



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO**  
**SISTEMA DE UNIVERSIDAD VIRTUAL**

**“Propuesta de material didáctico con uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, para apoyar el aprendizaje de las razones trigonométricas en el segundo semestre del bachillerato del plantel Carmen Serdán del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal”**

Proyecto terminal de carácter profesional que para obtener el grado de:

**MAESTRÍA EN TECNOLOGÍA EDUCATIVA**

Presenta:

**Olivia Alexandra Scholz Marbán**

Director del proyecto terminal:

**Dr. Carlos Rene Rodríguez Garces**

Pachuca de Soto, Hidalgo, Mayo de 2015



# ÍNDICE

---

I. PRESENTACIÓN .....	1
I.1 Diagnóstico.....	2
I.2 Planteamiento del problema.....	6
I.3 Antecedentes .....	9
I.4 Justificación.....	11
II. FUNDAMENTACIÓN .....	13
II.1 La enseñanza aprendizaje en el nivel medio superior .....	13
II.2 TIC en la educación.....	16
II.3 La razón trigonométrica .....	19
II.2 Objetivo General .....	25
II.3 Objetivos Específicos .....	25
III. Metodología.....	26
III.1 Características .....	26
III. 2 Hipótesis de trabajo.....	29
III.3 Diseño de investigación .....	29
III.4 Población y Muestra.....	30
IV. Productos del Trabajo. Materiales didácticos.....	32
IV.1 Metodología para el desarrollo del producto.....	32
IV.2 Estrategia de implementación .....	34
IV.3 Recursos .....	35
IV.4 Factibilidad del proyecto.....	36
IV.5 Materiales Didácticos .....	37
V. Estrategia de evaluación.....	40
V.1 Reporte de resultados .....	41
V.2 Análisis a Priori.....	41
V.3 Análisis a Posteriori .....	44
V.4 Comparación del Análisis a Priori y el Análisis a Posteriori .....	47
VI. Conclusiones.....	49
Glosario de términos .....	52
REFERENCIAS .....	53



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO  
Dirección del Sistema de Universidad Virtual

**E.T.E. Olivia Alexandra Scholz Marban,  
Candidata a Maestra en Tecnología Educativa.  
PRESENTE:**

Por este conducto le comunico el jurado que le fue asignado a su Proyecto Terminal de Carácter Profesional denominado: "Propuesta de material didáctico con uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, para apoyar el aprendizaje de las razones trigonométricas en el segundo semestre del bachillerato del plantel Carmen Serdán del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal", con el cual obtendrá el Grado de Maestra en Tecnología Educativa y que después de revisarlo, han decidido autorizar la impresión del mismo, hechas las correcciones que fueron acordadas.

A continuación se anotan las firmas de conformidad de los integrantes del jurado:

PRESIDENTE: M.T.E. ELSA MARTÍNEZ OLMEDO.  
PRIMER VOCAL: DR. CARLOS RENÉ RODRÍGUEZ GARCÉS.  
SECRETARIO: M.E. CARLOS ENRIQUE GEORGE REYES.  
SUPLENTE 1: M.T.E. CITLALI RAMOS BAÑOS.  
SUPLENTE 2: M.T.I. ALEJANDRA HERNÁNDEZ SILVA.

Sin otro asunto en particular, reitero a usted la seguridad de mi atenta consideración.

ATENTAMENTE  
"AMOR, ORDEN Y PROGRESO"  
Pachuca, Hgo., a 28 de abril de 2015.

Mtra. Alejandra Hernández Silva.  
Coordinadora de la Maestría en Tecnología Educativa



Torres de Pachuca 307100  
Carretera Pachuca-Actopan, km 4.5, Col. Campo de Tiro  
Pachuca de Soto, Hidalgo, México. C.P. 42339  
Teléfono: 52 01 (771) 71 720-00 Ext: 5850  
info@uaeh.edu.mx

www.uaeh.edu.mx



## I. PRESENTACIÓN

El proyecto está pensado para apoyar las clases presenciales de la materia de Matemáticas II en el plantel Carmen Serdán, del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal (IEMS-DF); donde existen los recursos para trabajar con los alumnos actividades y materiales mediante el uso de las TIC; el plantel cuenta con dos Aulas Digitales equipadas con 25 máquinas, cada una tiene acceso a internet y además está la posibilidad de utilizar un proyector para que el docente presente la clase en una pared del Aula Digital.

El desarrollo de la propuesta didáctica para apoyar el aprendizaje de las razones trigonométricas, es una apuesta a incentivar a la comunidad académica del IEMS-DF a crear proyectos que contemplen el uso de herramientas tecnológicas para el logro de aprendizajes significativos en el área de matemáticas.

En el aula se han detectado dificultades de aprendizaje, tanto con los conceptos previos como son ángulo, identificar las relaciones de los lados y ángulos de un triángulo, uso del teorema de Pitágoras que son conceptos básicos para el entendimiento de los conceptos trigonométricos, como con el manejo de herramientas para la medición y la construcción de figuras geométricas, que se podrían subsanar en un ambiente tecnológico que brinde la posibilidad de ilustrar los conceptos previos de razón trigonométrica y permita realizar ejercicios con herramientas que construyan las figuras geométricas con trazos precisos, para que los estudiantes identifiquen las partes del triángulo rectángulo, reconozcan la razón trigonométrica a utilizar según los datos proporcionados y logren un aprendizaje significativo que les permita resolver problemas que requieren el uso de la razón trigonométrica.

La línea de investigación del proyecto es la Línea 1: Diseño, gestión y desarrollo curricular a través de las TIC en la educación, en la opción b) Diseño, gestión y desarrollo de programas educativos presenciales con incorporación de las TIC. El alcance es: Propuesta de mejora, con diseño e instrumentación del proyecto de forma parcial.

La duración del proyecto será de seis meses y se contempla desarrollar algunos materiales y reutilizar otros que ya están en la red para apoyar el aprendizaje significativo de

los estudiantes en el tema de razones trigonométricas, se pretende aplicar las actividades con un grupo de segundo semestre y evaluar los resultados.

## **I.1 Diagnóstico**

El proyecto se desarrollará para el IEMS-DF en el plantel Carmen Serdán. Se cuenta con dos aulas digitales que se componen de 25 computadoras con acceso a internet, el software de Geogebra y Java instalado en cada una de ellas, las clases en las que se realizarán las actividades propuestas serían en el aula digital; que se encuentra disponible para ser utilizada por los grupos que se conforman de 25 alumnos cada uno.

El tema de la razón trigonométrica se estudia en el segundo semestre casi al finalizar el ciclo escolar por lo que se tiene tiempo para desarrollar las actividades e indagar las que ya existen y que se adaptan al modelo de estudio del Instituto, por cuestión de tiempos se planea aplicar sólo con un grupo del turno matutino.

La matrícula estudiantil del plantel tiende a disminuir por distintas y variadas razones que provocan la deserción; sin embargo, una de ellas podría ser el alto índice de reprobación en la materia de matemáticas, que es aproximadamente de 60% por cada grupo en el plantel Carmen Serdán. El índice de reprobación también depende de múltiples factores, uno de ellos podría ser la falta de motivación en clase y la poca comprensión de los temas; lo que deriva en la manifestación de rechazo por parte de los alumnos hacia la materia.

En la actualidad los jóvenes están inmersos en un mundo tecnológico y como docentes debemos aprovechar ese entorno para motivarlos a obtener aprendizajes relacionados con nuestra asignatura, existen en internet materiales desarrollados con el uso de TIC para la enseñanza y aprendizaje de la razón trigonométrica. El aporte de este proyecto será proporcionar material de enseñanza - aprendizaje para la razón trigonométrica, que cumpla con los objetivos del programa de Matemáticas II del IEMS-DF, para que todos los docentes y alumnos no sólo del plantel Carmen Serdán sino de los 20 planteles que conforman al Instituto puedan utilizarlos en el desarrollo de su curso de la asignatura de Matemáticas II.

El IEMS-DF cuenta con una página web en la que los docentes cuentan con un espacio llamado *Portal Académico*, ahí se pueden alojar y también descargar materiales didácticos desarrollado por docentes del IEMS-DF, asimismo existe un Portal Estudiantil, en el que los alumnos del IEMS-DF pueden descargar materiales de apoyo para el aprendizaje de las distintas asignaturas del plan de estudios.

En el plantel Carmen Serdán, la planta académica está compuesta por 76 profesores de los cuales nueve son del área de matemáticas y atienden a un total de 27 grupos de matemáticas de los distintos semestres, entre el turno matutino y vespertino hay 9 grupos de Matemáticas II, que representan aproximadamente 225 alumnos si consideramos que cada grupo lo constituyen un máximo de 25 estudiantes. De la planta docente sólo un tercio de los profesores ha desarrollado algún material didáctico para apoyar el aprendizaje de los alumnos utilizando las TIC.

Es probable que si la dinámica de la academia de matemáticas en el plantel Carmen Serdán continua igual, con profesores que imparten su asignatura con el método tradicional; la población estudiantil continuará rechazando la asignatura de matemáticas y carecerán de la comprensión matemática y las competencias que requieren para concluir el bachillerato en esta Institución. Esto no implica que al utilizar estrategias de enseñanza aprendizaje que involucren el uso de las TIC esta dinámica mejorará aunque si se espera una progreso en el aprendizaje y motivación de los estudiantes.

El desarrollo del material didáctico para apoyar el aprendizaje de las razones trigonométricas, es una apuesta a incentivar a la comunidad académica del IEMS a crear proyectos que contemplen el uso de herramientas tecnológicas para el logro de los aprendizajes no sólo en el área de matemáticas (aunque sería el inicio), sino en todas las asignaturas, para los diversos temas y niveles, con el fin de motivar a los alumnos a aprender y crear con ellos un vínculo de su entorno tecnológico con las materias que cursan en el plantel.

La propuesta de material didáctico se compartirá en el *Portal Académico* para que sea del dominio de todos los docentes del IEMS, se espera que prueben el material en sus grupos y esto los determine a realizar material con el uso de TIC e integrarlas con más frecuencia a su aula. Algunos docentes no tienen las habilidades para desarrollar material con el uso de las TIC,

estos pueden indagar en la red y adecuar en sus clases las actividades que ya existen en internet o bien tomar cursos para aprender a desarrollar actividades a su medida.

La propuesta está pensada de manera local para docentes y alumnos del IEMS-DF y en específico del Plantel Carmen Serdán que es el lugar dónde se aplicará con un grupo de segundo semestre en la materia de matemáticas, aunque se vislumbra que pueda extenderse a los otros planteles del IEMS-DF.

## MATRIZ FODA

	<b>Fortalezas</b>	<b>Debilidades</b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Docentes capacitados en uso de las TIC</li> <li>2) Aulas equipadas para trabajar con materiales didácticos apoyados en el uso de las TIC</li> <li>3) Alumnos interesados en el uso de las TIC</li> <li>4) Espacio virtual para difundir los resultados</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Resistencia al cambio</li> <li>2) Estrategias tradicionalistas</li> <li>3) Poco dominio de las herramientas TIC</li> </ol>
<b>Oportunidades</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Cambio actitudinal en el alumno</li> <li>2) Optimización de recursos</li> <li>3) Estrategias innovadoras</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Motivar a los alumnos mediante el desarrollo de materiales desarrollados con TIC</li> <li>2) Utilizar los recursos que proporciona el plantel para integrar las TIC en las clases.</li> <li>3) Desarrollar material interactivo para el aprendizaje del tema de las razones trigonométricas</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Aprovechar el cambio actitudinal de los estudiantes para motivar a los docentes a integrar las TIC en el aula</li> <li>2) Mostrar que son efectivas las estrategias de enseñanza mediante el uso de TIC para cambiar los enfoques tradicionales de enseñanza</li> <li>3) Desarrollar materiales para que puedan ser reutilizados por otros docentes.</li> </ol>

<b>Amenazas</b>		
<b>1) Periodo de implementación</b>	1) Aprovechar el dominio de otros docentes del manejo de las TIC para optimizar los tiempos de implementación	1) Compartir los resultados de la investigación con los docentes, para fomentar las estrategias innovadoras
<b>2) Prácticas tradicionalistas</b>	2) Modificar en lo posible las prácticas tradicionalistas, basados en los resultados de alumnos motivados en su aprendizaje.	2) Compartir los materiales didácticos desarrollados y apoyar su implementación en otros grupos de matemáticas.
<b>3) Rechazo de la comunidad académica</b>	3) Difundir el material realizado y los resultados obtenidos en el aprendizaje de los alumnos para minimizar el rechazo de la comunidad académica.	

Con base en el análisis realizado se puede observar que se tienen los recursos de equipamiento en el plantel lo que favorece el desarrollo de materiales educativos con recursos de TIC, se cuenta con algunos docentes capacitados en el manejo de algunas herramientas TIC y además con el interés de desarrollar materiales e implementarlos en el aula, con estas ventajas podrían ofrecerse cursos para otros docentes que quieran incursionar en el desarrollo de materiales o difundir los que existen para su aplicación en las clases de otros docentes, además los alumnos muestran interés en el uso de las TIC, esta motivación puede aprovecharse para vincularla con los contenidos escolares y potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

En cuanto a la Institución ofrece los apoyos para difundir los trabajos y materiales que realizan los docentes para los cursos impartidos dentro del currículum del Instituto, se pueden aprovechar estos espacios para intercambiar materiales, para conocer lo que otros docentes realizan o para compartir con la comunidad del IEMS las estrategias docentes en distintas asignaturas.

## I.2 Planteamiento del problema

La problemática vista desde el aprendizaje de la matemática escolar y el uso de las TIC es definida por fenómenos didácticos que se presentan en los alumnos cuando han tenido un acercamiento al conocimiento matemático, sin embargo puede explicarse en términos de lo que acontece en la institución entre la relación de docente, alumno y saber matemático.

