



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE HIDALGO**



INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y SISTEMAS

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

SINCRONIZACIÓN HÁPTICA CON PROPÓSITOS DE GUIADO PASIVO PARA
SISTEMAS DE INTERACCIÓN FÍSICA HOMBRE ROBOT

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

PRESENTA:

ING. MIGUEL OSWALDO URIBE HERNÁNDEZ

ASESORES:

DR. OMAR ARTURO DOMÍNGUEZ RAMÍREZ

DR. OMAR JACOBO SANTOS SÁNCHEZ

PACHUCA HGO., MÉXICO 26 DE AGOSTO DE 2014



Ing. Miguel Oswaldo Uribe Hernández

**Sincronización Háptica con
Propósitos de Guiado Pasivo
para Sistemas de Interacción
Física Hombre Robot**

Índice general

Índice general	V
Índice de figuras	IX
Notación	XIII
1. Introducción	1
1.1. Breve descripción del estado del arte	1
1.2. Justificación	2
1.3. Planteamiento del problema	3
1.4. Solución propuesta	3
1.5. Objetivos	3
1.5.1. Objetivo general	3
1.5.2. Objetivos específicos	3
1.6. Contribución de la tesis	4
1.7. Organización del trabajo	4
2. Plataforma para sincronización	7
2.1. Dispositivo háptico PHANToM premium 1.0	9
2.2. Dispositivo háptico PHANToM Omni	10
2.3. Control Proporcional Derivativo con compensación de gravedad (PD+G)	10
2.4. Conclusiones	11
3. Compensación de retardos	13
3.1. Introducción	13
3.2. Sistemas con retardos	13
3.2.1. Retardos constantes	15
3.2.2. Retardos variantes	16
3.3. Predictor de retardo para sistemas no lineales	16
3.4. Caracterización y estimación del retardo	18
3.5. Compensación no lineal del retardo	19
3.6. Conclusiones	20

4. Pruebas experimentales bajo condiciones de incertidumbre	21
4.1. Guiado háptico	21
4.1.1. Resultados experimentales con la misma referencia	22
4.1.2. Resultados experimentales en configuración de sincronización sin compensación de retardo	28
4.1.3. Resultados experimentales en configuración de sincronización con retardo inducido	33
4.1.4. Resultados experimentales en configuración de sincronización mediante una compensación de retardo	38
5. Conclusiones generales	45
5.1. Trabajos a futuro	45
Glosario	47
A. Control Integral	51
A.1. Introducción	51
A.2. Control Integral via Linealización	51
A.3. Resultados experimentales	54
B. Teleoperación con un control por modos deslizantes	59
B.1. Introducción	59
B.2. Control	61
B.3. Resultados	62
B.4. Análisis de convergencia	66
B.5. Análisis de estabilidad	67
C. Modelo cinemático y dinámico de PHANToM premium 1.0.	71
C.1. Dispositivo háptico PHANToM premium 1.0	71
C.1.1. Modelo cinemático	71
C.1.1.1. Modelo cinemático directo de posición	71
C.1.1.2. Modelo cinemático inverso de posición	73
C.1.1.3. Modelo cinemático directo de velocidad	74
C.1.1.4. Modelo cinemático inverso de velocidad	74
C.1.1.5. Modelo cinemático directo de aceleración	75
C.1.1.6. Modelo cinemático inverso de aceleración	75
C.1.2. Modelo dinámico	76
D. Modelo cinemático y dinámico de PHANToM Omni	79
D.1. Dispositivo háptico PHANToM Omni	79
D.1.1. Modelo cinemático	79

D.1.1.1.	Modelo cinemático directo de posición	79
D.1.1.2.	Modelo cinemático inverso de posición	80
D.1.1.3.	Modelo cinemático directo de velocidad	81
D.1.1.4.	Modelo cinemático inverso de velocidad	81
D.1.1.5.	Modelo cinemático directo de aceleración	82
D.1.1.6.	Modelo cinemático inverso de aceleración	82
D.1.1.7.	Modelo Dinámico	82
Bibliografía		84

Índice de figuras

2.1. Plataforma experimental.	7
2.2. Diagrama de sincronización unilateral.	8
2.3. Diagrama de sincronización bilateral.	9
2.4. PHANToM Premium 1.0.	9
2.5. PHANToM Omni.	10
2.6. Diagrama de bloques del control PD+G.	11
3.1. Sistema no lineal con retardo en la entrada	16
4.1. Descripción de la tarea 1.	23
4.2. Trayectoria en el espacio de trabajo.	23
4.3. Posición cartesiana.	24
4.4. Velocidad cartesiana.	24
4.5. Error de posición Premium.	25
4.6. Error de posición Omni.	25
4.7. Error de velocidad Premium.	26
4.8. Error de velocidad Omni.	26
4.9. Señal de control Premium.	27
4.10. Señal de control Omni.	27
4.11. Descripción de la tarea 2.	28
4.12. Trayectoria en el espacio de trabajo.	29
4.13. Posición cartesiana.	29
4.14. Velocidad cartesiana.	30
4.15. Error de posición Premium.	30
4.16. Error de posición Omni.	31
4.17. Error de velocidad Premium.	31
4.18. Error de velocidad Omni.	32
4.19. Señal de control Premium.	32
4.20. Señal de control Omni.	33
4.21. Descripción de la tarea 3.	33

4.22. Trayectoria en el espacio de trabajo.	34
4.23. Posición cartesiana.	34
4.24. Velocidad cartesiana.	35
4.25. Error de posición Premium.	35
4.26. Error de posición Omni.	36
4.27. Error de velocidad Premium.	36
4.28. Error de velocidad Omni.	37
4.29. Señal de control Premium.	37
4.30. Señal de control Omni.	38
4.31. Descripción de la tarea 4.	39
4.32. Trayectoria en el espacio de trabajo.	39
4.33. Posición cartesiana.	40
4.34. Velocidad cartesiana.	40
4.35. Error de posición Premium.	41
4.36. Error de posición Omni.	41
4.37. Error de velocidad Premium.	42
4.38. Error de velocidad Omni.	42
4.39. Señal de control Premium.	43
4.40. Señal de control Omni.	43
A.1. Trayectoria en el espacio de trabajo.	55
A.2. Posición articular.	55
A.3. Posición cartesiana.	56
A.4. Error de posición articular.	56
A.5. Señal de control.	57
A.6. Energía total.	57
B.1. Diagrama de simulink.	59
B.2. Robot Virtual.	60
B.3. Robot UR10.	60
B.4. Diagrama de sistema en lazo cerrado.	61
B.5. Posición 1er eslabón.	62
B.6. Posición 2do eslabón.	62
B.7. Posición 3er eslabón.	62
B.8. Velocidad 1er eslabón.	62
B.9. Velocidad 2do eslabón.	63
B.10. Velocidad 3er eslabón.	63
B.11. Error de posición 1er eslabón robot maestro.	63
B.12. Error de posición 2do eslabón robot maestro.	63
B.13. Error de posición 3er eslabón robot maestro.	63

B.14. Error de posición 1er eslabón robot esclavo.	63
B.15. Error de posición 2do eslabón robot esclavo.	64
B.16. Error de posición 3er eslabón robot esclavo.	64
B.17. Error de velocidad 1er eslabón robot maestro.	64
B.18. Error de velocidad 2do eslabón robot maestro.	64
B.19. Error de velocidad 3er eslabón robot maestro.	64
B.20. Error de velocidad 1do eslabón robot esclavo.	64
B.21. Error de velocidad 2do eslabón robot esclavo.	65
B.22. Error de velocidad 3er eslabón robot esclavo.	65
B.23. Error de errores de posición en 1er eslabón del robot maestro.	65
B.24. Error de errores de posición en 2do eslabón del robot maestro.	65
B.25. Error de errores de posición en 3er eslabón del robot maestro.	65
B.26. Error de errores de velocidad en 1er eslabón del robot maestro.	65
B.27. Error de errores de velocidad en 2do eslabón del robot maestro.	66
B.28. Error de errores de velocidad en 3er eslabón del robot maestro.	66
C.1. Cadena cinemática PHANToM Premium 1.0.	72
C.2. Marco de referencia	73
D.1. Cadena cinemática PHANToM Omni.	79
D.2. Cinemática inversa de PHANToM Omni	80

Notación

Simbolo	Descripción
$a \in A$	a es un elemento de A .
A^{-1}	Inversa de la matriz A .
$A^{n \times m}$	A es una matriz real de dimensión $n \times m$.
A^T	A transpuesta.
K	Energía cinética.
C^2	Función de clase dos (2 veces diferenciable).
\subseteq	Subconjunto.
u	Vector de entradas de control.
$C(q, \dot{q})$	Matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis.
\neq	Desigualdad.
\dot{V}	Derivada de la función de Lyapunov $\frac{dV}{dt}$.
D	Dominio.
\exp^x	Exponencial de x .
$f : A \rightarrow B$	f mapea el dominio A en B .
$f_1(x)$	Matriz de dinámica de las fuerzas de entrada
$f_0(x)$	Campo vectorial que indica la dinámica de un sistema.
$G(q)$	Vector de fuerzas gravitacionales.
h	Retardo.
I	Matriz identidad.
\Rightarrow	Implica.
$H(q)$	Matriz de fuerzas debidas a efectos inerciales.
$J(\cdot)$	Jacobiano de una función $J_x f_x =$ $\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$
$L(q, \dot{q})$	Lagrangiano.
V	Función de Lyapunov.

Simbolo	Descripción
τ	Vector de pares.
\forall	Para todo.
\in	Pertenece a.
U	Energía potencial.
q	Vector de posición articular.
\ddot{q}	Vector de aceleración articular.
\dot{q}	Vector de velocidad articular.
\mathbb{R}	Espacio de los números reales.
\mathbb{R}^n	Espacio vectorial de los números reales de dimensión n .
$\cos(a)$	Función coseno.
$\sin(a)$	Función seno.
$\text{sgn}(s)$	Función signo. si $s > 0$ $\text{sgn}(s) = 1$,
si $s < 0$ $\text{sgn}(s) = -1$,	
$s = 0$ $\text{sgn}(s)$ indeterminado.	
\sum	Sumatoria.
$x \rightarrow x_n$	x tiende a x_n .
$\lambda_M(A)$	Máximo valor propio de la matriz A.
$\lambda_m(A)$	Mínimo valor propio de la matriz A.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Breve descripción del estado del arte

En la literatura, abundan trabajos y contribuciones en teleoperación unilateral y bilateral de sistemas robóticos, particularmente del tipo manipulador. Algunos de ellos consideran los efectos del retardo en la comunicación y diferentes estrategias de control no lineal son robustas ante éste aspecto, sin embargo poco se ha explorado sobre la compensación del retardo en esquemas de sincronización ideados para entrenamiento y simulación, que a su vez garanticen robustez ante la presencia de incertidumbre dinámica y efectos de carga. En [5] se describen los problemas típicos de tiempo real en una interfaz háptica que pretende sincronizar al estímulo táctil/kinestésico con el estímulo visual, y las condiciones de estabilidad que deben prevalecer. Por otro lado en [8] proponen un esquema de sincronización de 2 dispositivos hápticos para interacción con ambientes virtuales dinámicos bajo condiciones de incertidumbre en el retardo, incluyen la prueba de estabilidad y robustez de un controlador con compensación del retardo, así como resultados experimentales. En un artículo de N. Chopra [3] se propone un control para robots manipuladores sometidos a retardos variantes en el tiempo en percepción y actuadores, basados en el principio de pasividad y con ello lograr convergencia a- sintótica en tareas de regulación, presentan resultados en simulación para un robot planar de dos grados de libertad con energía potencial constante. Las técnicas de adaptación permiten resolver problemas de incertidumbre en toda una plataforma experimental de teleoperación y sincronización, en éste sentido en [43], proponen un control adaptable híbrido para fuerza y movimiento aplicado a robots manipuladores dentro de un esquema de teleoperación bilateral sujeto a retardos asimétricos variantes en el tiempo, el control es libre de la dinámica y robusto a incertidumbre en los parámetros del robot, a fluctuaciones de carga y a perturbaciones de movimiento, así como al retardo en la red de comunicación. Pocos trabajos de sincronización, han sido reportados con aplicaciones en el ámbito médico y particularmente con resultados y validaciones experimentales. En [18] proponen una plataforma en la cual realizan una simulación de una

cirugía teleoperada, aplicando sincronización de un dispositivo háptico para enviar consignas de operación a una estación remota simulando la cirugía en un paciente, cuenta con realimentación visual mediante una cámara considerando el retardo en la red de trabajo. Ahondando en la literatura sobre control integral, son escasos los resultados experimentales utilizando dicho control, en [14] se implementa un control integral en un motor de corriente directa, y se muestran las condiciones suficientes y necesarias que debe de satisfacer la matriz de ganancias de la planta para que el sistema sea estable en lazo cerrado y se analiza la robustez del control integral. En [6] se aborda la teoría del control integral aplicado en sistemas lineales con actuadores no lineales, y prueban que un acotamiento inferior derivado de la máxima regulación de ganancias, puede asegurar el seguimiento asintótico de una señal de referencia constante. En [24] se aborda la teoría del control integral robusto para sistemas no lineales para el seguimiento de señales de referencias constantes. Sin embargo, en los trabajos anteriormente mencionados sobre control integral, no abordan aplicaciones con interfaces hápticas. Finalmente y como antecedente de este trabajo de investigación y desarrollo tecnológico [7], proponen una plataforma basada en sincronización de dispositivos hápticos útiles en procedimientos de fisioterapia asistida para niños con mielomeningocele y hemiparesia, sin embargo no se dan a conocer aspectos relacionados al retardo de la plataforma propuesta, cuya influencia en tareas guiadas es evidente en las gráficas experimentales.

1.2. Justificación

La fisioterapia robótica asistida, implica la sincronización de dispositivos hápticos que permitan recrear las sensaciones de fuerza kinestésica en estaciones del fisioterapeuta y del paciente. La sincronización es un tipo especial de teleoperación (sin la existencia de sensores de fuerza de contacto), y se emplea como consigna de movimiento en la estación esclavo, la tarea definida en la estación maestra de manera bilateral; para este caso los modelos empleados para el cálculo de fuerza están basados en modelos activos de impedancia. Las técnicas de control exploradas hasta el momento, no garantizan estabilidad y convergencia, por la existencia de incertidumbre y retardos en la plataforma de comunicación, bajo protocolos clásicos o convencionales.

En esta tesis se propone integrar un algoritmo de sincronización activa para fisioterapia robótica en condiciones óptimas de estabilidad y convergencia bajo técnicas de control no lineal. Se valida el algoritmo de sincronización con un dispositivos PHANToM Omni y un dispositivo PHANToM Premium 1.0.

1.3. Planteamiento del problema

La sincronización es una evolución de los sistemas teleoperados, en que la existencia de ambas estaciones (local-remota) interactuando con un operador humano en cada una de ellas implica condiciones de incertidumbre, ya que cualquiera de ellas puede instantáneamente adoptar la condición de maestro. Una plataforma de sincronización debe contar con la virtud de que lo que ocurra en una estación debe ser el reflejo de lo que ocurre en la otra, siendo la condición ideal con propósitos de entrenamiento; sin embargo un problema tecnológico inherente a este tipo de plataformas es el retardo, que no solo depende del ancho de banda de la plataforma (computadoras, hardware de comunicación y dispositivos hápticos), sino también de los algoritmos programados y procesos ejecutándose instantáneamente. En este tipo de sistemas el retardo es variante en el tiempo en la entrada del sistema remoto, lo que provoca una pérdida de seguimiento tanto de posición como de velocidad, induciendo incertidumbre en la realimentación kinestésica, por lo que se desea minimizar el efecto del retardo sobre la plataforma de sincronización.

1.4. Solución propuesta

La solución propuesta correspondiente al planteamiento del problema, es implementar una estación sincronizada con manipuladores hápticos tipo mayordomo con las siguientes consideraciones:

- Selección de una ley de control no lineal con propósitos de entrenamiento y asistencia médica.
- Compensación no lineal del retardo en la entrada de control.
- Implementación de técnicas modernas de predicción de retardo.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un algoritmo de sincronización háptica de alto desempeño con dispositivos hápticos mayordomo con perspectivas de fisioterapia asistida en discapacidad de miembro superior, minimizando los efectos de retardo en la entrada del control.

1.5.2. Objetivos específicos

- Establecer un medio de comunicación de ambas interfaces (red de comunicación bilateral) a través del protocolo TCP/IP y caracterizar retardos.

- Emplear un algoritmo de estimación y compensación de retardos, y evaluar experimentalmente en la plataforma de sincronización.
- Emplear una ley de control con compensación de retardos en la plataforma de sincronización (lazo háptico).

1.6. Contribución de la tesis

Las contribuciones de esta tesis corresponden al diseño de una plataforma sincronizada con perspectivas de fisioterapia asistida utilizando dispositivos hápticos, presentando resultados experimentales, implementaciones prácticas y desarrollo de algoritmos clásicos aplicados en interfaces hápticas.

Las contribuciones principales son:

- La estimación y compensación de retardos en la plataforma de sincronización utilizada.
- La evaluación experimental de la ley de control robusta mediante una compensación de retardos en la plataforma de sincronización.
- El diseño teórico de un análisis de pasividad en un sistema teleoperado con comunicación bilateral (estancia de investigación en el laboratorio de sistemas cognitivos de TUM).

1.7. Organización del trabajo

La descripción de los capítulos por los que está organizada esta tesis es la siguiente:

Capítulo 2: Se presentan las interfaces hápticas empleadas en la plataforma de sincronización, las cuales son PHANToM Premium 1.0 y PHANToM Omni. Se definen conceptos básicos y sus características principales. Finalmente una breve descripción del control proporcional derivativo con compensación de gravedad (PD+G), estrategias de control implementada para el guiado háptico.

Capítulo 3: Se presenta la teoría relacionada con la compensación no lineal de retardos en sistemas de control, el cual es uno de los principales problemas a resolver en este trabajo de investigación. Se aborda de forma general la compensación de retardos en el control en el caso no lineal. Posteriormente, se hace una breve descripción de sistemas con retardos. Y finalmente se aborda el algoritmo utilizado para la caracterización y estimación del retardo.

Capítulo 4: Se describe la parte más importante de la tesis, que corresponde a los resultados numéricos, experimentales y de evaluación de los capítulos 2 y 3, presentando los resultados correspondientes a la validación experimental de la propuesta de compensación de retardo variante en la entrada de control.

Capítulo 5: Se reportan las conclusiones generales, objetivos cubiertos y contribuciones, así como los alcances y limitaciones de este trabajo de investigación, planteando posibles trabajos a futuro relacionados con el mismo.

Capítulo 2

Plataforma para sincronización

En éste capítulo, se aborda una introducción de las interfaces hápticas empleadas en la plataforma de sincronización del presente trabajo de investigación, PHANToM Premium 1.0 y PHANToM Omni. Así como una breve descripción del control no lineal implementado.

Las interfaces hápticas, son aquellos dispositivos que permiten al usuario tocar, sentir o manipular objetos simulados en entornos virtuales. El humano modifica a voluntad el ambiente virtual y recibe señales de fuerza como respuesta. Tienen diversas aplicaciones tales como, exploración 3D, entrenamiento de cirugías, generar ambientes preclínicos, propósitos de rehabilitación y teleoperación.

Un dispositivo háptico tiene propósitos distintos a los de un robot manipulador, sin embargo, puede definirse como un mecanismo de eslabones articulados y por tanto las técnicas empleadas para su modelado matemático son las mismas [23].



Figura 2.1: Plataforma experimental.

La cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial de un punto como función del tiempo y en particular, por las variaciones entre la posición y

orientación del extremo final de un cuerpo rígido con los valores que toman sus coordenadas articulares, de tal manera que podemos decir que el modelo cinemático corresponde al conjunto de ecuaciones que relacionan posición, velocidad y aceleración de las variables articulares con las coordenadas operacionales o espacio de trabajo. El modelo cinemático directo consiste en determinar las coordenadas operacionales y sus derivadas en términos de las variables articulares y derivadas. Estas ecuaciones permiten conocer la posición, velocidad y aceleración instantáneos que el efector final del dispositivo háptico tiene durante la ejecución de un experimento. El modelo cinemático inverso consiste en conocer la posición articular y derivadas en función de las coordenadas operacionales y derivadas. El modelo dinámico del dispositivo háptico está constituido por las ecuaciones de movimiento que relacionan fuerzas debidas a efectos inerciales, Coriolis, centripetas, gravitatorias y de fricción. Existen diversos métodos para obtener el modelo dinámico de un dispositivo háptico, uno de ellos es el método de Euler-Lagrange. El modelo dinámico es empleado para el diseño de la ley de control dependiente del modelo dinámico [23] [28] [35].

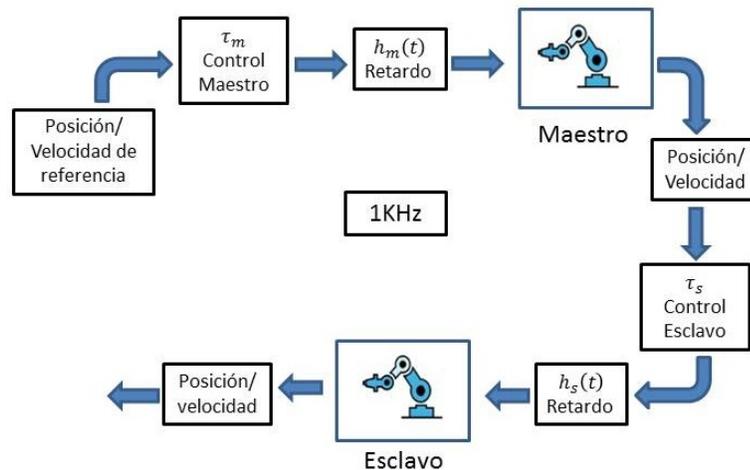


Figura 2.2: Diagrama de sincronización unilateral.

La plataforma de sincronización empleada para este trabajo de investigación se ilustra en la Figura 2.1, se emplean los dispositivos hápticos PHANToM Premium 1.0 y PHANToM Omni, conectados a una PC. En la Figura 2.2 se describe la sincronización unilateral entre ambas estaciones y la presencia del retardo. La posición deseada es la consigna de movimiento del dispositivo háptico maestro, un retardo aparece en la entrada de control de este dispositivo, la salida del maestro es la posición deseada del dispositivo háptico esclavo y existe un retardo variante en el tiempo en el envío de información entre ambos dispositivos, el cual se caracterizó en este trabajo de investigación para poder implementar el compensador no lineal de retardo en la entrada de control.

En la Figura 2.3 se muestra el diagrama de sincronización bilateral, donde se presenta una realimentación de posición y velocidad en ambos dispositivos hápticos, la salida del dispositivo maestro es la entrada del dispositivo esclavo, y existe un retardo en la entrada del control del dispositivo esclavo. La salida del dispositivo esclavo es la entrada del dispositivo maestro, y también existe un retardo en la entrada de control del dispositivo maestro.

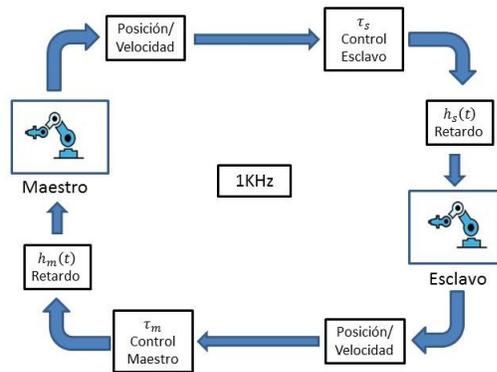


Figura 2.3: Diagrama de sincronización bilateral.

2.1. Dispositivo háptico PHANToM premium 1.0

PHANToM 1.0 es un dispositivo háptico de tipo mayordomo, de tres grados de libertad totalmente actuado, basado en articulaciones de revolución, está conformado de posicionadores mecánicos con propósitos de realimentación de fuerza [29]. El modelo cinemático y dinámico de este dispositivo se describen en el apéndice C.



