



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
**DOCTORADO EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y
CONTROL**

TESIS

**CONTROL ÓPTIMO DE UN VEHÍCULO AÉREO AUTÓNOMO CON
APLICACIONES EN AGRICULTURA**

Para obtener el grado de
Doctor en Ciencias en Automatización y Control

PRESENTA

M. en C. Mario Oscar Ordaz Oliver

Director:

Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez

Codirector:

Dr. Hugo Romero Trejo

Comité Tutorial:

Dra. Liliam Rodríguez Guerrero

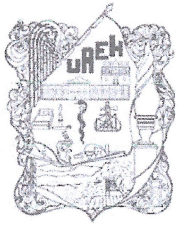
Dr. Eduardo Cornejo Velázquez

Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez

Dr. Eduardo Steed Espinosa Quezada

Dr. Hugo Romero Trejo

Pachuca Hgo, México, noviembre de 2022



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

School of Engineering and Basic Sciences

Área Académica de Computación y Electrónica

Department of Electronics and Computer Science

Mineral de la Reforma Hidalgo, a 26 de octubre de 2022

Número de control: ICBI-AACyE/1609/2022

Asunto: Autorización de impresión de tema de tesis.

MTRA. OJUKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO
DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

El Comité Tutorial del nombre del producto que indique el documento curricular del programa educativo de posgrado titulado "Control Óptimo de un Vehículo Aéreo Autónomo con Aplicaciones en Agricultura", realizado por el sustentante Mario Oscar Ordaz Oliver con número de cuenta 263392, perteneciente al programa del Doctorado en Ciencias en Automatización y Control, una vez que se ha revisado, analizado y evaluado el documento recepcional de acuerdo a lo estipulado en el artículo 110 del Reglamento de Estudios de Posgrado, tiene a bien extender la presente.

AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

Por lo que el sustentante deberá cumplir con los requisitos del Reglamento de Estudios de Posgrado y con lo establecido en el proceso de grado vigente.



Atentamente

"Amor, Orden y Progreso"

[Signature of Omar Jacobo Santos Sánchez]

Dra. Omar Jacobo Santos Sánchez
Director de Tesis



Comité Tutorial

[Signature of Hugo Romero Trejo]

Dr. Hugo Romero Trejo
Codirector de Tesis

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

Área Académica de Computación y Electrónica

- Dra. Liliam Rodríguez Guerrero - Presidente
Dr. Eduardo Cornejo Velázquez - Secretario
Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez - Vocal 1
Dr. Eduardo Steed Espinoza Quesada - Vocal 2
Dr. Hugo Romero Trejo - Vocal 3

- UAEH [Signature]
UAEH [Signature]
UAEH [Signature]
CINVESTAV [Signature]
UAEH [Signature]

ECV/APL

Ciudad del Conocimiento
Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5 Colonia Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México. C.P. 42184
Teléfono: +52 (771) 71 720 00 ext. 2250, 2251
Fax 2109
aacye_icbi@uaeh.edu.mx





M. en C. Mario Oscar Ordaz Oliver

Control Óptimo de un
Vehículo Aéreo Autónomo
con Aplicaciones en
Agricultura

*El presente trabajo
está dedicado a Eve y Caro,
por su amor, por su cariño,
por su comprensión
y sobre todo por su apoyo para el desarrollo
y culminación de este proyecto.*

Gracias

CITIS-UAEH, por la formación académica brindada a lo largo de mi estancia en sus instalaciones, por el gran apoyo para la ejecución del presente trabajo de investigación.

Agradecimientos

En este apartado deseo expresar mi más sincero agradecimiento a mi familia y amigos, quienes son simultáneamente mi motivación y mi fuerza.

Especialmente me gustaría expresar mi gratitud a mi esposa, Evelin Gutiérrez Moreno, por tu amor, tu paciencia, tu apoyo, tu fortaleza, tu carácter, por tus innumerables e inconmensurables virtudes, por los aprendizajes y las experiencias que me has regalado.

A mi hija, Carolina Ordaz Gutiérrez, porque aún a tu corta edad eres la persona más genial y sorprendente que conozco, porque de ti es de quien aprendo las mejores lecciones, por ti la vida tiene un gran valor y un excepcional sentido, gracias por permitirme estar presente en tu vida y por ser parte de la mía.

A mis padres, por todo lo que me han brindado, principalmente la vida. Mi madre, María Guadalupe Oliver Tapia, ejemplar mujer y amiga, quien me ha apoyado, escuchado y motivado incondicionalmente. Dando siempre lo mejor de ella para mí. Y mi padre, José Guadalupe Ordaz Calva, de quien he recibido su apoyo inconmensurable, con innumerables y valiosos consejos de vida, conocimientos y experiencias, que han estado presentes en cada instante de mi vida.

A Jesús Patricio Ordaz Oliver, por el incondicional apoyo en todo momento, por la gran amistad que me has brindado, también por tu paciencia, ayuda y motivación en el desarrollo de todos mis proyectos. De la misma manera a José Guadalupe Ordaz Oliver, por tu sincero cariño, tu objetiva y fraterna amistad, por tu total e incondicional apoyo hacia mí y para la familia. A mis hermanas María Xochitl Ordaz Oliver y Sandra María Ordaz Oliver, por su amor y dulce cariño, por su confianza y apoyo.

A mis amigos Justo Fabian Montiel Hernández, Abraham Solano Flores, Alberto Ortíz Licona, Juan Salvador Mejía Acosta, Leonardo Alonso Martínez Rivera, Andrés Ricardo Cabello Jacobo, Federico González Rivero, Mario Alejandro Vega Navarrete, Ernesto Javier Cerón Sandoval, Juan Daniel Ramírez Zamora y José Roberto Rojo Ramírez, por su amistad que no está acotada, por su apoyo y confianza.

A mis directores de tesis, el Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez y el Dr. Hugo Romero Trejo, por su ayuda y asesoría, por su paciencia y tolerancia para conmigo, por el valioso tiempo brindado, sin los cuales este proyecto no se hubiera realizado.

Deseo también agradecer a todos aquellos que me brindaron su ayuda, directa o indirectamente en la preparación de este documento, en particular a la Dra. Liliam Rodríguez Guerrero, al Dr. Eduardo Cornejo Velázquez y al Dr. Eduardo Steed Espinoza Quesada.

Resumen

En este proyecto de tesis se plantea la implementación de una ley de control robusta en un VAA (Vehículo Aéreo Autónomo) tipo hexacóptero, que es utilizado en el proceso de fumigación de cultivos de vegetales al aire libre. Para ello, se obtiene inicialmente el modelo dinámico del VAA y se realiza la representación de este en forma de subsistemas, los cuales se discretizan y linealizan alrededor de un punto fijo. Posteriormente se efectúa la construcción y puesta en marcha de la plataforma, tomando en cuenta el estudio de configuraciones tradicionales de VAAs (cuadricópteros, hexacópteros) y del modelo obtenido, finalmente se presentan los resultados de la simulación e implementación de un control robusto discreto, que consta de dos términos, uno que minimiza un índice de desempeño y otro que es robusto a las dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas que se desvanecen cuando el estado es cero.

Este trabajo de investigación contribuyó a la producción de dos artículos; el primero titulado “Robust Backstepping Control Applied to UAVs for Pest Recognition in Maize Crops”, mismo que ha sido publicado en la página 9075, número 18, del volumen 12 de la revista *Applied Sciences*, de septiembre de 2022. Y el segundo bajo el nombre “Robust Linear Discrete Control for a Hexacopter: Experimental Results”, que se encuentra bajo revisión en la revista *Journal of Field Robotics*.

Abstract

In this thesis project, the implementation of a robust control law in an AAV (autonomous aerial vehicle) type hexacopter, which is used in the process of fumigation of vegetable crops in the open air, is proposed. To do this, the dynamic model of the VAA is initially obtained and its representation is made in the form of subsystems, which are discretized and linearized around a fixed point. Subsequently, the construction and commissioning of the platform was carried out, taking into account the study of traditional configurations of VAAs (quadcopters, hexacopters) and the model obtained, finally the results of the simulation and implementation of a discrete robust control are presented, which It consists of two terms, one that minimizes a performance index and the other that is robust to unmodeled dynamics and parametric uncertainties that vanish when the state is zero.

This research work contributed to the production of two articles; the first entitled “Robust Backstepping Control Applied to UAVs for Pest Recognition in Maize Crops”, which has been published on page 9075, number 18, of volume 12 of the journal *Applied Sciences*, September 2022 And the second under the name “Robust Linear Discrete Control for a Hexacopter: Experimental Results”, which is under review in the *Journal of Field Robotics*.

Índice general

Agradecimientos	V
Índice de figuras	1
1. Introducción	2
1.1. Descripción de resultados previos	2
1.2. Planteamiento del problema	7
1.3. Justificación	8
1.4. Hipótesis	8
1.5. Objetivos	9
1.5.1. Objetivo general	9
1.5.2. Objetivos específicos	9
1.6. Herramientas a utilizar	9
1.7. Contribuciones	11
1.8. Organización	12
2. Descripción de la plataforma experimental	15
2.1. Introducción	15
2.2. Modelo dinámico del hexacóptero	15
2.2.1. Subsistemas de la dinámica del hexacóptero	21
2.2.2. Linealización exacta por realimentación de estado	22
2.2.3. Discretización y Linealización de la dinámica del hexacóptero	23
2.3. Construcción de la plataforma	25
3. Esquema de control lineal	33
3.1. Introducción	33
3.2. Síntesis del control	33
4. Resultados experimentales	39
4.1. Introducción	39
4.2. Resultados de simulación	39

4.3. Resultados experimentales	44
4.4. Estudio comparativo de control	50
4.5. Resultados experimentales en fumigación	58
5. Conclusiones	61
5.1. Conclusiones	61
5.2. Trabajos a futuro	62
A. Publicaciones	63
Bibliografía	105

Índice de figuras

2.1. Marco de referencia e inercial del sistema.	16
2.2. Componentes de la plataforma experimental tipo hexacóptero.	27
2.3. Componentes del sistema de fumigación.	28
2.4. Plataforma experimental VAA tipo hexacóptero.	31
4.1. Posición, control y error en $z(k)$	41
4.2. Posición, control y error del subsistema $x(k) - \theta(k)$	42
4.3. Posición, control y error del subsistema $y(k) - \phi(k)$	42
4.4. Trayectoria $x(k), y(k), z(k)$	43
4.5. Esquema de control para el VAA tipo hexacóptero.	45
4.6. Altura, control y error en $z(k)$	46
4.7. Posición, control y error del subsistema $x(k) - \theta(k)$	47
4.8. Posición, control y error del subsistema $y(k) - \phi(k)$	48
4.9. Trayectoria $x(k), y(k), z(k)$	49
4.10. Altura, control y error en $z(k)$, con control PD.	51
4.11. Posición, control y error del subsistema $x(k) - \theta(k)$, con control PD.	52
4.12. Posición, control y error del subsistema $y(k) - \phi(k)$, con control PD.	52
4.13. Trayectoria $x(k), y(k), z(k)$, con control PD.	53

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se hace una breve descripción de la revisión bibliográfica, la cual está asociada con los problemas que este trabajo plantea resolver. Por una parte, el control robusto de vehículos aéreos no tripulados que están sujetos a dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas. Por otra parte, la ejecución de seguimiento de trayectorias para tareas de fumigación de cultivos en condiciones reales. Adicionalmente se dan a conocer algunos antecedentes de estas áreas. Posteriormente se presenta la justificación para el desarrollo, y ejecución de este proyecto, los objetivos generales y específicos, el planteamiento del problema y finalmente la solución propuesta. Además, se define la hipótesis y se establece un panorama general de la solución del problema planteado, mismos que están asociados con los objetivos, las herramientas utilizadas y las contribuciones que este trabajo de investigación genera.

1.1. Descripción de resultados previos

El uso de vehículos no tripulados se ha traducido en una serie de beneficios que impactan en la actividad humana en distintos ramos [19], [56]. Los vehículos autónomos o no tripulados son clasificados en: vehículos aéreos, vehículos terrestres, vehículos marinos y sus variantes híbridas. En términos generales, los vehículos no tripulados se han utilizado en aplicaciones asociadas a tareas que implican un difícil o riesgoso acceso para el humano. Dadas las aplicaciones, el estudio de vehículos autónomos aéreos (VAAs) ha crecido de forma considerable, pues han desplazado vertiginosamente a los vehículos terrestres no tripulados [56], [57]. Una ventaja del uso de VAAs sobre vehículos terrestres no tripula-

dos es que estos pueden recorrer e inspeccionar superficies más extensas en un tiempo menor, con la principal desventaja del tiempo limitado de vuelo, que está asociado con la duración de la carga de la batería en pleno vuelo, conocido como autonomía de vuelo [25], [54]. Desde el punto de vista del control automático, uno de los retos más ambiciosos es el aumento de la autonomía de vuelo [30], [54]. Actualmente las actividades en donde se utilizan tecnologías basadas en drones son aquellas que requieren de un monitoreo y supervisión en zonas de acceso limitado a bajo costo [16], [36].

Las aplicaciones más sobresalientes se dan desde el punto de vista ecológico. Entre los impactos y beneficios derivados del uso de VAAs se pueden incluir, pero no limitarse, a los siguientes esquemas:

1. Conservación de la biodiversidad [19], [51]: los drones son programados para monitorear la vida silvestre, utilizando mapas digitales y siendo equipados con microcontroladores que incluyen cámaras y sensores. Ejemplo de éstas aplicaciones se presentan en algunas regiones alrededor del mundo. Los VAAs, también, pueden ser utilizados para rastrear incendios forestales que ponen en riesgo la biodiversidad de la región.
2. Inspección aérea y pulverización química de cultivos [39], [57]: los VAAs pueden ser equipados para fumigar rebaños de ganado, granjas agrícolas, corrales abiertos y granjas avícolas.
3. Monitoreo de instalaciones de energía y tuberías [19], [46]: Las instalaciones eléctricas tales como las presas hidroeléctricas, los centros de generación y distribución tienen el potencial de dañar la biodiversidad endémica donde se instalan. Ya que pueden provocar inundaciones, contaminación del medio ambiente y descargas eléctricas. Del mismo modo, los oleoductos y gasoductos amenazados pueden ser monitoreados utilizando VAAs, no sólo para proteger los intereses económicos, sino también para prevenir derrames de petróleo y explosiones que tengan impactos adversos en el medio ambiente.
4. Monitoreo de la calidad del aire [19], [23], [37]: los VAAs son equipados con sensores de monitoreo meteorológico y ambiental, especialmente en los centros urbanos en donde los contaminantes emitidos por automóviles y residuales industriales representan una amenaza para la salud humana y el ecosistema.

Estas nuevas fronteras ecológicas de monitoreo e investigación incluyen la protección de aves, así como del hábitat, evaluaciones de impacto ecológico de alta tecnología, migración animal, monitoreo de especies invasoras y monitoreo de zonas económicamente exclusivas. Lo anterior conlleva a la investigación científica mediante la asimilación y aplicación de tecnológicas, abriendo de esta manera nuevos campos de estudio.

Estructuralmente, los VAAs se clasifican de acuerdo a su configuración mecánica en tipo ala fija y en tipo multirrotor [27], [33], [42]. Una ventaja de los VAAs de ala fija respecto a los de tipo multirrotor es el incremento de su autonomía, debido a que pueden planear, y una desventaja es que no pueden realizar tareas que requieran un vuelo estático (hover [9], [43], [54]). Una característica particular de los VAAs multirrotor, es que no requieren de una pista para levantar vuelo y/o aterrizar, ventaja respecto a los del tipo de ala fija, ya que puede despegar en forma vertical desde casi cualquier punto. De esta manera los drones realizan tareas de carga y descarga de forma eficiente, característica que puede ser aprovechada en la inspección aérea y pulverización química de cultivos [39], [54], [57]. Desde este punto de vista, los VAAs de tipo multirrotor cuentan con la ventaja de fumigar áreas específicas dentro de una zona de cultivo. Reduciendo así los costos de fumigación, así como los efectos adversos de la contaminación de áreas no deseadas y principalmente la exposición del personal que realiza tareas de fumigación y pulverización química de manera manual, a los compuestos y agentes tóxicos que incluyen los pesticidas y plaguicidas.

Uno de los principales problemas de la aplicación de VAAs es la autonomía o tiempo de operación. La tecnología de propulsión de los VAAs se clasifica de acuerdo al tipo de conversión de energía que desarrolla, en aquellos que funcionan con motores de combustión interna y en los que utilizan motores eléctricos [54]. Ambos con autonomía limitada, los primeros por la cantidad de combustible que pueden transportar y los segundos por la duración de la carga de la batería que los alimentan. Debido a esto, resulta importante el diseño de estrategias de control que minimicen el consumo de energía y prolonguen la autonomía de vuelo de los vehículos aéreos no tripulados para llevar a cabo sus distintas tareas. Cabe mencionar, que el control óptimo centra su interés en la búsqueda de un control que maximice o minimice un criterio representativo de la eficiencia del sistema. Un enfoque de control óptimo, se basa en la tarea de obtener el control que minimice un índice de desempeño basado en una función de costo, la cual debe extenderse a un periodo

de tiempo en forma de una secuencia de acciones óptimas dentro de un intervalo o bien, para cada subintervalo dentro de un periodo de tiempo discreto [14].

Se sabe que la teoría del control óptimo requiere del modelo matemático del sistema que se desea controlar. Dicho esto, el modelo dinámico de un VAA generalmente se obtiene por medio de las ecuaciones de movimiento de Newton-Euler [4], que, bajo ciertas suposiciones, pueden ser separadas en subsistemas para su control. Entre algunas de las aplicaciones de control óptimo y robusto sobre las dinámicas de VAAs se encuentran [40], [20], [21], [33], [38], [50], [53]. En [27], se presenta un control óptimo, basado en el regulador cuadrático gaussiano, que consiste en dos términos, uno que minimiza la distribución de energía y otro la energía total. Ejemplos de la aplicación del regulador cuadrático lineal o seguimiento cuadrático lineal, donde se resuelve una ecuación del tipo Riccati y con resultados basados en simulación numérica, se presentan en [40], [20], [33], [29], [35]. Por ejemplo, en resultados como el de [10] se analiza el seguimiento de trayectorias junto con el control del ángulo de guiñada para un VAA tipo cuadricóptero. Mismo que contempla dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas. La propuesta de control de [10] consiste en un método robusto de ganancia L_2 basado en la teoría de pasividad, que permite mostrar que los errores tienen un límite último uniforme. En ese trabajo se realiza una descomposición de la dinámica del VAA en subsistemas para controlar posición y altura de forma separada y presentan un par de simulaciones para validar numéricamente su propuesta. Mientras que en [34] se propone un controlador adaptable robusto tipo backstepping, utilizado para estabilizar un VAA en el cual se contempla un fuerte acoplamiento y una dinámica altamente no lineal. Por medio del método del gradiente descendente y de modos deslizantes realizan el ajuste de los parámetros del controlador para mejorar la respuesta del VAA ante dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas. Posteriormente utiliza un algoritmo de optimización para reducir tanto el error, como el consumo de energía y presenta los resultados experimentales de su propuesta. De forma distinta, en [1] se expone el diseño de un controlador inteligente para tareas de seguimiento de trayectorias para un VAA tipo cuadcóptero. Obteniendo la dinámica no lineal del VAA con el método de Newton Euler, proponen un observador de estado, dado que el VAA por naturaleza es un sistema subactuado. El control propuesto para altura se diseña por medio de modos deslizantes con base difusa, mientras que el control de posición se obtiene mediante funciones hiperbólicas. Los autores presentan la validación numérica de su propuesta. Por otra parte, [31] propone un control basado en la energía

mediante observadores de perturbaciones, mismo que optimiza la energía y mejora el rendimiento de vehículos de superficie no tripulados en tareas de seguimiento de trayectorias, sujetos a perturbaciones ambientales desconocidas. Inicialmente se construye un observador que estima las perturbaciones y el control basado en la energía observada permite la convergencia exponencial del error a cero. El autor presenta un estudio comparativo de resultados en simulación para validar su aportación. Más recientemente, [32] aplica un modelo basado en la variación de los parámetros lineales junto con un controlador PID estructural penalizado robustamente en su parte proporcional para un VAA de ala cambiante. La propuesta desarrollada es capaz de captar la respuesta del modelo no lineal original con un error menor que el método del jacobiano para linealización. Los resultados numéricos permiten al autor establecer las condiciones para que el controlador diseñado puede mantener vuelos estables en la práctica con una robustez y un rendimiento satisfactorios.

La implementación de controladores basados en el regulador cuadrático lineal, regulador cuadrático gaussiano, algoritmos adaptables, lógica difusa, redes neuronales y algoritmos genéticos en plataformas experimentales son descritos en [5], [50], [53], [21] y [38], respectivamente. En estos casos, el diseño del control se realiza sin considerar que el tratamiento de señales es de forma discreta y con un tiempo de muestreo de 10ms, que es relativamente alto respecto a la dinámica del sistema. Recientemente, en [42] se realizó el diseño del control óptimo tomando en cuenta la forma discreta de la dinámica del sistema. Estos trabajos abren la puerta para mejorar el desempeño de un VAA mediante el diseño del control. Por lo tanto, el desarrollo de este proyecto de tesis plantea la construcción de una plataforma VAA tipo hexacóptero y la implementación sobre ella de leyes de control óptimo, diseñadas bajo la consideración de un modelo matemático de naturaleza discreta, con el propósito de prolongar la autonomía de vuelo del VAA y realizar tareas de fumigación, permitiendo explotar los recursos renovables en el sector agrícola. Por lo tanto, esta propuesta considera el desarrollo y construcción de un prototipo de sistema de fumigación basado en un VAA, que por medio de un control óptimo discreto minimice el consumo de energía, contrarrestando los efectos de dinámicas no modeladas e incertidumbres en el modelo. Entre las cuales se encuentran aquellas que son inducidas por corrientes de aire, parámetros no modelados, variaciones en las longitudes y masas del VAA, diferencias mecánicas y eléctricas entre los motores y aquellas variables que no tienen un significado físico en el modelo de cuerpo rígido pero si tienen efectos sobre el sistema dinámico.

1.2. Planteamiento del problema

Cómo se ha mencionado anteriormente, existen distintos problemas en la fumigación y pulverización química de cultivos. El más importante está asociado a la utilización y manipulación de pesticidas, plaguicidas y otros productos de uso agrícola, que representan un riesgo importante para la salud de las personas que realizan estas tareas de forma manual, pues estos productos pueden incluir en sus fórmulas ciertos componentes con niveles de toxicidad peligrosos. Adicionalmente, en tareas de inspección aérea y pulverización, sino se cuenta con un proceso debidamente robustecido, se presenta el riesgo de contaminar y fumigar áreas no deseadas, dañando cultivos y hortalizas adyacentes. Un problema más que está asociado a esta actividad, así como al uso de sistemas automatizados basados en VAAs de ala rotatoria, reside en el tiempo de autonomía, dado que este depende de las características de diseño del VAA tipo multirrotores, tales como el sistema de propulsión, la estructura mecánica, la instrumentación, la masa, el control aplicado y la tarea a realizar por el mismo.

Generalmente, para sistemas de tipo cuadricóptero con propulsión basada en motores eléctricos, la autonomía se encuentra alrededor de los 20 minutos y ésta se reduce considerablemente con el incremento de rotores (aproximadamente a 10.75 minutos o 46.25% menos, al pasar de un cuadricóptero DJI F450 a un hexacóptero DJI S550 con los mismos motores, controladores electrónicos de velocidad ESC, batería y módulos) [55], [58]. La literatura indica que es viable el incremento de rotores en números pares, esto se utiliza en aplicaciones que requieren desplazar masas considerables. De acuerdo con esto, el problema a resolver puede ser definido respecto a las siguientes consignas:

¿Es factible construir un prototipo de VAA tipo hexacóptero con la capacidad de fumigar cultivos, que realice tareas de seguimiento de trayectorias bajo acciones de control que puedan ser adaptadas a las características y necesidades de la aplicación?

¿Es factible penalizar la robustez y validar experimentalmente sobre un hexacóptero una ley de control lineal de naturaleza discreta, para contrarrestar los efectos de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas en tareas de seguimiento de trayectorias que impliquen la fumigación de cultivos?

En función de las preguntas anteriormente planteadas, el problema a resolver se formula

en los siguientes puntos:

1. **Construir un prototipo de VAA tipo hexacóptero con la capacidad de realizar tareas de fumigación de cultivos, con acciones de control diseñadas e implementadas de acuerdo con las características y necesidades de la aplicación.**
2. **Evaluar experimentalmente sobre un hexacóptero una ley de control lineal de naturaleza discreta que pueda ser penalizada robustamente para contrarrestar los efectos de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas en tareas de fumigación.**

1.3. Justificación

La solución que se propone en este trabajo de investigación se basa en la construcción de un prototipo de VAA hexacóptero, con la capacidad de fumigar cultivos en tareas de seguimiento de trayectorias, en el cual se pueda validar, implementar y penalizar apropiadamente una ley de control de movimiento. Como consecuencia de esto, la ley de control se propone de naturaleza lineal robusta en tiempo discreto, que consta de dos términos para estabilización: el primero que esta basado en las teorías de Programación Dinámica y de estabilidad en el sentido de Lyapunov en dominio discreto para el sistema nominal; y el segundo en la teoría de control robusto, de sistemas lineales y dinámicos en tiempo discreto, para la compensación de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas en el lazo de control.

1.4. Hipótesis

El uso de vehículos aéreos autónomos tipo multicóptero en actividades agrícolas, puede contribuir en la ejecución de tareas de fumigación de cultivos, siempre que el multicóptero sea diseñado y construido adecuadamente para dichos propósitos, que incluya en su programación la posibilidad de realizar tareas de seguimiento de trayectorias, así como una ley de control discreta, basada en el modelo matemático del VAA, que esté robustecida para contrarrestar los efectos de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Validar experimentalmente, sobre un VAA tipo hexacóptero en tareas de fumigación, una ley de control de naturaleza discreta, óptima y robustecida, de horizonte infinito, la cual minimice un índice de desempeño penalizando el consumo de energía para aumentar la autonomía de vuelo y contrarreste los efectos de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.

1.5.2. Objetivos específicos

Para alcanzar el objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Construir una plataforma VAA de tipo hexacóptero, con la capacidad de realizar tareas de fumigación.
- Diseñar e implementar, sobre un prototipo de VAA tipo hexacóptero, una estrategia de control óptimo discreto de horizonte infinito, que minimice un índice de desempeño, penalizando el consumo de energía para incrementar la autonomía de vuelo y contrarreste los efectos de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.
- Realizar un vuelo con referencias en los ángulos de cabeceo, alabeo y guiñada dados por el usuario, con el control propuesto programado en el controlador de vuelo (autopiloto).

1.6. Herramientas a utilizar

Para el desarrollo y ejecución de este proyecto de tesis se utilizan principalmente dos tipos de herramientas. En primer lugar, las que involucran a los resultados y esquemas teóricos de los cuales surgen las contribuciones formales de este trabajo. Y en segundo lugar está el conjunto de elementos e instrumentos que permiten la validación experimental de esta investigación.

Dentro de las herramientas y esquemas teóricos, destaca la Programación Dinámica para sistemas discretos, mediante la cual es posible la síntesis y penalización de un índice de

desempeño, al cual se encuentra sujeto el primer término en la ley de control evaluada en este trabajo de investigación. De manera similar, se utiliza el segundo método en la teoría de estabilidad de Lyapunov para sistemas discretos, por medio del cual es posible garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado bajo la acción de control evaluada en esta contribución. Así mismo, la teoría de control robusto de sistemas lineales y de sistemas dinámicos, mediante las cuales es posible brindar robustez a la ley de control ante dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.

El segundo conjunto de herramientas está definido por los elementos que permiten la construcción del hexacóptero, así como su programación. Este conjunto involucra la arquitectura abierta del controlador de vuelo Pixhawk con unidad de gestión de vuelo (FMU de sus siglas en inglés Flight Management Unit) versión 2, los modelos y expresiones matemáticas que describen su dinámica de traslación y rotación, junto con sus propiedades, a partir de las cuales es posible implementar experimentalmente los resultados teóricos obtenidos del primer conjunto de herramientas. Por consiguiente, se hace uso de la programación estructurada en Java sobre el entorno de desarrollo integrado de Eclipse, del cual se obtiene el software permanente, que es programado en la memoria de sólo lectura para controlador de vuelo y que es cargado mediante Mission Planner o QGround Control. Finalmente, se considera el uso de MATLAB, que es la herramienta mediante la cual se obtienen los resultados gráficos y numéricos de este trabajo.

Dado que el hexacóptero tiene las características y propiedades de un sistema mecatrónico, puede ser diseñado por subsistemas: subsistema de comunicación y percepción, subsistema mecánico, subsistema eléctrico y subsistema de control.

Subsistema de comunicación y percepción: Consiste en el cableado y conexión de variables de entrada y salida (controlador de vuelo, sensores, motores, controladores electrónicos de velocidad, módulo GPS, central emisora y receptor de señales de radio), así como la programación del controlador de vuelo y del software especializado (Mission Planner, QGround Control, Eclipse IDE y MATLAB, principalmente).

Subsistema mecánico: Debido a que el proceso a ser automatizado conlleva la construcción de un VAA y por tanto de un sistema de monitoreo junto con un sistema de fumigación, se requiere de un diseño mecánico dimensionado adecuadamente para la so-

lución del problema, en donde se involucra principalmente la selección del chasis del VAA y el tipo de hélices con la capacidad de empuje adecuado para elevar la carga útil del VAA.

Subsistema eléctrico: Aquí se considera la selección adecuada de la batería, sensores, telemetría y actuadores, como la central emisora, motores y controladores electrónicos de velocidad, para definir el funcionamiento electrónico adecuado del VAA.

Subsistema de procesamiento: dado que la estrategia de control es fundamental para el incremento de la autonomía del sistema, el control a sintetizar será un control óptimo discreto de horizonte infinito. Razón por la cual se consideran herramientas de control tales como el análisis y modelado de sistemas dinámicos, teoría de control clásico, control óptimo, control robusto, control no lineal y planificación de trayectorias.

1.7. Contribuciones

Las contribuciones de este trabajo de investigación corresponden a propuestas teóricas con resultados validados experimentalmente.