En el sistema educativo mexicano el primer acercamiento del estudiante con la trigonometría se da en el tercer año de la educación secundaria. Los programas de estudio están regulados por la Secretaría de Educación Pública y en ellos se establece lo que los alumnos deben saber sobre la razón trigonométrica. El programa oficial del tema no se acompaña de actividades complementarias o de uso de TIC sólo se menciona que “el alumno resuelva problemas que implican el uso de razones trigonométricas” (SEP, 2006, p.129).

En el nivel medio superior el estudio de la trigonometría se inicia retomando la noción de razón trigonométrica que se enseña en el nivel básico-secundaria, es decir, se parte del supuesto que los estudiantes ya la han aprendido y tienen un cierto dominio, al menos sobre las tres razones trigonométricas básicas *seno*, *coseno* y *tangente*, tanto en la resolución de triángulos como en su aplicación.

Sin embargo, este supuesto incluye también considerar que los estudiantes cuentan con los conocimientos previos de conceptos como ángulo, triángulos, sus clasificaciones, relaciones de sus lados y sus ángulos, así como de los conceptos de semejanza y proporcionalidad, y, evidentemente, del concepto de razón. Sin embargo, se ha detectado frecuentemente que no es así y esto complica aún más el aprendizaje de conceptos más avanzados, como son las identidades, las ecuaciones, las leyes y las funciones trigonométricas.

En los planes de estudio del IEMS-DF se plantea el tema de razones trigonométricas dentro de la rama de geometría y dado que el plan de estudios está concebido por objetivos el tema se ubica en el objetivo 4 *Aplicará el concepto de proporcionalidad y razón al estudio de propiedades de figuras geométricas*, como caracterización del objetivo se destaca que el alumno *Conoce y aplica las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos rectángulos*.

Desde la práctica pedagógica en el IEMS-DF Plantel Carmen Serdán, se ha evidenciado que los cursos de Matemáticas se imparten con una práctica pedagógica tradicional. Los estudiantes reciben una serie de contenidos preparados por el profesor, asisten a asesorías que dan los docentes, pero esto no da evidencia de un aprendizaje significativo en los alumnos.

En el aula se han detectado algunas dificultades, tanto con los conceptos previos y básicos para el entendimiento de los conceptos trigonométricos, como con el manejo de herramientas para la medición y la construcción de figuras geométricas.

El estudio de la trigonometría en el escenario escolar presenta dificultades de aprendizaje como cualquier otro tema matemático escolar. La tradición escolar, como ya lo han reportado De Kee, Mura y Dionne (1996), privilegia el significado de la razón trigonométrica como la división de longitudes en un triángulo rectángulo. Esto no es de extrañar puesto que tanto en los libros de texto escolares como la mayoría de los docentes introducimos el tema de la razón trigonométrica a partir del triángulo rectángulo, nuestra enseñanza se basa en mostrar la manera de aprenderse las seis razones trigonométricas usando técnicas de mnemotecnia para memorizar y recordar las relaciones entre los lados del triángulo rectángulo. El siguiente paso es mostrar cómo se obtiene un dato faltante en el triángulo rectángulo ya sea un lado o un ángulo, usando la razón trigonométrica adecuada y posteriormente asignar varios ejercicios a los estudiantes.

Evidenciando las dificultades de los alumnos con el manejo de la razón trigonométrica De Kee, S., Mura, R. y Dionne, J. (1996) encontraron y documentaron algunas concepciones que presentan los alumnos respecto al seno y al coseno, por ejemplo que es un procedimiento que consiste en dividir uno entre otro las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo y que produce el *seno* o el *coseno* de un ángulo agudo, aunque algunos alumnos aplican ese procedimiento a triángulos que no son rectángulos o a ángulos que no son agudos.

Varios autores como Weber (2005, 2008), Moore (2012, 2010; Moore, LaForest, Kim, 2012), Demir, Ö. y Heck, A. (2013), han diseñado actividades didácticas para aprender el concepto de razón trigonométrica, usando TIC para apoyar las clases y han reportado tener éxito en el aprendizaje de los estudiantes.

Desde la tecnología educativa se percibe que es cada vez más frecuente el uso y la incursión de las tecnologías en las aulas, incluso el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) declara que la Tecnología es una herramienta básica para la enseñanza y el aprendizaje efectivos de las matemáticas; debido a que amplía las matemáticas que se pueden enseñar y mejora el aprendizaje de los estudiantes, justifican su uso mencionando que: Las calculadoras, el software de herramientas del computador, y otras tecnologías ayudan en la recolección, grabación, organización y análisis de datos. Aumentan además la capacidad de hacer cálculos y ofrecen herramientas convenientes, precisas y dinámicas que dibujan, grafican y calculan. Así los estudiantes pueden extender su aprendizaje y enfrentarse a ideas matemáticas en ambientes más realistas.

Las nuevas tecnología están cambiando el panorama tradicional de cómo se enseñaban las matemáticas (Orozco, 2004). Lo que implica realizar cambios en nuestras prácticas de enseñanza, reconociendo la mediación que juega la computadora en la relación cognitiva que se establece entre sujeto y objeto del conocimiento.

Se reconoce entonces que los diseños que reportan tener resultados positivos son aquellos que abandonan la tradición escolar e integran diversas nociones, herramientas y conceptos matemáticos tanto de la geometría como de las funciones y el uso de las TIC. En este marco de acción es que se planean las actividades propuestas, cuyo propósito es lograr que en el tema de razón trigonométrica se generen procesos de enseñanza-aprendizaje innovadores que permitan un aprendizaje significativo en cada estudiante.

### **I.3 Antecedentes**

La razón trigonométrica es un tema que requiere que los alumnos desarrollen la habilidad de identificar los datos en un triángulo rectángulo, reconozcan un ángulo de acuerdo a su clasificación, apliquen la razón adecuada para resolver el triángulo; además de la habilidad para resolver problemas que involucren triángulos rectángulos o isósceles.

El desarrollar o retomar actividades existentes que se adapten al modelo de enseñanza del Instituto brinda la oportunidad de contar con materiales de apoyo a la clase presencial y que los alumnos pueden consultar aun cuando no están en el plantel, esto permite que tengan disponible la información para consulta y práctica.

En la enseñanza tradicional se promueve la repetición de ejercicios para memorizar una técnica de solución y esto genera que los alumnos construyan una falsa idea acerca de que las matemáticas son rutinarias y provoca en ellos desinterés por la asignatura. Santos (1997) señala que esta práctica de los docentes de utilizar un solo método de solución y mostrar el camino adecuado para resolver problemas en matemáticas hace pensar a los estudiantes que las matemáticas sólo son comprensibles para unos pocos.

En el IEMS-DF las aulas como en muchas de las escuelas públicas del país cuentan con mesas, sillas y un pizarrón verde, no están equipadas con tecnología y la mayoría de las clases se imparten con pizarrón y gis para que los alumnos tomen notas en cuaderno con lápiz o pluma, sin embargo una ventaja es que la escuela cuenta con aulas digitales equipadas con computadoras para uso de los estudiantes, además los docentes pueden programar clases en el aula digital.

El IEMS-DF en el plantel Carmen Serdán tiene un índice de reprobación en la asignatura de matemáticas II del 47% según los datos proporcionados por servicios escolares del plantel, aunque la asignatura no es en su totalidad del tema de razones trigonométricas pero en el objetivo 4 que es el concerniente al tema se presenta un índice de reprobación del 36% y este fue uno de los motivos de proponer materiales didácticos que apoyen la enseñanza del tema de este proyecto.

En el plantel Carmen Serdán se cuenta como en todo el Instituto con asesorías extraclase para los estudiantes por parte de sus profesores y un plan de abrir grupos de recursamiento cada semestre para los alumnos que reprueban alguna materia, la parte de las asesorías ayuda a evitar la reprobación porque permite regularizar de forma personalizada a los alumnos, aunque no así a la deserción que en el plantel es de 29% al semestre.

El 42% de los docentes del plantel Carmen Serdán opinan, según la minuta de junta de colegio de 14 de marzo de 2012, que los recursamientos no son la vía de solución ni para el rezago ni para la deserción ya que en su opinión la fomentan más que subsanarla, en cambio existen posturas a favor de esta medida aun cuando los números muestran que los grupos de recursamiento que son numerosos de inicio porque se inscriben un promedio de entre 35 y 40 alumnos sólo aprueba el 1% a veces el 2%, sin embargo no se han propuesto nuevas técnicas o prácticas para disminuir el rezago y la reprobación de la comunidad estudiantil.

Actualmente internet está inundado de propuestas didácticas referentes a cualquier tema, por lo que las razones trigonométricas no son la excepción, existen desde blogs, videos, páginas, presentaciones electrónicas y actividades interactivas para mostrar el tema, como docentes debemos promover el aprendizaje significativo de los temas escolares en el aula, en esta era tecnológica es importante complementar el proceso de enseñanza aprendizaje utilizando herramientas tecnológicas enfocadas a la educación para apoyar la construcción del conocimiento en nuestros estudiantes.

Una propuesta es la de Sánchez (2010) que reporta haber realizado una investigación que evidencia el hecho de que la estrategia didáctica utilizada por la mayoría de los profesores es la exposición y propone el uso de estrategias didácticas apoyadas con las TIC para la enseñanza de la Trigonometría en el nivel medio usando Matlab y Cmap Tools, sólo enuncia la propuesta pero no la aplica para observar si los resultados son un aprendizaje significativo como el autor lo propone.

Es importante reconocer que ha cambiado el paradigma de educación, ahora el aprendizaje es centrado en el alumno, por lo que es necesario que los estudiantes sean partícipes activos de su aprendizaje y el profesor fungir como guía, el rol del docente es ahora preparar los materiales

y lograr que los estudiantes adquieran aprendizajes que sean significativos y los hagan autónomos y capaces de insertarse a una sociedad en continuo cambio y desarrollo.

La ventaja que ofrecen las TIC en cuanto al aprendizaje es que permiten mostrar contenidos en distintos formatos, incluyendo imágenes, texto, sonido y videos, además se pueden realizar evaluaciones en línea y llevar el seguimiento del avance de cada estudiante que realiza las actividades propuestas.

## **I.4 Justificación**

El aprendizaje de las razones trigonométricas en matemáticas es uno de los temas centrales y que aportan bases importantes para que el estudiante pueda comprender más adelante otros conceptos matemáticos de la rama de la trigonometría como son, las identidades, las funciones y las ecuaciones trigonométricas y relacionar con otras ciencias este conocimiento.

Hasta ahora el concepto de razón trigonométrica, en el plantel Carmen Serdán del Instituto de Educación Media Superior del D.F. se ha presentado en forma tradicional, en este trabajo se propone un paquete didáctico de actividades y materiales utilizando las Tecnologías de la Información y Comunicación para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje contribuyendo con ello a construir el concepto matemático de razón trigonométrica en los alumnos de segundo semestre del plantel.

El sistema de enseñanza impone restricciones que son propias del medio como lo son los contenidos del currículo, el equipamiento del aula, los materiales didácticos y esto repercute en la formación integral del ciudadano y en este contexto las matemáticas son parte del conjunto de conocimientos en el área de ciencias del estudiante, por lo que los aportes en cuanto a didáctica y usos de diversos materiales en el proceso de enseñanza aprendizaje coadyuvan en el avance de la alfabetización científica de los estudiantes.

Las herramientas tecnológicas permiten una mejor visualización y modelación de objetos matemáticos, desarrollar actividades interactivas y de inmediata retroalimentación

mediante JClic o Hot-potatoes, puede ser un apoyo en la clase presencial que muestre en forma dinámica las relaciones de los lados y ángulos de un triángulo a los estudiantes y los motive en el aprendizaje de la razón trigonométrica.

La ventaja de elaborar actividades en JClic o en Hot-potatoes e integrarlas a un blog es que son programas de distribución libre y gratuita que se pueden enfocar al proceso de enseñanza aprendizaje, teniendo en cuenta los diferentes estilos de aprendizaje de los estudiantes, lo que implica que tanto los alumnos como la Institución no tendrían gastos extra en la realización o en la aplicación de estas actividades.

Las actividades dinámicas y de inmediata retroalimentación son más atractivas para los alumnos porque les permite comprobar su aprendizaje y visualizar las propiedades de un concepto, planeando actividades adecuadas y diseñadas con ayuda de alguna herramienta TIC, el estudiante tiene la oportunidad de desarrollar habilidades y conocimientos por sí mismo lo que lo hace un estudiante autónomo, las actividades y materiales de este proyecto servirán de apoyo y complemento a la clase en el aula.

La integración de TIC de manera coherente y centrada en el objetivo de aprendizaje, puede ofrecer una ventaja en el proceso de enseñanza aprendizaje y el hecho de establecer actividades que incluyan una herramienta tecnológica motiva al estudiante a involucrarse en el aprendizaje siendo este más significativo; en cuanto a los docentes el contar con materiales desarrollados en TIC hará que sus clases sean innovadoras, útiles y provechosas para su quehacer docente.

El utilizar los materiales y actividades diseñadas para trabajarse en las TIC permitirá a los alumnos hacer uso de las instalaciones de las Aulas Digitales del plantel que la mayor parte del tiempo están desocupadas porque son pocos los profesores que implementan actividades que apoyen el aprendizaje de algún tema de su materia con el uso de las TIC; este proyecto puede incentivar a que los demás docentes del plantel desarrollen materiales y actividades que complementen y apoyen los procesos de enseñanza aprendizaje de sus asignaturas, además se posibilita el desarrollar las habilidades tecnológicas de los estudiantes creando mayores oportunidades de progreso para ellos en la vida laboral y social.

