UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

ÁREA ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

“Identificación de patrones y su generalización como introducción al álgebra en el nivel medio superior”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Maestro en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica

PRESENTA:
ARTURO SÁNCHEZ CERVANTES

DIRECTOR DE TESIS:
DR. ORLANDO AVILA POZOS

julio de 2019

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
School of Engineering and Applied Sciences

150 Años de Vida Institucional 1869-2019

Mineral de la Reforma, Hgo., a 5 de Julio de 2019

Número de control: ICBI-D/788/2019
Asunto: Autorización de impresión de tesis.

MTRO. JULIO CÉSAR LEINES MEDÉCIGO
DIRECTOR DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

Por este conducto, le comunico que el Comité Revisor asignado al C. Arturo Sánchez Cervantes, alumno de la Maestría en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica, con número de cuenta 364609, autoriza la impresión del trabajo de tesis titulado "Identificación de patrones y su generalización como introducción al álgebra en el nivel medio superior" en virtud de que se han efectuado las revisiones y correcciones pertinentes.

A continuación se registran las firmas de conformidad de los integrantes del Comité Revisor.

PRESIDENTE:	Dr. Roberto Ávila Pozos	
SECRETARIO:	M. en C. Marcos Campos Nava	
VOCAL:	Dr. Orlando Ávila Pozos	
SUPLENTE:	Dr. Aarón Reyes Rodríguez	

Sin otro particular, reitero a usted la seguridad de mi atenta consideración.

Atentamente
"Amor, Orden y Progreso"

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
ICBI
DIRECCIÓN

Dr. Óscar Rodolfo Suárez Castillo
Director del ICBI

ORSC/POJM

Ciudad del Conocimiento
Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5 Colonia Carboneras,
Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184
Teléfono: +52 (771) 71 720 00 ext. 2231 Fax 2109
direccion_icbi@uaeh.edu.mx

www.uaeh.edu.mx

AGRADECIMIENTOS:

Gracias a Dios y a la vida.

A mi esposa por apoyarme y creer en mí en todo momento, por ser mi motivación para dar de manera firme cada paso en este trayecto profesional, y con ello no claudicar aunque la tempestad este a su máximo esplendor.

A mi hija por aguantar mis pláticas acerca de las experiencias vividas durante los cursos, y que a su manera me brindaba la energía para continuar.

A mi asesor el Dr. Orlando Ávila Pozos por su paciencia y sobre todo por los aportes en esta investigación, a los profesores de la Maestría, por compartir su conocimiento.

A mis compañeros de generación por su apoyo incondicional, y por los gratos momentos que pasamos durante esta travesía.

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA A INVESTIGAR

1.1 Introducción.

Desde la época antigua, las matemáticas han ayudado al ser humano en la toma de decisiones basándose en hechos que pueden ser comprobables y también aplicables en otras ciencias. Se ha desarrollado con fines prácticos con la finalidad de ayudarnos a comprender el mundo que nos rodea, de tal manera que podamos entender, predecir e interpretar fenómenos en distintas áreas disciplinares.

Actualmente, los estudiantes tienen una gama infinita de posibilidades para desarrollar competencias profesionales, sin embargo, la baja capacidad de poder tomar decisiones, la poca habilidad para solucionar problemas e identificar patrones por parte de los estudiantes, los limitan en la obtención y desarrollo de dichas competencias, por tal motivo, el trabajo en los centros escolares, llevado a cabo por los docentes de matemáticas, tiene como principio fundamental transformar la idea que tiene la sociedad, la cual, no le da sentido ni importancia al estudio de las matemáticas como medio para obtener mejores oportunidades de trabajo o estudio.

Uno de los principales problemas a los que se enfrentan los profesores de matemáticas es a la resistencia por parte de los estudiantes hacia el estudio de las matemáticas, y a pesar de buscar nuevas estrategias para implementarlas en el salón de clase, parece no rendir frutos dicho esfuerzo.

Pero no basta con tener la intención de buscar nuevas estrategias para lograr una mejor aceptación de los alumnos hacia las matemáticas, más bien se debe buscar la capacitación adecuada en didáctica, en conocimientos disciplinares y epistemológicos, que en primera instancia preparen a los docentes en matemáticas, para que con ello, cuenten con conocimientos profundos de la ciencia como tal, y no esperar soluciones repentinas sin la adecuada preparación docente.

En este trabajo se analizaron aspectos fundamentales como son: el diseño de actividades que refuercen en los estudiantes tópicos matemáticos, específicamente de generalización de patrones y sucesiones numéricas, para que de manera sustancial se logre ayudar a los estudiantes a desarrollar mejores estructuras mentales que le permitan en un futuro desarrollar mejores conocimientos subsecuentes, como son las operaciones con expresiones algebraicas y con ello llegar a la solución de problemas matemáticos mediante el uso del álgebra y la geometría. Para tal efecto, en el presente trabajo se diseñaron actividades de apoyo para los estudiantes, para generar un pensamiento más profundo en el análisis de los problemas con sucesiones y patrones numéricos, y de manera puntual se esperaba que generaran respuestas basadas en conocimientos adquiridos durante las sesiones de clase y que, con la implementación de tareas pudieran resolver diversas problemáticas.

Al realizar la investigación se aplicaron las tareas diseñadas a un grupo de segundo semestre de nivel medio superior, encontrando diversos problemas para plantear una forma general de representar patrones, sin embargo, mediante la ayuda del profesor, se lograron cambios significativos en la forma de abordar problemas por parte de los estudiantes, en donde, por medio del uso de diversos métodos plantearon posibles soluciones para llegar a las generalizaciones.

1.2 Revisión de la literatura.

Londoño, Kakes y Alamo (2014) analizaron las dificultades que presentan estudiantes de nivel medio superior cuando se enfrentan a situaciones de identificación de patrones. En el marco teórico se hace una distinción entre letras ignoradas, letras como objetos, letras evaluadas, como incógnitas, como números generalizados y como variables (Kucheman, 1978). En este trabajo implementaron tres actividades, que combinaron álgebra y geometría. Los principales resultados obtenidos es que los alumnos que participaron en el estudio no encuentran dentro de su lenguaje algebraico una expresión que represente lo que se pide, además de que hacen uso de la variable en su forma más elemental; a partir de los resultados hallados se puede expresar que los alumnos a pesar de haber aprobado varios cursos de algebra elemental, no cuentan, en la preparatoria con herramientas algebraicas que le permitan llegar al proceso de generalización.

Salinas y Moreno (2014) analizaron mediante actividades didácticas el tipo de dificultades que tienen los alumnos de primer año de bachillerato para elaborar un razonamiento deductivo, a partir de la identificación de patrones de números poligonales y observar si logran superar dichas dificultades con cierta orientación del profesor. Establecen que la dificultad fundamental que muestran los alumnos de bachillerato para transitar de un razonamiento inductivo a uno deductivo, es comprender la diferencia entre los casos particulares y el aspecto general al cual llegan con su generalización. Los estudiantes interiorizan gradualmente los patrones y las actividades que realizan se basan en un análisis inductivo, lo cual es la estrategia central que utilizan para generalizar patrones, sin embargo, no logran desvincularse del mismo tipo de razonamiento cuando se trata de probar un resultado general, confundiendo la demostración con una comprobación de datos.

Benito, Matamoros e Izquierdo (2015) buscaron entender la comprensión del concepto de sucesión numérica en estudiantes de secundaria, utilizando la perspectiva proporcionada por Piaget y García en relación con el desarrollo de un esquema a través de varios niveles (intra, inter y trans). Lo anterior, para obtener información de cómo el uso de progresiones por parte de los estudiantes en la resolución de una tarea les permite profundizar sobre los niveles en el desarrollo del concepto de sucesión numérica. Los investigadores seleccionaron dos tareas de diferentes libros de texto. Los estudiantes resolvieron estas tareas durante clase en sesiones de una hora. Posteriormente los investigadores realizaron una entrevista a los estudiantes con duración de una hora. Los resultados fueron organizados en dos apartados: a) estudiante que hace un uso incorrecto de las relaciones en la progresión, b) estudiante que hace uso correcto de dichas relaciones. En conclusión, los dos estudiantes considerados utilizan de forma diferente los modos de representación de ambas tareas, mientras que uno de ellos se traslada del modo gráfico al modo algebraico y que se coloca en un nivel inter, el otro estudiante, resuelve las tareas de forma indistinta en un modo o en otro colocándose en un nivel trans.

Chalé y Acuña (2013) buscaron indagar mediante actividades didácticas aplicadas a 36 estudiantes de nivel medio superior, cómo analizaban secuencias de crecimiento geométrico, con base en representaciones gráficas, así como la forma en que expresaban algebraicamente el patrón que subyace a una secuencia; teniendo como supuesto que el análisis visual organizado de las secuencias puede contribuir a la detección, formulación y generalización de patrones. A partir de los niveles de generalización de Radford, detectaron tres formas de cómo influye la visualización en el proceso de resolución de secuencias gráficas en la introducción al álgebra: 1) generalización factual, es decir, lo que variaba fue notado por los estudiantes; 2) generalización contextual, en algunas ocasiones colocaron por escrito su procedimiento y en otras no; y 3) generalización simbólica, la variación fue representada por símbolos.

Acosta (2016) en su trabajo de tesis centró su investigación en aportar elementos para el rediseño del discurso matemático escolar en el bachillerato desde el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVar) tomándolo como base para el tratamiento de otros dominios del pensamiento distintos a los del Cálculo. Usó la primera fase de la metodología basada en el diseño con la intención de construir una trayectoria hipotética de aprendizaje que es un “modelo teórico para el diseño de la instrucción matemática". La trayectoria hipotética de aprendizaje que construyó se dividió en dos momentos: i) Patrones visuales y ii) patrones numéricos. Concluyendo en que el diseño de estas trayectorias podrían favorecer escenarios de desarrollo profesional docente que ayuden a mejorar el entendimiento en los estudiantes.

Con la revisión de la literatura podemos identificar que trabajar con tareas previamente diseñadas y aplicadas a una población también previamente seleccionada, obtendremos datos para analizar de manera más precisa. Las investigaciones analizadas en este apartado nos ayudarán en el diseño y análisis de las que serán aplicadas en nuestra investigación, pues lo que pretendemos obtener es la forma en que los estudiantes abordan un problema de patrones y series numéricas, y con ello poder identificar si sus análisis pueden ser útiles como una introducción al estudio del álgebra.

1.3 Planteamiento del problema.

En el nivel medio superior los estudiantes se enfrentan a diversas problemáticas, sin embargo en este trabajo se analizarán las formas de solucionar y de pensar de ellos al momento de dar solución a problemas que impliquen el uso del algebra, haciendo uso de la generalización y de patrones numéricos. Otra parte fundamental en nuestro estudio es que los alumnos no tienen una buena preparación en los grados anteriores al nivel medio superior, pero para nosotros ese no será nuestro principal problema, definitivamente debemos enfocarnos en desarrollar actividades didácticas que ayuden y motiven a los estudiantes en la solución, pero sobre todo en la compresión de los problemas de índole matemática que se les presenten en el colegio.

En la Escuela Preparatoria Oficial Núm. 204 del Estado de México los alumnos que ingresaron en agosto de 2017, después de haber realizado una prueba diagnóstica presentaron rezagos muy marcados en la realización de operaciones aritméticas básicas, y aún más, evidenciaron dificultades en realizar operaciones aritméticas que utilicen números racionales, y qué decir cuando se introducen símbolos (letras, variables), pues es ahí en donde ya no son capaces de hacer conexiones entre sus conocimientos anteriores con los que están adquiriendo.

Con lo anterior, se plantean algunas preguntas que los estudiantes se hacen y hacen al profesor al momento de trabajar en las clases de matemáticas: *¿Para qué me sirve estudiar matemáticas? ¿En qué parte de mi vida cotidiana se van a utilizar estos problemas? ¿Cómo puedo visualizar el procedimiento para resolver el problema? ¿Hay alguna forma para poder encontrar soluciones más rápido?*

Debido a la preocupación que genera el rechazo hacia las matemáticas por los estudiantes en este colegio, la presente investigación pretende aportar elementos que permitan a los estudiantes un mejor entendimiento del álgebra a partir de identificación de patrones numéricos y sucesiones numéricas, mediante el diseño de actividades de clase que permitan incursionar a los alumnos en esta temática del uso de las sucesiones y patrones numéricos, es decir, permitiéndoles generar conexiones mentales mejor cimentadas para trabajar con el álgebra; y de la misma manera se espera que otros docentes puedan implementar las estrategias que emanen como resultado de ésta investigación, siempre y cuando se ajusten a su contexto y condiciones de trabajo.

1.3.1 Delimitación del problema.

En este tercer milenio …"la globalización nos ha envuelto de manera inexorable, en una mezcla entre sociedades y culturas, por lo que la transformación de la educación no consiste solamente en la resolución de los déficits económicos y materiales, ni en la reorganización y ampliación curricular, sino también en crear las condiciones de una formación integral continua…

…La esencia de la Educación Media Superior (EMS) en México, consiste en brindar a los estudiantes oportunidades de aprendizaje con calidad, independientemente del nivel económico, social o lugar de residencia…" (Hernández, 2009, p. 1,2). La EMS es uno de los tipos de educación en México que incluye la educación media profesional y el bachillerato. En la ley para la Coordinación de la Educación Superior, de manera específica el artículo tercero, se denomina como la educación que es impartida en el nivel bachillerato o sus equivalentes, donde cada institución es la responsable de los servicios que brinda (Alcántara y Zorrilla, 2009). Los jóvenes que cursan el nivel Medio Superior tienen una edad entre quince y dieciocho años y reciben este servicio en instituciones federales, estatales, autónomas o particulares. Los planes de estudio que se abordan en su mayoría constan de tres años que se imparten durante ciclos semestrales o anuales, según sea el caso.

El bachillerato impartido en el Estado de México es propedéutico estatal, ya que prepara al estudiante en todas las áreas del conocimiento para que pueda cursar estudios universitarios y se cursa en tres años. Tiene fundamentos teóricos en el modelo pedagógico constructivista, la teoría psicológica cognitiva y el enfoque por competencias, lo cual se observa en la Reforma Integral de la Educación Media Superior (SEP, 2008), la cual busca el fortalecimiento de la calidad, equidad y cobertura del servicio educativo, acorde al trabajo por competencias de los estudiantes. Asimismo, determina tres principios básicos (Acuerdo, 442), siendo el reconocimiento universal de todas las modalidades y subsistemas del bachillerato; la pertinencia y relevancia de los planes y programas de estudio; y finalmente, el tránsito de estudiantes entre subsistemas y escuelas.

Las instituciones da Bachillerato estatal que llevan por nombre Escuelas Preparatorias Oficiales, están distribuidas a lo largo y ancho del Estado de México, teniendo programas de estudio independientes a los programas federales, esto genera una problemática al momento de alinear los currículos con los de las universidades, pues en cuanto a matemáticas, por ejemplo, no se llevan programas como el de matemáticas 1, 2, 3, etc., en su lugar llevan por nombre pensamiento numérico y algebraico, pensamiento algebraico, pensamiento trigonométrico, etc., por lo que la forma de abordar las temáticas es complicada.

En los últimos años la idea de que los estudiantes aprendan matemáticas a través de la resolución de problemas se presenta como relevante en casi todas las propuestas curriculares (NCTM, 2000; BOC, 2002(55); SEP, 1996). Se sugiere a los estudiantes construyan su propio conocimiento a partir de procesos que involucran la problematización de los contenidos de estudio. (Camacho y Santos, 2004).

…Es necesario el uso de todos aquellos recursos tecnológicos (calculadoras gráficas, programas informáticos e internet) que resulten adecuados para facilitar la visualización, la comprensión, la experimentación, la reflexión, el análisis, así como para el desarrollo de procedimientos rutinarios… (BOC, 2002, 59, de Camacho Machín y Santos Trigo, 2004)

Con el desarrollo de las nuevas reformas en la educación (la reforma del Artículo 3° constitucional), lo primero que debemos preguntarnos es si están apegadas o alineadas con los currículos que se imparten en los colegios, pues no se debe dejar de lado la importancia del trabajo conjunto de todos los docentes del área de matemáticas, con las materias que se imparten, pero sobre todo se debe de tomar como principal eje el contexto social y cultural que tiene cada una de las comunidades del país, y de manera particular, la comunidad de donde surge la presente investigación.

1.3.2 Justificación.

En la actualidad los planteles del Estado de México de la educación media superior, se han sometido a una serie de reformas curriculares las cuales han propiciado incertidumbre en los profesores y confusión en los estudiantes, pues en el primero de los casos a los docentes se les exige cumplir con todos los temas que vienen en el currículo, pero enfocándose al nuevo Modelo Educativo, en el cual se marca como principio fundamental la contextualización de todos los temas de matemáticas y que en muchas ocasiones se derivan en problemas que nada tienen que ver con la realidad, aunque en primera instancia las matemáticas nos preparan para tener un pensamiento reflexivo más amplio que les permitirá resolver problemas de la vida cotidiana; un ejemplo de problemas que no ayudan a reflexionar de manera adecuada es: se requiere repartir 7/6 de pintura en tres recipientes de modo que cada uno contenga la misma cantidad de pintura; en ningún momento de la vida cotidiana se presentan problemas similares al anterior. En segundo lugar los estudiantes se preguntan si realmente lo que se enseña en la materia de matemáticas les servirá al menos para ingresar a la Universidad, poniendo en entredicho lo que el profesor les plantea en clase, pues por la falta de información por parte del profesor pareciera que lo que les está diciendo a los alumnos carece de veracidad y más aún, las actividades programadas no generan una motivación e interés en los estudiantes.

