugosidad. Finalmente se presenta el reograma correspondiente al experimento donde están presentes ambos campos, la rugosidad y donde se ha expuesto el sistema al preacondicionamiento en corte previo. Se observa claramente que el considerar todas las variables permite incrementar el esfuerzo de cedencia.

En la tabla 3.1 se presentan los valores del esfuerzo de cedencia obtenidos de los reogramas descritos. Se observa el aumento en el esfuerzo de cedencia, tanto en el estático como en el dinámico, al introducir diversas interacciones en forma consecutiva.

E. C. Estático (Pa)	E. C. Dinámico (Pa)	Interacción
0	0.254	Fluido en ausencia de campos
0.333	4.287	Fluido en presencia de campo
		constante a 91.6 ${\rm G}$
0.553	4.720	Fluido en presencia de campo
		constante a 91.6 G y de
		perturbación a 18.8 G a 4 Hz
0.712	4.825	Fluido en presencia de campo
		constante a 91.6 G, de perturbación
		a 18.8 G a 4 Hz y modo de corte previo
		a 2 s <sup>-1</sup> por 120 s
0.753	4.900	Fluido en presencia de campo
		constante a 91.6 G y rugosidad
1.607	5.580	Fluido en presencia de campo
		constante a 91.6 G, de perturbación
		a 18.8 G a 4 Hz y rugosidad
2.659	5.554	Fluido en presencia de campo
		constante a 91.6 G,
		de perturbación a 18.8 G a 4 Hz
		modo de corte previo
		a 2 s <sup><math>-1</math></sup> por 120 s y rugosidad

Tabla 3.1: Esfuerzo de cedencia encontrado al introducir diversas interacciones.

### 3.9 Experimentos adicionales

En esta sección se describe una serie de experimentos que surgieron durante el estudio del esfuerzo de cedencia. Estos experimentos muestran efectos interesantes que pueden ser considerados en futuros trabajos que extiendan el estudio aquí presentado. En esta sección nos limitamos en describir de forma aislada a estos experimentos con la esperanza de que despierten el interés para su estudio más profundo.

# 3.9.1 Deformación del reograma del fluido MR en el caso de placas con paredes rugosas



Figura 3.45: Deformación del reograma del fluido al estar presentes campo constante a 99.3 G, campo de perturbación a 20.3 G a 4 Hz y rugosidad.

Los reogramas del fluido MR en presencia de rugosidad presentan un comportamiento cualitativamente diferente a los correspondientes en ausencia de rugosidad, esto en el régimen de bajas rapideces de deformación. Al iniciar la medición, los valores del esfuerzo aplicado crecen en forma rápida al compararlos con los de la rapidez de deformación. Luego de esto se entra en otro régimen en donde la deformación crece mas rápidamente que el esfuerzo aplicado, como comúnmente se observa en los casos sin rugosidad. Sin embargo a diferencia de aquel caso, vuelve a repetirse el patrón de crecimiento rápido del esfuerzo aplicado en comparación con la deformación y luego se invierte, véase la figura 3.45.

El hecho de que la deformación aparezca en los reogramas en donde se introduce la rugosidad y no en los que tenemos la superficie lisa, puede deberse a que en la superficie lisa cierto número de agregados resbalan al introducir el corte, evitando con esto una reestructuración a gran escala, como en el caso en donde está presente la rugosidad. La rugosidad formada con partículas del mismo tipo de las que forman los agregados interactúa fuertemente con los extremos de las cadenas provocando una fuerte ligadura y con ello la flexión y luego rompimiento. Es necesario realizar más experimentos con el fin entender este fenómeno.

# 3.9.2 Exposición del fluido MR a ciclos de apagado-encendido del campo de perturbación

A continuación se describe un reograma donde el fluido MR se somete a ciclos de apagado-encendido del campo de perturbación. Se busca indagar si esto provoca cambios en sus propiedades, en particular en el esfuerzo de cedencia.

En el experimento se mantuvo el campo constante en 91.6 G, la amplitud de la perturbación en 18.8 G, la frecuencia de perturbación en 4 Hz y la rugosidad.

El sistema se somete a un preacondicionamiento durante 120 s en el que solamente se aplica el campo constante. Una vez que empieza la rampa de esfuerzos propia de la obtención del reograma, empiezan los ciclos de apagado-encendido de la perturbación, estando presente siempre el campo constante. Tanto el apagado como el encendido duran cada uno 7 s.

La figura 3.46 muestra el reograma obtenido luego de someter al fluido a los ciclos apagado-encendido del campo de perturbación. Se usan dos colores distintos para identificar los datos en los que existe solamente el campo constante de aquellos en los que están presentes ambos campos. Aparentemente no hay cambio evidente al estudiar el comportamiento completo del reograma, sin embargo si se obtiene una ampliación de la parte inicial del reograma se observa un interesante comportamiento.

En el reograma podemos notar que en el momento de introducir el campo de perturbación, la rapidez de deformación crece repentinamente, alcanza un máximo a un esfuerzo de 1.161 Pa, e inesperadamente se reduce a valores muy bajos y a esfuerzos mayores. Al retirar la perturbación el esfuerzo comienza a aumentar nuevamente pero no así la rapidez de deformación. Al introducir la perturbación el comportamiento se repite un número finito de veces, número que depende de



Figura 3.46: Reograma del fluido MR sometido a la presencia alternada del campo de perturbación. Presencia de campo constante secciones en *azul*. Presencia de campo constante y de perturbación secciones en *rojo*.

la duración del ciclo apagado-encendido del campo de perturbación. Finalmente, luego de estos cambios abruptos en el reograma, se encuentra un comportamiento más uniforme por encima de esfuerzos de 5 Pa.

Este efecto es notable y deja ver que se pueden inducir más cambios en el comportamiento reológico de los fluidos MR si consideramos más variables, en este caso ciclos de apagado-encendido del campo de perturbación. Cuando sólo esta presente el campo constante, el fluido exhibe el comportamiento característico de un fluido viscoelástico, el esfuerzo cortante aplicado crece mas rápidamente que la rapidez de deformación producida. En el caso donde se aplica la perturbación y dado que ésta se encuentra paralela al flujo, las cadenas de partículas sufren una deformación que se traduce como un aumento de la rapidez de deformación. Sin embargo, en un breve lapso de tiempo después, la perturbación completa su efecto que consiste en aumentar la longitud promedio de las cadenas [12], lo que se traduce en el aumento del esfuerzo de cedencia y por lo tanto en el reograma se ve una disminución de la rapidez de deformación. Todo este ciclo se repite cada vez que introducimos y retiramos la perturbación, hasta un valor de corte en el que no aparece más este cambio. En la parte final del reograma no volvemos a observar diferencias entre la aplicación y supresión de la perturbación, lo cual se puede entender si suponemos que el proceso de agregación ha alcanzado un nivel máximo.

### Capítulo 4

# Análisis teórico

En el capítulo anterior se describió el comportamiento del esfuerzo de cedencia tanto el estático como el dinámico como función de diversos parámetros. El origen de la aparición y los cambios que experimenta el esfuerzo de cedencia se deben a la formación de agregados de partículas con forma de cadenas. Por lo tanto resulta fundamental el estudio de los agregados para describir físicamente el comportamiento del esfuerzo de cedencia.

En éste capítulo se propone un modelo que describe el comportamiento del esfuerzo de cedencia en términos de la longitud promedio de las cadenas. Se toman resultados previos acerca de la cinética de agregación en dispersiones de partículas idénticas a las que se han usado en el presente estudio [12, 13]. Aunque en aquel estudio el sistema es bidimensional y no se encuentra altamente confinado, el resultado que se obtiene al tomar esos resultados previos y aplicarlos en la descripción del esfuerzo de cedencia es adecuado por lo menos en una primera aproximación.