Figura 2.4: PHANToM Premium 1.0.

2.2. Dispositivo háptico PHANToM Omni

PHANToM Omni es un dispositivo háptico que cuenta con 6 grados de libertad subactuados y tres sensores de posición que permiten al usuario percibir realimentación de fuerza relacionada con algún obstáculo o el ambiente. Este dispositivo ha sido usado en muchas aplicaciones tales como, teleoperación, entretenimiento y aplicaciones médicas de diagnóstico y rehabilitación. Su modelo cinemático y dinámico se muestran en el apéndice D.



Figura 2.5: PHANToM Omni.

2.3. Control Proporcional Derivativo con compensación de gravedad (PD+G)

El control PD+G como su nombre lo indica compensa la energía potencial a lo largo del espacio articular del sistema háptico. A partir del modelo dinámico del sistema y de sus propiedades, las cuales se definen más adelante, se implementa la ley de control.

El modelo dinámico reducido de un dispositivo háptico es obtenido por medio del método de Euler-Lagrange y se define por:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (2.1)$$

donde $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercias, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representa a la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis, $G(q) \in \mathbb{R}^n$ representa al vector de fuerzas debido a efectos gravitacionales, $\tau \in \mathbb{R}^n$ vector de pares de entrada, q , \dot{q} y $\ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ vectores de posiciones, velocidades y aceleraciones articulares. Para el caso de estdo (PHANToM Omni y Premium 1.0) $n = 3$.

La matriz $H(q)$ es simétrica, y definida positiva, de tal manera que

$$\begin{aligned} H(q) &= H(q)^\top, \\ \dot{q}^\top H(q) \dot{q} &> 0; \forall q \neq 0 \in \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

La matriz $C(q, \dot{q})$ se relaciona con la matriz de inercias $H(q)$ de la siguiente manera

$$\dot{q}^T \left\{ \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right\} \dot{q} \equiv 0; \forall q \in \mathbb{R}^{n \times 1},$$

propiedad conocida como antisimetría. La prueba de estabilidad, y la garantía de convergencia de posición y velocidad en el espacio articular se ve reflejada en el seguimiento operacional (espacio de trabajo) con el uso de la cinemática de posición y diferencial, validada en [1] [23].

La ley de control PD+G se define por

$$\tau = -K_p \tilde{q} - K_d \dot{\tilde{q}} + G(q), \quad (2.2)$$

donde $\tilde{q} = q - q_d \in \mathbb{R}^3$ corresponde al error de posición articular y $q_d \in \mathbb{R}^3$ a la posición de referencia.

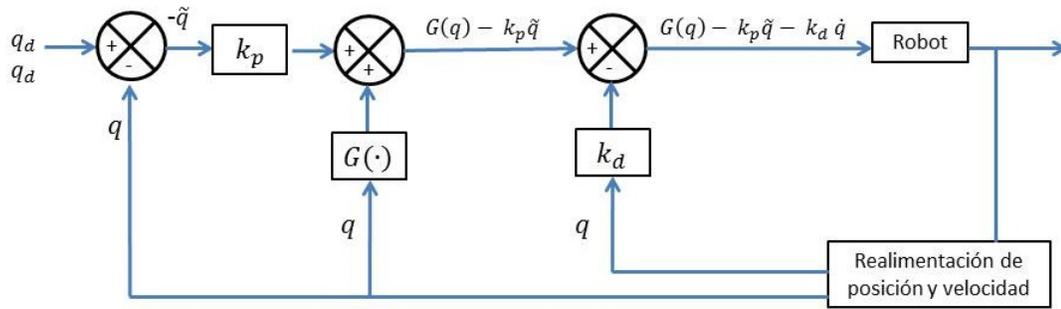


Figura 2.6: Diagrama de bloques del control PD+G.

A pesar de que el control con compensación gravitacional es empleado de manera abundante por la comunidad de interfaces hápticas, no representa a la mejor técnica de estabilización con compensación de la dinámica. Los experimentos evaluados en la plataforma, son sustentados con esta ley de control; no siendo la contribución esencial de este trabajo de investigación, pero sí útil para la validación de los algoritmos que compensan los retardos existentes en la red de comunicación, tal y como se describe en el capítulo siguiente. Más de este control, su diseño y pruebas se pueden atender en [25].

2.4. Conclusiones

En este capítulo se recorrieron de manera concreta y explícita, los componentes que constituyen a la plataforma de sincronización considerada para este trabajo de investiga-

ción, en sus versiones unilateral y bilateral. La sincronización unilateral permite validar al algoritmo propuesto en el siguiente capítulo, en la transferencia de trayectorias estructuradas sujetas al retardo en la entrada de ambos dispositivos hápticos. La sincronización bilateral permite validar a dicho algoritmo con la recreación kinestésica en ambos lados de la plataforma condicionada por la presencia del operador humano en el lazo háptico. Con el propósito de validar al algoritmo de compensación de retardo, se propone un control que compense a la energía potencial existente durante el desarrollo de la tarea, que pasivise a la plataforma vía la inyección dinámica de fricción y mantenga condiciones de robustez acotadas por los límites de operación de los actuadores en cada una de las plataformas.

Capítulo 3

Compensación de retardos

3.1. Introducción

En este capítulo se trata la teoría del diseño de un predictor de retardo variante en el tiempo, para sistemas no lineales. Se establece una definición formal del retardo y su clasificación con base a la naturaleza y origen y se definen las características del sistema bajo estudio (sincronización háptica) con presencia de retardos en el control, motivo por el cual se implementa un compensador no lineal de retardos en la entrada.

Una gran limitante en ésta clase de plataformas experimentales radica en la capacidad de procesamiento de señales debido al ancho de banda de la plataforma en éste caso de estudio es de 1 KHz y a los procesos en ejecución, y en consecuencia la precisión y coordinación hombre-robot, causas principales que originan el retardo en la transmisión de información llegando a inestabilizar el sistema, por lo que es muy importante caracterizar al retardo para así poder compensarlo.

3.2. Sistemas con retardos

Los sistemas con retardos aparecen en sistemas que tienen retardos en el transporte de variables, en las mediciones, en el tiempo de procesamiento del control o están intrínsecos en el sistema. Ejemplos de ellos son los sistemas de control en cuyos lazos hay sensores como cámaras, procesos de secado, plantas de reciclado, procesos de refinación, sistemas teleoperados, entre otros.

Es bastante conocido que la respuesta de un sistema dinámico se puede caracterizar mediante ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) tal como

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t))$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ representa las variables de estado del sistema. Por lo tanto, a través del

modelo del sistema los valores de las variables de estado, a partir de cierto instante de tiempo t_0 , se pueden determinar mediante el valor actual del estado $x(t_0)$.

Sin embargo, el comportamiento de algunos sistemas dinámicos no pueden ser modelados a partir de ecuaciones diferenciales ordinarias. Existen ciertos sistemas en los que el comportamiento de las variables de estado no solo depende del valor actual del estado $x(t_0)$ sino de los valores pasados dentro de un cierto marco temporal $x(\theta)$, con $\theta \in [t_0 - h, t_0], h > 0$, donde h define el retardo. Este tipo de sistemas son conocidos en la literatura como sistemas con retardos temporales.

El comportamiento de los sistemas con retardos temporales se pueden describir a partir de ecuaciones diferenciales funcionales (EDF). Una EDF se diferencia de una EDO básicamente en que al menos uno de los argumentos de la ecuación no depende directamente del tiempo, sino de una función. Por ejemplo, para un sistema con retardo de tiempo "h" la dinámica está dada por

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t-h))$$

donde la condición inicial del estado $x(t)$ en cualquier instante de tiempo se define a partir de $t-h \leq t$ como

$$\begin{aligned} x(t+\theta) &= \phi(\theta) \\ -h &\leq \theta \leq 0 \end{aligned}$$

condición con la cual se puede obtener el valor del estado en el instante t , siempre y cuando la parte derecha de la ecuación sea continua en todos sus argumentos y Lipschitz [11]. No siempre un robot manipulador cumple con ser Lipschitz, sin embargo para cumplir ésta condición en este caso de estudio, se empleó la ecuación (3.11) definida más adelante en la sección 3.5.

Los sistemas con retardos se pueden clasificar por el número de retardos, por el tipo de retardo y según la ubicación del retardo.

Según el número de retardos los sistemas se pueden clasificar en

- Sistemas con retardo único: Sistemas en los que sólo aparece un único retardo diferente

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-h(t)))$$

- Sistemas con múltiples retardos: Sistemas en los que aparece más de un retardo

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-h_1(t)), \dots, x(t-h_i(t)))$$

donde h_i representa el i -ésimo retardo.

Según el tipo de retardo los sistemas se clasifican en

- Retardo puntual: Cuando el retardo afecta al estado en valores puntuales de tiempo. Los casos anteriores son ejemplos de este tipo.
- Retardo distribuido: Este tipo de retardo no tiene un valor puntual, su valor se encuentra repartido dentro de un marco temporal

$$\dot{x}(t) = f \left(t, g \left[x \left(\int_{-h}^0 x(t + \theta) d\theta \right) \right] \right)$$

Según la ubicación del retardo

- Retardos en la entrada: Tiene lugar cuando existe un retardo entre el instante en el que se manda la consigna de control y el instante en que éste se aplica al sistema. Normalmente se dan en sistemas donde el controlador y el actuador se encuentran físicamente separados o donde existe transporte de materia o energía [34].
- Retardos en la salida: Tiene lugar cuando existe un retardo entre el instante que el sensor mide una señal y el instante de cálculo de la acción de control. Esto aplica en los sistemas de control distribuidos donde el sensor y el controlador se encuentran físicamente separados [34].
- Retardos en el estado: Afecta al estado interno del proceso. Por ejemplo, los sistemas físicos en los que existen lazos cerrados internos en los que hay recirculación de materia o energía [34].

El retardo se clasifica en retardo constante o retardo variante en el tiempo. A continuación se hace una breve descripción de cada uno en base a la información disponible del mismo.

3.2.1. Retardos constantes

- Retardo completamente desconocido: En este caso, la única forma de asegurar la estabilidad es mediante la aplicación de criterios de estabilidad independientes del retardo.
- Retardo acotado: A diferencia del caso anterior, aunque el retardo exacto es desconocido, se sabe a priori que el retardo está acotado y además se conoce la cota mínima y máxima. El análisis de la estabilidad en este caso resulta menos conservador debido a la inclusión de información adicional sobre el retardo. Es posible, por tanto, aplicar criterios de estabilidad dependientes del retardo [11].
- Retardo conocido: Es el caso más favorable ya que a partir del modelo del sistema, mediante el diseño adecuado del esquema de control, es posible eliminar éste de la ecuación característica [33] [9].

3.2.2. Retardos variantes

- Retardo completamente desconocido: No se dispone de información acerca del rango de variación ni del patrón de variación temporal, que se asume completamente aleatorio.
- Retardo acotado: En este caso el valor del retardo es desconocido y varía aleatoriamente dentro de un intervalo finito, del que sólo se conoce las cotas mínima y máxima (τ_m y τ_M), respectivamente. El retardo, por tanto, satisface $\tau_m \leq \tau(t) \leq \tau_M$. La gran mayoría de los resultados de análisis de sistemas con retardos variables tienen en cuenta este modelo de retardo [2] [40].
- Retardo conocido: En este caso se dispone de un modelo dinámico en ecuaciones de estado de la evolución del retardo o donde se puede modelar el retardo a partir del estado del proceso [39].

3.3. Predictor de retardo para sistemas no lineales

De manera breve se presenta las teorías en las cuales se basa el diseño del predictor de retardo para la propuesta de la compensación de retardos para sistemas no lineales de Miroslav Krstic [10]. Se definen para el caso en que la ley de control presenta un retardo conocido.

A continuación se presenta la forma general de diseño de realimentación predictiva para sistemas no lineales retardados, la cual se emplea como base para el diseño del compensador no lineal de retardos en el control de la sincronización háptica entre PHANToM Premium 1.0 y PHANToM Omni.

Considere el sistema no lineal en la forma

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t - h))$$

donde $x(t)$ es el vector de estado y $u(t - h)$ es una entrada de control, como se muestra en la Figura 3.1:

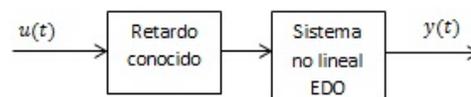


Figura 3.1: Sistema no lineal con retardo en la entrada

La ley de control se conoce y es función del estado, es decir, se supone una función $k(x(t-h))$, tal que

$$\dot{x}(t) = f(x(t), k(x(t-h)))$$

es globalmente asintóticamente estable en el origen $x = 0$. Definiendo el compensador de retardos no lineal basado en un control predictivo como

$$u(t) = k(\rho(t)) \quad (3.1)$$

$$\rho(t) = \int_{t-h}^t f(\rho(\theta), u(\theta))d\theta + x(t) \quad (3.2)$$

donde la condición inicial para la ecuación integral $\rho(t)$ se define como

$$\rho(\theta) = x(0) + \int_{-h}^{\theta} f(\rho(\sigma), u(\sigma))d\sigma, \theta \in [-h, 0]. \quad (3.3)$$

La transformación de realimentación que asociamos con esta ley de control y su transformación inversa están dadas por

$$W(t) = u(t) - k(\rho(t)), \quad (3.4)$$

$$u(t) = W(t) + k(\Pi(t)) \quad (3.5)$$

donde $\Pi(t)$ se define por

$$\Pi(t) = x(t) + \int_{t-h}^t f(\Pi(\theta), k(\Pi(\theta)) + W(\theta))d\theta$$

con condición inicial

$$\Pi(\theta) = x(0) + \int_{-h}^{\theta} f(\Pi(\sigma), k(\Pi(\sigma)) + W(\sigma))d\sigma, \theta \in [-h, 0].$$

El propósito de Krstic [10], con esta transformación de realimentación es dar lugar a un sistema en lazo cerrado (sistema objetivo) de la forma

$$\dot{x}(t) = f(x(t), k(x(t-h)) + W(t-h))$$

$$W(t) \equiv 0, t \geq 0$$

donde $W(t)$ para $t \in [-h, 0]$ se define por (3.3) y (3.4). Claramente los valores de $W(t)$ distintos de cero, que se producen en el intervalo $[-h, 0]$, sólo dependen de la condición inicial de $x(t-h)$ y el estado inicial del actuador, $u(\sigma)$, $\sigma \in [-h, 0]$.

Note que $\rho = \Pi$ en el intervalo $[-h, 0]$, sin embargo ambos juegan papeles diferentes, ya que son controlados por distintas entradas (u contra W). El mapeo 3.4 representa la transformación de realimentación directa $u \mapsto W$, mientras que 3.5 representa la transformación de realimentación inversa $W \mapsto u$. Ambas transformaciones son no lineales y de dimensión infinita [10].

3.4. Caracterización y estimación del retardo

En el presente caso de estudio se emplean los dispositivos hápticos PHANTOM Premium 1.0 y PHANTOM Omni como robots manipuladores en tareas de sincronización con propósitos de guiado háptico para tareas de rehabilitación y adiestramiento, en esta plataforma se presenta el problema de latencia, definido por la suma instantánea de retardos en la red de telecomunicación. Como trabajo inicial se trata el estudio y ataque del problema cuando el retardo se presenta en la ley de control, considerando el conocimiento instantáneo del estado del sistema y asumiendo que existe un retardo en el control a pesar de que la conexión entre ambos dispositivos hápticos es de manera local (misma PC).

Considere el sistema

$$\dot{x} = f(x(t), u(t - h))$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u \in \mathbb{R}^m$ representa la entrada de control. Si $u = kx + \zeta$, donde

$$\zeta = \begin{bmatrix} 0 \\ -H(\bar{x}_1)^{-1}G(\bar{x}_1) \end{bmatrix}, k = [K_p \quad K_d] \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}$$

\bar{x}_1 define la posición articular y \bar{x}_2 es la velocidad articular, entonces el sistema en lazo cerrado se define por:

$$\dot{x} = f(x, (kx + \zeta))$$

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u(x(t - h)) + \zeta$$

$$\dot{x} = f(x) + g(x)k(x(t - h))$$

donde

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -H(\bar{x}_1)^{-1}C(\bar{x}_1, \bar{x}_2)\bar{x}_2 \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ H(\bar{x}_1)^{-1} \end{bmatrix},$$

en este sistema se presenta un retardo en el control, el cual se caracterizó, dicha caracterización del retardo se hizo fuera de línea, es decir, después de realizar un experimento de seguimiento de trayectoria se compararon los valores de posición real del dispositivo háptico esclavo en cada instante de tiempo contra la posición deseada que es comandada por la salida de posición del dispositivo háptico maestro. Esta medición se realizó en Matlab obteniendo valores no constantes, lo que nos indica que el retardo en la plataforma es un retardo variante. Sin embargo después de realizar numerosas pruebas para caracterizar el retardo, el resultado obtenido fue un retardo variante acotado, la cota máxima del retardo fue de $5ms$, este valor se implementó en el compensador no lineal de retardo en la entrada de control.

3.5. Compensación no lineal del retardo

En esta sección se desarrolla un compensador no lineal de retardos en el control, diseñado a partir de los modelos matemáticos de los dispositivos hápticos PHANToM Premium 1.0 y PHANToM Omni, descritos en los apéndices C y D. Considerando los resultados teóricos descritos anteriormente y las características de la plataforma experimental bajo estudio, se plantea un enfoque diferente respecto a [17], donde se valida experimentalmente la solución de la ecuación diferencial que describe la dinámica de un quad-rotor con mediciones retardadas, obtenidas con un sistema de visión GPS.

Dado que el sistema bajo estudio es un sistema no lineal, es necesario llevar la dinámica de los dispositivos hápticos PHANToM Premium 1.0 y PHANToM Omni definida en la ecuación (2.22) a la forma estándar de sistemas no lineales, representada por

$$\dot{x} = f_0(x) + f_1(x)u, \quad (3.6)$$

donde $x \in \mathbb{R}^{2n}$ representa el estado del sistema con n número de variables de estado, $u \in \mathbb{R}^m$ representa la entrada de control con m componentes, $f_0(x)$ y $f_1(x)$ son funciones continuas en espacios apropiados.

El sistema no lineal definido en (3.6) puede expresarse en forma de primer orden como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ H^{-1}(q)\{\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)\} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

que es igual a

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -H^{-1}(q)\{C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ H^{-1}(q) \end{bmatrix} [\tau] \quad (3.8)$$

Definiendo las variables de estado como $x_1 = q_1, x_2 = q_2, x_3 = q_3, x_4 = \dot{q}_1, x_5 = \dot{q}_2, x_6 = \dot{q}_3, u = \tau$ y definiendo $\bar{x}_\alpha = [x_1 \ x_2 \ x_3]^\top, \bar{x}_\beta = [x_4 \ x_5 \ x_6]^\top$, (3.8) puede escribirse como

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_\beta \\ -H^{-1}(\bar{x}_\alpha)C(\bar{x}_\alpha, \bar{x}_\beta)\bar{x}_\beta + G(\bar{x}_\alpha) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ H^{-1}(\bar{x}_\alpha) \end{bmatrix} u \quad (3.9)$$

Así el sistema (3.6) queda definido por

$$f_0(x) = \begin{bmatrix} \bar{x}_\beta \\ -H^{-1}(\bar{x}_\alpha)C(\bar{x}_\alpha, \bar{x}_\beta)\bar{x}_\beta + G(\bar{x}_\alpha) \end{bmatrix}, \quad f_1(x) = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ H^{-1}(\bar{x}_\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Para garantizar $\|f_0(x)\| \leq \alpha_0 \|x\|$ la ecuación (3.6) se redefine de la forma

$$f_0(x) = \bar{f}_0(x) + \bar{g}_0(x), \quad (3.11)$$

Así finalmente la ecuación (3.6) queda definida por

$$\dot{x} = \bar{f}_0(x) + \bar{g}_0(x) + f_1(x)u \quad (3.12)$$

en su forma matricial esta representada por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -H^{-1}(\bar{x}_\alpha)C(\bar{x}_\alpha, \bar{x}_\beta)\bar{x}_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{x}_\beta \\ -H^{-1}(\bar{x}_\alpha)G(\bar{x}_\alpha) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ H^{-1}(\bar{x}_\alpha) \end{bmatrix} [u] \quad (3.13)$$

Una vez obtenida la representación del sistema en su forma no lineal y después de caracterizar el retardo h en la entrada, (3.13) se describe por la ecuación

$$\dot{x}(t) = \bar{f}_0(x(t)) + \bar{g}_0(x(t)) + f_1(x(t))u(t-h) \quad (3.14)$$

A continuación se integra (3.14) en el intervalo $[(t-h), t]$, para aproximar el sistema a la forma (3.2) quedando de la siguiente manera

$$x(t) = x(t-h) + \int_{t-h}^t f_0(x(\varsigma)) + f_1(x(\varsigma))u(\varsigma-h)d\varsigma \quad (3.15)$$

Dado que el control aplicado en la plataforma se implementa en forma discreta, (3.15) se aproxima a su forma discreta como

$$x(t_k) = x(t_{(k-n)T_s}) + \int_{t_{(k-n)T_s}}^{t_k} f_0(x(\varsigma)) + f_1(x(\varsigma))u(\varsigma-h)d\varsigma \quad (3.16)$$

donde $t_k = kT_s$, $k = 0, 1, 2, \dots, h = nT_s$, $n \in \mathbb{N}$ y T_s es el tiempo de muestreo. Nótese que la integral está expresada todavía en forma continua. Dicha integral en forma discreta se define por la sumatoria instantánea del k -ésimo integrando a lo largo del intervalo sobre el cual se integra dicha función, por lo tanto se tiene que la forma discreta de (3.15) es

$$x(t_k) = x(t_{(k-n)T_s}) + T_s \sum_{i=(k-n)T_s}^{kT_s} f_0(x(t_i)) + f_1(x(t_i))u(t_{(i-n)T_s}) \quad (3.17)$$

Esta representación del estado del sistema, al ser introducida en la ley de control retardada, define un compensador de retardos de naturaleza no lineal, basado en un control predictivo.

3.6. Conclusiones

El método propuesto por Krstic para la compensación de retardos en sistemas de control no lineal tiene aplicaciones en diferentes procesos en la industria. Un área de interés en que se puede aplicar esta teoría es la robótica, que abarca distintas tareas y aplicaciones directamente relacionadas con retardos. El caso de interés de esta tesis es la teleoperación de dispositivos hápticos y la solución de problemas generados por la incertidumbre en la red de comunicación, específicamente la compensación de retardo en el control. El algoritmo presentado en este capítulo presenta un pequeño grado de sencillez en su implementación, dado que evita el uso de integradores, así como la programación de sumas acumuladas, teniendo como resultado un menor costo computacional.

Capítulo 4

Pruebas experimentales bajo condiciones de incertidumbre

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos en la plataforma de sincronización háptica con propósitos de fisioterapia asistida. En la sección 4.1 se presentan los resultados correspondientes a la validación del control PD+G descrito en el capítulo 2 con la sintonización adecuada de las ganancias tipo proporcional y derivativas, para realizar una tarea de guiado háptico sin compensar el retardo. En la sección 4.2 se presentan los resultados que muestran el desempeño del compensador no lineal de retardos en la entrada, planteado y sintetizado en el capítulo anterior.

La trayectoria deseada se define a partir de las ecuaciones paramétricas de una circunferencia sobre el plano X vs Z , la primera derivada define la velocidad operacional. Las ecuaciones paramétricas están definidas por

$$\begin{aligned} X &= k1 + r\cos(\omega t), \\ Y &= 0, \\ Z &= k2 + r\sin(\omega t), \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde $k1 = 0 \text{ m}$ y $k2 = 0 \text{ m}$ determinan las coordenadas del centro de la circunferencia y se encuentran en el origen del plano, $r = 0.035 \text{ m}$ representa el radio de la circunferencia, $\omega = 2\pi f$, la frecuencia $f = 1/ts$ y $ts = 6$ el tiempo necesario para desarrollar la tarea un ciclo completo. La tarea de guiado se realiza durante 10 seg. con el fin de observar el desempeño del dispositivo háptico al completar la trayectoria.