Lo más preocupante es que el alumno minimiza la importancia de las matemáticas por falta de motivación hacia esta ciencia, y cree que solo los científicos pueden acceder a ellas y sobre todo entenderlas. A partir de lo anterior es importante poner atención en los problemas que al estudiante se le presentan en el salón de clases, ya que son de índole variada y de diversos contextos, lo cual lo coloca en una posición de confusión; en éste trabajo nos enfocaremos en las problemáticas que se le presentan a los estudiantes al trabajar problemas que impliquen el uso del álgebra, para ello, la identificación de patrones mediante su generalización, es la antesala al estudio del álgebra, con lo cual podrán adentrarse a un mayor entendimiento de ésta.

Por tal motivo en esta investigación se trabajó en generar actividades con un enfoque didáctico hacia las matemáticas que le permitan al docente y al alumno adentrarse en conocimientos matemáticos más profundos, de manera que, partiendo de aspectos un tanto abstractos llegaran a particularizar aspectos concretos, teniendo como meta principal un mejor entendimiento del álgebra en los estudiantes de bachillerato de la Escuela Preparatoria Oficial Núm. 204.

1.4. Los objetivos planteados y la pregunta de investigación.

En este capítulo se abordan los objetivos general y particulares así como la pregunta de investigación, que surgen de las necesidades de un sector estudiantil específico y que buscan disminuir una brecha considerable en cuanto a los conocimientos referentes al álgebra.

1.4.1 Objetivo General.

Llevar a cabo una descripción, evaluación e implementación de actividades didácticas en la materia de Pensamiento Algebraico, con la cual los estudiantes mejoren su desempeño en la comprensión del álgebra, a partir de generalizar patrones que permitan una mejor modelación de los problemas y amplíen el panorama de los alumnos en la solución de problemas matemáticos subsecuentes.

1.4.2 Objetivos Particulares.

1. Propiciar el desarrollo de habilidades matemáticas mediante la implementación de actividades didácticas que le permitan a los estudiantes de primer grado de Bachillerato expresar generalizaciones mediante el uso de patrones y su generalización.

2. Establecer conexiones entre los conocimientos previos con los que cuentan los estudiantes con los adquiridos referentes al modelado de patrones numéricos que les permitan adentrarse en el álgebra.

3. Implementar actividades didácticas que conduzcan tanto a profesores como a estudiantes en un mejor entendimiento de situaciones (escolares y contextuales) en las que tengan que hacer uso del álgebra.

1.4.3 Pregunta de investigación.

¿Qué efecto tiene en el aprendizaje del algebra, el aplicar tareas específicas que involucren actividades de generalización a los estudiantes de segundo semestre de bachillerato de la Escuela Preparatoria oficial núm. 204?

CAPITULO 2. EL MARCO CONCEPTUAL.

En este capítulo se realiza una representación general de toda la información que se maneja en el proceso de investigación llevado a cabo. El marco conceptual nos ayuda básicamente a manejar ordenadamente ciertos conceptos básicos.

El marco de investigación se estructura por una serie de ideas y conceptos que orientan la observación y el análisis de un fenómeno desde cierta perspectiva. Un problema de investigación puede ser abordado utilizando diferentes marcos. Puesto que la matemática requiere un marco de investigación que incluya la concepción de la naturaleza de las matemáticas y por ende una interpretación de lo que significa enseñar y aprender matemáticas, resulta imperante explicitar el marco con el cual se llevará a cabo la recolección de datos y análisis de los mismos. La investigación será mediante un marco que nos permite emplear diversos tipos de conceptos, para facilitar el análisis de los datos recabados y poder con ello dar respuesta a nuestra pregunta de investigación.

El marco conceptual según Eisenhart (1991) es una estructura de justificaciones del porque un conjunto de conceptos que se relacionan son útiles para orientar la respuesta a las preguntas generadas en la investigación, para analizar los resultados y poder explicarlos. Como anteriormente se mencionó, el estudio y tratamiento de la matemática implica una serie de consideraciones en cuanto a conocimientos previos para la solución de problemas, y como tal, se cree muy importante el hecho de que esta disciplina está enfocada a la *solución de problemas*.

Para lograr aprendizajes en las matemáticas es vital llevar a cabo actividades que son similares a las desarrolladas por los matemáticos profesionales al crear un nuevo conocimiento disciplinar (Simón y Blume, 1996). Autores como Schoenfeld (1992), Santos Trigo (2007), proponen que el tipo de actividades desarrolladas por un estudiante deberían ser similares a aquellas realizadas por un matemático con la finalidad de comprender a la matemática como una ciencia en constante desarrollo, en vez de la creencia generalizada de ser una disciplina acabada. Es necesario, por lo tanto, que los estudiantes vean a las matemáticas como un disciplina con sentido; que interactúen e internalicen los principios asociados a esta disciplina, necesitan aprender matemáticas en un salón de clases donde los valores de las matemáticas sean reflejados en la práctica cotidiana (Schoenfeld, 1985).

Resulta muy importante que los estudiantes exploren relaciones, analicen casos particulares, formulen conjeturas y sobre todo, las justifiquen. G. Polya (1965, p. 81) dice lo siguiente:

> La solución de problemas es una escuela de voluntad. Resolviendo problemas que parecen difíciles, el alumno aprende a preservar pese a los fracasos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a hacer un llamado a toda su fuerza de concentración. Si el alumno no encuentra en la escuela la oportunidad de familiarizarse con las diversas emociones que ofrece el esfuerzo con vista a la solución, su educación matemática ha fallado en su objeto más esencial.

2.1 Marco de resolución de problemas.

La resolución de problemas en educación matemática es multidisciplinar y multifocal, considerándose una actividad matemática y también un objeto educativo relevante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Ambas perspectivas, que no pueden entenderse la una sin la otra, han propiciado el desarrollo de dos grandes líneas de investigación educativa: i) la que se preocupa por enseñar a resolver problemas y ii) la que está orientada a estudiar cómo pensamos cuando resolvemos problemas.

La idea de que aprender matemáticas se relaciona con la participación activa del estudiante en la construcción y desarrollo de relaciones o resultados matemáticos y ubica a esta disciplina como un cuerpo dinámico de conocimientos en constante expansión. En este proceso, el estudiante recolecta información descubre o crea relaciones, discute sus ideas, plantea conjeturas y constantemente evalúa y contrasta sus resultados. En matemáticas uno puede aprender los conceptos acerca de los números, resolver ecuaciones, graficar funciones, etc., pero eso no es desarrollar matemáticas. Hacer o desarrollar matemáticas incluye resolver problemas, abstraer, inventar probar y encontrar el sentido de las ideas matemáticas.

> Para que los estudiantes vean a las matemáticos como una actividad con sentido, necesitan aprenderlas en un salón de clases que se un microcosmos de la cultura matemática. Es decir, clases donde los valores de las matemáticas como una disciplina se reflejen en la práctica cotidiana. Así, para la ecuación matemática el asunto es cultural: ¿Cómo se puede crear un ambiente de clase que refleje una cultura matemática real? (Schoenfeld, 1988, p.88)

Hersh (1986), afirma que el trabajo diario del matemático no es controlado por la idea de validar cada paso con argumentos formales, sino que éste procede guiado por la intuición en la exploración de conceptos y sus interacciones (como se citó en Santos Trigo 2007, p.23). Para Santos Trigo (2007, p. 40):

> En la resolución de problemas se destaca la importancia de que los estudiantes constantemente planteen preguntas y utilicen diversas representaciones en sus caminos o

> procesos de solución. La formulación y reformulación de problemas son rasgos que los estudiantes deben desarrollar en sus experiencias de aprendizaje. Un aspecto esencial ligado al diseño o rediseño de preguntas es que los estudiantes observen la situación en términos de recursos matemáticos. Una situación puede contener demasiada información y corresponde al estudiante identificar aquélla en donde sea posible establecer relaciones matemáticas.

Para Alonso y Martínez (2003, p. 82):

> La resolución de problemas ha sido considerada por autores como Brown (1983), la innovación más importante de la matemática en la década de los 80. Pero a pesar de esto y que mundialmente se ha estudiado por especialistas de diferentes ramas del saber cómo filósofos, dentro de los que se encuentran Descartes y Dewey; psicólogos como Newel, Simón, Hayes y Vergnaud; matemáticos profesionales como Hadamard y Polya y educadores matemáticos como Steffe, Nesther, Kilpatrick, Bell, Fishbein y Greer, cada uno de los cuales ha dado un enfoque propio a la investigación de resolución de problemas; queda mucho por sistematizar en este campo (Tortosa, A. 1999).

2.2 El Trabajo de Polya.

George Polya (1887-1985) fue un matemático y educador, pocos son los que han tenido una influencia tan grande dentro del contexto de enseñar las matemáticas vía solución de problemas, ajustados al proceso de enseñanza aprendizaje (Arguedas, 2012).

George Polya, en el año de 1945 propone en su libro “How to solve it” una serie de estrategias para la resolución de problemas; en este libro propone cuatro pasos básicos para la solución de un problema, que consisten en: 1) comprender el problema, 2) concebir un plan, 3) ejecutarlo y 4) examinar la solución. En cada uno de estos pasos es importante que el docente guie al estudiante con preguntas enfocadas a la solución de los problemas. (Chavarría & Alfaro, 2013)

En la propuesta de solución de problemas de George Polya se establecen cuatro fases por las que se debe de pasar al enfrentarse con una problemática; las cuales se enlistan a continuación:

1. **Comprender el problema**. Mediante ciertas preguntas como ¿Cuál es la incógnita?; ¿Qué datos tenemos?; ¿Cuál y cómo es la condición? El estudiante debe de contextualizar el problema, siendo esta, la etapa más difícil de superar, puesto que los jóvenes muchas veces inexpertos pretenden expresar procedimientos antes de verificar si estos pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema. (May Cen, 2015).

Las etapas y heurísticas que presenta Polya para comprender un problema se muestran a continuación:

-¿Cuál es la incógnita?

-¿Cuáles son los datos?

-¿Cuál es la condición?

-¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

-¿Es suficiente?

-¿Redundante?

-¿Contradictoria?

2. **Concebir un plan**. En esta fase Polya sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta; esto es, para que el estudiante lo compare con algo antes ya trabajado.

-¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

-¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.

-He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? -¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?

-¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.

-Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí?

-¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

3. **Ejecución de un plan**. Una vez que se tiene identificada una estrategia a seguir, este debe ejecutarse y observar resultados.

-Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos.

-¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

4. **Examinar la solución obtenida**. Es en esta etapa donde Polya señala extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente: ¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?

-¿Puede usted verificar, el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?

-¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

2.3 El Trabajo de Schoenfeld.

Allan H. Schoenfeld es un norteamericano, principal exponente de la resolución de problemas en la educación matemática, publicó su libro "Mathematic Problem Solving" en 1985 basándose en trabajos realizados en los años 80 del Siglo XX. Schoenfeld (1985) en su libro analizó las formas de trabajo al intentar resolver un problema con estudiantes y maestros, retomando algunas de las ideas de Polya logra identificar un conjunto de factores o dimensiones que inciden directamente en el proceso de resolución de problemas, presentando una mejora sustentable en cuanto a la presentación de las categorías de manera más detallada. Schoenfeld propone a sus estudiantes dentro de sus cursos problemas que, desde su punto de vista podrían resolverse partiendo de conocimientos previos, organizaba a los estudiantes en parejas, grababa, filmaba y tomaba apuntes sobre todas las observaciones realizadas durante el proceso de solución.

Schoenfeld sostenía que los trabajos de Pólya eran insuficientes dado que resolver problemas involucra otros factores de carácter socio-afectivos. Para Schoenfeld no era suficiente resolver muchos problemas o conocer muchas estrategias (heurísticas), sino que se debía tener control en el sentido de saber si una determinada herramienta funcionaba para continuar utilizándola o decidir utilizar otro método o conocimiento. Además, planteó que el sistema de creencias y percepciones acerca de la Matemática condicionaban en la habilidad de un estudiante a la hora de enfrentar un problema. En resumen, Schoenfeld planteó que en el proceso de resolución de problemas influyen:

1. Los recursos: aquí entran la serie de conocimientos, conceptos y algoritmos necesarios. Pero Schoenfeld va más allá y habla de cómo el estudiante tiene acceso a estos recursos o por qué en algunas ocasiones no puede; incluso, el profesor debe valorar si los recursos del estudiante contienen errores que no le permiten avanzar con el problema.
2. Las heurísticas: para Schoenfeld, el problema de las heurísticas es que son demasiado específicas para un determinado problema; es decir, las estrategias para un determinado problema no funcionan para otro.
3. El control: en el sentido de que el estudiante sea capaz de saber cuándo puede continuar con una estrategia y cuándo la debe abandonar y cambiar por otra más viable.
4. El sistema de creencias: las creencias condicionan la forma en que se enseña y se aprende Matemática. Schoenfeld divide las creencias en tres grupos: creencias de los estudiantes, creencias del profesor y creencias sociales.

Establece un aspecto transversal en la resolución de problemas y lo denomina sistema de creencias. Este consiste en el conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen a cerca de la matemática y su enseñanza (Chavarría J, Alfaro C., 2011).

Schoenfeld documenta las siguientes creencias:

a) Las matemáticas son de carácter abstracto, no se relacionan con la vida cotidiana o que los conceptos no se aplican en la resolución de problemas.

b) Los problemas matemáticos deben ser resueltos en menos de diez minutos, de lo contrario no tienen solución.

c) Solo genios o superdotados son capaces de descubrir o crear matemáticas.

Estas creencias forman parte del contexto norteamericano, que según Schoenfeld, han condicionado la forma en la cual los estudiantes abordan la resolución del problema, forman parte de una problemática importante para el trabajo en el salón de clase, pues el profesor debe de romper con esas creencias para poder brindar nuevas formas de trabajo y estrategias de enseñanza en la resolución de problemáticas.

Schoenfeld (1985) describe cuatro enfoques que a nivel internacional han sido los trabajos sobre resolución de problemas:

i) *Problemas presentados en forma escrita,* a menudo problemas muy sencillos pero que colocan a la Matemática en el contexto del mundo real.

ii) *Matemáticas aplicadas o modelos matemáticos,* es decir, el uso de matemáticas sofisticadas para tratar los problemas que reflejan el mundo real.

iii) *Estudio de los procesos cognitivos de la mente,* consiste en intentos de exploración detallada de aspectos del pensamiento matemático en relación con problemas más o menos complejos.

iv) *Determinación y enseñanza de los tipos de habilidades* requeridas para resolver problemas matemáticos complejos. Este enfoque es con base en gran medida, en la obra de Polya G. (1945).

CAPITULO 3. LA METODOLOGÍA.

En el presente capítulo se hace referencia al conjunto de procedimientos, métodos o técnicas racionales utilizados para alcanzar los objetivos que rige nuestra investigación.

3.1 Tipo de estudio.

En una investigación cualitativa se puede recurrir a la utilización de documentos o artefactos creados en las propias situaciones estudiadas, por tal motivo, el informe dará cuenta del tipo y naturaleza de los contenidos considerados para el estudio (Rodríguez y García, 1996).

Este trabajo tiene un enfoque cualitativo, ya que los instrumentos para recolección de datos fueron hojas de actividades que se aplicaron en sesiones de clase para resolver problemas de identificación y generalización de patrones mediante diferentes estrategias, principalmente se le brinda importancia a las características, conexiones y relaciones que realizan los estudiantes en la identificación de patrones y series numéricas, tratando que esa identificación sea de manera espontánea y con amplitud en las respuestas. Una definición del enfoque cualitativo es:

> Un conjunto de prácticas interpretativas que hace al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. Es naturalista por que estudia a los objetos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales e interpretativo pues intenta dar sentido a los fenómenos en términos de los significados que las personas les otorguen (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

Cada individuo tiene una forma distinta de pensar, y por ende, una forma distinta de resolver las problemáticas que se le puedan presentar, por ejemplo, cada estudiante tiene diferentes formas de identificar las variables y constantes en actividades que tengan patrones numéricos, o en poder relacionarlos con el tipo de figura que le corresponda a cada uno.