## 4.1 Esfuerzo de cedencia en función de la densidad superficial de cadenas y la fuerza de restauración

Según resultados de la cinética de agregación en dispersiones de partículas no-Brownianas [12, 13], cuando se aplica un campo magnético se forman agregados de diferentes longitudes. La longitud promedio de los agregados sigue leyes de escalamiento con los diferentes parámetros involucrados, tales como la concentración de partículas, la viscosidad del líquido soporte, la intensidad de los campos, la frecuencia de la perturbación y el tiempo. También se ha observado que la distribución de la longitud de las cadenas es una función exponencial cuyo ritmo de decaimiento disminuye siguiendo una relación con el inverso de la longitud promedio de los agregados. Con base en estos resultados se inicia el análisis teórico del esfuerzo de cedencia.

A diferencia de propuestas de otros autores, se considerará que sólo una fracción de las cadenas son lo suficientemente largas como para formar ligaduras entre las dos placas que forman la geometría de medición. Ésta fracción de cadenas es la que contribuye al esfuerzo de cedencia estático. Otros autores realizan cálculos considerando que todas las cadenas formadas forman ligaduras entres las placas [2, 3, 4, 5]. Así que de entrada los valores del esfuerzo de cedencia que se calculen a partir del siguiente modelo serán cuantitativamente diferentes a los obtenidos por otros autores.

Se define al esfuerzo de cedencia estático como el producto de la densidad superficial de cadenas  $\rho_{c,s}$  y la fuerza de restauración  $\mathbf{F}_r$  que presenta una cadena al ser deformada por un esfuerzo en dirección del flujo y que es la componente tangencial de la fuerza magnética  $(\mathbf{F}_m)$  [2]

$$\tau_0 = \rho_{c,s} F_r \,. \tag{4.1}$$

### 4.1.1 Densidad superficial de cadenas

La distribución de la longitud de las cadenas, en una dispersión diluida de partículas magnéticas expuestas a un campo magnético relativamente bajo (de 80 a 110 G) y donde la separación entre placas que confina el fluido es relativamente grande (de 1000 a 10000  $\mu$ m), está dada por

$$f(l) = A_e \exp(-\alpha l), \qquad (4.2)$$

donde  $A_e$  es una constante,  $\alpha$  un parámetro ajustable, y l es la longitud del agregado. Como se nota la distribución decae exponencialmente, lo que indica que los agregados grandes se presentan en menor número que los pequeños.

Ahora se procede a expresar las constantes en la distribución en términos de las cantidades medibles: N, el número total de partículas y  $\overline{L}$ , la longitud promedio de las cadenas. Es posible usar el número total de partículas N para normalizar la expresión 4.2. El número total de partículas se obtiene al sumar sobre todas las longitudes el diferencial l f(l) dl, esto es

$$N = \lim_{\substack{\epsilon \to 0^+\\\eta \to +\infty}} \left[ \int_{\epsilon}^{\eta} A_e \, l \exp\left(-\alpha \, l\right) \, dl \right] = \frac{A_e}{\alpha^2} \,. \tag{4.3}$$

Por otra parte el número total de cadenas  $N_c$  está dado por

$$N_{c} = \lim_{\substack{\epsilon \to 0^{+} \\ \eta \to +\infty}} \left[ \int_{\epsilon}^{\eta} N \, \alpha^{2} \exp\left(-\alpha \, l\right) \, dl \right] = N \, \alpha \,. \tag{4.4}$$

Si ahora se define la longitud promedio de los agregados como  $\bar{L} = \frac{N}{N_c}$ , y se usa la ecuación 4.4 se tiene que

$$\alpha = \frac{1}{\bar{L}}.\tag{4.5}$$

Al usar ésta relación y la ecuación 4.3, se observa que

$$A_e = N\alpha^2 = \frac{N}{\bar{L}^2}.$$
(4.6)

Una vez encontradas las constantes de la distribución en términos de los parámetros medibles experimentalmente, ahora continúa el proceso para la obtención de  $\rho_{c,s}$ .

Aunque todas las partículas forman cadenas, sólo una fracción  $\Phi$  de ellas se agrupan en cadenas lo suficientemente largas para formar ligaduras entre las placas de la geometría de medición. Ésta fracción se obtiene al excluir precisamente las cadenas con longitud menor a la separación h entre placas, esto es

$$\Phi = \lim_{\substack{\epsilon \to 0^+ \\ \eta \to +\infty}} \left[ \frac{\int_h^{\eta} N \, \alpha^2 \, l \, exp \, (-\alpha \, l) \, dl}{\int_{\epsilon}^{\eta} N \, \alpha^2 \, l \, exp \, (-\alpha \, l) \, dl} \right] = \left( \frac{h}{\overline{L}} + 1 \right) exp \left( -\frac{h}{\overline{L}} \right) \,. \tag{4.7}$$

La cantidad  $N_{p,s} = N\Phi$  representa el número de partículas que se agrupan en cadenas lo suficientemente largas para formar ligaduras entre las placas de la geometría de medición. Expresando a N en términos de la fracción de volumen  $\phi$ ocupado por las micropartículas en el volumen total de la muestra Ah, donde A es el área de sección de cilindro,  $N_{p,s}$  puede ser expresado como

$$N_{p,s} = \frac{3\phi A h}{4\pi a^3} \Phi , \qquad (4.8)$$

donde a el radio de las partículas.

Con  $N_{p,s}$  partículas pueden formarse  $N_{p,s}/(h/2a)$  cadenas, por lo que finalmente la densidad de cadenas en la superficie, está dada por

$$\rho_{c,s} = \frac{3\phi}{2\pi a^2} \left[ \left( \frac{h}{\bar{L}} + 1 \right) exp\left( -\frac{h}{\bar{L}} \right) \right] \,. \tag{4.9}$$

### 4.1.2 Fuerza de restauración en la cadena

Ahora es necesario determinar la fuerza de restauración  $\mathbf{F}_r$  ejercida por una cadena que es forzada a deformarse. La fuerza de restauración es la componente tangencial de la fuerza magnética.

La fuerza magnética  $\mathbf{F}_m$  que actúa sobre una partícula con momento dipolar  $\mathbf{m}$  en un campo magnético  $\mathbf{B}$  está dada por el gradiente negativo de la cantidad  $\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$ , esta cantidad es conocida como energía potencial magnética  $(V_m)$  [21]. En una sistema de *n* partículas cada una con momento dipolar  $\mathbf{m}$ , cada partícula genera un campo magnético en la posición de las otras, es entonces que todas las partículas interactúan entre sí. Por lo tanto existe una energía potencial magnética asociada al conjunto de partículas interactuantes, ésta es

$$V_m = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^n \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{B}_j = \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{i \neq j}^n \mathbf{m}_i \cdot \left(\frac{3\left(\mathbf{m}_j \cdot \hat{r}_{ij}\right) \hat{r}_{ij} - \mathbf{m}_j}{r_{ij}^3}\right), \quad (4.10)$$

donde  $\mathbf{m}_i$  y  $\mathbf{m}_j$  son los momentos dipolares inducidos en la i, j-ésima partícula,  $\mathbf{B}_j$  la inducción magnética producida por  $\mathbf{m}_j$  en la posición de  $\mathbf{m}_i$ ,  $\mathbf{r}_{ij}$  el vector entre el centro de la i-ésima partícula y el centro la j-ésima partícula y  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío. (Sistema *MKS*).

En éste sistema de estudio las partículas son expuestas a campos magnéticos espacialmente homogéneos, además todas las partículas son constituidas a base de magnetita mineral con homogeneidad en tamaños y formas, por lo que resulta una buena aproximación considerar que los momentos dipolares inducidos en las partículas son iguales, esto es  $\mathbf{m}_i = \mathbf{m}_j$ .