Integrar las TIC para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje en el tema de la razón trigonométrica en el bachillerato, ofrece al estudiante la interacción y manipulación de contenidos y problemas matemáticos, permitiendo alcanzar aprendizajes significativos, e incrementar la capacidad del pensamiento crítico y habilidades tecnológicas para desarrollarse en el mundo actual.

## **II. FUNDAMENTACIÓN**

Las tecnologías de la información y la comunicación hoy en día se están utilizando con mayor frecuencia como apoyo a la clase presencial, pero sin la debida planeación. El uso de las TIC en la educación debe apuntar a mejorar la práctica pedagógica del docente con el objetivo de potencializar en los estudiantes un aprendizaje significativo y autónomo.

La teoría de Ausubel (2000), menciona que “en el aprendizaje significativo los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del estudiante”. Esto es lo que se pretende lograr con la propuesta didáctica, que el estudiante incorpore los nuevos conocimientos a sus conocimientos previos.

Para realizar el proyecto se eligió un tema de matemáticas que presenta conflicto en el aprendizaje y del cual ya se han realizado algunos intentos para superar las dificultades en el proceso de aprendizaje, por lo que para desarrollar el proyecto se contemplan materiales que expliquen los conceptos y actividades que permitan al estudiante explorar y aplicar la razón trigonométrica hasta alcanzar la habilidad de resolver problemas con esta herramienta matemática.

### **II.1 La enseñanza aprendizaje en el nivel medio superior**

La enseñanza, vista desde el paradigma cognitivo señala que la educación “debería orientarse al logro de aprendizajes significativos con sentido y al desarrollo de habilidades estratégicas generales y específicas de aprendizaje” (Hernández, 1998). Además se considera que la transmisión de conocimiento se realiza mediante actividades socioculturales, por ello los contenidos escolares deben ser organizados y presentados de una forma coherente con contexto

y agregando el para qué de los contenidos de manera que al estudiante le resulten contenidos que tienen un sentido, razón y utilidad en su vida cotidiana.

Entendemos por aprendizaje significativo al proceso mediante el cual se relaciona la adquisición de nuevos significados o conocimientos con las experiencias previas en la estructura cognitiva del alumno, de modo no arbitrario y sustancial, “por relación sustancial y no arbitraria queremos decir que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo o una proposición” (Ausubel, 2000). Esto es lo que aplicamos en la secuencia propuesta, al ir relacionando las actividades planteadas con situaciones comunes a la realidad de los estudiantes y apoyando cada nueva actividad en una visto previamente.

Para que se genere aprendizaje significativo es necesario que se produzcan dos condiciones fundamentales:

a) Actitud de aprendizaje significativo por parte del alumno, esto es, una disposición a relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo conocimiento con su estructura cognoscitiva.

b) El material debe tener significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustancial y que existan ideas de anclaje adecuadas en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.

Los tipos de aprendizaje significativo según lo establece Ausubel (2000) pueden ser de representaciones, de conceptos y de proposiciones, el cual comienza con símbolos para luego formar conceptos y finalmente proposiciones, los conceptos constituyen las ideas de anclaje, para dar nuevos significados a nuevos conceptos y proposiciones, lo que enriquece la estructura cognitiva. Todo este proceso se da a través del lenguaje y la comunicación entre los individuos.

Al organizar y planear la secuencia didáctica a través de las que se transmitirá los contenidos a los alumnos, los procesos didácticos deben propiciar las condiciones necesarias para lograr el aprendizaje significativo a través de un agente instruccional que puede ser el docente o los materiales didácticos, además de generar el contexto y las actividades que propicien que el alumno participe y use sus conocimientos previos motivándolo a tener

disposición hacia el aprendizaje, logrando que el alumno desarrolle las habilidades cognitivas que le permitan aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones nuevas.

Como lo menciona (Hernández, 1998) “el énfasis está puesto en que el alumno desarrolle su potencialidad cognitiva y se convierta en un aprendiz estratégico (que sepa cómo aprender y solucionar problemas)” esta idea apoya el principio de la enseñanza a nivel bachillerato que son aprender a aprender y desarrollar la capacidad de solucionar problemas.

El paradigma cognitivo manifiesta que la escuela debería centrarse más en fomentar el aprender a aprender y aprender a pensar que en los hechos, conceptos, explicaciones y procedimientos que si bien son importantes y necesarios no es todo lo que expresa el currículo de una institución, al educar se pretende formar seres humanos críticos, creativos, autónomos y autorregulados.

La concepción del aprendizaje dentro del paradigma cognitivo tiene varias propuestas entre ellas la del aprendizaje significativo de Ausubel (2000), que afirma que no todos aprendemos de la misma forma, además menciona que existe el aprendizaje significativo y el memorístico, si se quiere que un aprendizaje perdure en la estructura cognitiva del estudiante debe adquirirse de manera significativa.

El aprendizaje puede ser receptivo o por descubrimiento, el receptivo es mediante la consecución de productos acabados de información en cambio por descubrimiento, es el alumno quién debe descubrir, mediante una guía u orientación del agente instruccional, el contenido para que así lo pueda aprender; debe relacionar lo descubierto con los conocimientos previos.

Los estudiantes deben hacerse responsables de su propio aprendizaje, por lo que requieren desarrollar las habilidades de autorregulación, autoevaluación, autocontrol que facilitan a su vez el pensamiento crítico, creativo, resolutivo y lógico estableciendo en el estudiante la capacidad de apertura a nuevas experiencias, de lograr aprender a aprender e incorporarse de manera eficiente a los procesos de cambio continuo que demanda la sociedad actual.

## II.2 TIC en la educación

En la actualidad vivimos en la llamada sociedad de la información (Cabero, 2007) en esta era tecnológica como lo menciona Cabero (2007, 3) “Se propaga la idea de acceso universal de la información y con ello una mayor posibilidad de progreso” y también aclara que el tener acceso a la información no significa tener conocimiento, por lo que se requiere de una planeación y preparación por parte de los usuarios y de la tecnología para lograr de ella los resultados esperados.

Las TIC tienen bondades como también efectos negativos como lo menciona Ellul, (2004, citado en Cabero, 2007, 3) la tecnología generalmente tiene estos dos aspectos pero una gran ventaja es que brinda la posibilidad de información y comunicación que es una de las acciones que nos permite como humanos interactuar y a través de la tecnología se posibilita la acción de comunicarse a pesar de la distancia.

Este proyecto se centra en una propuesta para la resolución de un problema de aprendizaje mediante el diseño, desarrollo y evaluación de materiales didácticos que es una de las preocupaciones de la Tecnología Educativa entre muchas otras que aborda como son los aspectos del diseño y las funciones del sistema educativo, la educación a distancia y formación profesional de docentes por mencionar algunos de sus campos de investigación. La intención no es sólo proponer una alternativa para resolver un problema de aprendizaje sino mostrar el uso de medios tecnológicos fundamentados en una teoría de aprendizaje y mostrar el proceso sistémico de planear, aplicar y evaluar el conjunto de procesos de enseñanza aprendizaje.

En la actualidad las TIC se han comenzado a introducir al salón de clase en la mayoría de las escuelas por la necesidad de cubrir la demanda de ciudadanos con habilidades tecnológicas y usuarios preparados para utilizar la información que se genera día con día, como lo menciona Salinas (2005, citado en Cabero 2007, 35) “en el contexto actual, es necesario generar entornos de enseñanza aprendizaje cualitativamente, prácticas pedagógicas e infraestructuras organizativas diferentes.”, por lo que se sugiere en este trabajo una intervención sobre la práctica educativa en busca de obtener en los estudiantes un aprendizaje significativo.

En el bachillerato se reconoce la dificultad de los estudiantes de comprender el concepto de trigonometría y de razón trigonométrica, Duval (1999) hace explícito el papel que juegan las representaciones en la adquisición de las nociones matemáticas, estas representaciones han de formarse, tratarse y convertirse para lograr una coordinación entre ellas, esto es lo que se pretende lograr con los estudiantes al presentarles en distintas representaciones el tema de razones trigonométricas.

Actualmente podemos complementar la práctica docente con recursos educativos tecnológicos que permitan ofrecer una mayor gama de representaciones a los estudiantes, no se trata de reproducir la clase de aula en un ambiente virtual sino aprovechar los recursos interactivos que ofrece la Tecnología Educativa y que ello motive a los alumnos a ser sujetos activos en la construcción de su aprendizaje modificando su estructura cognitiva por medio de actividades reflexivas y prácticas, aprovechar las bondades de la tecnología como menciona Cabero(2007) “La tecnología no sólo desempeña funciones de presentación y ejercitación o práctica, sino una diversidad de funciones que van desde la comunicación, a la posibilidad de expresión y elaboración de documentos expresivos, siendo su papel más significativo la creación de entornos diferenciados y específicos para el aprendizaje”, así podemos crear entornos didácticos que potencien lo visto en clase o aprovechar para que los alumnos construyan aprendizajes nuevos.

Para aplicar la tecnología en la educación debe tenerse presente la pedagogía para crear los entornos de aprendizaje que lleven al educando a lograr un objetivo, no debe sacrificarse el aprendizaje por privilegiar los recursos multimedia, sino buscar potenciar el aprendizaje significativo en los estudiantes.

El docente necesita investigar las aplicaciones tecnológicas disponibles en la red para abordar de manera significativa el tema del curso que va a presentar a los alumnos, posteriormente deberá seleccionar los que se adecúen a los objetivos que pretende alcanzar a través del contenido escolar del currículum y organizarlos para finalmente presentar y aplicar la estrategia con los estudiantes.

El estudiante debe adquirir nuevas habilidades en la sociedad del conocimiento, ya no se trata sólo de que adquieran contenidos y desarrollen su capacidad cognitiva sino también que

aprendan a buscar información y adquieran la capacidad de autoformarse, aprender y reaprender, tomar decisiones, adaptarse a nuevas formas de aprendizaje; es decir, prepararlos para que se capaciten continuamente a lo largo de su vida, esto exhorta a que el modelo formativo que se aplique deje de estar centrado en el profesor y ahora sea centrado en el estudiante.

La escuela no puede seguir en la línea educativa del siglo pasado estamos inmersos en la sociedad de la información, las tecnologías ya forman parte del día a día, y la escuela se ve obligada a desarrollar nuevas capacidades en los alumnos entre ellas la de las competencias tecnológicas para poder insertarse con éxito en la sociedad actual, Cabero (2007) argumenta que “Las TIC y la apertura hacia una economía global basada en el conocimiento, obligan a desarrollar otros saberes y competencias para el abordaje de las exigencias de la sociedad actual.”, aunque los jóvenes de la actualidad tienen acceso a la información y saben usar las tecnologías requieren de una orientación por parte del profesor para encaminar su habilidad hacia el logro de aprendizajes a través de los nuevos entornos formativos que proveen las tecnologías, como lo señala Cabero(2007).

Las TIC aplicadas al desarrollo de habilidades permiten a los estudiantes reforzar su tarea de aprender de manera autónoma, poniendo énfasis en la construcción del conocimiento, pero es el docente el mediador de estos aprendizajes. Al utilizar las TIC como recurso se tiene la libertad para situar y contextualizar este recurso de acuerdo a los objetivos planteados.

En matemáticas se debe procurar aplicar en el aula la propuesta de manejar en clase mínimo dos representaciones diferentes para un mismo contenido con la intención de lograr que el alumno se autoevalúe en sus procesos y tenga manera de verificar sus resultados sin depender tanto del profesor que debe ser sólo un guía y acompañante en el camino del aprendizaje de los alumnos.

Se puede apoyar la clase con los procedimientos operacionales y los gráficos para complementar y enriquecer los contenidos presentados a los alumnos, así que si tienen un soporte donde puedan constatar sus respuestas generan además de autonomía, seguridad en ellos mismos y sus procedimientos, claro que para tener éxito al aplicar esta propuesta primero

se debe trabajar con ellos el interpretar y representar en los dos sistemas operacional y gráfico los ejercicios propuestos en clase.

Los estudiantes necesitan comprender conceptos, las estructuras y principios que rigen la manipulación de los símbolos y como pueden usarse estos para registrar ideas y ampliar su comprensión de las situaciones. Ahora los estudiantes necesitan aprender a interpretar las representaciones tecnológicas y cómo usar la tecnología con eficacia y prudencia.

La inclusión dentro del aula de clases de las TIC, apoya al estudiante fuera del aula, puede dotar de significado a los símbolos, facilitando los procesos de desarrollo del aprendizaje de la trigonometría en general, y de la razón trigonométrica en particular.

Las investigaciones pedagógicas muestran que los alumnos aprenden y retienen mejor lo que tocan y manipulan; es decir, en el plano de lo concreto y aunque en nivel bachillerato se pretende lograr la abstracción por parte de los estudiantes, es deseable comenzar con lo concreto lo que implica que el alumno se vuelva plenamente actor de su aprendizaje, para lograrlo, se pretende elaborar una serie de actividades para responder de manera sencilla y en particular a las necesidades pedagógicas que inician el uso de tecnologías de información y comunicación, así como la asimilación de los conocimientos que se requiere que el alumno adquiera de la razón trigonométrica.

### **II.3 La razón trigonométrica**

El análisis histórico de una noción matemática puede dar un panorama del surgimiento y desarrollo de un concepto, no para replicar en la enseñanza el método histórico tal como surgió, sino para tener referentes de su naturaleza epistemológica y, a partir de ahí, entender algunas de las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Montiel (2013) realiza un estudio histórico en el que identifica las prácticas de referencia que permitieron la construcción del conocimiento trigonométrico y las distingue en tres momentos: de *anticipación*, de *predicción* y de *formalización*. En particular, para lo relacionado con las razones trigonométricas sintetiza los elementos de construcción social en el *momento de la anticipación*.