La Escuela Preparatoria Oficial Número 204, en donde se llevó a cabo la presente investigación, se localiza en el municipio de Hueypoxtla Estado de México; específicamente en la comunidad de San Marcos Jilotzingo. La escuela cuenta con 280 estudiantes en su totalidad, de donde llevó a cabo el estudio correspondiente referente a la identificación de series y patrones numéricos como introducción al álgebra, aplicando tareas que se diseñaron para aplicar a un grupo de 44 estudiantes de segundo semestre, específicamente al grupo de 1°II; los cuestionamientos de interés fueron:¿Es importante que los estudiantes comprendan cómo generalizar?; si es así ¿Qué tipo de problemas les serán más sencillos de resolver?; ¿Es viable introducir en las clases como un tema en particular la generalización de series y patrones? Cabe señalar de manera oportuna que en la institución en donde se llevó a cabo el estudio cuenta con la infraestructura tecnológica básica, tiene algunas carencias estructurales. Del mismo modo se deben considerar los contextos sociales y culturales de los estudiantes que asisten a dicha institución educativa, con el fin de poder identificar el tipo de trabajo que pueden llevar a cabo sin olvidar que como individuos tienen capacidades de reflexión diversas; por este motivo el replanteamiento de algunas actividades de enseñanza que vayan lo más acercado posible con el contexto en el cual se encuentra la escuela es vital pues con ello estaríamos adecuando el currículo de matemáticas de acuerdo con el nuevo Modelo Educativo, que dice:

"El nuevo planteamiento curricular implica el reordenamiento y la inclusión de los contenidos, así como la adopción de los métodos necesarios para lograr la formación integral de las niñas, niños y jóvenes en el contexto del siglo XXI. Las transformaciones veloces y continuas que experimenta el mundo de hoy tienen su centro en la generación de conocimiento. Si bien en la sociedad actual la transmisión de la información y la producción de nuevos saberes ocurren desde ámbitos diversos, la escuela debe garantizar la organización de dicha información; asegurar que todas las personas tengan la posibilidad de disfrutar de sus beneficios; y crear las condiciones para adquirir las habilidades de pensamiento cruciales en el manejo y procesamiento de información y uso consciente y responsable de las TIC."(MEPEO, 2017, p. 57, 61).

Para poder analizar la pregunta de investigación se utilizaron actividades de patrones numéricos en hojas de trabajo, en las cuales los estudiantes pudieran hacer uso de tablas, gráficas, palabras o alguna regla semiótica, según fuera el caso. Cabe mencionar que los contenidos temáticos de las actividades incluyen aspectos relacionados con el pensamiento numérico, algebraico y geométrico (NCTM, 2000); y principalmente se toman estas actividades porque forman parte del temario de la materia que se lleva actualmente en el segundo semestre de bachillerato.

3.2 Participantes.

El grupo en el cual se implementaron las actividades está formado por 44 estudiantes de segundo semestre de bachillerato, donde 18 son hombres y 26 mujeres, pretendiendo obtener de estas, las estrategias utilizadas por los estudiantes y que no hubiesen utilizado anteriormente para la identificación de patrones. El grupo y grado fue elegido ya que en el plan de estudios está implícito un tema que lleva por nombre series numéricas, sin embargo, en el programa de estudio únicamente se plantea el uso de diversas fórmulas sin justificar de donde surgen, de tal manera que al aplicar las actividades diseñadas con patrones numéricos se pretende que los estudiantes logren identificar de donde surgen dichas formulas a través de la generalización, y con introducirlos en el aprendizaje del álgebra.

Se consideró realizar la investigación con estudiantes del segundo semestre porque con ellos se estuvo trabajando durante clase ejercicios relacionados a la identificación de patrones. En primera instancia se llevaron a cabo actividades en el salón de clase en las cuales sólo de manera visual y a prueba y error lograran identificar si existía un patrón y en donde se les solicitaba colocaran cómo fue que lo identificaron; una vez que estuvieron más familiarizados con el trabajo con patrones numéricos fue entonces cuando se aplicaron las actividades que analizamos más adelante, llevando una guía por parte del profesor que les permitiera obtener una forma general de representar dichos patrones numéricos y con ello poder identificar cualquier otro que se les pudiese pedir.

Imperante es explicar que los estudiantes resolvieron las actividades durante sesiones de clase programadas en el semestre, esto es, dichas actividades están estrechamente relacionadas con el temario a trabajar, por tal motivo, el docente investigador forma parte fundamental para llevar a buen término estas.

3.3 Instrumentos para recolectar información.

Un instrumento de recolección de datos es en principio cualquier recurso de que pueda valerse el investigador para acercarse a los fenómenos y extraer de ellos información. De este modo el instrumento sintetiza en sí toda la labor previa de la investigación, resume los aportes del marco al seleccionar datos que corresponden a los indicadores y, por lo tanto a las variables o conceptos utilizados. Para la recolección de datos se diseñó una rúbrica para evaluar las actividades con patrones numéricos, en dicha rúbrica se valoran ciertos indicadores o parámetros que nos brindarán datos acerca de cada una de las actividades.

Como punto relevante, se debe mencionar que la actividad parte 1 se tomó como prueba piloto, donde el investigador realiza un análisis preliminar sobre cómo los estudiantes tomaban este tipo de pruebas, y qué tan complejas o sencillas eran para ellos, en ese sentido, en el análisis de resultados dicha prueba se analiza como punto de referencia para la aplicación de las otras dos posteriores. La prueba piloto sirvió al investigador para identificar los posibles contratiempos que pudieran presentarse en su aplicación para que con ello pudiera tomar decisiones sobre cómo llevar a cabo cada una de ellas sin alterar las conexiones que los estudiantes pudieran presentar.

ACTIVIDADES PATRONES NUMÉRICOS (PARTE I)

NOMBRE DEL ALUMNO: ____

GRADO: ____________ GRUPO: ___________

INSTRUCCIONES: Completa la siguiente tabla colocando en el espacio debajo de ella la estrategia que utilizaste en cada secuencia, escribiendo detalladamente los pasos que llevaste a cabo. (No borres tus intentos).

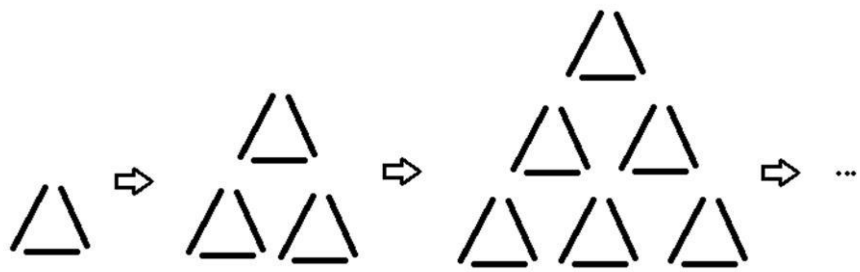
A)	**2**	**5**	**10**	**17**		**37**	**50**	**65**	**82**

B)	**5**	**8**	**11**		**17**	**20**		

C)	**4**	**11**	**18**	**25**			**46**	**53**	**60**	

Fig. 1. Actividades de patrones (PARTE I). Fuente: Propia

INSTRUCCIONES: Identifica y explica una regularidad en el número total de palitos usados en cada lugar de la secuencia de los triángulos.



¿Podrías encontrar una estrategia que te permita explicar la secuencia de la figura de arriba?

¿Cuántos palitos se usarán para construir la figura 60? ¿Explica cómo es que encontraste la respuesta a la

Fig. 2. Continuación de Actividades de patrones (PARTE I). Fuente: propia.

ACTIVIDADES PATRONES NUMÉRICOS (PARTE II)

Nombre del alumno: ______________________________ Grado: ________ Grupo: _______

INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con palillos de la misma longitud, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 1:

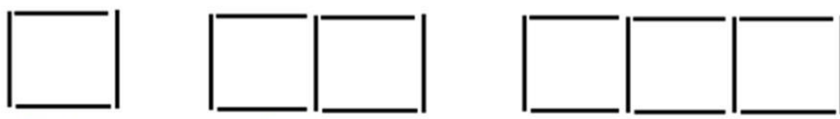


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 1?

2.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 2?

3.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 3?

4.- ¿Cuántos palillos se ocuparan para generar la figura 58?

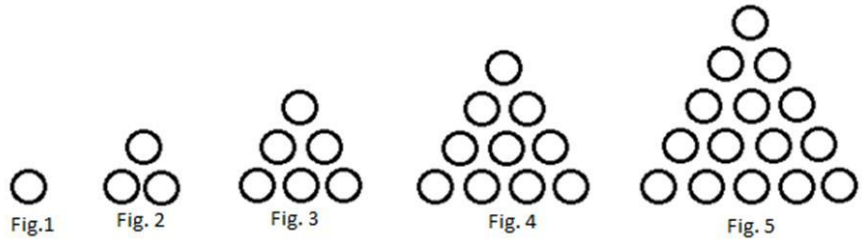
5.- ¿Cómo calculaste el número de palillos que se necesitan en la pregunta anterior? (Explica tu respuesta).

6.- ¿Podrías saber el número de palillos que habrá en la figura que ocupe cualquier posición? ¿Cómo calcularías el número de palillos? (Explica tu respuesta)

Fig. 3. Actividades de patrones (PARTE II). Fuente: propia

INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con bolitas de unicel de igual diámetro, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 2:



1.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 3?

2.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 4?

3.- ¿Cuántas bolitas se pueden ocupar para formar la figura 66?

4.- ¿Cómo calculaste el número de bolitas que se necesitan para formar la figura 6? (Explica tu respuesta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

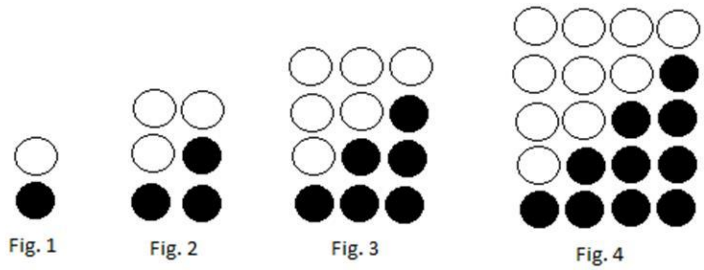
5.- ¿Podrías saber el número de bolitas que habría en cualquier figura? ¿Cómo calcularías el número de bolitas? (Explica tu respues-ta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

Fig. 4. Continuación Actividades de patrones (PARTE II). Fuente: propia.

ACTIVIDADES DE PATRONES NUMERICOS (PARTE III)

Alumno:________________________________ Grado:______ Grupo:_____

INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras haciendo uso de sus conocimientos matemáticos básicos y determine el patrón que determina el comportamiento de las figuras construidas contestando las preguntas que se presentan posterior a las figuras.



1.- ¿Cuántas esferas negras se utilizaron para formar la figura 3? y ¿Cuántas blancas?

2.- ¿Cuántas esferas se usaron en total para formar la figura 4?

3.- Si trazamos un contorno para cada figura ¿qué es lo que se forma geométricamente?

4.- ¿Cómo calcularías el número de esferas en total que se necesitan para formar la figura 5?, sin que realices dibujos.

5.- ¿Podrías expresar una forma general (fórmula) para construir, por ejemplo, la figura 89?

6.- A partir del análisis anterior ¿podrías encontrar la generalización de la siguiente figura? justificando tu respuesta.

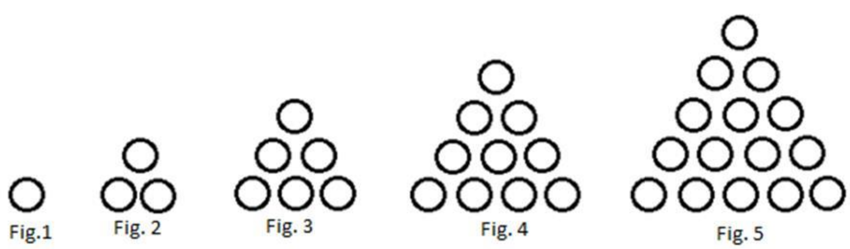


Fig. 5. Actividades de patrones numéricos (PARTE III). Fuente: propia

Las actividades anteriores se trabajaron durante las clases y en horario escolar, se tomaron en cuenta diversos factores que en ocasiones resultaban no benéficos al momento de trabajarlas, por ejemplo, los grupos tan numerosos, las distracciones con facilidad por parte de los estudiantes, la reproducción de respuestas (copia entre ellos) y el desinterés por encontrar nuevas formas de trabajo.

3.4 Análisis previo de las tareas.

Para que el docente quien aplicó las actividades tuviera una mejor visión sobre los posibles resultados que los estudiantes pudieran arrojar, se llevó a cabo un análisis previo, cabe mencionar que existen diversas formas de solucionar las actividades, sin embargo, en este apartado únicamente se coloca el uso de tablas y diferencias como heurística, aclarando que los estudiantes no forzosamente seguirán los mismos pasos para llegar a solucionar cada actividad; y finalmente se hace una reflexión sobre aquellos elementos matemáticos de los que disponen los estudiantes y con ello apoyarlos con mejores rutas de solución.

Actividad de patrones numéricos (Parte 1). Completa la siguiente tabla colocando el patrón que se utilizó.

A)	2	5	10	17		37	50	65	82

En esta actividad los estudiantes debían encontrar el número faltante en la casilla, los caminos para poder encontrar dicho número pueden ser variados, en primera instancia lo primero que podrían hacer es identificar cómo es que los números van creciendo según avanzan las casillas, ejemplo: del 2 al 5 hay una diferencia de 3 $(5-2=3)$, la diferencia entre 5 y 10 es 5 $(10-5=5)$, y así sucesivamente, por lo que se identifica que va creciendo conforme crecen los números impares 3, 5, 7, 11,… etc.; para lo cual se llega a la conclusión que el número faltante es el 26 y continuando con el crecimiento coincide con los demás números que sigue esa secuencia de números.

Otra posible solución y en la cual el docente puede ayudar a los estudiantes proporcionando una nueva alternativa para encontrar la respuesta es mediante el uso de una tabla, colocando en una columna el número de posición que ocupa cada uno, y en una segunda columna el número que le corresponde, ejemplo:

Tabla 1. Determinación de valores faltantes. Fuente: propia.

n=número de posición	**M= valor numérico**
1	2
2	5
3	10
4	17
5	
6	37

Se determina el valor de M para obtener una generalización.

Una vez que cuentan los estudiantes con la tabla, el docente puede apoyar con ideas de cómo utilizando las variables, que para este caso es la letra “n”, explicando que esa letra cambiara constantemente de valor y con ello poder encontrar una forma general de representar los números pertenecientes a la columna M.

La forma general sería $M = n^2 + 1$, y con ella no solo encontrarían el valor faltante sino que podrían llegar a encontrar el valor de la posición n-ésima que quisieran.

$$(1)^2 + 1 = 2;\ (2)^2 + 1 = 5;\ (3)^2 + 1 = 10; (4)^2 + 1 = 17;\ (5)^2 + 1 = 26;\ (6)^2 + 1 = 37 \ldots$$

Si los estudiantes logran llegar a esta generalización podrían comenzar a comprender conceptos como variable y constante, sin embargo, al ser su primer acercamiento a este tipo de actividades los resultados no pueden ser tan alentadores.

B)	5	8	11		17	20		

Al igual que la actividad anterior en este inciso se pretende que los estudiantes logren hallar los números faltantes en las secuencias, lo esperado es que aborden el problema buscando las diferencias entre los números, por ejemplo:

$$8-5=3; 11-8=3; 20-17=3$$

Siendo el número 3 la diferencia que existe entre los números se llega a la conclusión que los números faltantes son: 14, 23, 26. Ahora es conveniente que el docente intervenga y proponga una solución alternativa, utilizando las tablas para encontrar una forma de generalizar la secuencia de numérica y encontrar cualquier número dentro de esta.

Tabla 2. Determinación de valores faltantes. Fuente: propia.

n=número de posición	**M= valor numérico**
1	5
2	8
3	11
4	
5	17
6	20

Ya que tienen la tabla el docente indica que el número que siempre va a estar presente es el 3, ya que es la diferencia que existe entre todos los números presentes en la tabla. Pide que reconozcan, en este caso, ¿qué letra será la variable?, y esperando que responda la letra n pedir que entonces propongan una forma general de representar esta secuencia numérica.

La generalización esperada debe ser $M = 3n + 2$, y comprobando tenemos:

$3(1) + 2 = 5, 3(2) + 2 = 8, 3(3) + 2 = 11, 3(4) + 2 = 14, 3(5) + 2 = 17$,….por tal motivo se comprueba que esta forma general de representar es correcta.

C)	4	11	18	25			46	53	60	67

Las diferencias entre cada uno de los números presentes en la tabla serían: $11 - 4 = 7, 18 - 11 = 7, 25 - 18 = 7, 53 - 46 = 7, 60 - 53 = 7, 67 - 60 = 7$; la diferencia entre todos los números en la tabla es 7, por lo cual se puede concluir que la serie ira creciendo de 7 en 7, por lo que los números faltantes serán: 32 y 39.

Si se trabaja con una tabla de columnas para llegar a la generalización se aborda de la siguiente manera:

Tabla 3. Determinación de valores faltantes. Fuente: propia.

n=número de posición	**M= valor numérico**
1	4
2	11
3	18
4	25
5	
6	
7	46

Al ser el 7 el número que permanece constante y tomando a "n" como una variable se puede entonces generalizar la forma para encontrar los valores faltantes en la tabla, el docente indica que el 7 permanece constante multiplicando a la variable n y restando 3 unidades para llegar a la forma $M = 7n - 3$, y comprobando los datos tenemos que $7(1) - 3 = 4, 7(2) - 3 = 11, 7(3) - 3 = 18, 7(4) - 3 = 25, 7(5) - 3 = 32,\ldots$ y así de manera sucesiva.

Para la siguiente sucesión los estudiantes se enfrentan a una secuencia con figuras y tendrán que aplicar un análisis un poco más detallado, pues entra en juego la forma de ver que tenga cada uno de ellos.