Este trabajo comprende principalmente dos contribuciones; la primera corresponde a la construcción de una plataforma experimental tipo hexacóptero, que tiene la capacidad de realizar la fumigación de cultivos a nivel prototipo, en tareas de seguimiento de trayectorias, misma que permite validar distintas estrategias de control dada la arquitectura abierta del controlador de vuelo; la segunda consiste en la validación de una ley de control lineal robusta discreta sobre un hexacóptero para tareas de seguimiento de trayectorias, en donde el primer término consiste en un regulador cuadrático lineal discreto, que minimiza un índice de desempeño y que es diseñado mediante la teoría de Programación Dinámica para sistemas discretos.

Sin embargo, para generar estas contribuciones se considera un conjunto de premisas que definen la metodología de este trabajo y entre las cuales se destacan las siguientes:

1. Construcción de un VAA de ala rotativa tipo hexacóptero con la capacidad de realizar tareas de fumigación de cultivos a nivel prototipo en seguimiento de trayectorias, con arquitectura abierta para programación y validación de estrategias de control.

-
2. Validación de la ley de control lineal robusta de naturaleza discreta sobre la plataforma experimental tipo hexacóptero en condiciones reales de vuelo (*en ambiente exterior*), con influencia de un regulador cuadrático lineal de naturaleza discreta que minimiza un índice de desempeño.
 3. Penalización del término robusto en la ley de control lineal robusta discreta mediante un índice de desempeño cuadrático, con el uso de la solución de una ecuación algebraica de Riccati y el segundo método de estabilidad de Lyapunov para sistemas discretos.

1.8. Organización

Este trabajo de investigación se encuentra organizado en 5 capítulos, incluyendo el presente. El contenido de esta tesis es el siguiente:

Capítulo 2: En este capítulo se realiza la descripción del VAA de ala rotativa tipo hexacóptero, que es la plataforma experimental construida para la implementación y validación experimental del control lineal robusto discreto. Se definen las características principales del VAA, se obtiene su modelo dinámico mismo que se representa en espacio de estado. Posteriormente este modelo es separado en subsistemas y mediante un control con realimentación de estado es linealizado. Dado que la ley de control evaluada en este trabajo es de naturaleza discreta, cada uno de los subsistemas lineales asociados con la dinámica del hexacóptero discretizado. En la parte final de este capítulo, se describe la construcción del hexacóptero, así como las características de sus componentes, mismos que se seleccionan para realizar pruebas de vuelo autónomo y no autónomo en cielo abierto, que permitan la fumigación de cultivos a nivel prototipo. Para esto, se presenta una breve descripción de los componentes del sistema de fumigación montado en el hexacóptero.

Capítulo 3: Este capítulo se enfoca en la verificación del control lineal robusto de naturaleza discreta. Se realiza la síntesis del control, dando a conocer sus propiedades, tales como lo es la estabilidad en el sentido discreto de Lyapunov para hexacóptero con dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas. El control sintetizado es acompañado de un término que minimiza un índice de desempeño discreto, finalmente se concluye este capítulo con una serie de comentarios y observaciones relacionadas al control lineal robusto de naturaleza discreta, así como de su síntesis.

Capítulo 4: En este capítulo se describe la parte medular del presente trabajo, puesto que corresponde a los resultados de simulación, experimentales y de evaluación de los resultados teóricos presentados en el Capítulo 3. Presentando inicialmente las condiciones para el seguimiento de trayectorias, junto con las ecuaciones paramétricas de la trayectoria deseada y las características asociadas con la penalización de los términos que definen a la ley de control lineal robusta discreta, mismas que se relacionan con un índice de desempeño cuadrático, mismo que es minimizado para el control nominal y da la solución a una ecuación de Lyapunov en tiempo discreto para la penalización del segundo término. Consecuentemente se incluye un estudio comparativo de los resultados experimentales asociados con el control lineal robusto discreto y el control PD en seguimiento de trayectorias, posteriormente se da una breve descripción de los resultados experimentales asociados con el prototipo de fumigación. Finalmente, se concluye este capítulo con una serie de comentarios y observaciones relacionados con la validación experimental del control robusto sobre el hexacóptero.

Capítulo 5: Este capítulo se orienta en el reporte de los resultados, conclusiones, objetivos alcanzados y contribuciones, así como los alcances y limitaciones de este trabajo de investigación, planteando los posibles trabajos a futuro, que se relacionan directamente con los resultados del presente manuscrito.



Capítulo 2

Descripción de la plataforma experimental

2.1. Introducción

La dinámica de un sistema puede ser representada de dos formas, en modelos analíticos y en modelos computacionales, ambos utilizados en un importante número de investigaciones [2], [47]. Para vehículos aéreos no tripulados, el modelo dinámico representa el proceso de vuelo, por medio de las relaciones entre las velocidades angulares de sus rotores con hélices acopladas y la estructura del mismo. Algunos modelos analíticos de VAA que describen el vuelo del vehículo asumen las coordenadas traslacional y rotacional como principal objeto de análisis [41]. El modelo empleado en este documento es de tipo rotacional, debido a que el control del sistema se centra en la orientación del vehículo, conociendo el balanceo, elevación y viraje, por medio de los ángulos de Euler.

A continuación se desarrolla el modelo dinámico del hexacóptero, obteniendo las ecuaciones de movimiento con el método de Newton-Euler.

2.2. Modelo dinámico del hexacóptero

Inicialmente es necesario definir el sistema de referencia y las matrices de rotación. Por lo cual se define el sistema de ejes B , como aquel que está ligado al VAA, ubicado en el centro de masa. Los giros alrededor de los ejes x_B , y_B y z_B reciben el nombre de cabeceo,

alabeo y guiñada (conocidos en inglés como pitch, roll y yaw), respectivamente. El sistema de ejes O , hace referencia al sistema inercial, como se observa a continuación en la Figura 2.1.

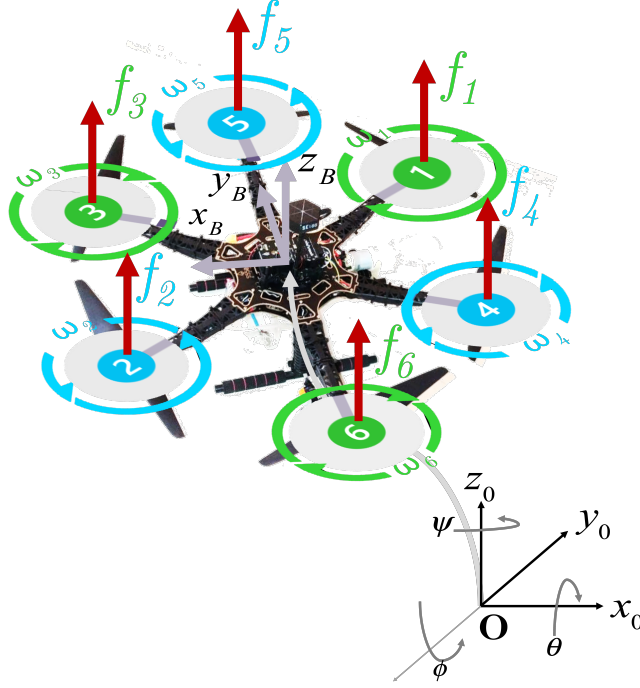


Figura 2.1: Marco de referencia e inercial del sistema.

La matriz de rotación de B sobre O , que es expresada en el sistema O , se denomina ${}^O_B R$. Y las matrices de rotación alrededor de los distintos ejes, se definen a partir de la representación normar como sigue:

1. Rotación θ alrededor de x , que se denota como $R_{x,\theta}$:

$$R_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}.$$

2. Rotación ϕ alrededor de y , definida como $R_{y,\phi}$:

$$R_{y,\phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}.$$

3. Rotación ψ alrededor de z , que se define como $R_{z,\psi}$:

$$R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

y ${}^O_B R$ se obtiene del producto de las matrices de rotación, como:

$${}^O_B R = R_{z,\psi} R_{y,\phi} R_{x,\theta},$$

es decir:

$${}^O_B R = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \phi & -\sin \psi \cos \theta + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \sin \theta \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \cos \theta \\ \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \phi \sin \theta & -\cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi \cos \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi \sin \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Esta matriz es utilizada para obtener las ecuaciones de movimiento del hexacóptero [38], [45].

La segunda ley de Newton establece que el cambio de movimiento de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual se imprime. En otros términos, establece que la aceleración que adquiere un cuerpo es proporcional a la fuerza neta aplicada sobre el mismo, en donde la cantidad de proporcionalidad es la masa del cuerpo, la cual puede ser constante o no. Si la masa es constante, se puede establecer la siguiente relación, que constituye la ecuación fundamental de la dinámica:

$$\sum F \simeq m \frac{dv(t)}{dt}. \quad (2.2.1)$$

Siendo F cada una de las fuerzas no inerciales que actúan sobre el sistema, m es la masa y $v(t)$ es el vector de velocidad. En este caso se toma en cuenta el peso del sistema y el empuje generado por los motores, que se escribe de acuerdo a la siguiente notación:

$$\sum F = mG + \sum_{i=1}^6 f_i = mG + U,$$

siendo f_i la fuerza ejercida por cada uno de los seis motores, G es el vector de fuerzas debidos a la gravedad y U es el vector que define el empuje total del sistema. Para este caso se supone que el VAA se desplaza a bajas velocidades y por tanto se desprecian las

fuerzas aerodinámicas presentes, que se consideran como parte de las dinámicas no modeladas en el sistema y que son un factor a contrarrestar por la ley de control implementada experimentalmente sobre el prototipo hexacóptero.

El empuje del sistema de referencia expresado en términos del sistema del cuerpo B , puede ser reescrito en términos del sistema inercial O mediante la matriz de rotación ${}^O_B R$, como:

$${}^O T = {}^O_B R {}^B T,$$

donde

$${}^B T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix}.$$

Entonces, la ecuación de movimiento se puede escribir como:

$$m \frac{dv(t)}{dt} = mG + {}^O_B R {}^B T.$$

Si se divide esta expresión entre la masa, se tiene

$$\frac{dv(t)}{dt} = G + \frac{{}^O_B R {}^B T}{m},$$

al escribir $\frac{dv(t)}{dt}$ en su equivalente vectorial

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} + {}^O_B R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{u}{m} \end{bmatrix},$$

por lo que:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{u (\sin \theta \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \cos \theta)}{m}, \\ \ddot{y} &= \frac{u (-\cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi \cos \theta)}{m}, \\ \ddot{z} &= \frac{u (\cos \phi \cos \theta)}{m} - g. \end{aligned} \tag{2.2.2}$$

La dinámica rotacional obtenida con el método de Newton-Euler y las ecuaciones dinámicas para los rotores de un VAA tipo hexacóptero son [41, 11, 22]:

$$J\ddot{\eta} = -\dot{\eta} \times J\dot{\eta} + F_{ext}, \tag{2.2.3}$$

donde \times define un producto vectorial y J es una matriz de inercias dado de la siguiente forma:

$$J = \text{diag}(I_x, I_y, I_z), \quad (2.2.4)$$

donde I_x, I_y, I_z representan la inercia del cuerpo. Las fuerzas externas F_{ext} se definen como la suma de los efectos giroscópicos de los rotores y de los pares desarrollados por los motores, actuando sobre los ejes x, y y z , dadas como sigue:

$$F_{ext} = \begin{bmatrix} \tau'_x \\ \tau'_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}, \quad (2.2.5)$$

donde $\tau'_x = -J_p\Omega$, $\tau'_y = J_p\Omega$, $\tau_x = l\tau_\theta$, $\tau_y = l\tau_\phi$, $\tau_z = l\tau_\psi$, J_p define la inercia del rotor-propulsor, $\Omega = \omega_2 + \omega_4 + \omega_6 - \omega_1 - \omega_3 - \omega_5$, l es la longitud del centro de masa cada motor, ω_i son las velocidades angulares de los motores i como se observa en la Figura 2.1 y τ_θ , τ_ϕ y τ_ψ son los torques que permiten realizar los movimientos inclinación-elevación-viraje definidos a continuación [41]:

$$\begin{aligned} \tau_\theta &= l(f_1 + f_5 - f_6 - f_2) \cos 30^\circ, \\ \tau_\phi &= l(f_3 - f_4 + \sin 30^\circ (f_5 - f_1 + f_2 - f_6)), \\ \tau_\psi &= c(f_1 + f_6 + f_3 - f_4 - f_2 - f_5), \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

donde f_i se describen como $f_i = k_i\omega_i^2$, $k_i = 1$ son constantes positivas asociadas con el empuje de cada motor y $c = 0.5\text{N}$ es una constante positiva que se refiere al factor escalamiento de fuerza contra momento, para este caso se relaciona al arrastre y $l = 257.5\text{mm}$ que es la distancia del motor al centro de masa del VAA.

Sustituyendo (2.2.4), (2.2.5) y (2.2.6) en (2.2.3) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_y) \\ \dot{\theta}\dot{\psi}(I_z - I_x) \\ \dot{\phi}\dot{\theta}(I_y - I_x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau'_x \\ \tau'_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}. \quad (2.2.7)$$

Considerando (2.2.5) y (2.2.7), las ecuaciones dinámicas del sistema en su forma rotacional se pueden escribir como [41]:

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x} \dot{\theta} \Omega + \frac{l}{I_x} \tau_\theta,$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y}\dot{\phi}\Omega + \frac{l}{I_y}\tau_\phi, \quad (2.2.8)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}\frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z}\tau_\psi.$$

Para este conjunto de ecuaciones dinámicas se asumen las siguientes suposiciones, que son propuestas en [24]:

1. El VAA tipo hexacóptero se considera como un cuerpo rígido y simétrico.
2. El centro de gravedad del hexacóptero está en su origen O .
3. Las hélices de VAA son cuerpos rígidos con ángulo de paso fijo.
4. En el modelo nominal del VAA no se consideran los efectos aerodinámicos.
5. La dinámica del cada rotor podría modelarse como una función de transferencia de primer orden, y es suficiente para reproducir la dinámica entre el punto de ajuste de velocidad de la hélice y su velocidad real. Como la constante de tiempo de esta función de transferencia es pequeña, es posible considerar que la dinámica del rotor es aproximadamente igual a uno [52]. Esta suposición se utiliza para suponer dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas en los actuadores representan perturbaciones que se desvanecen cuando el estado es cero.
6. Los ángulos de cabeceo, alabeo y guiñada se restringen a movimientos en el intervalo $[\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$.

Dadas estas suposiciones, se definen las siguientes variables de estado $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = y$, $x_4 = \dot{y}$, $x_5 = z$, $x_6 = \dot{z}$, $x_7 = \theta$, $x_8 = \dot{\theta}$, $x_9 = \phi$, $x_{10} = \dot{\phi}$, $x_{11} = \psi$, $x_{12} = \dot{\psi}$, las entradas $u_1 = u$, $u_2 = \tau_\theta$, $u_3 = \tau_\phi$, $u_4 = \tau_\psi$, $u_5 = \Omega$. A partir de esto y con las ecuaciones que describen la dinámica traslacional del hexacóptero definidas por la ecuación (2.2.2), se observa que la ecuación (2.2.8) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{u_1 (\sin(x_7) \sin(x_{11}) + \cos(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m}, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{u_1 (-\cos(x_{11}) \sin(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_5 &= x_6, \\
\dot{x}_6 &= \frac{u_1 (\cos(x_9) \cos(x_7))}{m} - g, \\
\dot{x}_7 &= x_8, \\
\dot{x}_8 &= x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x} x_8 u_5 + \frac{l}{I_x} u_2, \\
\dot{x}_9 &= x_{10}, \\
\dot{x}_{10} &= x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y} x_{10} u_5 + \frac{l}{I_y} u_3, \\
\dot{x}_{11} &= x_{12}, \\
\dot{x}_{12} &= x_{10} x_8 \frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4.
\end{aligned} \tag{2.2.9}$$

2.2.1. Subsistemas de la dinámica del hexacóptero

Puesto que algunas variables de estado están desacopladas respecto a las señales de control, resulta más conveniente dividir en cuatro subsistemas el modelo matemático del hexacóptero que es descrito por las ecuaciones (2.2.9). Dichos subsistemas se denominan z , ψ , $x - \phi$ y $y - \theta$ y quedan escritos como:

$$\begin{aligned}
\text{subsistema } z : & \begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{u_1 (\cos(x_9) \cos(x_7))}{m} - g \end{cases} \\
\text{subsistema } \psi : & \begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = x_{10} x_8 \frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4 \end{cases} \\
\text{subsistema } x - \theta : & \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{u_1 (\sin(x_7) \sin(x_{11}) + \cos(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m} \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x} x_8 u_5 + \frac{l}{I_x} u_2 \end{cases} \\
\text{subsistema } y - \phi : & \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{u_1 (-\cos(x_{11}) \sin(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m} \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y} x_{10} u_5 + \frac{l}{I_y} u_3 \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.2.10}$$

Tener la dinámica del VAA dividida en subsistemas permite realizar el control del vehículo de forma que los ángulos de rotación sean independientes de la posición.

2.2.2. Linealización exacta por realimentación de estado

Dado que la ley de control que se valida experimentalmente en este documento es lineal y de naturaleza discreta, es necesario contar con una forma lineal de la dinámica del hexacóptero dividida en subsistemas. Para ello se proponen los controles u_1 , u'_2 , u'_3 , u'_4 y u_5 como:

$$u_1 = \frac{m}{\cos(x_9) \cos(x_7)} (v + g), \quad (2.2.11)$$

$$u'_2 = -\frac{I_x}{l} \left(x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{1}{I_x} - u_2 \right),$$

$$u'_3 = -\frac{I_y}{l} \left(x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{1}{I_y} - u_3 \right), \quad (2.2.12)$$

$$u'_4 = -\frac{I_z}{l} \left(x_{10} x_8 \frac{(I_y - I_x)}{I_z} - u_4 \right),$$

$$u_5 = \frac{1}{J_p}.$$

que al ser sustituidos en la ecuación (2.2.10), logran una linealización exacta del sistema por medio de una realimentación de estado, obteniéndose la siguiente forma para cada subsistema:

$$\begin{aligned} \text{subsistema } z : & \begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = v \end{cases} \\ \text{subsistema } \psi : & \begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = u_4 \end{cases} \\ \text{subsistema } x - \theta : & \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \left(\tan(x_7) \frac{\sin(x_{11})}{\cos(x_9)} + \cos(x_{11}) \tan(x_9) \right) (v + g) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = u_2 \end{cases} \quad (2.2.13) \\ \text{subsistema } y - \phi : & \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \left(-\frac{\cos(x_{11})}{\cos(x_9)} \tan(x_7) + \sin(x_{11}) \tan(x_9) \right) (v + g) \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = u_3 \end{cases} \end{aligned}$$

2.2.3. Discretización y Linealización de la dinámica del hexacóptero

Para la discretización de los subsistemas asociados con la dinámica del hexacóptero, se aplica la definición de la derivada de Euler en un paso adelante [12], dado que la dinámica del VAA es muy lenta comparada con el tiempo de muestreo del controlador de vuelo y tiene la forma:

$$x_{i+1}(k) = \frac{x_i(k+1) - x_i(k)}{h} \quad (2.2.14)$$

donde: $k \in \mathbb{N} := \{0, 1, 2, \dots\}$ es el instante de muestreo y $h = 10\text{ms}$ es el tiempo de muestreo (para este caso, del controlador de vuelo). Como consecuencia de aplicarse esta definición a cada subsistema, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{subsistema } z(k) : & \begin{cases} x_5(k+1) = hx_6(k) + x_5(k) \\ x_6(k+1) = hv(k) + x_6(k) \end{cases} \\ \text{subsistema } \psi(k) : & \begin{cases} x_{11}(k+1) = hx_{12}(k) + x_{11}(k) \\ x_{12}(k+1) = hu'_4(k) + x_{12}(k) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

$$\begin{aligned} \text{subsistema } x(k) - \theta(k) : & \begin{cases} x_1(k+1) = hx_2(k) + x_1(k) \\ x_2(k+1) = h \left(\tan(x_7(k)) \frac{\sin(x_{11}(k))}{\cos(x_9(k))} + \cos(x_{11}(k)) \tan(x_9(k)) \right) (v(k) + g) + x_2(k) \\ x_7(k+1) = hx_8(k) + x_7(k) \\ x_8(k+1) = hu_2(k) + x_8(k) \end{cases} \\ \text{subsistema } y(k) - \phi(k) : & \begin{cases} x_3(k+1) = hx_4(k) + x_3(k) \\ x_4(k+1) = h \left(-\frac{\cos(x_{11}(k))}{\cos(x_9(k))} \tan(x_7(k)) + \sin(x_{11}(k)) \tan(x_9(k)) \right) (v(k) + g) + x_4(k) \\ x_9(k+1) = hx_{10}(k) + x_9(k) \\ x_{10}(k+1) = hu_3(k) + x_{10}(k) \end{cases} \end{aligned}$$

se observa que los subsistemas $z(k)$ y $\psi(k)$ son lineales y pueden ser escritos en una representación en espacio de estado, de la forma:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad (2.2.16)$$

donde el subsistema $z(k)$ se reescribe de como:

$$\begin{bmatrix} x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} v(k), \quad (2.2.17)$$

y el subsistema $\psi(k)$ en la forma (2.2.16) se reescribe como:

$$\begin{bmatrix} x_{11}(k+1) \\ x_{12}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(k) \\ x_{12}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} u_4(k). \quad (2.2.18)$$

Sin embargo, en los subsistemas $x(k) - \theta(k)$ y $y(k) - \phi(k)$ son evidentes algunas no linealidades, mismas que permiten escribir su dinámica en la forma estándar discreta. Por ejemplo, para el subsistema $x(k) - \theta(k)$ la forma dinámica se puede reescribir como:

$$\bar{x}(k+1) = f_0(\bar{x}(k)) + f_1(\bar{x}(k)) \bar{u}(k), \quad (2.2.19)$$

donde

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_7(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix}, \quad f_1(\bar{x}(k)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -h \frac{\tan(x_9(k))}{\cos(x_7(k))} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & h \end{bmatrix}, \quad \bar{u}(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix},$$

$$f_0(\bar{x}(k)) = \begin{bmatrix} x_1(k) + hx_2(k) \\ x_2(k) - hg \frac{\tan(x_9(k))}{\cos(x_7(k))} \\ x_7(k) + hx_8(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix},$$

donde $k = 0, 1, \dots, N$, con periodo de muestreo h [42].

Dadas las no linealidades y las características del control que se desea implementar, es necesario linealizar los subsistemas $x(k) - \theta(k)$ y $y(k) - \phi(k)$ alrededor de un punto fijo estable, es decir, en el origen. Dicha linealización en la forma (2.2.16) se obtiene al calcular las matrices Jacobianas de los subsistemas $x(k) - \theta(k)$ y $y(k) - \phi(k)$ en la forma (2.2.19) alrededor de dichos puntos fijos, con respecto al estado $x(k+1)$ y el correspondiente control $u(k)$ [7].

De esta manera, la representación en espacio de estados del subsistema discreto $x(k) - \theta(k)$, linealizado en el origen es:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_7(k+1) \\ x_8(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & hg & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_7(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix} u_2(k), \quad (2.2.20)$$

y la correspondiente linealización para el subsistema $y(k) - \phi(k)$ es:

$$\begin{bmatrix} x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_9(k+1) \\ x_{10}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & h & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -hg \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_9(k) \\ x_{10}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix} u_3(k). \quad (2.2.21)$$

Como resultado de las ecuaciones (2.2.17), (2.2.18), (2.2.20) y (2.2.21) en la forma (2.2.16) para los distintos subsistemas del VAA tipo hexacóptero, es posible el diseño y validación experimental de leyes de control de naturaleza lineal discreta, como se plantea en los capítulos siguientes. Adicional a esto, la linealización utilizada en este apartado permite considerar las dinámicas no modeladas en el sistema dinámico como un factor más que contrarresta la ley de control implementada experimentalmente sobre el VAA.

2.3. Construcción de la plataforma

Para la construcción de la plataforma es importante considerar el sistema de propulsión, así como el número de motores del sistema. Un mayor número de motores permite el desplazamiento de cargas más grandes y en contraparte un mayor consumo de energía, que reduce el tiempo de autonomía en comparación con multirrotores de menor tamaño y número de rotores, mismo que puede ser visto como un reto para el control óptimo. La configuración de un VAA tipo hexacóptero y su número de motores permite una mejor distribución de carga en su estructura, así como el transporte de objetos con mayor masa respecto a multirrotores de menor número de motores. Estas circunstancias definen algunas de las razones para que este tipo de vehículo aéreo sea especialmente utilizado en tareas tan diversas, como las que se encuentran en aplicaciones asociadas en el área de la agricultura.

Hay distintas características asociadas con la elección de las hélices de un VAA, que permiten un vuelo sin vibraciones y con menor consumo de energía. La primera de ellas es la longitud y forma, en donde la longitud, representa la distancia de extremo a extremo de la hélice y la forma de la pala, se refiere al perfil de la hélice, que permite conocer la información acerca de la cantidad de aire que la hélice desplaza al girar.

La segunda es el número de palas, también asociado a la cantidad de aire que el VAA puede desplazar y por lo tanto, relacionado con la fuerza de empuje, una desventaja importante y muy común en el uso de hélices con mayor número de palas, es el incremento en la masa del VAA y la posible pérdida de potencia ocasionada por ello. La tercer característica esta relacionada con el material de la hélice, pues representa el comportamiento del VAA y de la hélice ante las fuerzas como la del aire y la generada de posibles impactos. El tipo de material refleja la rigidez y elasticidad de la hélice. La última característica relacionada con la elección de las hélices se refiere el paso de la hélice, que en términos generales describe el avance del VAA por cada vuelta que da la hélice, esta característica debe ser balanceada con las anteriores para que la hélice soporte las posibles deformaciones ocasionadas por la velocidad de giro y la fuerza de empuje del aire [18], [49], [59].

La plataforma que se utilizó para las pruebas se construyó sobre el marco genérico S550 hecho de fibra de carbono, que tiene una distancia entre ejes de 535 mm. Sobre este marco se montó un autopiloto (controlador de vuelo) Pixhawk 2.4.8, el cual está basado en un núcleo ARM Cortex M4 de 32 bits con un procesador FPU funcionando a 168MHz con 256 Kb de RAM y 2MB de memoria Flash. Una unidad inercial compuesta por dos acelerómetros, dos magnetómetros con resolución de 14 bits, un giroscopio de 16 bits y un barómetro MS5611-01ba con resolución de 10 cm. Este autopiloto cuenta con cinco puertos seriales UART, tres entradas de receptor RF, Spektrum DSM, Futaba S BUS y PPM Sum Signal, además cuenta con un puerto I²C, SPI, dos puertos CAN y dos puertos ADC. Los datos obtenidos a través de telemetría y GPS durante los experimentos fueron almacenados en una memoria micro SD en el Pixhawk y posteriormente fueron procesados a través de un programa realizado en MATLAB que permite obtener diferentes gráficas, además, está conformado por los siguientes componentes, que se pueden apreciar en la Figura 2.2:

1. Chasis modelo S550, que es común en el mercado y de precio accesible, pues es el genérico equivalente al chasis DJI S550.
2. Hélices bipala de polímero 1045 (10 pulgadas de punta a punta, y 45 grados de paso), para obtener mayor empuje.

-
3. Motores sin escobillas T-Motor Air2216 de 880 kV, con empuje de 0.435 kg al 50 % de aceleración.
 4. Controladores electrónicos de velocidad o variadores de velocidad ESC (Electronic Speed Controller) a 40A tipo opto-aislado (sin circuito eliminador de batería), con un margen de 20A para evitar el sobre calentamiento en condiciones de carga máxima.
 5. Central emisora FrSky Taranis QX7 de 2.4 GHz con 16 canales, radio de vuelo aproximado a 2000 metros, con receptor de telemetría X8R, 2.4 GHz, Puerto S, con 16 canales y antena PCB.
 6. Módulo GPS M8N SE100, para obtener las coordenadas de posición en tareas de seguimiento trayectorias.
 7. Batería LiPo (Litio polimérico) de 14.8 V, 4 celdas, 1550 mAh y 100 c de tasa de descarga.
 8. Controlador de vuelo Pixhawk versión 2.4.8, con zumbador e interruptor de seguridad, que es una plataforma de arquitectura abierta y permite la modificación del firmware mediante el sistema de autopiloto PX4.

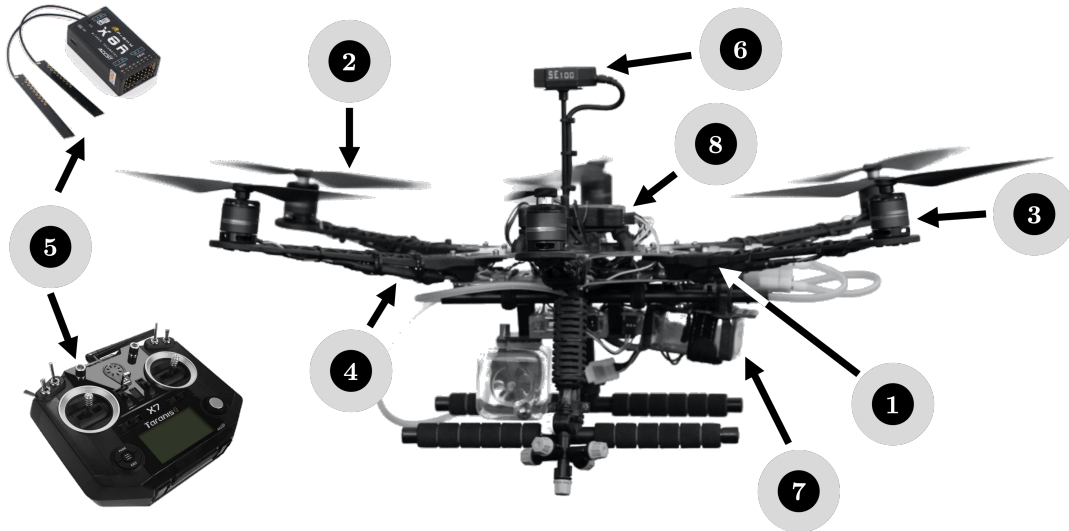


Figura 2.2: Componentes de la plataforma experimental tipo hexacóptero.