La autora identifica, en escenarios históricos, a la *anticipación* como la *práctica social* que reguló las actividades asociadas a la *matematización de la astronomía*, de donde emerge la herramienta matemática que hoy conocemos como razón trigonométrica.

La Trigonometría tiene sus orígenes en el marco de la astronomía, en un principio el estudio de la astronomía consistía en la observación de las estrellas y realizaban anotaciones de lo observado con lo que pudieron notar la periodicidad de los movimientos por ejemplo del día y la noche, de las fases de la luna y con esas observaciones realizar predicciones.

El estudio de la trigonometría en el escenario escolar presenta dificultades de aprendizaje como cualquier otro tema matemático escolar. En el bachillerato se inicia retomando el estudio de las razones trigonométricas que tienen los estudiantes del nivel básico (secundaria), por lo que se entiende que los estudiantes ya han construido algún conocimiento en torno a ellas. La tradición escolar, como ya lo han reportado De Kee, Mura y Dionne (1996), privilegia el aprendizaje de la razón trigonométrica como la división de longitudes en un triángulo rectángulo. Esto no es de extrañar puesto que tanto en los libros de texto escolares como la mayoría de los docentes introducimos el tema de la razón trigonométrica a partir del triángulo rectángulo, nuestra enseñanza se basa en mostrar la manera de aprenderse las seis razones trigonométricas usando técnicas de mnemotecnia para memorizar y recordar las relaciones entre los lados del triángulo rectángulo. El siguiente paso es mostrar cómo se obtiene un dato faltante en el triángulo rectángulo ya sea un lado o un ángulo, usando la razón trigonométrica adecuada y posteriormente asignar varios ejercicios a los estudiantes.

De esta tradición de enseñanza, como reporta y evidencia Montiel (2013, 2011; Montiel y Jácome, en prensa), emerge el fenómeno de la *arimetización trigonométrica*, que se caracteriza por centrar la actividad trigonométrica en el procedimiento de operar números para encontrar un valor faltante en el triángulo rectángulo y se deja de lado el estudio de lo trigonométrico como la naturaleza de la relación entre el ángulo y los lados del triángulo (Wentworth, 1883). Al arimetizar la trigonometría se omiten las construcciones geométricas, los ejercicios que se proponen en clase contienen todos los datos requeridos para resolver el problema y el alumno centra su atención sólo en elegir la razón trigonométrica adecuada que le permita sustituir los datos y realizar las operaciones aritméticas necesarias para obtener el

resultado que se le solicita, convirtiendo con esto el estudio de las razones trigonométricas en una técnica.

En los libros de texto realizados para el bachillerato por competencias e incluso el elaborado para el uso del IEMS [Instituto de Educación Media Superior], las razones e identidades trigonométricas así como la ley de senos y cosenos se estudian en el segundo semestre. La secuencia que proponen los libros es estudiar primero razones y proporciones, congruencia, semejanza, los teoremas de Tales de Mileto y de Pitágoras, para finalmente abordar las razones trigonométricas, mostrando las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo para obtener las seis razones trigonométricas como se observa en la Figura 1, además al plantear los ejercicios para resolver se omite por completo el trabajo de construcción geométrica por parte del alumno y en el texto se le proporciona la representación del triángulo rectángulo para resolver el problema y los datos que corresponden a cada lado o ángulo, como se muestra en la Figura 2.

Abreviando y sustituyendo las mayúsculas, la escritura de estas relaciones nos queda así:

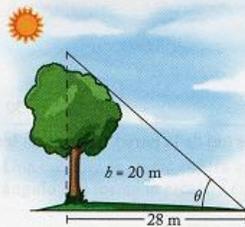
$$\begin{array}{l} \text{sen } \angle A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \quad , \quad \text{sen } \angle B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \\ \text{csc } \angle A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} \quad , \quad \text{csc } \angle B = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} \\ \text{cos } \angle A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \quad , \quad \text{cos } \angle B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \\ \text{sec } \angle A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} \quad , \quad \text{sec } \angle B = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} \\ \text{tan } \angle A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \quad , \quad \text{tan } \angle B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \\ \text{cot } \angle A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} \quad , \quad \text{cot } \angle B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} \end{array}$$

Figura 1. Fuente: Silva (2008)

## V Actividades de aprendizaje

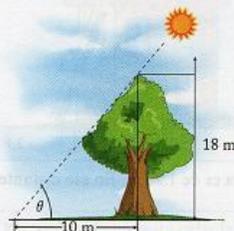
### I. Triángulos rectángulos como modelos matemáticos.

1. Un árbol de 20 metros (m) de altura proyecta una sombra de 28 m de largo. Halla el ángulo de elevación del Sol.



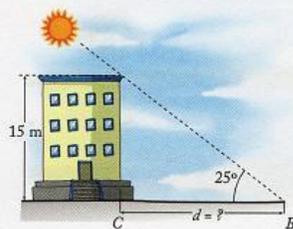
35,5°

2. Un árbol de 18 metros (m) de altura proyecta una sombra de 10 m de largo. ¿Cuál es el ángulo de elevación del Sol?



60,94°

3. Cuando el Sol está a  $25^\circ$  sobre el horizonte, ¿cuál es el largo de una sombra que proyecta un edificio de 15 metros (m) de altura?



32,17 m

Figura 2. Fuente: Cuéllar (2011)

Es comprensible, entonces que los alumnos construyan el significado de las razones trigonométricas como la división de longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, aunque, como veremos a continuación, se ha reportado que los alumnos aplican esta concepción a triángulos no rectángulos.

La investigación de De Kee, Mura y Dionne (1996) reporta bajos niveles de comprensión del *seno* y del *coseno*, en los estudiantes tanto en el contexto del triángulo

rectángulo como en el círculo unitario. Sin embargo, reportan que dichos niveles son más altos para el primer contexto, aun cuando el segundo fue estudiado poco antes de haberse llevado a cabo la investigación. Las autoras enlistan las siguientes concepciones y dificultades detectadas:

- ✓ El seno y coseno son considerados un procedimiento que consiste en dividir uno entre otro las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo y que produce el seno o el coseno de un ángulo agudo.

- ✓ A veces, los alumnos aplican ese procedimiento indebidamente a triángulos que no son rectángulos o a ángulos que no son agudos.

- ✓ En el contexto del círculo trigonométrico, el coseno y el seno son los procedimientos que se aplican al «punto» en el círculo;

- ✓ El seno y el coseno son las funciones de una calculadora, que proporcionan el seno y el coseno de un número que expresaba la medida de un ángulo.

- ✓ El seno y el coseno son las gráficas curvas o con aspecto ondulado, y siguen representando las mismas funciones cuando sufren una rotación o cambio de escala.

- ✓ Rara vez los estudiantes recurren a ecuaciones trigonométricas, y cuando lo hacen se equivocan.

Uno de los hallazgos, de estas autoras, que llamó la atención es que para los alumnos no hay distinción entre razón y función trigonométrica, fenómeno que se evidenció también en un estudio con profesores de bachillerato (Jácome, 2011) y en la revisión de Planes y Programas de Estudio (Montiel y Buendía, 2013), lo cual hace suponer que hay condiciones que subyacen a la enseñanza de la Trigonometría en general y no sólo en los desempeños de los estudiantes.

La investigación de Blackett y Tall (1991) respecto al aprendizaje de la trigonometría usando software, menciona que el aprendizaje de la Trigonometría está lleno de dificultades y que se requiere de apoyos visuales como las figuras de los triángulos rectángulos para mostrar las relaciones de las razones trigonométricas, mencionan además que surgen nuevas dificultades en el aprendizaje cuando el estudiante debe conceptualizar lo que sucede cuando el triángulo rectángulo cambia de tamaño o de posición.

Por otra parte Kendal y Stacey (1998) realizaron un estudio para observar en qué contexto se obtiene un mejor aprendizaje al introducir el tema de Trigonometría, si en el del triángulo rectángulo o en el del círculo unitario. Las autoras se centraron en las habilidades de calcular los lados y ángulos de triángulos rectángulos a partir de lados y ángulos conocidos.

Para el contexto del triángulo rectángulo manifiestan que una de las dificultades que presentan los estudiantes es la resolución de las ecuaciones algebraicas, el problema se da al momento de la división cuando la variable está en el numerador o denominador. Los estudiantes que abordaron el estudio de la trigonometría a partir del triángulo rectángulo se desempeñaron mejor que los del método del círculo unitario, misma conclusión a la que llegaron De Kee, Mura y Dionne (1996).

Sabemos que en educación los factores de una problemática son múltiples, algunos se atribuyen a los alumnos, otros a la enseñanza o al discurso expositivo del profesor, otros a los materiales didácticos, en este caso expusimos algunas de las dificultades detectadas en los alumnos a partir de las investigaciones realizadas por diversos autores respecto al estudio de la trigonometría. Otros autores, como Montiel (2013, 2011), Montiel y Jácome (en prensa), Weber (2008, 2005) y Moore (2014) apuntan a factores tales como la desarticulación entre la Geometría, el Álgebra y la Trigonometría; y considerando las dificultades que presentan los estudiantes con el manejo de nociones previas a las trigonométricas este cambio hacia la introducción de materiales didácticos apoyados en el uso de las TIC para introducir las nociones matemáticas podría aportar elementos para una intervención didáctica fundamentada.

Por ejemplo Weber (2008) trabaja en el contexto del círculo y afirma que *para entender una operación trigonométrica como función los estudiantes necesitan conocer un proceso que puedan usar para evaluar dicha función para cualquier ángulo dado, y deben ser capaces de anticipar aproximadamente el resultado de este método y razonar sobre las propiedades del resultado sin llevar a cabo los pasos del proceso* (p. 145). Sin embargo, es evidente que lo que subyace al valor numérico de la coordenada que localiza el estudiante en su diseño es, de nuevo, el valor que resulta de dividir dos longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.

Una mirada alternativa es la de Moore, LaForest, Kim, (2012) quienes diseñan actividades didácticas, en el contexto del círculo, que van desde la medición angular hasta la

graficación de las funciones trigonométricas y que favorecen el razonamiento cuantitativo, el uso del radio del círculo como unidad de medida y el razonamiento covariacional. Es decir, no proponen un diseño didáctico para aprender el concepto de función trigonométrica, sino una serie de tareas que le dan coherencia al uso de múltiples nociones matemáticas relacionadas con ella. Sin embargo, los significados que siguen construyendo los alumnos alrededor de la razón trigonométrica están en la base de la división de dos longitudes de un triángulo rectángulo.

Un estudio orientado a la intervención didáctica elaborado por Blackett y Tall (1991) reportó un incremento en el *entendimiento versátil* de los conceptos trigonométricos cuando los estudiantes trabajan en un ambiente computacional dinámico las relaciones entre datos geométricos y datos numéricos, un material didáctico realizado con TIC permite al profesor demostrar y al alumno explorar ejemplos de conceptos trigonométricos con el fin de lograr aprendizajes del tema.

## **II.2 Objetivo General**

Diseñar un paquete didáctico con actividades y materiales educativos aplicando las Tecnología Educativa para reforzar el proceso de enseñanza aprendizaje en el tema *razones trigonométricas* dirigido a alumnos de nivel medio superior.

## **II.3 Objetivos Específicos**

- Identificar los aprendizajes que requieren los estudiantes para adquirir el conocimiento de la razón trigonométrica.
- Diseñar una estrategia metodológica para la enseñanza-aprendizaje de la razón trigonométrica apoyada en el uso de las TIC.
- Elaborar materiales didácticos que requieran solucionar problemas de aplicación con el uso de las razones trigonométricas.
- Evaluar los conocimientos adquiridos por los estudiantes en torno al tema de las razones trigonométricas, mediante un cuestionario final elaborado en formulario de Google, para que sea contestado en línea.

### **III. Metodología**

#### **III.1 Características**

La propuesta se planea para la materia de Matemáticas II del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal plantel Carmen Serdán, se trabaja el objetivo 4 del plan de estudios que consiste en conocer y aplicar los elementos de la trigonometría, se proponen actividades con apoyo del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación para reforzar los temas vistos en clase y aprovechar la disponibilidad de los recursos de apoyo en todo momento que el estudiante lo requiera, así como actividades que se proponen en la plataforma *Cursame* para que los alumnos las desarrollen.

La plataforma *Cursame* es una reciente adquisición del IEMS-DF con el fin de proporcionar una herramienta tecnológica que promueva la interacción entre docentes y estudiantes, además de facilitar el intercambio de materiales educativos, el objetivo es crear cursos dentro de la plataforma como apoyo y complemento a las clases del aula.

El proyecto se encuadra en la línea Diseño, gestión y desarrollo curricular a través de las TIC en la educación, en el proyecto: Diseño, gestión y desarrollo de programas educativos presenciales con incorporación de las TIC. Consiste en incorporar las TIC en la práctica educativa en la modalidad presencial para la mejora de la educación, se busca motivar y mejorar el aprendizaje en estudiantes de nivel medio superior en el tema de las razones trigonométricas.

En este trabajo se presenta una propuesta de mejora con diseño e instrumentación del proyecto haciendo uso de las TIC, se evaluará la viabilidad y los efectos de esta propuesta así como los resultados alcanzados con su instrumentación.

Para realizar el proyecto se utilizará una metodología de estudio de casos que consiste en estudiar una unidad de un sistema para conocer algunos problemas del mismo, es apropiado para el estudio de características, interacción con el medio de individuos, grupos, o comunidades, en nuestro caso el estudio se realizará con un pequeño grupo de un plantel de bachillerato.

La metodología elegida es la de Ingeniería Didáctica que es una metodología de investigación que propone Artigue (1994) que se basa en realizar estudios de caso dentro de un salón de clases y se valida de manera interna con la confrontación del análisis a priori y el análisis a posteriori, a diferencia de las metodologías que realizan la experimentación usando un grupo de control y otro experimental.