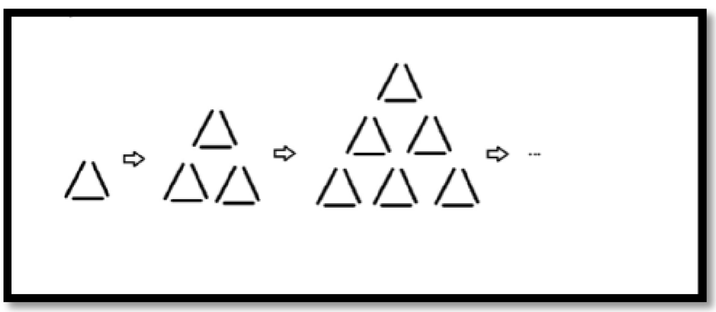


Fig. 6. Serie de figuras para determinar su generalización matemática

¿Qué forma general se puede encontrar para explicar la regularidad de las figuras?

Lo primero que se debe de tomar en cuenta es enumerar cada una de las figuras para poder trabajar de mejor manera, posteriormente visualizar la forma en que van creciendo las figuras con respecto al número de palillos utilizados para su construcción y por último, mediante una tabla poder encontrar una generalización.

Para explicar la regularidad que guardan las figuras, identificamos que en la posición 1 existe solo un triángulo, en la posición 2 existen 3 triángulos, en la posición 3 hay 6 triángulos y así ira creciendo conforme se avance en posiciones, ahora bien, podemos hacer el siguiente arreglo:

Tabla 4. Arreglo para determinar valores faltantes. Fuente: propia.

n=número de posición	**M= valor numérico**
1	1
2	3
3	6
4	
5	
6	

El crecimiento de 1 a 3 es 2, el de 3 a 6 es 3 y el del siguiente número será 4 por lo tanto podemos definir la generalidad como:

$$M = \frac{n(n+1)}{2}$$

Sin embargo para llegar a esta generalidad por parte de los estudiantes sería demasiado complejo y seguro no tendrían las conexiones necesarias para lograrlo, pero cabe la posibilidad de que alguno al menos lo logre, por tal motivo es que se implementan las actividades que enseguida analizaremos.

Ahora bien, si analizamos la siguiente pregunta: ¿Cuántos palitos se usarán en la figura 6? Debemos realizar un análisis profundo sobre el crecimiento de figuras, el cual depende del número de palitos requeridos para su construcción, para lo cual nos apoyamos en una tabla como lo hemos venido haciendo:

Tabla 5. Arreglo para determinar valores faltantes. Fuente: propia.

n=número de posición	**M= número de palitos**
1	3
2	9
3	18
4	
5	
6	

Queremos llegar a la posición 6, sin embargo, y a simple vista no se puede lograr, es entonces cuando comenzamos por visualizar las diferencias que existe entre el número de palitos que hay para formar cada figura, por ejemplo, la diferencia de palitos entre la figura 1 y 2 es de 6, la diferencia que existe entre la figura 2 y 3 es de 9 palitos, es decir que va creciendo de 3 en 3, para lo que sabemos que el número constante en este caso será en número 3. Pero formar una generalización resulta un poco complejo, ya que los estudiantes tendrán que llegar a la generalización: $\frac{3n(n+1)}{2}$, con lo que podrían encontrar entonces los números faltantes y cualquiera que se les pueda ocurrir, entonces, el número de palitos para formar la figura 6 será 63.

Actividad de patrones numéricos. Actividad 1 (Parte II). Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con palillos de la misma longitud, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

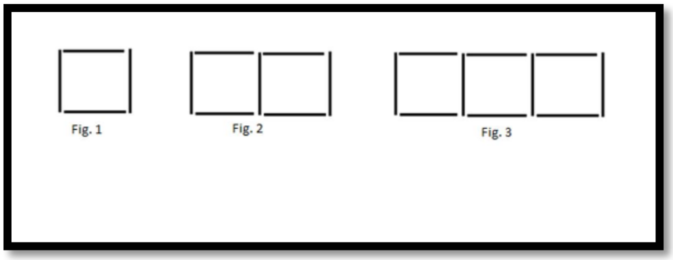


Fig. 7. Serie de figuras para determinar su generalización mediante el patrón formado

Se presentan una serie de preguntas que van de lo más sencillo a un nivel medio de complejidad, esto para que el estudiante no desista de manera inmediata y pueda ir respondiendo los cuestionamientos presentados. La primera pregunta es: ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 1? Para responder a este cuestionamiento basta con que los estudiantes cuenten el número de palillos, que en este caso son 4, y con ello darse cuenta que existe un crecimiento en cuanto al número de palillos utilizados en las figuras subsecuentes. En la pregunta dos y tres es el mismo procedimiento obteniendo por respuesta 7 palillos para la figura dos y 10 palillos para formar a la tres.

Sin embargo en la pregunta cuatro se torna un poco complicado poder responder al siguiente cuestionamiento: ¿Cuántos palillos se ocuparán para generar la figura 58? Resulta complicado responder de manera simple, en primera instancia porque el estudiante no cuenta con una figura que le permita visualizar y contar el número de palillos utilizados y en segunda instancia porque resulta muy complejo dibujar las 55 figuras que faltan para llegar a la figura 58. Sin embargo si los alumnos lograron encontrar una secuencia general o un patrón de crecimiento podrían entonces encontrar el número de palillos necesarios para generar dicha figura, ejemplo: de la figura 1 a la figura 2 hay una diferencia de 3 $(7-4=3)$, de la figura 2 a la figura 3 existe una diferencia de 3 $(10-7=3)$, es decir, que la diferencia entre cada una de las figuras es de 3, por lo tanto los estudiantes podrían analizarlo como en la actividad anterior utilizando diversas estrategias, en caso de que hubieran tenido una buena retención del conocimiento adquirido trabajando de la siguiente forma:

Tabla 6. Acomodo para determinar los valores faltantes y obtener su generalización. Fuente: propia.

n=número de figura	**M= número de palillos**
1	4
2	7
3	10
4	

Al analizar cada uno de los resultados los estudiantes podrían llegar a la generalización siguiente $M = 3n + 1$, ya que el número 3 es el término constante en la serie numérica y n es el valor que va a ir cambiando según se genere cada una de las figuras. El resultado correspondiente a la última pregunta será $M = 3(58) + 1 = 175$, deduciendo que se necesitan 175 palillos para generar la figura que ocupa el lugar 58.

Actividad 2 (Parte II). Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con bolitas de unicel de igual diámetro, observe detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

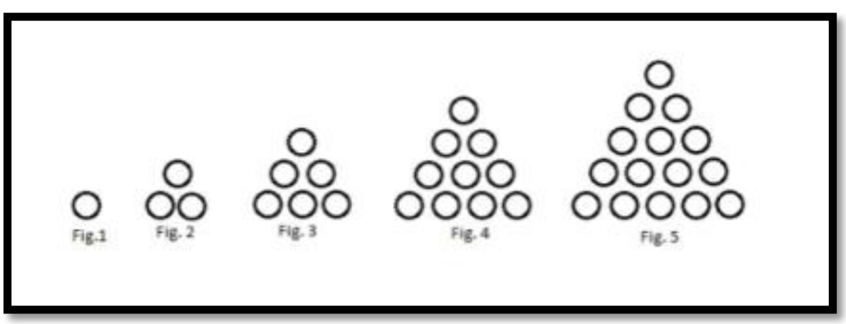


Fig. 8. Secuencia grafica para la obtención de generalización.

Para esta segunda actividad de la parte dos, los estudiantes tendrán que analizar de manera más profunda cada una de las figuras para lograr determinar la forma general de representar el patrón que siguen, tendrán que hacer sus conjeturas y utilizar estrategias para determinarla. Es importante que cada pregunta que se presenta sea respondida por los estudiantes, aunque parezcan demasiado simples, esto les ayudará a identificar con mayor eficiencia la forma de crecimiento en su construcción.

Para responder la pregunta uno y dos, basta con observar la figura y contar el número de bolitas utilizadas para su construcción, teniendo como respuesta 6 y 10 respectivamente, identificar el número de bolitas en cada figura ayudará a los estudiantes a poder determinar, por ejemplo, la diferencia entre cada construcción de figura, en el caso de la diferencia que existe entre la figura uno y la dos es 2, la diferencia entre la figura dos y tres es 3, la diferencia existente entre la figura cuatro y tres es 4, y la diferencia que hay entre la figura cinco y cuatro es 5. Esto le indica a los estudiantes que para la construcción de la figura seis habrá una diferencia de 6 entre la figura seis y cinco, lo que le indica que para la construcción de la figura seis necesitará 21 bolitas de unicel.

Para responder: ¿cuántas bolitas se pueden ocupar para formar la figura 66? Los estudiantes podrían hacer un análisis más profundo de la situación, pues si se percatan que la diferencia entre cada una de las figuras va formando los números naturales:

$$(3-1)=2$$
$$(6-3)=3$$
$$(10-6)=4$$
$$(15-10)=5$$

Entonces podrían establecer la siguiente fórmula para generalizar el patrón numérico:

$$M = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}$$

Sin embargo, debemos de tomar ciertas precauciones y guiar de buena forma a los alumnos, es decir, proporcionar datos que los ayuden a identificar aspectos relacionados al problema, haciendo que generen conexiones de pensamiento y logren hacer conjeturas sobre sus resultados, ya que de lo contrario, podrían ni siquiera identificar una generalización y confundir factores.

Actividad de patrones numéricos (Parte III). Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras haciendo uso de sus conocimientos matemáticos básicos y determine el patrón que genera el comportamiento de las figuras construidas, contestando las preguntas que se presentan posteriormente.

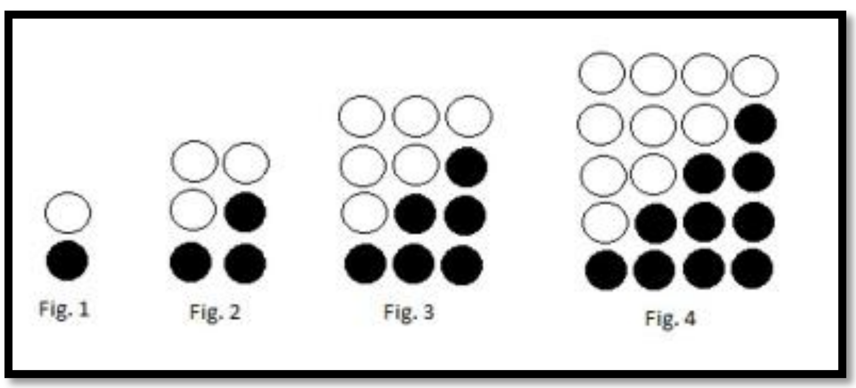


Fig. 9. Secuencia geométrica para determinar patrón.

Dado que la actividad anterior presenta un grado complejo de entendimiento, se diseñó la actividad Parte III, de manera que en esta los estudiantes tengan un panorama más amplio para poder determinar la generalización que sigue el patrón de las figuras; y en donde además, puedan aplicar conocimientos básicos de matemáticas para su solución.

Para responder la pregunta uno ¿Cuántas esferas negras se utilizaron para formar la figura tres? y ¿Cuántas blancas? Basta con observar de manera detenida dicha figura y contar cada una de las esferas del color indicado, llegando a responder que se usaron seis negras y seis blancas, es evidente que en esta pregunta el grado de dificultad es muy bajo y se espera que todos los estudiantes puedan responder correctamente. Para el caso de la pregunta dos ¿Cuántas esferas se usaron en total para formar la figura cuatro? Se emplea el mismo método que en la pregunta anterior, contando el total de esferas, para llegar a la respuesta de veinte esferas se usaron en total, cabe señalar que en esta pregunta solo preguntan el total, sin embargo, puede ser que los estudiantes respondan que se usaron diez negras y diez blancas, lo cual también es correcto, pero se debe de hacer la observación que en la pregunta solo requiere el total de esferas y no por color.

En la pregunta número tres comienza el apoyo por parte del profesor y de la misma actividad en sí, ya que propone trazar un contorno para encerrar cada una de las figuras, en donde los estudiantes debían contestar la pregunta ¿Qué es lo que se forma geométricamente? Y en donde ellos sin problema podrán contestar que se forma un rectángulo, pues podrían hacer lo que se muestra en la figura siguiente:

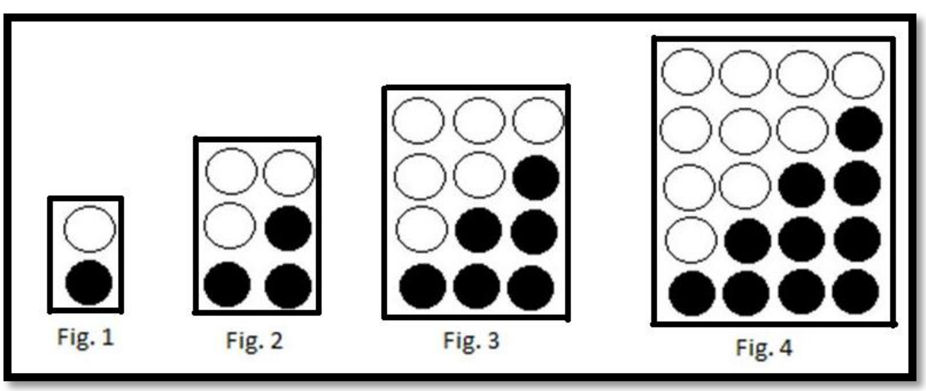


Fig. 10. Estrategia para determinar generalización

El simple hecho de trazar líneas para el contorno de las figuras facilita a los alumnos tener una visión más clara de los elementos con los que están trabajando, y con ello les permite identificar la forma en que va creciendo la serie mostrada en las figuras, por lo tanto, para responder la pregunta cuatro que dice ¿Cómo calcularías el número de esferas en total que se necesitan para formar la figura cinco? (sin que realices dibujos) podrían comenzar por visualizar cómo van creciendo en su forma cada una de las figuras, una forma simple es ver que crecen tanto de ancho como de largo de una esfera por lado, es entonces cuando podrían identificar y responder que la figura cinco debe de tener 30 esferas en total, ya que de ancho tendría cinco esferas y de largo seis.

Otra forma en la cual podría trabajar los estudiantes es con la ayuda de una tabla como la que se muestra a continuación:

Tabla 7. Acomodo de columnas para obtención de valores. Fuente: propia.

n=número de figura	**M= número de esferas que forman la figura**
1	2
2	6
3	12
4	20
5	30

Y mediante este arreglo podrían apoyarse para responder la pregunta cinco ¿podrías expresar una forma general (fórmula) para construir, por ejemplo, la figura 89? Realizando un análisis del crecimiento del número de esferas con respecto al número de figura, por ejemplo, podrían comenzar con el cálculo de las diferencias entre el número de esferas en cada figura: la diferencia entre la figura 1 y la 2 es $6-2=4$, la diferencia entre la figura 2 y 3 es $12-6=6$, la diferencia entre la figura 4 y 3 es $20 - 12 = 8$, y la diferencia entre la figura 5 y 4 es $30 - 20 = 10$; pudiendo darse cuenta que el crecimiento es 4, 6, 8, 10,…y así de manera sucesiva.

Posiblemente no logren identificar con ese crecimiento una forma de determinar el patrón de crecimiento de las figuras, pero el docente puede intervenir proponiéndoles el cálculo del área de cada figura, tomando como base el número de esferas que se encuentren en ella y como altura el número de esferas que estén ahí; si así lo hicieran entonces podrían darse cuenta de lo siguiente, por ejemplo en la figura 1 existe una esfera de base y una de altura si calculamos $(b * h)$ logramos tener el número de esferas para construir la figura 1, en la figura 2 tenemos dos esferas de base y tres de altura por lo que al calcular su área se llega a que la figura 2 tiene seis esferas en total, por lo tanto, la generalización para obtener el número de esferas de cualquier figura sería $M = n(n + 1)$, entonces, la figura 89 tiene 89 esferas de base y 90 de altura al aplicar $M = n(n + 1)$ se concluye que a figura 89 tiene 8010 esferas en total.

Y por último para la pregunta seis que nos dice: a partir del análisis anterior ¿podrías encontrar la generalización de la siguiente figura? Justificando la respuesta. La figura es la Fig.8 de nuestro documento y por ende los estudiantes habiendo trabajado anteriormente con ella podrían entonces encontrar con mayor facilidad la generalización correspondiente. El docente investigador puede intervenir proponiendo el cambiar un poco la configuración, de rectángulos a triángulos, partiendo en diagonal a cada figura, como se muestra a continuación:

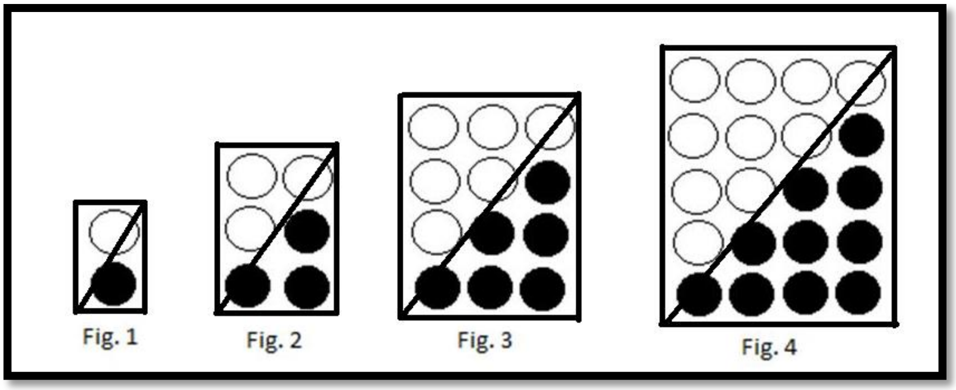


Fig. 11. Propuesta de estrategia para cálculo de generalización

Se indica que en cada triángulo estarán las esferas de cada color, es decir, en la parte superior estarán las esferas blancas y en la inferior las negras, por lo tanto, se les pide que comparen uno solo de los triángulos que ocupen la misma posición de la Fig. 11 con uno de la Fig. 8 para que puedan identificar que cuentan con el mismo número de esferas y por ende se puede trabajar de la misma manera que se trabajó con los rectángulos, calculando su área para determinar el número de esferas que tiene cada uno. Una vez que los estudiantes visualizan lo que el investigador pretende, llegarán a la conclusión que para el cálculo del área de un triángulo se multiplica la base por la altura y se divide entre dos $(b * h)/2$ y a manera de generalización para nuestra actividad sería $M = \frac{n(n+1)}{2}$.