Si no se ejerce un esfuerzo cortante sobre el sistema, las cadenas formadas por las partículas permanecen alineadas con el campo magnético. En el caso donde hay esfuerzos cortantes las cadenas son deformadas y se inclinan respecto a la dirección del campo constante. Al considerar que el ángulo  $\theta$  entre el vector **m** y **r** es igual para todas las partículas, es decir que la cadena forma una línea recta inclinada, al considerar todas las interacciones, la fuerza magnética en coordenadas polares es

$$\mathbf{F}_{m} = -\nabla \left( V_{m} \right) = -\frac{3\mu_{0}}{8\pi} m^{2} \sum_{i \neq j}^{n} \left[ \left( 3\cos^{2}\theta - 1 \right) \hat{r}_{ij} + \left( sen\left(2\theta\right) \right) \hat{\theta} \right] \frac{1}{r_{ij}^{4}}, \qquad (4.11)$$

de ésta expresión es posible obtener la fuerza de restauración, la cual está definida como  $F_r = \mathbf{F}_m \cdot \hat{\theta}$ , ésta es

$$F_r = -\frac{3\mu_0 m^2}{8\pi} sen(2\theta) \sum_{i\neq j}^n \frac{1}{r_{ij}^4}.$$
 (4.12)

La ecuación 4.12 da una expresión general de la fuerza de restauración sobre la cadena. Ésta expresión muestra una dependencia con el ángulo de inclinación de la cadena. Puede mostrarse que sólo para un rango de valores del ángulo las interacciones magnéticas son atractivas, después de un ángulo crítico, las interacciones se vuelven repulsivas. Para la obtención del ángulo crítico  $\theta_c$  debe considerarse además que las partículas interactúan con el líquido, se debe realizar un balanceo entre la fuerza magnética y la fuerza hidródinamica.

Cuando las cadenas de partículas se somenten a un esfuerzo cortante creciente, se deforman elásticamente hasta alcanzar el ángulo crítico. Cuando el esfuerzo sobrepasa el ángulo crítico y la cadena es forzada a deformarse a un ángulo mayor, las interacciones dejan de ser atractivas y se vuelven repulsivas por lo que la cadena se rompe en algún punto, que según algunas fuentes está a la mitad de la cadena [20]. En éstas condiciones el sistema empieza a fluir. Al valor del esfuerzo que provoca la ruptura de las cadenas se le identifica como el esfuerzo de cedencia estático. El ángulo al que sucede este efecto retomado de trabajos anteriores, satisface que  $sen (2\theta_c) = 0.94$ .

Por otra parte la sumatoria indicada en la expresión 4.12, contiene todas las interacciones entre todos los dipolos. Para el esfuerzo de cedencia las interacciones que son más importantes son sólo las que se refieren a los vecinos más cercanos, dado el comportamiento de la sumatoria ésta converge muy rápidamente, por lo que para el cálculo basta con considerar las primeras interacciones por ejemplo 30. Si se considera para el cálculo que las partículas adyacentes están separadas por una distancia de 2a y se consideran los 30 vecinos más cercanos, entonces

$$\sum_{i\neq j}^{n} \frac{1}{r_{ij}^{4}} = \frac{1}{(2a)^{4}} \sum_{i\neq j}^{n} \frac{1}{(i-j)^{4}} = 2.164 \frac{1}{(2a)^{4}}.$$
(4.13)

Por lo tanto la expresión para la fuerza de restauración es

$$F_r = -0.0507 \frac{\mu_0 m^2}{\pi a^4} sen\left(2\theta_c\right) \,. \tag{4.14}$$

El signo negativo indica que la fuerza de restauración se opone a la deformación.

Finalmente al usar las ecuaciones 4.1, 4.9 y 4.14, se obtiene la expresión general para el esfuerzo de cedencia como

$$\tau_0 = 0.0761 \frac{\phi \,\mu_0 \,m^2 \,sen\left(2\theta_c\right)}{\pi^2 a^6} \left[ \left(\frac{h}{\bar{L}} + 1\right) exp\left(-\frac{h}{\bar{L}}\right) \right] \,. \tag{4.15}$$

La ecuación 4.15 es diferente a los modelos teóricos propuestos por otros autores, el factor encerrado entre corchetes correspondiente a  $\Phi$  representa la diferencia.

# 4.2 Esfuerzo de cedencia en función del campo efectivo

Hasta el momento se ha encontrado una expresión del esfuerzo de cedencia, como función del momento dipolar magnético inducido en las micropartículas, la longitud promedio de las cadenas que forman las partículas y la separación de las placas que forman la geometría de medición del esfuerzo de cedencia. En ésta sección se reescribe ésta expresión en términos de las intensidades de los campos magnéticos aplicados, esto con el fin de poder hacer comparaciones entre los resultados generales de la cinética de agregación de partículas y los resultados generales del esfuerzo de cedencia descritos en el capítulo anterior.

Primero se requiere sustituir el momento dipolar magnético **m** en términos de la magnetización **M**. La relación entre el momento dipolar y la magnetización para partículas esféricas está dada por  $m = \frac{4}{3}\pi a^3 M$ . Con ayuda de la ecuación 4.15, se obtiene la expresión del esfuerzo de cedencia en términos de la magnetización, ésta es

$$\tau_0 = 0.1353 \,\phi \,\mu_0 \,M^2 \,sen\left(2\theta_c\right) \left[\left(\frac{h}{\bar{L}} + 1\right) exp\left(-\frac{h}{\bar{L}}\right)\right] \,. \tag{4.16}$$

La magnetización en la ecuación 4.16 es el puente directo con el campo efectivo ( $\mathbf{H}_{ef}$ ). La magnetización es proporcional al campo magnético efectivo y para materiales lineales e isotrópicos la igualdad se obtiene al utilizar una constante de proporcionalidad  $\chi$  conocida como susceptibilidad magnética, cuyo valor depende del material utilizado. En este caso el valor de  $\chi$  es el asociado a las micropartículas de magnetita  $\chi_p$ , por lo que la magnetización viene como  $\mathbf{M} = \chi_p \mathbf{H}_{ef}$ . La expresión del esfuerzo de cedencia en función del campo efectivo viene como

$$\tau_0 = 0.1353 \,\phi \,\mu_0 \,\chi_p^2 \,sen\left(2\theta_c\right) \,H_{ef}^2 \left[\left(\frac{h}{\bar{L}} + 1\right) exp\left(-\frac{h}{\bar{L}}\right)\right] \,. \tag{4.17}$$

El campo efectivo aplicado al fluido está compuesto por un campo constante en dirección transversal al flujo con magnitud  $H_c$  y un campo alternante en dirección perpendicular al campo constante, tiene amplitud  $H_p$  y frecuencia  $f_p$ . Así el campo efectivo tiene la siguiente forma

$$\mathbf{H}_{ef} = H_c \,\hat{\mathbf{j}} + H_p sen \left(2\pi \, f_p \, t\right) \,\hat{\mathbf{i}} \,, \tag{4.18}$$

donde t es el tiempo.