4.1. Guiado háptico

En la sección 4.1.1 se presentan los resultados obtenidos en la plataforma de sincronización con la implementación del control PD+G sin el compensador no lineal de retardo

en el control y con la misma señal de referencia en cada dispositivo háptico. Se analiza el caso siendo PHANToM Premium 1.0 configurado como maestro y PHANToM Omni como esclavo. En la sección 4.1.2 se describen los resultados de la sincronización cuando la salida del dispositivo maestro es la consigna de movimiento del dispositivo esclavo. En la sección 4.1.3 se muestran los resultados de la plataforma experimental al inducir un retardo en la entrada del control del dispositivo háptico maestro. Los resultados experimentales que se presentan en la sección 4.1.4, se refieren a la validación del compensador no lineal de retardo en el control de la plataforma de sincronización, con la misma consigna de movimiento.

La sintonización de las matrices K_p y K_d , del control PD+G sin compensador, con compensador no lineal de retardo en el control y con retardo inducido en el control es la siguiente

K_{pi}	Ganancia
K_{p1}	$0.3 I_{3 \times 3}$
K_{p2}	$0.35 I_{3 \times 3}$

K_{di}	Ganancia
K_{d1}	$0.001 I_{3 \times 3}$
K_{d2}	$0.002 I_{3 \times 3}$

Las ganancias K_{p1} y K_{d1} corresponden a las ganancias del dispositivo háptico PHANToM Premium 1.0 y las ganancias K_{p2} y K_{d2} a PHANToM Omni.

4.1.1. Resultados experimentales con la misma referencia

La Figura 4.1 describe el primer experimento para validar el desempeño de la plataforma, las ecuaciones paramétricas definidas anteriormente son la señal de referencia para ambos dispositivos hápticos, las siguientes gráficas muestran los resultados obtenidos.

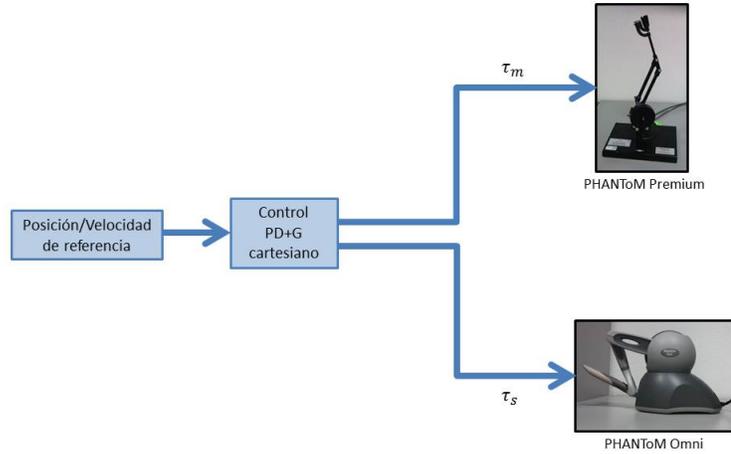


Figura 4.1: Descripción de la tarea 1.

La Figura 4.2 representa la trayectoria de ambos dispositivos hápticos sobre su espacio de trabajo, en ella se aprecia un correcto seguimiento de trayectoria, lo que nos indica un buen desempeño del control implementado en cada dispositivo háptico.

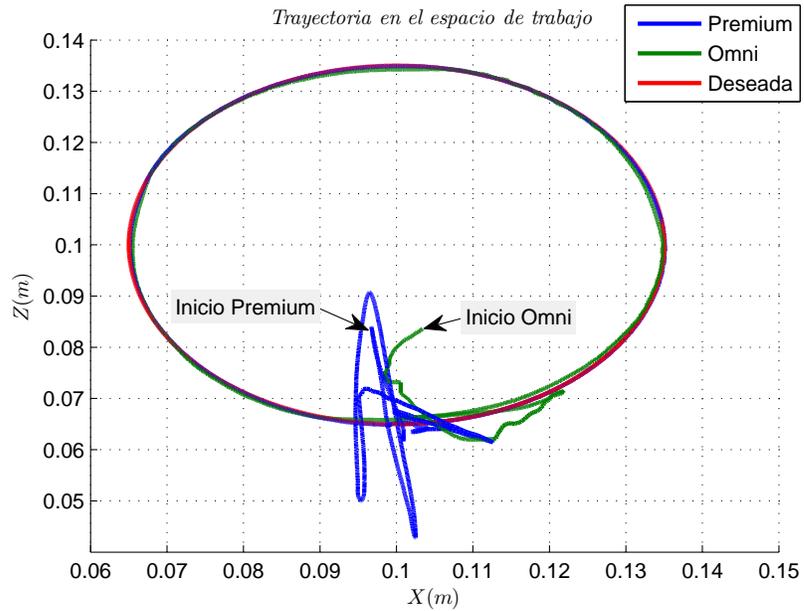


Figura 4.2: Trayectoria en el espacio de trabajo.

La Figura 4.3 ilustra la posición cartesiana, en la cual se observa un seguimiento de la señal de referencia con alto desempeño después de dos segundos para los dos dispositivos hápticos. La Figura 4.4 representan la velocidad cartesiana del dispositivo maestro y esclavo, en la cual se puede apreciar como el control refleja un buen desempeño ante acciones que requieren control de velocidad debido a que se acerca mucho a la velocidad deseada.

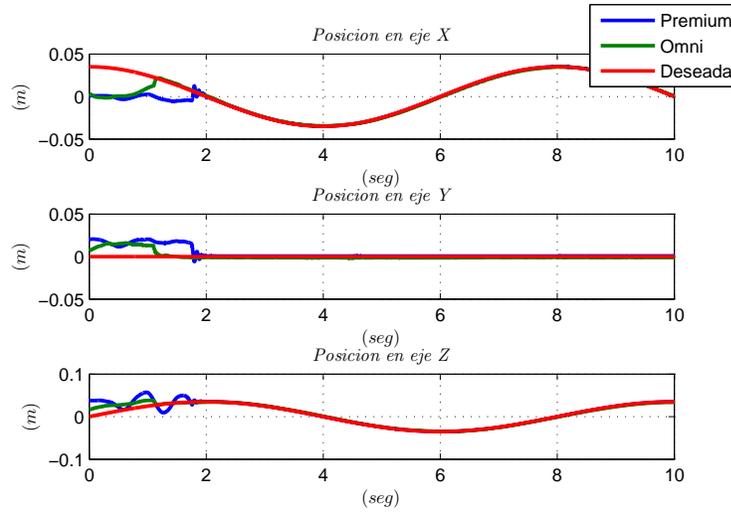


Figura 4.3: Posición cartesiana.

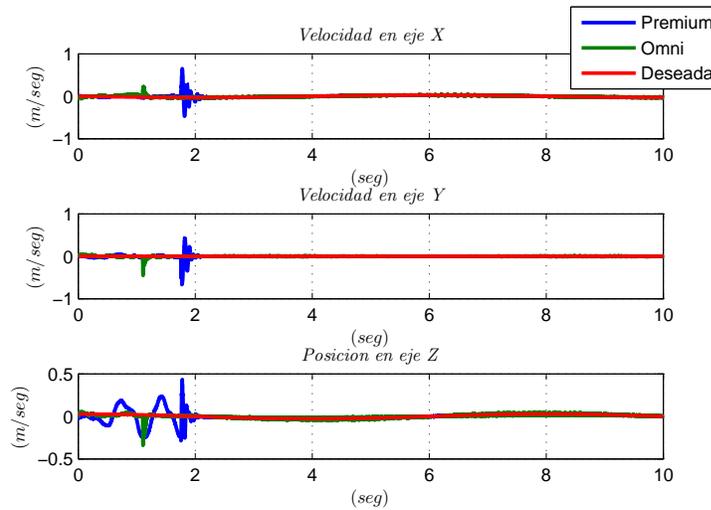


Figura 4.4: Velocidad cartesiana.

Las Figuras 4.5 y 4.6 muestran los errores de posición, en estas se puede observar que el error el dispositivo esclavo es ligeramente mayor en el eje y , debido a la sintonización de ganancias del control en PHANTOM Omni, mientras que en el dispositivo maestro toma valores muy cercanos a cero en cada eje.

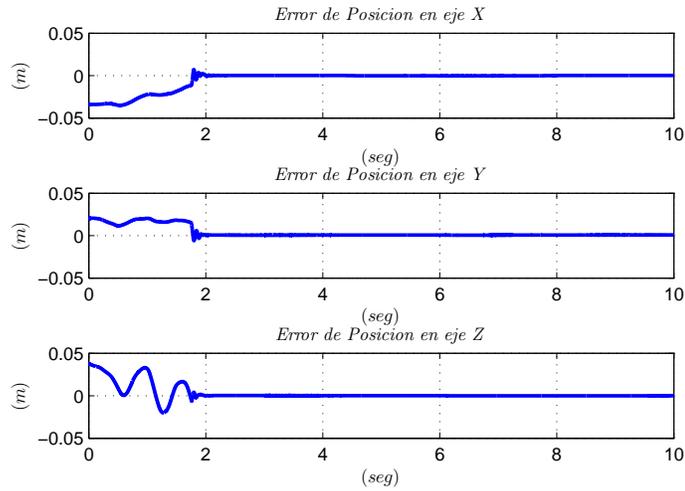


Figura 4.5: Error de posición Premium.

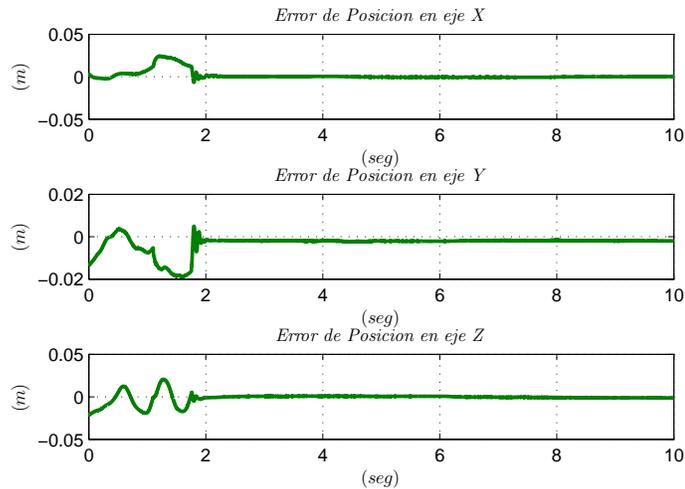


Figura 4.6: Error de posición Omni.

Las Figuras 4.7 y 4.8 muestran el error de velocidad en la cual se observa que el error de velocidad converge a valores cercanos a cero después de dos segundos.

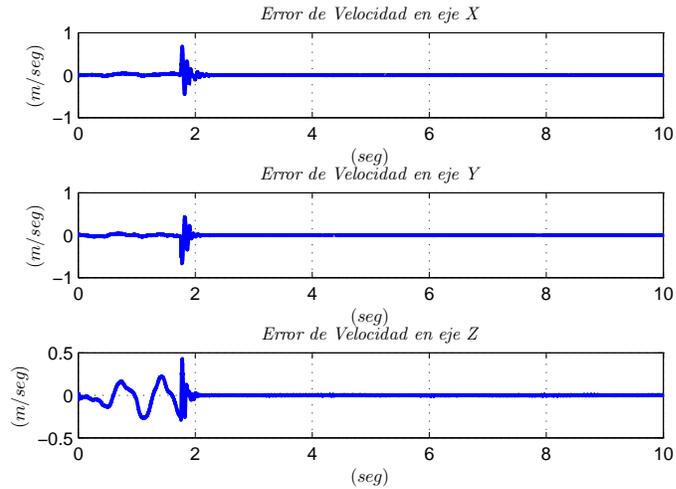


Figura 4.7: Error de velocidad Premium.

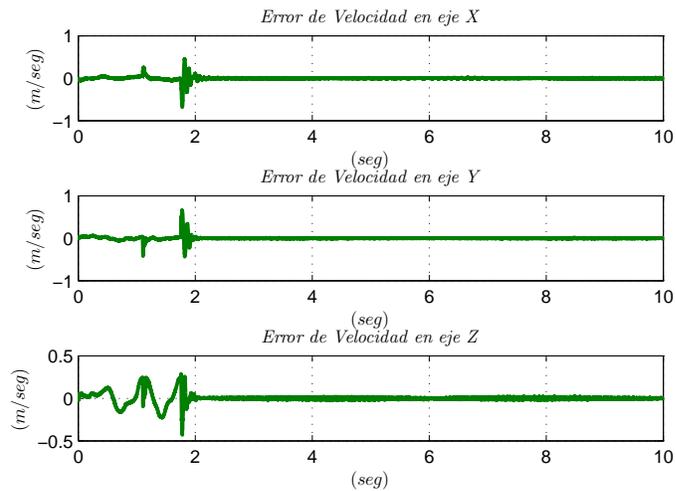


Figura 4.8: Error de velocidad Omni.

En las Figuras 4.9 y 4.10, se ilustra el desempeño de los dispositivos hápticos, una señal de control de baja energía (cercana a cero) en maestro y esclavo, cuyo valor maximo se presenta al comienzo de la tarea dado que el efector final se encuentra lejos de la trayectoria deseada, y tiene una magnitud que se encuentra alrededor de los $0.0006 Nm$, para cada actuador de PHANToM Premium y $0.004 Nm$ para cada actuador de PHANToM Omni.

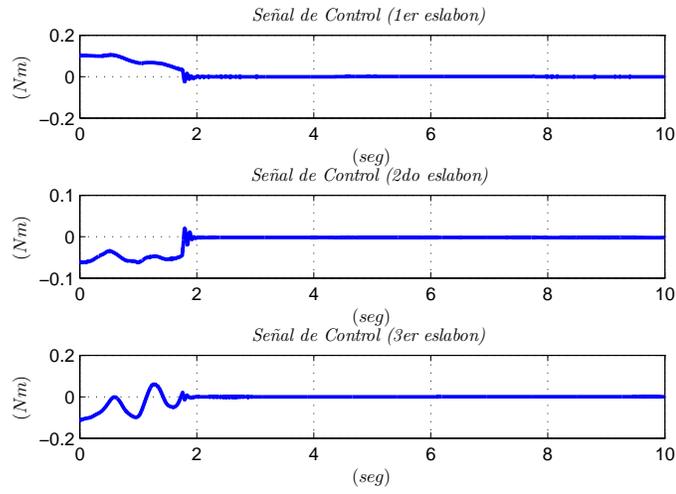


Figura 4.9: Señal de control Premium.

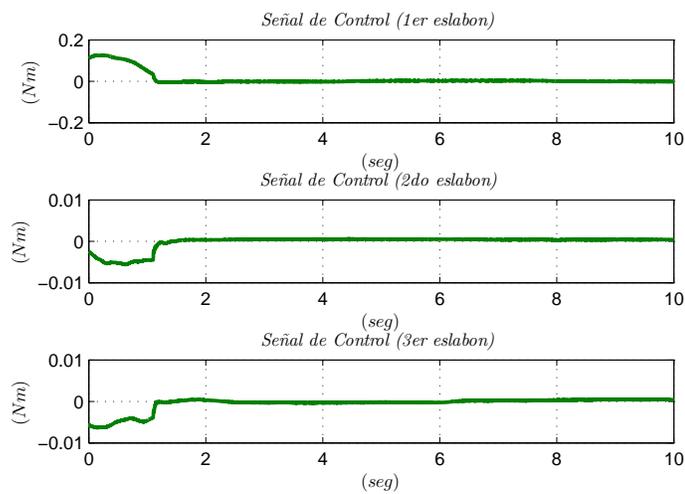


Figura 4.10: Señal de control Omni.

4.1.2. Resultados experimentales en configuración de sincronización sin compensación de retardo

La Figura 4.11 ilustra el segundo experimento, la señal de referencia es la entrada del dispositivo maestro y su salida es la señal de referencia del dispositivo esclavo, en esta sección se implementó el PD+G sin compensación de retardo. El retardo natural en esta configuración es de 5 milisegundos y no representa un problema importante en la tarea de seguimiento sincronizado unilateral.

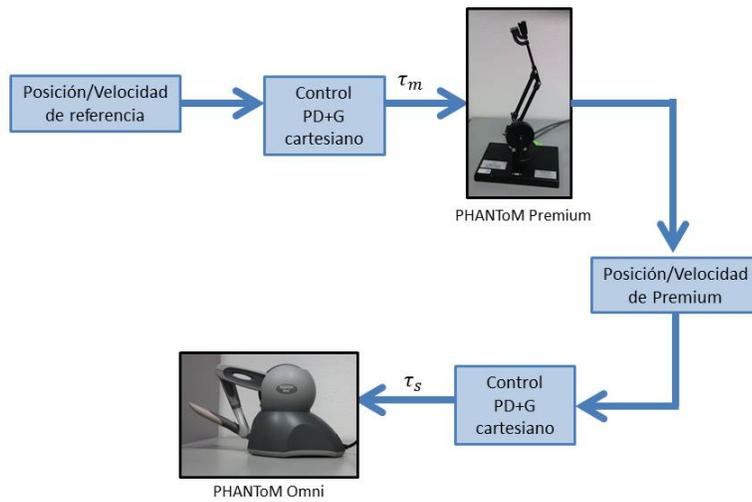


Figura 4.11: Descripción de la tarea 2.

La Figura 4.12 ilustra la trayectoria de los dispositivos hápticos sobre su espacio de trabajo, es apreciable que la magnitud del error en el marco operacional es menor a un milímetro (menor a 2% de error), pues la circunferencia deseada tiene radio equivalente a treinta y cinco milímetros. Al inicio de la tarea el efector final de cada dispositivo háptico están alejados de la trayectoria deseada y tardan menos de 3 segundos en converger a la referencia.

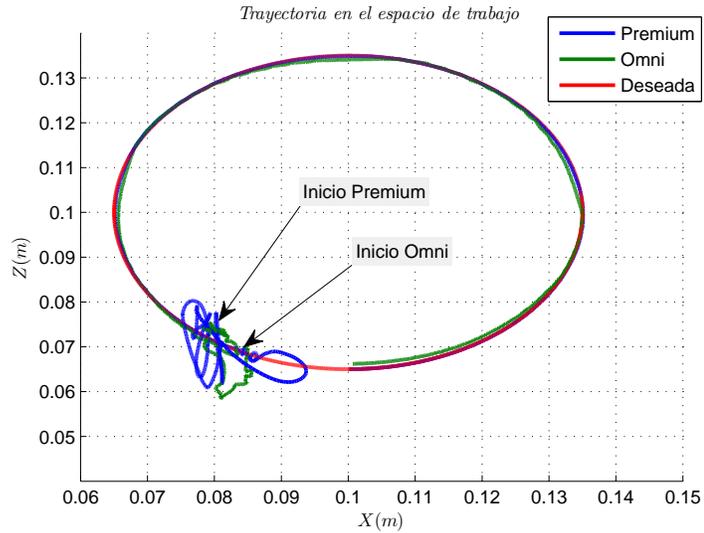


Figura 4.12: Trayectoria en el espacio de trabajo.

En la Figura 4.13, se observa la posición del efector final de los dispositivos hápticos, con un seguimiento apropiado y de alto desempeño, que presenta un error en posición operacional de magnitud baja, que se aproxima al cero. La Figura 4.14 representa la velocidad cartesiana del dispositivo maestro y esclavo, donde se aprecia un buen control de velocidad, debido que al converger a la trayectoria deseada la velocidad se mantiene en valores cercanos a cero.

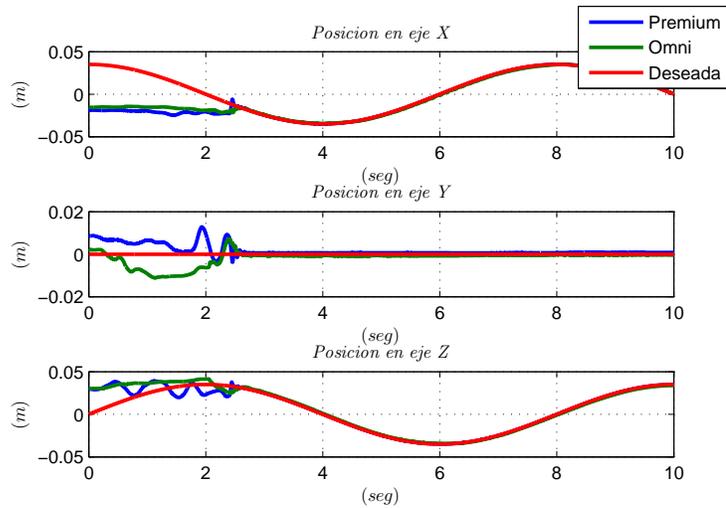


Figura 4.13: Posición cartesiana.

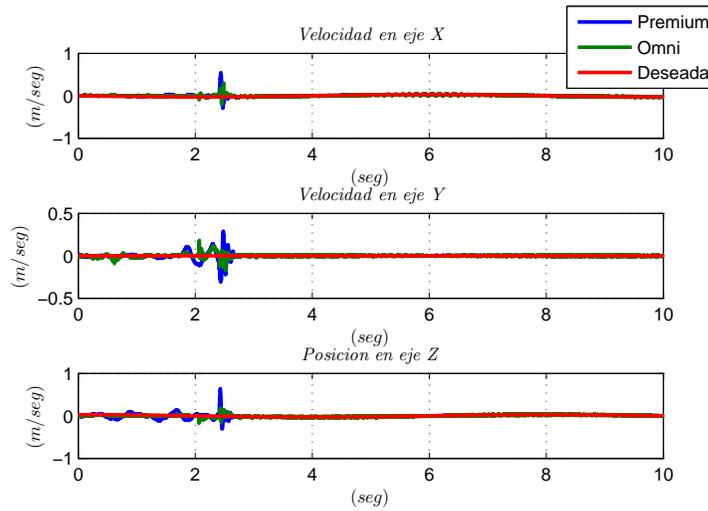


Figura 4.14: Velocidad cartesiana.

En las Figuras 4.15 y 4.16, se observa con mayor facilidad el comportamiento de la posición operacional, con errores de baja magnitud, menor a 0.0002 m en el dispositivo maestro y 0.0005 m en el dispositivo esclavo.

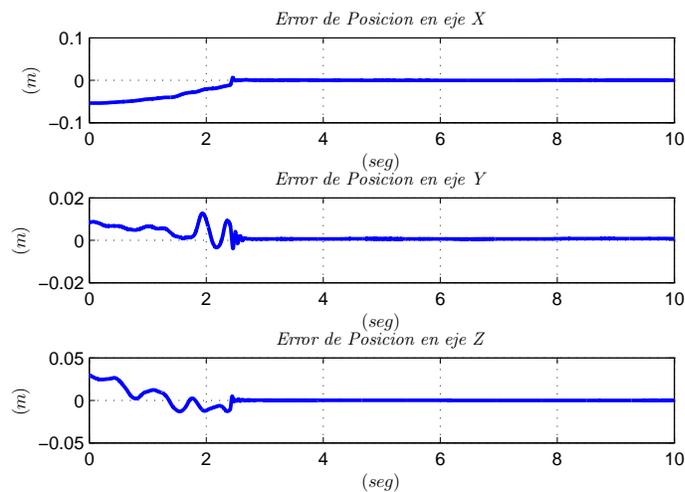


Figura 4.15: Error de posición Premium.