Por otra parte y considerando la aplicación experimental, se ha contemplado en la construcción del prototipo de hexacóptero, la selección general de los siguientes componentes para el sistema de fumigación, que se muestran en la Figura 2.3.:

1. Bomba eléctrica de diafragma a 12 V y caudal de 21.6 ml/s.
2. Tarjeta de desarrollo Arduino UNO.
3. Módulo de relevador con optoacoplador para Arduino, con salida a 5 V.
4. Tanque de 300 cc con accesorios.
5. Nebulizador colgante para riego de 6.35 mm de diámetro, con orificio regulable y válvula de cierre.
6. Manguera de silicón de 4 mm de diámetro interior y 6 mm exterior.

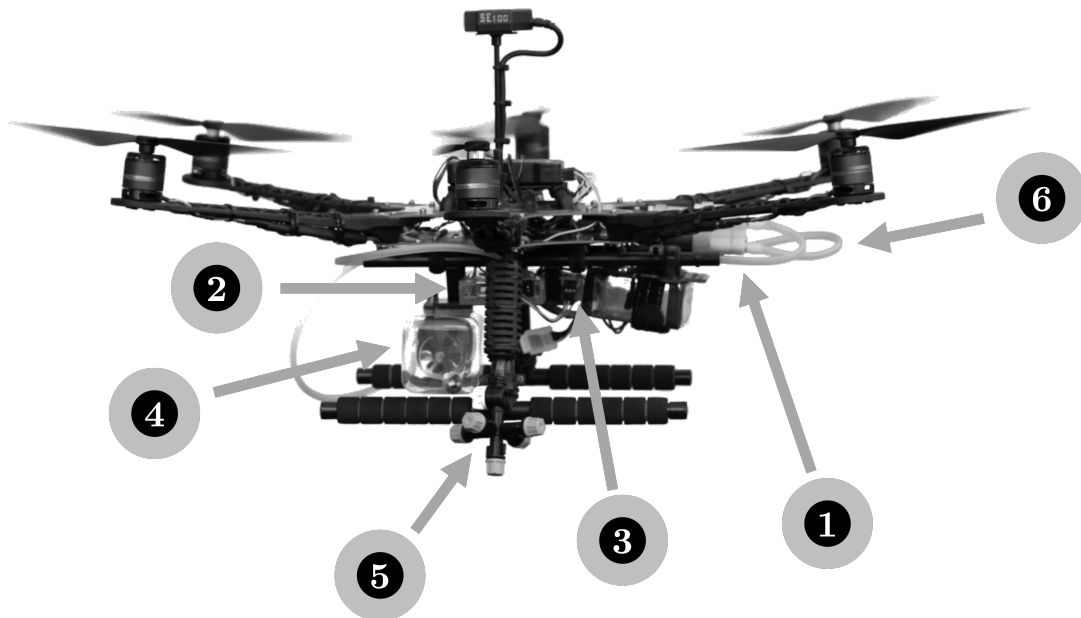


Figura 2.3: Componentes del sistema de fumigación.

La selección de las hélices se hace con base a las características mencionadas anteriormente, así como a las dimensiones (diámetro y altura) del motor y el número de revoluciones por volt que entrega, también se hace tomando en cuenta la masa total del VAA [48] y la hoja de características del motor que se resume en la Tabla 2.1.

Modelo	kv (rpm/V)	Voltaje (V)	Hélice	Aceleración	Corriente (A)	Empuje (kg)	Torsión (Nm)	RPM	Potencia de entrada (W)	Eficiencia (kg/W)	Temperatura de operación
AIR2216 KV880	880	16	T1045	50%	3.5	0.435	0.07	6015	56	0.00777	53.5 °C
				55%	4.6	0.527	0.08	6620	73.6	0.00716	
				60%	5.6	0.608	0.09	7113	89.6	0.00679	
				65%	6.8	0.702	0.11	7563	108.8	0.00645	
				75%	9.5	0.888	0.13	8545	152	0.00584	
				85%	12.3	0.1076	0.15	9442	196.8	0.00547	
				100%	16.2	1.293	0.18	10464	259.2	0.00499	

Tabla 2.1: Características del motor brushless Air2216 T-Motor 880kv.

La temperatura de operación se refiere a la temperatura de la superficie del motor con el 100 % del acelerador, funcionando durante 10 minutos. Como se aprecia en la Tabla 2.1, si se toman en cuenta las RPM/V, el número de celdas de la batería y el tipo de hélice, se experimentará cierto empuje y en consecuencia será posible desplazar cierta carga. Ahora bien, si se considera tanto el modelo 2216 – 880 kV y número de motores (6), el tipo de hélice (1045 de polímero) y la corriente de los controladores electrónicos de velocidad (ESC por sus siglas en inglés) de 40 A, el sistema de propulsión del VAA planteado para este proyecto de tesis, tiene la capacidad para desplazar una masa neta equivalente a 2.610 kg al 50 % de la aceleración.

Componente	Masa (kg)	Cantidad	Masa total (kg)
Manguera	0.0271	1	0.0271
Bomba	0.108	1	0.108
Nebulizador	0.0647	1	0.0647
Relé	0.013	1	0.013
Tanque	0.063	1	0.063
Arduino uno	0.025	1	0.025
			0.3008

Tabla 2.2: Masa de los componentes del sistema de fumigación.

La masa total del VAA tipo hexacóptero es de 1.7508739 kg, que es estimada por medio de la suma de las masas de los componentes por separados, que han sido medidas por medio de una balanza semi analítica sartotius *BP310S*, con desviación de 0.001 g y verificado en la hoja de características de cada componente.

Para las pruebas de fumigación, el depósito colector cuenta con una capacidad de 300 cc, adicionalmente se ha instalado una bomba que trabaja a 12 V que presenta un caudal de hasta 1.3 l/min y cuenta con un relé de interruptor controlado por receptor y suministro de 5 V, el mecanismo para la fumigación se realiza mediante un nebulizador de riego tipo invernadero de 5 boquillas, con un diámetro de pulverización de 0.7 mm y un flujo entre 0.1333 y 0.3 l/min a una presión entre 1.5 y 3 kg.

Componente	Masa (kg)	Cantidad	Masa total (kg)
Marco S550	0.445	1	0.445
Motor Brushless	0.021	6	0.126
Pixhawk 2.4.8 PX4	0.0363	1	0.0363
Bateria Lipo	0.1926	2	0.3852
ESC Blheli	0.026	6	0.156
Telemetría	0.0285	1	0.0285
Módulo GPS	0.020	1	0.020
Buzzer, botón, Transmisor RC, Módulo mini OSD, Amortiguador de Pixhawk	0.2122739	1	0.2122739
Módulo de Alimentación	0.0408	1	0.040.8
			1.4500739

Tabla 2.3: Masa de componentes del hexacóptero.

Dada la masa de cada componente, la masa total del VAA y la masa del sistema de fumigación que se muestran en las tablas 2.2 y 2.3 respectivamente, así como la capacidad de desplazamiento del sistema de propulsión, se tienen disponibles 0.8591261 kg al 50 % de aceleración, que son aprovechados para distribuir la masa de la sustancia por fumigar y que se encuentra en un valor máximo de 0.300 kg debido a la capacidad del tanque contenedor. Por otra parte, al conjunto definido por el sistema de fumigación, batería, autopiloto o controlador de vuelo y al sistema de monitoreo, se le conoce como carga útil y para el VAA construido en este proyecto corresponde a 0.7223 kg que equivalen al 39.0609 % de la masa total del VAA.



Figura 2.4: Plataforma experimental VAA tipo hexacóptero.

La construcción del prototipo de VAA de tipo hexacóptero se concluyó en forma correcta y se encuentra volando con el Pixhawk programado con distintas leyes de control, en tareas de control de altura y seguimiento de trayectorias, cargando la masa del sistema de fumigación y realizando tareas de fumigación.



Capítulo 3

Esquema de control lineal

3.1. Introducción

En este capítulo se utilizan conceptos básicos de la teoría de optimización, que se relacionan con la validación de un control lineal robusto de naturaleza discreta. Para la síntesis de la ley control que se valida experimentalmente en este trabajo, se utiliza el conjunto de herramientas matemáticas que incluye la teoría de estabilidad de Lyapunov para sistemas discretos, la programación dinámica para sistemas discretos y la teoría de control robusto para sistemas lineales en tiempo discreto. Adicionalmente, se plantean cuestiones y consideraciones asociadas con los términos del controlador propuesto y su implementación sobre el sistema descrito en el Capítulo 2, la cual permite resolver parte del problema planteado en este trabajo de investigación.

3.2. Síntesis del control

Sí bien, la síntesis de la ley de control que se presenta en esta sección no es una aportación de esta investigación, aquí se presentan algunos detalles del diseño de dicho controlador, con el propósito de formalizar los antecedentes teóricos y matemáticos que permiten garantizar la estabilidad del sistema al interactuar el término robusto de la ley de control propuesto, con un regulador cuadrático lineal de naturaleza discreta.

Considere una clase de sistemas lineales discretos, modelados en ecuaciones en diferencias, de la forma:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Cv(x(k), \sigma(k), k), x(0) = x_0 \quad (3.2.1)$$

donde: $k \in \mathbb{N} := \{0, 1, 2, \dots\}$, el estado $x(k) \in \mathbb{R}^n$, el control $u(k) \in \mathbb{R}^m$, las dinámicas no modeladas $v(\sigma(k)) \in \mathbb{R}^p$ y las incertidumbres paramétricas $\sigma(k) \in \mathbb{R}^s$. Las matrices A , B y C son de dimensiones apropiadas. El valor del mapeo $\sigma(\cdot)$ es desconocido. Se asumen las siguientes suposiciones [15]:

Suposición 1. El par (A, B) es estabilizable. Esto es, existe una matriz de ganancias $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tal que los valores propios de $\bar{A} = A + BK$ están estrictamente dentro del círculo unitario.

Suposición 2. La matriz B es de rango completo, $\text{rank}(B) = m$.

Suposición 3. El mapeo $\gamma(\cdot)$ es continuo.

Suposición 4. Existe un conjunto compacto prescrito $\Sigma \in \mathbb{R}^s$, tal que $\sigma(k) \in \Sigma \forall k$.

Suposición 5. Existe una matriz D tal que:

$$C = BD.$$

Además, existe la constante $\gamma_1 > 0$ tal que para todo $x \in \mathbb{R}^n$, $\sigma \in \Sigma$ y $k \in K$ [26]:

$$\|v(x, \sigma, k)\| \leq \gamma_1 \|x\|. \quad (3.2.2)$$

Las normas vectoriales se consideran euclidianas y las normas matriciales son las correspondientes inducidas. Por lo tanto, para una matriz real y simétrica $M = M^\top$, $\|M\| = [\lambda_{\text{máx}}(M^\top M)]^{1/2}$, donde $\lambda_{\text{máx}}(\cdot)$ ó $\lambda_{\text{mín}}(\cdot)$ denotan el máximo ó mínimo valor propio de la matriz designada.

El objetivo es diseñar una ley de control $u(k)$ que sea lineal en $x(k)$, tal que la solución resultante del sistema en lazo cerrado sea asintóticamente estable.

El diseño del control sólo se basa en la posible cota de la incertidumbre (en este caso Σ). Para el sistema incierto (3.2.1), se propone el siguiente esquema de control [15]

$$u(k) = Kx(k) - \gamma B^\top P \bar{A}x(k) \quad (3.2.3)$$

donde $P > 0$ y simétrica es la única solución de la ecuación de Lyapunov para sistemas lineales discretos

$$A^\top P A - P + Q = 0 \quad (3.2.4)$$

donde $Q > 0$ y $\gamma \geq 0$.

Observación. El esquema de control (3.2.3) consiste en dos partes: $Kx(k)$, $-\gamma B^\top P \bar{A}x(k)$. El primero para estabilizar el sistema nominal, es decir $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$, mientras la segunda parte esta destinada a compensar el efecto debido a las incertidumbres.

Teorema 1. [15] Considere el sistema incierto en tiempo discreto (3.2.1). Suponga que se cumplen las suposiciones anteriores. El esquema de control (3.2.3) hace que el sistema sea asintóticamente estable sí $\gamma > 0$ y

$$2\gamma\lambda_{\min}(Q) > 2\gamma\lambda_{\max}(B^\top P B) [\gamma \|B^\top P \bar{A}\| + \gamma_1 \|D\| \|x\|]^2 + \gamma_1 \|D\|^2$$

Demostración. Dada la función candidata a Lyapunov en la forma:

$$V(x(k)) = x^\top(k) P x(k) \quad (3.2.5)$$

con el sistema (3.2.1) y la ecuación (3.2.5), se tiene que para cada $\sigma(\cdot)$:

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= [Ax(k) + Bu(k) + Cv(x(k), \sigma(k), k)]^\top P [Ax(k) + Bu(k) + Cv(x(k), \sigma(k), k)] \\ &\quad - x^\top(k) P x(k), \end{aligned}$$

Sin pérdida de generalidad, $\Delta V(x(k))$ ó ΔV se escribe de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Delta V &= [Ax(k) + Bu(k) + BDv]^\top P [Ax(k) + Bu(k) + BDv] - x^\top(k) P x(k), \\ &= [Ax(k) + B(Kx(k) - \gamma B^\top P \bar{A}x(k)) + BDv]^\top P [Ax(k) + B(Kx(k) - \gamma B^\top P \bar{A}x(k)) + BDv] \\ &\quad - x^\top(k) P x(k). \end{aligned}$$

Considerando que para el sistema nominal $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$, ΔV tiene la forma:

$$\Delta V = [Ax(k) + Bu(k)]^T P [Ax(k) + Bu(k)] - x^T(k) P x(k)$$

y $u(k) = Kx(k)$, entonces:

$$\Delta V = [Ax(k) + BKx(k)]^T P [Ax(k) + BKx(k)] - x^T(k) P x(k),$$

$$\Delta V = (\bar{A}x(k))^T P (\bar{A}x(k)) - x^T(k) P x(k)$$

$$\Delta V = x^T(k) \bar{A}^T P \bar{A} x(k) - x^T(k) P x(k)$$

$$\Delta V = x^T(k) [\bar{A}^T P \bar{A} - P] x(k),$$

que satisface la ecuacion (3.2.4), por lo tanto:

$$\Delta V = -x(k)^T Q x(k),$$

para el sistema nominal.

Por lo tanto ΔV para el sistema perturbado (3.2.1) puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} \Delta V = -x^T(k) Q x(k) + [B(-\gamma B^T P \bar{A} x(k) + Dv)]^T P [B(-\gamma B^T P \bar{A} x(k) + Dv)] \quad (3.2.6) \\ + 2x^T(k) \bar{A}^T P B (-\gamma B^T P \bar{A} x(k) + Dv). \end{aligned}$$

Para el primer término de la ecuación anterior se puede aplicar la desigualdad de Rayleigh, que establece que [6]:

$$\lambda_{\min}(M) \|x(k)\|^2 \leq x(k)^T M x(k) \leq \lambda_{\max}(M) \|x(k)\|^2,$$

y es aplicable para cualquier matriz real simétrica. Entonces se tiene que

$$-x^T(k) Q x(k) \leq -\lambda_{\min}(Q) \|x(k)\|^2.$$

Ahora bien, para el segundo término de (3.2.6), se tiene

$$\begin{aligned} [B(-\gamma B^T P \bar{A} x(k) + Dv)]^T P [B(-\gamma B^T P \bar{A} x(k) + Dv)] &\leq \lambda_{\max}(B^T P B) \|-\gamma B^T P \bar{A} x(k) + Dv\|^2 \\ &\leq \lambda_{\max}(B^T P B) \left[(\gamma \|B^T P \bar{A}\| \|x(k)\|)^2 + \gamma_1^2 \|D\|^2 \|x(k)\|^2 + 2\gamma\gamma_1 \|B^T P \bar{A} D\| \|x(k)\|^2 \right] \\ &:= \eta_2(\gamma) \|x(k)\|^2 \end{aligned}$$

donde

$$\eta_2(\gamma) := \lambda_{\max}(B^\top PB) [\gamma \|B^\top P\bar{A}\| + \gamma_1 \|D\|]^2$$

Esto revela la contribución negativa de la ley de control (3.2.3) sobre ΔV , permitiendo definir la estabilidad asintótica robusta del sistema (3.2.1). Analizando el último término del lado derecho de la ecuación (3.2.6) para la ecuación (3.2.3), resulta que:

$$\begin{aligned} 2x^\top(k)\bar{A}^\top PB(-\gamma B^\top P\bar{A}x(k) + Dv) &= -2\gamma x^\top(k)\bar{A}^\top PBB^\top P\bar{A}x(k) + 2x^\top(k)\bar{A}^\top PBDv \\ &\leq -2\gamma \|B^\top P\bar{A}\|^2 \|x(k)\|^2 + 2\gamma_1 \|B^\top P\bar{A}D\| \|x(k)\|^2 \end{aligned}$$

proponiendo las variables $\rho_1 = \|B^\top P\bar{A}x(k)\|$ y $\rho_2 = \gamma_1 \|D\| \|x(k)\|$, la ecuación anterior se reescribe como:

$$-2\gamma\rho_1^2 + 2\rho_1\rho_2 = 2\gamma \left[-\rho_1^2 + \frac{2\rho_1\rho_2}{2\gamma} \right],$$

ahora bien, se definen las variables $\Lambda = \frac{\rho_2}{2\gamma}$ y $\Pi = \rho_1$ y se sabe que $0 \leq (\Lambda - \Pi)^2 = \Lambda^2 - 2\Pi\Lambda + \Pi^2$, entonces:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \Lambda^2 - 2\Pi\Lambda + \Pi^2, \\ 2\Pi\Lambda - \Pi^2 &\leq \Lambda^2. \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores de Λ y Π , se obtiene que

$$\begin{aligned} 2\gamma \left[2\frac{\rho_1\rho_2}{2\gamma} - \rho_1^2 \right] &\leq \left(\frac{\rho_2}{2\gamma} \right)^2, \\ 2\gamma \left[-\rho_1^2 + 2\frac{\rho_1\rho_2}{2\gamma} \right] &\leq \frac{\gamma\rho_2^2}{2\gamma^2}, \\ -2\gamma\rho_1^2 + 2\rho_1\rho_2 &\leq \frac{\rho_2^2}{2\gamma}, \end{aligned}$$

ahora se reemplazan los términos ρ_1 y ρ_2 en la ecuación anterior, la cual se reescribe como

$$\begin{aligned} -2\gamma \|B^\top P\bar{A}x(k)\|^2 \|x(k)\|^2 + 2\gamma_1 \|B^\top P\bar{A}D\| \|x(k)\|^2 &\leq \frac{\gamma_1^2 \|D\|^2 \|x(k)\|^2}{2\gamma} \\ \frac{\gamma_1^2 \|D\|^2 \|x(k)\|^2}{2\gamma} &:= \delta_2(\gamma) \|x(k)\|^2 \end{aligned}$$

donde:

$$\delta_2(\gamma) := \frac{\gamma_1^2 \|D\|^2}{2\gamma},$$

de lo anterior se tiene que:

$$\Delta V \leq -(\lambda_{\min}(Q) - \eta_2 - \delta_2) \|x(k)\|^2,$$

$$\lambda_{\min}(Q) - \eta_2 - \delta_2 = \lambda_{\min}(Q) - \lambda_{\max}(B^T P B) [\gamma \|B^T P \bar{A}\| + \gamma_1 \|D\|]^2 - \frac{\gamma_1^2 \|D\|^2}{2\gamma} > 0$$

entonces

$$2\gamma \lambda_{\min}(Q) > 2\gamma \lambda_{\max}(B^T P B) [\gamma \|B^T P \bar{A}\| + \gamma_1 \|D\|]^2 + \gamma_1^2 \|D\|^2.$$

Con esto se demuestra que ΔV es definida negativa en una región fuera de una esfera alrededor del origen. Es decir, se concluye la estabilidad asintótica del sistema (3.2.1) bajo la acción de control (3.2.3). \square

El término $Kx(k)$ en la ley de control (3.2.3), que se aplica para estabilizar al sistema nominal discreto se obtiene por medio de un regulador cuadrático lineal discreto (*DLQR* de sus siglas en inglés) definido como:

$$Kx(k) = -(B^T P B + R)^{-1} (B^T P A) x(k) \quad (3.2.7)$$

El cual minimiza un índice el desempeño J , dado por:

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} (x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)) \quad (3.2.8)$$

en donde las matrices Q y R con dimensiones adecuadas, son utilizadas para penalizar el estado y el control respectivamente en cada subsistema.

Es importante mencionar que la matriz P de la ley de control (3.2.3) que da lugar a la solución de la ecuación de Lyapunov (3.2.4) es obtenida de la solución de la ecuación discreta de Riccati (3.2.9):

$$A^T P A - P - (A^T P B) (B^T P B + R)^{-1} + Q = 0, \quad (3.2.9)$$

utilizando el par (Q, R) del índice de desempeño (3.2.8). Este esquema de control discreto es utilizado en la fase experimental, la cual es descrita en el Capítulo 4.

Capítulo 4

Resultados experimentales

4.1. Introducción

En este capítulo se presentan los resultados numéricos y experimentales correspondientes a la validación de la ley de control (3.2.3) descrita en el Capítulo 3, misma que es aplicada a la dinámica de un VAA tipo hexacóptero para seguimiento de trayectorias. Inicialmente se presentan los resultados numéricos obtenidos a partir de simulaciones efectuadas en Matlab, tanto en línea de comandos, como en Simulink.

Los resultados que se presentan en la Sección 4.2, establecen una perspectiva acerca de las consideraciones para la implementación y evaluación de la propuesta principal de este trabajo, así mismo proveen un posible panorama sobre los resultados experimentales. En la Sección 4.3 se presentan los resultados experimentales obtenidos a partir de la implementación de la ley de control (3.2.3), penalizado para tareas de estabilización y seguimiento de trayectorias. Finalmente en la Sección 4.4 se presenta un estudio comparativo correspondiente a los resultados obtenidos de la validación experimental de un control PD y el controlador lineal robusto de naturaleza discreta dada por (3.2.3).

4.2. Resultados de simulación

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de la simulación en MATLAB de la ley de control (3.2.3) sobre la dinámica de un hexacóptero. Los resultados de la simulación que se presentan en esta sección es efectuada en línea de comando de MATLAB y

Simulink y representan al conjunto de ecuaciones diferenciales que establecen la dinámica del VAA bajo la acción de control (3.2.3) y se resuelven mediante un algoritmo de integración ode8, con paso de integración fijo de 1×10^{-3} segundos y preservación de forma en todos los bloques de integración puesto que se trata de un sistema de naturaleza discreta, que utiliza la fórmula de Dormand-Prince de octavo orden para calcular el estado del modelo en el siguiente paso de tiempo como una función explícita del valor actual del estado y las derivadas de estado aproximadas en puntos intermedios. Esta estimación de error es muy conveniente para los algoritmos de integración de tamaño de paso adaptativo.

Inicialmente se establecen las características de la trayectoria a realizar, las matrices Q y R que penalizan el índice (3.2.8) para cada subsistema en el hexacóptero y las condiciones iniciales para la validación numérica. Posteriormente se presentan de la respuesta gráfica de posición, control y error de posición para cada subsistema, junto con el seguimiento de trayectoria $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$ y la descripción de cada gráfica observada.

Para la validación numérica, se plantea una tarea de seguimiento de trayectorias, en donde se considera el tiempo de muestreo igual al del Pixhawk, $h = 10$ ms, con las condiciones iniciales $x(0) = 0.0$ m, $y(0) = 0.0$ m, $z(0) = 3.0$ m, $\psi(0) = 0.0^\circ$.

La trayectoria deseada está definida por las ecuaciones paramétricas de una circunferencia de radio $r = 4$ m, de la forma:

$$\begin{aligned}x_d(k) &= r \cos(\alpha(k)), \\y_d(k) &= r \sin(\alpha(k)),\end{aligned}$$

y $z_d(Nh) = 3.0$ m, donde $Nh = t_f$ es el horizonte y $\alpha(k) = 5.1566^\circ \cdot k$ es el ángulo de avance cada instante h en el seguimiento de la trayectoria, mismo que permite concluir la circunferencia en un tiempo de 69.8131 segundos.

El control (3.2.3) para el subsistema z se escribe como

$$u(k) = K_z x_z(k) - \gamma_z B_z^\top P_z \bar{A}_z x_z(k),$$

donde las matrices $Q_z = \text{diag}(57.31, 16.35)$ y $R_z = 0.1413$ que minimizan un índice de desempeño de la forma (3.2.8) y $\gamma_z = 1.29512$ robustece el control ante dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.

La respuesta numérica de $z(k)$, la acción de control (3.2.3) y el error de posición en $z(k)$, con la penalización de las matrices mencionadas, se observa en la Figura 4.1.

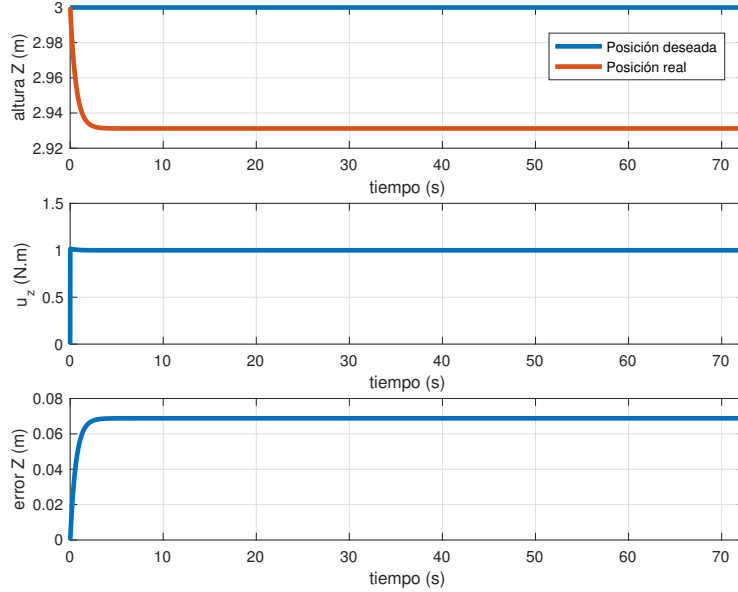


Figura 4.1: Posición, control y error en $z(k)$.

Para el subsistema $\psi(k)$, la ley de control (3.2.3) se escribe como:

$$\tau_\psi(k) = K_\psi x_\psi(k) - \gamma_\psi B_\psi^\top P_\psi \bar{A}_\psi x_\psi(k)$$

en donde las matrices $Q_\psi = \text{diag}(29.31, 68.65)$ y $R_\psi = 1.0314$ minimizan un índice de desempeño de la forma (3.2.8) y $\gamma_\psi = 11.93$ penaliza robustamente al control.

Para de $x(k) - \theta(k)$, la acción de control (3.2.3) es:

$$\tau_\theta(k) = K_\theta x_\theta(k) - \gamma_\theta B_\theta^\top P_\theta \bar{A}_\theta x_\theta(k)$$

en donde $Q_\theta = \text{diag}(1.41, 1.56, 1.41, 1.22)$, $R_\theta = 0.792$ minimizan un índice de desempeño de la forma (3.2.8) y $\gamma_\theta = 2.79$ brinda robustez al control.

La respuesta de $x(k)$, la acción de control y el error en $x(k)$, se presenta a continuación en la Figura 4.2. En esta figura se observa que la señal de control $\tau_\phi(k)$ para $x(k)$ en la tarea de seguimiento tiene valores máximos de 0.01 Nm y mínimos de -0.01 Nm y el error de posición oscila entre 0.05 y -0.05 m.

Es importante mencionar que la tendencia del error a oscilar a lo largo de la tarea de seguimiento, se debe a la naturaleza del controlador y a la penalización de sus parámetros Q , R y γ .

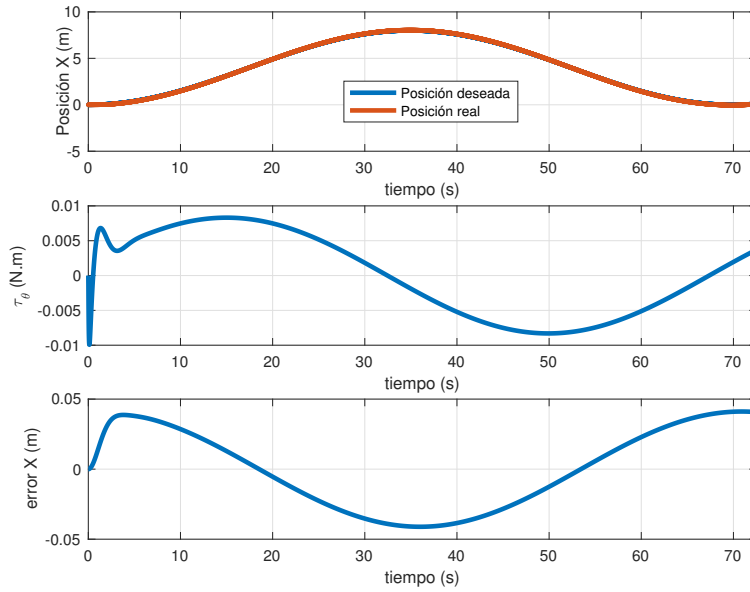


Figura 4.2: Posición, control y error del subsistema $x(k) - \theta(k)$.

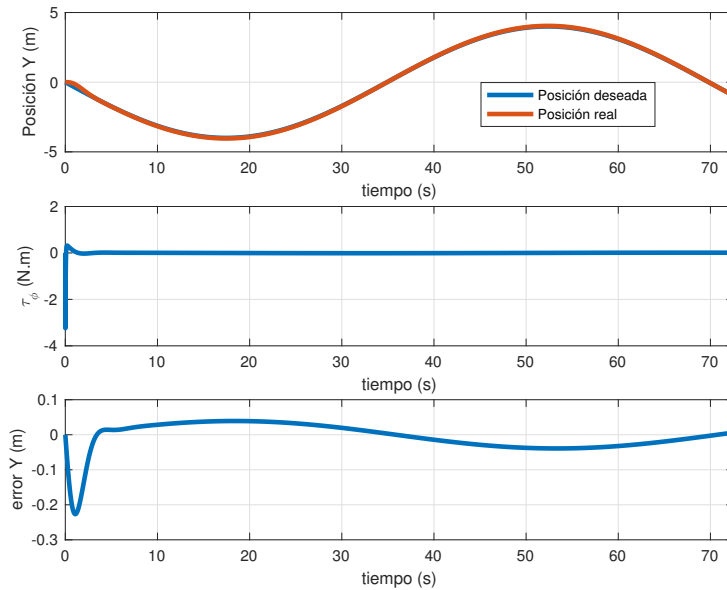


Figura 4.3: Posición, control y error del subsistema $y(k) - \phi(k)$.