CAPITULO 4. ANALISIS DE RESULTADOS

Una vez que se aplicaron las actividades para identificar los patrones numéricos a los grupos, se comenzó a realizar el análisis de la misma, con el principal objetivo de tener una visión más detallada de la forma en que los estudiantes identifican dichos patrones y hacen conexiones para poder determinarla. Cabe resaltar que en la investigación no se utiliza ningún nombre de estudiantes únicamente se utiliza una E si es que se transcribe alguna conversación directamente del estudiante y una P para identificar al profesor.

4.1 Análisis de actividad parte 1.

El primer acercamiento que los estudiantes tuvieron respecto a las actividades fue durante las sesiones de clases, se trabajaron dos sesiones de 100 minutos cada una en la que el investigador brindo información sobre el trabajo con patrones numéricos y como es que se puede llegar a su generalización desde diversas vertientes, por ejemplo, se manejaron algunas estrategias de resolución de problemas que le permitían a los estudiantes desmembrar el problema para poder identificar similitudes, números en común, y que a su vez realizaran diferentes arreglos (tablas, dibujos, etc.) que les apoyaran para llegar a un resultado correcto.

Dichas sesiones se dividieron en dos partes la primera fue expositiva por parte de investigador y la segunda parte fue de trabajo en clase, en donde, se plantearon diversas problemáticas de identificación de patrones y en conjunto estudiantes- investigador iban solucionando para que con ello lograran visualizar las diferentes etapas de solución de problemas con patrones numéricos.

Una vez que se concluyó el trabajo en las sesiones de clase, el investigador entregó a los estudiantes la primera parte de las actividades, la cual se tomó como prueba piloto para que se trabajara en una sesión de 100 minutos, en la cual se pidió a los estudiantes leer detalladamente cada una de las actividades que se les presentaban y responder de manera escrita sin borrar ningún intento la forma en que resolvieron dichas problemáticas. Para el caso A) los alumnos debían de llegar a obtener la generalidad $n^2 + 1$, desarrollando sus estrategias de resolución de problemas que se plantearon durante las sesiones de clase. En un inicio los estudiantes presentaron entusiasmo por responder algo que en definitiva ya habían trabajado previamente, sin embargo, conforme avanzaban en el trabajo se dieron cuenta que les resultaba algo complejo llegar a colocar una forma general que represente cada uno de los patrones numéricos que se les presentaban.

La mayor dificultad que se les presentó a los estudiantes fue que no lograban comprender que la representación general se puede tomar con cualquier letra, y que además dicha letra representa a los números que están dentro de los patrones numéricos que tenían en las actividades, es decir, les resultó demasiado complejo darle un tratamiento como número a las letras; para los alumnos fue más sencillo redactar la forma en que para ellos podía ser representado el patrón, sin embargo, no era lo esperado, ejemplo de ello es la imagen siguiente:

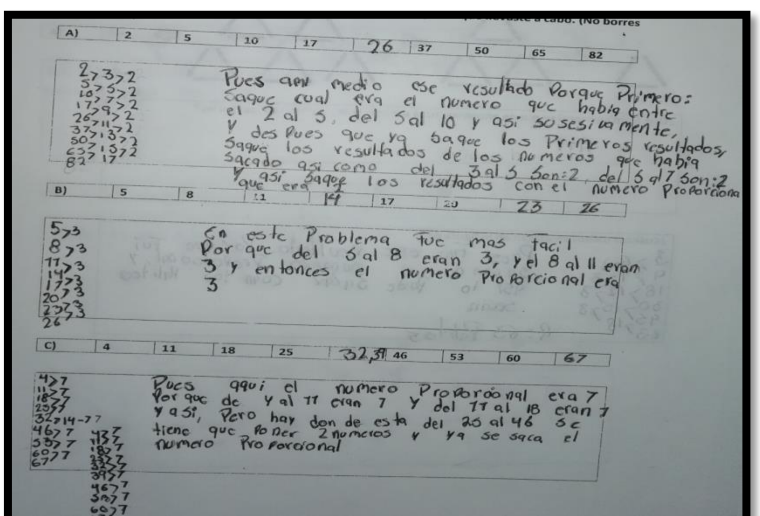


Fig. 12. Análisis por parte de estudiante del grupo 1-II. Fuente: propia.

Para algunos estudiantes lo más simple fue tratar de resolver el problema sin adentrarse en tanto análisis, únicamente redactando de manera breve lo que a simple vista presentaba la actividad, esto es, se encontraban en la fase 1 de Polya pues comprendían el problema y generaron algunas preguntas para poder resolverlo, sin embargo, no mostraban completo interés por realmente resolverlo sino que solo lo hacían porque era una actividad que el profesor les había asignado. De acuerdo con Schoenfeld (1992) estos estudiantes se encontraron dentro de la primera parte de solución de un problema que es: Identificar información. El tipo de anotaciones que realizaron los estudiantes solo eran de identificación, es decir, sabían cómo iba creciendo la serie numérica y del mismo modo tenían claro la información que el problema tenia, sin embargo no llegaban a una conjetura que pudiera deducir una generalización.

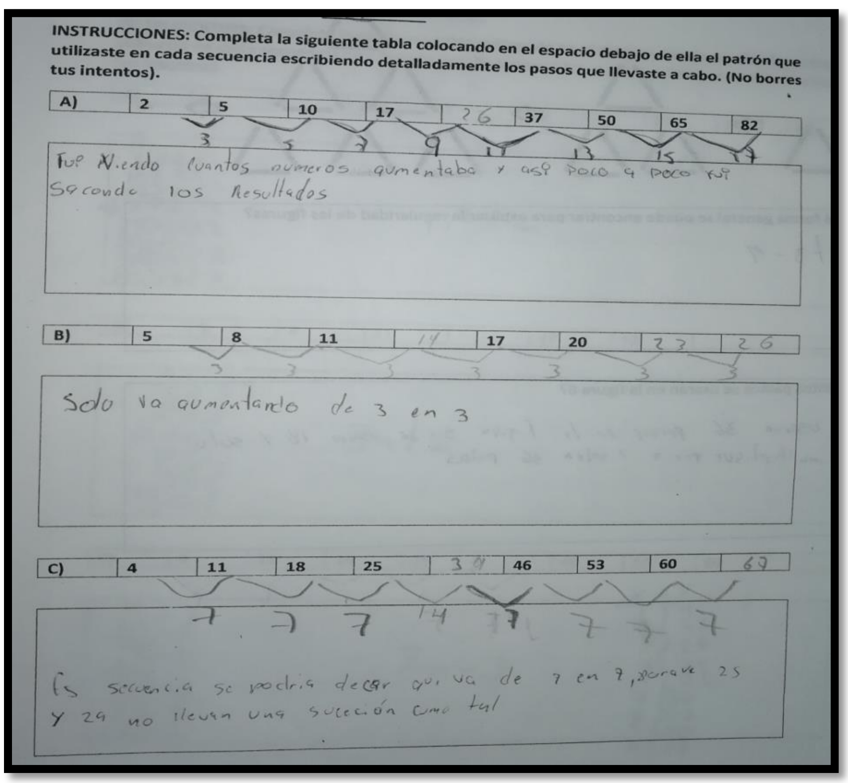


Fig. 13. Actividad de alumno en fase 1 de Polya. Fuente: propia

En la Fig. 13 Se presenta un ejemplo de solución de la actividad de un estudiante que se encuentra en la fase 1 de Polya y en la identificación de información según Schoenfeld, su forma de analizar solo se queda en lo visual y lo que de manera inmediata identifica, pero no se adentra más en poder identificar como tal un patrón que caracterice a cada ejercicio. Únicamente hace la identificación de la diferencia que existe entre cada uno de los números pero no articula sus conocimientos previos para llegar a una forma de representación general.

En el cuarto ejercicio de la parte I encontramos que los estudiantes presentaron complicaciones para determinar generalizaciones, pues no pasaban de la fase 1 de Polya, pero también encontramos alumnos que realizaron conexiones más detalladas y se colocaron en la fase 3 de Polya, es decir, ejecutaron su plan para solucionar una problemática, y tomaron como base algunas heurísticas que les llevaron a la solución de su problemática.

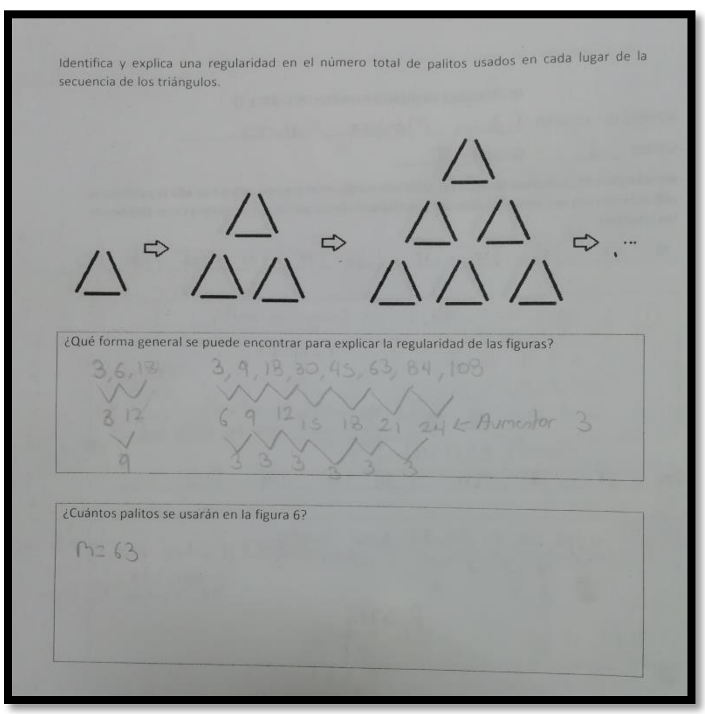


Fig. 13. Estudiante en fase 1 de Polya. Estudiante 1-II. Fuente: propia.

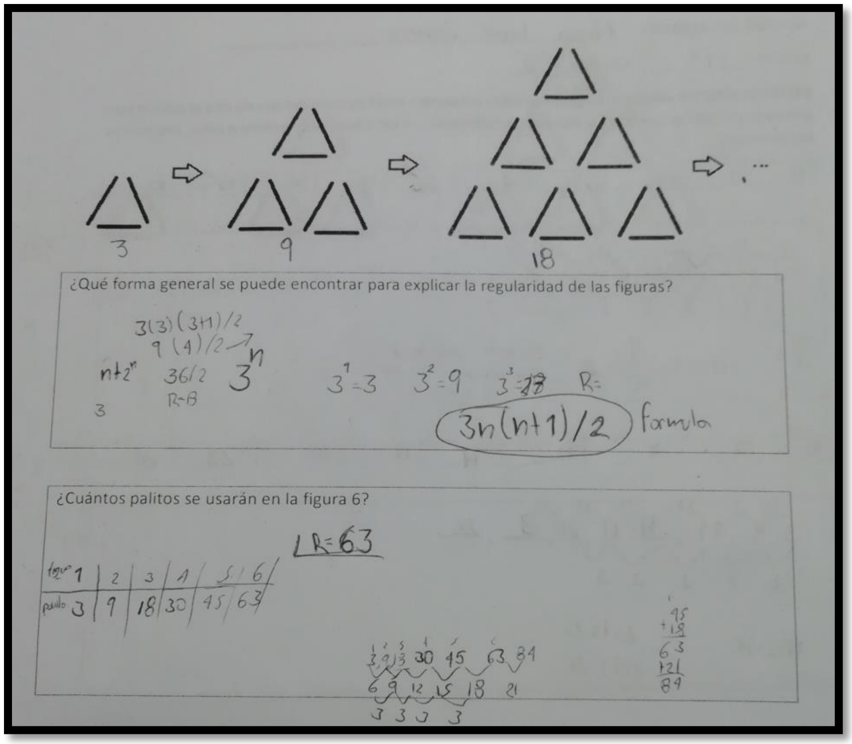


Fig. 14. Ejercicio de estudiante en fase 3 de Polya. Estudiante 1-II. Fuente: propia.

4.2 Análisis de actividad parte II.

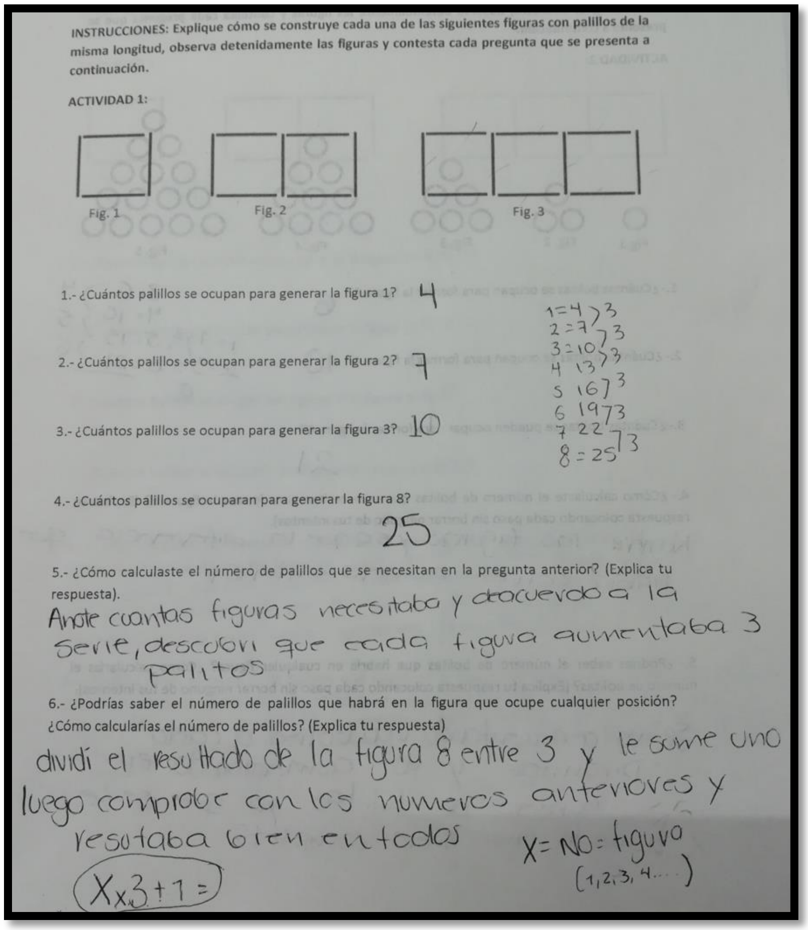
Para el segundo acercamiento en las actividades aplicadas en la investigación, los estudiantes trabajaron con la actividad dos, dicha actividad se estructuro de manera diferente a la primera, de tal modo que se lograra obtener una información más detallada que nos brindara mayor comprensión sobre los métodos y tipo de procesos para solución de problemas por parte de los alumnos, la participación del profesor fue muy importante pues fungió como guía para una mejora en el análisis por parte de los estudiantes, pues en la actividad pasada los resultados obtenidos fueron muy redundantes, es decir, no se obtenían resultados que nos dijeran el tipo de entendimiento y las conexiones que hacían los estudiantes para la resolución de las problemáticas.

La actividad se llevó a cabo en una sesión de 100 minutos en el salón de clase, en donde, como ya se mencionó antes el profesor tuvo que ser guía, participando de manera activa en las dudas que los estudiantes teníen, y de la misma manera identificando las zonas de oportunidad que ellos teníen, pues se dio el caso que algunos estudiantes identificaron rápidamente el patrón, y que inclusive daban respuestas rápidas que les podían llevar de manera más eficiente a la generalización, pero que, sin la ayuda del investigador no se hubiera llegado a generalizar los patrones mostrados.

Actividad 1.

Al tener el antecedente del trabajo en clase con ejercicios de patrones numéricos y con la restructuración en el diseño de la actividad, los estudiantes presentaron una mejora en la comprensión de los ejercicios a resolver, pues la actividad misma los guiaba sobre cómo se tenía que trabajar.