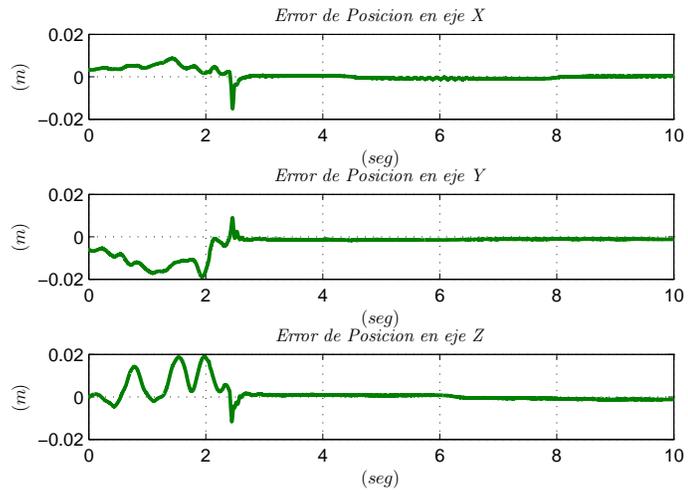


Figura 4.16: Error de posición Omni.

Las Figuras 4.17 y 4.18, ilustran el comportamiento de la velocidad operacional, con valores de error menor a $0.002m/s$ en el dispositivo maestro y $0.004m/s$ en el dispositivo esclavo.

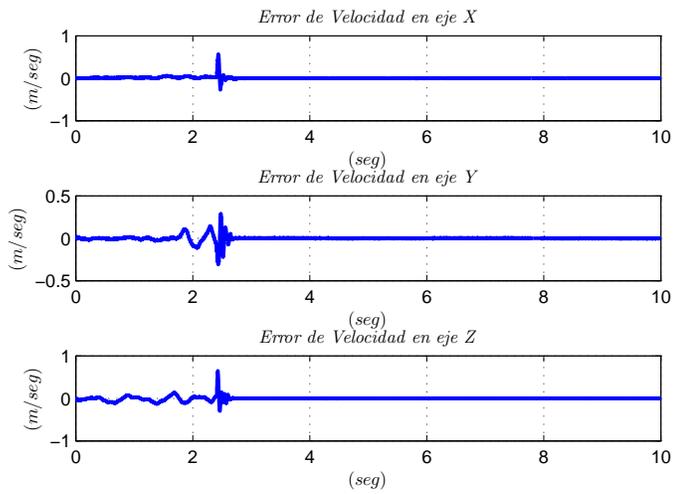


Figura 4.17: Error de velocidad Premium.

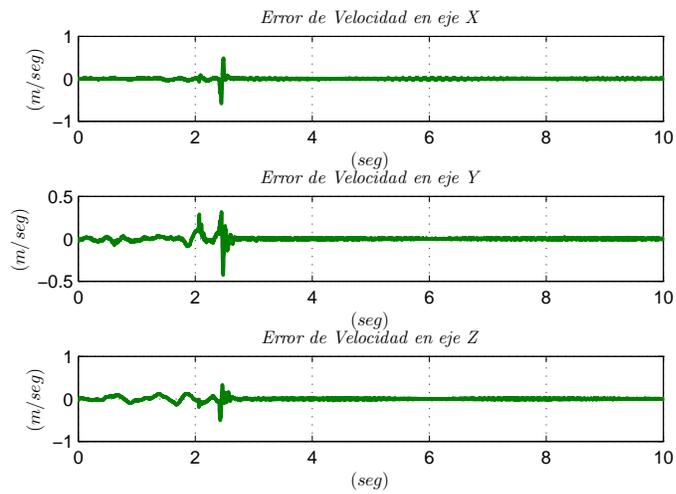


Figura 4.18: Error de velocidad Omni.

Por último las Figuras 4.19 y 4.20 muestran la señal de control enviada a los actuadores de los dispositivos hápticos, donde se observan señales de baja magnitud.

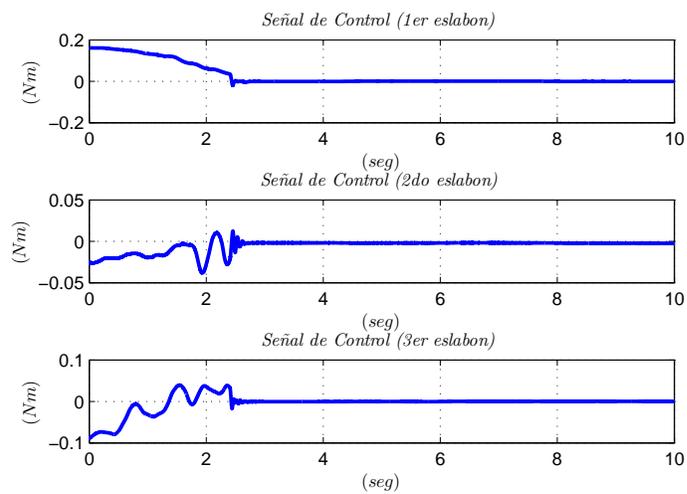


Figura 4.19: Señal de control Premium.

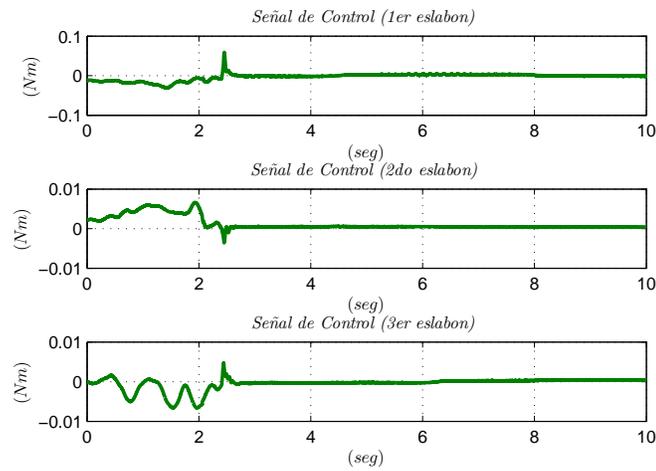


Figura 4.20: Señal de control Omni.

4.1.3. Resultados experimentales en configuración de sincronización con retardo inducido

La Figura 4.21 ilustra el tercer experimento, al obtener un buen desempeño en la realización de la tarea anterior, se indujo un retardo más grande al propio del sistema, para evidenciar el pobre desempeño de la plataforma de sincronización cuando existe un retardo importante en el envío de información del maestro al esclavo. El retardo inducido en este experimento es de 500 milisegundos.

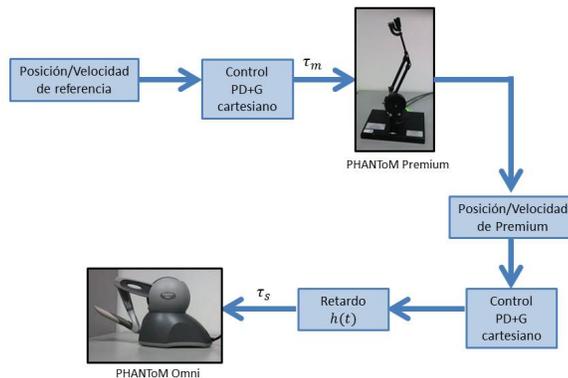


Figura 4.21: Descripción de la tarea 3.

La Figura 4.22 muestra la trayectoria de los dispositivos hápticos en el espacio operacional, en esta misma se observan las perturbaciones provocadas por el retardo inducido y como se ve afectado el guiado háptico, principalmente en el PHANToM Omni.

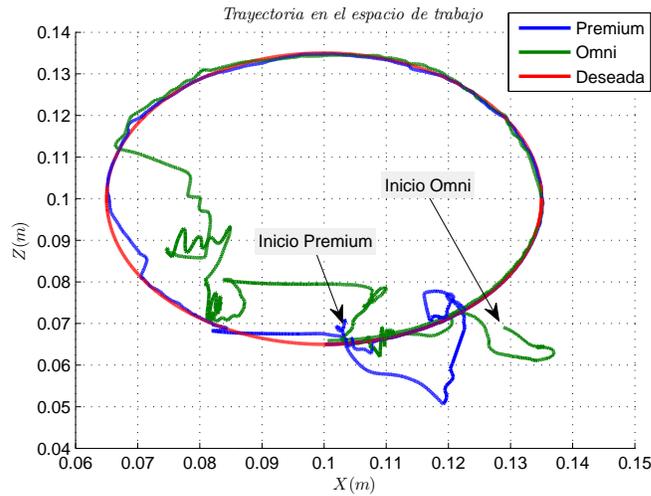


Figura 4.22: Trayectoria en el espacio de trabajo.

La Figura 4.23 representa la posición cartesiana, en la cual se observa un seguimiento de posición con pobre desempeño para ambos dispositivos a lo largo del experimento. La Figura 4.24 muestra la velocidad cartesiana, donde se aprecia unos sobreimpulsos grandes, cuando la posición de los dispositivos se aleja de la posición deseada.

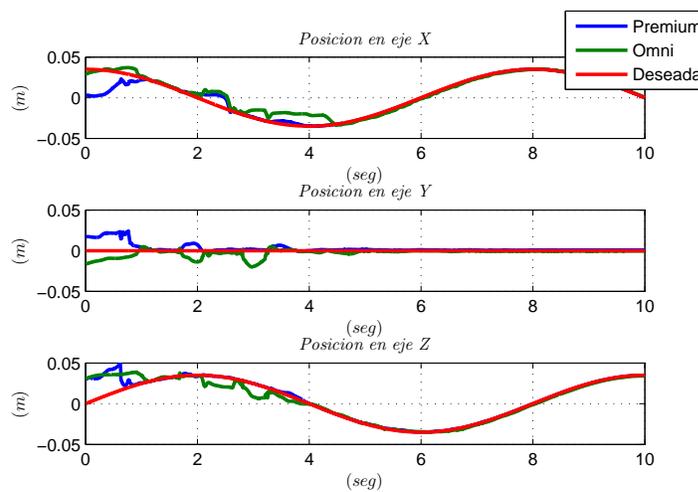


Figura 4.23: Posición cartesiana.

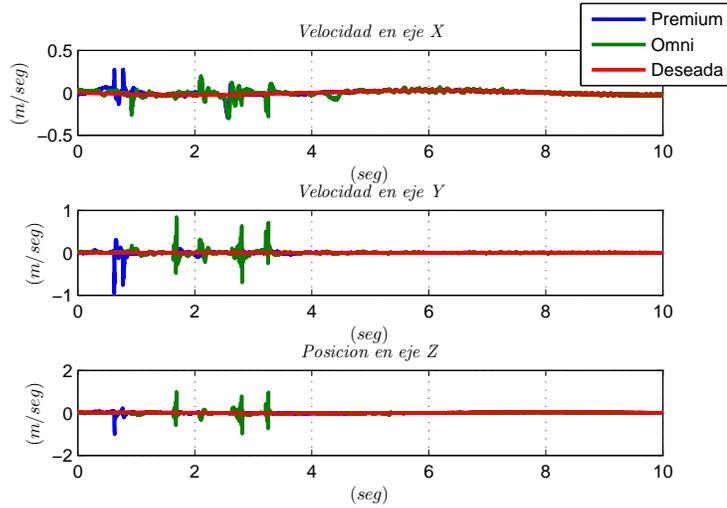


Figura 4.24: Velocidad cartesiana.

En las Figuras 4.25 y 4.26, se presenta el error de posición cartesiana de los eslabones de cada dispositivo háptico, en la cual se aprecia con mayor precisión y facilidad el error presente, con magnitudes significativas cercanas a los 0.002 m en PHANToM Premium y 4mm en PHANToM Omni.

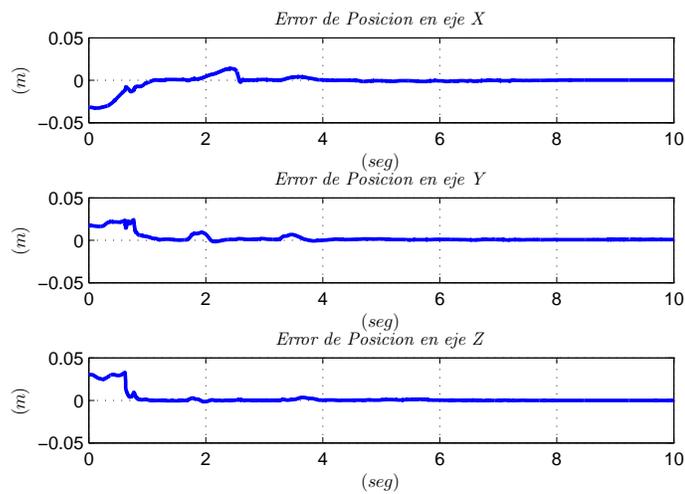


Figura 4.25: Error de posición Premium.

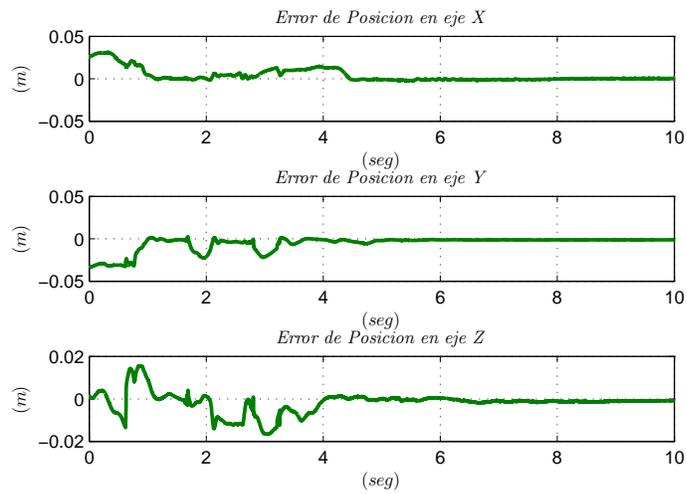


Figura 4.26: Error de posición Omni.

Las Figuras 4.27 y 4.28, muestran el error de velocidad cartesiana de cada dispositivo háptico, en la cual se aprecia un chattering durante todo el experimento.

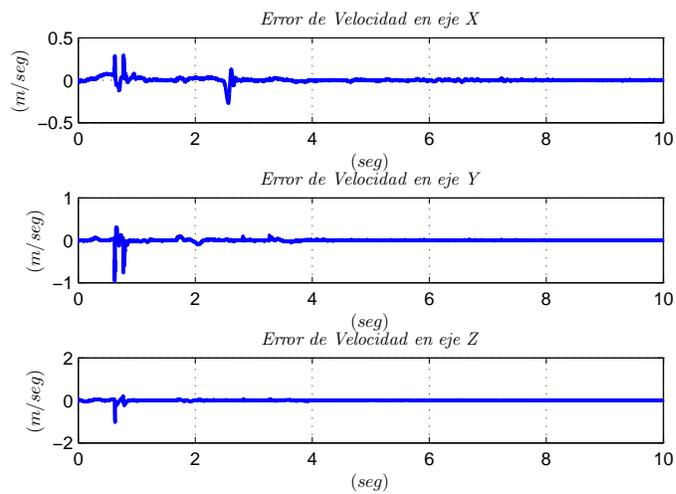


Figura 4.27: Error de velocidad Premium.

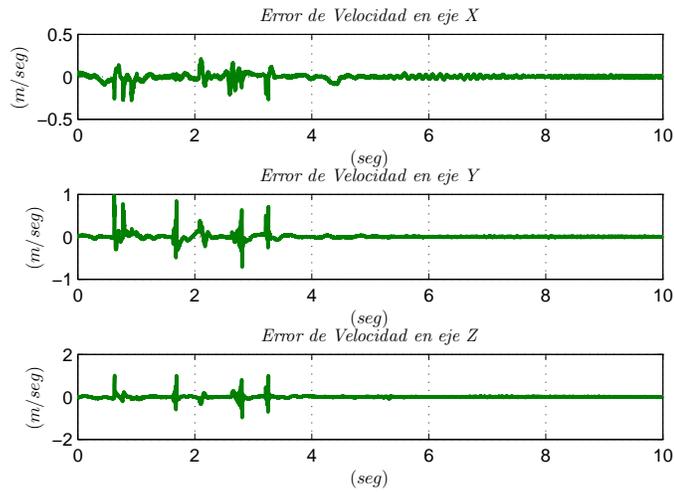


Figura 4.28: Error de velocidad Omni.

En las Figuras 4.29 y 4.30, se muestra la señal de control, que es enviada a los actuadores de los dispositivos hápticos, para desarrollar la tarea deseada, en la cual se observa un comportamiento súbito en los tres eslabones de ambos dispositivos al inicio de la tarea, el cual se debe al error grande en posición y velocidad.

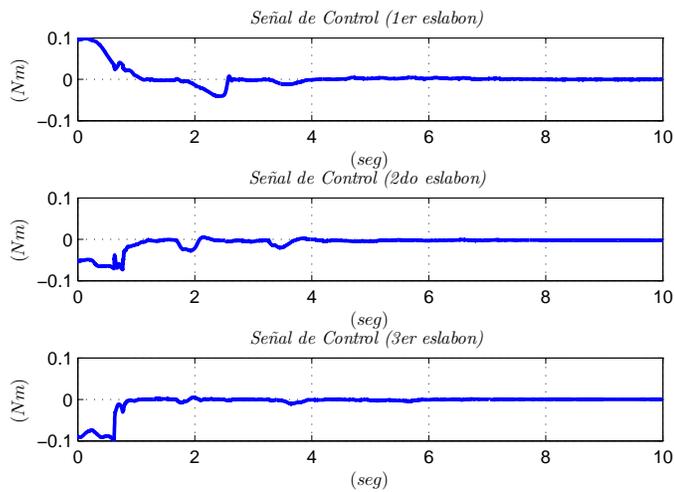


Figura 4.29: Señal de control Premium.

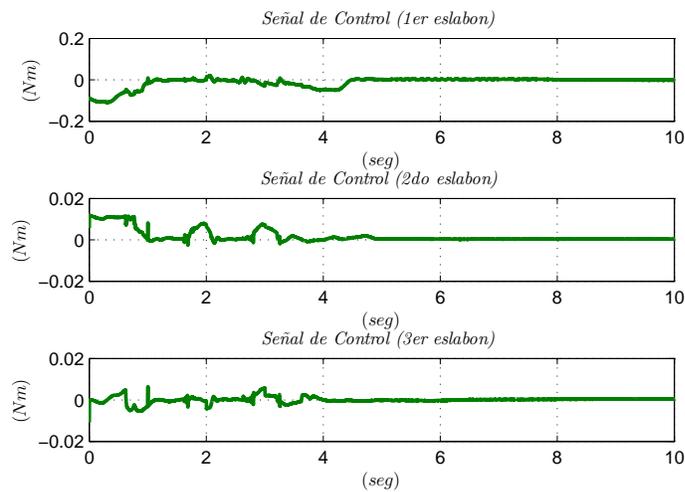


Figura 4.30: Señal de control Omni.

4.1.4. Resultados experimentales en configuración de sincronización mediante una compensación de retardo

La Figura 4.31 ilustra el cuarto y último experimento, donde se implementa el compensador no lineal de retardo en la entrada de control sintetizado en el Capítulo anterior. El retardo compensado en este experimento es de 500 milisegundos. Es importante mencionar el uso de los modelos cinemáticos inversos de posición y de velocidad, para la obtención de la posición y velocidad articular respectivamente, dado que el compensador no lineal de retardo está diseñado en el marco articular. Y posteriormente el uso de los modelos directos de posición y velocidad para poder llevar la posición y velocidad articular compensada, al espacio cartesiano, debido a que el controlador implementado está en el marco operacional. Los modelos de cinemática inversa y directa de ambos dispositivos hápticos se pueden verificar en los apéndices C y D.

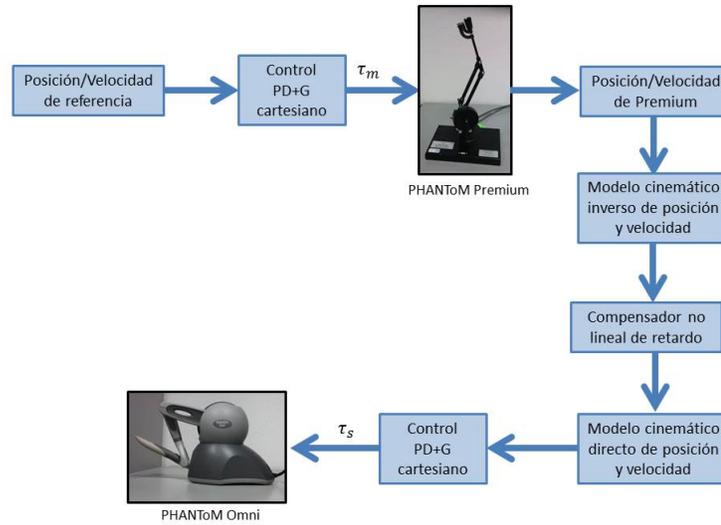


Figura 4.31: Descripción de la tarea 4.

La Figura 4.32 ilustra la trayectoria de los dispositivos hápticos en su espacio de trabajo, se aprecia el correcto seguimiento de la trayectoria deseada en ambos dispositivos a pesar del retardo de 500 milisegundos, justificando el alto desempeño del controlador mediante una compensación no lineal de retardo, para tareas de guiado háptico.

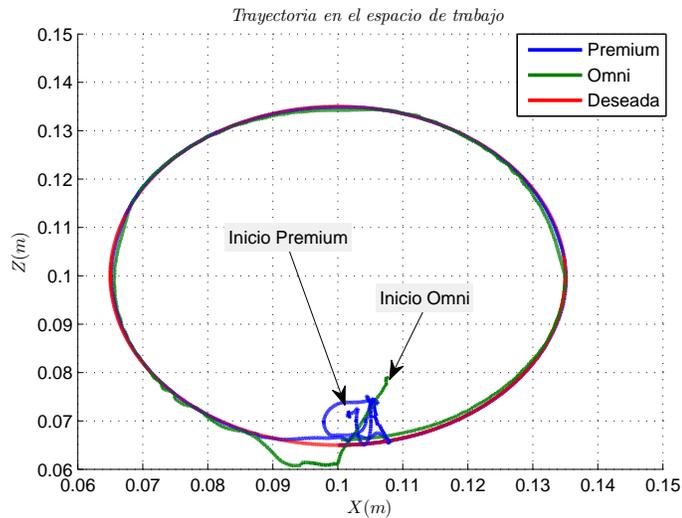


Figura 4.32: Trayectoria en el espacio de trabajo.

Las Figuras 4.33 y 4.34 representan la posición y velocidad cartesiana, en la cual se observa un seguimiento con alto desempeño para ambos dispositivos, donde la posición y velocidad convergen a la referencia en un tiempo menor a 3 seg. y el control lleva el efector final de cada dispositivo háptico sobre la trayectoria deseada aún con el retardo inducido.

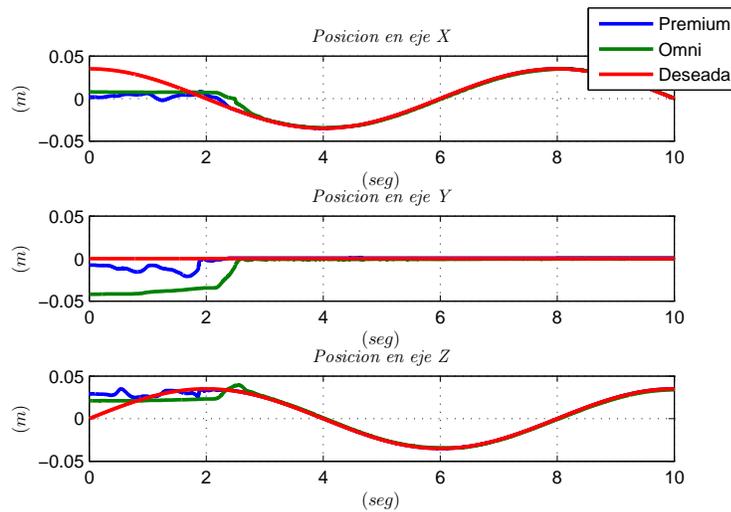


Figura 4.33: Posición cartesiana.