Para este trabajo se aplicará la metodología de la ingeniería didáctica que plantea los siguientes pasos:

- ✓ Análisis preliminar
- ✓ Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería
- ✓ Experimentación
- ✓ Análisis a posteriori y evaluación

El análisis preliminar se refiere a los conocimientos didácticos previamente adquiridos, por lo que para esta etapa se propone un cuestionario diagnóstico para recabar la información de los conocimientos previos de los alumnos y las concepciones de los estudiantes respecto a las dificultades del tema.

La concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería es la fase en la que se toma la decisión acerca de que variables de comando son en las que se va a intervenir en relación con el problema estudiado. Existen dos tipos de variables de comando que son:

- ✓ las variables macro – didácticas: se refieren a la organización global de la ingeniería
- ✓ las variables micro – didácticas: son las de la organización local de la ingeniería, se puede referir a la organización de una secuencia

Son variables del contenido didáctico en las que se puede intervenir y para este trabajo se eligieron las variables micro – didácticas y para ello se propone una organización distinta de una secuencia didáctica a la tradicionalmente utilizada en el aula.

La experimentación es la puesta en marcha de la secuencia didáctica y el proceso de recabar los resultados de la producción de los estudiantes al trabajar con los materiales propuestos, para finalmente realizar el análisis a posteriori y la evaluación; al confrontar el análisis a priori y a posteriori se puede validar la hipótesis de la investigación.

Las variables a considerar son:

- ✓ Obtención de un dato faltante usando las razones trigonométricas en triángulos rectángulos.
- ✓ Competencia en resolución de problemas usando razones trigonométricas.

Las actividades desarrolladas tienen como finalidad que se genere un trabajo colaborativo y este permita que los alumnos aprendan el concepto de razón trigonométrica, obteniendo la habilidad para obtener el dato faltante en un triángulo rectángulo, identificando la razón trigonométrica como una herramienta que le permite obtener valores desconocidos.

El alumno debe tener claro que las razones trigonométricas surgen como una necesidad de resolver una situación planteada, por lo que se abordará el tema a partir de situaciones contextualizadas para con ello incrementar la competencia de resolución de problemas.

Los materiales propuestos son actividades donde deberán resolver los problemas planteados, identificando los datos, realizando la representación iconográfica y usando las razones trigonométricas adecuadas, resolver triángulos rectángulos mediante razones trigonométricas y comprobar sus resultados.

La investigación será de un enfoque cuantitativo puesto que lo que se estudiará es el alcance de la competencia de la resolución de problemas en los estudiantes de bachillerato en torno a un tema específico, y dado que la educación se enmarca dentro de las áreas sociales, lo conveniente es realizar un estudio cuantitativo para determinar por medio de cuestionarios el logro o no de los propósitos de este proyecto.

El enfoque cuantitativo según Hernández et al (2010) tiene las siguientes características

- ✓ Medición objetiva.
- ✓ Demostración de la causalidad.
- ✓ Generalización de los resultados de la investigación.
- ✓ Recoge información de manera estructurada y sistemática.
- ✓ Realiza análisis estadístico.

En las investigaciones sociales cuantitativas, menciona Briones (2002) se utiliza información cuantificable para describir o tratar de explicar los fenómenos que se estudian, en las formas que es posible hacerlo en el nivel de estructuración lógica en el cual se encuentran las ciencias sociales actuales y la educación es una disciplina que se considera dentro de las ciencias sociales.

### **III. 2 Hipótesis de trabajo**

El incorporar materiales didácticos con el uso de las TIC propicia en los estudiantes un aprendizaje significativo y mayor desarrollo de habilidades en resolución de problemas con el uso de la razón trigonométrica.

### **III.3 Diseño de investigación**

El diseño de la investigación para obtener los datos para realizar el análisis será una investigación experimental de estudio de casos y la técnica para la obtención de datos será mediante cuestionarios tanto de percepción como de aprendizajes.

Los cuestionarios serán de dos tipos, uno de percepción que arrojará información acerca de cómo se sienten los estudiantes respecto al aprendizaje obtenido durante el desarrollo de las actividades propuestas con el uso de las TIC como complemento a la clase presencial. El otro cuestionario será de los conocimientos previos de los estudiantes y el aprendizaje obtenido al finalizar las actividades propuestas.

Las actividades que se proponen para este proyecto serán algunos materiales diseñados y desarrollados por el docente y otros adaptados o tomados de la red que sean adecuados al nivel de los estudiantes y cumplan con los objetivos que marca el currículo del programa de estudios de la Institución.

Las TIC aplicadas al desarrollo de habilidades permiten a los estudiantes reforzar su labor de aprender de manera autónoma, poniendo énfasis en la construcción del conocimiento, pero es el docente el mediador de estos aprendizajes. Al utilizar las TIC como recurso se tiene la libertad para situar y contextualizar este recurso de acuerdo a los objetivos planteados.

Es evidente que la falta de significado para los símbolos y para muchas reglas y procedimientos, incide en forma negativa en el proceso de enseñanza aprendizaje tradicional, que pone el mayor énfasis en aquellos aspectos relativos a ejecutar reglas entre símbolos, sin justificación alguna.

La tendencia actual consiste en obligar al estudiante a realizar muchos ejercicios de manera rutinaria, hasta lograr una competencia en la resolución de triángulos rectángulos usando razones trigonométricas, procedimiento que se olvida fácilmente al avanzar en sus estudios.

La inclusión dentro del aula de clases de las TIC, está pensada para apoyar al estudiante fuera del aula y fomentar la participación en equipos de trabajo, lo que puede dotar de significado a los símbolos, facilitando los procesos de desarrollo del aprendizaje de la trigonometría, de la razón trigonométrica y de la resolución de problemas.

### **III.4 Población y Muestra**

El trabajo de la propuesta didáctica se aplica en el nivel medio superior dentro del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal plantel Carmen Serdán con alumnos de segundo semestre del turno matutino, en la materia de Matemáticas, cada grupo se constituye por 25 estudiantes de entre 15 y 18 años de ambos sexos, que viven en el Distrito Federal.

El IEMS-DF brinda a cada estudiante asesorías personalizadas durante su formación académica, el Modelo Educativo del Instituto se construye de manera abierta y permanente, con

el fin de abordar las demandas y retos que se presentan en la actualidad, desarrollando métodos y prácticas diferentes a las de otros sistemas educativos para satisfacer las necesidades educativas del nivel medio superior, esto posibilita el desarrollo de prácticas educativas y docentes innovadoras.

En el programa de estudios del área de Matemáticas del Sistema de Bachillerato General del Distrito Federal (SBGDF, 2006) menciona que “El programa de Matemáticas del Sistema de Bachillerato del Gobierno del Distrito Federal está diseñado de tal manera que se adapte a un sistema de enseñanza que rompe con los sistemas tradicionales, tanto en el contenido como en las formas de enseñar y evaluar.” (p. 3). El IEMS-DF es una institución que integra a las horas clase en el aula, un programa de asesorías impartidas por cada uno de los docentes de las diferentes asignaturas; además de brindar a los estudiantes el seguimiento y acompañamiento de su desarrollo académico a través de las tutorías.

En el plantel Carmen Serdán los alumnos cuentan con un centro de cómputo en el cual disponen de varias computadoras adecuadas para su uso en cualquier momento del día durante el horario del plantel, el equipo de cómputo cuenta con acceso a internet sin costo monetario para el alumno. Además que el Instituto acaba de adquirir licencias para el uso de la plataforma *Cursame* a la que los docentes y alumnos tenemos acceso gratuito y podemos diseñar como docentes actividades o incluso cursos completos para nuestros estudiantes.

De los 125 alumnos que conforman la población total de alumnos de segundo semestre de Matemáticas del turno matutino se trabajará sólo con un grupo de 25 alumnos, por conveniencia debido a que en ese grupo se puede implementar la propuesta didáctica y aplicar los instrumentos de recogida de datos.

La muestra es no probabilística por conveniencia, dado que se eligen por ser estudiantes de segundo semestre porque es en este semestre que se estudia el tema de la razón trigonométrica, son alumnos del grupo 201 debido a que es el grupo que se autorizó para la aplicación de la propuesta.

## IV. Productos del Trabajo. Materiales didácticos

### IV.1 Metodología para el desarrollo del producto

La metodología elegida es la que propone Belloch (2006) *Fases en el desarrollo de aplicaciones Multimedia Interactivas* y que consta de seis fases en el desarrollo de aplicaciones multimedia interactivas, debido a que se trata de una propuesta de materiales multimedia que apoyen el aprendizaje de estudiantes de bachillerato del sistema presencial, se contempla en el proyecto desarrollar los materiales que permitan estudiar en horas extra clase el tema de razones trigonométricas y con ello contribuir al reforzamiento del tema.

Las fases que contempla esta metodología son:

1. Análisis
2. Diseño del programa
3. Desarrollo del programa
4. Experimentación y validación del programa
5. Realización de la versión definitiva del programa
6. Elaboración del material complementario

Fase de Análisis es un estudio de los componentes y elementos que integrarán y usarán el producto para que sea adecuado y útil.

- Características de los usuarios. Son estudiantes de nivel medio superior de entre 15 y 18 años de edad, que estudiaron el tema de razones trigonométricas en el nivel medio (secundaria) y poseen conocimientos previos acerca del triángulo rectángulo, las relaciones entre sus lados y ángulos, comienzan a familiarizarse con la plataforma *Cursame* que se introdujo al Instituto en el año 2014 y su interfaz es muy similar a la de *Facebook* por lo que los alumnos poseen la habilidad para manejarse en la plataforma.

- Características del entorno aprendizaje. Las actividades que se subirán a la plataforma son un complemento a la clase presencial y se visualizan como un material de apoyo y refuerzo al aprendizaje del tema, los estudiantes podrán acceder a la plataforma desde su casa o en el centro de cómputo de la escuela, en un horario fuera del de la clase de matemáticas, no

tiene un número determinado de horas o sesiones para realizar los ejercicios propuestos y revisar los materiales, pero si contará con un número limitado de intentos en las actividades desarrolladas en JClic para asegurarnos de que no está adivinando la respuesta y los cuestionarios diagnóstico y de evaluación si tienen una fecha específica para ser resueltos y se contestarán en hora de clase en el aula digital del plantel acompañados por el docente.

- Análisis del contenido. El tema es razones trigonométricas y sólo se cubrirán los aprendizajes de calcular a partir de dos datos un lado o un ángulo del triángulo rectángulo y la habilidad para resolver problemas de aplicación utilizando las razones trigonométricas. Esta elección se basa de los planes de estudio del Instituto que marcan los aprendizajes que deben lograr los alumnos en cuanto al tema de razones trigonométricas.

- Requerimientos técnicos. Se debe tener acceso a internet y contar con java instalado para poder acceder a las actividades desarrolladas en JClic.

Diseño del programa es considerar los aspectos pedagógicos y técnicos de las actividades a desarrollar.

- Línea pedagógica. Las actividades se basan en un modelo de aprendizaje constructivista en el que los estudiantes interactúen con sus compañeros, desarrollen actividades individuales y colaborativas con la finalidad de obtener en ellos un aprendizaje significativo en el tema de razones trigonométricas.

- Diseño de contenidos. Para conseguir el aprendizaje de las razones trigonométricas, se desarrollará y aplicará un cuestionario diagnóstico, presentaciones que apoyen la teoría del tema, ejercicios desarrollados en JClic para practicar lo aprendido, un foro para discutir las aplicaciones del tema y finalmente un cuestionario de evaluación para evaluar el avance en el aprendizaje de los estudiantes.

- Diseño técnico. La interfaz del estudiante será a través de la plataforma *Cursame* que actualmente se encuentra operando en el plantel y al cual tienen acceso de manera gratuita con su cuenta de correo de estudiantes que otorga la Institución cuando se inscriben, la interfaz es muy sencilla, se accederá a los materiales dando click en los enlaces y se redactarán instrucciones para realizar cada actividad.

Desarrollo del programa, es realizar la primera versión de los materiales multimedia.

- Elaboración de los recursos multimedia. Para este proyecto se desarrollarán presentaciones Power Point que podrán ser consultadas desde la plataforma y ejercicios en JClic para practicar lo visto en clase, así como los cuestionarios diagnóstico y de evaluación que se desarrollarán como un formulario de Google pero todos los materiales estarán disponibles en la plataforma.

Experimentación y validación del programa, es comprobar que todos los enlaces y elementos desarrollados funcionan adecuadamente.

- Evaluación por observación que consiste en observar cómo es que interactúan los usuarios con el programa, en este caso observar cómo los estudiantes usan los recursos propuestos y desarrollados para este proyecto, para una posible mejora en las actividades.

- Evaluación experimental es realizar un control experimental de determinadas variables para ver si afecta el rendimiento de los usuarios.

Realización de la versión definitiva del programa. Cuando se determina que la aplicación o en este caso los materiales propuestos cumplen con la calidad y el propósito de apoyar el aprendizaje, entonces se tiene la versión definitiva de la propuesta.

Elaboración de material complementario. Elaborar las instrucciones de cada actividad propuesta para que los estudiantes tengan claro lo que deben realizar en la secuencia de actividades implementada.

## **IV.2 Estrategia de implementación**

La implementación del proyecto se realizará en la plataforma de *Cursame* y se solicitará que los alumnos se inscriban al curso que se abrirá en la modalidad de curso privado.

El objetivo es que los recursos alojados en el curso sirvan de apoyo y refuerzo del aprendizaje obtenido en clase y los estudiantes utilicen los recursos multimedia para repasar los temas, aclarar dudas y realizar ejercicios que les sirvan para robustecer su aprendizaje del tema.