Al introducir la ecuación 4.18 en 4.17 y luego de cambiar  $H_p \operatorname{sen} (2\pi f_p t)$  por su raíz cuadrática media  $H_p/\sqrt{2}$ , que representa su promedio, se obtiene la siguiente

expresión

$$\tau_0 = 0.1353 \,\phi \,\mu_0 \,\chi_p^2 \,sen\left(2\theta_c\right) \,\left(H_c^2 + \frac{H_p^2}{2}\right) \,\left[\left(\frac{h}{\bar{L}} + 1\right) exp\left(-\frac{h}{\bar{L}}\right)\right] \,. \tag{4.19}$$

Al introducir los valores de las constantes  $\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6} H/m$ ,  $\chi_p = 2.166$ ,  $\phi = 0.05$  y el valor del ángulo crítico, se obtiene una expresión para el esfuerzo de cedencia en el sistema de medición MKS con la siguiente forma

$$\tau_0 = 3.759 \times 10^{-8} \left( H_c^2 + \frac{H_p^2}{2} \right) \left[ \left( \frac{h}{\overline{L}} + 1 \right) exp\left( -\frac{h}{\overline{L}} \right) \right].$$
(4.20)

Los datos experimentales están dados para el campo expresado en G, así es necesario realizar una conversión en la expresión 4.20 para poder realizar comparaciones con los resultados experimentales. El factor de conversión por el que se multiplica  $H_c$  y  $H_p$  para realizar directamente la comparación es 1000/4 $\pi$ , así la expresión para el esfuerzo de cedencia es

$$\tau_0 = 2.38 \times 10^{-4} \left( H_c^2 + \frac{H_p^2}{2} \right) \left[ \left( \frac{h}{\bar{L}} + 1 \right) exp\left( -\frac{h}{\bar{L}} \right) \right].$$
(4.21)

### 4.3 Comportamiento teórico del esfuerzo de cedencia

La ecuación 4.21 además de depender directamente del campo magnético, depende de la longitud promedio de los agregados. Por otra parte se ha mostrado que la longitud promedio de los agregados  $\bar{L}$  puede ser expresada como un producto de leyes de potencia de las variables  $H_c$ ,  $H_p$ ,  $f_p$ ,  $\phi$ ,  $\eta$  y t [12, 13]. Así a través de la dependencia explícita de la longitud promedio de los agregados, la expresión 4.21 permite encontrar la dependencia del esfuerzo de cedencia con respecto a las variables de las que depende la longitud promedio de los agregados.

### 4.3.1 Esfuerzo de cedencia en función del campo constante

Experimentalmente se encuentra que la longitud promedio de las cadenas L en términos del campo constante, siendo  $\phi = 0.05$ ,  $\eta = 0.075$  Pa·s y t = 200 s, tiene la siguiente forma

$$\bar{L} = 1.94 H_c^{1.334}, \tag{4.22}$$

donde  $\overline{L}$  tiene como unidades  $\mu$ m y  $H_c$  está en G.

Al introducir la ecuación 4.22 en 4.21, el valor de  $h = 3000 \,\mu\text{m}$  y retirar el término relacionado con el campo oscilatorio, se obtiene

$$\tau_0 = 2.38 \times 10^{-4} H_c^2 \left(\frac{1546.392}{H_c^{1.334}} + 1\right) exp\left(-\frac{1546.392}{H_c^{1.334}}\right).$$
(4.23)

La expresión 4.23 da el comportamiento del esfuerzo de cedencia en función únicamente del campo constante. En la figura 4.1 se muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia modelado por la ecuación 4.23 junto a los datos experimentales.



Figura 4.1: a)Valores del esfuerzo de cedencia estático obtenidos experimentalmente. b)Curva generada por el modelo teórico para el esfuerzo de cedencia. Campo constante.

Se observa que en un régimen de valores por debajo de 150 G, el modelo concuerda bien con los datos experimentales. En particular el modelo predice un comportamiento que sugiere la existencia de un valor umbral del campo magnético por debajo del cual los valores del esfuerzo de cedencia son prácticamente despreciables y por encima del cual los valores crecen rápidamente.

El modelo teórico del esfuerzo de cedencia se basa en el cálculo de la fracción de partículas que forman cadenas que son lo suficientemente largas para generar ligaduras entre las placas de la geometría de medición  $\Phi(\bar{L})$ , ecuación 4.7. Por ésta razón la existencia del valor umbral del campo magnético para la aparición del esfuerzo de cedencia debería estar relacionado con las propiedades de la función  $\Phi(\bar{L})$ . Con el fin de establecer una relación entre el campo magnético umbral y las propiedades de  $\Phi(\bar{L})$ , es necesario estudiar los comportamientos notables de ésta función y luego analizar a que campo magnético corresponden. Esto con el fin de identificar algún campo magnético que correspondería al campo umbral el cual está alrededor de 70 G. Se encontró un valor del campo magnético muy cercano a este valor umbral obtenido a partir del punto de inflexión de  $\Phi(\bar{L})$ .

Primero se encuentra el punto de inflexión a partir del criterio de la segunda derivada igualada a cero. Se encuentra que el punto de inflexión está en  $\bar{L} = h/3$ . Luego se evalúa la derivada de  $\Phi(\bar{L})$  en el punto de inflexión, se traza una recta tangente al punto inflexión y se determina el lugar en el que corta al eje de las abscisas  $\bar{L}$ , el cual es  $\bar{L} = 0.185h$ . Enseguida con ayuda de la ecuación 4.22 y con el valor numérico de h, se obtiene el valor del campo constante  $H_c = 69.414$  G que es muy cercano al valor de 70 G que se observa en la gráfica.

Describir físicamente los valores del esfuerzo de cedencia dinámico es más complejo, debido a que las estructuras estan formándose y destruyéndose continuamente debido al esfuerzo de corte. Si bien antes del flujo sólo una fracción de partículas son consideradas en el esfuerzo de cedencia, en condiciones de flujo las interacciones hidrodinámicas muy probablemente inducen a que la mayoría de las partículas formen cadenas que contribuyen al esfuerzo de cedencia. Sin embargo para una interacción hidrodinámica mayor producida por el aumento del corte es poco probable que las cadenas sean tan largas como para crear ligaduras entre las placas. En una primera aproximación es posible usar la expresión 4.23 para estimar el esfuerzo de cedencia dinámico. Para esto es recomendable considerar que  $\Phi$ , ecuación 4.7, alcanza su nivel se saturación. Cuando  $\bar{L} \to \infty$  se tiene que  $\Phi \to 1$ , en éste nivel de saturación la expresión 4.23 puede ser reinterpretada y entonces  $\tau_0 \sim H_c^2$ .

El comportamiento experimental del esfuerzo de cedencia dinámico está dado por  $\tau_0 - C = 2.38 \times 10^{-4} H_c^2$ , donde C es una constante que indica un corrimiento de la función  $H_c^2$ . Este corrimiento puede deberse a la naturaleza del esfuerzo de cedencia dinámico, el cual se encuentra con ayuda de la parte del reograma asociada a la dinámica del fluido. El valor constante C tentativamente puede estar asociado a la interacción hidrodinámica en el fluido.

### 4.3.2 Esfuerzo de cedencia en función de la intensidad de los campos: caso donde se mantiene la razón entre ellos constante

En el caso en que los dos campos se usan simultáneamente y donde  $f_p = 4$  Hz y  $H_p = 0.15H_c$ , experimentalmente se encuentra que la longitud promedio de las cadenas, como función del campo constante, está dada por

$$\bar{L} = 3.762 H_b^{1.482} \,. \tag{4.24}$$

Al introducir la ecuación 4.24 en 4.21 se obtiene

$$\tau_0 = 2.406 \times 10^{-4} H_c^2 \left( \frac{648.331}{H_c^{1.482}} + 1 \right) exp\left( -\frac{648.331}{H_c^{1.482}} \right) . \tag{4.25}$$



Figura 4.2: Curva teórica para el esfuerzo de cedencia estático en función del a) campo constante, b) campo constante y de perturbación. Valores experimentales para el esfuerzo de cedencia estático en diversas condiciones.  $H_c$  círculos en azul.  $H_c$ ,  $H_p = 0.145H_c$  y  $f_p = 4$  Hz rombos en rojo.  $H_c$ ,  $H_p = 0.145H_c$ ,  $f_p = 4$  Hz y corte previo rombos en marrón.  $H_c$  y rugosidad estrellas en morado.  $H_c$ ,  $H_p = 0.145H_c$ ,  $f_p = 4$  Hz y rugosidad cruces en beige.  $H_c$ ,  $H_p = 0.145H_c$ ,  $f_p = 4$  Hz, corte previo y rugosidad estrellas en azul.