Para el subsistema $y(k) - \phi(k)$, el control (3.2.3) tiene la forma:

$$\tau_\phi(k) = K_\phi x_\phi(k) - \gamma_\phi B_\phi^\top P_\phi \bar{A}_\phi x_\phi(k),$$

con los parámetros de diseño $Q_\phi = \text{diag}(1.43, 1.15, 1.23, 0.82)$, $R_\phi = 0.82$ y $\gamma_\phi = 4.321$, que definen la respuesta del subsistema $y(k) - \phi(k)$ que se muestra en la Figura 4.3.

El error de posición en $x(k)$ y $y(k)$ que se observa en las gráficas anteriores, se debe principalmente a la naturaleza del control, pues en su forma más simple es un controlador PD, dicho error depende también de la penalización del estado y del control en la ecuación (3.2.3) en los parámetros de diseño Q , R y γ . Este error puede reducirse incluyendo un término integral en su estructura.

Finalmente en la Figura 4.4, se presenta la trayectoria $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$ del VAA en la tarea de seguimiento.

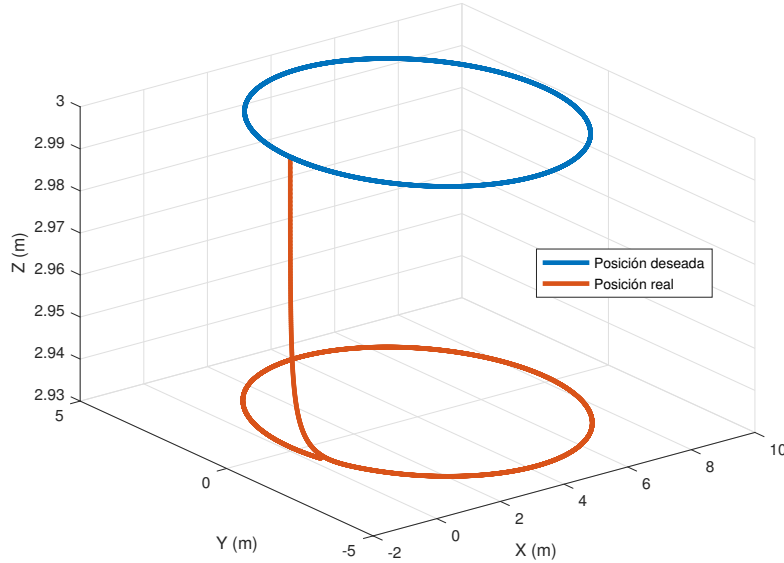


Figura 4.4: Trayectoria $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$.

En las Figuras 4.2 y 4.3, se observan errores de menor magnitud a los que presenta la Figura 4.1, la razón que explica este comportamiento se asocia a que el control de altura en la Figura 4.1 representa una tarea de regulación, en donde la referencia no cambia con

el tiempo y se hace evidente el error en estado estacionario que es defecto de la naturaleza lineal y de la forma proporcional derivativa (PD) de la ley de control, caso contrario a $x(k)$ y $y(k)$, en donde la referencia es función del tiempo y el error puede reducirse a lo largo de la trayectoria.

4.3. Resultados experimentales

En esta sección, se presentan las características y condiciones experimentales para la validación de la ley de control (3.2.3), comenzando por el esquema de control y su descripción, las ecuaciones paramétricas de la trayectoria deseada, las matrices Q y R que penalizan el índice de desempeño de la forma (3.2.8) para el primer término de la ley control (3.2.3) en cada subsistema asociado a la dinámica del hexacóptero, así como las condiciones para la validación experimental. Posteriormente, se presenta la respuesta gráfica de posición, control y error de posición para cada subsistema que se acompañan de la trayectoria $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$ y la descripción de cada gráfica observada, finalmente se presentan los comentarios y observaciones concluyentes asociados con este capítulo.

Por medio de la programación del firmware personalizado en lenguaje Java en el software Eclipse Juno IDE para la ley de control (3.2.3) con la dinámica de rotación y traslación del hexacóptero, es posible calcular y almacenar en la memoria micro SD del Pixhawk distintas señales, como corriente eléctrica, par motriz, voltaje y velocidad en los rotores, determinados con la ayuda de los ESC y las posiciones x , y , z y ángulos de balanceo, cabeceo y guiñada, determinados por medio del magnetómetro, el giroscopio y el GPS. De esta forma es posible tener las variables de estado x_1, x_2, \dots, x_{12} y generar sus respectivas variables de error, restando el medido del estado deseado (que viene determinada por las ecuaciones paramétricas de la trayectoria deseada). La variable de error se utiliza para calcular las señales de control, que se convierte en voltajes para cada uno de los rotores del hexacóptero, con la ayuda de las ecuaciones dinámicas de rotación y traslación. Los voltajes calculados por el controlador de vuelo son enviados a sus salidas, las cuales están conectadas a los diferentes ESCs, que por un lado están se alimentan de la batería a través del circuito eliminador de batería (BEC), y por el otro se conectan a los distintos rotores. El voltaje demandado por el ESC junto con la señal de la controladora de vuelo (FC) se traduce en trenes de pulsos de alta frecuencia y se transmite a los rotores a través de la salida de cada ESC como señales semi-senoidales, permitiendo girar los rotores a

diferentes velocidades, lo que permitirá corregir su trayectoria y cerrar el lazo de control, como se puede ver en el esquema de la Figura 4.5.

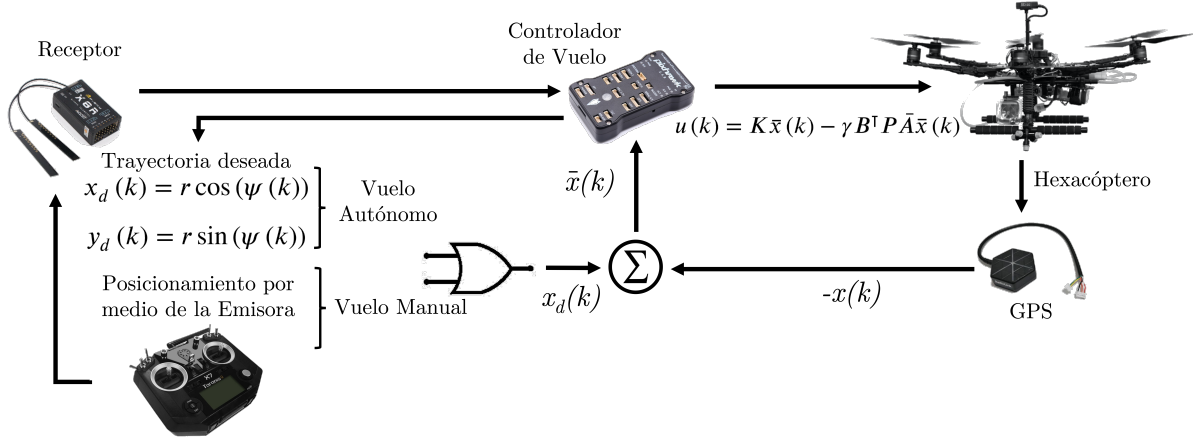


Figura 4.5: Esquema de control para el VAA tipo hexacóptero.

Es importante mencionar que, en los resultados experimentales presentados en esta sección, la velocidad máxima del viento que fue registrada corresponde a 5.9 m/s, misma que fue medida con un Anemómetro Digital Portátil XRCLIF-818 que tiene un rango de 0 - 30 m/s, resolución de 0.1 m/s, umbral de 0.1 m/s y precisión de $\pm 5\%$.

Para la prueba experimental, se plantea una tarea de seguimiento de trayectorias, en donde se considera el tiempo de muestreo del Pixhawk, $h = 10ms$, con las condiciones iniciales $x(0) = 0.0$ m, $y(0) = 0.0$ m, $z(0) = 3.0$ m, $\psi(0) = 0.0^\circ$.

La trayectoria deseada está definida por las ecuaciones paramétricas de una circunferencia de radio $r = 4$ m, de la forma:

$$\begin{aligned} x_d(k) &= r \cos(\alpha(k)), \\ y_d(k) &= r \sin(\alpha(k)), \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

y $z_d(Nh) = 3.0$ m, donde $Nh = t_f$ es el horizonte y $\alpha(k) = 5.1566^\circ$ es el ángulo en grados que avanza la trayectoria cada instante h , mismo que define el tiempo de ejecución de la tarea en 69.8131 segundos.

El control (3.2.3) para el subsistema z se escribe como

$$u(k) = K_z x_z(k) - \gamma_z B_z^\top P_z \bar{A}_z x_z(k),$$

donde las matrices Q_z y R_z son:

$$Q_z = \begin{bmatrix} 97 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix},$$

$R_z = 0.1413$ y $\gamma_z = 38.9$.

La respuesta de $z(k)$, la acción de control (3.2.3) y el error de posición en $z(k)$, con la elección de las matrices mencionadas, se presenta en la Figura 4.6.

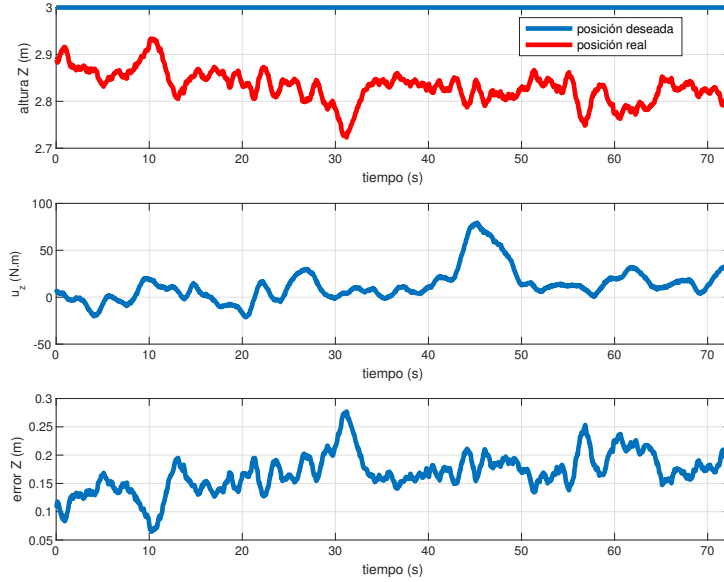


Figura 4.6: Altura, control y error en $z(k)$.

Para el subsistema $\psi(k)$, la ley de control (3.2.3) se define como:

$$\tau_\psi(k) = K_\psi x_\psi(k) - \gamma_\psi B_\psi^\top P_\psi \bar{A}_\psi x_\psi(k)$$

en la cual, los parámetros del término robusto se definen como:

$$Q_\psi = \begin{bmatrix} 29.31 & 0 \\ 0 & 68.65 \end{bmatrix},$$

$R_\psi = 1.0314$ y $\gamma_\psi = 11.93$.

Para $x(k) - \theta(k)$, la acción de control (3.2.3) es:

$$\tau_\theta(k) = K_\theta x_\theta(k) - \gamma_\theta B_\theta^\top P_\theta \bar{A}_\theta x_\theta(k)$$

en donde

$$Q_\theta = \begin{bmatrix} 1.41 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.56 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.41 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.22 \end{bmatrix},$$

$R_\theta = 0.792$ y $\gamma_\theta = 2.79$.

La respuesta de $x(k)$, la acción de control y el error en $x(k)$, se presenta en la Figura 4.7.

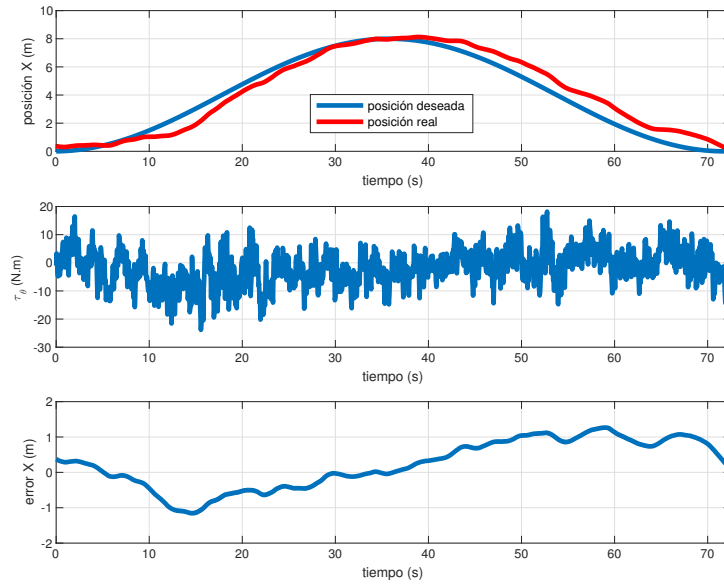


Figura 4.7: Posición, control y error del subsistema $x(k) - \theta(k)$.

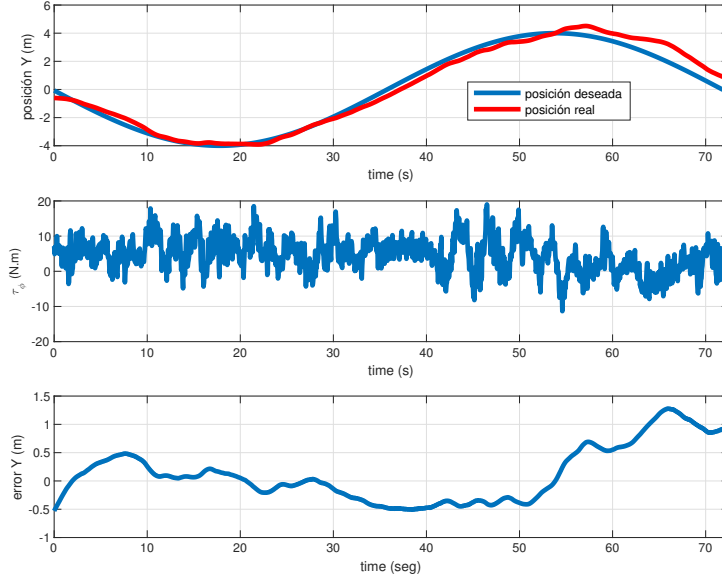


Figura 4.8: Posición, control y error del subsistema $y(k) - \phi(k)$.

Para el subsistema $y(k) - \phi(k)$, el control (3.2.3) tiene la forma:

$$\tau_\phi(k) = K_\phi x_\phi(k) - \gamma_\phi B_\theta^\top P_\phi \bar{A}_\theta x_\phi(k),$$

con los parámetros de diseño Q_ϕ , R_ϕ y γ_ϕ , definidos como

$$Q_\phi = \begin{bmatrix} 1.43 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.23 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.82 \end{bmatrix},$$

$R_\phi = 0.82$ y $\gamma_\phi = 4.321$. Qué determinan la respuesta del subsistema $y(k) - \phi(k)$, que se muestra en la Figura 4.8. Finalmente en la Figura 4.9, se presenta la trayectoria $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$ del VAA en la tarea de seguimiento.

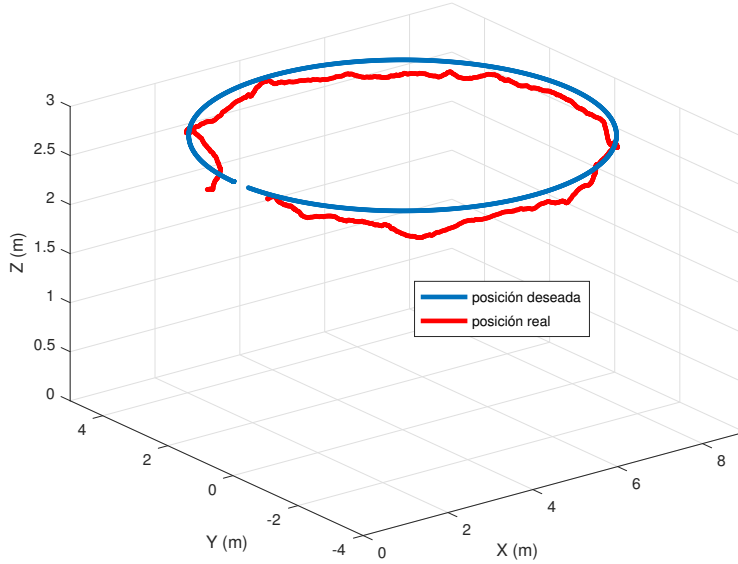


Figura 4.9: Trayectoria $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$.

El error que es observado en las gráficas anteriores, se debe principalmente a las dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas inducidas por el viento; así como la penalización del estado y del control en la ecuación (3.2.3) por medio de los parámetros de diseño Q , R y γ . Dicho error se reducirá mediante una elección adecuada de estos parámetros de diseño.

En las Figuras 4.7 y 4.8, se observan errores de mayor magnitud a los que presenta la Figura 4.6, la razón que explica este comportamiento se asocia a que el control de altura en la Figura 4.6 y el ajuste de sus correspondientes matrices Q_z y R_z , así como γ_z no requieren de un ajuste fino como el resto de controles, debido a que el sistema siempre estará sujeto a dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas de menor magnitud en cuanto a su altura se refiere, es decir, difícilmente existirán corrientes de aire con ángulo de ataque que perturben al sistema directamente por la parte superior. Mientras que en la parte inferior, las dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas inducidas por corrientes de aire están relacionadas con la interferencia de la superficie y los patrones de flujo de aire a través del VAA, conocido como efecto suelo (Ground Effect) [3], el cual no ocurre en el vuelo para este experimento, pues $z_d(Nh) = 3.0$ m con $Nh = t_f$ definido como el horizonte, es suficientemente grande para evitar su presencia.

4.4. Estudio comparativo de control

El estudio comparativo que se realiza en este apartado corresponde al análisis de los resultados de la validación experimental del controlador PD y el controlador lineal robusto de naturaleza discreta (3.2.3) utilizado en este trabajo, para la tarea de seguimiento de trayectorias, misma que se define por la ecuación (4.3.1), junto con las consignas de evaluación establecidas en la Sección 4.3. Por ello, se considera de importante establecer las condiciones de evaluación del control PD bajo las cuales se opera VAA tipo hexacóptero y los resultados de los experimentales obtenidos de dicha evaluación. Para la evaluación experimental del controlador PD, se realiza una sintonización heurística basada en una referencia tipo escalón unitario y considerando la linealización en z del modelo (2.2.2), con ángulos de Euler cercanos a cero, como $\ddot{z} = u - g$ (y contemplando una masa unitaria en el VAA), donde u se propone de como [8], [42]:

$$u = -k_p z - k_d \dot{z} + g \quad (4.4.1)$$

En la ecuación (4.4.1) se considera que el punto de equilibrio es cero. Por tanto se obtiene que $\ddot{z} + k_d \dot{z} + k_p z = 0$, en donde $k_p, k_d > 0$ estabilizan al subsistema z . De esta manera es posible obtener las ganancias del control PD con sobreimpulso (M_p) y tiempo de establecimiento (t_s) específicos [42]. En el presente caso, se contempla un sobreimpulso máximo $M_p = 0.1\%$ y un tiempo de establecimiento $t_s = 2$ s. Si bien, estos valores se proponen de forma heurística, su elección es justificada al observar un comportamiento sobreamortiguado del subsistema lineal con dichas características, que a la vez implican una penalización robusta del control PD. Dadas las expresiones que se muestran a continuación [8]:

$$\begin{aligned} M_p &= e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \\ t_s &= \frac{4}{\zeta\omega_n} \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

donde ζ es el factor de amortiguamiento y ω_n la frecuencia natural no amortiguada, escritos a partir de la ecuación (4.4.2) como:

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{|\ln M_p|}{\sqrt{\pi^2 + (\ln M_p)^2}} \\ \omega_n &= \frac{4}{\zeta t_s} \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

de las cuales se obtiene que $\zeta = 0.5911$ y $\omega_n = 3.3832$. Entonces $k_p = \sqrt{\omega_n} = 1.8393$ y $k_d = 2\zeta\omega_n = 2.1746$. Si los valores de k_p y k_d obtenidos para el control PD en los distintos subsistemas no son viables en la práctica, se eligen otros valores de M_p y t_s y se repite

el proceso. De esta forma se realiza la sintonización para los subsistemas $x(k) - \theta(k)$ y $y(k) - \phi(k)$ del control PD evaluado experimentalmente en este apartado.

Inicialmente y derivado de la implementación del control PD bajo la sintonización presentada anteriormente, en la Figura 4.10 se observa la altura, la señal de control y el error en $z(k)$. En esta figura se puede apreciar que la ley de control provoca valores máximos en el orden de los 40 Nm, mismos que se desarrollan en los seis rotores que constituyen al VAA tipo hexacóptero. Por otro lado es posible observar que el error máximo se encuentra acotado por abajo de los 0.2 m.

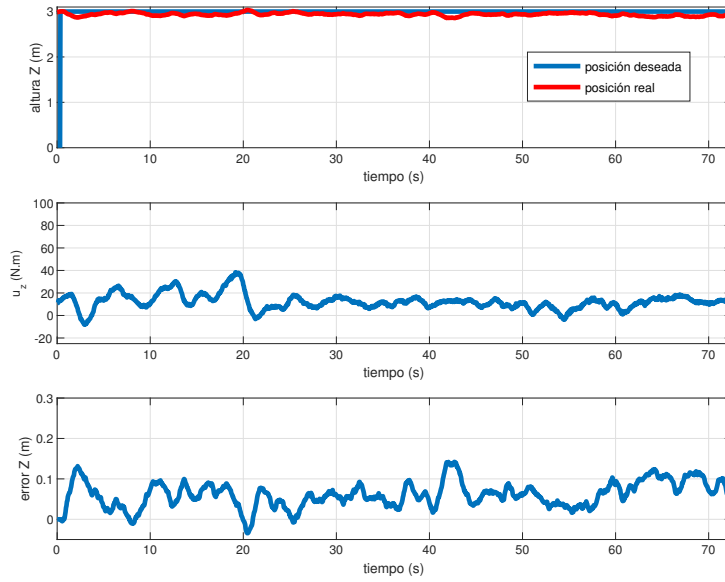


Figura 4.10: Altura, control y error en $z(k)$, con control PD.

Posteriormente en la Figura 4.11, se observan las posiciones real y deseada, la señal de control y el error para $x(k)$, en donde se percibe cómo el error comienza a crecer alrededor de los 23 segundos de haber comenzado con la tarea de seguimiento. Así mismo, se aprecia como la señal de control asociada con $\tau_\theta(k)$ alcanza valores absolutos por arriba de los 20 Nm. De forma similar, en la Figura 4.12, se presentan las posiciones real y deseada, la señal de control y el error para $y(k)$, en donde el error es más significativo entre los 25 y 65 segundos de la tarea.

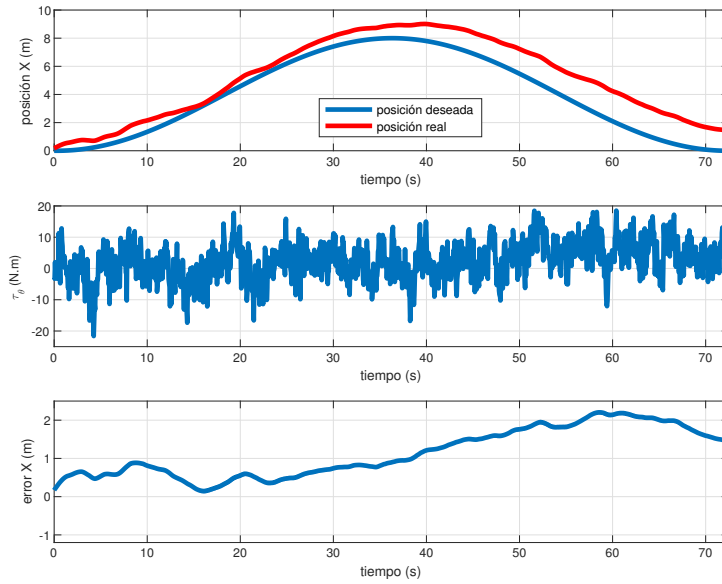


Figura 4.11: Posición, control y error del subsistema $x(k) - \theta(k)$, con control PD.

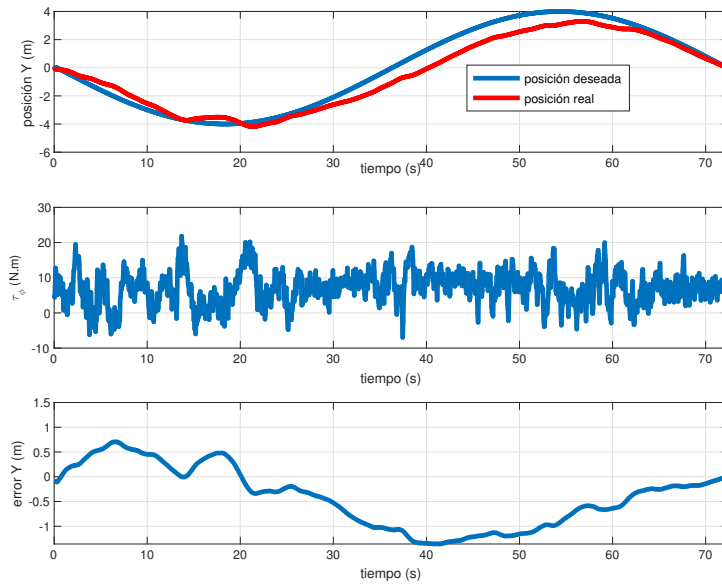


Figura 4.12: Posición, control y error del subsistema $y(k) - \phi(k)$, con control PD.

En la Figura 4.13 se presenta el seguimiento de la trayectoria con la acción de control PD, en la cual es evidente la deficiencia del control para realizar correctamente la tarea, misma que esta relacionada con el ajuste de sus ganancias y con la baja robustez del mismo para contrarrestar los efectos de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.

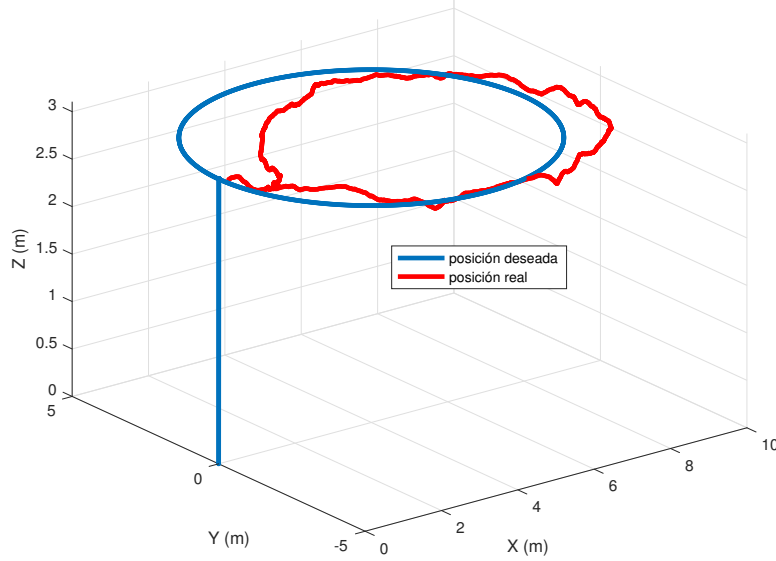


Figura 4.13: Trayectoria $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$, con control PD.

Si bien la estabilidad es el criterio más importante de toda ley de control que es implementada, el estudio comparativo efectuado aquí, se enfoca principalmente en la aplicación de distintos criterios basados en el error. Mismos que son utilizados frecuentemente como medida cuantitativa del desempeño del sistema y permiten elegir de las condiciones del controlador para ciertas tareas u operaciones. Entre los criterios más importantes basados en el error que se verifican en este trabajo, se encuentran los siguientes [8], [44]:

1. Integral del valor absoluto del error (IAE).

Un sistema cuyos parámetros de control son penalizados con este criterio presenta un desempeño óptimo, dado que el valor del amortiguamiento está comprometido con el consumo de energía. Este criterio se implementa fácilmente en sistemas de control de naturaleza discreta por medio de la siguiente expresión sumatoria:

$$J_{IAE} = \sum_{k=0}^{Nh} \left| k \frac{\bar{x}(k) + \bar{x}(k+1)}{2} \right| \quad (4.4.4)$$

2. Integral del valor absoluto del error multiplicado por el tiempo (ITAE).

Similar al desempeño J_{IAE} , los sistemas penalizados bajo este criterio presentan magnitudes significativas en el error inicial $\bar{x}(0)$ ante tareas de regulación, situación que se debe a que la respuesta es poco penalizada por el criterio. Esto hace que la respuesta transitoria del sistema presente un sobreimpulso poco significativo y las oscilaciones sean amortiguadas adecuadamente. Para sistemas discretos este criterio se puede medir fácilmente a partir de la siguiente expresión:

$$J_{ITAE} = \sum_{k=0}^{Nh} k \left| h \frac{\bar{x}^2(k) + \bar{x}^2(k+1)}{2} \right| \quad (4.4.5)$$

3. Integral del error al cuadrado (ISE).

Al minimizar este criterio, se dice que el sistema es óptimo y minimiza el consumo de energía, pues el valor mínimo de la integral se obtiene para un valor en el amortiguamiento comprometido entre valores subamortiguados y valores sobre amortiguados. Aplicando la regla trapezoidal al absoluto del error, se tiene la siguiente expresión sumatoria para el caso discreto:

$$J_{ISE} = \sum_{k=0}^{Nh} h \left[\frac{\bar{x}^2(k) + \bar{x}^2(k+1)}{2} \right] \quad (4.4.6)$$

4. Integral del error al cuadrado multiplicado por el tiempo (ITSE).

Este criterio es utilizado en parámetros de controladores que son penalizados por medio de la respuesta a una entrada escalón, en donde el error inicial $\bar{x}(0)$ puede tener magnitudes significativas debidas al bajo costo en este criterio, mismo que aumenta con el tiempo y penaliza más significativamente al error. Para sistemas discretos, la integral que define este criterio de costo se escribe en términos de la regla trapezoidal como:

$$J_{ITSE} = \sum_{k=0}^{Nh} kh \left[\frac{\bar{x}^2(k) + \bar{x}^2(k+1)}{2} \right] \quad (4.4.7)$$

Finalmente, se incluye como criterio en el presente estudio comparativo a la desviación estándar del error, que se define por medio de la ecuación (4.4.8). La desviación estándar de un conjunto de datos es la raíz cuadrada de su varianza, que tiene la característica de ser expresada en las mismas unidades que los datos a partir de los que se calcula. Se sabe

que una desviación estándar de magnitud baja indica que la mayor parte de los datos de un conjunto están agrupados cerca del valor esperado (que para el caso del error es el cero), mientras que una desviación estándar alta indica que los datos se dispersan sobre un rango de valores más amplio.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^N (\bar{x}(k) - \mu)^2} \quad (4.4.8)$$

En donde μ y N representan la media y el número de elementos del error $\bar{x}(k)$, respectivamente.