La secuencia de actividades constará de un cuestionario diagnóstico que se desarrollará en un formulario de google para sondear los conocimientos previos de los alumnos respecto al tema y su percepción del dominio que consideran poseen, esto apoyará la parte del análisis a priori de la Ingeniería didáctica propuesta por Artigue (1994). El cuestionario se aplicará en hora de clase en el aula digital del plantel, posteriormente se alojarán en la plataforma tres presentaciones electrónicas que expliquen la parte teórica del tema para que los estudiantes amplíen la información que tienen de la clase y les sirva como material de consulta para realizar los ejercicios propuestos.

Se desarrollará un paquete de actividades en JClic para que los alumnos practiquen el cálculo de un lado o ángulo faltante en un triángulo rectángulo usando razón trigonométrica, con la ventaja de que además de realizar los ejercicios en horas extra clase tendrán la retroalimentación inmediata por parte del programa para que puedan detectar sus errores y corregirlos. Estas actividades estarán disponibles durante dos semanas para los estudiantes y después se les aplicará un cuestionario de evaluación desarrollado en un formulario de google para recoger la información del avance en su aprendizaje y su percepción del dominio respecto al tema estudiado.

Este instrumento servirá para realizar el análisis a posteriori de la metodología elegida para este proyecto y se aplicará en hora de clase en el aula digital una vez transcurridas las dos semanas de clase presencial y de la práctica de los estudiantes con las actividades propuestas en la plataforma.

### **IV.3 Recursos**

Para realizar los productos propuestos en este proyecto se requiere de una computadora que tenga acceso a internet, una cuenta de google para realizar los cuestionarios, office para realizar las presentaciones y JClic Author para desarrollar las actividades interactivas.

Es necesario solicitar el acceso al aula digital del plantel para el grupo completo dos días, uno para realizar el cuestionario diagnóstico y otro día para la evaluación, los alumnos necesitan registrarse en la plataforma de *Cursame* para tener acceso a los materiales propuestos para apoyar el aprendizaje de la razón trigonométrica.

Se contempla que participen los alumnos de un grupo de segundo semestre de la asignatura de Matemáticas II del plantel Carmen Serdán, del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal; un profesor de matemáticas que es el mismo que llevará a cabo el proyecto.

Se usarán los recursos de software y hardware que ya tiene el plantel. Se requiere el uso de una de las Aulas digitales del plantel, se reservará el espacio con anticipación para asegurar su disponibilidad al momento de la aplicación.

- 25 Computadoras
- 1 Proyector
- Internet

Costo total del proyecto

- Tiempo 6 meses

#### **IV.4 Factibilidad del proyecto**

El proyecto pretende insertarse como un material de apoyo para las clases de matemáticas de segundo semestre en el Instituto de Educación Media Superior, el plantel cuenta con los recursos necesarios para llevar a cabo esta propuesta, porque en el cubículo de cada profesor se cuenta con un equipo de cómputo con acceso a internet y para el caso de los estudiantes el plantel les proporciona acceso a la sala de cómputo donde pueden utilizar los equipos de cómputo sin costo alguno y todos tienen acceso a internet.

El plantel cuenta con dos aulas digitales equipadas con 25 computadoras todas ellas con acceso a internet y el profesor puede reservar un aula para llevar a su grupo y trabajar en las computadoras, por lo que el proyecto puede realizarse debido a que se cuenta con los recursos necesarios.

Una de las restricciones o variables que no se puede controlar es el real acceso de los estudiantes a las actividades en las horas extra clase, porque eso ya depende de cada alumno, es similar a cuando dejamos tarea y algunos cumplen pero otros no. En este caso se espera que

al ser actividades interactivas y con el uso de las TIC esto sea un factor de motivación para los estudiantes.

Si bien es cierto que las TIC no son una garantía de aprendizaje o incremento en el aprendizaje de los estudiantes, también es una realidad que actualmente vivimos inmersos en un mundo donde los jóvenes constantemente utilizan las TIC para realizar sus actividades e incluso socializar con su entorno, por lo que como educadores podemos insertar recursos didácticos que apoyen el aprendizaje de nuestros estudiantes más allá de los muros de la escuela en el caso de la modalidad presencial.

## IV.5 Materiales Didácticos

El material didáctico desarrollado para el proyecto son tres presentaciones que se alojaron en slideshare, el objetivo de las presentaciones es explicar la parte teórica del tema y mostrar cómo se resuelven los ejercicios que se plantean en el siguiente material didáctico que son las actividades desarrolladas en JClíc con el objetivo de que los estudiantes practiquen y repasen mediante los ejercicios el tema.

A continuación se muestra un ejemplo de los materiales desarrollados para el apoyo del aprendizaje de la razón trigonométrica en segundo semestre del bachillerato.

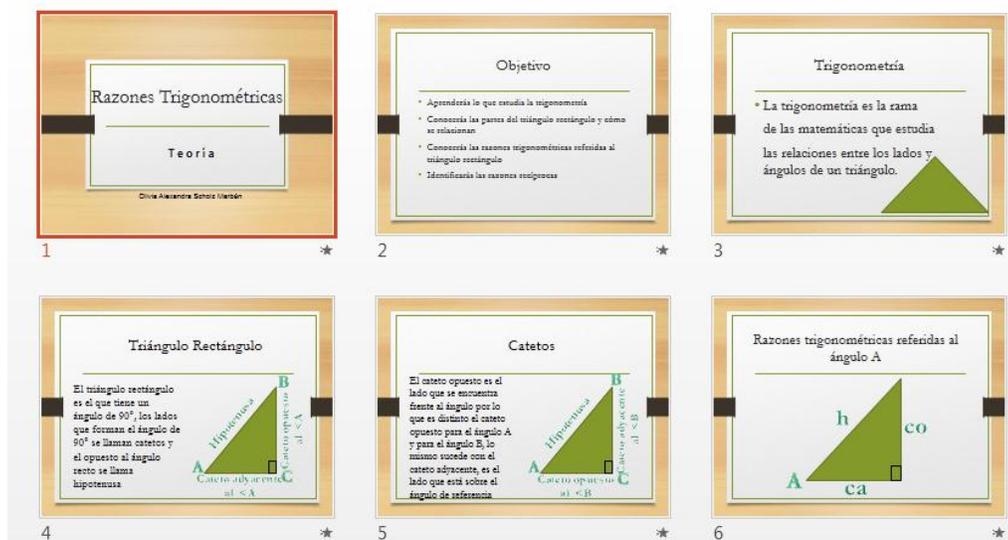


Figura 3. Presentación elaborada para reforzar la teoría vista en clase.

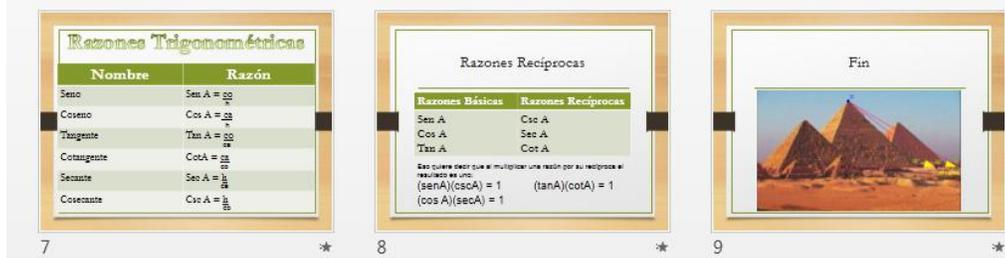


Figura 4. Material desarrollado en Power Point para el tema de razón trigonométrica.

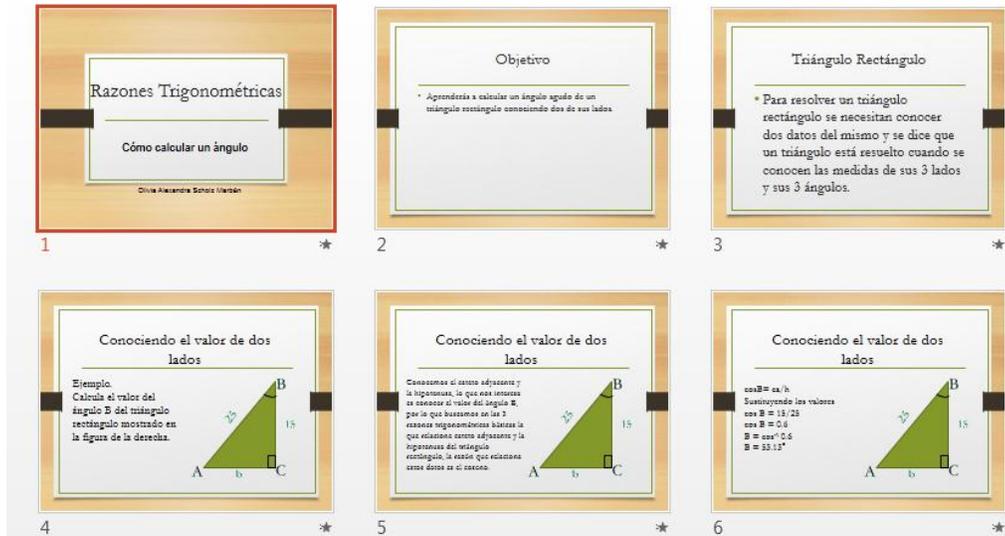


Figura 5. Material para calcular un ángulo faltante.

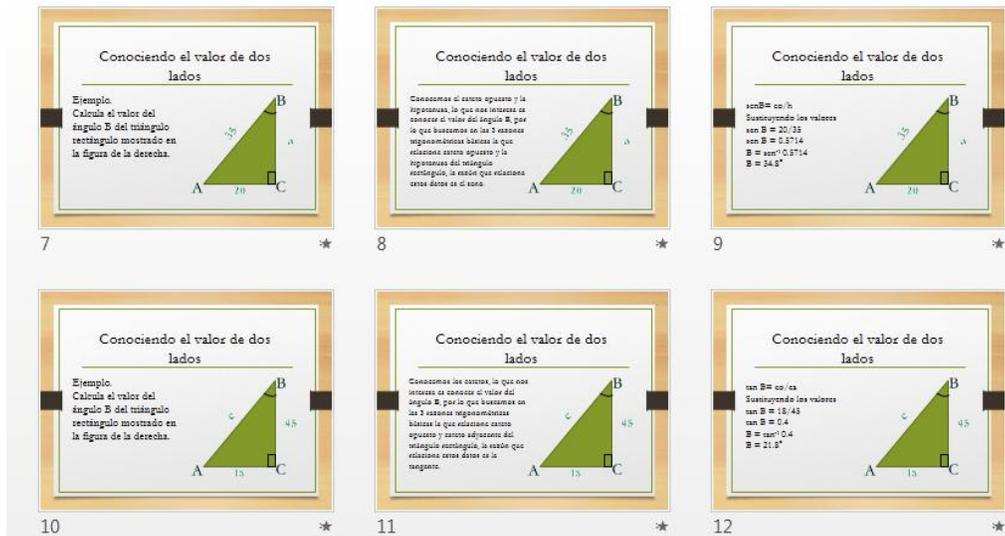


Figura 6. Material para calcular alguno de los ángulos del triángulo rectángulo.

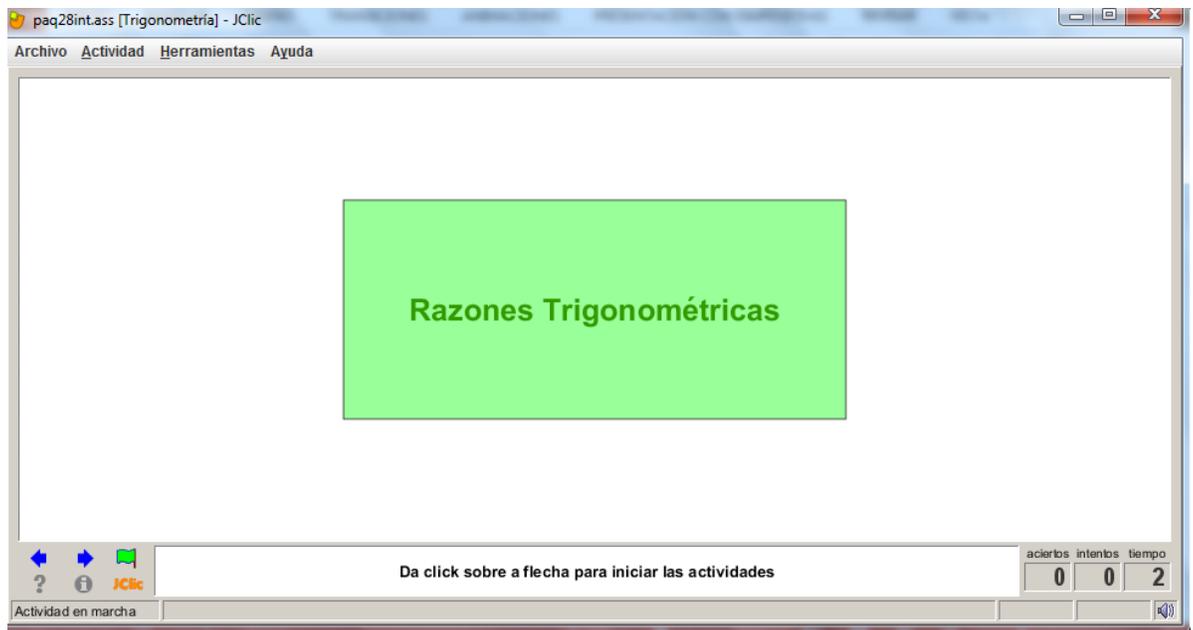


Figura 7. Material de JCLic para reforzar el aprendizaje de los estudiantes.