La expresión 4.25 da el comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de los campos aplicados. En la figura 4.2 b) se muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia modelado por la ecuación 4.25, no se grafican los valores del campo de perturbación. Para fines de comparación se grafica el comportamiento del esfuerzo de cedencia cuando sólo está presente el campo constante, ver figura 4.2 a).

Al comparar los valores del esfuerzo de cedencia obtenidos con el modelo, se observa que éste predice valores en el esfuerzo de cedencia estático mayores a los observados experimentalmente, es decir el modelo sobreestima el efecto del campo de perturbación sobre el esfuerzo de cedencia. Los valores experimentales para los que habría una mayor aproximación con el modelo son los correspondientes a la aplicación de la perturbación y la rugosidad.

# 4.3.3 Esfuerzo de cedencia en función de la amplitud del campo de perturbación

Experimentalmente la longitud promedio de los agregados  $\overline{L}$  con  $H_c = 80$  G y  $f_p = 4$  Hz, en función de la amplitud del campo de perturbación está dada por

$$\bar{L} = 1377.51 H_p^{0.244} \,. \tag{4.26}$$

Al introducir la ecuación 4.26 en 4.21 se obtiene

$$\tau_0 = 2.38 \times 10^{-4} \left( 6400 + \frac{H_p^2}{2} \right) \left( \frac{2.178}{H_p^{0.244}} + 1 \right) exp\left( -\frac{2.178}{H_p^{0.244}} \right).$$
(4.27)

La expresión 4.27 permite encontrar el comportamiento del esfuerzo de cedencia en función de la amplitud del campo de perturbación. En la figura 4.3 se muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia modelado por la ecuación 4.27.

El comportamiento del esfuerzo de cedencia como función de la amplitud del campo de perturbación dado por el modelo predice valores mayores a los encontrados experimentalmente. El comportamiento general del modelo es similar al comportamiento observado experimentalmente. Los valores del esfuerzo de cedencia aumentan con el aumento de la amplitud.


Figura 4.3: b) Curva generada teóricamente para el esfuerzo de cedencia en función de la amplitud del campo de perturbación. Valores experimentales para el esfuerzo de cedencia en diferentes condiciones. a)  $H_c = 91.6$  G y  $f_p = 4$  Hz. c) $H_c = 91.6$  G,  $f_p = 4$  Hz y rugosidad.

# 4.3.4 Esfuerzo de cedencia en función de la frecuencia del campo de perturbación

Por medio de la ecuación 4.21 es posible obtener el esfuerzo de cedencia en función de la frecuencia del campo de perturbación. La dependencia con la frecuencia se establece en dos modos. Por una parte hay que sustituir el término  $H_p^2/2$  por  $(H_p sen (2\pi f_p t))^2$ . Por otra, la longitud promedio de los agregados  $\bar{L}$  en función de  $f_p$ , esto es

$$\bar{L} = 1743.61 f_p^{0.056} \,, \tag{4.28}$$

para  $f_p < 2$  Hz, mientras que para  $f_p > 2$  Hz se tiene

$$\bar{L} = 2353.84 f_p^{-0.196} \,. \tag{4.29}$$

Las ecuaciones 4.28 y 4.29 en combinación con 4.21 generan la expresión para el esfuerzo de cedencia en función de la frecuencia del campo de perturbación, ésta es

$$\tau_0 = 2.38 \times 10^{-4} \left( 6400 + 144 \left( sen \left( 72000 f_p \right) \right)^2 \right)$$

$$\left(\frac{1.721}{f_p^{0.056}} + 1\right) exp\left(-\frac{1.721}{f_p^{0.056}}\right),\tag{4.30}$$

para  $f_p < 2$  Hz y

$$\tau_0 = 2.38 \times 10^{-4} \left( 6400 + 144 \left( sen \left( 72000 f_p \right) \right)^2 \right) \cdot \left( \frac{1.275}{f_p^{-0.196}} + 1 \right) exp \left( -\frac{1.275}{f_p^{-0.196}} \right),$$
(4.31)

para  $f_p > 2$  Hz.

Las expresiones 4.30 y 4.31 dan el comportamiento del esfuerzo de cedencia en función de la frecuencia del campo de perturbación. En la figura 4.4 a) se muestra el comportamiento del modelo teórico para el esfuerzo de cedencia.



Figura 4.4: a) Curva generada por el modelo para el esfuerzo de cedencia en función de la frecuencia del campo de perturbación. Valores para el esfuerzo de cedencia obtenidos experimentalmente bajo diferentes condiciones.  $H_c = 91.6$  G y  $H_p = 18.8$  G rombos en rojo.  $H_c = 99.3$  G y  $H_p = 16.4$  G círculos en azul.  $H_c = 91.6$  G,  $H_p = 18.8$  G, corte previo y rugosidad cruces en café.

El comportamiento del esfuerzo de cedencia para frecuencias mayores a la frecuencia crítica reportada en la cinética de agregación, concuerda en términos generales con los datos experimentales, es decir, se observa la disminución de los valores del esfuerzo con el aumento de la frecuencia, aunque los valores estimados por el modelo son mayores a los encontrados experimentalmente.

#### 4.3.5 Esfuerzo de cedencia en función de la concentración

La expresión experimental para  $\bar{L}$  en términos de la concentración de micropartículas en el fluido tiene la siguiente forma

$$\bar{L} = 44771\phi^{1.059} \,. \tag{4.32}$$

En éste caso la ecuación 4.19 permite encontrar la dependencia del esfuerzo de cedencia con respecto a la concentración  $\phi$ . Así al sustituir la ecuación 4.32 en 4.19 se obtiene

$$\tau_0 = 31.143 \phi \left(\frac{0.067}{\phi^{1.059}} + 1\right) exp\left(-\frac{0.067}{\phi^{1.059}}\right).$$
(4.33)

La expresión 4.33 da el comportamiento del esfuerzo de cedencia en función de la concentración de micropartículas. En la figura 4.5 se muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia modelado por la ecuación 4.33.



Figura 4.5: a)Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función de la concentración de micropartículas. b)Valores experimentales para el esfuerzo de cedencia estático.

El modelo teórico para el esfuerzo de cedencia como función de la concentración, sigue en términos generales el mismo comportamiento de los valores experimentales. Sin embargo los valores experimentales se encuentran por arriba de los valores generados por el modelo.

Posiblemente, los valores del esfuerzo de cedencia encontrados experimentalmente presentan valores más grandes debido a la interacción de las partículas con la superficie rugosa, ésta interacción no está considerada en el modelo. La presencia de una rugosidad artificial en las paredes, como experimentalmente se ha estudiado, aumenta aún más los valores del esfuerzo de cedencia. Por estas razones es necesario mejorar el modelo para incluir las interacciones de los agregados con las paredes.

#### 4.3.6 Esfuerzo de cedencia en función de la viscosidad del líquido soporte

La expresión experimental para la longitud promedio de las cadenas  $\overline{L}$  en términos de la viscosidad del líquido soporte, tiene la siguiente forma

$$\bar{L} = 27097.5\eta^{-0.572} \,. \tag{4.34}$$

Ésta ecuación sustituida en la ecuación 4.21 permite calcular el esfuerzo de cedencia en términos de la viscosidad del líquido soporte. La expresión resultante es

$$\tau_0 = 1.557 \left(\frac{0.111}{\eta^{-0.572}} + 1\right) exp\left(-\frac{0.111}{\eta^{-0.572}}\right).$$
(4.35)

En la figura 4.6 se muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia modelado por la ecuación 4.35. La forma de la curva predice que los valores máximos para el esfuerzo de cedencia se presentan en fluidos cuyo líquido soporte tiene una viscosidad pequeña, además cuanto mayor sea la viscosidad menor será el esfuerzo de cedencia.