Inicialmente en la Tabla (4.1) se muestra el comparativo del criterio de la integral del valor absoluto del error (IAE) para el controlador PD y el lineal robusto de naturaleza discreta, mismo que se define matemáticamente por la ecuación (4.4.4). En dicha tabla se observa que el índice IAE obtenido para el controlador robusto es aproximadamente el 49.6276% del obtenido para el controlador PD en la posición x , 60.4500% en y y del 249.4546% para la altura z , en donde este último valor es justificado a partir del análisis de la Figura 4.6 y la presencia de una racha de viento cerca de los 32 segundos de haber comenzado la tarea, que aleja de la referencia a la variable de estado z relacionada con la altura. Aún así, se puede comentar en términos generales que el controlador lineal robusto discreto presenta un mejor desempeño en seguimiento de trayectorias, en el que se desarrolla un menor número de oscilaciones aún en presencia de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.

Criterio de la Integral del valor absoluto del error (IAE)			
Controlador/Eje	x	y	z
PD	87.3609	45.0544	4.7308
Lineal Robusto	43.3552	27.2354	11.8012

Tabla 4.1: Integral del valor absoluto del error (IAE).

En la Tabla (4.2) se presenta el análisis comparativo del criterio de la integral del valor absoluto del error multiplicado por el tiempo (ITAE) establecido en la ecuación (4.4.5), en donde se aprecia en primer instancia, que el índice ITAE del controlador lineal robusto corresponde al 43.8259% del valor obtenido para el controlador PD en la posición x , del 71.8099% para la posición y y del 229.7396% en altura z . Este último valor permite reconocer nuevamente el efecto de las fuerzas externas de magnitudes significativas sobre

cualquier índice basado en el error, pues un valor grande en este criterio está asociado con una respuesta oscilatoria, que para el presente caso de z , se presenta más significativamente en un tiempo cercano a los 32 segundos de iniciar el seguimiento. Sin embargo y de manera similar al criterio IAE, se puede concluir un mejor desempeño en este criterio para el controlador lineal robusto discreto con respecto al control PD que tuvo índices mayores en las posiciones x y y .

Integral del valor absoluto del error multiplicado por el tiempo (ITAE)			
Controlador/Eje	x	y	z
PD	4173.3546	1772.1927	194.7142
Lineal Robusto	1829.0121	1274.1861	447.3357

Tabla 4.2: Integral del valor absoluto del error multiplicado por el tiempo (ITAE)

En la Tabla (4.3) se presenta el estudio cuantitativo del criterio de la integral del error al cuadrado (ISE) expresado matemáticamente por la ecuación (4.4.6) en donde al establecer como referencia a los valores de dicho criterio para el control PD, se observa que el control lineal robusto discreto tiene un valor del 28.7026 % en la posición x , del 43.4763 % en la posición y y del 568.8478 % para la altura z . Al comparar estas magnitudes con las presentadas en las Tablas de los distintos criterios, se observa de primera instancia que este criterio es sensible a pequeñas variaciones en el error y en segundo término, que el controlador lineal robusto discreto presenta un mayor consumo de energía que el control PD para el caso de la altura z , dada la acción de contrarrestar las dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas y su mayor presencia en el vuelo realizado con dicho controlador, mismo que se observa cerca de los 46 segundos de la tarea en la Figura 4.6.

Integral del error al cuadrado (ISE)			
Controlador/Eje	x	y	z
PD	129.6037	39.1944	0.36203
Lineal Robusto	36.6256	17.0403	2.0594

Tabla 4.3: Integral del error al cuadrado (ISE)

Por otra parte, en la Tabla (4.4) se presenta cuantitativamente la aplicación del criterio de la integral del error al cuadrado multiplicado por el tiempo (ITSE), misma que esta definida numéricamente como se muestra en la ecuación (4.4.7). Al igual que el criterio ISE, el criterio ITSE es sensible al error y refleja el alto consumo de energía del sistemas de control cuando se presentan dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas que

inducen oscilaciones. Dadas la mediciones en la velocidad del aire para los experimentos realizados y comparados en este apartado, es evidente en la Figura 4.6, que la velocidad máxima de viento medida equivalente a 5.9 m/s para el experimento con el controlador (3.2.3) se presenta alrededor de los 32 segundos de haber iniciado la tarea de seguimiento, que induce un conjunto de dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas que alejan a las variables x , y y z de la referencia.

Integral del error cuadrado multiplicado por el tiempo (ITSE)			
Controlador/Eje	x	y	z
PD	6953.1345	1608.421	15.5642
Lineal Robusto	1663.0796	941.5756	82.0298

Tabla 4.4: Integral del error al cuadrado multiplicado por el tiempo (ITSE)

Finalmente, en la Tabla (4.5) se observa el comparativo numérico de la desviación estándar para los controladores puestos a prueba experimental en este documento para tareas de seguimiento de trayectorias. Los valores presentados en la tabla se obtienen mediante la aplicación de la ecuación (4.4.8) a los datos obtenidos para los errores de posición.

Desviación Estándar			
Controlador/Eje	x	y	z
PD	0.68426	0.59395	0.03115
Lineal Robusto	0.61686	0.48087	0.03623

Tabla 4.5: Desviación estándar.

Al analizar los datos incluidos en la Tabla (4.5) y tomando como referencia los correspondientes valores de desviación estándar obtenidos para el control PD, se observa que el control lineal robusto discreto presenta una desviación estándar 9.85471% menor para la posición x , para la posición y , 19.0386% menor y 16.3081% mayor en altura z . Este comparativo muestra que los criterios presentados previamente, incluido el de la desviación estándar, son mayores para la altura z . Este hecho tiene varias justificaciones y la principal es que en la estructura del control (4.4.1), que a comparación del control lineal robusto discreto incluye el término g , que compensa la gravedad y en tal caso reduce el error en estado estacionario de forma mas significativa, similar a la función de un término integral. La elección de los distinto índices de desempeño para el presente estudio comparativo se basa en la información que cada uno aporta al mismo, así como las similitudes

y diferencias entre ellos, las cuales permiten observar cuantitativamente el compromiso entre consumo de energía, velocidad de convergencia, penalización del error y sencibilidad del criterio a las variaciones del error.

4.5. Resultados experimentales en fumigación

En esta sección se describen en forma general los resultados obtenidos de las pruebas del prototipo de sistema de fumigación que es montado en el VAA tipo hexacóptero. El conjunto de pruebas del prototipo de sistema de fumigación se realizó tanto con firmware personalizado bajo la acción de control lineal robusta discreta, como con el firmware original, cargado mediante Mission Planner y Qground Control. La programación y configuración de esta tarea consiste en la activación de una salida auxiliar del controlador de vuelo Pixhawk 2.4.8 a través de la señal de radiofrecuencia asociada con un canal del transmisor, asignado a uno de los interruptores de dos posiciones.

Tanto las salidas principales, como las auxiliares del controlador de vuelo Pixhawk 2.4.8 operan con valores digitales que tienen magnitudes de 3.3 V, dicho voltaje no tiene la capacidad en corriente y voltaje para activar la bomba encargada de desplazar el producto de fumigación o control de plaga a través del nebulizador, por este motivo se decidió implementar un método con el cual es posible acondicionar la señal de 3.3 V en la salida auxiliar del controlador de vuelo, a un voltaje adecuado para la bomba en el prototipo de fumigación montado en el VAA tipo hexacóptero. Como se menciona en la sección (2.3), uno de los componentes del sistema de fumigación montado en el VAA prototipo, es la tarjeta programable de desarrollo Arduino UNO, que es utilizada para resolver el problema mencionado anteriormente, junto con el uso del módulo de relevador con optoacoplador con salida a 5 V. La solución consiste en enviar directamente los 3.3 V provenientes de la salida auxiliar a una entrada digital de la tarjeta de desarrollo Arduino, transferir el estado de esta entrada a una salida digital y conectar a dicha salida el módulo de relevador con optoacoplador, tomar el contacto normalmente abierto del relevador y conectarlo en serie tanto al circuito eliminador de batería, como a la bomba eléctrica encargada de la tarea de fumigación. Aunque existes múltiples maneras de resolver esta situación de forma sencilla, la decisión de utilizar la tarjeta de desarrollo Arduino UNO con el módulo de relevador, se justifica en primer lugar porque implementar esta solución no implica ninguna complejidad en la conexión y programación, y en segundo lugar, porque esta

tarjeta de desarrollo permite programar la tarea de fumigación de forma completamente independiente al firmware grabado en el controlador de vuelo (original o personalizado), abriendo la posibilidad de programar distintas secuencias de activación de la bomba acordes a las condiciones y necesidades del cultivo.

La robustez que proporciona la ley de control (3.2.3) al VAA construido en este proyecto, mejora la capacidad del sistema de fumigación para realizar su función en un entorno exterior. Esta mejora es un punto determinante para ejecución de tareas de fumigación realizando seguimiento de la trayectoria, lo que permite aumentar la precisión en la fumigación de superficies acotadas de cultivos. Evidencia experimental del funcionamiento del sistema de fumigación junto con el proceso mencionado anteriormente en esta sección se puede observar por medio del siguiente enlace: https://youtu.be/_kL6822Ri0E. En donde la tarea de fumigación se realiza en vuelo manual con el control (3.2.3) disponible en orientación, esto permite un vuelo no autónomo estabilizado y robustificado en los ángulos de cabeceo, alabeo y guiñada, situación que se aprecia claramente en la acción del despegue realizado de forma vertical.



Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Conclusiones

En la ejecución de este trabajo de investigación y específicamente en el estudio del esquema de control (3.2.3), el proceso de obtención del término $-\gamma B^T P \bar{A} x(k)$ establece un panorama muy amplio para atacar el problema de robustez ante dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas en sistemas discretos. En el análisis del desempeño del sistema controlado mediante (3.2.3), se encuentra que el control parece cumplir dos roles contradictorios: estabilización e inestabilización. Como resultado, existe un límite superior de incertidumbre que el sistema puede tolerar. Además, este límite superior se ve afectado por la elección del parámetro γ . Es crucial elegir correctamente la magnitud de γ para maximizar este límite superior. Dicho problema puede formularse como un problema de optimización restringido, en donde se puede aplicar un método numérico para resolver el problema. La validación experimental de esta ley de control no solo da la posibilidad de realizar estudios comparativos con otras leyes de control, también permite conocer los alcances y limitaciones del VAA en cuanto a componentes se refiere, pues como se observó en este trabajo, los cálculos obtenidos en la Sección 2.3 difieren de lo obtenido experimentalmente.

5.2. Trabajos a futuro

Como trabajo futuro, se contempla continuar con el ajuste de las ganancias del control γ y (Q, R) , de modo que el sistema de control tenga mayor robustez ante dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas. También se pretende contemplar en el diseño del control al término g , de modo que este control no solo compense las dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas como ya lo hace, sino también, que compense la gravedad y reduzca el error en estado estacionario asociado con la altura, de forma similar a la función que desempeña el término integral el control PID. También se pretende continuar con la implementación de distintas leyes de control sobre el VAA, con el propósito de realizar estudios comparativos de las mismas y de verificar sus alcances. Adicionalmente, se plantea continuar con el análisis del caso en que las dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas sobre el sistema no son cero cuando el estado es cero (*No Vanishing Perturbation* como es conocido en inglés), con la obtención del control que minimiza el consumo de energía cuando las perturbaciones presentan un máximo local. Debido a que la tarea de fumigación requiere que el VAA vuele realizando un seguimiento de trayectoria a velocidad constante y a baja altura respecto a las áreas de cultivo, se abre la posibilidad de analizar el cambio de masa en el sistema, dada la acción de fumigación y cómo esta situación modifica las señales de control para los distintos subsistemas para el VAA tipo hexacóptero.

Por otra parte, es importante mencionar que la construcción de la plataforma experimental brinda la posibilidad de validar cualquier resultado obtenido a nivel simulación y permite verificar los alcances de la solución que se propone al problema planteado. En este sentido, es relevante mencionar que el hexacóptero utilizado para este proyecto se concluyó satisfactoriamente, volando con firmware personalizado, programado con distintas leyes de control, para tareas autónomas como es el seguimiento de trayectorias. Para las pruebas realizadas hasta el momento y los resultados reportados aquí, se recortó el tren de aterrizaje de 260 mm de longitud a 100 mm, con el propósito de reducir la distancia entre el marco del dron y suelo en el momento del despegue y aterrizaje, logrando de esta forma disminuir los efectos inerciales cuando el VAA comienza o finaliza una tarea [13]. Por último y no menos importante, se ha montado el sistema de fumigación en el VAA, mismo que se ha programado para realizar tareas de fumigación a la par del seguimiento de trayectorias.

Apéndice A

Publicaciones




Este trabajo de investigación contribuyó a la producción de dos artículos

“Robust Backstepping Control Applied to UAVs for Pest Recognition in Maize Crops”, mismo que ha sido publicado en la página 9075, número 18, del volumen 12 de la revista *Applied Sciences*, de septiembre de 2022.

“Robust Linear Discrete Control for a Hexacopter: Experimental Results”, que se encuentra bajo revisión en la revista *Journal of Field Robotics*.

Article

Robust Backstepping Control Applied to UAVs for Pest Recognition in Maize Crops

Liliam Rodríguez-Guerrero [†], Alejandro Benítez-Morales ^{*,†}, Omar-Jacobo Santos-Sánchez ^{*,†},
Orlando García-Pérez [†], Hugo Romero-Trejo [†], Mario-Oscar Ordaz-Oliver [†]
and Jesús-Patricio Ordaz-Oliver 

Electronic and Control Academic Group, Academic Area of Computation and Electronic, Autonomous University of Hidalgo State (UAEH), Pachuca de Soto 42084, Mexico

* Correspondence: abenitez@uaeh.edu.mx (A.B.-M.); omarj@uaeh.edu.mx (O.-J.S.-S.);

Tel.: +52-771-71-72000 (ext. 6734) (A.B.-M. & O.-J.S.-S.)

† These authors contributed equally to this work.

Abstract: In this paper, a robust control technique is developed to achieve the quadrotor stabilization against unmodeled matching vanishing dynamics. The synthesis of the proposed robust control is based on the Lyapunov approach and the backstepping method allowing to construct an iterative control algorithm. To compare the performance of the proposed controller, a Proportional Derivative (PD) controller is used to obtain experimental results in an outdoor environment. To compare the closed-loop system responses with both controllers, the Integral Absolute Error is computed and several tests are conducted to calculate the error standard deviation. Ultimately, employing the robust backstepping control approach in pest recognition in maize crops, which is a specific task of precision agriculture, demonstrates its effectiveness in improving the trajectory tracking of the vehicle while it captures images of the crops.

Keywords: outdoor environment; quadrotor; robust backstepping control; vanishing unstructured dynamics; precision agriculture



Citation: Rodríguez-Guerrero, L.; Benitez-Morales, A.; Santos-Sánchez, O.-J.; García-Pérez, O.; Romero-Trejo, H.; Ordaz-Oliver, M.-O.; Ordaz-Oliver, J.-P. Robust Backstepping Control Applied to UAVs for Pest Recognition in Maize Crops. *Appl. Sci.* **2022**, *12*, 9075. <https://doi.org/10.3390/app12189075>

Academic Editor: Yosoon Choi

Received: 6 August 2022

Accepted: 7 September 2022

Published: 9 September 2022

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2022 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Today, the use of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) is growing, and multirotor systems are expected to replace manned aircraft in a variety of activities [1]. Examples of such activities include search and rescue missions, data collection, precision agriculture, and payload delivery [2–5]. Quadcopters can rapidly change direction and perform vertical takeoffs and landings, thus making them increasingly popular.

Small-scale UAVs typically suffer from the effects of outside wind gusts and unmodeled dynamics, effects that involve changes in mass and inertial moments causing parametric uncertainties. These effects also result from the coupling effect between the forces and moments produced by their actuators, which are commonly neglected in the practical designs [6]. Since an advanced control system is based on the nominal model, the uncertain parameters and unmodeled dynamics adversely affect its performance. Developing robust controllers to guarantee UAV stabilization has been a key topic that some authors have handled in different ways. For instance, on the basis of sliding mode algorithms and backstepping methods, [7] offers a robust backstepping sliding mode controller for attitude and position control; accordingly, smooth bounded disturbances and non-vanishing perturbations were considered for a quadrotor vehicle, and simulation results were presented. In [8], the attitude control of an eight-rotor UAV in the presence of model uncertainties and external disturbances was suggested; hence, a robust backstepping sliding mode controller with adaptive radial basis function neural network was employed, and simulation results were reported. According to [9], the adaptive backstepping sliding mode tracking control method for underactuated unmanned surface vehicle was employed to compensate for its

model uncertainty, time-varying disturbances and input saturation, and a simulation study was introduced. Attitude and position tracking were performed using the backstepping technique and sliding mode control in [10]; in this case, the controller adapts to the mass changes to control the UAV, and the controller performance was evaluated through simulations. Furthermore, attitude regulation and translational movement of an aircraft using a backstepping approach was done in [11], and altitude control was performed with sliding mode control considering uncertainties. As a result of the presence of sinusoidal functions in the roll and pitch subsystems, the virtual input is always bounded, allowing the control input produced with backstepping to be smoother than the input provided by the sliding mode controller, exhibiting no implementation issues such as chattering; however, the controller robustness problem was not addressed. In [12], a backstepping control strategy was employed to decrease the wind disturbances that can impact the accuracy of image acquisition in the course of drone flight in an outdoor environment; in particular, the specific task involved estimating nitrogen in a rice crop using the aerial imagery.

As a result of adaptive backstepping control, several estimations of the non-vanishing external disturbance were employed for the proposed controller in [13]; in this case, the experimental results were obtained in an indoor environment using a VICON Bonita motion capture system and MATLAB software. Similarly, in [14], the same motion capture system was used to implement feedback linearization and an integral-backstepping-like controller to address the perturbation problems that appear in a quadrotor; in this sense, simulations and indoor environment experimental results were presented with slowly-varying wind conditions. To regulate quadrotors in the presence of constant and time-varying disturbances, a nonlinear controller based on backstepping was designed, and simulation results were presented in [15]; the non-vanishing disturbances were estimated by a nonlinear observer. A nonlinear robust and adaptive backstepping control strategy was proposed in [16] to solve the trajectory tracking problem of hexacopter UAVs. The nominal backstepping control approach was designed as the main controller, and simulations were performed considering non-vanishing bounded disturbances. In [17], the robust position and attitude tracking control problem of a quadrotor subject to nonlinearities, input coupling, aerodynamic uncertainties and external wind disturbances was presented, the control scheme was validated through simulations and experimental validation on a Quanser's 3-DOF Hover setup. In [18], a robust landing algorithm onto a heaving platform, using an autonomous quadcopter DJI-F450, was presented. This algorithm addressed the altitude flight under the ground effect and external disturbances. In [19], a nonlinear robust Fast Terminal Sliding Mode Controller was designed to control and to stabilize a reconfigurable UAV in the presence of uncertain and variable parameters. The proposed controller was evaluated through a flight scenario. In [20], a hybrid control architecture that combines Deep Reinforcement Learning and Robust Linear Quadratic Regulator for vision-based lateral control of an autonomous vehicle was presented. The proposal was validated via simulation results. The robust control Lyapunov function approach is another control approach that has been used to tackle the rejecting bounded-matched disturbance problems in a Planar Vertical Take-Off and Landing (PVTOL) [21], presenting experimental results. Furthermore, using the command filtered backstepping approach with a parameter scheduling algorithm, an experimental flying test of a quadrotor with a nonlinear controller in an indoor environment was described in [22]; however, the robust design was not included in the controller synthesis. Simulation routines of a robust control based on a backstepping method was presented in [23] to drive the position and attitude of a unmanned mini aerial rotorcraft vehicle subjected to bounded uncertainties and bounded disturbances.

According to the specialized literature cited above, most of the robust backstepping or robust control algorithms were tested in simulations: [7–10,15,16,19,20,23]; advanced control in an outdoor environment: for nitrogen estimation with relative high-cost equipment was presented in [12], and robust landing algorithm onto a heaving platform in [18]; in an indoor environment in UAVs [13,14,17] and in a PVTOL [21]. In our opinion, a robust

backstepping control algorithm has to be sufficiently simple to implement it on an autopilot for flying tests in a more realistic environment (outdoors and trajectory tracking in precision agriculture). In this sense, the embedded computing resources required by autonomous unmanned aircraft systems represented a challenge [24]. The backstepping algorithm allows to synthesize a recursive stabilizing controllers for nonlinear systems and it could be modified to obtain robust controllers. Moreover, unmodeled dynamics, external disturbances, actuators, and signal conditioner nonlinearities are latent in the real-time control loop. Under all these conditions, it is essential to assess the controller's performance [25] by experimental evaluation of the control algorithms in meaningful environments to validate their robustness in a closed loop with a real plant.

In this contribution, based on the Lyapunov approach, a robust nonlinear controller solves the trajectory tracking problem for a quadrotor. Our proposal uses the backstepping method [26], allowing to construct an iterative control algorithm that rejects the effects of the unstructured dynamics in the quadrotor nonlinear model. For this purpose, the quadrotor model is divided into four subsystems related to the altitude, the yaw angle, the pitch- x and the roll- y , as in [11], and it considers the coupled nonlinear dynamics in the actuators. While these disturbances are unknown, they are assumed as bounded matched vanishing dynamics. The robustness is incorporated in the proposed controller to stabilize the drone in the presence of non-modeled dynamics, which improve the image capture system on board of the UAV as it flies over corn crops to detect dry leaves, providing clues to identify fungus such as *Phyllachora maydis*, *Monographella maydis*, and *Coniothyrium phyllachorae* on the corn leaves. These fungi are the cause of the tar spot in the corn [27], which causes crop losses.

Regarding the proposal mission in this paper, growing loss owing to disease is one of the most representative problem in agriculture. Crop growth inspecting and early identification of pest in the crops is still an important issue. In this regard, farmers are investing great efforts to conserve crops; however, they are mostly failing because they are not correctly monitoring the crops when they have been infested. Additionally, plagues in the crops are also difficult to detect due to it is not uniformly distributed. Hence, UAVs have a key role in crop disease surveillance and early detection [28–30]. This research attempts to provide experimental evidence of the implementation feasibility of the developed robust backstepping control in a PixHawk autopilot used in a pest detection task. An RGB GoPro Hero8 Black camera is mounted on the vehicle, and the video is processed off-line in the MATLAB software. This image processing provides the approximated location of the possibly affected crops. The overall system (UAV and camera) represents a relative low-cost (less than USD 450) alternative in precision agriculture.

The contributions of the article are as follows:

- A new robust backstepping approach-based control algorithm that considers matched vanishing disturbances is proposed. The proposed controller uses a virtual bounded input: the function $\sin(\cdot)$, which produces bounded control signals, and it is appropriate to the physical constrains of the UAV.
- Experimental results in trajectory tracking using a UAV in an outdoor environment are reported. A specific precision agriculture task is involved using a commercial camera system and MATLAB software.
- The robustness provided to the proposed controller allows to reduce the capture of distorted crop images and it represents better performance when our proposal is compared to a PD controller, although a gimbal or additional software are not used.
- This article tries to fill the gap between the technological development with advanced control theory.

Accordingly, the paper is organized as follows: In Section 2, the problem formulation and the main result are presented. The quadrotor model is shown in Section 3, and the application of the control strategy is developed in Section 4. The description of the experimental platform and the experimental results are given in Section 5. Section 6 demonstrates how pests are detected in the field. Finally, concluding comments are enunciated in Section 7.

2. Problem Formulation and Main Results

In this part, the problem is stated and the theoretical main result is presented.

2.1. System Description

The following perturbed nonlinear system is addressed:

$$\dot{\vartheta} = f_0(\vartheta) + f_1(\vartheta)\zeta \tag{1}$$

$$\dot{\zeta} = u + \delta(t, \vartheta), \tag{2}$$

where $[\vartheta^T, \zeta]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ is the state, and $u \in \mathbb{R}$ is the control input. It is considered that the next assumptions are fulfilled:

1. The known functions $f_0 : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ and $f_1 : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ are continuously differentiable in a domain $D \subset \mathbb{R}^n$ that contains the origin $\vartheta = 0$ and $f_0(0) = 0$.
2. The Equation (1) of the system can be stabilized with a state feedback $\zeta = \mu(\vartheta)$, with $\mu(0) = 0$, then, there is a Lyapunov function that satisfies the following equation:

$$\frac{\partial V(\vartheta)}{\partial \vartheta} [f_0(\vartheta) + f_1(\vartheta)\mu(\vartheta)] \leq -W(\vartheta),$$

where $W(\vartheta)$ is a positive definite function, $\forall \vartheta \in D$.

3. Function $\delta(t, \vartheta)$ is a bounded matched vanishing perturbation, i.e.,

$$\delta(t, 0) = 0, |\delta(t, \vartheta)| \leq \Delta, \text{ and } \Delta > 0. \tag{3}$$

Problem statement: Design a control u that guarantees the closed-loop robust stability of the origin ($\vartheta = 0, \zeta = 0$) of system (1) and (2) in the presence of unstructured matched disturbance $\delta(t, \vartheta)$. Then, compute the control laws for every subsystem of the quadrotor, guaranteeing its robust stabilization.

2.2. Main Result

The synthesis of the proposed control algorithm is stated as follows.

Theorem 1. Consider the system (1) and (2), under the Assumptions 1–3, for $k > 0$, and for a Lyapunov function of the form $V_1(\vartheta, \bar{z}) = V(\vartheta) + \frac{1}{2}\bar{z}^2$, with $\bar{z} = \zeta - \mu(\vartheta)$, then, the control law

$$u = \frac{\partial \mu(\vartheta)}{\partial \vartheta} [f_0(\vartheta) + f_1(\vartheta)\zeta] - \frac{\partial V(\vartheta)}{\partial \vartheta} f_1(\vartheta) - k\bar{z} - \text{sgn}(\bar{z})\Delta \tag{4}$$

robustly stabilizes the system.

Proof of Theorem 1. The proof is inspired on the methodology given in [26]. Adding and subtracting $f_1(\vartheta)\mu(\vartheta)$ on the right-hand side of Equation (1), it yields to

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= [f_0(\vartheta) + f_1(\vartheta)\mu(\vartheta)] + f_1(\vartheta)[\zeta - \mu(\vartheta)] \\ \dot{\zeta} &= u + \delta(t, \vartheta). \end{aligned} \tag{5}$$

Define $\bar{f}_0(\vartheta) = f_0(\vartheta) + f_1(\vartheta)\mu(\vartheta)$, $\bar{z} = \zeta - \mu(\vartheta)$, then its derivative is given by $\dot{\bar{z}} = \dot{\zeta} - \dot{\mu}(\vartheta) = (u + \delta(t, \vartheta)) - \dot{\mu}(\vartheta)$, and consider the change of variable

$$\bar{v} = u - \dot{\mu}(\vartheta), \tag{6}$$

where

$$\dot{\mu}(\vartheta) = \frac{\partial \mu(\vartheta)}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} = \frac{\partial \mu(\vartheta)}{\partial \vartheta} [f_0(\vartheta) + f_1(\vartheta)\zeta]. \tag{7}$$

Now, the system (5) is expressed in the classical backstepping form

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= \overline{f_0}(\vartheta) + f_1(\vartheta)\bar{z} \\ \dot{\bar{z}} &= \bar{v} + \delta(t, \vartheta), \end{aligned} \tag{8}$$

when $\bar{z} = 0$, it guarantees that the system (8) has an equilibrium point at the origin (according to Assumption 2).

A positive definite Lyapunov candidate function of the form $V_1(\vartheta, \bar{z}) = V(\vartheta) + \frac{1}{2}\bar{z}^2$ is proposed, and its derivative along the trajectories of system (8), according to Assumption 2, is given by

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\vartheta, \bar{z})|_{(8)} &= \frac{\partial V(\vartheta)}{\partial \vartheta} \overline{f_0}(\vartheta) + \frac{\partial V(\vartheta)}{\partial \vartheta} f_1(\vartheta)\bar{z} + \bar{z}\dot{\bar{z}} \\ &\leq -W(\vartheta) + \frac{\partial V(\vartheta)}{\partial \vartheta} f_1(\vartheta)\bar{z} + \bar{z}\dot{\bar{z}}, \end{aligned}$$

where $\dot{\bar{z}} = \bar{v} + \delta(t, \vartheta)$, set

$$\bar{v} = -k\bar{z} - \frac{\partial V(\vartheta)}{\partial \vartheta} f_1(\vartheta) - \text{sgn}(\bar{z})\Delta, \tag{9}$$

with $k > 0$; substituting into the previous equation, it yields

$$\dot{V}_1(\vartheta, \bar{z})|_{(8)} \leq -W(\vartheta) - k\bar{z}^2 + \bar{z}\delta(t, \vartheta) - \bar{z}\text{sgn}(\bar{z})\Delta. \tag{10}$$

Majorizing the term

$$\bar{z}\delta(t, \vartheta) \leq |\bar{z}\delta(t, \vartheta)| \leq |\bar{z}||\delta(t, \vartheta)| \leq |\bar{z}|\Delta,$$

and $|\bar{z}| \triangleq \bar{z}\text{sgn}(\bar{z})$; so, $|\bar{z}|\Delta = \bar{z}\text{sgn}(\bar{z})\Delta$; substituting into Equation (10), it yields

$$\dot{V}_1(\vartheta, \bar{z})|_{(8)} \leq -W(\vartheta) - k\bar{z}^2 < 0,$$

so, the origin of the system (8) is robustly stable; since $\mu(0) = 0$, the origin of system (1) and (2) is robustly stable too. The input $u = \bar{v} + \dot{\mu}(\vartheta)$ is obtained from Equation (6), and replacing Equations (7) and (9) into u , the result follows in Equation (4). \square

The control action (4) is used to solve the trajectory tracking problem of a quadrotor whose model is shown in the following section.