El responder preguntas simples para cada una de las figuras que estaban presentes, los estudiantes experimentaron el trabajar con casos particulares, pues rápidamente identificaron que existe una parte dentro de las figuras que nunca cambia, a lo cual el investigador les hizo la observación que podía ser llamada como el valor constante, y fue ahí cuando comenzaron a hacer sus conexiones con los temas que se trabajan en la introducción al trabajo con ecuaciones. Ejemplo de ello eran comentarios como Alumno A del grupo 1-II: "*entonces es como en los problemas con ecuaciones profe…que hay los valores de las constantes*"; Alumno B del grupo 1-II: "*pero entonces ¿cómo vamos a formar una ecuación? Si no conocemos las variables*"; en este punto el profesor investigador comentó al grupo lo siguiente: "*la finalidad no es formar una* *ecuación, sino encontrar una forma de representar de manera general los datos que nos brinda el patrón numérico".*


INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con palillos de la misma longitud, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 1:

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 1? 4

2.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 2? 7

3.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 3? 10

1=4 >3
2=7 >3
3=10 >3
4 13 >3
5 16 >3
6 19 >3
7 22 >3
8=25 >3

4.- ¿Cuántos palillos se ocuparan para generar la figura 8?

25

5.- ¿Cómo calculaste el número de palillos que se necesitan en la pregunta anterior? (Explica tu respuesta).

Anote cuantas figuras necesitaba y deacuerdo a la serie, descubri que cada figura aumentaba 3 palitos

6.- ¿Podrías saber el número de palillos que habrá en la figura que ocupe cualquier posición? ¿Cómo calcularías el número de palillos? (Explica tu respuesta)

dividí el resultado de la figura 8 entre 3 y le sume uno luego comprobe con los numeros anteriores y resultaba bien entodos

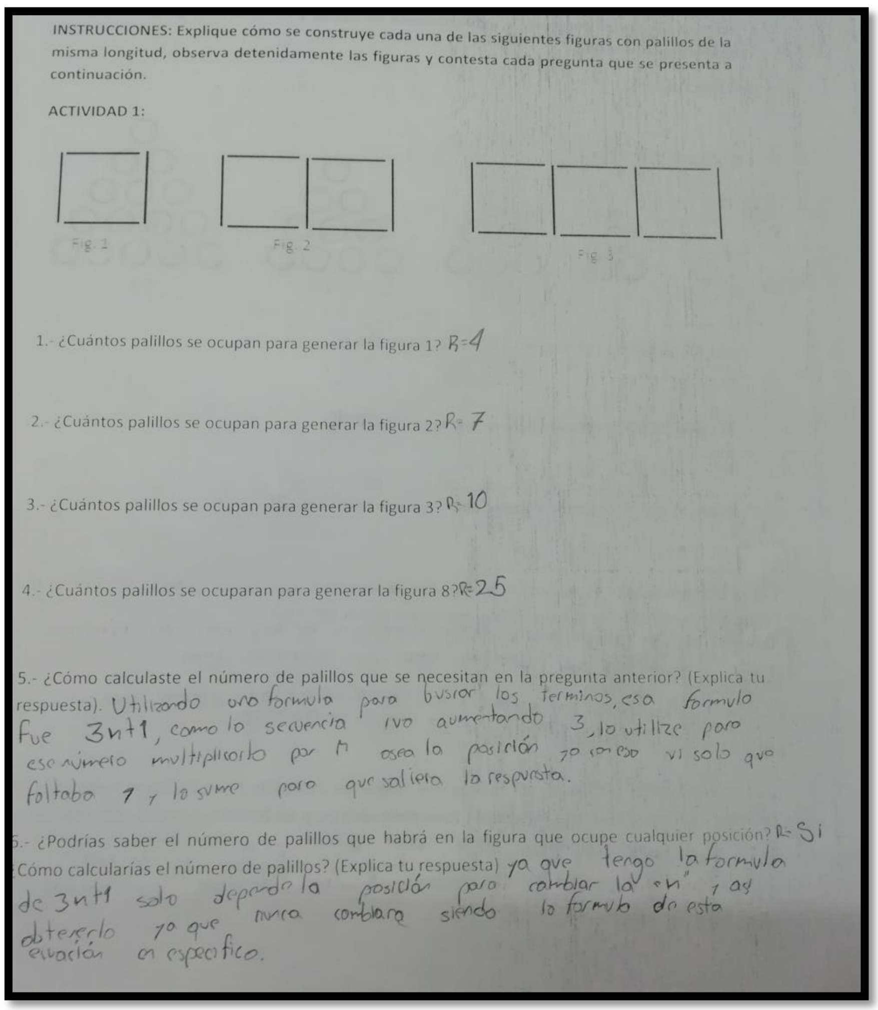
X= No. figura (1,2,3,4....)

Xx3+1 =

Fig.15. Análisis por parte de estudiante. Fuente: propia

En la Fig. 15 El estudiante hace conjeturas sobre el problema pero no está muy clara la forma de expresar sus resultados, están un poco mecanizados y mal redactados, a pesar de la instrucción del profesor, no logra aterrizar de una mejor manera su respuesta, y confunde el hecho de que utilice el símbolo "x" para representar la multiplicación y a su vez l tome como una variable.

Basándonos en las etapas del trabajo de Polya, es aquí cuando el investigador detecta que los estudiantes se encuentran en la comprensión del problema, y con respecto a Schoenfeld los estudiantes están haciendo uso de sus conocimientos previos, lo que él llama los recursos, saltando paradigmas a los que hacen alusión como lo son: "*para que me va a servir esto de las matemáticas*", ya que comienzan a verle sentido a lo trabajado en el salón de clase. Vale la pena hacer notar que en este ejercicio en particular, se tenía como antecedente otro que se trabajó en clase, por lo que a los alumnos les pareció sencillo poder identificar el patrón y llegar a una generalización, siempre teniendo la guía del profesor investigador.



INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con palillos de la misma longitud, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 1:

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 1? R=4

2.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 2? R= 7

3.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 3? R= 10

4.- ¿Cuántos palillos se ocuparan para generar la figura 8? R= 25

5.- ¿Cómo calculaste el número de palillos que se necesitan en la pregunta anterior? (Explica tu respuesta). Utilizando una formula para buscar los terminos, esa formula fue 3n+1, como la secuencia iva aumentando 3, lo utilize para ese número multiplicarlo por n osea la posición ya con eso vi solo que faltaba 1, y lo sume para que saliera la respuesta.

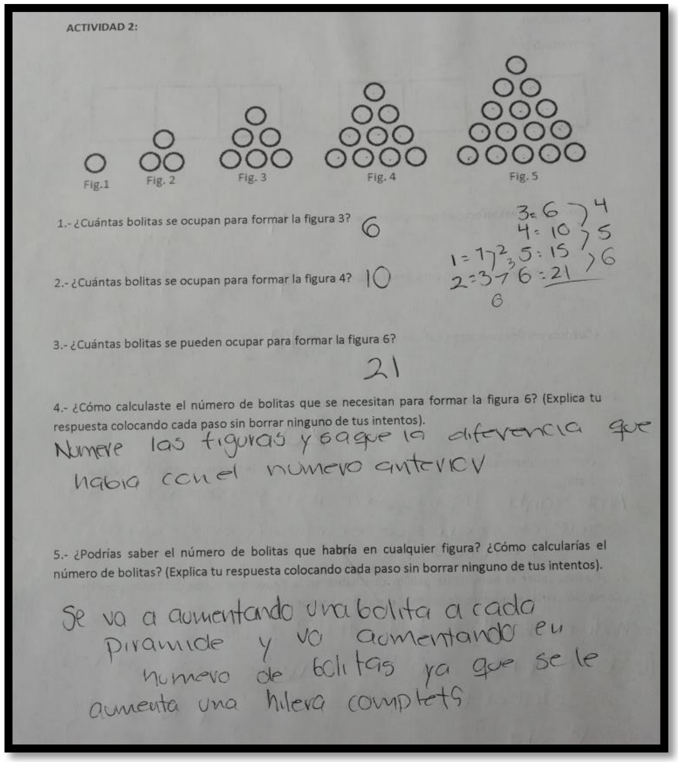
6.- ¿Podrías saber el número de palillos que habrá en la figura que ocupe cualquier posición? R= Si ¿Cómo calcularías el número de palillos? (Explica tu respuesta) ya que tengo la formula de 3n+1 solo depende la posición para cambiar la "n" y así obtenerlo ya que nunca cambiara siendo la formula de esta ecuación en específico.

Fig.16. Análisis por parte de estudiante. Fuente: propia.

Para la Fig. 16 se puede notar una mejoría por parte del estudiante en cuanto al análisis que realiza para llegar a la generalización, sin embargo, aunque esta correcta, la redacción no cumple con características que le den un entendimiento más profundo, lo que nos lleva a pensar que posiblemente la ayuda que brindo el investigador fue demasiada.

Actividad 2.

Al llegar al análisis de la Actividad 2 de la parte II, el profesor investigador se percata de algunos contratiempos al momento de que los estudiantes pretenden encontrar una generalización para la figura mostrada, les resulta demasiado complejo encontrarla lo que los orilla a copiar resultados de otros compañeros, lo que empaña un poco la investigación, pues los datos arrojados no nos dan un panorama claro del tipo de conexiones que están implementado. Parte de esa dificultad fue que el ejercicio en si no estaba al nivel de los estudiantes, es decir, ellos no encontraban en su bagaje de conocimientos la manera de poder abordarlo y encontrar una solución; una vez observando esta situación el investigador decide rediseñar el ejercicio empleando los conocimientos previos de ellos para lograr los resultados deseados, desarrollando la actividad parte III.



ACTIVIDAD 2:

Fig.1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4 Fig. 5

1.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 3? 6

3=6 4
4=10 5
1=1 2 5=15 6
2=3 3 6=21
6

2.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 4? 10

3.- ¿Cuántas bolitas se pueden ocupar para formar la figura 6?

21

4.- ¿Cómo calculaste el número de bolitas que se necesitan para formar la figura 6? (Explica tu respuesta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

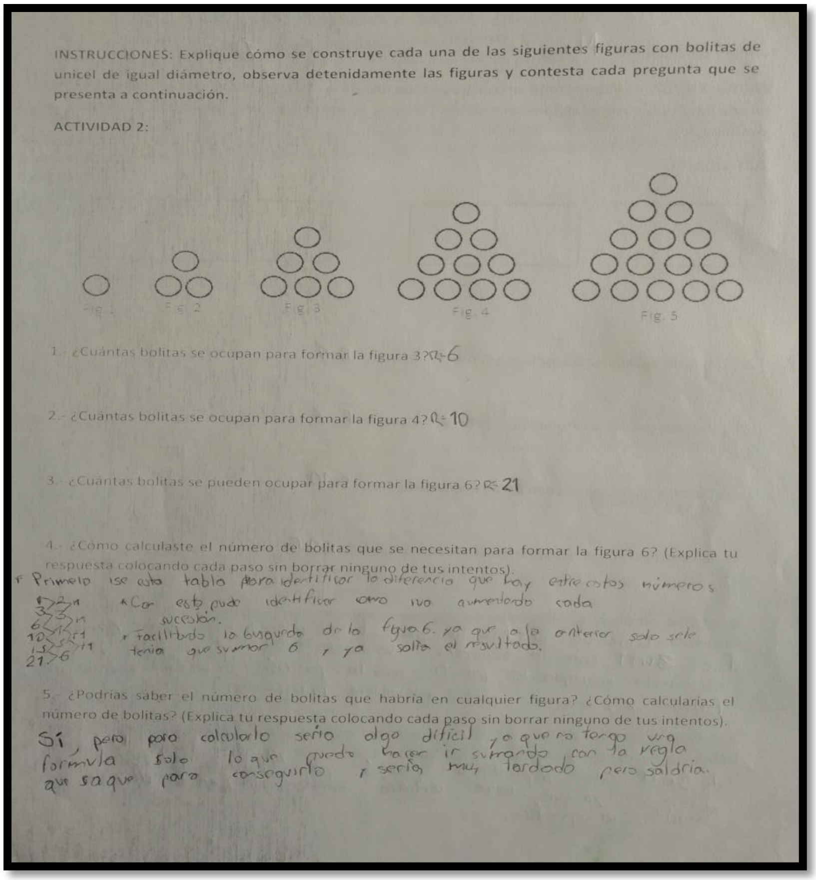
Numere las figuras y saque la diferencia que habia con el numero anterior

5.- ¿Podrías saber el número de bolitas que habría en cualquier figura? ¿Cómo calcularías el número de bolitas? (Explica tu respuesta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

Se va a aumentando una bolita a cada piramide y va aumentando el numero de bolitas ya que se le aumenta una hilera completa

Fig. 17. Análisis por parte de estudiante del grupo. Fuente: propia.

Se observa en la Fig. 17; que los estudiantes comprenden el problema a resolver, sin embargo hacen algunas conjeturas basándose en lo visual y no analizan la parte numérica de los patrones formados por las figuras, por lo que nos da un indicio que la problemática no está del todo bien diseñada y que para los alumnos resulta complicado comprender lo que se pretende obtener por parte del profesor investigador. La estructura en el diseño de la actividad, y la redacción en ella no permiten que el estudiante identifique que tiene que proporcionar una generalización del patrón numérico que se presenta.


INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con bolitas de unicel de igual diámetro, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 2:

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4 Fig. 5

1.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 3? R= 6

2.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 4? R= 10

3.- ¿Cuántas bolitas se pueden ocupar para formar la figura 6? R= 21

4.- ¿Cómo calculaste el número de bolitas que se necesitan para formar la figura 6? (Explica tu respuesta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

* Primero use esta tabla para identificar la diferencia que hay entre estos números

* Con esto pude identificar como iba aumentando cada sucesión.

* Facilitando la busqueda de la figura 6. ya que a la anterior solo se le tenia que sumar 6, y ya salia el resultado.

1, 3, 6, 10, 15, 21

5.- ¿Podrías saber el número de bolitas que habría en cualquier figura? ¿Cómo calcularías el número de bolitas? (Explica tu respuesta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

Sí, pero para calcularlo sería algo difícil, ya que no tengo una formula solo lo que puedo hacer ir sumando con la regla que saque para conseguirlo, y sería muy tardado pero saldría.

Fig. 18. Análisis por parte de estudiante. Fuente: propia.

En la Fig. 18 se observa nuevamente que el estudiante solo basa su análisis en lo superficial, en lo que puede ver a simple vista, aunque trata de analizar un poco las diferencias entre el número de bolitas para construir cada figura, no logra capitalizar sus argumentos para llegar a una generalización.

4.3 Análisis actividad parte III.

El análisis para la actividad de la parte 3 se realiza mediante una tabla que nos muestra cómo es que los estudiantes abordaron las problemáticas que se encontraban en ella. Posteriormente se cuantifico el número de alumnos que están en cada cuestionamiento.

Tabla 8. Análisis de resultados. Fuente: propia.

¿Lograron entender el problema?	¿Qué información lograron identificar?	¿Se auxiliaron de alguna estrategia o heurística?, ¿Cómo cuál?	¿Relacionaron las variables para lograr alguna generalización?	¿Pudieron justificar su conjetura?
El 79.59% de los estudiantes a los que se les aplicó la prueba comprendieron lo que tenían que realizar, el 20.40% restante solo siguieron las instrucciones y contestaron pero no mostraron un análisis profundo de la problemática.	Identificaron que existen variables y constantes, que el número que representa la figura es el valor de la base de esta, y a su vez identifican también que la altura es la misma base más uno. De igual forma logran identificar que el valor que permanece	Trazaron algunas figuras geométricas para que se les facilitara el trabajo, ya que se les hacía más familiar trabajar con ellas; también utilizaron una estrategia de sumar los extremos de la serie formada por el número de la figura hasta	Una vez que tenían bien claro cuáles eran los valores constantes y cuales los que iban cambiando (variables) fue entonces que lograron llegar a una generalización.	El 53.06% de los estudiantes a los que se les aplicó la prueba lograron justificar su conjetura, colocando sus argumentos que les permitía comprobar esta. El 18.36% de los estudiantes no logran justificar de manera clara su conjetura, ya que confunden

	constante lo pueden representar con una letra.	llegar al punto medio y dividirlo entre dos.		algunos conceptos y no es clara la justificación. El 28.57% de los estudiantes llegó a la generalización, sin embargo sus argumentos y la forma de escribir cada una de sus explicaciones no deja claro si realmente tuvo las conexiones necesarias para el problema.

CAPITULO 5. CONCLUSIONES.

Cada una de las actividades que se aplicaron en esta investigación tenía un fin determinado y una razón de ser, en el trabajo docente nos encontramos día a día a constantes cambios, algunos de ellos nada tienen que ver con la parte académica, sin embargo, afectan directamente a esta sin reparo y algunos otros de esos cambios están vinculados directamente con la educación. A pesar de dichos cambios la verdadera razón de trabajar en la educación debe de ser siempre el aprendizaje constante entre el alumno y el profesor, en ambos sentidos, ya que siempre se debe estar abierto al aprendizaje, a equivocarse, a implementar nuevas estrategias, nuevas técnicas, y que con ello se logre un avance aunque sea mínimo desde el lugar donde nos encontramos, pues pretender resolver el problema que tiene nuestra sociedad en cuanto educación sería imposible.

Dejando de lado la parte más compleja de la educación en nuestro país, nos enfocamos a nuestra investigación, y principalmente en las conclusiones que nos arroja esta una vez que se aplicaron las actividades y se analizaron detalladamente; la pregunta de investigación con la cual regimos este manuscrito fue: ¿Qué efecto tiene en el aprendizaje del algebra, el aplicar tareas específicas que involucren actividades de generalización a los estudiantes de segundo semestre de bachillerato de la Escuela Preparatoria oficial núm. 204?