### 4.3.7 Esfuerzo de cedencia en función del tiempo de aplicación de los campos

La expresión experimental para  $\bar{L}$  en términos del tiempo de aplicación de los campos magnéticos, tiene la siguiente forma

$$\bar{L} = 255.098t^{0.537} \,. \tag{4.36}$$



Figura 4.6: Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función de la viscosidad del líquido soporte.



Figura 4.7: Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función del tiempo de aplicación de los campos magnéticos.

Al tomar como base la ecuación 4.21 y combinarla con 4.36 se obtiene la siguiente expresión para el esfuerzo de cedencia

$$\tau_0 = 1.557 \left(\frac{11.76}{t^{0.537}} + 1\right) exp\left(-\frac{11.76}{t^{0.537}}\right).$$
(4.37)

La expresión 4.37 puede usarse para calcular el comportamiento del esfuerzo de cedencia en función del tiempo de aplicación de los campos magnéticos. En la figura 4.7 se muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia modelado por la ecuación 4.37.

El modelo predice un incremento en los valores del esfuerzo de cedencia en un lapso corto de tiempo, éste incremento no se mantiene de forma indefinida, existe una región para la que los valores del esfuerzo de cedencia se mantienen estables. El comportamiento estable para el esfuerzo de cedencia se presenta para tiempos grandes de aplicación de los campos, esto indica que para tiempos grandes el esfuerzo de cedencia varía muy poco. Aunque experimentalmente no se ha estudiado directamente el tiempo de aplicación, es posible realizar una conexión con el tiempo de aplicación del preacondicionamiento en corte previo, el comportamiento del corte previo se asemeja al comportamiento que predice la ecuación 4.37.

# 4.3.8 Esfuerzo de cedencia en función de la separación de las placas

Para encontrar la expresión para el esfuerzo de cedencia en función de la separación entre las placas que realizan la deformación basta con introducir directamente los valores reales de las variables no relacionadas con la separación h en la ecuación 4.21, además de usar alguna de las expresiones para  $\bar{L}$ , por ejemplo la que se describe la ecuación 4.24, al hacer esto se obtiene la siguiente expresión

$$\tau_0 = 1.557 \left(\frac{h}{3060.218} + 1\right) exp\left(-\frac{h}{3060.218}\right).$$
(4.38)

La expresión 4.38 permite el cálculo del comportamiento del esfuerzo de cedencia en función de la separación entre las placas que realizan la deformación. En la figura 4.8 se muestra el comportamiento del esfuerzo de cedencia modelado por la ecuación 4.38.

El modelo teórico para el esfuerzo de cedencia como función de la separación entre las placas que realizan la deformación, tiene el mismo comportamiento general que muestran los datos experimentales, sin embargo al comparar los valores experimentales se observa que éstos son mayores.



Figura 4.8: a)Curva teórica para el esfuerzo de cedencia en función de la separación entre las placas que realizan la deformación. b)Valores experimentales para el esfuerzo de cedencia en función de la separación de las placas que realizan la deformación.

Los valores experimentales que se usaron corresponden al caso donde está presente la rugosidad, estos son mayores a los predichos por el modelo debido muy probablemente a que la rugosidad cambia la interacción entre las placas y las cadenas.

### 4.4 Modificación de las características de los agregados por efecto de la perturbación

El efecto de la perturbación sobre las estructuras con forma de cadenas que se encuentran dentro del fluido, es muy claro, la presencia de la perturbación induce un aumento en la longitud promedio de los agregados. Las ecuaciones obtenidas de los ajustes experimentales 4.22 y 4.24 para  $\bar{L}$ , muestran claramente el aumento de la longitud promedio al introducir la perturbación. En esta sección se propone el concepto de concentración efectiva y en términos de ésta se describe el comportamiento de la longitud promedio de las cadenas.

### 4.4.1 Concentración efectiva de partículas cuando está presente el campo de perturbación

Considerese una dispersión de partículas en aceite formando una superficie casi bidimensional. La fracción de área cubierta por las partículas es un indicador apropiado para medir la concentración de las partículas en éste sistema. En condiciones cuando sólo se usa el campo constante, no existe ambigüedad acerca del área ocupada por las partículas. Sin embargo cuando está presente el campo de perturbación las cadenas experimentan movimientos de oscilación alrededor de la dirección del campo constante. Al oscilar las cadenas barren el área a su alrededor e interactúan con más partículas en contraste con el caso en que no está presente el campo de perturbación. El hecho de interactuar con más partículas es en cierta forma equivalente a un aumento de la concentración de las partículas. A continuación se define una nueva cantidad a la que se denomina concentración efectiva, la cual se obtuvo por el siguiente procedimiento.



Figura 4.9: Región ocupada por una cadena en presencia de a) un campo magnético constante, b) un campo magnético constante y un campo magnético oscilatorio.

El área ocupada por una cadena  $(A_c)$  compuesta de partículas esféricas, cuando no está presente la perturbación es la siguiente

$$A_c = N \pi a^2 \,, \tag{4.39}$$

donde N es el número de partículas y a el radio de cada partícula. Cuando está la perturbación la cadena oscila respecto a la dirección del campo constante. En una primera aproximación la cadena se mantiene recta y alineada con el campo, según se muestra en la figura 4.9. El área barrida por una cadena  $(A_c')$  cuando está presente

la perturbación puede ser obtenida de la siguiente forma

$$A_c' = B L, (4.40)$$

donde *B* es la mitad del desplazamiento horizontal total de la cadena y *L* la longitud axial total de la cadena. El valor de *B* puede ser descrito en términos del ángulo al que se inclina la cadena ( $\psi_{max}$ ). Usando  $tan(\psi_{max}) = B/(L/2)$  la ecuación 4.40 se reduce a

$$A_{c}' = \frac{1}{2}L^{2} \tan\left(\psi_{max}\right) \,. \tag{4.41}$$

Puesto que N = L/(2a) la ecuación 4.41 equivale a

$$A_c' = 2a^2 N^2 \tan(\psi_{max}) . (4.42)$$

Así se ha encontrado el área que barre la cadena al estar oscilando debido al campo magnético efectivo, a ésta área se le define como el área efectiva ocupada por la cadena. Ahora es posible obtener la razón entre el área ocupada por las cadenas y el área efectiva ocupada por las mismas, usando las ecuaciones 4.39 y 4.42 se obtiene

$$\frac{\phi}{\phi'} = \frac{\frac{A_c}{A_T}}{\frac{A_c'}{A_T}} = \frac{\pi}{2N\tan\left(\psi_{max}\right)},\tag{4.43}$$

donde  $\phi$  es la concentración de micropartículas sin perturbación,  $\phi'$  la concentración efectiva de micropartículas con perturbación y  $A_T$  el área total donde se encuentra la dispersión.