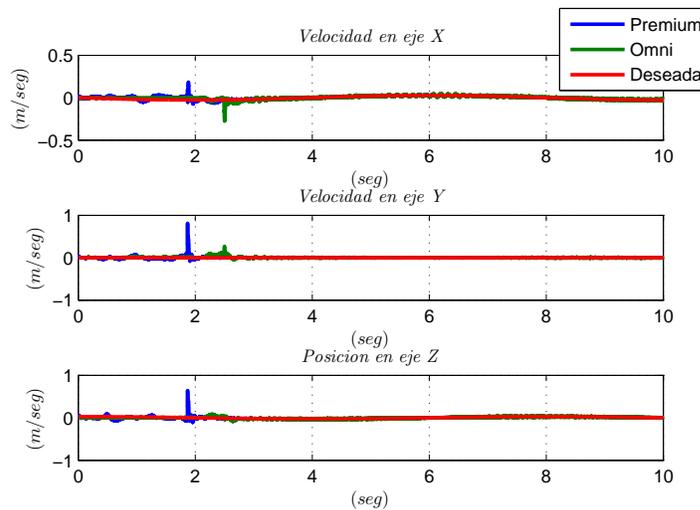


Figura 4.34: Velocidad cartesiana.

Las Figuras 4.35 y 4.36, muestran el error de posición, en la cual se observan errores con ruido de baja magnitud y un ligero chattering en PHANTOM Omni, debido a la acción de compensación del retardo. En ambos dispositivos los errores son muy cercanos a cero, menores a 0.0005 m .

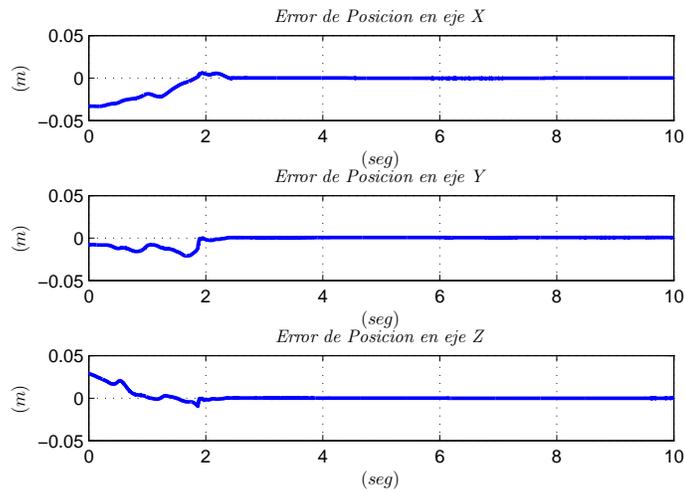


Figura 4.35: Error de posición Premium.

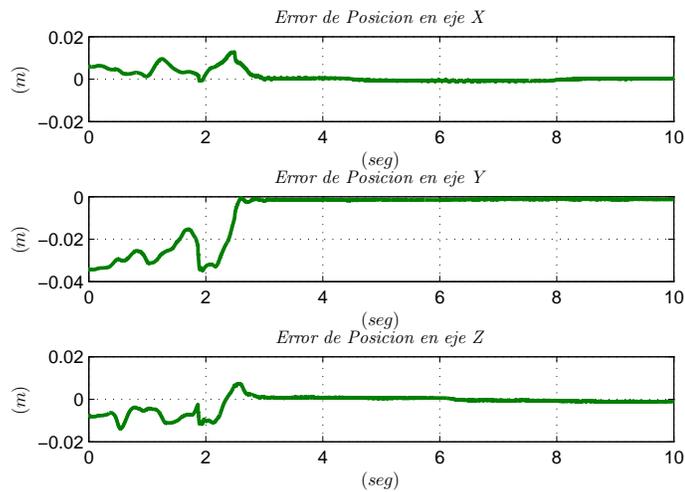


Figura 4.36: Error de posición Omni.

En las Figuras 4.37 y 4.38, se observa el comportamiento del error de velocidad en los dos dispositivos hápticos, con errores de baja magnitud.

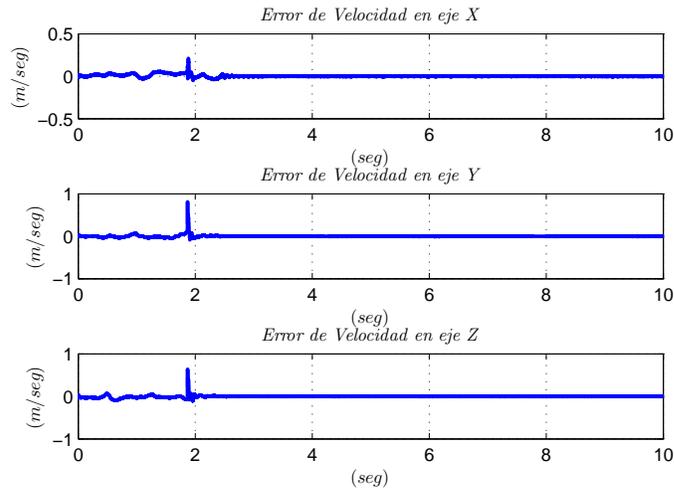


Figura 4.37: Error de velocidad Premium.

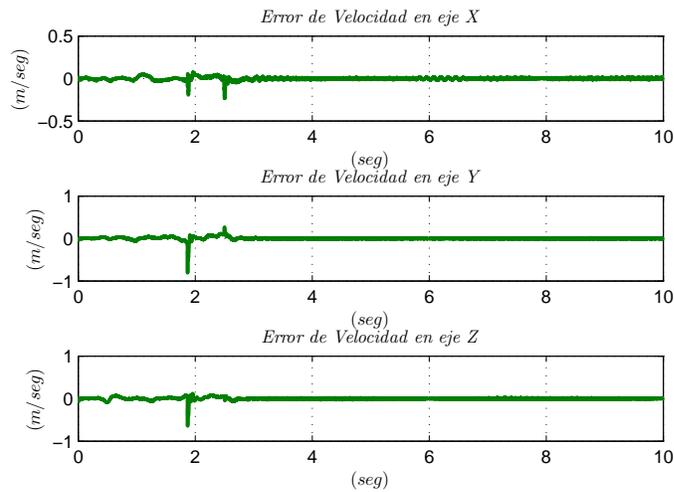


Figura 4.38: Error de velocidad Omni.

La contribución del control adquiere mayor evidencia en la Figura 4.39, puesto que ambos dispositivos realizan el seguimiento de la trayectoria deseada con una señal de control con valores máximos en el orden de 0.002 Nm en PHANToM Premium y 0.005 Nm en

PHANToM Omni, ligeramente menor que en el experimento sin compensación de retardo. Las tendencias de la magnitud en la señal de control al inicio de la tarea se encuentran relacionadas con las condiciones iniciales del dispositivo y las condiciones deseadas, lo cual abre la posibilidad de reducir la magnitud del error en posición y velocidad, así como la magnitud de la señal de control por medio de una ubicación del efector final sobre un punto de la trayectoria deseada.

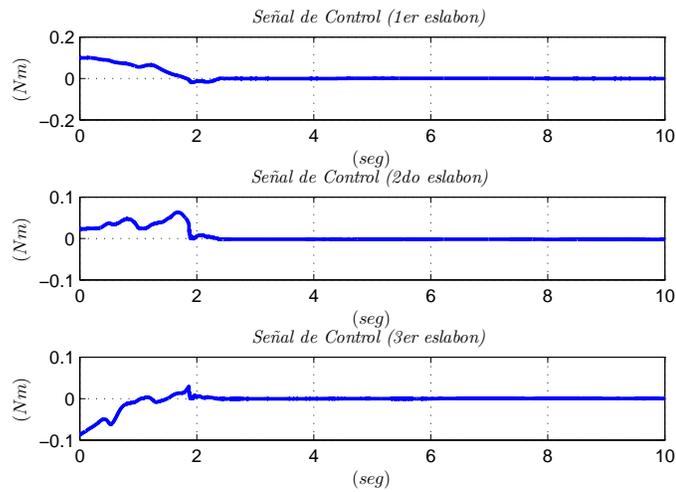


Figura 4.39: Señal de control Premium.

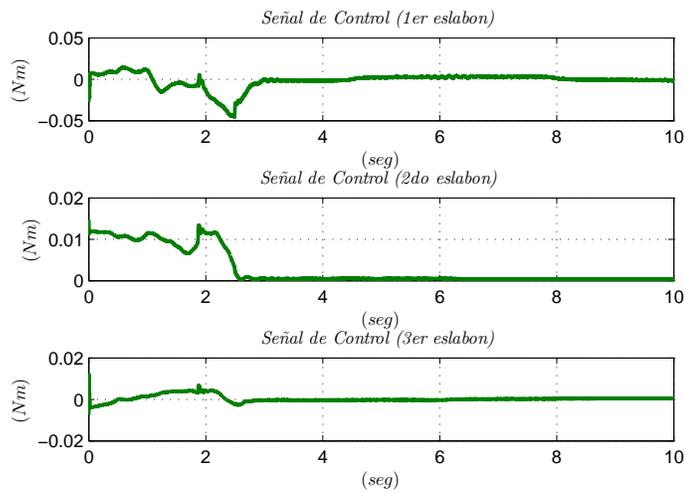


Figura 4.40: Señal de control Omni.

A partir de los resultados presentados, se obtienen unas conclusiones generales y observaciones sobre el desempeño de la plataforma de sincronización bajo la acción del controlador proporcional derivativo con compensación de gravedad, las cuales se describen en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

Conclusiones generales

Esta tesis ha presentado un algoritmo de sincronización mediante una compensación no lineal de retardo en el control con propósitos de guiado háptico pasivo.

- A partir de las gráficas mostradas en el capítulo anterior se puede concluir que la solución implementada garantiza el seguimiento de trayectoria independientemente de cual dispositivo háptico adopte la condición de maestro o esclavo, aún en presencia de retardo relativamente grande (500 ms), lo que cumple la condición ideal para propósitos de entrenamiento.
- Como segundo punto se concluye que la plataforma de sincronización bajo un control no lineal robusto es más sensible a retardos que bajo acciones de control con baja robustez y de manera similar para controles que dependen del modelo ó que son libres de éste.
- La técnica de compensación no lineal propuesta y evaluada experimentalmente en este trabajo puede aplicarse de forma general a cualquier tipo de sistema no lineal con retardos en la entrada, que disponga de un modelo en la forma estándar no lineal y afin al control.

5.1. Trabajos a futuro

- En relación a los trabajos a futuro para dar seguimiento a esta propuesta, se propone modificar esta técnica de compensación de retardos, para que el control empleado sea dependiente o no del modelo.
- Una vez mejorado el compensador no lineal de retardo en el control, considerar el estudio y análisis de la plataforma de sincronización con conexión remota via Internet y estudiar el caso cuando hay retardo en el estado.

Glosario

Actuador. Dispositivo capaz de convertir energía eléctrica, hidráulica u otro tipo de energía en movimiento [26].

Cinemática de robot. Estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo, y en particular por las relaciones entre la posición y la orientación del extremo final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares [4].

Control. Proceso mediante el cual un sistema es llevado a parámetros preestablecidos [32].

Convergencia. Es la propiedad de algunas sucesiones y series de tender progresivamente a un límite. Entonces, acertar la convergencia de una sucesión significa que hay un límite para tal sucesión [4].

Dinámica de un robot. Estudia el movimiento de mecanismos bajo la influencia de fuerzas y pares [4].

Energía. Capacidad de realizar un trabajo [28].

Entrenamiento. Se refiere al proceso consiente y planeado de transferir conocimiento, habilidades y capacidades [28].

Espacio de estado. Espacio de n dimensiones, donde cualquier estado de un sistema dado puede ser representado como un punto [19].

Estabilidad. Condición en la cual las variables críticas de un sistema dinámico se mantienen invariables o permanecen dentro de unos límites determinados [4].

Estado. Conjunto mínimo de variables de un sistema dado (variables de estado), tal que, conociendo su valor en un instante dado, permiten conocer la respuesta del sistema ante cualquier señal de entrada o perturbación [19].

Grados de libertad. Número de coordenadas que describen de manera única la posición de todos los eslabones de un sistema [15].

Guiado háptico activo. El usuario controla sus propias acciones [20].

Guiado háptico pasivo. El usuario es guiado por un agente externo [20].

Guiado háptico. Técnica común para enseñar a los pacientes durante las pautas de movimiento deseado durante una rehabilitación motriz [29].

Hamiltoniano. Suma de energía cinética y potencial [22].

Hemiparesia. Debilidad o parálisis parcial de una mitad del cuerpo cuyas causas suelen ser las mismas que en la hemiplejia [30].

Háptica. Proviene del griego *hápto* (tocar), es el estudio del comportamiento sensorial [27].

Incertidumbre dinámica. Surge cuando ciertos fenómenos físicos (elasticidad, flexibilidad) no son incluidos en la descripción de la planta, o cuando la descripción del sistema es muy complicada como para dar problemas manejables. [28].

Incertidumbre. La incertidumbre surge porque se tiene un conocimiento incompleto o incorrecto del mundo por limitaciones en la forma de representar dicho conocimiento, por ejemplo un sistema experto médico, un robot móvil, un sistema de análisis financiero, un sistema de reconocimiento de voz o imágenes [42].

Interfaz hombre-robot. Es utilizar a un robot como un asistente inteligente. En esta aplicación el ser humano tiene a su cargo la toma de decisiones, mientras que un robot se encarga de generar la fuerza [13].

Interfaz háptica. Dispositivo en el cual al usuario le permite interactuar con un medio real o virtual teniendo una realimentación, la cual permite sentir fuerza, textura o de alguna forma una interacción sensorial [28].

Lagrangiano. Las ecuaciones de movimiento pueden ser derivadas de manera sistemática independientemente del marco de coordenadas de referencia. El Lagrangiano de un sistema mecánico puede ser definido como una función generalizada de coordenadas: la diferencia de energías cinéticas y potenciales [4].

Manipulabilidad cinemática. Permite la definición de los índices para la evaluación del comportamiento del robot. Tales índices pueden ser útiles para el diseño mecánico del manipulador y para determinar su apropiada postura para ejecutar una tarea dada en su actual configuración [28].

Manipulabilidad dinámica. De acuerdo a las propiedades dinámicas del robot, el índice de manipulabilidad se obtiene por la propiedad definida positiva de la matriz de inercia, se puede distinguir cuando el efector final del robot se acerca a la zona singular cuando el índice de manipulabilidad tiende a ser cero o un valor máximo [28].

Manipulador. Mecanismo formado generalmente por elementos en serie, articulados entre sí, destinado al agarre y desplazamiento de objetos. Es multifuncional y puede ser gobernado directamente por un operador humano o mediante dispositivo lógico [15].

Mayordomo. En robótica, es un robot que se opone al movimiento del humano cuando este intenta moverse a través de un objeto virtual y lo hace poniendo en los límites del objeto a un objeto real. Proporciona una impedancia mecánica en el ambiente. Sólo puede presenciar estas propiedades para un solo punto a la vez [29].

Mielomeningocele. Es un defecto del tubo neural en el cual los huesos de la columna no se forman totalmente, provocando un conducto raquídeo incompleto. Esto lleva a que la médula espinal y las meninges sobresalgan de la espalda del niño [30].

Modelo matemático. Es la representación por medio de ecuaciones de la dinámica de un sistema. Es el tipo de modelo más importantes para la ciencia y la tecnología [22].

Pasividad. Corresponde a no generar más energía de la que se suministra al sistema [23].

Perturbación. Variable no deseada aplicada a un sistema y la cual tiende a modificar adversamente el valor de una variable controlada. Si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina interna, en tanto que una perturbación externa se produce fuera del sistema y es una entrada [42].

Punto de equilibrio. El estado \mathbf{x}^* se dice que es un punto de equilibrio del sistema $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$ si $\mathbf{x}(t)$ es igual a \mathbf{x}^* , para todo $t \geq t_0$ [32].

Realimentación de fuerza. Sensación de peso o resistencia en un mundo virtual. La realimentación de fuerza requiere del uso de un dispositivo que produzca una fuerza sobre un cuerpo equivalente (o escalado) al de un objeto real. Esto permite a una persona en el ciberespacio sentir el peso de un objeto virtual, o la resistencia al movimiento que ellos crean [27].

Robot. Dispositivo generalmente mecánico, que desempeña tareas automáticamente, ya sea de acuerdo a supervisión humana directa, a través de un programa predefinido o siguiendo un conjunto de reglas generales. Generalmente estas tareas reemplazan, asemejan o extienden el trabajo humano, como ensamblaje en manufactura, manipulación de objetos pesados o peligrosos y trabajos en el espacio exterior. [15].

- Robusto.** Poco sensible a errores o incertidumbres de modelado. La tolerancia a fallos se considera sinónimo de robustez [28].
- Robótica asistida.** Es actualmente utilizada en diversos campos inclusive reparaciones en naves o plataformas espaciales, bajo el océano u operaciones de rescate, mantenimiento y manejo de equipo y sustancias nucleares [13].
- Sensor.** Dispositivo que convierte un parámetro físico (como temperatura, presión, flujo, velocidad, posición) en una señal eléctrica. En algunos casos se le considera un sinónimo de transductor, pero un verdadero sensor contiene un sistema de acondicionamiento de la señal, de manera que es mucho más sencillo realizar una medición [26].
- Sistema dinámico.** Sistema cuya respuesta depende de entradas presentes y pasadas (e incluso futuras), dicho sistema puede ser representado mediante ecuaciones diferenciales dinámicas [28].
- Sistema en tiempo real.** Un sistema de tiempo real (STR) es un sistema informático en el que es significativo el tiempo en el que se producen las acciones. Las acciones deben realizarse dentro de un intervalo de tiempo determinado [41].
- Sistema lineal.** Se dice que un sistema es lineal sí cumple con los principios de homogeneidad y superposición [32].
- Sistema no lineal.** Se dice que un sistema es lineal sí no cumple con los principios de homogeneidad y superposición [32].
- Teleoperación.** Es un área de reciente madurez, en el que un dispositivo háptico puede definir la orientación de un robot remoto, y a su vez sentir por medio de él, la reacción cuando el robot interactúa con una superficie de restricción [13].
- Transformación homogénea.** Se define como matriz de transformación homogénea T a una matriz de dimensión 4×4 que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro. Un conjunto de transformación homogénea básica está dada por $Trans_{x,\alpha}$; $Rot_{x,\alpha}$; $Trans_{y,b}$; $Rot_{y,\beta}$; $Trans_{z,c}$; $Rot_{x,\gamma}$ para traslaciones y rotaciones alrededor de los ejes x , y , z respectivamente [35].
- Variables de estado.** Conjunto más pequeño de variables que determinan el estado de un sistema dinámico [19].
- Vector de estado.** Si se necesitan n variables para describir el estado de un sistema dado, entonces estas n variables se pueden considerar como los componentes de un vector x [19].

Apéndice A

Control Integral

A.1. Introducción

En este capítulo se describe la teoría del Control Integral via linealización [12] para el caso de estudio el cual nos garantiza una estabilidad global a pesar de que su prueba de estabilidad demuestra que solo es estable localmente debido a que el sistema se linealiza en un punto de equilibrio.

A.2. Control Integral via Linealización

Considere el sistema

$$\dot{x} = f(x, u, w) \tag{A.1}$$

$$c = z(x, w) \tag{A.2}$$

$$c_m = z_m(x, w) \tag{A.3}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u \in \mathbb{R}^p$ es la entrada de control, $y \in \mathbb{R}^p$ es la salida controlada, $y_m \in \mathbb{R}^m$ es la medición de la salida y $w \in \mathbb{R}^l$ es el vector de parámetros y perturbaciones desconocidas y constantes, $n, p, l \in \mathbb{N}$. Las funciones f, z y z_m son continuamente diferenciables en (x, u) y continuas en w en un dominio $D_x \times D_u \times D_w \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^l$.

Sea $r \in D_r \subset \mathbb{R}^p$ una constante de referencia que esta disponible en linea y el conjunto

$$v = \begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix} \in D_v = D_r \times D_w$$

Se desea diseñar un control tal que

$$c(t) \rightarrow r \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

Asuma que c puede ser medido, es decir, c es subconjunto de c_m . La tarea de regulación se puede lograr estabilizando el sistema en un punto de equilibrio donde $c = r$. Por lo tanto asumimos que para cada $v \in D_v$ existe un único par (x_{ss}, u_{ss}) que depende continuamente de v y satisface las ecuaciones

$$0 = f(x_{ss}, u_{ss}, w) \quad (\text{A.4})$$

$$r = z(x_{ss}, w) \quad (\text{A.5})$$

donde x_{ss} es el punto de equilibrio deseado y u_{ss} es el control en estado estacionario que es necesario para mantener el punto de equilibrio x_{ss} . Para introducir la acción integral, integramos el error $e = c - r$:

$$\dot{\sigma} = e$$

entonces aumentando el integrador con el estado (A.1) se obtiene

$$\dot{x} = f(x, u, w) \quad (\text{A.6})$$

$$\dot{\sigma} = z(x, w) - r \quad (\text{A.7})$$

Para el diseño del control integral con realimentación de estado, se considera la realimentación a la salida. Se diseña $u = \gamma(x, \sigma, e)$ para estabilizar el modelo del estado aumentado (A.6) - (A.7) en estado estable (x_{ss}, σ_{ss}) donde $u_{ss} = \gamma(x_{ss}, \sigma_{ss}, 0)$.

Cuando se usa la linealización, es razonable considerar una ley de control lineal de la forma

$$u = -k_1 x - k_2 \sigma - k_3 e \quad (\text{A.8})$$

donde el control (A.8) es aplicado a (A.6)-(A.7), dando como resultado el siguiente sistema en lazo cerrado

$$\dot{x} = f(x, -k_1 x - k_2 \sigma - k_3 (h(x, w) - r), w) \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{\sigma} = h(x, w) - r \quad (\text{A.10})$$

Los puntos de equilibrio $(\bar{x}, \bar{\sigma})$ de (A.9)-(A.10) satisfacen las ecuaciones

$$0 = f(\bar{x}, \bar{u}, w) \quad (\text{A.11})$$

$$0 = h(\bar{x}, w) - r \quad (\text{A.12})$$

$$\bar{u} = -k_1 \bar{x} - k_2 \bar{\sigma} \quad (\text{A.13})$$

Suponiendo que los puntos de equilibrio (A.4)-(A.5) tienen una única solución (x_{ss}, u_{ss}) en el dominio de interés, se concluye que $\bar{x} = x_{ss}$ y $\bar{u} = u_{ss}$.

Eligiendo a k_2 no singular, se garantiza que existe una única solución σ_{ss} de la ecuación

$$u_{ss} = -k_1 x_{ss} - k_2 \sigma_{ss}$$

Ahora la tarea es estabilizar el punto de equilibrio (x_{ss}, σ_{ss}) . La linealización del sistema en lazo cerrado (A.9)-(A.10) alrededor de (x_{ss}, σ_{ss}) tiene la siguiente forma

$$\dot{\xi}_d = (\Lambda - \beta\kappa)\xi_d$$

donde

$$\xi_d = \begin{bmatrix} x - x_{ss} \\ \sigma - \sigma_{ss} \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \kappa = [k_1 \quad k_2]$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(x, u, w)|_{x=x_{ss}, u=u_{ss}}, B = \frac{\partial f}{\partial u}(x, u, w)|_{x=x_{ss}, u=u_{ss}}, C = \frac{\partial h}{\partial x}(x, w)|_{x=x_{ss}}$$

Suponga que (A, B) es controlable (respectivamente estabilizable) y

$$\text{rango} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + p \quad (\text{A.14})$$

entonces (Λ, β) es controlable (respectivamente estabilizable). El diseño de κ , independiente de w , tal que $\Lambda - \beta\kappa$ es Hurwitz para toda $v \in D_v$. Para cualquier diseño, la matriz k_2 será no singular. Así, (x_{ss}, σ_{ss}) es un punto de equilibrio exponencialmente estable del sistema lineal en lazo cerrado (A.9)-(A.10), y todas sus soluciones comienzan en su región de atracción cuando t tiende a infinito. Consecuentemente, $y(t) - r \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Note que la estabilización de (x_{ss}, σ_{ss}) es independiente de k_3 . Por lo tanto, se toma a $k_3 = 0$, o se puede usar como un grado de libertad extra para mejorar el desempeño.