Con el análisis de los resultados de la actividad parte I se comienza a interpretar la forma en que los estudiantes abordaban un problema matemático; esta actividad se tomó como piloto para poder entrever que tanto podían comenzar a generar algunas conjeturas referentes a las problemáticas ahí planteadas, pero también para poder modificar, si así lo requería, el diseño de las actividades a trabajar, llegando a la conclusión en primera instancia que los estudiantes no generaban conjeturas concretas y solo se basaban en la parte visual del problema y lo trabajaban con la información de primera instancia, es decir solo leían y respondían por instinto sin adentrarse a un análisis más profundo (no hacían conexiones), por lo que se optó por mejorar el diseño de la actividad y se aplicó entonces la parte II.

Aplicada la parte II, y al analizarla detenidamente los resultados arrojaron una mejoría en el entendimiento de los estudiantes, comienzan a colocarse en las primeras fases de Polya y Schoenfeld, y además sus conjeturas son más estructuradas, cabe mencionar que el profesor investigador aporta ayuda mediante preguntas dirigidas tratando de abrir el panorama de los estudiantes para con el problema. Sin embargo la problemática no fueron las conjeturas, sino la forma de dar a entender sus respuestas, no logran tener los argumentos matemáticos necesarios para expresar una generalización, aunque tienen la idea central de lo que quieren representar se dificulta la escritura matemática de una forma general. Al no poder expresar matemáticamente su respuesta, tampoco logran hacerlo de manera escrita, lo que lleva a pensar que la actividad no les da la información necesaria para poder expresar sus ideas y darlas a conocer.

En la misma actividad II llama la atención que los estudiantes, al no poder expresar sus respuestas optan por comenzar a copiar la de otros compañeros, por lo que la investigación no arroja de manera precisa resultados que puedan interpretarse de una buena forma. Se cree que los estudiantes comenzaron a copiar (solo un porcentaje cercano al 15%) porque dejaron de esforzarse y no quisieron seguir pensando en una posible respuesta, y aquellos que lograron expresarla les pareció correcto compartir su información. Esto propició que se desarrollara la actividad parte III.

Para la parte III el diseño fue detallado, con instrucciones más precisas en las actividades y también por parte del investigador, procurando brindar a los estudiantes herramientas para un mejor análisis de los ejercicios, se buscó que lograran conexiones con sus conocimientos previos, y fue entonces cuando se logró un avance significativo por parte de los estudiantes, pues lograron argumentar de buena manera sus conjeturas y con ello establecieron una generalización del problema establecido.

Con los análisis realizados y con la innovación de las tareas aplicadas en las sesiones al grupo, se llegó a la siguiente conclusión referente al trabajo con patrones y sucesiones numéricas para llegar a una generalización. Este le permite a los estudiantes tener un acercamiento oportuno al álgebra y mejorar paulatinamente su desempeño en esta área de la disciplina, pues anteriormente no se daba un trabajo de antesala para comprender un poco el análisis algebraico, lo cual generaba en los estudiantes demasiada confusión, sin embargo, aunque los resultados en esta investigación son favorables en escalas pequeñas, se logró captar interés y motivación por parte de los estudiantes para trabajar con actividades que le permitan desarrollar su pensamiento libremente, y que además les brindará mejores herramientas intelectuales para su interacción con el trabajo algebraico. Con lo anterior se espera que el trabajo diario en el salón de clase se vea fortalecido, pues un buen ambiente de trabajo siempre genera buenos resultados.

5.1 Algunos avances.

Como un punto relevante en la investigación, es que se realizó una planeación de clase aplicable en el curso 2018-2019 con los grupos de primer grado de la Escuela Preparatoria Oficial Número 204, dicha planeación se presenta en los anexos junto con un documento en donde la dirección escolar avala la aplicación de ésta. En ella se propone diseñar secuencias didácticas con las actividades mostradas en esta investigación, siguiendo pasos específicos que logren llevar a los estudiantes a un buen entendimiento del álgebra. Otro punto que cabe mencionar, es que se diseñó una evaluación parcial con ejercicios de series y patrones numéricos obteniendo buenos resultados y de donde se espera en los temas subsecuentes logren subir el índice de aprovechamiento.

En primera instancia solo el profesor investigador lo trabajará en los grupos que tenga asignados, sin embargo se propone entablar un diálogo con la academia de matemáticas para implementar secuencias didácticas que ayuden a los estudiantes adentrarse de mejor manera en el entendimiento del álgebra sin importar el grado de estudio en el que se encuentren.

REFERENCIAS.

Alcántara, A., Zorrilla, J. F. (2010). Globalización y educación media superior en México. *Perfiles Educativos*, *31*, 39-57.

Alonso Berenguer, I., Martínez, N. & Sánchez. (2019). La resolución de problemas matemáticos. una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. Recuperado el 15 de mayo de 2019 de: https://www.researchgate.net/publication/267994087_LA_RESOLUCION_DE_PROBLEMAS_MATEMATICOS_UNA_CARACTERIZACION_HISTORICA_DE_SU_APLICACION_COMO_VIA_EFICAZ_PARA_LA_ENSENANZA_DE_LA_MATEMATICA

Ávila, A. (Diciembre 2001). El maestro y el contrato en la teoría Brousseauniana. *Artículos de Investigación*, *13*, 17.

Bajo Benito, J. M., Sánchez-Matamoros, G. & Gavilán Izquierdo, J. M. (2015). Las progresiones como indicador de la comprensión del concepto de sucesión numérica en los alumnos de segundo ciclo de enseñanza secundaria obligatoria. Universidad de Sevilla. Recuperado el 18 de mayo de 2019 de: https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/41081/Las_progresiones_como_indicador_de_la_comprension_del_concepto_de_sucesion_numerica_en_alumnos_de_segundo_ciclo.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Boletín Oficial de Canarias (BOC) núm. 55. Martes 30 de abril de 2002: Currículo de Matemáticas de la ESO.

Boletín Oficial de Canarias (BOC) núm. 59 de 8 de mayo de 2002: Currículo de Matemáticas en el Bachillerato.

Borges Munguía, R., (2016). Identificación y generalización de patrones por diferentes rutas: construcción de formas matemáticas de pensar.

Brihuega Nieto, J. (Junio 1997). Las Matemáticas en el bachillerato. Suma 25, pp. 113-122.

Brousseau, G. (Septiembre 1999). Educación y didáctica de las matemáticas. *Artículos de investigación*, *12*, 5-38.

Camacho Machín M., Santos Trigo L. M. (Mayo 2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las Matemáticas a través de la resolución de problemas. *Números*, *58*, 45-60.

Castillo, A. (2016). Estrategias más comunes que implementan los estudiantes para el reconocimiento y generalización de patrones. Tesis de grado de Maestría. UAEH.

Codina, A. Cañadas, M. C. y Castro, E. (2009). Un ejemplo de uso del análisis secuencial en la investigación en resolución de problemas en educación matemática. XV Simposio de la SEIEM, Ciudad real, España. 1-19.

Chalé Can, S. D. y Acuña Soto, C. M. (Noviembre 2013). El desarrollo del pensamiento algebraico: la visualización en el caso de los patrones. I Congreso de Educación matemática de América Central y del Caribe. Recuperado el 20 de Mayo de 2019 de: http://funes.uniandes.edu.co/4056/1/Acu%C3%B1aEldesarrolloCemacyc2013.pdf

Chavarría, J. y Alfaro, C. Resolución de problemas según Polya y Schoenfeld. IV CIEMAC.1-4. Recuperado el 09 de julio de 2019 de: https://studylib.es/doc/4718664/resoluci%C3%B3n-de-problemas-seg%C3%BAn-polya-y-schoenfeld

Chevallard, Y. (2005) ¿Qué es la transposición didáctica? En "La transposición didáctica" Del saber sabio al saber enseñado (45-47). Buenos Aires: Aique.

Diario Oficial de la Federación. (2008). Acuerdo 442. Diario Oficial de la Federación, 59.

Eisenhart, M.A. (1991) Conceptual Frameworks for Research Circa 1991: Ideas from a Cultural Anthropologist; Implications for Mathematics Education Researchers. Proceedings of the 13th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp202-219). Blacksburg.

Fernández, C., Martha Molina y Núria Planas (2015). Investigación en educación Matemática XIX. 143-150.

Hernández Salazar, G. (Julio 2009). Calidad de la Educación Media Superior en México. *Cuadernos de Educación y Desarrollo, 1*, 24.Recuperado el 04 de abril de 2019 de: http://www.eumed.net/rev/ced/05/ghs.pdf

Londoño, N., Kakes, A., y Álamo, A. L. (2014). *Del reconocimiento de patrones a la generalización.* En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (361-367,). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

López-Acosta, L., Montiel Espinosa, G., & Cantoral, R. (2016). Desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional en el bachillerato. May Cen, I. (Diciembre 2015). George Polya (1965). Como plantear y resolver problemas. 2015, de Entreciencias Sitio web: www.entreciencias.enes.unam.mx

May Cen, I. (Diciembre 2015). George Polya (1965). Como plantear y resolver problemas. 2015, de Entreciencias Sitio Web: www.entreciencias.enes.unam.mx

Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (MEPEO). (2017). SEP. P. 57, recuperado el 20 de marzo de 2018 de: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/198664/I-El_Planteamiento_Curricular.pdf

National Council of Teachers of Mathematics (2000): Principies and standards for school mathematics. Reston VA: The Council.

Rico Romero, L. (1996). *Pensamiento numérico.* En Hitt, F. (Ed.), Investigaciones en educación matemática. XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN (pp. 27-54). México: Grupo Editorial Iberoamérica

Rico Romero, L. (s.f.) Pensamiento Numérico. Recuperado el 2 de Julio de 2013, de Pensamiento Numérico: http://fune.unidades.edu.co/464/1/RicoL96-41.PDF

Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J. y García Jiménez, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Málaga. Ediciones Aljibe.

Salett Biembengut,Maria; Hein Nelson. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación matemática, 2,* 105-125.

Salinas Herrera, J, y Moreno Guzmán, S. (2014). Estudio exploratorio acerca de las dificultades que muestran alumnos de bachillerato para transitar de un razonamiento inductivo a uno deductivo. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (1091-1098). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Santos Trigo, L. M. (2007). La resolución de problemas matemáticos, fundamentos cognitivos. México. Trillas.

SEP (2008). Acuerdo 444. Recuperado el 18 de mayo de 2019 de: http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_numero_442_establece_SNB.pdf

SEP (2008b). Acuerdo 442. Recuperado el 18 de mayo de 2019 de: http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_numero_442_establece_SNB.pdf

Simon, M., & Blume, G. W. (1996). Justification in the mathematics classroom: A study of prospective elementary teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, *15*(1), 3-31. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90036-X

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370). NY: Macmillan. Recuperado el 03 de marzo de 2019 de: http://hplengr.engr.wisc.edu/Math_Schoenfeld.pdf.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical problem solving. Academic Press, Inc. USA.

Tortosa, A. (1999). Profesor versus maestro de primaria. Rev. Investigación en el aula de Matemáticas. Ed. Univ. Ganada. Dpto. Didáctica de la Matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES. España.

Vernor Arguedas, T. (2012). George Polya: el razonamiento plausible. *Revista digital matemática, vol. 12*, No. 2.

APÉNDICES.

Actividades aplicadas.

ACTIVIDADES PATRONES NUMÉRICOS (PARTE I)

NOMBRE DEL ALUMNO: ____

GRADO: ____________ GRUPO: ___________

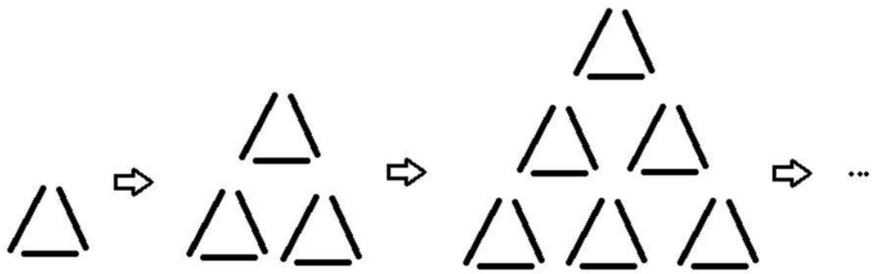
INSTRUCCIONES: Completa la siguiente tabla colocando en el espacio debajo de ella la estrategia que utilizaste en cada secuencia, escribiendo detalladamente los pasos que llevaste a cabo. (No borres tus intentos).

A)	2	5	10	17		37	50	65	82

B)	5	8	11		17	20		

C)	4	11	18	25			46	53	60	

INSTRUCCIONES: Identifica y explica una regularidad en el número total de palitos usados en cada lugar de la secuencia de los triángulos.



¿Podrías encontrar una estrategia que te permita explicar la secuencia de la figura de arriba?

¿Cuántos palitos se usarán para construir la figura 60? ¿Explica cómo es que encontraste la respuesta a la

ACTIVIDADES PATRONES NUMÉRICOS (PARTE II)

Nombre del alumno: ________________________________ Grado: ________ Grupo: _______

INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con palillos de la misma longitud, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 1:

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 1?

2.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 2?

3.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 3?

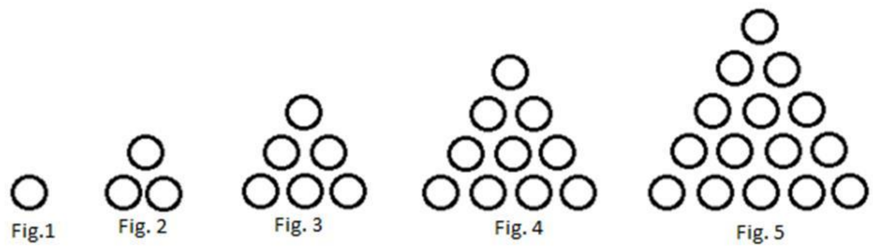
4.- ¿Cuántos palillos se ocuparan para generar la figura 58?

5.- ¿Cómo calculaste el número de palillos que se necesitan en la pregunta anterior? (Explica tu respuesta).

6.- ¿Podrías saber el número de palillos que habrá en la figura que ocupe cualquier posición? ¿Cómo calcularías el número de palillos? (Explica tu respuesta)

INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con bolitas de unicel de igual diámetro, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 2:



1.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 3?

2.- ¿Cuántas bolitas se ocupan para formar la figura 4?

3.- ¿Cuántas bolitas se pueden ocupar para formar la figura 66?

4.- ¿Cómo calculaste el número de bolitas que se necesitan para formar la figura 6? (Explica tu respuesta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

5.- ¿Podrías saber el número de bolitas que habría en cualquier figura? ¿Cómo calcularías el número de bolitas? (Explica tu respuesta colocando cada paso sin borrar ninguno de tus intentos).

ACTIVIDADES DE PATRONES NUMERICOS (PARTE III)

Alumno:___________________________________ Grado:______ Grupo:_____

INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras haciendo uso de sus conocimientos matemáticos básicos y determine el patrón que determina el comportamiento de las figuras construidas contestando las preguntas que se presentan posterior a las figuras.

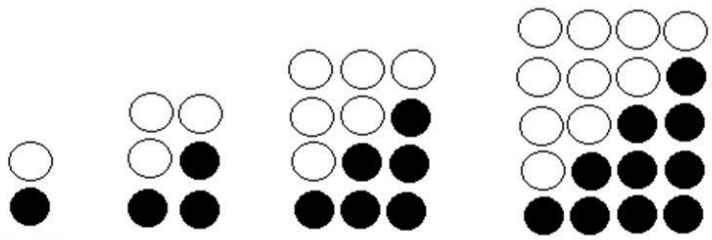


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

1.- ¿Cuántas esferas negras se utilizaron para formar la figura 3? y ¿Cuántas blancas?

2.- ¿Cuántas esferas se usaron en total para formar la figura 4?

3.- Si trazamos un contorno para cada figura ¿qué es lo que se forma geométricamente?

4.- ¿Cómo calcularías el número de esferas en total que se necesitan para formar la figura 5?, sin que realices dibujos.

5.- ¿Podrías expresar una forma general (fórmula) para construir, por ejemplo, la figura 89?

6.- A partir del análisis anterior ¿podrías encontrar la generalización de la siguiente figura? justificando tu respuesta.