Como se ha establecido para frecuencias de perturbación bajas, es posible asumir, con muy buena aproximación, que las cadenas se alinean en dirección del campo magnético efectivo. Así el ángulo  $tan(\psi_{max})$  que hacen las cadenas con respecto al campo constante, es el mismo que el que describe el campo efectivo con respecto al campo constante. El ángulo  $tan(\psi_{max})$  en términos de los campos está dado por  $tan(\psi_{max}) = H_p/H_c$  [12]. Al sustituir el valor de  $tan(\psi_{max})$  en la ecuación 4.43, se obtiene

$$\frac{\phi}{\phi'} = \frac{\pi H_c}{2N H_p}.$$
(4.44)

Ésta ecuación permite el cálculo de la concentración efectiva cuando se conocen los valores de los campos y el número de partículas en una cadena. Por ejemplo, si  $N = 38, H_c = 80 \text{ G y } H_p = 17 \text{ G}$ , la concentración efectiva es

$$\phi' = 5.141\phi.$$
 (4.45)

#### 4.4.2 Longitud promedio en función de la concentración efectiva

Como se ha mostrado la concentración efectiva de las micropartículas aumenta con el movimiento oscilante inducido por la perturbación. Éste efecto puede ser utilizado para explicar el aumento de la longitud promedio, cuando se estudia su dependencia con la concentración, cuando está presente la perturbación.

Considérese el caso cuando no hay perturbación, la expresión obtenida experimentalmente para la longitud promedio de los agregados está dada por

$$\bar{L} = 6593.07\phi^{0.8453} \,. \tag{4.46}$$

Los valores de la longitud promedio de los agregados cuando hay perturbación podrían ser estimados por medio del uso de la concentración efectiva. Así, si en la ecuación 4.46 se sustituye  $\phi \longrightarrow \phi'$  donde la concentración efectiva está dada por 4.45, se sigue que

$$\bar{L} = 6593.07 (5.141\phi)^{0.8453} = 26310.932\phi^{0.8453} .$$
(4.47)

Ésta ecuación puede ayudar a hacer comparaciones con el experimento.

También es posible realizar el proceso inverso. Tómese el ajuste en el que está presente la perturbación

$$\bar{L} = 44771\phi^{1.059}. \tag{4.48}$$

Ahora con ayuda de la ecuación 4.48 junto a la expresión para el aumento de la concentración efectiva, ecuación 4.45, y al hacer  $\phi' \longrightarrow \phi$ , deberíamos obtener la expresión que represente la dependencia entre la longitud promedio y la concentración cuando no hay perturbación.

$$\bar{L} = 44771 (0.195\phi)^{1.059} = 7927.631\phi^{1.059} .$$
(4.49)

La figura 4.10 muestra el comportamiento de las funciones descritas por las ecuaciones 4.47 y 4.49 junto a los valores experimentales. Como se observa ambos modelos describen en buena forma el comportamiento experimental de la longitud promedio al comparla con la concentración, en el caso en que no hay perturbación y cuando si la hay.

# 4.4.3 Longitud promedio en función del campo constante y de perturbación

Como se ha mostrado la expresión para la longitud promedio en función de la concentración de micropartículas cuando está presente el campo de perturbación, puede



Figura 4.10: Datos y ajustes experimentales obtenidos al comparar la longitud promedio de los agregados con la concentración. En cuadros cuando no hay perturbación, ajuste curva c). En círculos cuando hay perturbación, ajuste curva a). Curvas teóricas generadas por las ecuaciones b) 4.47 y d) 4.49.

ser justificada usando la concentración efectiva de micropartículas. El siguiente paso natural es determinar si el uso de la concentración efectiva también puede estimar el comportamiento experimental de la longitud promedio de los agregados cuando se varían las intensidades de los campos.

El ajuste experimental obtenido para la longitud promedio en función del campo constante es [13]

$$\bar{L} = 1.94 H_c^{1.334} \,. \tag{4.50}$$

Para introducir la concentración efectiva es necesario obtener explícitamente la dependencia con  $\phi$ , para esto es necesario usar como base la ecuación 1.29. El coeficiente en la ecuación 4.50 es el producto de  $\Omega_i$  factores cada uno relacionado con las distintas variables de las que depende  $\bar{L}$  excepto  $H_c$ , entre ellas la concentración que se mantuvo fija en  $\phi = 0.05$  y una constante general. El factor  $\Omega_1$ , relacionado con  $\phi$ , tiene la forma

$$\Omega_1 = \phi^{0.8453} = 0.08 \,. \tag{4.51}$$

Al introducir la ecuación 4.51 en la ecuación 4.50 se obtiene la dependencia explícita con la concentración.

$$\bar{L} = 24.25 \,\Omega_1 \,H_c^{1.334} = 24.25 \,\phi^{0.8453} \,H_c^{1.334} \,. \tag{4.52}$$

Ahora al hacer la sustitución  $\phi \longrightarrow \phi'$  en la ecuación 4.52, donde la concentración efectiva  $\phi'$  está dada por la ecuación 4.45, es posible obtener la expresión para la longitud promedio de las cadenas como función del campo magnético cuando está presente la perturbación.

$$\bar{L} = 24.25 \ (5.141 \ \phi)^{0.8453} H_c^{1.334} = 7.691 \ H_b^{1.334} \,, \tag{4.53}$$



Figura 4.11: Datos y ajustes experimentales obtenidos al comparar la longitud promedio de los agregados con la concentración, así como mejores ajustes. En cuadros cuando no hay perturbación, mejor ajuste curva c). En círculos cuando hay perturbación, mejor ajuste curva b). a)Curva generada por el modelo descrito en la ecuación 4.53.

La figura 4.11 muestra los datos y los ajustes experimentales obtenidos al comparar la longitud promedio de los agregados con el campo constante y el campo de perturbación. Como se nota el modelo descrito por la ecuación 4.53 se ajusta muy bien a los datos experimentales. La diferencia entre los valores dados por el modelo y los experimentales no sobrepasan el 5%.

#### Conclusiones

Cuando se tiene una dispersión de partículas magnéticas y son sometidas simultáneamente a un campo magnético constante y a uno oscilatorio, el sistema adquiere características viscoelásticas, éste comportamiento es inducido por la formación de agregados dentro del fluido. En particular surge un esfuerzo de cedencia que separa el comportamiento elástico del viscoso. En el caso de usar solamente campo constante, experimentalmente se ha mostrado que existe un valor umbral del campo magnético a partir del cual el esfuerzo de cedencia estático es significativo. En cambio el esfuerzo de cedencia dinámico surge más suavemente y presenta un comportamiento proporcional al cuadrado del campo aplicado. Los resultados obtenidos están en concordancia con resultados anteriormente reportados.

Cuando se aplica una perturbación al sistema se observa un aumento en los valores del esfuerzo de cedencia, éste aumento se induce por el incremento de la longitud promedio de los agregados por acción de la perturbación, tal y como los estudios de microscopía óptica muestran. El esfuerzo de cedencia como función de la frecuencia de la perturbación, presenta un comportamiento casi constante, sólo se observa una ligera tendencia a disminuir su valor al utilizar frecuencias grandes. El comportamiento del esfuerzo de cedencia al variar la amplitud de la perturbación establece un incremento uniforme al incrementar la amplitud.

En general cualquier interacción que se introduzca sobre el sistema y que modifique las estructuras de los agregados representará una modificación al esfuerzo de cedencia.

Someter al fluido a un preacondicionamiento en modo de corte previo antes de la obtención de la curva de flujo resulta en la modificación del esfuerzo de cedencia, éste tipo de preacondicionamiento introduce una interacción hidrodinámica que contribuye al aumento de la longitud de los agregados, acto que se refleja al medir los valores del esfuerzo de cedencia. Es posible identificar dos comportamientos críticos uno relacionado con el tiempo de aplicación del corte y otro con el valor de la rapidez del corte. El preacondicionamiento en modo de ciclos no necesariamente se traduce en el aumento del esfuerzo de cedencia, posiblemente las interacciones hidrodinámicas destruyen la estructura formada a corte bajo. Cubrir la superficie de las placas que realizan la deformación con un material que logre incrementar la rugosidad y que además interactúe fuertemente con los agregados dentro del fluido, se traduce en un incremento notable del esfuerzo de cedencia, ésta interacción permite que los agregados interactúen fuertemente con las placas que realizan la deformación, lo que modifica al esfuerzo de cedencia.