En resumen, asumiendo que (A, B) es estable y el rango de la condición (A.14) se satisface, el control con realimentación de estado puede ser

$$u = -k_1 x - k_2 \sigma \\ \dot{\sigma} = e = y - r$$

donde $\kappa = [k_1, k_2]$ es diseñado tal que $\Lambda - \beta\kappa$ sea Hurwitz.

A.3. Resultados experimentales

A continuación se presentan los resultados experimentales que muestran el desempeño obtenido de la implementación del control integral en el dispositivo háptico PHANTOM Premium 1.0. La tarea consiste en el seguimiento de una trayectoria deseada. La trayectoria deseada se define a partir de las ecuaciones paramétricas de una circunferencia sobre el plano x vs z , con sus respectivas derivadas, la primera derivada define la velocidad operacional y la segunda derivada representa la aceleración operacional. Las ecuaciones paramétricas están definidas por

$$\begin{aligned} x(t) &= h1 + r\cos(\omega t), \\ y(t) &= 0, \\ z(t) &= h2 + r\sin(\omega t), \end{aligned} \tag{A.15}$$

donde $h1 = 0m$ y $h2 = 0m$ determinan las coordenadas del centro de la circunferencia y se encuentran en el origen del plano, $r = 0.02m$ representa el radio de la circunferencia, $\omega = 2\pi f$, la frecuencia $f = 1/ts$ y $ts = 10$ el tiempo necesario para desarrollar la tarea un ciclo completo. La tarea de guiado se realiza durante 10 seg. con el fin de observar el desempeño del dispositivo háptico al completar la trayectoria en dos ciclos completos. Es importante mencionar el uso de los modelos cinemáticos inversos de posición y de velocidad, para la obtención de la posición y velocidad articular respectivamente, dado que el control está diseñado en el marco articular.

Las matrices de ganancias sintonizadas optimamente están definidas de la siguiente manera

$$K_1^T = 1 \times 10^{-10} \begin{bmatrix} 22323561008.786 & -1699.680 & 3859.168 \\ 50.838 & 21956432232.059 & 1983930.647 \\ 786.513 & -1558082.659 & 21995345201.825 \\ 6450994820.370 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 6450529018.481 & 1179356.342 \\ 0.0 & 141648.885 & 6453522402.094 \end{bmatrix}$$

$$K_2^T = 1 \times 10^{-10} \begin{bmatrix} 7211102550.929 & 0.00007 & 0.00037 \\ 0.00003 & 7211102527.556 & 580606.101 \\ 0.00033 & 580606.101 & 7211102527.553 \\ -5854.992 & -580606.101 & -3858.927 \\ -50.838 & -11903.534 & 678.795 \\ -787.438 & 3888.746 & 730.331 \end{bmatrix}$$

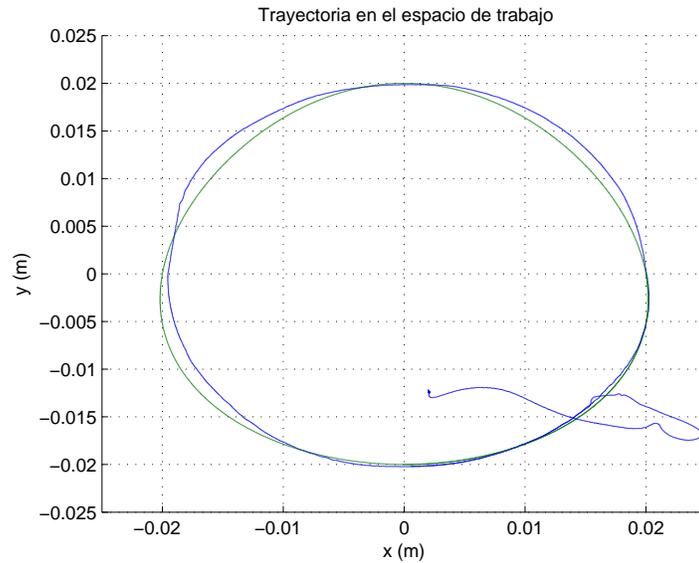


Figura A.1: Trayectoria en el espacio de trabajo.

La Figura A.1 ilustra la trayectoria de PHANToM Premium 1.0 sobre el espacio operacional, se aprecia la correcta conversión del marco articular al marco operacional, resultado de un modelo cinemático correcto. El control tiene un alto desempeño para tareas de guiado háptico, debido a que muestra un adecuado seguimiento de trayectoria.

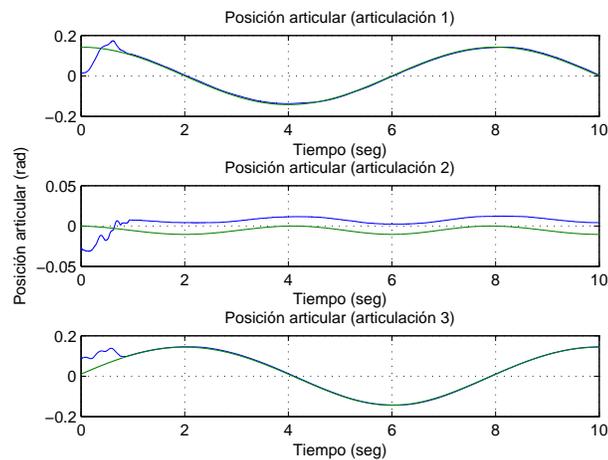


Figura A.2: Posición articular.

La Figura A.2 representa la posición articular, en la cual se observa un seguimiento

articular con alto desempeño, con convergencia a la posición deseada en un tiempo menor a 1 segundo.

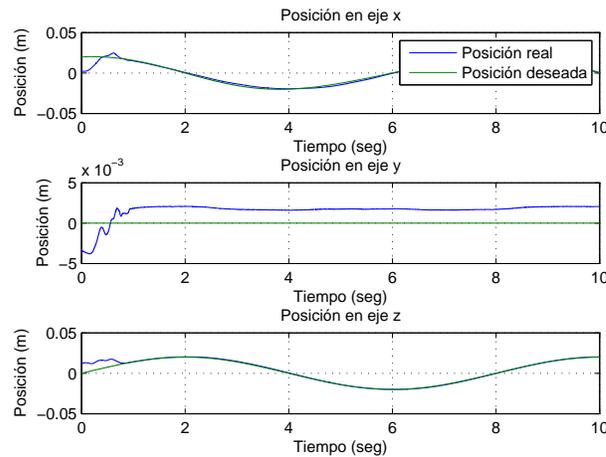


Figura A.3: Posición cartesiana.

La Figura A.3 muestra la posición operacional del efector final de PHANToM Premium 1.0, en la cual se observa un seguimiento bueno en el eje X y en el eje Z , presentando un error de posición con valor de $0.002m$ en el eje y .

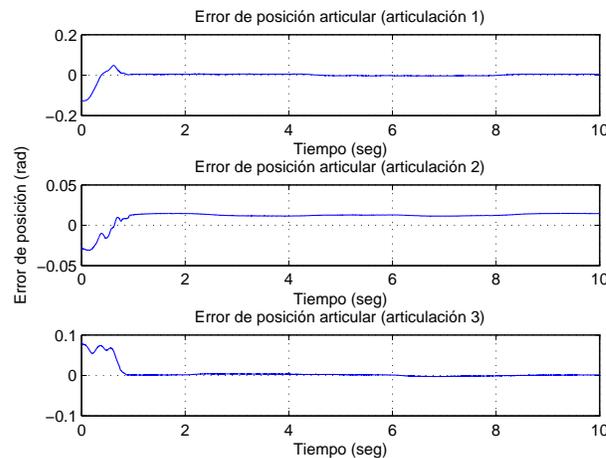


Figura A.4: Error de posición articular.

En la Figura A.4 se presenta el error en posición articular de los eslabones del dispositivo háptico, en la cual se aprecia la convergencia de posición en los eslabones 1 y 3 en

un tiempo menor a 1 segundo y un error en estado estacionario en el eslabón 2 de magnitud $0.02rad$. En la Figura A.5 la magnitud de la señal de control al inicio de la tarea se encuentra relacionada con la condición inicial del dispositivo háptico y las condiciones deseadas.

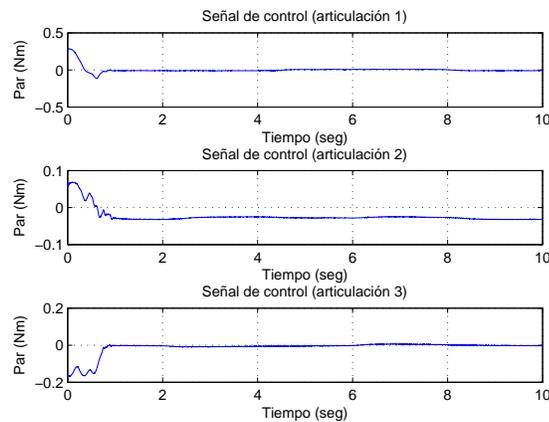


Figura A.5: Señal de control.

La Figura A.6 refleja el comportamiento de la energía total empleada en la tarea de guiado háptico, bajo la acción del control integral, se aprecia un energía requerida relativamente baja.

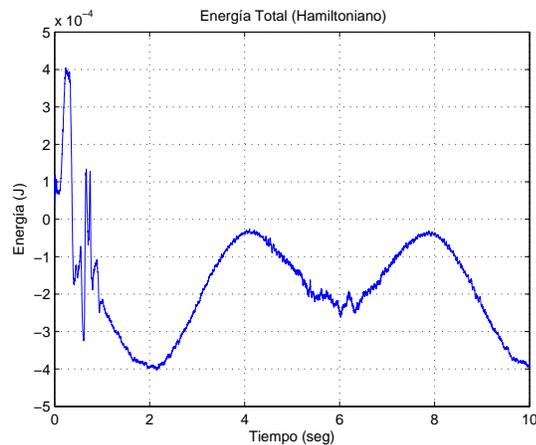


Figura A.6: Energía total.

Apéndice B

Teleoperación con un control por modos deslizantes

B.1. Introducción

El presente trabajo de investigación dio lugar a una estancia en la Universidad Técnica de Múnich, donde se implementó un control por modos deslizantes de segundo orden en un sistema de teleoperación utilizando un robot manipulador virtual como maestro y un robot manipulador UR10 como esclavo.

La Figura B.1 muestra el diagrama en simulink donde se hizo la simulación de dos robots de 3 gdl con misma dinámica y ambos con mismas ganancias en el control.

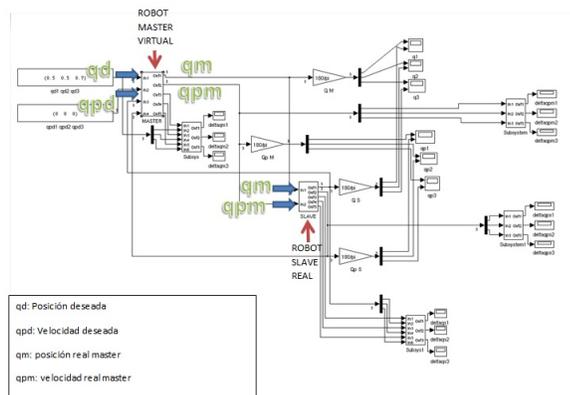


Figura B.1: Diagrama de simulink.

La Figura B.2 es el robot virtual que adopta el papel de maestro.

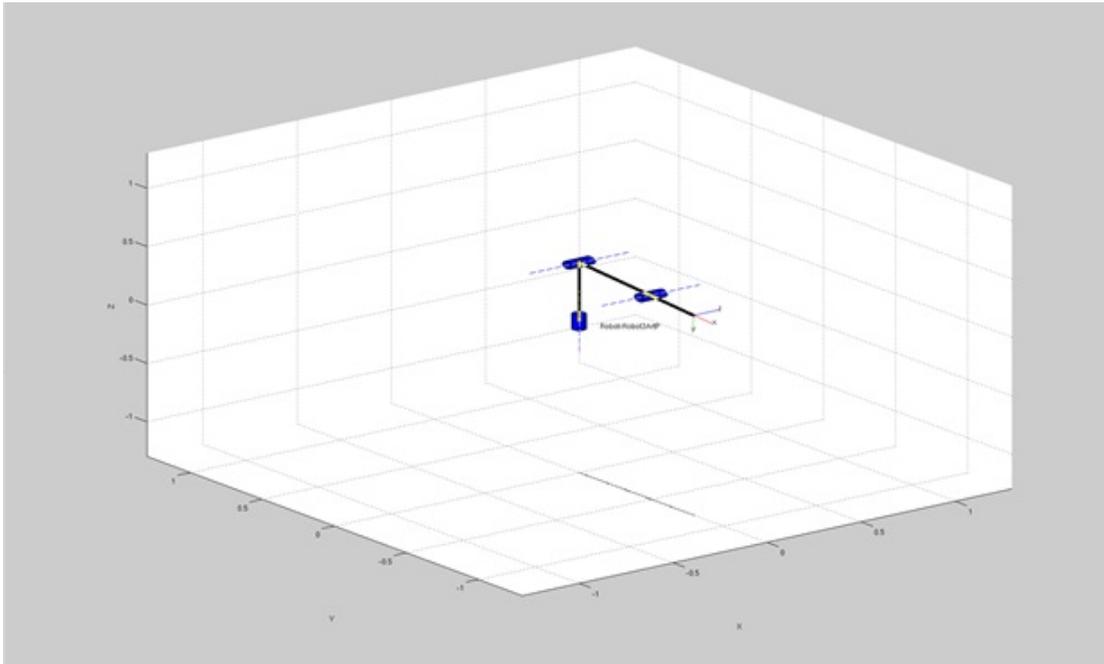


Figura B.2: Robot Virtual.

El robot esclavo es un robot *Universal Robot* modelo *UR10* mostrado en la Figura B.3



Figura B.3: Robot UR10.

La Figura B.4 representa el diagrama de bloques del sistema.

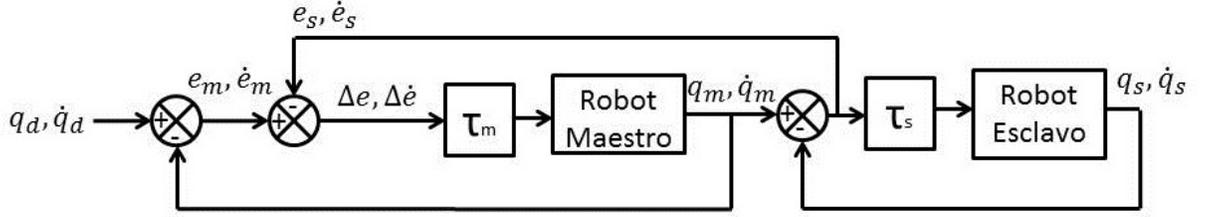


Figura B.4: Diagrama de sistema en lazo cerrado.

donde: q_d, \dot{q}_d : posición y velocidad deseada
 q_m, \dot{q}_m : posición y velocidad real del robot maestro
 q_s, \dot{q}_s : posición y velocidad real del robot esclavo
 τ_m : par de entrada aplicado al robot maestro
 τ_s : par de entrada aplicado al robot esclavo
 e_m, \dot{e}_m : error de posición y velocidad del robot maestro
 e_s, \dot{e}_s : error de posición y velocidad del robot esclavo
 $\Delta e, \Delta \dot{e}$: error de errores posición y velocidad del robot maestro.

B.2. Control

Se implementó un control por modos deslizantes de segundo orden en cada uno de los robots. De acuerdo a la siguiente estructura:

$$\tau_m = -k_d S_{rm} \quad (\text{B.1})$$

$$\tau_s = -k_d S_{rs} \quad (\text{B.2})$$

donde:

$$\begin{aligned}
 S_{rm} &= S_{qm} + \gamma_1 \sigma_m \\
 \dot{\sigma}_m &= \text{sgn}(S_{qm}) \\
 S_{qm} &= S_m - S_{dm} \\
 S_m &= \Delta \dot{e} + \alpha_1 \Delta e \\
 S_{dm} &= S_m(t_0) \exp^{-k(t-t_0)} \\
 \Delta e &= e_m - e_s = q_d - 2q_m + q_s
 \end{aligned}$$

$$\Delta \dot{e} = \dot{e}_m - \dot{e}_s = \dot{q}_d - 2\dot{q}_m + \dot{q}_s$$

$$S_{rs} = S_{qs} + \gamma_2 \sigma_s$$

$$\dot{\sigma}_s = \text{sgn}(S_{qs})$$

$$S_{qs} = S_s - S_{ds}$$

$$S_s = \dot{e}_s + \alpha_2 e_s$$

$$S_{ds} = S_s(t_0) \exp^{-k(t-t_0)}$$

$$e_s = q_m - q_s$$

$$\dot{e}_s = \dot{q}_m - \dot{q}_s$$

B.3. Resultados

A continuación se presentan los resultados experimentales que muestran el desempeño del control aplicado en el sistema de teleoperación.

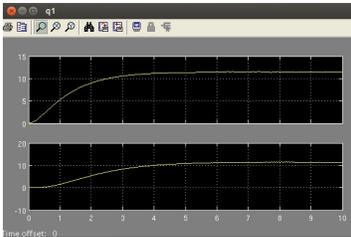


Figura B.5: Posición 1er eslabón.

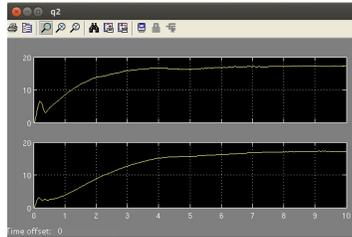


Figura B.6: Posición 2do eslabón.

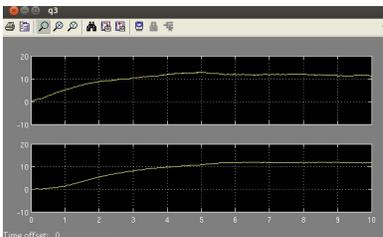


Figura B.7: Posición 3er eslabón.

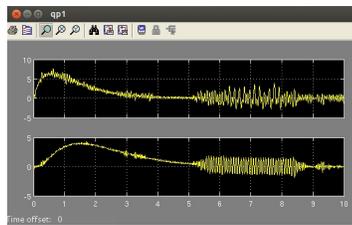


Figura B.8: Velocidad 1er eslabón.

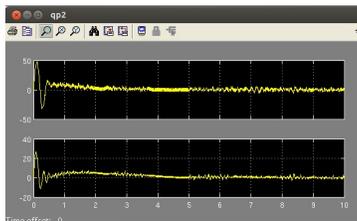


Figura B.9: Velocidad 2do eslabón.

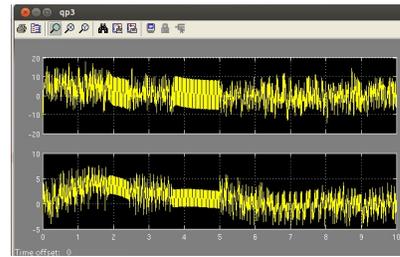


Figura B.10: Velocidad 3er eslabón.

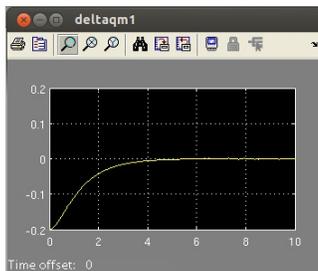


Figura B.11: Error de posición 1er eslabón robot maestro.

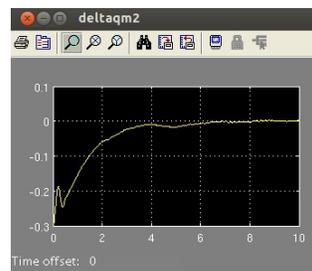


Figura B.12: Error de posición 2do eslabón robot maestro.

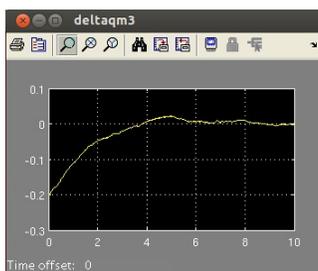


Figura B.13: Error de posición 3er eslabón robot maestro.

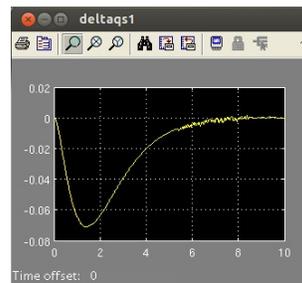


Figura B.14: Error de posición 1er eslabón robot esclavo.

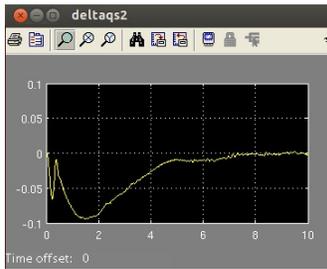


Figura B.15: Error de posición 2do eslabón robot esclavo.

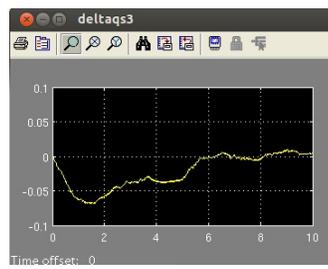


Figura B.16: Error de posición 3er eslabón robot esclavo.

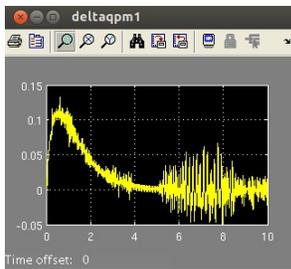


Figura B.17: Error de velocidad 1er eslabón robot maestro.

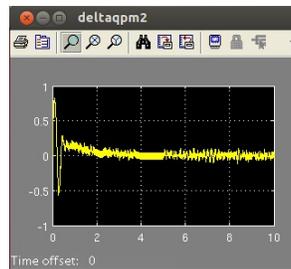


Figura B.18: Error de velocidad 2do eslabón robot maestro.

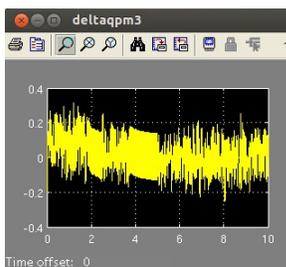


Figura B.19: Error de velocidad 3er eslabón robot maestro.

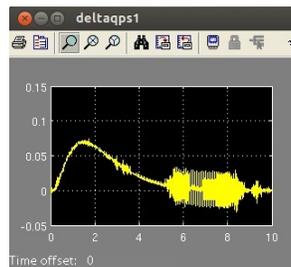


Figura B.20: Error de velocidad 1do eslabón robot esclavo.

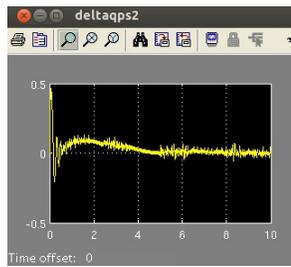


Figura B.21: Error de velocidad 2do eslabón robot esclavo.

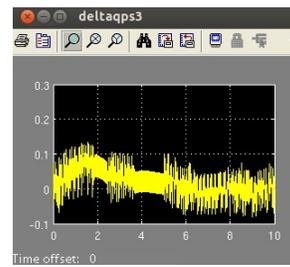


Figura B.22: Error de velocidad 3er eslabón robot esclavo.