3. Quadrotor Model

The quadrotor model (see Figure 1) is obtained by representing a solid body moving in 3D space and being subjected to one force and three moments [31]. The generalized coordinates of the four rotor helicopter $q = (\gamma, \lambda)$, where $\gamma = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ represents the relative position of the center of mass of the quadrotor with respect to an inertial reference, and $\lambda = (\phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^3$ are the Euler angles representing the orientation of the quadrotor, known as roll-pitch-yaw, respectively. The inertial moments in the flying robot are defined by I_x, I_y, I_z ordered with respect to x, y and z axes, while m denotes its mass, l is the arm length, and τ_ϕ, τ_θ and τ_ψ are the input signals to be applied to the motors.

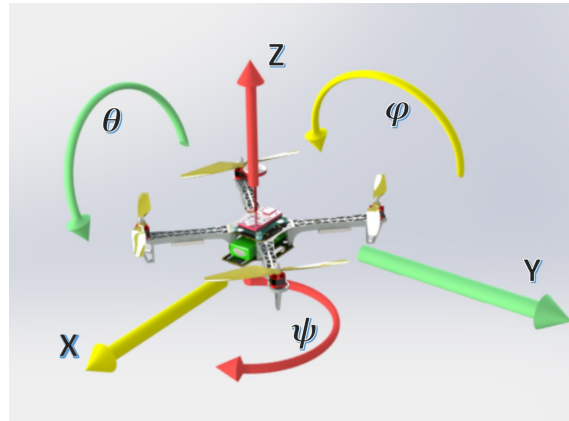


Figure 1. Quadcopter diagram.

The following equations describe the movement of the quadcopter affected by collective throttle u_s and torques τ_ϕ , τ_θ and τ_ψ [32]

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= -\frac{1}{m} \sin \theta u_s \\
 \ddot{y} &= \frac{u_s}{m} \cos \theta \sin \phi \\
 \ddot{z} &= \frac{\cos \theta \cos \phi}{m} u_s - g \\
 \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{1}{I_x} \tau_\phi \\
 \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \dot{\psi} \frac{I_x - I_z}{I_y} + \frac{1}{I_y} \tau_\theta \\
 \ddot{\psi} &= \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_y - I_x}{I_z} + \frac{1}{I_z} \tau_\psi.
 \end{aligned} \tag{11}$$

The following assumptions, proposed in [11], are considered:

1. The UAV is considered as a rigid and symmetrical body.
2. The center of gravity (CoG) of the quadrotor is in its origin.
3. The blades are rigid bodies with fixed angle pitch.
4. In the nominal model of the quadrotor, the aerodynamics effects have not been considered.
5. The motor dynamic could be modeled as a first-order transfer function, and it is sufficient to reproduce the dynamics between the propeller’s speed set-point and its true speed. As the time constant of this transfer function is small, we can consider that the rotor dynamic is approximately equal to one [33]. This assumption is used to suppose additional dynamics (or uncertain parameters) that represent matched vanishing perturbations in the actuators.
6. The attitude angles, pitch, roll and yaw are restricted in the interval $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$.

Remark 1. Additionally to Assumption 5, the effects of the propellers are neglected [34]. However, a more accurate trust model of the vehicle is given in [34], which can be expressed as

$$\begin{aligned}
 T_i &= c_1 \omega_i^2 \left(c_2 \left(1 + \frac{3}{2} \mu_i^2(t) \right) - \lambda_i(t) \right) \\
 &= c_1 \omega_i^2 c_2 + c_1 \omega_i^2 \underbrace{\left[c_2 \frac{3}{2} \mu_i^2(t) - \lambda_i(t) \right]}_{\delta},
 \end{aligned}$$

where T_i is the trust of motor i^{th} , ω_i is the angular velocity of the motor i^{th} , $\mu_i(t)$ and $\lambda_i(t)$ are the advance and inflow ratios respectively (nonlinear functions), c_1 and c_2 are positive constants. So, δ could be the second term of T_i , among other unmodelled dynamics.

With the nominal model given by (11), the robust backstepping controller is synthesized in the next section.

4. Control Strategy Applied to the Quadrotor

In this section, the quadrotor mathematical model (11) is divided into subsystems as was done in [11,35]: the altitude subsystem z , the yaw subsystem ψ , the pitch subsystem $x - \theta$ and the roll subsystem $y - \phi$. Then, the robust stabilizing controllers for each subsystem are obtained using the result of Theorem 1 while considering the presence of matched vanishing disturbances $\delta(t, \vartheta)$.

4.1. Altitude Controller

The subsystem z that describes the UAV dynamic of altitude is represented by

$$\ddot{z} = \frac{\cos \theta \cos \phi}{m} u_s - g + \delta(\vartheta, t), \tag{12}$$

where $|\delta(t, \vartheta)| \leq \Delta_1$, Δ_1 is the upper bound of the matched disturbances. Defining the state variables $x_1 = z$ and $x_2 = \dot{z}$, and

$$u_s = \frac{m}{\cos \theta \cos \phi} [g + u_z], \tag{13}$$

and according to the backstepping methodology [26], $x_2 = \mu(x_1) = -\alpha_6 x_1$, for $\alpha_6 > 0$, the subsystem (12) is rewritten as follows:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\alpha_6 x_1 \\ \dot{x}_2 &= u_z + \delta(\vartheta, t). \end{aligned} \tag{14}$$

The Lyapunov function is $V_z(x_1) = \frac{1}{2} x_1^2$, and following the result of Theorem 1, with $\zeta = x_2$, $f_0(\vartheta) = 0$, $\vartheta = x_1$, $f_1(\vartheta) = 1$, and $\bar{z} = x_2 + \alpha_6 x_1$, the stabilizing control for subsystem (14) takes the following form:

$$u_z = -(1 + k_z \alpha_6) x_1 - (\alpha_6 + k_z) x_2 - \text{sgn}(x_2 + \alpha_6 x_1) \Delta_1.$$

4.2. Yaw Controller

The dynamic of the ψ angle is given by

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} c_1 + c_2 \tau_\psi + \delta(\vartheta, t), \tag{15}$$

where $c_1 = \frac{I_y - I_x}{I_z}$, $c_2 = \frac{1}{I_z}$, $|\delta(t, \vartheta)| \leq \Delta_2$; I_x, I_y, I_z are parameters of the inertia matrix. Defining the state variables $x_3 = \psi$, $x_4 = \dot{\psi}$, and

$$\tau_\psi = \frac{1}{c_2} (-\dot{\phi} \dot{\theta} c_1 + u_\psi), \tag{16}$$

then Equation (15) becomes as follows:

$$\ddot{\psi} = u_\psi + \delta(\vartheta, t).$$

Following a similar procedure as in the altitude control, $x_4 = \mu(x_3) = -\alpha_7 x_3$, for $\alpha_7 > 0$, the subsystem (15) yields to

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= -\alpha_7 x_3 \\ \dot{x}_4 &= u_\psi + \delta(\vartheta, t). \end{aligned} \tag{17}$$

Let $V_\psi(x_3) = \frac{1}{2} x_3^2$ the Lyapunov function and defining $\zeta = x_4$, $\vartheta = x_3$, $f_0(\vartheta) = 0$, $f_1(\vartheta) = 1$, $\bar{z} = x_4 + \alpha_7 x_3$, the control law for the subsystem (17) is given by

$$u_\psi = -(1 + k_\psi \alpha_7) x_3 - (\alpha_7 + k_\psi) x_4 - \text{sgn}(x_4 + \alpha_7 x_3) \Delta_2. \tag{18}$$

4.3. Controller for Subsystem $x - \theta$

Dynamics related with translational motion along x -axis and the pitch angle θ around the y -axis are described by

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{1}{m} \sin \theta u_s \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \psi \frac{I_x - I_z}{I_y} + \frac{1}{I_y} \tau_\theta + \delta(\theta, t), \end{aligned} \tag{19}$$

where $c_3 = \frac{I_x - I_z}{I_y}$, $u_s \neq 0$, and $c_4 = \frac{1}{I_y}$. Let $x_5 = x$, $x_6 = \dot{x}$, $x_7 = \theta$ and $x_8 = \dot{\theta}$. Then, the state space representation is given by

$$\begin{aligned} \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= -\frac{1}{m} \sin x_7 u_s \\ \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= \dot{\phi} \psi c_3 + c_4 \tau_\theta + \delta(\theta, t). \end{aligned} \tag{20}$$

Considering the first and second equations of the state space representation (20) and defining the virtual input as follows:

$$u_{1x} = \sin x_7 = -\frac{m}{u_s} u_x, \tag{21}$$

then, according to the backstepping methodology [26] $x_6 = \mu(x_5) = -\alpha_5 x_5$, for $\alpha_5 > 0$. Notice that the selected virtual input $\sin(x_7)$ produces bounded control signals and it is appropriate to the physical constrains of the UAV: $x_7 \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$. These equations can be rewritten as follows:

$$\begin{aligned} \dot{x}_5 &= -\alpha_5 x_5 \\ \dot{x}_6 &= u_x, \end{aligned}$$

where $u_x = -(1 + \alpha_5 k_5)x_5 - (\alpha_5 + k_5)x_6$ is the control input, computed with the Lyapunov function $V_1(x_5) = \frac{1}{2}x_5^2$. Replacing u_x into Equation (21), it yields to

$$u_{1x} = \frac{m}{u_s} (d_1 x_5 + d_2 x_6), \tag{22}$$

where $d_1 = 1 + \alpha_5 k_5$ and $d_2 = \alpha_5 + k_5$.

Next, the iterative methodology of backstepping is applied; taking the first three equations of the state space representation (20), the subsystem is rewritten as

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_6 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{u_s}{m} \end{bmatrix} \sin x_7 \\ \dot{x}_7 &= x_8 = u_{2x}, \end{aligned} \tag{23}$$

In this case, $\theta = (x_5, x_6)^T$, and $\zeta = x_7$. The modified backstepping structure, proposed by [11], is applied for system (23) considering the Lyapunov function

$$V_2 = V_2(x_5, x_6) = \frac{1}{2}x_5^2 + \frac{\beta_1}{2}(x_6 + \alpha_5 x_5)^2.$$

The virtual input $\mu_1 = \mu_1(x_5, x_6) = \frac{m}{u_s} (d_1 x_5 + d_2 x_6)$ is defined as u_{1x} , given in Equation (22); substituting Equation (13) in μ_1

$$\mu_1(x_5, x_6) = \frac{\cos x_7 \cos x_{11}}{p} (d_1 x_5 + d_2 x_6).$$

where $p = g + u_z$. Applying Proposition 1 of [11], the control u_{2x} has the following form:

$$u_{2x} = \frac{\frac{\partial \mu_1}{\partial \theta} [f_0(\theta) + f_1(\theta) \sin \zeta] - \frac{\partial V_2}{\partial \theta} f_1(\theta) - k_6 (\sin x_7 - \mu_1)}{\cos \zeta}, \tag{24}$$

where

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\mu_1(x_5, x_6))}{\partial x_5} &= \frac{\cos x_7 \cos x_{11} d_1}{p}, \\ \frac{\partial(\mu_1(x_5, x_6))}{\partial x_6} &= \frac{\cos x_7 \cos x_{11} d_2}{p}, \\ \frac{\partial(V_2(x_5, x_6))}{\partial x_6} &= \beta_1 \alpha_5 x_5 + \beta_1 x_6, \end{aligned}$$

So, the virtual input u_{2x} is

$$\begin{aligned} u_{2x} &= \left(\frac{k_6 d_1 \cos x_{11}}{p} + \frac{\beta_1 \alpha_5 p}{\cos^2 x_7 \cos x_{11}} \right) x_5 \\ &+ \left(\frac{d_1 \cos x_{11} + k_6 d_2 \cos x_{11}}{p} + \frac{\beta_1 p}{\cos^2 x_7 \cos x_{11}} \right) x_6 - (d_2 + k_6) \tan x_7 \end{aligned} \tag{25}$$

Finally, the whole state space representation (20) is considered with $\vartheta = (x_5, x_6, x_7)^T$, $\zeta = x_8$, and for

$$\tau_\vartheta = \frac{1}{c_4} [-\dot{\phi} \psi c_3 + \tau_{\theta a}], \tag{26}$$

this subsystem can be rewritten as

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_6 \\ -\frac{p \sin x_7}{\cos x_7 \cos x_{11}} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_8, \\ \dot{x}_8 &= \tau_{\theta a} + \delta(\vartheta, t) = u_{3x} + \delta(\vartheta, t). \end{aligned} \tag{27}$$

The proposed Lyapunov function for subsystem (27) is

$$V_3 = V_3(x_5, x_6, x_7) = \frac{1}{2} x_5^2 + \frac{\beta_1}{2} (x_6 + \alpha_5 x_5)^2 + \frac{\beta_2}{2} \left(\sin x_7 - \frac{\cos x_7 \cos x_{11}}{p} (d_1 x_5 + d_2 x_6) \right)^2,$$

and the virtual input μ_2 is associated with u_{2x} , given in (25), as

$$\mu_2 = \left(\frac{k_6 d_1 \cos x_{11}}{p} + \frac{\beta_1 \alpha_5 p}{\cos^2 x_7 \cos x_{11}} \right) x_5 + \left(\frac{(d_1 + k_6 d_2) \cos x_{11}}{p} + \frac{\beta_1 p}{\cos^2 x_7 \cos x_{11}} \right) x_6 - (d_2 + k_6) \tan x_7.$$

According to Theorem 1, the controller is given by

$$u_{3x} = -k_7 z_3 - \frac{\partial V_3(\vartheta)}{\partial \vartheta} f_1(\vartheta) - \text{sgn}(z_3) \Delta_3 + \frac{\partial \mu_2(\vartheta)}{\partial \vartheta} [f_0(\vartheta) + f_1(\vartheta) \zeta],$$

where $z_3 = x_8 - \mu_2$, $k_7 > 0$, $\vartheta = (x_5, x_6, x_7)^T$, $f_1(\vartheta) = [0, 0, 1]^T$, and

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_2}{\partial x_5} &= \left(\frac{k_6 d_1 \cos x_{11}}{p} + \frac{\beta_1 \alpha_5 p}{\cos^2 x_7 \cos x_{11}} \right) \\ \frac{\partial \mu_2}{\partial x_6} &= \left(\frac{d_1 \cos x_{11}}{p} + \frac{k_6 d_2 \cos x_{11}}{p} + \frac{\beta_1 p}{\cos^2 x_7 \cos x_{11}} \right) \\ \frac{\partial \mu_2}{\partial x_7} &= \left(\frac{2\beta_1 \alpha_5 p \sin x_7}{\cos^3 x_7 \cos x_{11}} \right) x_5 + \left(\frac{2\beta_1 p \sin x_7}{\cos^3 x_7 \cos x_{11}} \right) x_6 - (d_2 + k_6) \sec^2 x_7 \\ \frac{\partial V_3}{\partial x_7} &= \beta_2 \sin x_7 \cos x_7 - \left[\frac{\beta_2 \cos x_{11} (d_1 x_5 + d_2 x_6)}{p} \right] (2 \cos^2 x_7 - 1). \end{aligned}$$

Therefore, the input u_{3x} is

$$u_{3x} = \frac{\partial \mu_2}{\partial x_5} x_6 - \frac{\partial \mu_2}{\partial x_6} \frac{p \sin x_7}{\cos x_7 \cos x_{11}} + \frac{\partial \mu_2}{\partial x_7} x_8 - \frac{\partial V_3}{\partial x_7} - \text{sgn}(x_8 - \mu_2) \Delta_3 - k_7 (x_8 - \mu_2).$$

4.4. Controller for Subsystem $y - \phi$

The translational and rotational dynamics experienced by the flying robot along the y -axis and the roll angle ϕ respectively are represented by

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \frac{u_s}{m} \cos \theta \sin \phi \\ \dot{\phi} &= \theta \dot{\psi} c_5 + c_6 \tau_\phi + \delta(t, \vartheta), \end{aligned} \tag{28}$$

where $c_5 = \frac{I_y - I_z}{I_x}$, $c_6 = \frac{I}{I_x}$. Defining the variables $x_9 = y$, $x_{10} = \dot{y}$, $x_{11} = \phi$, $x_{12} = \dot{\phi}$, the state space representation is given by

$$\begin{aligned} \dot{x}_9 &= x_{10} \\ \dot{x}_{10} &= \frac{\cos x_7}{m} \sin x_{11} u_s \\ \dot{x}_{11} &= x_{12} \\ \dot{x}_{12} &= \theta \dot{\psi} c_5 + c_6 \tau_\phi + \delta(t, \vartheta). \end{aligned} \tag{29}$$

Considering the first two equations of (29), the virtual input

$$u_y = \sin x_{11} = \frac{m}{u_s \cos x_7} u_1, \tag{30}$$

and defining $x_{10} = \mu(x_9) = -\alpha_1 x_9$, for $\alpha_1 > 0$; the subsystem is rewritten as $\dot{x}_9 = -\alpha_1 x_9$ and $x_{10} = u_1$. The Lyapunov function is $V_1(x_9) = \frac{1}{2} x_9^2$, and according to the classic backstepping methodology, the input $u_1 = -(k_1 \alpha_1 + 1)x_9 - (k_1 + \alpha_1)x_{10}$ is substituted into Equation (30), which yields

$$u_y = \frac{m}{u_s \cos x_7} [-b_1 x_9 - b_2 x_{10}], \tag{31}$$

where $b_1 = k_1 \alpha_1 + 1$, $b_2 = k_1 + \alpha_1$; substituting (13) into (31)

$$u_y = \frac{\cos x_{11}}{p} (-b_1 x_9 - b_2 x_{10}).$$

In the next step, the third equation of the state space representation (29) is added, and the subsystem is rewritten as in [11], with $\vartheta = (x_9, x_{10})^T$, and $\zeta = x_{11}$, as follows:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{10} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{p}{\cos x_{11}} \end{bmatrix} \sin x_{11} \\ \dot{x}_{11} &= x_{12} = u_{y2}. \end{aligned} \tag{32}$$

Following a similar procedure applied to the previous subsystems, with $V_2(x_9, x_{10}) = \frac{1}{2} x_9^2 + \frac{\beta_3}{2} (x_{10} + \alpha_1 x_9)^2$, and $\mu_1 = \frac{\cos x_{11}}{p} (-b_1 x_9 - b_2 x_{10})$, a control is obtained as the given in the Equation (24), and it has the following structure:

$$u_{y2} = -\left[\frac{k_2 b_1}{p} + \frac{\beta_3 \alpha_1 p}{\cos^2 x_{11}} \right] x_9 - \left[\frac{b_1 + k_2 b_2}{p} + \frac{\beta_3 p}{\cos^2 x_{11}} \right] x_{10} - (b_2 + k_2) \tan x_{11}. \tag{33}$$

In the last step, subsystem (29) is fully considered, with $\vartheta = (x_9, x_{10}, x_{11})^T$, $\zeta = x_{12}$, and defining

$$\tau_\phi = \frac{1}{c_6} [-\theta \dot{\psi} c_5 + \tau_1], \tag{34}$$

it can be rewritten as follows:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{10} \\ \frac{p \sin x_{11}}{\cos x_{11}} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{12} \\ \dot{x}_{12} &= \tau_1 + \delta(t, \vartheta), \end{aligned} \tag{35}$$

where $\tau_1 = u_{y3}$, μ_2 is associated with u_{y2} , given in Equation (33), and the Lyapunov function is defined by

$$V_3(x_9, x_{10}, x_{11}) = \frac{1}{2}x_9^2 + \frac{\beta_3}{2}(x_{10} + \alpha_1x_9)^2 + \frac{\beta_4}{2}\left[\sin x_{11} + \frac{(b_1x_9 + b_2x_{10}) \cos x_{11}}{p}\right]^2.$$

From Theorem 1, the input u_{y3} is computed as

$$u_{y3} = \frac{\partial\mu_2}{\partial x_9}x_{10} + \frac{\partial\mu_2}{\partial x_{10}}\frac{p \sin x_{11}}{\cos x_{11}} + \frac{\partial\mu_2}{\partial x_{11}}x_{12} - \frac{\partial V_3}{\partial x_{11}} - k_3(x_{12} - \mu_2) - \text{sgn}(x_{12} - \mu_2)\Delta_4.$$

where

$$\begin{aligned} \frac{\partial\mu_2}{\partial x_9} &= -\left(\frac{k_2b_1}{p} + \frac{\beta_3\alpha_1p}{\cos^2 x_{11}}\right) \\ \frac{\partial\mu_2}{\partial x_{10}} &= -\left(\frac{b_1+k_2b_2}{p} + \frac{\beta_3p}{\cos^2 x_{11}}\right) \\ \frac{\partial\mu_2}{\partial x_{11}} &= -\left(\frac{(k_2+b_2)}{\cos^2 x_{11}} + \frac{(\alpha_1x_9+x_{10})2\beta_3p \sin x_7}{\cos^3 x_7}\right) \\ \frac{\partial V_3}{\partial x_{11}} &= \left[\frac{\beta_4}{p}(b_1x_9 + b_2x_{10})\right](2 \cos^2 x_{11} - 1) \\ &+ \left(\beta_4 - \frac{\beta_4(b_1^2x_9^2+b_2^2x_{10}^2)}{p^2} - \frac{2\beta_4b_1b_2x_9x_{10}}{m^2p^2}\right) \sin x_{11} \cos x_{11}. \end{aligned}$$

To assess the effectiveness of the synthesized controllers (13), (16), (26) and (34) in the trajectory tracking task of a quadrotor UAV, experimental tests are conducted as described in the next section.

5. Experimental Results

5.1. Experimental Platform Description

The quadrotor is constructed on a plastic frame F450. An autopilot Pixhawk, version 2.4.8, is on board the F450 structure. The Pixhawk exhibits the following performance: a primary clock at 168 MHz, and with a 32-bit processor STM32F427 Cortex M4 core with a floating processor unit. The autopilot has two accelerometers, a gyroscope, and two magnetometers for attitude measurements of the UAV. The Pixhawk is equipped with radio signal input ports compatible with Futaba 10J radio. Furthermore, it has eight pulse width modulation main outputs that are used to control the motors. To pinpoint the longitudinal positions, an external module Ublox NEO-M8N GPS (accuracy of 0.6–0.9 m) is mounted. The yaw angle is estimated via an internal magnetometer located in the GPS. As power supply of the UAV, Lipo technology batteries are employed (capacity of 5200 mAh, discharge rate of 15 C). The quadrotor has four propellers of model 1045, four 2212 920 KV brushless motors and four electronic speed controllers of model SIMONK30A. The trajectory tracking reference was programmed into the Pixhawk (Figure 2).

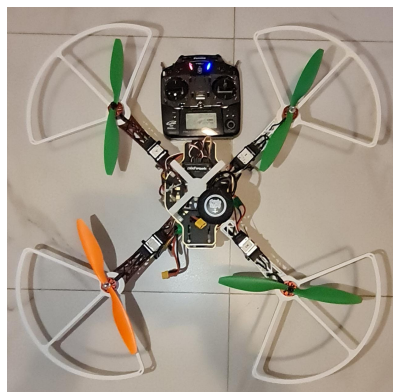


Figure 2. Quadrotor prototype.

5.2. Experimental Results Applying Synthesized Controllers

In this subsection, for comparison purposes, experimental tests in outdoor environment of UAV are presented for the proposed backstepping controller and a PD controller. For the trajectory tracking task on the spaces $(x; y; z)$ and (ϕ, θ, ψ) , the UAV follows three paths: 1. The manual takeoff of the UAV, until the desired altitude is reached, and this altitude is defined by the pilot. 2. The quadrotor tracks parametric circle equations given by

$$\begin{aligned} x_{ref} &= \left(-5 \cos\left(\frac{\pi}{180}t\right) + 5\right)m, \\ y_{ref} &= -5 \sin\left(\frac{\pi}{180}t\right)m, \\ z_{ref} &= 2.3m. \end{aligned}$$

3. At the end, when the trajectory is finished, the pilot regains control of the quadrotor and lands it. The programmed sampling time (T) is $T = 0.01$ s, it was used in all experimental tests. The quadrotor parameters are as follows: mass $m = 1.3$ kg, distance from the motors to the centre of gravity $l = 0.3$ m, constant of gravity $g = 9.81$ m/s² and inertia moments $I_x = I_y = 0.01567$ kgm², $I_z = 0.028346$ kgm². The gains of controllers (13), (16), (26) and (34) are heuristically proposed in Table 1. The delta values ($\Delta_i, i = 1, 2, 3, 4$) are the maximum values for the matched disturbances that could be adjusted heuristically such that the closed-loop performance is satisfactory.

Table 1. Controller gains.

Subsystems			
ψ	z	$x - \theta$	$y - \phi$
$k_\psi = 24.2$	$k_z = 7.39$	$k_5 = 0.1$	$k_1 = 0.4$
$\alpha_7 = 5.7$	$\alpha_6 = 12.3$	$k_6 = 0.13$	$k_2 = .27$
$\Delta_1 = 3.2$	$\Delta_2 = 2.5$	$k_7 = 7.3$	$k_3 = 5.3$
		$\Delta_3 = 5$	$\Delta_4 = 2$
		$\alpha_5 = 12$	$\alpha_1 = 0.009$
		$\beta_1 = 0.1$	$\beta_3 = 5.2$
		$\beta_2 = 0.25$	$\beta_4 = 3.64$

To compare the behavior of the proposed controller, a PD controller, which is tuned as is proposed in [35], is employed, obtaining the gains by proposing the following temporal parameters: the maximum overshoot and the settling time. Translational and attitude initial values of the drone are near to the origin.

Figure 3 displays the translational positions recorded during the experiment following the desired trajectory. The figure is divided in three figures: 1. The first shows the trajectory of the vehicle on the X axis, 2. The second displays the trajectory along the Y axis, 3. The last one illustrates the trajectory tracking task on the Z axis. As shown in Figure 3, the trajectory tracking task in (X, Y, Z) space, in the blue line, displays a reliable performance when it is compared with the reference values in the red line. The position performance of the drone in the (X, Y) space is displayed in Figures 4 and 5. It is noteworthy that these experimental results were obtained in an outdoor environment.

Figure 6 shows the relative small errors during the trajectory tracking. During the trajectory tracking task, the references are subject to changes in the X, Y axes, then the errors may increase or decrease. Nevertheless, for the altitude, the Set Point is constant, then the error is relatively small. Furthermore, the measurements of the position, provided by the GPS device, present a relatively larger deviations (around 1.4 m to 1.6 m) than other devices employed for indoor environment. This explains the errors in the trajectory-tracking displacement task.

The four control input signals for roll, pitch, altitude and yaw, respectively, are presented in Figure 7. These control inputs are obtained with the proposed backstepping controllers and are sent to the motors in real-time during the tests for desired trajectory tracking.

Figure 8 shows the recorded translational positions, following the desired trajectory, for PD controllers. This figure is divided into three subfigures, representing the trajectory performance along the X, Y and Z axes.

Figure 9 shows the UAV's trajectory performance in three-dimensional space, whereas Figure 10 displays it in two-dimensional space. Figures 11 and 12 show the errors during the trajectory tracking and the control signals for PD controllers, respectively.

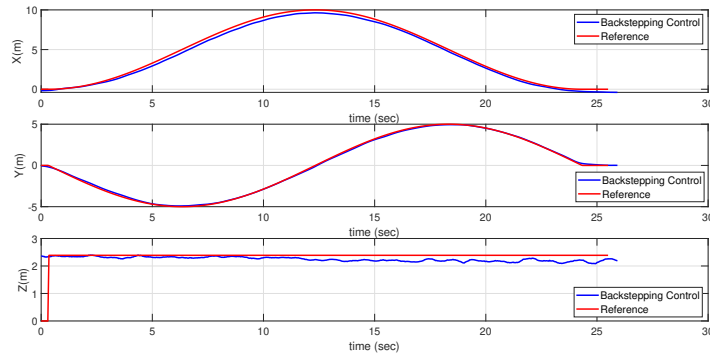


Figure 3. Positions in the X, Y and Z axes; (Backstepping controllers).

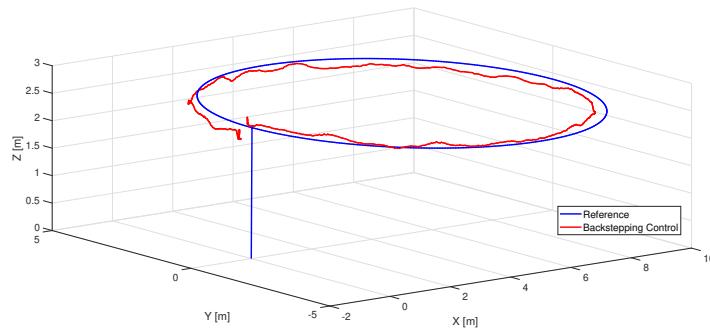


Figure 4. 3D view trajectory tracking; (Backstepping controllers).

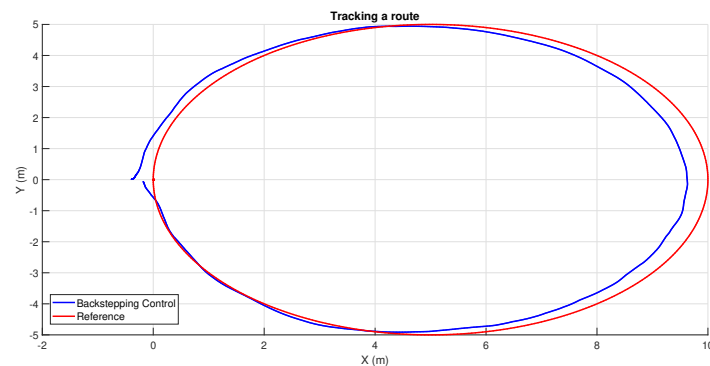


Figure 5. Trajectory tracking; (Backstepping controllers).