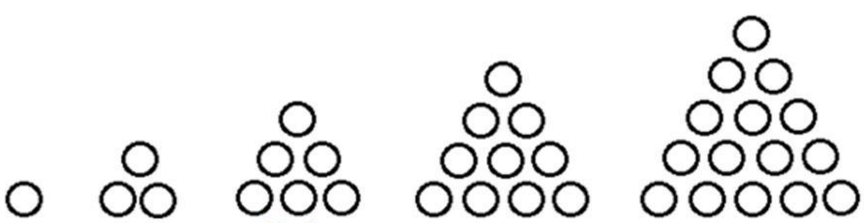


Fig.1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4 Fig. 5

Rúbrica para Actividad III

RUBRICA PARA EVALUACIÓN DE LA ACTIVIDAD PARTE III			
INDICADORES	CRITERIOS		
¿Lograron entender el problema?	Los estudiantes entienden el problema una vez que realizan la lectura del mismo	Los estudiantes entienden logran entender el problema despues de que reciben asesoria por parte del docente	Los estudiantes no logran entender el problema a pesar de la asesoria por parte del docente
¿Qué información lograron identificar?	Los estudiantes entienden el problema y pueden identificar la información que se les presenta para poder resolver el problema.	Los estudiantes identifican la información que se presenta en el problema pero no saben como poder utilizarla para resolver el problema.	Los estudiantes no logran identificar la información que se presenta en el problema.
¿Se auxiliaron de alguna estrategia o heurística?, ¿Cómo cuál?	Los estudiantes, al resolver el problema se auxilian de heurísticas como: graficas, tablas, dibujos, redacción; y con ellos logran proponer alguna respuesta.	Los estudiantes, al resolver el problema se auxilian de heurísticas como: graficas, tablas, dibujos, redacción; pero no logran proponer alguna respuesta.	Los estudiantes no hacen uso de alguna heurística porque no lograron identificar la información para resolver el problema.
¿Relacionaron las variables para lograr alguna generalización?	Los estudiantes relacionan las variables que se presentan en el problema y con ello plantean una posible generalización de los patrones.	Los estudiantes relacionan las variables que se presentan en el problema, pero no logran con ello, plantear una posible generalización de los patrones.	Los estudiantes no logran identificar variables, y tampoco logran hacer una conjetura de su posible generalización.
¿Pudieron justificar su conjetura?	Los estudiantes justifican su conjetura, planteando su generalización y tratando de comprobar sus resultados.	Los estudiantes intentan justificar sus conjeturas, sin embargo no logran transmitir un mensaje claro.	Los estudiantes no logran justificar sus conjeturas, ya que no lograron identificar alguna.

Planeación didáctica.

GOBIERNO DEL
ESTADO DE MÉXICO

EDOMÉX
DECISIONES FIRMES,
RESULTADOS FUERTES

Nombre del profesor (a):	ARTURO SANCHEZ CERVANTES		Fecha: 14/08/2017
Ciclo escolar	Grado	Grupo	Turno
2018-2019	PRIMERO	1 Y 2	MATUTINO

DATOS DE LA ASIGNATURA

Tiempo asignado	Créditos:	Campo disciplinar	Nombre de la asignatura	Componente
80 hrs	10	MATEMÁTICAS	MATEMÁTICAS 1	BÁSICO

Bloque:	Nombre del bloque:	Horas asignadas:
III	Sucesiones y series.	8

Propósito del bloque:
Resuelve modelos aritméticos, algebraicos y gráficos basándose en el reconocimiento de patrones para relacionar magnitudes constantes y variables de un fenómeno social o natural.

Interdisciplinariedad	Ejes transversales
Química I. Taller de Lectura y Redacción I. Informática I. Ética I. Metodología de la Investigación.	Eje transversal social. Eje transversal de salud. Eje transversal ambiental. Eje transversal de habilidades lectoras.

Competencias disciplinares básicas de la asignatura
1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación. 5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. 6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente, las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean. 7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

GOBIERNO DEL
ESTADO DE MÉXICO

EDOMÉX

EJE	COMPONENTE	CONTENIDO CENTRAL
Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico.	Patrones, simbolización y generalización: elementos del Álgebra básica.	Uso de las variables y las expresiones algebraicas. Usos de los números y sus propiedades Conceptos básicos del lenguaje algebraico. De los patrones numéricos a la simbolización algebraica. Sucesiones y series numéricas. Variación lineal como introducción a la relación funcional. Variación proporcional. Tratamiento de lo lineal y lo no lineal (normalmente cuadrático). El trabajo simbólico. Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	APRENDIZAJES ESPERADOS
Búsqueda de patrones. Sucesiones y series. -Aritméticas. -Geométricas.	Calcula valores de series aritméticas y geométricas. Deduce valores faltantes en sucesiones aritméticas y geométricas. Infiere patrones numéricos y gráficos de sucesiones aritméticas y geométricas.	Privilegia el diálogo para la construcción de nuevos conocimientos. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado. Expresa libremente sus ideas, mostrando respeto por las demás opiniones.	Explica regularidades de sucesiones, siendo perseverante en la búsqueda de patrones que se encuentran en su entorno. Resuelve colaborativamente e interpreta problemas reales o hipotéticos que presentan relación con sucesiones y series para modelar distintos fenómenos de su localidad.

GOBIERNO DEL
ESTADO DE MÉXICO

EDOMÉX

E 1. ESCENARIO GENERAL DIDÁCTICO:
Descripción del escenario general del bloque:
Diagnostico de conocimientos previos. Actividades para comenzar el bloque (enseñanza y aprendizaje). Breve introducción a la búsqueda de patrones, a partir de problemáticas establecidas.
Preguntas generadoras (detonantes):
Preguntas guías que ayudan al desarrollo del bloque. ¿Cómo podemos construir formulas?, ¿En qué se basa la construcción de formulas?
Preguntas secundarias (se derivan de las generadoras):
Preguntas de manera particular. ¿Que sería del álgebra sin el uso de patrones?

E2 ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA (Actividades centradas en el docente)			E3 EVALUACIÓN (Diseño de evidencias e instrumentos de evaluación)
APERTURA (Por contenido específico del bloque)	DESARROLLO	CIERRE	ACTIVIDADES DE REGISTRO DE PRODUCTOS ESPERADOS (Tipo de evidencia e instrumento a utilizar para el registro)
S1. Planteamiento de diversos problemas en los que se incluyan patrones ocultos. S2. Deducción de valores faltantes en una secuencia.	S1. Búsqueda de las alternativas para buscar patrones. S2. Maneras de encontrar valores faltantes en secuencias numéricas.	S1. Desarrollo de ejercicios que implique la búsqueda de patrones. S2. Desarrollo de ejercicios.	S1. Sello de actividad en el cuaderno. S2. Sello de actividad en el cuaderno.

GOBIERNO DEL
ESTADO DE MÉXICO

EDOMÉX

E2 ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE (Actividades centradas en el alumno)			E3 EVALUACIÓN (Evidencia producida y el correspondiente)
APERTURA (Actividades desarrolladas por el alumno durante esta etapa)	DESARROLLO (Actividades desarrolladas relacionadas con los aprendizajes esperados)	CIERRE (Son los productos, desempeños o aprendizajes esperados de acuerdo con el desarrollo de la competencia)	ACTIVIDADES DE REGISTRO (Tipo de evidencia e instrumento a utilizar para el registro)
S1. Apunte en su cuaderno acerca de lo mas importante. S2. Apunte en su cuaderno acerca de lo mas importante.	S1. Desarrollo de los ejercicios propuestos en clase. S2. Desarrollo de los ejercicios propuestos en clase.	S1. Identificar que fallas tuvo durante el desarrollo de los ejercicios. S2. Identificar que fallas tuvo durante el desarrollo de los ejercicios.	S1. Ejercicios en su cuaderno. S2. Ejercicios en su cuaderno.

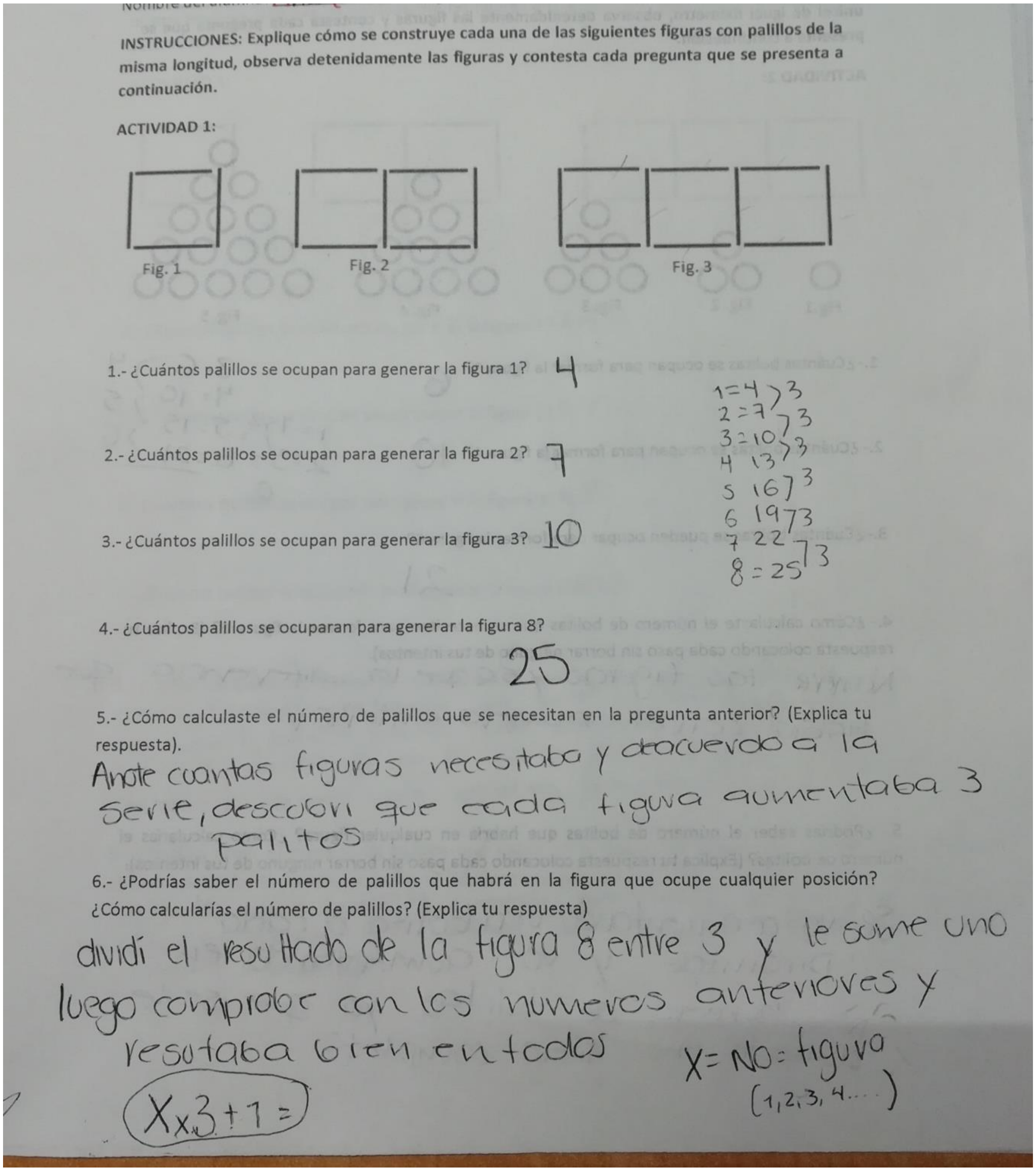
MATERIALES Y RECURSOS PARA EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES			
APERTURA	DESARROLLO	CIERRE	APOYOS ADICIONALES (Señalar en qué etapa se requieren)
Cuaderno Pizarrón Marcadores	Cuaderno Pizarrón Marcadores	Cuaderno Pizarrón Marcadores	Proyector

FUENTES DE CONSULTA	
Obligatorias (de acuerdo con el programa):	Complementarias (sugeridas por el docente):
Juan Antonio cCellar Carbajal, Matemáticas 1, ed. Mc Graw Hill	

EDOMÉX
DECISIONES FIRMES, RESULTADOS FUERTES
SECRETARIA DE EDUCACION
SUBSECRETARIA DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR Y SUPERIOR
DIRECCION GENERAL DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR
SUBDIRECCION DE BACHILLERATO GENERAL
SUPERVISION ESCOLAR ZONA BG 042
ESCUELA PREPARATORIA
OFICIAL NUM. 204
C.C.T. 15EBH0385

ELABORÓ	REVISÓ	AUTORIZÓ
Arturo Sánchez Cervantes	Ma. Consuelo Jiménez Jiménez	Ma. Isabel [illegible] Llanos
DOCENTE	ÁREA ACADÉMICA	DIRECTOR

Algunas actividades.



INSTRUCCIONES: Explique cómo se construye cada una de las siguientes figuras con palillos de la misma longitud, observa detenidamente las figuras y contesta cada pregunta que se presenta a continuación.

ACTIVIDAD 1:

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 1? 4

2.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 2? 7

3.- ¿Cuántos palillos se ocupan para generar la figura 3? 10

1=4 >3
2=7 >3
3=10 >3
4 13 >3
5 16 >3
6 19 >3
7 22 >3
8=25

4.- ¿Cuántos palillos se ocuparan para generar la figura 8?

25

5.- ¿Cómo calculaste el número de palillos que se necesitan en la pregunta anterior? (Explica tu respuesta).

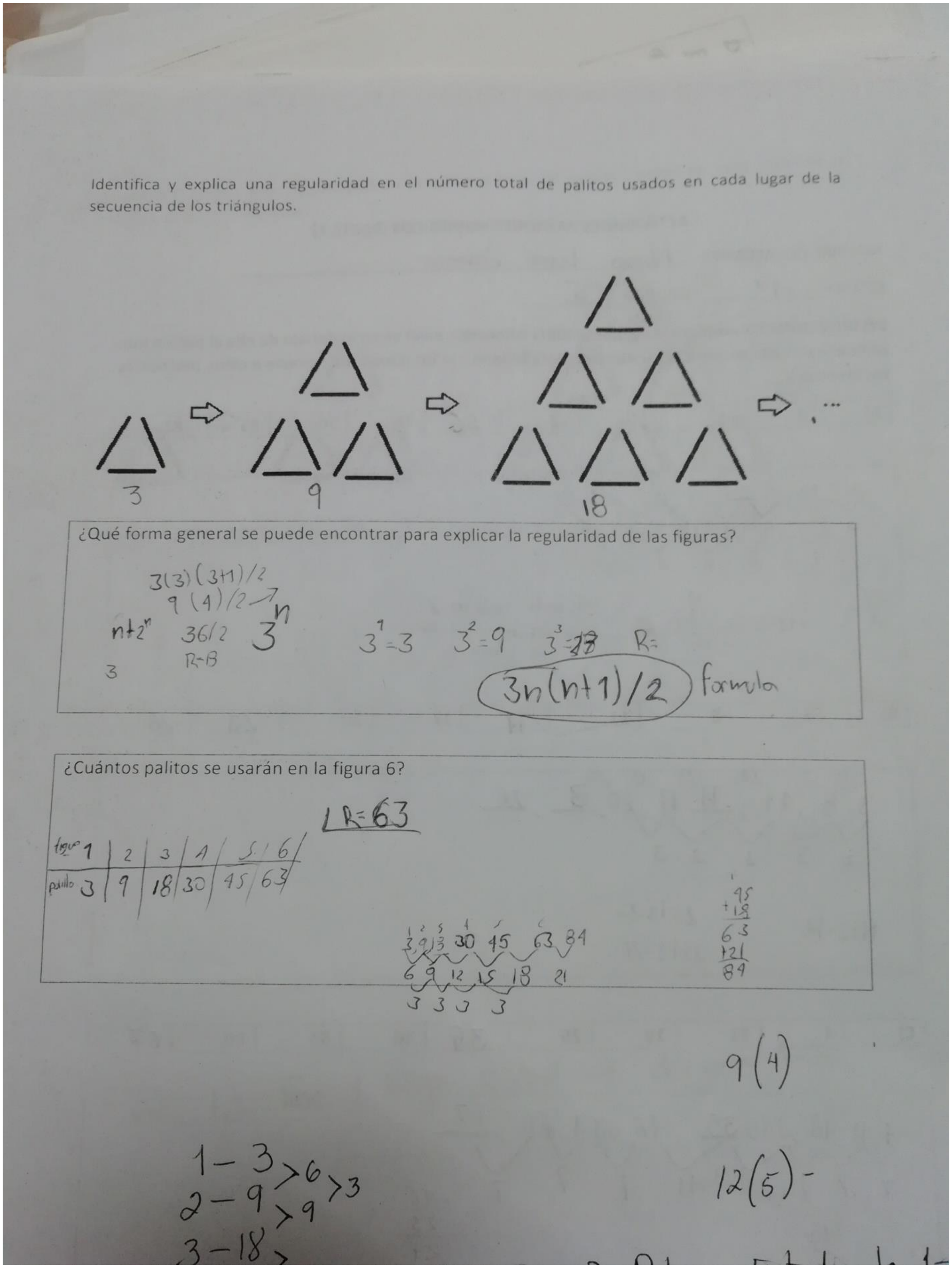
Anote cuantas figuras necesitaba y deacuerdo a la serie, descubri que cada figura aumentaba 3 palitos

6.- ¿Podrías saber el número de palillos que habrá en la figura que ocupe cualquier posición? ¿Cómo calcularías el número de palillos? (Explica tu respuesta)

dividí el resultado de la figura 8 entre 3 y le sume uno luego comprobr con los numeros anteriores y resutaba bien entodos

X= No: figura (1, 2, 3, 4....)

$X \times 3 + 1 =$



Identifica y explica una regularidad en el número total de palitos usados en cada lugar de la secuencia de los triángulos.

3 9 18

¿Qué forma general se puede encontrar para explicar la regularidad de las figuras?

$3(3)(3+1)/2$

$9(4)/2 \to n$

$n+2^n$ $36/2$ 3^n

R=18

3

$3^1=3$ $3^2=9$ $3^3=\cancel{27}$ R=

$3n(n+1)/2$ formula

¿Cuántos palitos se usarán en la figura 6?

R=63

figura	1	2	3	4	5	6
palito	3	9	18	30	45	63

3 9 18 30 45 63 84

6 9 12 15 18 21

3 3 3 3

45 + 18 = 63

63 + 21 = 84

9(4)

1 – 3 > 6 > 3

2 – 9 > 9

3 – 18 >

12(5) -