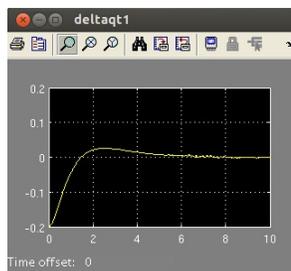


Figura B.23: Error de errores de posición en 1er eslabón del robot maestro.

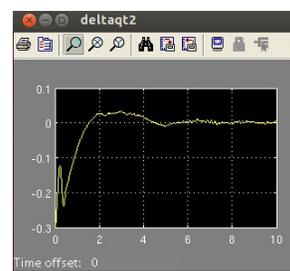


Figura B.24: Error de errores de posición en 2do eslabón del robot maestro.

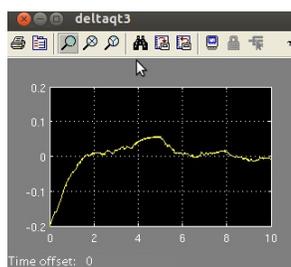


Figura B.25: Error de errores de posición en 3er eslabón del robot maestro.

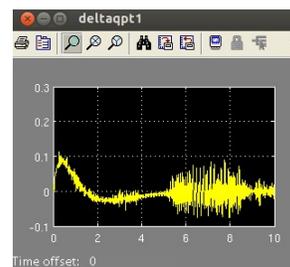


Figura B.26: Error de errores de velocidad en 1er eslabón del robot maestro.

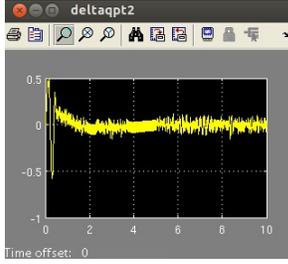


Figura B.27: Error de errores de velocidad en 2do eslabón del robot maestro.

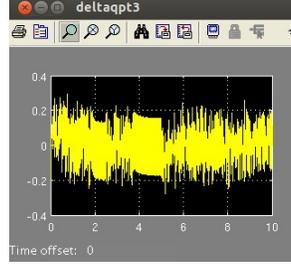


Figura B.28: Error de errores de velocidad en 3er eslabón del robot maestro.

B.4. Análisis de convergencia

Si el error dinámico extendido en el robot esclavo $S_s = \dot{e}_s + \alpha_2 e_s$ y τ_s logra que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S_s = 0$$

entonces

$$\dot{e}_s + \alpha_2 e_s = 0$$

$$\frac{\dot{e}_s}{e_s} = -\alpha_2$$

$$\ln(e_s) = -\alpha_2 t + c$$

$$e_s = c e^{-\alpha_2 t}$$

$$e_s(0) = e_{smax}$$

Por lo tanto tenemos que

$$e_s = e_{smax} e^{-\alpha_2 t} \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{e}_s = -\alpha_2 e_{smax} e^{-\alpha_2 t} \quad (\text{B.4})$$

Ahora si el error dinámico extendido de errores en el robot maestro $S_m = \Delta \dot{e} + \alpha_1 \Delta e$ y τ_m logra que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S_m = 0$$

entonces

$$\Delta \dot{e} + \alpha_1 \Delta e = 0$$

$$\dot{e}_m - \dot{e}_s + \alpha_1 (e_m - e_s) = 0$$

$$\dot{e}_m + \alpha_1 e_m = \dot{e}_s + \alpha_1 e_s \quad (\text{B.5})$$

sustituyendo (3) y (4) en (5) tenemos que

$$\begin{aligned}\dot{e}_m + \alpha_1 e_m &= -\alpha_2 e_{smax} e^{-\alpha_2 t} + \alpha_1 e_{smax} e^{-\alpha_2 t} \\ \dot{e}_m + \alpha_1 e_m &= (\alpha_1 - \alpha_2) e_{smax} e^{-\alpha_2 t}\end{aligned}\tag{B.6}$$

Resolviendo (6)

$$\begin{aligned}e_m &= e^{\int \alpha_1 t} \left[\int (\alpha_1 - \alpha_2) e_{smax} e^{-\alpha_2 t} e^{\int \alpha_1 t} dt + c \right] \\ e_m &= e^{-\alpha_1 t} \left[(\alpha_1 - \alpha_2) e_{smax} \int e^{(\alpha_1 - \alpha_2) t} dt + c \right] \\ e_m &= e^{-\alpha_1 t} e_{smax} e^{(\alpha_1 - \alpha_2) t} + c \\ e_m &= e_{smax} e^{-\alpha_2 t} + c e^{-\alpha_1 t} \\ e_m(0) &= e_{mmax} \\ e_{mmax} &= e_{smax} + c\end{aligned}\tag{B.7}$$

por lo tanto

$$c = e_{mmax} - e_{smax}.$$

Entonces

$$e_m = e_{smax} e^{-\alpha_2 t} + (e_{mmax} - e_{smax}) e^{-\alpha_1 t}\tag{B.8}$$

$$\dot{e}_m = -\alpha_2 e_{smax} e^{-\alpha_2 t} - \alpha_1 (e_{mmax} - e_{smax}) e^{-\alpha_1 t}\tag{B.9}$$

B.5. Análisis de estabilidad

El modelo dinámico de un robot manipulador rígido de n-eslabones con todas las articulaciones de revolución descrito en coordenadas articulares generalizadas $(q^\top, \dot{q}^\top) \in \mathbb{R}^{2n}$ puede ser escrito como en (2.1).

La ecuación (2.1) puede ser linealmente parametrizada en términos de una referencia nominal $(\dot{q}_r, \ddot{q}_r)^\top \in \mathbb{R}^{2n}$ como sigue [31]

$$H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) = Y_r \Theta,\tag{B.10}$$

donde el regresor $Y_r = Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}_r) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ está compuesto de funciones no lineales conocidas, y $\Theta \in \mathbb{R}^p$ es asumida para representar parametros constantes pero desconocidos, con (\dot{q}_r, \ddot{q}_r) . Básicamente, B.10 realiza un cambio de coordenadas a través de (\dot{q}_r, \ddot{q}_r) ,

y en particular, [43][36] define \dot{q}_r como una variable de primer orden tal que permite una superficie de deslizamiento estática como la variable de error en sentido de obtener un control globalmente asintóticamente estable.

Sustituyendo B.10 en ?? se llega al error dinámico en lazo abierto en coordenadas de error S_r como sigue:

$$H(q)\dot{S}_r + C(q, \dot{q})S_r + G(q) = \tau - Y_r\Theta \quad (\text{B.11})$$

donde las coordenadas de error S_r están definidas por

$$S_r = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (\text{B.12})$$

Considere la siguiente referencia nominal \dot{q}_r [31]

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \alpha\Delta q + S_d - \gamma\sigma$$

$$\dot{\sigma} = \text{sgn}(S_q) \quad (\text{B.13})$$

donde el error de seguimiento es $\Delta q = 2q_m - q_s - q_d$, la trayectoria deseada $q_d(t) \in C^2$, la posición de robot maestro $q_m \in C^2$, posición de robot esclavo $q_s \in C^2$, ganancias de retroalimentación α, γ son matrices diagonales definidas positivas $n \times n$, la función $\text{sgn}(X) = [\text{sgn}(x_1), \dots, \text{sgn}(x_n)]^\top$ representa la entrada discontinua de la función signo de $X \in \mathbb{R}^n$, y

$$S_q = S - S_d \quad (\text{B.14})$$

$$S = \Delta\dot{q} + \alpha\Delta q \quad (\text{B.15})$$

$$S_d = S(t_0)\exp^{-k(t-t_0)} \quad (\text{B.16})$$

para $k > 0$, y $S(t_0)$ que representa $S(t)$ en $t = t_0$. Note que $\ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \alpha\Delta\dot{q} + \dot{S}_d - \gamma\text{sgn}(S_q)$ es discontinua, y $S_q(t_0) = 0$ para cualquier condición inicial. $\Delta\dot{q} = 2\dot{q}_m - \dot{q}_s - \dot{q}_d$. Sustituyendo B.13 en B.12 se llega a las coordenadas del error dinámico

$$S_r = S_q + \gamma\sigma \quad (\text{B.17})$$

Algunas propiedades de ?? y B.13, útiles para el análisis de estabilidad son definidas a continuación.

Existen escalares positivos $\beta_i (i = 0, 1, \dots, 5)$ tal que

$$\begin{aligned}
\|H(q)\| &\geq \lambda_m(H(q)) > \beta_0 > 0 \\
\|H(q)\| &\leq \lambda_M(H(q)) < \beta_1 < \infty \\
\|C(q, \dot{q})\| &\leq \beta_2 \|\dot{q}\| \\
\|G(q)\| &\leq \beta_3 \\
\|\dot{q}_r\| &\leq \beta_4 + \alpha \|\Delta q\| + \gamma \|\sigma\| \\
\|\ddot{q}_r\| &\leq \beta_5 + \alpha \|\Delta \dot{q}\|
\end{aligned} \tag{B.18}$$

Las normas $\|A\| = \sqrt{\lambda_M(A^\top A)}$ y $\|b\|$ del vector $b \in \mathbb{R}^n$ representan la norma Forbenius y el vector de norma Euclidiana, respectivamente. La constante β_2 puede ser calculada a partir del estado del sistema, la trayectoria deseada, las ganancias de retroalimentación, y un limite acotado superiormente del modelo dinámico del brazo robot, bajo la suposición de $q_d \in C^2$.

Usando B.18, B.10 se puede representar como

$$\begin{aligned}
Y_r \Theta &\leq H(q) \|\ddot{q}_r\| + \|C(q, \dot{q})\| \|\dot{q}_r\| + \|G(q)\| \\
&\leq \beta_1 \alpha \|\dot{q}\| + \beta_2 \|\dot{q}\| * (\alpha \|\Delta q\| + \gamma \|\sigma\| + \beta_4) + \bar{\beta}_3 \\
&\leq \eta(t)
\end{aligned} \tag{B.19}$$

donde $\bar{\beta}_3 = \beta_1 \beta_5 + \beta_3$, y $\eta(t) = f(\Delta q, \Delta \dot{q}, \sigma, \beta_i, t)$ es un estado dependiente de la función[21].

El diseño del control, su análisis de estabilidad, y algunas propiedades del sistema en lazo cerrado son presentadas a continuación.

Considere la dinámica del robot ?? en lazo cerrado, con un control dado por

$$\tau_m = -K_d S_r \tag{B.20}$$

donde $K_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz diagonal simétrica definida positiva. Entonces, el seguimiento exponencial semiglobal es asegurado, debido a que γ en B.17 y K_d son suficientemente grandes, para condiciones iniciales de error pequeños.

Sustituyendo B.20 en B.11 se obtiene como resultado el siguiente error dinámico en lazo cerrado:

$$H(q) \dot{S}_r = -\{K_d + C(q, \dot{q})\} S_r - Y_r \Theta \tag{B.21}$$

Un análisis basado en pasividad sugiere que la energía cinética del sistema en lazo cerrado B.21 puede ser considerada como una función de Lyapunov, como sigue:

$$V = \frac{1}{2} S_r^\top H(q) S_r \tag{B.22}$$

La derivada total de B.22, a través de su solución B.21, es la siguiente

$$\dot{V} = -S_r^\top K_d S_r - S_r^\top Y_r \Theta \quad (\text{B.23})$$

Usando B.19

$$\dot{V} \leq -\|K_1 S_r\|^2 + \|S_r\| \eta(t) \quad (\text{B.24})$$

donde $K_d = K_1^\top K_1$. En virtud de que $H(q)$ es definida positiva y superiormente acotada, se puede concluir el límite de \dot{S}_R como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{S}_r &= -H(q)^{-1} \{ (K_d + C(q, \dot{q})) S_r - Y_r \Theta \} \\ &\leq \lambda_M(H(q)^{-1}) \{ (\lambda_M(K_d) + \beta_2 \|\dot{q}\|) \varepsilon + \bar{\eta} \} \\ &\leq \zeta(t) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Para demostrar que un seguimiento aparece con un modo deslizante en $S_q = 0$ para todo $t > 0$, y con punto de equilibrio en $\Delta q = 0, \Delta \dot{q} = 0$, considere

$$\dot{S}_q = -\gamma \text{sgn}(S_q) + \dot{S}_r \quad (\text{B.26})$$

con la siguiente función de energía

$$V_q = \frac{1}{2} S_q^\top S_q \quad (\text{B.27})$$

La derivada total de B.27, es la siguiente

$$\begin{aligned} \dot{V}_q &= -S_q^\top \gamma \text{sgn}(S_q) + S_q^\top \dot{S}_r \\ &\leq -\gamma_m |S_q| + |S_q^\top| |\dot{S}_r| \\ &\leq -\gamma_m |S_q| + \zeta_{sup} |S_q| \\ &\leq -\mu |S_q| \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

donde $\mu = \gamma_m - \zeta_M$. Así, con el propósito de demostrar que $S_q \rightarrow 0$ en tiempo finito, siempre se elige

$$\gamma_m > \zeta_M \quad (\text{B.29})$$

de tal manera que $\mu > 0$ garantiza la existencia de un modo deslizante, debido a que B.28 es equivalente a la condición de modo deslizante $S_q^\top \dot{S}_q \leq -\mu |S_q|$ [38]. Esto indica que un modo deslizante es establecido en tiempo $t_s \leq (|S_q(t_0)|/\mu)$, y dado que $S_q(t_0) = 0$ para cualquier condición inicial, entonces un modo deslizante en $S_q(t) = 0$ es logrado para todo el tiempo.

Apéndice C

Modelo cinemático y dinámico de PHANToM premium 1.0.

C.1. Dispositivo háptico PHANToM premium 1.0

PHANToM 1.0 es un dispositivo háptico de tipo mayordomo, de tres grados de libertad totalmente actuado y hasta seis sensorizados basado en articulaciones de revolución, está conformado de posicionadores mecánico con propósitos de realimentación de fuerza [29].

C.1.1. Modelo cinemático

C.1.1.1. Modelo cinemático directo de posición

El modelo cinemático directo muestra la relación entre la posición y orientación del efector final y las coordenadas articulares. Este modelo permite conocer el desempeño del robot en el espacio de trabajo y se representa como

$$\rho(X, Y, Z) = f(q) \quad (\text{C.1})$$

donde $\rho \in \mathbb{R}^m$ define el vector de coordenadas operacionales del sistema y $q \in \mathbb{R}^n$ el vector de variables articulares, $n = 3$ es el número de variables articulares y $m = 3$ el número de coordenadas operacionales.

El algoritmo de Denavit-Hartenberg utiliza una matriz de transformación homogénea para la descripción de la relación espacial entre dos elementos rígidos adyacentes, escogiendo adecuadamente los sistemas de coordenadas asociadas para cada eslabón, es posible pasar de uno al siguiente mediante el producto de cuatro transformaciones básicas que dependen solamente de las características geométricas del eslabón. Estas transformaciones básicas consisten en una sucesión de rotaciones y traslaciones, que permiten obtener una relación entre el sistema de referencia del elemento i y el elemento $(i - 1)$ [22].

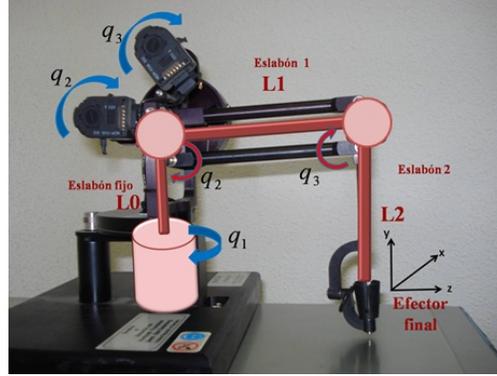


Figura C.1: Cadena cinemática PHANToM Premium 1.0.

i	α	a	d	q
1	$-\pi/2$	0	0	q_1
2	0	$L1$	0	q_2
3	0	$L2$	0	q_3

Tabla C.1: Parámetros Denavit-Hartenberg de PHANToM Premium 1.0.

En la Figura C.1 se muestra la cadena cinemática del PHANToM Premium 1.0. constituida por $L0$, $L1$ y $L2$, que corresponden a la longitud de los eslabones 1, 2 y 3, respectivamente. Los parámetros de Denavit-Hartenberg de acuerdo a esta cadena cinemática se presentan en la Tabla C.1

La matriz de transformación homogénea está dada como

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1S_3 & C_3S_3 & S_1(L1C_2 + L2S_3) \\ 0 & C_3 & S_3 & L2 - L2C_3 + L1S_2 \\ -S_1 & -C_1S_3 & C_1C_3 & -L1 + C_1(L1C_2 + L2S_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (C.2)$$

donde T_1^0 es la matriz de transformación homogénea del marco de coordenadas de origen al marco de coordenadas del primer eslabón, T_2^1 corresponde a la matriz de transformación homogénea del marco de coordenadas del primer eslabón al marco de coordenadas del segundo eslabón y T_3^2 corresponde a la matriz de transformación homogénea del marco de coordenadas del segundo eslabón al marco de coordenadas del tercer eslabón, $C_i = \cos(q_i)$ y $S_i = \sin(q_i)$. A partir de la matriz (C.2) se obtiene el modelo cinemático directo de posición, que permiten identificar las coordenadas operacionales del extremo final respecto al marco de referencia base (dedal en condiciones iniciales).

Dada la matriz de transformación homogénea, las ecuaciones que definen el modelo cinemático directo de posición, se describen por

$$\begin{aligned}x_{ws} &= S_1(L1C_2 + L2S_3) \\y_{ws} &= L2 - L2C_3 + L1S_2 \\z_{ws} &= -L1 + C_1(L1C_2 + L2S_3)\end{aligned}$$

C.1.1.2. Modelo cinemático inverso de posición

El modelo cinemático inverso de posición consiste en la expresión de los ángulos q_i de cada articulación en función de la posición del efector final, en coordenadas cartesianas. Es necesario considerar la posición inicial $q_1 = 0 \text{ rad}$, $q_2 = 0 \text{ rad}$, $q_3 = 0 \text{ rad}$ como marco de referencia, la cual representa una posición operacional en el origen de x_{ws} , y_{ws} y z_{ws} . En la Figura A.2 se hace una transformación del marco de referencia del eslabón fijo al efector final, a través de la vista superior del dispositivo definiendo la coordenada generalizada q_1 .

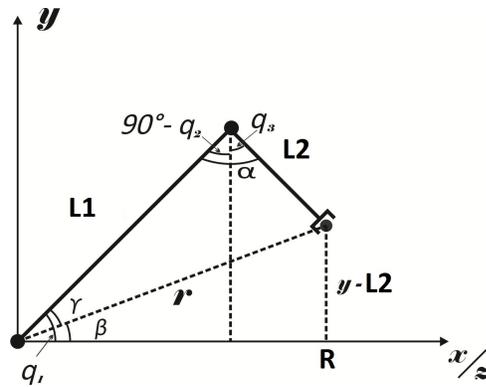


Figura C.2: Marco de referencia

De esta manera se obtiene q_1 dado por

$$q_1 = \arctan(x_{ws}/(z_{ws} + L1))$$

Las distancias r , R y los ángulos α , β y γ están descritos por

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x_{ws}^2 + (y_{ws} - L2)^2 + (z_{ws} + L1)^2} \\R &= \sqrt{x_{ws}^2 + (z_{ws} + L1)^2} \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{L1^2 + L2^2 - r^2}{2L1L2}\right) \\ \beta &= \arctan(y_{ws} - L2/R) \\ \gamma &= \arccos\left(\frac{L1^2 + r^2 - L2^2}{2L1r}\right)\end{aligned}$$

Físicamente, el dispositivo háptico PHANToM Premium 1.0 implica que $\gamma > 0$ y $\alpha > 0$, por lo tanto aplicando la ley de cosenos

$$q_2 = \alpha + \beta$$

$$q_3 = q_2 + \alpha - \pi/2$$

Note que si $\alpha = 180$ no implica ley de cosenos y físicamente el dispositivo háptico está sobre su límite máximo en el espacio de trabajo.

C.1.1.3. Modelo cinemático directo de velocidad

El modelo cinemático de velocidad relaciona a la velocidad articular en términos de la velocidad operacional, y corresponde a la derivada temporal del modelo cinemático de posición generando de esta manera la matriz Jacobiana J , y se define por

$$\dot{\rho}(X, Y, Z) = J_q(\rho(X, Y, Z))\dot{q}$$

donde $\dot{\rho}(X, Y, Z) \in \mathbb{R}^m$ representa el vector de velocidades operacionales, $J_q(\rho(X, Y, Z)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ define la matriz Jacobiana y $\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ corresponde al vector de velocidades articulares.

El modelo cinemático directo de velocidad está descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ws} \\ \dot{y}_{ws} \\ \dot{z}_{ws} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L1C_1C_2 + L2S_3C_1, & -L1S_1S_2, & L1S_1C_3 \\ 0 & L1C_2 & L2S_3, \\ -L1S_1C_2 - L2S_1S_3, & -L1S_2C_1, & L2C_1C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

por lo tanto la matriz Jacobiana está definida por

$$J_q(\rho(X, Y, Z)) = \begin{bmatrix} L1C_1C_2 + L2S_3C_1, & -L1S_1S_2, & L1S_1C_3 \\ 0, & L1C_2, & L2S_3 \\ -L1S_1C_2 - L2S_1S_3, & -L1S_2C_1, & L2C_1C_3 \end{bmatrix}$$

C.1.1.4. Modelo cinemático inverso de velocidad

El modelo cinemático inverso de velocidad de PHANToM Premium 1.0 está definido por

$$\dot{q} = J_q(\rho(X, Y, Z))^{-1}\dot{\rho}(X, Y, Z)$$

donde $J_q(\rho(X, Y, Z))^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, corresponde al Jacobiano inverso expresado de la siguiente forma

$$J_q(\rho(X, Y, Z))^{-1} = \frac{adj(J_q(\rho(X, Y, Z)))}{det(J_q(\rho(X, Y, Z)))}$$

El determinante del Jacobiano está dada por

$$\det(J_q(\rho(X, Y, Z))) = L1^2 L2 S2 S3 C2 + L1 C2^2 C3 + L2 S2 - L2 S2 C3^2 + L2 S3 C2 C3$$

con $q_3 \neq q_2 + \frac{\pi}{2}$ para evitar singularidades.