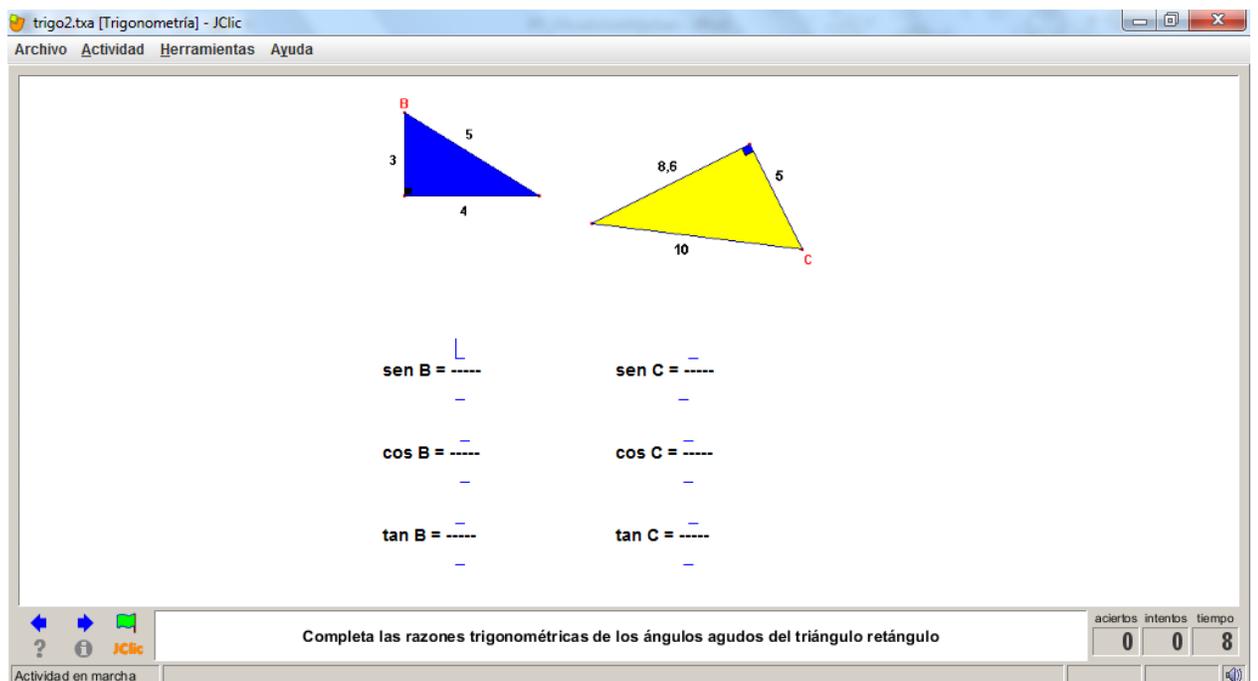


Figura 8. Ejemplo de actividades en JCLic desarrollado para los estudiantes.

## V. Estrategia de evaluación

Para el proyecto se realizará la evaluación del objeto de aprendizaje propuesto, se evaluará que sea de calidad, eficaz, en cuanto a la parte didáctica se evaluará que produzca buenos resultados académicos y tecnológicamente que sea un producto robusto, interactivo, usable y de fácil implementación.

La herramienta elegida para realizar la evaluación del objeto de aprendizaje es COdA, que es una guía de evaluación de la Calidad de los Objetos de Aprendizaje, esta herramienta surge en la Facultad de Filología de la UCM de forma empírica; esta guía se puede utilizar antes de su utilización real para valorar la efectividad tecnológica y didáctica de los objetos de aprendizaje.

La evaluación del aprendizaje se realizará mediante tres pasos que serán la evaluación diagnóstica, el proceso de instrucción y la evaluación final para ver si se logró lo planeado. El parámetro de la evaluación está dado por los objetivos del proyecto.

La evaluación diagnóstica determina si los estudiantes poseen los conocimientos previos requeridos para continuar el estudio de la razón trigonométrica, para ello se elaborará un cuestionario que permita evaluar los conocimientos antecedentes de los estudiantes; posteriormente se realizará el proceso de instrucción que consiste en clases presenciales y para apoyar a las clases se dará acceso a los materiales didácticos realizados en este proyecto para que los estudiantes refuercen su aprendizaje y practiquen los ejercicios vistos en clase de manera autónoma, con la finalidad de dar acceso permanente a los estudiantes para que se autoevalúen y surjan dudas que se puedan aclarar en la clase.

La evaluación final será un cuestionario que permita identificar si el estudiante logró los objetivos de aprendizaje propuestos en este proyecto y además sirva de comparativo con el instrumento de evaluación diagnóstica. Los instrumentos de evaluación diagnóstica y final incluirán dos rubros que serán el de percepción del estudiante y la objetiva de aprendizaje. Se espera que la mayoría de los estudiantes muestren un avance en su aprendizaje, se parte de que el aprendizaje será generado por la experiencia e interacción tanto en clase como con los materiales didácticos desarrollados con TIC.

## V.1 Reporte de resultados

### V.2 Análisis a Priori

Se aplicó un cuestionario diagnóstico para recabar información del dominio del tema de razones trigonométricas por parte de los alumnos y de su percepción. Las primeras dos preguntas eran para recabar la percepción de los alumnos acerca de su conocimiento en el tema de razones trigonométricas, debido a que este es un tema que se encuentra dentro del temario de la educación secundaria; por lo que estas preguntas son de tipo subjetivas y las respuestas obtenidas reflejan la percepción que cada alumno tiene de su nivel de dominio del tema.

La segunda parte del cuestionario diagnóstico es de tipo objetiva y corresponde a seis ítems que demuestran si los estudiantes tienen el conocimiento del tema de razón trigonométrica o no, mediante ejercicios y problemas que tienen la finalidad de evaluar su conocimiento real del tópico a estudiar.

El cuestionario se aplicó a 25 estudiantes de segundo semestre del Instituto de Educación Media Superior plantel Carmen Serdán, los alumnos pertenecen al grupo 201 turno matutino; de los 25 estudiantes 12 son mujeres y 13 hombres, sus edades oscilan entre los 15 y 18 años; a continuación se detallan las respuestas obtenidas para cada rubro de preguntas.

En la parte subjetiva se realizaron dos preguntas cuyo objetivo era obtener por parte del estudiante su percepción acerca del dominio del tema a estudiar, al ser preguntas de apreciación se dividen los estudiantes en los que consideran tener el aprendizaje del tema bien, regular y mal, los resultados se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1  
*Percepción del aprendizaje de razón trigonométrica*

	Bien	Regular	Mal
Alumnos	0	16	9
Porcentajes	0%	64%	36%

Se observa que ninguno de los estudiantes considera tener un buen dominio del conocimiento del tema, la mayoría considera que su conocimiento es regular, mientras que un 36% se califica de manera negativa y acepta que no sabe el tema. Lo que nos indica que la mayoría de los estudiantes siente que no aprendió bien el tema de razones trigonométricas.

Las preguntas objetivas del cuestionario fueron en total seis para evaluar su conocimiento y dominio del tema, a cada ítem se le asignó una puntuación siguiendo una escala de 0 a 2 puntos, considerando cero cuando el estudiante proporciona una respuesta incorrecta, uno cuando el estudiante da la respuesta correcta y dos cuando para proporcionar la respuesta se requieren de dos procedimientos y ambos los realiza de manera correcta; también se consideran las preguntas no resueltas como *sin responder*.

El propósito de los ejercicios propuestos en el cuestionario diagnóstico es obtener información acerca del conocimiento del alumno en el manejo de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, el cómo se relacionan los lados y ángulos del triángulo rectángulo y la aplicación de sus conocimientos para resolver un problema que requiere la aplicación de las razones trigonométricas para obtener la solución.

En la Tabla 2 se presenta el concentrado de los puntos obtenidos por los alumnos en cada pregunta y NC significa *no contestó*, hay preguntas en las que sólo se podía obtener un punto por lo que en la columna que corresponde a dos puntos se colocarán las siglas NA, es decir No Aplica, cada renglón de la tabla suma en total 25 alumnos.

Tabla 2  
*Resultados cuestionario diagnóstico de razón trigonométrica*

Pregunta	Puntos obtenidos por alumnos			
	Dos	Uno	Cero	NC
1	2	1	16	6
2	2	0	17	6
3	NA	8	11	6
4	NA	2	17	6
5	NA	0	17	8
6	0	3	16	6

El cuestionario sumaba en total 9 puntos y con base a estos se clasifican a los alumnos en cuatro categorías que son deficiente, regular, bueno y muy bueno, a continuación se muestra en la Tabla 3 la clasificación de acuerdo al puntaje.

Tabla 3  
*Clasificación por puntaje de acuerdo a los puntos del diagnóstico*

Puntos	Clasificación
0 – 3	Deficiente
4 – 6	Regular
7 – 8	Bueno
9	Muy bueno

Siguiendo la clasificación anterior y con base a las puntuaciones obtenidas por cada estudiante se puede observar en la Tabla 4 que la mayoría del grupo se clasifica como deficiente, un estudiante obtuvo la puntuación de regular y no hay ninguno que tenga un óptimo conocimiento del tema.

Tabla 4  
*Clasificación de los estudiantes por puntaje obtenido en el diagnóstico*

Puntos	Clasificación	Estudiantes	Porcentaje
0 – 3	Deficiente	24	96%
4 – 6	Regular	1	4%
7 – 8	Bueno	0	0%
9	Muy bueno	0	0%

Se logra observar que los alumnos no tienen claro el concepto de razón trigonométrica ni las relaciones entre los lados y ángulos de un triángulo rectángulo para plantear correctamente la razón trigonométrica, tampoco saben obtener un ángulo ni resolver problemas que requieran el uso de razones trigonométricas. Lo que deja ver que los alumnos no poseen la habilidad de resolución de problemas, al demostrar que no son capaces de interpretar los datos proporcionados en el enunciado de un problema para obtener la solución.

Con base en los datos obtenidos se observa también una sobreestimación de parte de los estudiantes respecto a su conocimiento y dominio del tema debido a que 60% de los que consideran tener un dominio regular del tema obtuvieron deficiente al momento de evaluar sus aprendizajes.

### **V.3 Análisis a Posteriori**

Una vez concluida la puesta en marcha de las actividades de la propuesta didáctica que se realizó durante 2 semanas de clase que equivale a 8 horas de estudio, 4 clases de 1 hora 30 minutos y 2 clases de una hora, se les aplicó un cuestionario para observar cómo percibieron la actividad y obtener evidencia de su habilidad para resolver problemas mediante el uso de razones trigonométricas que fue el propósito del proyecto.

Se les preguntó acerca de las actividades realizadas en clase y en la plataforma de *Cursame* estas preguntas son subjetivas al igual que en el cuestionario diagnóstico con el fin de conocer la percepción de los estudiantes respecto a su aprendizaje del tema después de haberlo estudiado en clase.

También se incluyeron en el cuestionario final preguntas objetivas para medir el aprendizaje logrado por los estudiantes, mediante ejercicios y problemas cuya finalidad fue constatar su conocimiento acerca de las relaciones entre los lados y ángulos del triángulo rectángulo, las razones trigonométricas y resolución de problemas.

Dentro de los ejercicios y problemas del cuestionario final se incluyeron seis preguntas similares en cuanto a contenido matemático a los seis cuestionamientos del diagnóstico con el propósito de tener un instrumento de comparación del dominio en el tema por parte de los estudiantes antes y después de aplicar la secuencia de actividades y materiales didácticos desarrollados en este proyecto.

Al igual que en el análisis a priori se detallan las respuestas obtenidas por los estudiantes en los dos rubros, el de percepción y el de aprendizaje, posteriormente con los datos obtenidos se tendrá información suficiente para realizar un comparativo y determinar si los objetivos del proyecto se lograron y en qué medida.

En la parte subjetiva se realizaron dos preguntas cuyo objetivo era obtener por parte del estudiante su percepción acerca del dominio del tema después de haberlo estudiado en clase y reforzado con las actividades en la plataforma, al ser preguntas de apreciación se dividen los estudiantes en los que consideran tener el aprendizaje del tema bien, regular y mal, obteniendo el promedio de sus dos respuestas se recabaron los siguientes datos, que se muestran en la Tabla

5 y que contiene los resultados de la percepción de los estudiantes en cuanto a su aprendizaje después de haber realizado la secuencia de actividades.

Tabla 5

*Percepción del aprendizaje de razón trigonométrica después de la secuencia*

Percepción de aprendizaje	Bien	Regular	Nada
Alumnos	19	6	0
Porcentajes	76%	24%	0%

Al revisar los datos observamos que la percepción de los estudiantes en cuanto al aprendizaje del tema de razones trigonométricas aplicando la propuesta didáctica de este trabajo resulta favorable, por lo que podríamos concluir que las actividades de la propuesta didáctica resultan útiles para la enseñanza aprendizaje del tema de razones trigonométricas en el bachillerato.

Para valorar los aprendizajes logrados por los alumnos se les aplicó un instrumento de evaluación que contiene seis preguntas similares a las realizadas en el cuestionario diagnóstico, con la finalidad de poder realizar el comparativo de sus conocimientos previos y la habilidad adquirida. Se continua con la misma escala de puntuación para cada respuesta obtenida por el estudiante y se clasificaron de acuerdo a su puntaje en deficiente, regular, bueno y muy bueno. Los resultados del cuestionario de evaluación se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6

*Resultados cuestionario de evaluación de la razón trigonométrica*

Pregunta	Alumnos que obtuvieron 2, 1, 0 o NC			
	Dos	Uno	Cero	NC
1	18	7	0	0
2	18	7	0	0
3	NA	19	6	0
4	NA	19	6	0
5	NA	20	4	1
6	17	7	0	1

El cuestionario sumaba en total 9 puntos y con base a estos se clasifican a los alumnos en cuatro categorías que son deficiente, regular, bueno y muy bueno, en la Tabla 7 se observa la clasificación por puntos.