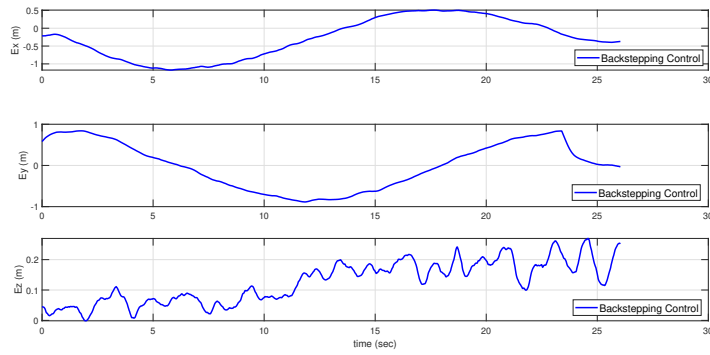


Figure 6. Error signals; (Backstepping controllers).

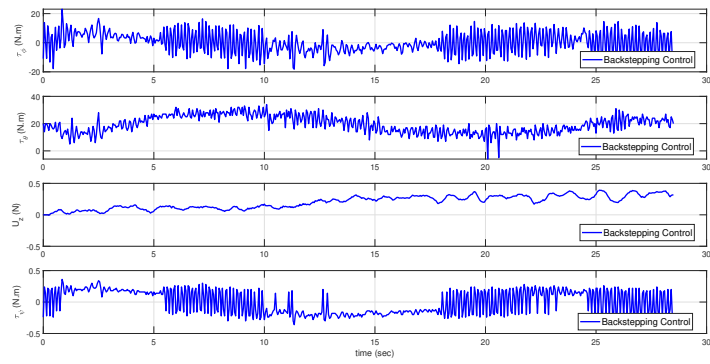


Figure 7. Control signals; (Backstepping controllers).

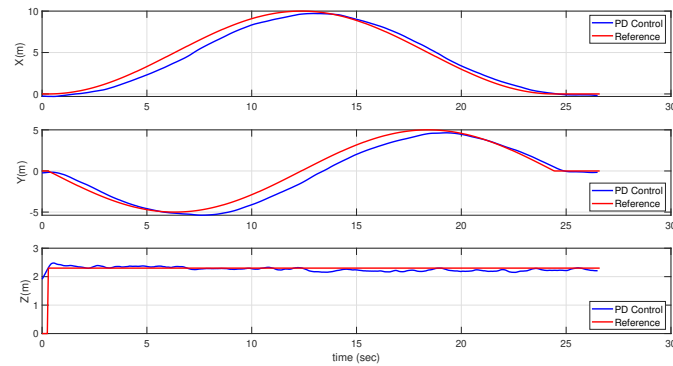


Figure 8. Translational positions in the (X, Y, Z) space (PD controllers).

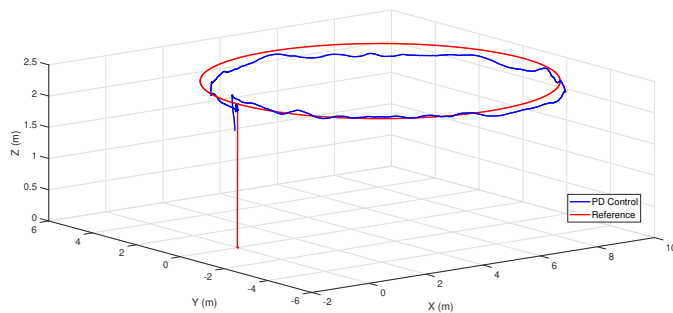


Figure 9. 3D view trajectory tracking (PD controllers).

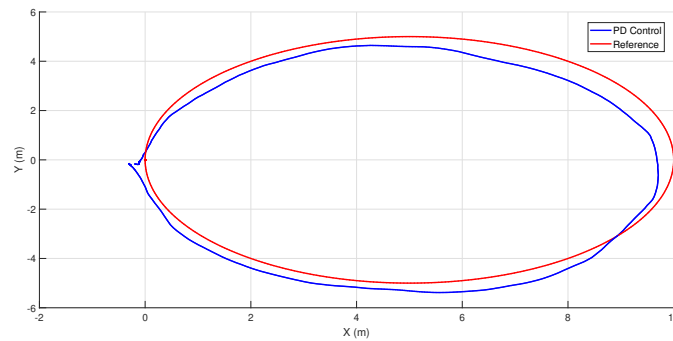


Figure 10. Trajectory tracking (PD controllers).

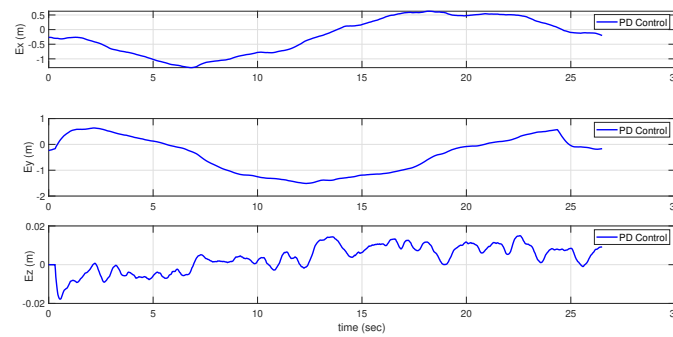


Figure 11. Error signals (PD controllers).

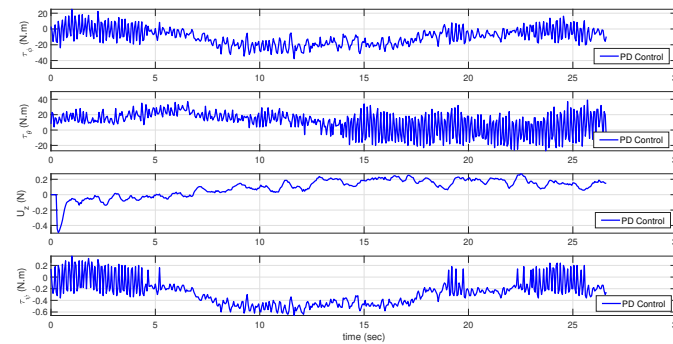


Figure 12. Control signals (PD controllers).

To compare the performances of both controllers, the Integral Absolute Error (IAE) is computed for the robust backstepping (BS) and PD, and these values are reported in Table 2.

Table 2. Comparative analysis of the performance IAE for the trajectory tracking phase.

Trajectory Tracking				
Performance Index	BS	PD	σ_{BS}	σ_{PD}
IAEx	674.0325	732.8948	0.3195	0.6095
IAEy	646.48	849.0646	0.5691	0.6949
IAEz	59.96	85.4140	0.06747	0.0678

Table 2 shows that the robust backstepping controller outperforms the PD controller in the trajectory-tracking phase of the quadrotor in the presence of disturbances; additionally, the standard deviation is calculated to analyze the error dispersion, and the mean value of

the 10 conducted experimental tests is calculated and compared with the results obtained using the PD control.

Additionally, Table 3 shows the mean of the integral of the absolute value of the signal control, defined as

$$J_{control} = \sum_{i=0}^N |control(i)|,$$

where N is the number of samples. The index $J_{control}$ is related with the energy consumption of the actuators.

Table 3. Comparison of absolute control values during the trajectory tracking phase.

Performance Index	Trajectory Tracking	
	BS	PD
J_{τ_ϕ}	6051.2	6662
J_{τ_θ}	7337	8661
J_{u_s}	519.647	662.5175
J_{τ_ψ}	802.8	848.2

According to the results showed on Table 3, the energy consumption required by the Robust Backstepping Controller (RBC) is lower than the PD controller. It implies that the control signal of the RBC is smaller and softer than the control signal of PD, which allows the captured images to be less blurred and distorted.

6. Detection of Pest in Corn Leaves

In this section, the vision system and the offline images processing are presented, aiming to locate the tar spot complex [27] in the maize fields based on the images taken when the quadcopter flies over the corn crop.

6.1. Vision System

The modules of the vision system include the camera and the image processing (a PC and MATLAB software). The natural light illuminates the plants to be inspected. The GoPro HERO8 Black camera [36] is mounted under the UAV frame (see Figure 13).



Figure 13. UAV with the GoPro HERO8 Black camera.

While the quadrotor flies over the crops, the camera lens captures and sends images to the camera sensor in the form of light. This sensor converts this light to a digital image that is then stored in the camera's memory for later analysis. For the image processing, the "Color Thresholding" toolbox is used (included in MATLAB Software), in which the interesting areas in the analyzed images are selected based on the color spaces: Red, Green, Blue (RGB); Hue, Saturation, Value (HSV); Luma, Blue and Red chromaticity (YCbCr) and

Luminosity, Red/Green and Yellow/Blue chromaticity coordinates (CIE-Lab). This is done by applying segmentation methods on the images; in this regard, image segmentation is a processing technique that refers to the extraction of useful information from a frame to facilitate observation and analysis since the rest of the image content is not useful for the purpose, i.e., if within an image the red color is selected, everything that is not red is discriminated by the segmentation method. This toolbox is selected because it allows comparing the intensity level, pixel by pixel, with a certain threshold previously defined by the user. To establish this threshold, it is necessary to analyze the interest region to be isolated, finding a characteristic and exclusive color level.

6.2. Image Processing

In computer vision, segmentation processes are of vital importance when it comes to detecting objects in unstructured environments.

In this article, the segmentation process employs the method based on regions [37] due to the specific task (detecting color levels on affected leaves). Methods based on regions aim to determine the areas of an image that have homogeneous properties, and the border of these areas will delimit some objects from others. Regarding the segmentation methods, Figure 14 displays the process of application followed in this work.

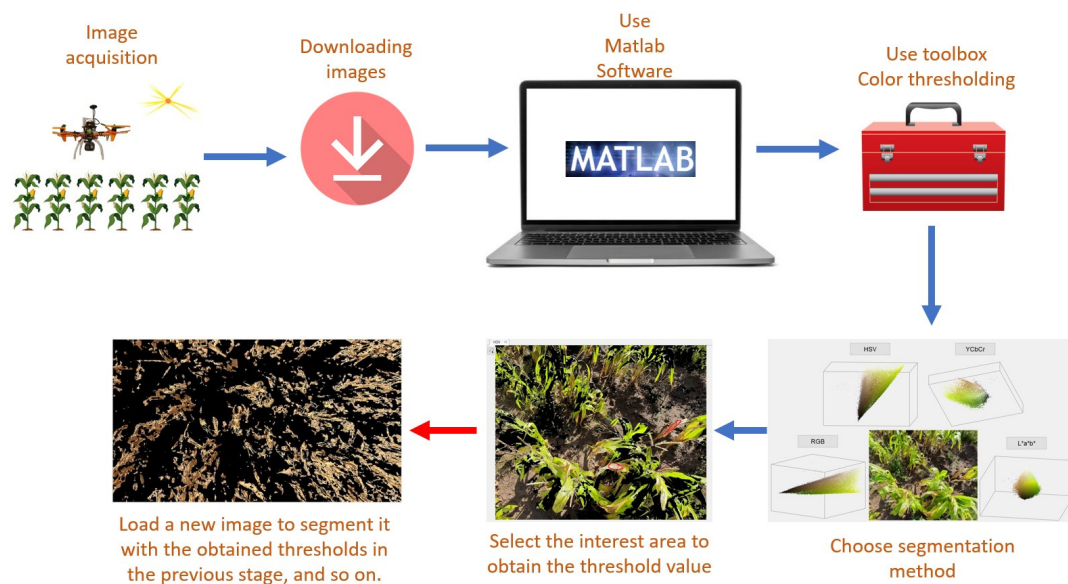


Figure 14. Scheme for the application of segmentation.

Segmentation Method

The application process of the segmentation method starts with the images of the corn fields (Figure 15) where the dry leaves of the plants are detected, as this is a symptom that the plant could be ill. For this purpose, first, based on the photograph, the pixels of interest are selected to find the thresholds. Once the pixel values are obtained, a new image is loaded to search for dry leaves in the field.

Figure 16 shows the processed image using different segmentation methods where the dry leaves of the plant are highlighted. It should be mentioned that in the processed image, the areas that are not of interest are colored in black. For the RGB segmentation method, the threshold values are as follows: $R > 126$, $G > 104$, $B < 80$. As for the HSV method, the ranges are as follows: $0.096 < H < 0.153$, $0.243 < S < 0.944$, $0.222 < V < 0.944$. In the YCbCr method, the following values are obtained: $70 < Y < 225$, $72 < Cb < 109$, $136 < Cr < 163$. Finally, from the application of the CIE-Lab segmentation, the values are as follows: $38.49 < L < 100$, $-10.353 < a < 19.622$, $19.622 < b < 55.531$.



Figure 15. Image captured by the camera.

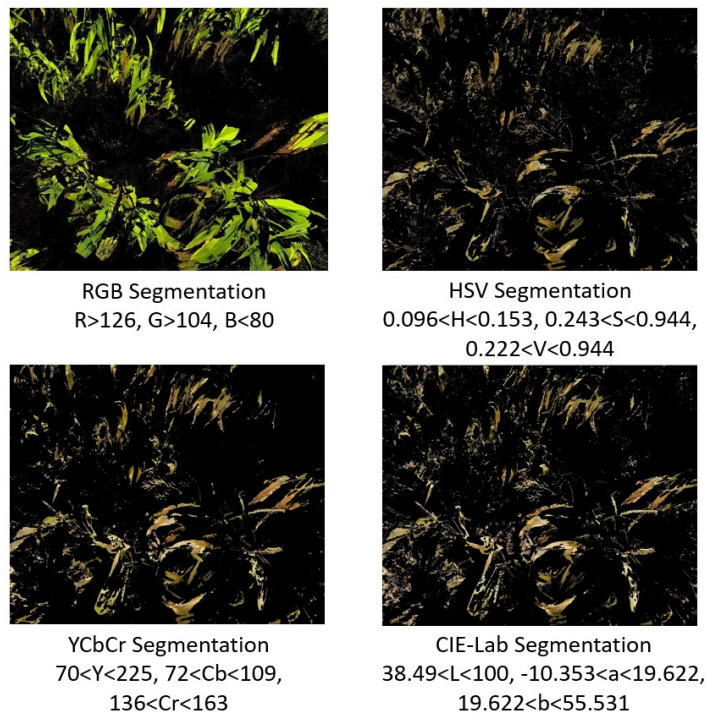


Figure 16. Segmentation methods with thresholds.

With the obtained thresholds, from the segmentation methods, a MATLAB code runs to analyze the images obtained from the flights made over the corn fields. First, an image is selected and then subjected to the thresholds of each method to identify dry leaves in the field.

Figure 17 displays the segmented images using the RGB, HSV, YCbCr and CIE-Lab methods. From the images obtained after applying the segmentation methods with the thresholds proposed in the previous section, it can be seen that using RGB segmentation to detect dry leaves is not very convenient as only some points were highlighted, while in the HSV segmentation method, a greater detection of dry leaves can be noted in the image of the crop; however, these highlighted points look like brush strokes, and the plant is not well distinguished. In the YCbCr segmentation, the dry leaves can be better identified in the plot; however, when it is compared with the original image, there are parts of the dry leaves of the plant that despite being dry, do not appear in the processed image. Finally, the

best detection is obtained when the CIE-Lab segmentation method is applied to the image, although it also detects a little of the soil, which does not represent a relevant issue.

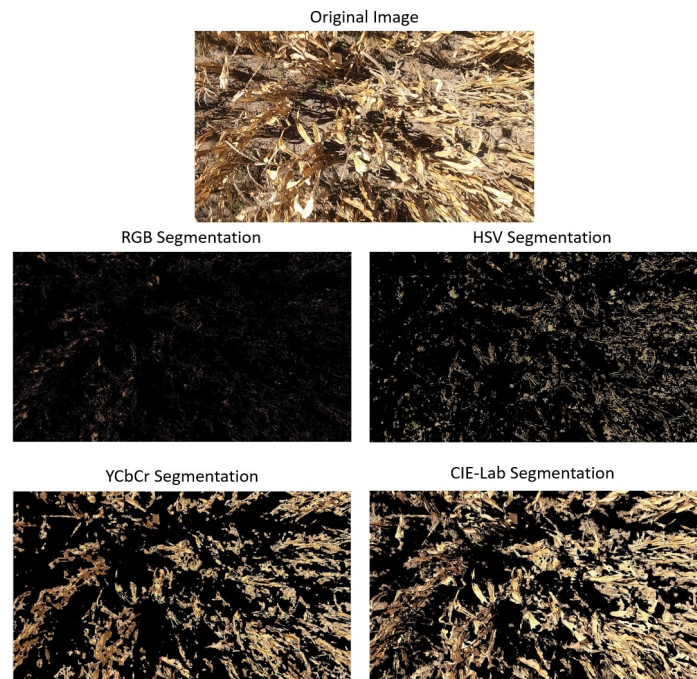


Figure 17. Segmentation methods applied.

The robustness provided to the proposed controller is necessary to improve the closed loop performance of the vehicle in outdoor environment. This improved performance is a crucial issue to the image capturing while the trajectory tracking task is executed by the UAV, allowing reduce distorted capture of the crops. In fact, when a PD controller is used to control the vehicle in order to capture the crop images, from ten experiments only six were satisfactory to stabilize the drone with the mounted camera. In contrast, for the robust backstepping control approach, all the tests were satisfactory, despite a gimbal or extra software not being used.

Furthermore, each processed image has an (x, y) coordinate, which is obtained with the real-time clock ('Time stamp' function) of the Pixhawk autopilot. Then, when an image with affected leaves is detected, the user obtains the relative position (x, y) of the chosen reference frame, and then the user can apply a corrective action, programming a trajectory whose final point corresponds to these coordinates.

7. Conclusions

The quadrotor trajectory tracking problem, in outdoor environment, is addressed by the proposed robust control scheme. The four controllers are synthesized using the robust backstepping approach, it uses virtual bounded inputs (the function $\sin(\cdot)$), which produce bounded control signals, and it is appropriate to the physical constrains of the UAV. The convergence for altitude, translational and rotational UAV variables is guaranteed when the vehicle is subjected to vanishing disturbances. The proposed control algorithm achieves a higher performance in closed loop when is compared to a linearized model-based PD controller. This improved performance is a crucial issue to the image capturing while a trajectory tracking task is executed by the UAV, allowing to reduce the wrong capture of the crops, despite a gimbal or extra software not being used. In fact, the experimental results validate and confirm the aforementioned higher performance level of the proposed control algorithm. Moreover, the proposal presents a potential advantage in precision agriculture as it can prevent crop losses by identifying crop areas with dry leaves. In contrast to the

most of the reported works, our proposal was tested in a precision agriculture task on a real maize crop. Future work includes onboard image processing and to implement new image segmentation techniques.

Author Contributions: Conceptualization, L.R.-G. and O.-J.S.-S.; methodology, L.R.-G., O.-J.S.-S., H.R.-T. and J.-P.O.-O.; software, A.B.-M. and O.G.-P.; validation, A.B.-M., M.-O.O.-O. and O.G.-P.; formal analysis, L.R.-G. and O.-J.S.-S.; investigation, L.R.-G. and O.-J.S.-S.; writing—original draft preparation, writing—review and editing, all authors; project administration, funding acquisition, L.R.-G. and O.-J.S.-S. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research received no external funding.

Institutional Review Board Statement: Not applicable.

Informed Consent Statement: Not applicable.

Data Availability Statement: Data have been included in this paper.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References

1. Thanh, H.L.N.N.; Hong, S.K. Quadcopter robust adaptive second order sliding mode control based on PID sliding surface. *IEEE Access* **2018**, *6*, 66850–66860. [\[CrossRef\]](#)
2. Ononiwu, G.; Onojo, O.; Ozioko, O.; Nosiri, O. Quadcopter design for payload delivery. *J. Comput. Commun.* **2016**, *4*, 1–12. [\[CrossRef\]](#)
3. Duggal, V.; Sukhwani, M.; Bipin, K.; Syamasundar Reddy, G.; Madhava Krishna, K. Plantation monitoring and yield estimation using autonomous quadcopter for precision agriculture. In Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Stockholm, Sweden, 16–21 May 2016; pp. 5121–5127.
4. Mogili, U.R.; Deepak, B. Review on application of drone systems in precision agriculture. *Procedia Comput. Sci.* **2018**, *133*, 502–509. [\[CrossRef\]](#)
5. Kuantama, E.; Tarca, R.; Dzitac, S.; Dzitac, I.; Vesselenyi, T.; Tarca, I. The design and experimental development of air scanning using a sniffer Quadcopter. *Sensors* **2019**, *19*, 3849. [\[CrossRef\]](#) [\[PubMed\]](#)
6. Rudin, K.; Hua, M.D.; Ducard, G.; Bouabdallah, S. A robust attitude controller and its application to quadrotor helicopters. *IFAC Proc. Vol.* **2011**, *44*, 10379–10384. [\[CrossRef\]](#)
7. Ramirez-Rodriguez, H.; Parra-Vega, V.; Sanchez-Orta, A.; Garcia-Salazar, O. Robust backstepping control based on integral sliding modes for tracking of quadrotors. *J. Intell. Robot. Syst.* **2014**, *73*, 55–66. [\[CrossRef\]](#)
8. Peng, C.; Bai, Y.; Gong, X.; Gao, Q.; Zhao, C.; Tian, Y. Modeling and robust backstepping sliding mode control with Adaptive RBFNN for a novel coaxial eight-rotor UAV. *IEEE/CAA J. Autom. Sin.* **2015**, *2*, 56–64.
9. Zhao, Y.; Sun, X.; Wang, G.; Fan, Y. Adaptive Backstepping Sliding Mode Tracking Control for Underactuated Unmanned Surface Vehicle With Disturbances and Input Saturation. *IEEE Access* **2021**, *9*, 1304–1312. [\[CrossRef\]](#)
10. Kim, N.S.; Kuc, T.Y. Sliding Mode Backstepping Control for Variable Mass Hexa-Rotor UAV. In Proceedings of the 2020 20th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), Busan, Korea, 13–16 October 2020; pp. 873–878.
11. García, O.; Ordaz, P.; Santos-Sánchez, O.J.; Salazar, S.; Lozano, R. Backstepping and Robust Control for a Quadrotor in Outdoors Environments: An Experimental Approach. *IEEE Access* **2019**, *7*, 40635–40648. [\[CrossRef\]](#)
12. Colorado, J.D.; Cera-Bornacelli, N.; Caldas, J.S.; Petro, E.; Rebolledo, M.C.; Cuellar, D.; Calderon, F.; Mondragon, I.F.; Jaramillo-Botero, A. Estimation of nitrogen in rice crops from UAV-captured images. *Remote Sens.* **2020**, *12*, 3396. [\[CrossRef\]](#)
13. Cabecinhas, D.; Cunha, R.; Silvestre, C. A nonlinear quadrotor trajectory tracking controller with disturbance rejection. *Control Eng. Pract.* **2014**, *26*, 1–10. [\[CrossRef\]](#)
14. Vallejo-Alarcón, M.A.; Castro-Linares, R. Robust backstepping control for highly demanding quadrotor flight. *Control Eng. Appl. Inform.* **2020**, *22*, 51–62.
15. Aboudonia, A.; El-Badawy, A.; Rashad, R. Active anti-disturbance control of a quadrotor unmanned aerial vehicle using the command-filtering backstepping approach. *Nonlinear Dyn.* **2017**, *90*, 581–597. [\[CrossRef\]](#)
16. Zhang, J.; Gu, D.; Deng, C.; Wen, B. Robust and adaptive backstepping control for hexacopter UAVs. *IEEE Access* **2019**, *7*, 163502–163514. [\[CrossRef\]](#)
17. Dhadekar, D.D.; Sanghani, P.D.; Mangrulkar, K.; Talole, S. Robust control of quadrotor using uncertainty and disturbance estimation. *J. Intell. Robot. Syst.* **2021**, *101*, 1–21. [\[CrossRef\]](#)
18. Xuan-Mung, N.; Hong, S.K.; Nguyen, N.P.; Le, T.L. Autonomous quadcopter precision landing onto a heaving platform: New method and experiment. *IEEE Access* **2020**, *8*, 167192–167202. [\[CrossRef\]](#)
19. Derrouaoui, S.H.; Bouzid, Y.; Guiatni, M. Nonlinear robust control of a new reconfigurable unmanned aerial vehicle. *Robotics* **2021**, *10*, 76. [\[CrossRef\]](#)

20. de Morais, G.A.; Marcos, L.B.; Bueno, J.N.A.; de Resende, N.F.; Terra, M.H.; Grassi, V., Jr. Vision-based robust control framework based on deep reinforcement learning applied to autonomous ground vehicles. *Control Eng. Pract.* **2020**, *104*, 104630. [[CrossRef](#)]
21. Castillo, P.; Muñoz, L.; Santos, O. Robust control algorithm for a rotorcraft disturbed by crosswind. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **2014**, *50*, 756–763. [[CrossRef](#)]
22. Li, C.; Zhang, Y.; Li, P. Full control of a quadrotor using parameter-scheduled backstepping method: Implementation and experimental tests. *Nonlinear Dyn.* **2017**, *89*, 1259–1278. [[CrossRef](#)]
23. Mokhtari, M.R.; Cherki, B. A new robust control for minirotorcraft unmanned aerial vehicles. *ISA Trans.* **2015**, *56*, 86–101. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
24. Mejias, L.; Diguët, J.P.; Dezan, C.; Campbell, D.; Kok, J.; Coppin, G. Embedded computation architectures for autonomy in Unmanned Aircraft Systems (UAS). *Sensors* **2021**, *21*, 1115. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
25. López-Labra, H.A.; Santos-Sánchez, O.J.; Rodríguez-Guerrero, L.; Ordaz-Oliver, J.P.; Cuvas-Castillo, C. Experimental results of optimal and robust control for uncertain linear time-delay systems. *J. Optim. Theory Appl.* **2019**, *181*, 1076–1089. [[CrossRef](#)]
26. Khalil, H.K. *Nonlinear Systems*, 3rd ed.; Prentice Hall: Hoboken, NJ, USA, 1996.
27. Hock, J.; Kranz, J.; Renfro, B. Studies on the epidemiology of the tar spot disease complex of maize in Mexico. *Plant Pathol.* **1995**, *44*, 490–502. [[CrossRef](#)]
28. Velusamy, P.; Rajendran, S.; Mahendran, R.K.; Naseer, S.; Shafiq, M.; Choi, J.G. Unmanned Aerial Vehicles (UAV) in precision agriculture: Applications and challenges. *Energies* **2021**, *15*, 217. [[CrossRef](#)]
29. Kitpo, N.; Inoue, M. Early rice disease detection and position mapping system using drone and IoT architecture. In Proceedings of the 2018 12th South East Asian Technical University Consortium (SEATUC), Yogyakarta, Indonesia, 12–13 March 2018; Volume 1, pp. 1–5.
30. Görlich, F.; Marks, E.; Mahlein, A.K.; König, K.; Lottes, P.; Stachniss, C. UAV-based classification of cercospora leaf spot using RGB images. *Drones* **2021**, *5*, 34. [[CrossRef](#)]
31. Castillo, P.; Lozano, R.; Dzul, A. *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*, 1st ed.; Springer: London, UK, 2005.
32. Lozano, R. *Unmanned Aerial Vehicles: Embedded Control*, 1st ed.; Wiley-ISTE: London, UK, 2010.
33. Bouabdallah, S.; Siegwart, R. Full control of a quadrotor. In Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San Diego, CA, USA, 29 October–2 November 2007; pp. 153–158.
34. Svacha, J.; Mohta, K.; Kumar, V. Improving quadrotor trajectory tracking by compensating for aerodynamic effects. In Proceedings of the 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Miami, FL, USA, 13–16 June 2017; pp. 860–866.
35. Santos, O.; Romero, H.; Salazar, S.; Garcia, O. Optimized Discrete Control Law for Quadrotor Stabilization: Experimental Results. *J. Intell. Robot. Syst.* **2016**, *84*, 67–81. [[CrossRef](#)]
36. GoPro-Cameras. GoPro Inc. June 2022. Available online: <https://gopro.com/en/us/shop/cameras/hero8-black/CHDHX801-master.html> (accessed on 30 June 2022).
37. Kaganami, H.G.; Beiji, Z. Region-based segmentation versus edge detection. In Proceedings of the 2009 Fifth International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing, Kyoto, Japan, 12–14 September 2009; pp. 1217–1221.

REGULAR ARTICLE

Robust Linear Discrete Control for a Hexacopter: Experimental Results

Omar Santos | Hugo Romero | Patricio Ordaz | Alejandro Benitez | Mario Ordaz*

¹CITIS-ICBI, Autonomous Hidalgo State University, Hidalgo, México

Correspondence

*Mario-Oscar Ordaz-Oliver is with Research Center on Technology of Information and Systems (CITIS) of the Autonomous University of Hidalgo State (UAEH), Email: mario.o.ordaz.oliver@gmail.com

Summary

This paper presents a discrete-time robust linear control for tracking a hexacopter trajectory in the presence of external disturbances. The control of multi-rotor type unmanned aerial vehicles (UAV) has recently stood out due to its numerous applications, for example, in crop spraying in precision agriculture. The control of the UAV is required to have the necessary robustness to reject disturbances and dynamic uncertainties. To achieve that goal, the robust discrete-time control action is designed in two stages. The aim of the first one, is use the solution of difference Riccati-equation to guarantee the system stability in optimal sense. The second is to provide system robustness when external disturbances and uncertain dynamics are present. Furthermore, system asymptotic stability is derived using the Lyapunov stability theory for discrete linear systems. Finally, to illustrate the effectiveness of the presented control law, experimental results of the hexacopter flight are provided.

KEYWORDS:

Hexacopter, stability, UAV's, disturbances, discrete-time system, uncertainties, robust control.

1 | INTRODUCTION

Nowdays, unmanned aerial vehicles (UAV's) have been the subject of study for the control community, due to the large number of applications, such as monitoring and inspection of areas with limited access, biodiversity conservation, in the aerial inspection and chemical spraying of crops, in the monitoring of energy facilities and pipelines, as well as for the monitoring of air quality, as Tyokumbur, E. T.²⁵ and Sanca, A. S.²⁵ mentions, the challenge they present for automatic control. The different applications of automatic control in unmanned aerial vehicles, lead to the analysis of the problems that this may present. The main problems which highlights Tripolitsiotis, A.,²⁴ facing the control design for UAV's are the autonomy of operating time and the robustness that the controller offers to the system to external disturbances generated by wind currents. UAV's multirotor type has captured the attention since they offer some important advantages over other aircraft. An unmanned aerial vehicle with a greater number of motors allows the movement of larger loads, that is to say, greater power and in counterpart a greater energy consumption, this reduces the time of autonomy. According to Arellano-Muro, C.A.,⁴ the configuration of a hexacopter and its number of motors allows a better load distribution in its structure, as well as the transport of objects with greater mass concerning UAV's of smaller numbers of motors.