La matriz adjunta del Jacobiano se define como:

$$\text{adj}(J_q(\rho(X, Y, Z))) = \begin{bmatrix} L1L2C_1C_{2-3} & 0 & -L1L2S_1C_{2-3} \\ -L2S_1S_3(L1C_2 + L2S_3) & L2C_3(L1C_2 + L2S_3) & -L2S_3C_1(L1C_2 + L2S_3) \\ L1S_1C_2(L1C_2 + L2S_3) & L1S_2(L1C_2 + L2S_3) & L1C_1C_2(L1C_2 + L2S_3) \end{bmatrix}$$

C.1.1.5. Modelo cinemático directo de aceleración

El modelo cinemático de aceleración permite el mapeo de las aceleraciones articulares a las operacionales, y es definido a partir de la derivada temporal de $\dot{X} = J_q \dot{q}$.

$$\ddot{\rho}(X, Y, Z) = J_q(\rho(X, Y, Z))\ddot{q} + \dot{J}_q(\rho(X, Y, Z))\dot{q}$$

donde $\ddot{\rho}(X, Y, Z) \in \mathbb{R}^m$ representa al vector de aceleración operacional, $\ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ el vector de aceleración articular, $\dot{J}_q(\rho(X, Y, Z)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la derivada de matriz Jacobiana

El modelo cinemático directo de aceleración está descrito por

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{ws} \\ \ddot{y}_{ws} \\ \ddot{z}_{ws} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

donde

$$\dot{J}_{11} = -\{L1S_1C_2 + L2S_1S_3\}\dot{q}_1 - L1S_2C_1\dot{q}_2 + L2C_1C_3\dot{q}_3$$

$$\dot{J}_{12} = -L1S_2C_1\dot{q}_1 - L1S_1C_2\dot{q}_2$$

$$\dot{J}_{13} = L2C_1C_3\dot{q}_1 - L2S_1S_3\dot{q}_3$$

$$\dot{J}_{21} = 0$$

$$\dot{J}_{22} = -L1S_2\dot{q}_2$$

$$\dot{J}_{23} = L2C_3\dot{q}_3$$

$$\dot{J}_{31} = -\{L1C_1C_2 + L2S_3C_1\}\dot{q}_1 + L1S_1S_2\dot{q}_2 - L2S_1C_3\dot{q}_3$$

$$\dot{J}_{32} = L1S_1S_2\dot{q}_1 - L1C_1C_2\dot{q}_2$$

$$\dot{J}_{33} = -L2S_1C_3\dot{q}_1 - L2S_3C_1\dot{q}_3$$

C.1.1.6. Modelo cinemático inverso de aceleración

El modelo cinemático inverso de aceleración es el conjunto de ecuaciones que permite conocer la aceleración articular en términos de la aceleración operacional y de la velocidad articular, definida como $\ddot{q} = J_q^{-1}(\ddot{x} - \dot{J}_q \dot{q})$ y está descrito por

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = J_q(\rho(X, Y, Z))^{-1} \left[\begin{bmatrix} \ddot{x}_{ws} \\ \ddot{y}_{ws} \\ \ddot{z}_{ws} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \right]$$

C.1.2. Modelo dinámico

La dinámica es la rama de la mecánica la cual trata con el movimiento de los cuerpos bajo la acción de fuerzas. El comportamiento dinámico de un mecanismo de eslabones articulados es descrito en términos de la razón de cambio de la configuración del dispositivo en relación a los pares ejercidos por los actuadores. Durante el movimiento de un conjunto de eslabones articulados con el propósito de que el efector final describa una trayectoria deseada, el sistema de control tiene que producir pares en las articulaciones para equilibrar las fuerzas de los eslabones. Cuando un eslabón es acelerado, el actuador debe proporcionar un par superior a la inercia.

La metodología Euler-Lagrange para modelado de sistemas dinámicos, puede emplearse para el modelado de robots manipuladores. Las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico, así como de una interfaz háptica son definidas de una forma simple y sistemática de la siguiente manera

$$\tau = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} \quad (\text{C.3})$$

$$L(q, \dot{q}) = K - U; \quad K = \sum_{i=1}^n K_i; \quad U = \sum_{i=1}^n U_i \quad (\text{C.4})$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad (\text{C.5})$$

$$U_i = m_i g h_i \quad (\text{C.6})$$

donde $\tau \in \mathbb{R}^n$ corresponde al par del i -ésimo actuador, $L \in \mathbb{R}$ denota el Lagrangiano (suma de energías totales del robot), $K \in \mathbb{R}$ la energía cinética total del sistema, m_i define la masa del i -ésimo eslabón, v_i velocidad del i -ésimo eslabón, $U \in \mathbb{R}$ define la energía potencial total del sistema, g la constante de gravedad, h_i corresponde a la altura del centro de gravedad del i -ésimo eslabón.

Utilizando la ecuación (C.3) se obtiene la representación del modelo dinámico descrito (2.1). En esta dinámica no son considerados los esfuerzos de fricción dinámica articular.

Para este caso de estudio $i = 3$ debido a que el número de grados de libertad de PHANToM Premium 1.0 es $n = 3$, por lo tanto el modelo dinámico queda definido de la siguiente forma con los parámetros aproximados de longitudes y masas de los eslabones presentados en la Tabla C.2.

$$\begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & 0 & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

Donde:

$$h_{11} = (0.5L1^2 + 0.125L2^2)m_a + (0.125L1^2 + 0.5L3^2)m_c + 0.125L1^2(4m_a + m_c)\cos(2q_2) - 0.125(L2^2m_a + 4L3^2m_c)\cos(2q_3) + 0.125L1(L2m_a + L3m_c)\cos(q_2)\sin(q_3)$$

$$h_{22} = L1^2(m_a + 0.25m_c)$$

$$h_{23} = -0.5L1(L2m_a + L3m_c)\sin(q_2 - q_3)$$

$$h_{32} = -0.5L1(L2m_a + L3m_c)\sin(q_2 - q_3)$$

Parámetro	Valor	Unidad
m_a	17.5×10^{-3}	kg
m_c	10.4×10^{-3}	kg
m_{be}	0.0214	kg
m_{df}	0.1106	kg
$L1$	0.1397	m
$L2$	0.1397	m
$L3$	0.0325	m
$L4$	0.368	m
$L5$	0.0527	m
g	9.81	m/s^2

Tabla C.2: Parámetros del modelo dinámico de PHANToM Premium 1.0

$$\begin{aligned}
h_{33} &= 0.25L2^2m_a + L3^2m_c \\
c_{11} &= 0.25(-2\sin(q_2)[L1^2(4m_a + m_c)\cos(q_2) + 2L1(L2m_a + L3m_c)\sin(q_3)]\dot{q}_2) + \\
& 0.25\cos(q_3)(2L1(L2m_a + L3m_c)\cos(q_2) + (L2^2m_a + 4L3^2m_c)\sin(q_3))q_3 \\
c_{12} &= -0.25(L1^2(4m_a + m_c)\sin(2q_2) + 4L1(L2m_a + L3m_c)\sin(q_2)\sin(q_3))\dot{q}_1 \\
c_{13} &= -0.125(-4L1(L2m_a + L3m_c)\cos(q_2)\cos(q_3) - (L2^2m_a + 4L3^2m_c)\sin(2q_3))\dot{q}_1 \\
c_{21} &= 0.25(L1^2(4m_a + m_c)\sin(2q_2) - 4L1(L2m_a + L3m_c)\sin(q_2)\sin(q_3))\dot{q}_1 \\
c_{23} &= 0.5L1(L2m_a + L3m_c)\cos(q_2 - q_3)\dot{q}_3 \\
c_{31} &= 0.125(-4L1(L2m_a + L3m_c)\cos(q_2)\cos(q_3) + (L2^2m_a + 4L3^2m_c)\sin(2q_3))\dot{q}_1 \\
c_{32} &= 0.5L1(L2m_a + L3m_c)\cos(q_2 - q_3)\dot{q}_2 \\
g_1 &= 0 \\
g_2 &= g(L1(m_a + 0.5m_c) + L5m_{be})\cos(q_2) \\
g_3 &= g(0.5L2m_a + L3m_c - L6m_{df})\sin(q_3)
\end{aligned}$$

Apéndice D

Modelo cinemático y dinámico de PHANToM Omni

D.1. Dispositivo háptico PHANToM Omni

PHANToM Omni es un dispositivo háptico que cuenta con 6 grados de libertad subactuados y tres sensores de posición que permiten al usuario percibir realimentación de fuerza relacionada con algún obstáculo o el ambiente. Este dispositivo ha sido usado en muchas aplicaciones tales como, teleoperación, entretenimiento y aplicaciones médicas de diagnóstico y rehabilitación.

D.1.1. Modelo cinemático

D.1.1.1. Modelo cinemático directo de posición

La cadena cinemática de PHANToM Omni se muestra en la figura D.1 Una vez encontrada la matriz de transformación homogénea aplicando el algoritmo de Denavit-Hartenberg, se pueden definir las ecuaciones que describen el modelo directo de posición expresadas como [16] [1]

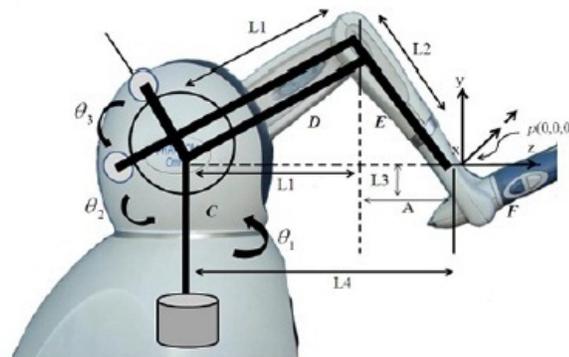


Figura D.1: Cadena cinemática PHANToM Omni.

$$\begin{aligned}x_{ws} &= -S_1(L2S_3 + L1C_2) \\y_{ws} &= L3 - L2C_3 + L1S_2 \\z_{ws} &= L2C_1S_3 + L1C_1C_2 - L4\end{aligned}$$

donde $L1$ y $L2$ corresponden a la longitud de los eslabones 1 y 2 respectivamente y $L3$ y $L4$ definen la compensación de la transformación del espacio de trabajo entre el origen del efector final y el primer eslabón.

D.1.1.2. Modelo cinemático inverso de posición

En la Figura D.2 se muestra la cinemática inversa del dispositivo háptico PHANToM Omni, descrita por

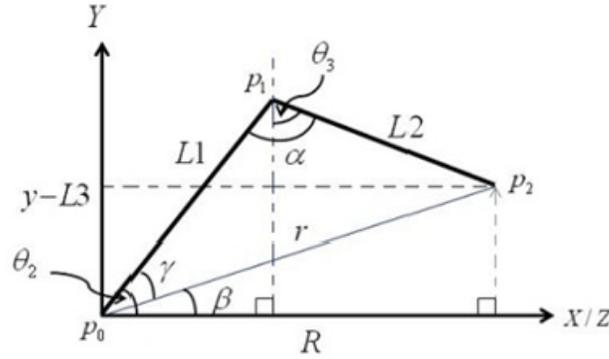


Figura D.2: Cinemática inversa de PHANToM Omni

De esta manera se obtiene θ_1 , θ_2 y θ_3 definidos por

$$\begin{aligned}\theta_1 &= -\arctan(x_{ws}/(y_{ws} + L4)) \\ \theta_2 &= \gamma + \beta \\ \theta_3 &= \theta_2 + \alpha - \pi/2\end{aligned}$$

Las distancias r , R y los ángulos α , β y γ están descritos por

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x_{ws}^2 + (y_{ws} - L3)^2 + (z_{ws} + L4)^2} \\ R &= \sqrt{x_{ws}^2 + (z_{ws} + L4)^2} \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{L1^2 + L2^2 - r_{ws}^2}{2L1L2}\right) \\ \beta &= \arctan((y_{ws} - L3)/R) \\ \gamma &= \arccos\left(\frac{L1^2 + r^2 - L2^2}{2L1r}\right)\end{aligned}$$

D.1.1.3. Modelo cinemático directo de velocidad

De acuerdo a la ecuación (D.1.1.1) el modelo cinemático directo de velocidad de PHANToM Omni está descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ws} \\ \dot{y}_{ws} \\ \dot{z}_{ws} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1(L2S_3 + L1C_2), & L1S_1S_2, & -L2S_1C_3 \\ 0, & L1C_2, & L2S_3 \\ -L1S_1C_2 - L2S_1S_3, & -L1S_2C_1, & L2C_1C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

por lo tanto la matriz Jacobiana se da por

$$J_\theta(\rho(X, Y, Z)) = \begin{bmatrix} J11 = -C_1(L2S_3 + L1C_2) & J12 = L1S_1S_2 & J13 = -L2S_1C_3 \\ J21 = 0 & J22 = L1C_2 & J23 = L2S_3 \\ J31 = -L1S_1C_2 - L2S_1S_3 & J32 = -L1S_2C_1 & J33 = L2C_1C_3 \end{bmatrix}$$

D.1.1.4. Modelo cinemático inverso de velocidad

El modelo cinemático inverso de velocidad de PHANToM Omni está definido por

$$\dot{\theta} = J_\theta(\rho(X, Y, Z))^{-1} \dot{\rho}(X, Y, Z)$$

donde el determinante del Jacobiano está dada por

$$\begin{aligned} \det(J_\theta(\rho(X, Y, Z))) &= (-L2C_1S_3 - L1C_1C_2)(L1L2C_1C_2C_3S_2S_3) \\ &\quad - (L2S_1S_3 + L1S_1C_2)(L1L2S_1S_2S_3C_2C_3) \end{aligned}$$

El Jacobiano inverso se define como

$$J_\theta(\rho(X, Y, Z))^{-1} = \begin{bmatrix} JI11 & JI12 & JI13 \\ JI21 & JI22 & JI23 \\ JI31 & JI32 & JI33 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
JI11 &= (J22 \cdot J33 - J32 \cdot J23)/Det(J_\theta) \\
JI12 &= (-J12 \cdot J33 + J13 \cdot J32)/Det(J_\theta) \\
JI13 &= (J12 \cdot J23 - J13 \cdot J22)/Det(J_\theta) \\
JI21 &= (J23 \cdot J31 - J21 \cdot J33)/Det(J_\theta) \\
JI22 &= (J11 \cdot J33 - J13 \cdot J31)/Det(J_\theta) \\
JI23 &= (-J11 \cdot J23 + J13 \cdot J21)/Det(J_\theta) \\
JI31 &= (J21 \cdot J32 - J22 \cdot J31)/Det(J_\theta) \\
JI32 &= (-J11 \cdot J32 + J12 \cdot J31)/Det(J_\theta) \\
JI33 &= (J11 \cdot J22 - J12 \cdot J21)/Det(J_\theta)
\end{aligned}$$

D.1.1.5. Modelo cinemático directo de aceleración

El modelo cinemático directo de aceleración está descrito por

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{ws} \\ \ddot{y}_{ws} \\ \ddot{z}_{ws} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{aligned}
\dot{J}_{11} &= \{L1S_1C_2 + L2S_1S_3\}\dot{\theta}_1 + L1S_2C_1\dot{\theta}_2 - L2C_1C_3\dot{\theta}_3 \\
\dot{J}_{12} &= L1S_2C_1\dot{\theta}_1 + L1S_1C_2\dot{\theta}_2 \\
\dot{J}_{13} &= L1C_1C_3\dot{\theta}_1 - L1S_1S_3\dot{\theta}_3 \\
\dot{J}_{21} &= 0 \\
\dot{J}_{22} &= -L1S_2\dot{\theta}_2 \\
\dot{J}_{23} &= L2C_3\dot{\theta}_3 \\
\dot{J}_{31} &= -\{L1C_1C_2 + L2S_3C_1\}\dot{\theta}_1 + L1S_1S_2\dot{\theta}_2 - L2S_1C_3\dot{\theta}_3 \\
\dot{J}_{32} &= L1S_1S_2\dot{\theta}_1 - L1C_1C_2\dot{\theta}_2 \\
\dot{J}_{33} &= -L2S_1C_3\dot{\theta}_1 - L2S_3C_1\dot{\theta}_3
\end{aligned}$$

D.1.1.6. Modelo cinemático inverso de aceleración

El modelo cinemático inverso de aceleración está descrito por

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = J_\theta(\rho(X, Y, Z))^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \right\}$$

D.1.1.7. Modelo Dinámico

El modelo dinámico del dispositivo háptico PHANToM Omni puede ser representado por la ecuación general de robots manipuladores descrita anteriormente. Los parámetros aproximados de longitudes y masas de los eslabones se muestran en la tabla D.1.

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

Parámetro	Valor	Unidad
$L1$	0.1333	m
$L2$	0.1333	m
$L3$	0.0233	m
$L4$	0.1683	m
k_1	$1.798x10^{-3}$	kg
k_2	$0.864x10^{-3}$	m/s
k_3	$0.486x10^{-3}$	m/s
k_4	$2.766x10^{-3}$	m/s
k_5	$0.308x10^{-3}$	m/s
k_6	$2.526x10^{-3}$	kg
k_7	$0.652x10^{-3}$	kg
k_8	$164.158x10^{-3}$	m/s^2
k_9	$94.050x10^{-3}$	m/s^2
k_{10}	$117.294x10^{-3}$	m/s^2

Tabla D.1: Parámetros del modelo dinámico de PHANToM Omni

Donde:

$$h_{11} = k_1 + k_2 \cos(2\theta_2) + k_3 \cos(2\theta_3) + k_4 \cos(\theta_2) \sin(\theta_3)$$

$$h_{12} = k_5 \sin(\theta_2)$$

$$h_{13} = 0$$

$$h_{21} = k_5 \sin(\theta_2)$$

$$h_{22} = k_6$$

$$h_{23} = -0.5k_4 \sin(\theta_2 - \theta_3)$$

$$h_{31} = 0$$

$$h_{32} = -0.5k_4 \sin(\theta_2 - \theta_3)$$

$$h_{33} = k_7$$

$$c_{11} = -k_2 \dot{\theta}_2 \sin(2\theta_2) - k_3 \dot{\theta}_3 \sin(2\theta_3) - 0.5k_4 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) \sin(\theta_3) + 0.5k_4 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3)$$

$$c_{12} = -k_2 \dot{\theta}_1 \sin(2\theta_2) + k_5 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - 0.5k_4 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2) \sin(\theta_3)$$

$$c_{13} = -k_3 \dot{\theta}_1 \sin(2\theta_3) + 0.5k_4 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3)$$

$$c_{21} = k_2 \dot{\theta}_1 \sin(2\theta_2) + 0.5k_4 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2) \sin(\theta_3)$$

$$c_{22} = 0$$

$$c_{23} = 0.5k_4 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)$$

$$c_{31} = k_3 \dot{\theta}_1 \sin(2\theta_3) + 0.5k_4 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3)$$

$$c_{32} = -0.5k_4 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_3), c_{33} = 0$$

$$g_1 = 0, g_2 = k_8 \cos(\theta_2) + k_{10}(\theta_2 - 0.5\pi), g_3 = k_9 \sin(\theta_3)$$

Las variables $k_1 - k_{10}$ son los efectos de inercia y gravedad, masas y longitud de los eslabones [37].

Bibliografía

- [1] Vicente Parra-Vega Alejandro Jarillo-Silva, Omar A. Domínguez-Ramírez and J. Patricio Ordaz-Oliver. Phantom omni haptic device: Kinematic and manipulability. In *2009 Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference*, pages 193–199, 2009.
- [2] El-Kebir Boukas. Discrete-time systems with time-varying time delay: stability and stabilization. *Mathematical Problems in Engineering*, pages 1–10, 2006.
- [3] N. Chopra. Control of robotic manipulators under time-varying sensing-control delays. In *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1–6, 2010.
- [4] Aurora M. Edgar P. and Ramón S. *Mecatrónica*. Colección CIDETEC, Instituto Politécnico Nacional, 2010.
- [5] T. M. Krummel F. Vahora, B. Temkin and P. J. Gorman. Development of real-time virtual reality haptic application: Real-time issues. In *Proceedings 12th IEEE Symp. on Digital Object Identifier*, pages 290–295, 1999.
- [6] E. P. Ryan H. Logemann and S. Townley. Integral control of linear systems with actuator nonlinearities: Lower bounds for the maximal regulating gain. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 44, No. 6, pages 1315–1319, 1999.
- [7] O. A. Domínguez-Ramírez J. A. Turijan-Rivera, F.J. Ruiz-Sanchez and V. Parra-Vega. Modular platform for haptic guidance in paediatric rehabilitation of upper limb neuromuscular disabilities. In *Converging Clinical and Engineering Research on Neurorehabilitation, BIOSYSROB 1*, pages 925–929, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
- [8] A. Annaswamy J. Cheong, S.-I. Niculescu and A. Mandayam. Modular platform for haptic guidance in paediatric rehabilitation of upper limb neuromuscular disabilities. In *Eurohaptics Conference, 2005 and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, pages 392–397, 2005.
- [9] E. Camacho J.E. Normey-Rico. Dead-time compensators: A survey. *Control Engineering Practice*, pages 16(4):407–428, 2008.
- [10] Miroslav K. *Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive and PDE systems*. MA: Birkhauser, 2009.

-
- [11] V. Kharitonov K. Gu and J. Chen. *Stability of time-delay systems*. Birkhauser,Basel, 2003.
- [12] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [13] Phillip M. *Introduction to Robotics*. Addison-Wesley Longman Publishing Co. Inc., 1991.
- [14] Manfred Morari. Robust stability of systems with integral control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-30 No. 6, pages 574–576, 1985.
- [15] Shimon N. *Handbook of Industrial Robotics*. John Wiley and Sons, 1999.
- [16] A. Nygaard. *High-Level Control System for Remote Controlled Surgical Robots Haptic Guidance of Surgical Robot*. 2008.
- [17] Sabine M. Hugo R. Rogelio L. Jairo O. and Sergio S. Predictor-based position control of a quad-rotor with delays in gps and vision measurement. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, pages 70(1–4):13–26, 2012.
- [18] S. Ohara O. Wongwirat. Haptic media synchronization for remote surgery through simulation. *IEEE MultiMedia*, 3:62–69, 2006.
- [19] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Prentice Hall, 1998.
- [20] Mario O. Ordaz Oliver. *Conrol Sub-Óptimo y Convencional con Penalización Robusta para Sistemas Hápticos Sujetos a Incertidumbres Dinámicas y Latencia*. Septiembre 2013.
- [21] Arimoto S. Liu Y. Hirzinger G. Parra-Vega, V. and P. Akella. Dynamic sliding pid control for tracking of robot manipulators: Theory and experiments. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, VOL. 19, NO. 6, 2003.
- [22] Murray R. and Sastry S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC press, 1994.
- [23] Omar A. Domínguez Ramírez. *Diseño e Integración de una Interfaz Háptica Activa Realista*. Abril 2005.
- [24] Petar V. Kokotovic Randy A. Freeman. Robust integral control for a class of uncertain nonlinear systems. *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*, pages 2245–2250, 1995.
- [25] Per Johan Nicklasson Romeo Ortega, Antonio Loría and Herbertt Sira-Ramírez. *Passivity based Control of Euler Lagrange Systems*. Springer, 1998.
- [26] Peterson Rus D. Corke P. R. networked robots: Flying robot navenation using a sensor net. *Robotics Research*, 2005.
- [27] Tachi S. Whither force feedback. *IEEE Proceedings of Virtual Reality Annual International Symposium in Research*, pages 11–15, 1995.

- [28] L. Sciavicco and B. Siciliano. *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Springer-Verlag, 2000.
- [29] Alejandro Jarillo Silva. *Diseño e Implementación de Técnicas de Control No Lineal Basadas en Pasividad Aplicadas a Guiado Háptico*. Febrero 2010.
- [30] Kinsman SL. *Congenital anomalies of the central nervous system, Textbook of Pediatrics*. Saunders Elsevier, 2011.
- [31] J. J. Slotine and W. Li. On the adaptive control of manipulators. *Internat. J. Robotics Research*, 1987.
- [32] J.J.E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [33] O.J.M. Smith. Closer control of loops with dead time. *Chemical Engineering Progress*, pages 53(5):217–219, 1959.
- [34] Antonio González Sorribes. *Sistemas Dinámicos con Retardos Temporales*. Octubre 2011.
- [35] Mark W. Spong and M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*. Wiley, 2008.
- [36] Y. Stepanenko and C. H. Su. Variable structure control of robot manipulators with nonlinear sliding manifold. *Internat. J. Control*, 1993.
- [37] Itthisek Nilkhamhang Thitipong Sansanayuth and Kanokvate Tungpimolrat. Teleoperation with inverse dynamics control for phantom omni haptic device. *SICE Annual Conference*, pages 2121–2126, 2012.
- [38] V. Utkin. *Variable: Structure Systems: Control and Optimization*. Springer-Verlag, 1992.
- [39] E.I. Verriest. Stability of systems with state-dependent and random delays. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, page 19(1 and2):103, 2002.
- [40] T. Li C. Lin X.L. Zhu, G.H. Yang and L. Guo. Lmi stability criterion with less variables for time-delay systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*, pages 7(4):530–535, 2009.
- [41] Borkowski A. Gnatowski M. y Makec J. Mobile robot cooperation in simple environments. *In Robot Motion and Control, Proceedings of the Second International Workshop on*, pages 109–114, 2001.
- [42] Roger N. y Nicholas O. Mikell G. *Robótica industrial*. Mc Graw Hill, 1994.
- [43] W. Ye Z. Li. Adaptative hybrid motion/force control of bilateral tele-operation with unsmmetrical time-varying delays. *Proc. IEEE international Workshop*, pages 13–18, 2011.