En general aumentar la concentración de partículas y disminuir la separación entre las placas que realizan la deformación puede incrementar al esfuerzo de cedencia. El aumento de la concentración permite que más partículas se agreguen en estructuras más largas, lo que incrementa al esfuerzo de cedencia. La disminución de la separación entre las placas permite que agregados cortos también contribuyan a aumentar al esfuerzo de cedencia.

En éste trabajo se propone un modelo teórico basado en la distribución de las longitudes de los agregados para describir el comportamiento del esfuerzo de cedencia estático. En particular se tiene la hipótesis que sólo una fracción de agregados lo suficientemente largos como para formar ligaduras entre las placas que proveen el esfuerzo cortante, contribuye al esfuerzo de cedencia. El modelo aplicado al caso donde sólo está presente el campo constante concuerda bien con los datos experimentales y explica la existencia de un valor umbral del campo magnético a partir del cual el esfuerzo de cedencia estático es significativo. La concordancia a campos no muy altos es muy buena no asi para los altos, donde el modelo sobreestima los valores del esfuerzo de cedencia.

La concordancia entre el modelo teórico y otros parámetros no es muy buena, sin embargo permite realizar una descripción de los mismos. El modelo teórico predice que los valores alcanzados por el esfuerzo de cedencia en presencia de perturbación son mayores que en ausencia de ésta. Predice que usar una perturbación con amplitud grande y frecuencia pequeña permite incrementar al esfuerzo de cedencia. Incrementar la concentración de partículas permite obtener valores mayores en el esfuerzo de cedencia. Se puede establecer que utilizar un líquido soporte de baja viscosidad permite incrementar al esfuerzo de cedencia. El esfuerzo de cedencia se incrementa mientras mayor es el tiempo de aplicación de los campos magnéticos, ésto hasta alcanzar un valor estable. Por otro lado disminuir la separación entre las placas que realizan la deformación incrementa los valores del esfuerzo de cedencia.

En un intento de refinar el modelo que depende de la longitud promedio de las cadenas, y donde las dependencias explícitas son dadas experimentalmente, se define el concepto de concentración efectiva dentro del fluido, el concepto tiene sentido al considerar que las cadenas al experimentar un movimiento oscilante debido a la perturbación "barren" un área mayor a su alrededor interaccionando con más partículas, siendo equivalente a tener más partículas. Introducir este concepto ha dado buena concordancia con resultados experimentales de longitud promedio de agregados ya reportados. El concepto de concentración efectiva puede ser introducido al modelo de longitud promedio de los agregados.

#### Comentarios

Los resultados obtenidos desde el punto de vista científico ayudan a entender la estrecha relación entre las características estructurales y el cambio en las propiedades físicas. Así el considerar la distribución de la longitud de las cadenas da origen a una descripción física donde se muestra que existe un umbral en el campo magnético a partir del cual surge de forma significativa el esfuerzo de cedencia estático. También explica como la presencia de perturbaciones puede modificar las propiedades físicas de una dispersión. Por otra parte se ha observado que la modificación de las paredes incrementa notablemente los valores del esfuerzo de cedencia. ¿Porqué ocurre esto?, eso es un problema que se está abordando actualmente. Además los cambios medidos a lo largo de los experimentos y comprobados con el modelo para el esfuerzo de cedencia pueden utilizarse para mejorar la tecnología diseñada a base de fluidos MR, para contribuir a la inclusión de esta tecnología en la industria y en general a la tecnología.

El modelo que se ha propuesto puede ser mejorado, para empezar se tienen que incluir factores como la rugosidad, la concentración efectiva y la parte hidrodinámica. Por otra parte los estudios pueden extenderse en otras direcciones por ejemplo acerca de los campos aplicados cabe la posibilidad de probar otras formas de perturbación como el denominado ruido de color (señal aleatoria con diversos comportamientos en intensidad), aplicación simultánea de campos alternantes donde se puede variar la fase entre ellos o las amplitudes.

La caracterización reológica del sistema expuesto a campos de perturbación apenas comienza y puede extenderse inmediatamente para determinar los llamados módulo elástico y módulo viscoso los cuales son obtenidos por medio de pruebas en modo de oscilación. Finalmente es necesario comentar que los fluidos electroreólogicos son los análogos eléctricos de los fluidos magneto-reológicos los estudios aquí reportados pueden ser extendidos y abarcar a estos sistemas.

## Bibliografía

- [1] F. Donado, *Fluidos electro y magneto-reológicos: teoría y experimento*, Tesis de Doctorado, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, (2002).
- [2] E. Lemaire and G. Bossis, J. Appl. Phys. 24, 1473 (1991).
- [3] O. Volkova, S. Cutillas and G. Bossis, Phys. Rev. Lett. 82, 233 (1999).
- [4] S. M. Chen and C. G. Wei, Smart Mater. Struct. 15, 371 (2006).
- [5] I. Rivera, Estudio de una suspensión magneto-reológica en flujo de Poiseuille: esfuerzo de cedencia e inestabilidad de flujo, Tesis de Licenciatura, Instituto Politécnico Nacional, (2008).
- [6] E. M. Furst and A. P. Gast, Phys. Rev. E **62**, 6916 (2000).
- [7] R. Tao and J. M. Sun, Phys. Rev. Lett. 67, 398 (1991).
- [8] T. C. Halsey and W. Toor, Phys. Rev. Lett. 65, 2820 (1990).
- [9] T. C. Halsey, J. E. Martin and D. Adolf, Phys. Rev. Lett. 68, 1519 (1992).
- [10] http://www.lord.com, http://delphi.com.
- [11] S. Melle, G. G. Fuller and M. A. Rubio, Phys. Rev. E 61, 4111 (2000).
- [12] F. Donado, U. Sandoval and J. L. Carrillo, Phys. Rev. E 79, 011406 (2009).
- [13] U. Sandoval, Cinética de agregación en disperisiones magneto-reológicas diluidas bajo perturbaciones, Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, (2009).
- [14] J. F. Steffe, Rheological Methods in Food Process Engineering, Second edition, Freeman Press, USA (1996).

- [15] J. Rabinow, AIEE Trans. 67, 1308 (1948). Magnetic Fluid Torque and Force transmiting Device. US Patent 22575360 (1951). High-speed Magnetic Fluid Clutch. US Patent 2622713 (1952). Radial Flux Magnetic Fluid Clutch. US Patent 2629471 (1953).
- [16] W. M. Winslow, J. Appl. Phys. **20**, 1137 (1949).
- [17] D. L. Klass and T. W. Martinek, J. Appl. Phys. 38, 67 (1967).
- [18] M. A. Pérez, Síntesis, crecimiento, estudio estructural y térmico de microcristales de magnetita, Tesis de Licenciatura, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, (2004).
- [19] S. Cutillas and J. Liu, Phys. Rev. E 64, 011506 (2001).
- [20] J. de Vicente, M. T. López-López, J. D. G. Durán and F. González-Caballero, J. Rheol. 44, 94 (2004).
- [21] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Second edition, John Wiley and Sons, USA (1975).
- [22] Y. Zhu, E. Haddadian, T. Mou, M. Gross and J. Liu, Phys. Rev. E 53, 1753 (1996).
- [23] V. Flores, Refinamiento de tamaño de partículas metálicas por molienda en húmedo, Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, (2003).
- [24] G. Arfken, Mathematical Methods for Physicist, Third edition, Academic Press, USA (1985).
- [25] W. W. L. Chen, Introduction to Complex Analysis, University of London, (2008).