Tabla 7

*Clasificación por puntaje de acuerdo a los puntos de la evaluación*

Puntos	Clasificación
0 – 3	Deficiente
4 – 6	Regular
7 – 8	Bueno
9	Muy bueno

Siguiendo la clasificación anterior y con base a las puntuaciones obtenidas por cada estudiante se puede observar en la Tabla 8 que los estudiantes mejoraron su conocimiento del tema y la mayoría se ubica en el rango de bueno, mientras que sólo uno conserva el estatus de deficiente.

Tabla 8

*Clasificación de los estudiantes por puntaje obtenido en la evaluación*

Puntos	Clasificación	Estudiantes	Porcentaje
0 – 3	Deficiente	1	4%
4 – 6	Regular	5	20%
7 – 8	Bueno	12	48%
9	Muy bueno	7	28%

En la resolución de los problemas del instrumento final se observa un avance en el aprendizaje de los estudiantes y se puede hacer una comparación entre el cuestionario diagnóstico y el instrumento final de evaluación.

En este apartado la percepción de los estudiantes respecto a su dominio del tema es más cercano a la realidad, se puede observar que coincide el 76% de los que consideran que aprendieron bien el tema lo demuestran en la parte de la evaluación objetiva donde 48% obtuvo un puntaje de bueno y 28% un puntaje de muy bueno sumando en total 76% de los estudiantes, los que consideran que aprendieron el tema de forma regular son el 24% y casi coincide con el 20% de los regulares en la prueba objetiva. Se puede concluir que es esta última evaluación los estudiantes son más objetivos en la apreciación de su aprendizaje ya que no se sobreestimaron ni se subestimaron.

## V.4 Comparación del Análisis a Priori y el Análisis a Posteriori

Comparación entre análisis a priori y análisis a posteriori, para hacer el comparativo entre los dos instrumentos de evaluación aplicados a los alumnos se dividirán en tres rubros, el de percepción, el de resolución de problemas y el de ejercicios sin contexto.

Rubro de percepción. Se hará el comparativo de la percepción que tienen los alumnos acerca de su aprendizaje de razones trigonométricas, en el cuestionario diagnóstico dónde se les realizaron dos preguntas, una acerca de si les habían enseñado el tema en la secundaria y otra en la que ellos valoraban que tanto sentían que aprendieron el tema.

En el caso del instrumento de evaluación final se les hicieron también dos preguntas de percepción, una acerca de que tanto sintieron que aprendieron el tema después de realizar las actividades de la secuencia y otra en la que manifestaban su sentir acerca del dominio que adquirieron del tema. En la Tabla 9 se muestra la comparación de las respuestas del rubro de percepción de los alumnos, son las respuestas que ellos dieron según como perciben su aprendizaje.

Se puede observar un incremento del 42% en la confianza que tienen en ellos de haber aprendido bien las razones trigonométricas, de igual forma se aprecia un aumento en su percepción del aprendizaje del tema después de haber realizado la secuencia de actividades donde el 84% respondió que su dominio en el tema mejoró.

Tabla 9

*Comparación del rubro de percepción de los alumnos*

	Antes	Después
<b>Regular</b>	64%	36%
<b>Buena</b>	0%	64%
<b>Mejora</b>	-	84%
<b>Mantiene</b>	-	16%

Rubro de resolución de problemas. En este rubro se compara el problema que resolvieron en el cuestionario diagnóstico con el problema que resolvieron en el instrumento de evaluación.

Tabla 10  
*Comparación del planteamiento y resolución de problemas*

	Antes	Después
<b>Deficiente</b>	96%	4%
<b>Regular</b>	4%	20%
<b>Bueno</b>	0%	48%
<b>Muy bueno</b>	0%	28%
<b>Mejora</b>		82%
<b>Mantiene</b>		8%

Los resultados se muestran en la Tabla 10, se observa que después de realizar las actividades más del 80% de los alumnos logran resolver correctamente los ejercicios planteados a diferencia del cuestionario diagnóstico donde lo que predominó fue la obtención incorrecta del resultado y algunos no desarrollaron nada para intentar resolver los ejercicios.

En la comparación se puede apreciar que hubo un incremento tanto en la confianza de los alumnos respecto a su dominio del tema como en su aprendizaje al observar los resultados de su trabajo en el instrumento de evaluación, adquirieron habilidad para resolver problemas mediante razones trigonométricas, por lo que se puede afirmar que la secuencia apoya el aprendizaje de las razones trigonométricas e incrementa la habilidad de resolución de problemas en el nivel medio superior.

## VI. Conclusiones

El diseño de las actividades que se proponen en este trabajo para el aprendizaje del tema de razones trigonométricas en el segundo semestre de Matemáticas del Instituto de Educación Media Superior, se aplicó en un grupo de 25 estudiantes de entre 15 y 18 años de edad, se planeó para trabajar una parte en equipos para fomentar el trabajo colaborativo y el aprendizaje significativo y otra parte se trabaja de manera individual para detectar los avances y las dificultades en el aprendizaje de cada estudiante.

Este proyecto mostró que es posible abordar la enseñanza del tema de razón trigonométrica a partir de ejercicios realizados con apoyo de las TIC que son un buen mecanismo de repaso y ejercitación de lo estudiado en clase, los resultados muestran un progreso en el aprendizaje de los alumnos de un promedio de 76% en la solución de ejercicios y resolución de problemas.

La secuencia que se diseñó abarca el tema del objetivo 4 del temario del IEMS-DF esta secuencia puede trabajarse para el inicio del estudio del tema y ampliar la secuencia aquí propuesta para abarcar el estudio de las funciones trigonométricas, el estudio de las identidades trigonométricas y ecuaciones trigonométricas.

El trabajo en equipo ayudó a que se generara un ambiente de aprendizaje colaborativo aunque en algunas ocasiones los equipos repartían el trabajo en lugar de hacerlo de manera conjunta y sólo resolvían una parte de la actividad de manera individual, cuando el docente detectó esa dinámica en algún equipo se le pedía al que resolvió la actividad que le explicara a los demás integrantes lo que realizó para que los demás dieran su confirmación o rebatieran los resultados, para fomentar la participación de todos los integrantes.

En general la secuencia permitió cubrir la primer parte del tema de razones trigonométricas de la materia Matemáticas II, se generó un ambiente de aprendizaje donde todo el grupo se involucró en las actividades. En la parte de motivación y percepción del dominio del tema por parte de los estudiantes se observa que en cuanto a su percepción de su habilidad y dominio de las razones trigonométricas aumentó en un 74% para los que se consideran buenos en el manejo del tema y un 40% en los que se consideran regulares en el dominio del tema, lo

que indica que se sienten más seguros respecto a su aprendizaje, todos los estudiantes del grupo participaron en la elaboración de las actividades y eso es un logro teniendo en cuenta que es el penúltimo tema de la materia por lo que se imparte en las últimas semanas del semestre.

Las secuencias didácticas permiten realizar una enseñanza más ordenada y controlada del tema que se pretende abordar, en este caso se utilizaron sólo 2 semanas de las destinadas al objetivo utilizando 8 horas clase para estudiar el tema, claro está que los alumnos dedicaron más horas al repaso del tema en los ejercicios propuestos y la revisión del material desarrollado, lo que permite un mayor dominio del tema.

Para realizar este proyecto se determinaron con base en el plan de estudios los temas centrales de Trigonometría que se estudian en el Instituto y se planeó realizar material de apoyo y ejercicios prácticos que fueran útiles para que los estudiantes reforzaran su aprendizaje, la intención de utilizar las TIC al incluir materiales de apoyo y ejercicios extra como refuerzo a la clase presencial fue motivar a los alumnos a dedicar más tiempo a su aprendizaje.

Las ventajas de incluir material didáctico apoyado en el uso de las TIC es que los estudiantes pueden consultar el material fuera de su horario escolar y se logró que utilizaran los recursos en favor e incremento de su aprendizaje, se mostró a otros docentes del plantel la propuesta y los resultados obtenidos con el grupo para incentivarlos a desarrollar materiales multimedia e incluirlos en sus clases presenciales o adaptar algunos que ya existen. Se inició a partir de este proyecto un Seminario de Investigación Educativa. Estudios en el aula de matemáticas, que tiene como objetivo desarrollar proyectos educativos que apoyen el aprendizaje de los estudiantes en el plantel y este trabajo se expondrá en las jornadas matemáticas del IEMS-DF para que lo conozcan otros docentes y si lo consideran pertinente lo incluyan en su curso de Matemáticas II.

Una de las recomendaciones para aplicar el proyecto en un grupo es que primero se trabajen las actividades con ellos, es decir que se programe una clase para explicar dónde se alojan las actividades, cómo acceder, cómo interactuar con el paquete de JClick porque durante la aplicación se observó que algunos alumnos intuitivamente lograron interactuar con el paquete pero otros no, este proyecto podría adaptarse a una clase virtual en ese caso deberá redactarse

un documento que describa la secuencia de consulta de los materiales y cómo interactuar con el paquete de JClic, como una especie de manual.

El proyecto es viable y útil para apoyar el aprendizaje del tema razones trigonométricas en el bachillerato, se puede adaptar al plan de estudios de otra Institución de nivel medio superior e incluso se puede trabajar en un curso virtual de bachillerato. El reto es enriquecer el proyecto porque es apenas un inicio de una secuencia de actividades que se pueden trabajar en el sistema presencial o a distancia pero que puede extenderse hasta lograr cubrir todo un curso de matemáticas.

## **Glosario de términos**

TIC. Tecnología de la Información y Comunicación

IEMS-DF. Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal

Razón Trigonométrica. Relación trigonométrica de dos lados de un triángulo rectángulo

Cursame. Plataforma educativa

Aprendizaje significativo. Proceso mediante el cual el estudiante incorpora nuevos conocimientos a sus conocimientos previos.

JClic. Es una herramienta de autor que permite crear recursos educativos digitales.

Ingeniería Didáctica. Es una metodología de investigación en didáctica de las matemáticas surgida en Francia a principio de los años '80.

## REFERENCIAS

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*, 13, 27.

Ausubel, D.P. (2000). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Segunda edición). México: Trillas.

Baca, G. U. (1995). *Evaluación de proyectos*. Mc-Graw Hill.

Belloch, C. (2006). *Diseño y desarrollo de aplicaciones multimedia educativas*. Consultado en <http://www.uv.es/bellohc/pwedu6.htm>

Blackett, N. y Tall, D. (1991). Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. *Proceedings of the international group of psychology of mathematics education XV*, Vol. 1, 144-152.

Briones, G. (2002). *Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales*, Instituto Colombiano para el fomento de la educación superior.

Cabero, J. & Hueros, A. D. (1999). Evaluación de medios y materiales de enseñanza en soporte multimedia. *Revista Píxel Bit Sevilla*. España, (13), 23-45.

Cabero, J. (2007). *Tecnología educativa*. España: McGraw-Hill

Corbetta, P. (2003). *Metodología y técnicas de investigación social*. Madrid. Mc Graw Hill.

De Kee, S., Mura, R. y Dionne, J. (1996) La comprehension des notions de sinus et cosinus chez des élèves du secondaire. *For the Learning of Mathematics* Vol. 16, Num 2.

Demir, Ö. & Heck, A. (2013). A new learning trajectory for trigonometric functions. *Proceedings of the eleventh International Conference on Technology in Mathematics Teaching*. Bari, Italy. Obtenido de <http://staff.science.uva.nl/~heck/Research/art/ICTMT11.pdf>

Duquesne Rodríguez, M. (2007). Herramientas para la producción de materiales didácticos para las modalidades de enseñanza semipresencial ya distancia\*. *Acimed*, 16(2), 0.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (M. Vega, Trad). Cali, Colombia: Restrepo.

Fernández-Pampillón, A., Domínguez E., & Armas, D. (2012). *Herramienta de Evaluación de la Calidad de Objetos de Aprendizaje (herramienta COdA): Guía para la producción y evaluación de materiales didácticos digitales (Versión 1.1)*. Madrid: Universidad Complutense.

Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. Barcelona: Paidós Mexicana, S.A.

Hernández, R., Baptista, P. y Fernández, C. (2010). *Metodología de la Investigación*. México. McGraw Hill.

Mayes y L. Hatfield. (Co-Eds). *Quantitative Reasoning and Mathematical Modeling: A Driver for STEM Integrated Education and Teaching in Context*. College of Education, University of Wyoming. USA. Recuperado de [http://www.uwyo.edu/wisdome/\\_files/documents/moore.pdf](http://www.uwyo.edu/wisdome/_files/documents/moore.pdf)

Montiel, G. (2013). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico*. México: Ediciones Díaz de Santos.

Moore, K. (2012). Coherence, Quantitative Reasoning, and the Trigonometry of Students. En R.

Moore, K., LaForest, K. y Kim, H. (2012). The unit circle and unit conversions. *Proceedings of the Fifteenth Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 16-31). Portland, OR: Portland State University.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Curriculum and evaluation standards*. Reston: NCTM.

Orozco, J. (2004) *Uso Pedagógico de los programas Derive 6.1 y Cabri Geometry II plus, en las clases de Matemáticas. Proyecto de Innovaciones Tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas y Ciencias*. Colombia. <http://www.scm.org.co/Subidos/855.Resumen.pdf>

Sánchez, A. (2010). Estrategias didácticas para el aprendizaje de los contenidos de trigonometría empleando las TICS. *EduTec: Revista electrónica de tecnología educativa*, (31), 4.

Sistema de bachillerato del Gobierno del Distrito Federal. (2006). *Programas de estudio, Matemáticas*. México, D.F.

Weber, K. (2008). Teaching trigonometric functions: Lessons learned from research. *Mathematics teacher*, 102(2), 144-150.