⁰**Abbreviations:** BEC, battery eliminator circuit; DOF, degrees of freedom; ENU, East-North-Up; ESC, electronic speed controller; FC, flight controller; LQR, linear quadratic regulator; UAV, unmanned aerial vehicles; USV, unmanned surface vehicles; PD, proportional derivative.

Generally, the dynamic model of a UAV's is studied by obtaining the Euler-Lagrange equations, subsequently and under some assumptions, the principle of separation of dynamics into subsystems is used to be controlled. To solve some of the problems associated with the control of UAV's and especially the hexacopter, different solutions have been proposed, for example, Rajappa, S.,²¹ proposes the idea of a different architecture to the traditional one, in which the propellers are inclined and controlled using a linearizing feedback; Durham, W. C.¹⁰ studies the problem of minimization, based on the idea of assigning several controls for the generation of specific moments of the axis of the body in the unmanned aerial vehicle; Alaimo, A.³ employing a linear quadratic regulator performs the tuning of a PD controller and a PID for height control tasks, the tuning of these controllers allows the hexacopter to be stabilized by reducing the steady-state error to zero; Pose, C. D.²⁰ proposes an optimal control that minimizes the force exerted by the motors, this idea contemplates a dynamic hexacopter system with an architecture in which the propellers are inclined (similar to that considered by Rajappa, S.²¹). Such optimal control applied to this architecture allows improvement of the maneuverability of the system since it contemplates different actuators restrictions. Falconi, G. P.¹¹ work presents an adaptive backstepping control, which tolerates different disturbances and considers a linear model for the actuators. The purpose of this control is to avoid the use of online optimization techniques and provide robustness to the propulsion system against external disturbances; Busarakum, S.⁸ presents the design of a controller with sliding modes on the dynamic model of a hexacopter for the task of altitude control. The main feature of this controller is its insensitivity to external disturbances and uncertainties in the parameters. The idea presented in this work is designed using the stability analysis of Lyapunov, to guarantee system stability. Artale, V.⁵ through a neural network approximates the mathematical model and control for a UAV's suitable for stabilization and trajectory tracking tasks. Ao Bai,⁷ discusses trajectory tracking along with yaw angle control for a quadrotor UAV. The same that contemplates non-modeled parametric and dynamic disturbances. The control proposal of⁷ consists of a robust method of L_2 gain based on the dissipation theory that allows to show that the errors have a uniform ultimate limit, for this it makes a decomposition of the UAV dynamics in subsystems to control position and height separately and present a couple of simulations to numerically validate their proposal. Mohammad Javad Mahmood-abadi¹⁷ in his work proposes a robust adaptive backstepping controller, used to stabilize a UAV in which a strong coupling and highly non-linear dynamics are contemplated. Using the descending gradient method and sliding modes, they adjust the controller parameters to improve the UAV's response to disturbances and uncertainties in the model. Later he uses an optimization algorithm to reduce both the error and the energy consumption and presents the experimental results of his proposal; Ghulam E Mustafa Abro¹ in his contribution presents the design of an intelligent controller for trajectory following tasks for a quadrotor UAV. Obtaining the nonlinear dynamics of UAVs with the Newton Euler method, they propose a state observer, given that the UAV by nature is an underactuated system. The proposed control for height is designed by means of fuzzy based sliding modes, while the position control is obtained by means of hyperbolic functions. The authors present the numerical validation of their proposal; Chengxing Lv¹⁶ proposes an energy-based control by perturbation observers, which optimizes the energy and improves the performance of USVs in trajectory-following tasks, subject to unknown environmental perturbations. Initially, an observer is built that estimates the disturbances and the control based on the observed energy allows the exponential convergence of the error to zero. The author presents a comparative study of simulation results to validate his contribution; Pengyuan Shao²³ in his paper applies a model based on the variation of the linear parameters together with a structural PID controller robustly penalized in its proportional part for flapping wing UAVs. The proposal developed is capable of capturing the response of the original nonlinear model with a lower error than the Jacobian method for linearization. The numerical results allow the author to establish the conditions so that the designed controller can maintain stable flights in practice with satisfactory robustness and performance. Notice that, according to the authors mentioned, the results reported in the literature do not consider the implementation on the hexacopter of their control laws, presenting only results in simulation, where the mathematical model is a time-domain continuous. In addition to the fact that its main motivation differs from providing robustness to the control system, an important objective in any task in external environments that can be assigned to hexacopter type UAV's;

In this article, a robust linear control of a discrete nature is experimentally validated for linear systems subject to external disturbances, which has two terms linked to state feedback, one arbitrarily chosen and the other that provides robustness to the system against disturbances. This controller is implemented on a hexacopter type UAV whose dynamics are divided into subsystems, linearized and discretized around a fixed point, while still being a centralized control system. The penalty of the controller parameters for the robust term could be solved in different ways. Thus, the main contributions are summarized as follows:

- Using an exact linearization in the dynamics of the hexacopter, it is possible to use a discrete robust controller of a linear nature, implementing it in each of the subsystems in a centralized way, to control position and altitude.

- The use of a discrete LQR controller in the first term of the implemented control law, penalizes a performance index that guarantees stability in the optimal sense and at the same time asymptotic stability in the second, since it defines the matrix P that is a parameter of the term of robust control and gives solution to the Lyapunov equation in discrete time used in its synthesis.
- The control law gives the hexacopter robustness in autonomous and non-autonomous flights, allowing the operator to carry out complex maneuvers manually, given the contribution of orientation control.

The document is organized as follows: Section 1 shows an introduction to the topic covered in this work and the related documents published previously. In Section 2, applying the Newton-Euler method, the dynamic model of the hexacopter is obtained, which is divided into subsystems, which are discretized around a fixed point with the definition of the Euler derivative. This with the intention of having separate control over both x , y , z positions, and roll, pitch and yaw angles. The synthesis of discrete robust linear control considering external perturbations and uncertainties is reported in Section 3. Next, Section 4 describes the experimental platform, while Section 5 deals with the numerical and experimental results. Finally, the conclusions are given in Section 6.

2 | DYNAMIC MODEL

The hexacopter depicted in Figure 3, is a multi-rotor aircraft system that consists of 6 rotors. Traditionally, the mathematical model is consist of two parts. First one, defined by (x, y, z) denote the translational part, the second one is defined by the East-North-Up (ENU) coordinates. In this work, the considered mathematical model of multi-rotor aerial vehicle, is the proposed by Alaimo, A.², Arellano-Muro⁴ and Moussid¹⁸, and it is the following:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{u(\sin\theta\sin\psi + \cos\psi\sin\phi\cos\theta)}{m} \\ \ddot{y} &= \frac{u(-\cos\psi\sin\theta + \sin\psi\sin\phi\cos\theta)}{m} \\ \ddot{z} &= \frac{u(\cos\phi\cos\theta)}{m} - g\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x}\Omega + \frac{l}{I_x}\tau_\theta \\ \ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y}\Omega + \frac{l}{I_y}\tau_\phi \\ \ddot{\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta}\frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z}\tau_\psi\end{aligned}\quad (2)$$

where I_x, I_y, I_z representing the inertia of the body, J_p define the rotor-propeller inertia, $m = 1.7118\text{kg}$ is the mass of unmanned aerial vehicle (UAV), $\Omega = \omega_4 + \omega_2 + \omega_5 - \omega_1 - \omega_6 - \omega_3$, with ω_i are the angular speeds of the motors i , and $\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ are the torques that allow performing the swing-lift-turn movements defined below

$$\begin{aligned}\tau_\phi &= l(f_1 + f_5 - f_6 - f_2)\cos 30^\circ \\ \tau_\theta &= l(f_3 - f_4 + \sin 30^\circ(f_5 - f_1 + f_2 - f_6)) \\ \tau_\psi &= c(f_1 + f_6 + f_3 - f_4 - f_2 - f_5),\end{aligned}\quad (3)$$

where f_i is described as $f_i = k_i\omega_i^2$, $k_i = 1$ are positive constants, which refers to the scaling between the angular speed of the motor and the linear force produced, associated in this case with the thrust, $c = 0.5N$ is a constant parameter which refers to the scaling factor of force against moment, in this case it is related to the drag, and $l = 267.5\text{mm}$ is the center of mass length for each motor.

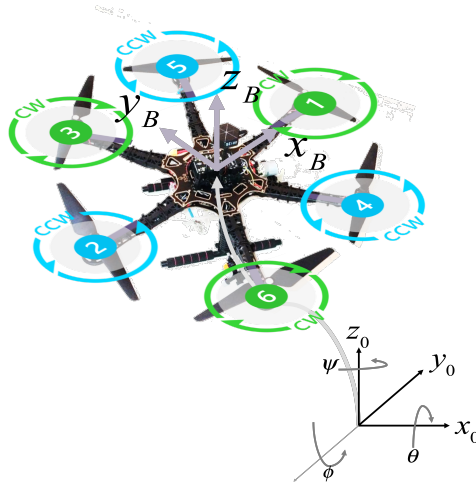


FIGURE 1 Coordinate frames in hexacopter.

To write, system (1)-(2) in the standard nonlinear system representation, consider next variable change $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = y$, $x_4 = \dot{y}$, $x_5 = z$, $x_6 = \dot{z}$, $x_7 = \theta$, $x_8 = \dot{\theta}$, $x_9 = \phi$, $x_{10} = \dot{\phi}$, $x_{11} = \psi$, $x_{12} = \dot{\psi}$, the inputs $u_1 = u$, $u_2 = \tau_\theta$, $u_3 = \tau_\phi$, $u_4 = \tau_\psi$, $u_5 = \Omega$. In this way and with the equations that describe the translational dynamics of the hexacopter defined by the equation (1) it is noted that the equation (2) can be expressed as follows:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= \frac{u_1 (\sin(x_7) \sin(x_{11}) + \cos(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m} \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= \frac{u_1 (-\cos(x_{11}) \sin(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m} \\
 \dot{x}_5 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= \frac{u_1 (\cos(x_9) \cos(x_7))}{m} - g \\
 \dot{x}_7 &= x_8 \\
 \dot{x}_8 &= x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x} u_5 + \frac{l}{I_x} u_2 \\
 \dot{x}_9 &= x_{10} \\
 \dot{x}_{10} &= x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y} u_5 + \frac{l}{I_y} u_3 \\
 \dot{x}_{11} &= x_{12} \\
 \dot{x}_{12} &= x_{10} x_8 \frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4
 \end{aligned} \tag{4}$$

Notice that, the above dynamical model can be written in subsystems z , ψ , $x - \phi$ and $y - \theta$. Therefore, these subsystems remain as:

$$z = \begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{u_1 (\cos(x_9) \cos(x_7))}{m} - g \end{cases}$$

$$\psi = \begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = x_{10} x_8 \frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 x - \theta &= \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{u_1 (\sin(x_7) \sin(x_{11}) + \cos(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m} \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x} x_8 u_5 + \frac{l}{I_x} u_2 \end{cases} \\
 y - \phi &= \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{u_1 (-\cos(x_{11}) \sin(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))}{m} \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y} x_{10} u_5 + \frac{l}{I_y} u_3 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Proposing the controls u'_2 , u'_3 , u'_4 and u_5 as:

$$\begin{aligned}
 u'_2 &= -\frac{I_x}{l} \left(x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{1}{I_x} - u_2 \right) \\
 u'_3 &= -\frac{I_y}{l} \left(x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{1}{I_y} - u_3 \right) \\
 u'_4 &= -\frac{I_z}{l} \left(x_{10} x_8 \frac{(I_y - I_x)}{I_z} - u_4 \right) \\
 u_5 &= \frac{1}{J_p}
 \end{aligned} \tag{6}$$

On the other hand, the u_1 control is proposed as follows:

$$u_1 = \frac{m}{\cos(x_9) \cos(x_7)} (v + g) \tag{7}$$

and substituting this expression in the equation (5), an exact system linearization is achieved by means of states feedback, obtaining the following form for each subsystem:

$$\begin{aligned}
 z &= \begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = v \end{cases} \\
 \psi &= \begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = u_4 \end{cases} \\
 x - \theta &= \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \left(\tan(x_7) \frac{\sin(x_{11})}{\cos(x_9)} + \cos(x_{11}) \tan(x_9) \right) (v + g) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = u_2 \end{cases} \\
 y - \phi &= \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \left(-\frac{\cos(x_{11})}{\cos(x_9)} \tan(x_7) + \sin(x_{11}) \tan(x_9) \right) (v + g) \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = u_3 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{8}$$

Next, by using Euler's method

$$x_{i+1}(k) = \frac{x_i(k+1) - x_i(k)}{h} \tag{9}$$

to obtain the discrete-time dynamics of subsystems described in (8). Thus, following discrete-time subsystems are attached. Subsystems z and ψ are given by:

$$\begin{aligned}
 z(k) &= \begin{cases} x_5(k+1) = hx_6(k) + x_5(k) \\ x_6(k+1) = hv(k) + x_6(k) \end{cases} \\
 \psi(k) &= \begin{cases} x_{11}(k+1) = hx_{12}(k) + x_{11}(k) \\ x_{12}(k+1) = hu'_4(k) + x_{12}(k) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{10}$$

subsystem $x(k) - \theta(k)$ discretely is written as:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= hx_2(k) + x_1(k) \\ x_2(k+1) &= h \left(\begin{array}{c} \tan(x_7(k)) \frac{\sin(x_{11}(k))}{\cos(x_9(k))} \\ + \cos(x_{11}(k)) \tan(x_9(k)) \end{array} \right) (v(k) + g) + x_2(k) \\ x_7(k+1) &= hx_8(k) + x_7(k) \\ x_8(k+1) &= hu_2(k) + x_8(k) \end{aligned}$$

subsystem $y(k) - \phi(k)$ discretely is written as:

$$\begin{aligned} x_3(k+1) &= hx_4(k) + x_3(k) \\ x_4(k+1) &= h \left(\begin{array}{c} -\frac{\cos(x_{11}(k))}{\cos(x_9(k))} \tan(x_7(k)) \\ + \sin(x_{11}(k)) \tan(x_9(k)) \end{array} \right) (v(k) + g) + x_4(k) \\ x_9(k+1) &= hx_{10}(k) + x_9(k) \\ x_{10}(k+1) &= hu_3(k) + x_{10}(k) \end{aligned}$$

Just notice that, previous subsystems representation can be represented in the standard linear discrete-time representation, in the way García, O., Santos, O.¹² uses it:

$$x(k+h) = Ax(k) + Bu(k) \quad (11)$$

Where the subsystem $z(k)$ is rewritten as:

$$\begin{bmatrix} x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} v(k) \quad (12)$$

and the subsystem $\psi(k)$ in the form (11) is rewritten as:

$$\begin{bmatrix} x_{11}(k+1) \\ x_{12}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(k) \\ x_{12}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} u_4(k) \quad (13)$$

in the subsystems $x(k) - \theta(k)$ and $y(k) - \phi(k)$ some nonlinearities are evident. Due to this and the characteristics of the control to be implemented, a linearization of these subsystems is performed around the stable equilibrium, that is, at the origin. For example, in the subsystem $x(k) - \theta(k)$, the variable

$$x_1(k+1) = hx_2(k) + x_1(k)$$

linearized at the origin, it remains as:

$$x_1(k+1) = x_1(k)$$

Thus, the representation in state space of the discrete-time subsystem $x(k) - \theta(k)$, linearized at the origin is:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_7(k+1) \\ x_8(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & hg & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_7(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix} u_2(k) \quad (14)$$

and the corresponding linearization for the subsystem $y(k) - \phi(k)$ is:

$$\begin{bmatrix} x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_9(k+1) \\ x_{10}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & h & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -hg \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_9(k) \\ x_{10}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix} u_3(k) \quad (15)$$

On the other hand, the non-linear form of the subsystem $x(k) - \theta(k)$ can be rewritten as:

$$\bar{x}(k+1) = f_0(\bar{x}(k)) + f_1(\bar{x}(k))\bar{u}(k)$$

where

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_7(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix}, \quad f_1(\bar{x}(k)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -h \frac{\tan(x_9(k))}{\cos(x_7(k))} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & h \end{bmatrix},$$

$$\bar{u}(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ u_3(k) \end{bmatrix}$$

$$f_0(\bar{x}(k)) = \begin{bmatrix} x_1(k) + hx_2(k) \\ x_2(k) - hg \frac{\tan(x_9(k))}{\cos(x_7(k))} \\ x_7(k) + hx_8(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix}$$

where $k = 0, 1, \dots, N$, with sampling time h .

The controller presented in this document is based on the main idea that the subsystems are linear (using exact linearization or assumptions about the orientation angles, then the control capacity is verified in the local sense). Theoretically, the synthesized controllers could be applied without restrictions on the initial conditions and stable points, however, under the assumption that the models are linear, in practice it is not so. In order to validate this, an experimental study is conducted.

3 | LINEAR ROBUST CONTROL DESIGN

It is important to mention that the design of the control law presented here, is based directly on Chen, Y. H.⁹ and is applied to the linearized dynamics of a hexacopter. To the best of the authors knowledge this control law is reported in the literature but has never been experimentally tested.

To this end, consider the discrete-time difference equation (11), with disturbances as:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Cv(x(k), \sigma(k), k), \quad (16)$$

with $x(k_0) = x_0$, where $k \in \mathbf{K} := \{0, 1, 2, \dots\}$, the state $x(k) \in \mathbb{R}^n$, the control $u(k) \in \mathbb{R}^m$, the disturbance $v(\sigma(k)) \in \mathbb{R}^p$ and the uncertainties $\sigma(k) \in \mathbb{R}^s$. The matrices A , B and C are of appropriate dimensions. The value of mapping $\sigma(\cdot)$ is unknown. Hereafter, for the system (16), next assumptions are considered to be fulfilled, see for example Chen, Y. H.⁹:

Assumption 1. The pair (A, B) is stabilizable. That is, there is a constant gain matrix $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$, such that all eigenvalues of $\bar{A} = A + BK$ are strictly within the unit circle.

Assumption 2. The matrix B is of full rank: $\text{rank}(B) = m$.

Assumption 3. The mapping $v(\cdot)$ is continuous.

Assumption 4. There is a prescribed compact set $\Sigma \in \mathbb{R}^s$, such that $\sigma(k) \in \Sigma \forall k$.

Assumption 5. There is a matrix D , such that:

$$C = BD.$$

In addition, there is a constant $\gamma_1 > 0$, such that for all $x \in \mathbb{R}^n$, $\sigma \in \Sigma$, $k \in \mathbf{K}$, as mentioned by Khalil, H.K.¹⁵:

$$\|v(x, \sigma, k)\| \leq \gamma_1 \|x\|. \quad (17)$$

The objective is to design a control law $u(k)$ that is linear at $x(k)$, such that the resulting solution of the closed-loop system is asymptotically stable.

The control design is only based on the possible level of uncertainty (in this case Σ). For the uncertain system (16), the following control scheme is proposed by Chen, Y. H.⁹.

$$u(k) = Kx(k) - \gamma B^T P \bar{A} x(k) \quad (18)$$

where $P > 0$ is the only solution of the Lyapunov equation for discrete-time linear systems

$$A^T P A - P + Q = 0 \quad (19)$$

with $Q > 0$ and $\gamma \geq 0$.

Note. The control scheme (18) consists of two parts: $Kx(k)$ and $-\gamma B^T P \bar{A}x(k)$. The first to stabilize the nominal system, that is $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$, while the second part is destined to offset the effect due to uncertainties.

Theorem 1. Consider the uncertain discrete-time system (16). Assume that the above assumptions are fulfilled. The control scheme (18) makes the system asymptotically stable if $\gamma > 0$ and

$$2\gamma\lambda_{\min}(Q) > 2\gamma\lambda_{\max}(B^T P B) [\gamma \|B^T P \bar{A}x\| + \gamma_1 \|D\| \|x\|]^2 + \gamma_1 \|D\|^2$$

Proof. Given the candidate Lyapunov function in the form:

$$V(x(k)) = x^T(k) P x(k) \quad (20)$$

with the system (16) and equation (20), it has to be for each $\sigma(\cdot)$:

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= \begin{bmatrix} Ax(k) \\ +Bu(k) \\ +Cv(x(k), \sigma(k), k) \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} Ax(k) \\ +Bu(k) \\ +Cv(x(k), \sigma(k), k) \end{bmatrix} \\ &\quad - x^T(k) P x(k) \end{aligned}$$

that is $\Delta V(x(k))$ or ΔV is

$$\begin{aligned} \Delta V &= [Ax + Bu + BDv]^T P [Ax + Bu + BDv] \\ &\quad - x^T P x, \\ \Delta V &= \begin{bmatrix} Ax \\ +B(Kx - \gamma B^T P \bar{A}x) \\ +BDv \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} Ax \\ +B(Kx - \gamma B^T P \bar{A}x) \\ +BDv \end{bmatrix} \\ &\quad - x^T P x. \end{aligned}$$

Considering for the nominal system $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$, ΔV has the form:

$$\Delta V = [Ax + Bu]^T P [Ax + Bu] - x^T P x$$

and $u = Kx$, in this way, thereby, so:

$$\begin{aligned} \Delta V &= [Ax + BKx]^T P [Ax + BKx] - x^T P x, \\ \Delta V &= x^T \bar{A}^T P \bar{A} x - x^T P x \\ \Delta V &= x^T [\bar{A}^T P \bar{A} - P] x, \end{aligned}$$

that satisfies the equation (19), therefore:

$$\Delta V = -x^T Q x,$$

for the nominal system.

Therefore ΔV for the disturbed system (16) can be written as:

$$\begin{aligned} \Delta V &= -x^T Q x \\ &+ [B(-\gamma B^T P \bar{A}x + Dv)]^T P [B(-\gamma B^T P \bar{A}x + Dv)] \\ &+ 2x^T \bar{A}^T P B (-\gamma B^T P \bar{A}x + Dv). \end{aligned} \quad (21)$$

For the first term of the previous equation, Rayleigh's inequality can be applied, which states that:

$$\lambda_{\min}(M) \|x\|^2 \leq x^T M x \leq \lambda_{\max}(M) \|x\|^2,$$

and is applicable for any real symmetric matrix. Therefore

$$-x^T Q x \leq -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2.$$

Now, for the second term of (21), it has

$$\begin{aligned} & [B(-\gamma B^T P \bar{A} x + Dv)]^T P [B(-\gamma B^T P \bar{A} x + Dv)] \\ & \leq \lambda_{\max}(B^T P B) \|\gamma B^T P \bar{A} x + Dv\|^2 \\ & \leq \lambda_{\max}(B^T P B) \left[\begin{array}{l} (\gamma \|B^T P \bar{A}\| \|x\|)^2 \\ + \gamma_1^2 \|D\|^2 \|x\|^2 \\ + 2\gamma\gamma_1 \|B^T P \bar{A} D\| \|x\|^2 \end{array} \right] \\ & := \eta_2(\gamma) \|x\|^2 \end{aligned}$$

where

$$\eta_2(\gamma) := \lambda_{\max}(B^T P B) [\gamma \|B^T P \bar{A}\| + \gamma_1 \|D\|]^2$$

This reveals the negative contribution of the control law (18) on ΔV , allowing to define the asymptotic stability of the system (16). Analyzing the last term on the right side of the equation (21) for the equation (18), it turns out that:

$$2x^T \bar{A}^T P B (-\gamma B^T P \bar{A} x + Dv) = -2\gamma x^T \bar{A}^T P B B^T P \bar{A} x$$

$$+ 2x^T \bar{A}^T P B D v$$

$$\leq -2\gamma \|B^T P \bar{A}\|^2 \|x\|^2 + 2\gamma_1 \|B^T P \bar{A} D\| \|x\|^2$$

proposing the variables $\rho_1 = \|B^T P \bar{A} x\|$ and $\rho_2 = \gamma_1 \|D\| \|x\|$, the previous equation is rewritten as:

$$-2\gamma \rho_1^2 + 2\rho_1 \rho_2 = 2\gamma \left[-\rho_1^2 + \frac{2\rho_1 \rho_2}{2\gamma} \right],$$

Now, the variables $\Lambda = \frac{\rho_2}{2\gamma}$ and $\Pi = \rho_1$ are defined and it is known that $0 \leq (\Lambda - \Pi)^2 = \Lambda^2 - 2\Pi\Lambda + \Pi^2$, then:

$$0 \leq \Lambda^2 - 2\Pi\Lambda + \Pi^2,$$

$$2\Pi\Lambda - \Pi^2 \leq \Lambda^2$$

and substituting the values of Λ and Π is obtained

$$2\gamma \left[2\frac{\rho_1 \rho_2}{2\gamma} - \rho_1^2 \leq \left(\frac{\rho_2}{2\gamma} \right)^2 \right],$$

$$2\gamma \left[-\rho_1^2 + 2\frac{\rho_1 \rho_2}{2\gamma} \right] \leq \frac{\gamma \rho_2^2}{2\gamma^2},$$

$$-2\gamma \rho_1^2 + 2\rho_1 \rho_2 \leq \frac{\rho_2^2}{2\gamma}$$

and substituting the values of ρ_1 and ρ_2 in the previous equation, it is rewritten as

$$-2\gamma \|B^T P \bar{A} x\|^2 \|x\|^2 + 2\gamma_1 \|B^T P \bar{A} D\| \|x\|^2 \leq \frac{\gamma_1^2 \|D\|^2 \|x\|^2}{2\gamma}$$

$$\frac{\gamma_1^2 \|D\|^2 \|x\|^2}{2\gamma} := \delta_2(\gamma) \|x\|^2$$

where:

$$\delta_2(\gamma) := \frac{\gamma_1^2 \|D\|^2}{2\gamma},$$

the above, we have:

$$\Delta V \leq -(\lambda_{\min}(Q) - \eta_2 - \delta_2) \|x\|^2,$$

$$\lambda_{\min}(Q) - \eta_2 - \delta_2 = \lambda_{\min}(Q)$$

$$-\lambda_{\max}(B^T P B) [\gamma \|B^T P \bar{A}\| + \gamma_1 \|D\|]^2 - \frac{\gamma_1^2 \|D\|^2}{2\gamma} > 0$$

then

$$2\gamma\lambda_{\min}(Q) > 2\gamma\lambda_{\max}(B^T P B) [\gamma \|B^T P \bar{A}\| + \gamma_1 \|D\|]^2 + \gamma_1^2 \|D\|^2.$$

This demonstrates that ΔV is defined negatively in a region outside a sphere centered at the origin. That is, the asymptotic stability of the system (16) under the control action (18) is concluded. \square

The term $Kx(k)$ in the control law (18), which is applied to stabilize the nominal system, is obtained by means of a linear quadratic regulator and in this case it minimizes a performance index J , given by:

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} (x^T(k) Q x + u^T(k) R u(k)) \quad (22)$$

where the Q and R matrices with appropriate dimensions are used to penalize the state's convergence speed and energy consumption respectively, mentioned by Kirk, D. E.¹⁴ and Athans, M.⁶.

The following section presents the experimental results, the conditions and circumstances under which the flight is performed with the control action (18).

4 | EXPERIMENTAL PLATFORM

The dynamics of the hexacopter has a movement of 6 degrees of freedom (DOF), three for angular orientation and three for position. The experimental platform used allows angular movement in roll, pitch and yaw angles (θ , ϕ and ψ) and displacements along the x , y , z axes. The coordinated control of the six rotors ($f_1 + f_3 + f_6$) – ($f_2 + f_4 + f_5$) increase the desired z altitude, x motion is produced by changing ($f_1 + f_4 + f_5$) – ($f_2 + f_3 + f_6$) and y motion is produced by changing ($f_2 + f_5$) – ($f_4 + f_6$).

The platform that was used for testing was built on the generic "S550" airframe made of carbon fiber and 535mm wheelbase. A "Pixhawk "2.4.8" flight controller was mounted on this chassis, which is based on a 32-bit ARM Cortex M4 core with an FPU processor running at 168Mhz with 256 Kb of RAM and 2MB of Flash memory. internally of an integrated inertial unit, composed of two accelerometers, two 14-bit resolution magnetometers, a 16-bit gyroscope and a MS5611-01ba barometer with 10 cm resolution. This flight controller has five UART serial ports, three receiver inputs RF, Spektrum DSM, Futaba S.BUS, and PPM Sum Signal, it also has an I2C port, SPI, two CAN ports and two ADC ports. The data obtained through telemetry and GPS during the experiments were stored in a micro SD memory on the Pixhawk and later they were processed through a program made in Matlab that allows to obtain different graphs. In addition, It is made up of the following components, which can be seen in Figure 2:



FIGURE 2 Elements of the hexacopter-type experimental platform.

1. Generic airframe model S550.
2. 10×4.5 inch propellers, made of polymer.
3. Brushless motors brand T-Motor of 880kV, with 435g of thrust at 50% acceleration.
4. 40A ESC, opto type.
5. 16-channel 2.4GHz FrSky Taranis X7Q transmitter, with X8R receiver in s-bus mode.
6. M8N SE100 RadioLink GPS Module.
7. LiPo batteries of 14.8v to 1550mAh, and 100c, connected in parallel.
8. Pixhawk 2.4.8 Flight Controller, with FMU V2.

The net mass of hexacopter is 1.7118 kg, which includes the elements presented in the previous list, except the transmitter.

The custom firmware that includes the programming of both the rotational and translational dynamics, together with the control law (18), was programmed in the Windows 10 Professional environment, on the IDE Eclipse Juno Release for C/C++ with the PX4 toolchain and loaded via micro USB on Pixhawk 2.4.8 with Mission Planner 1.3.77. Likewise, the calibration of the GPS, magnetometer, accelerometer, electronic speed controllers, and the binding of transmitter with receiver and calibration of channels on transmitter, was done with Mission Planner 1.3.77.

Through the programming of the custom firmware in C++ language on the Eclipse Juno IDE for the control law (18) with the dynamics of rotation and translation of the hexacopter, it is possible that some signals are stored in the micro SD memory of the Pixhawk, such as current, torque, voltage and speed in the rotors, determined with the help of the ESCs and the x,y,z positions and angles of roll, pitch and yaw, determined by means of the magnetometer, the gyroscope and the GPS. In this way it is possible to have the state variables x_1, x_2, \dots, x_{12} and generate their respective error variables, subtracting the actual state from the desired state (which is determined by the parametric equations of the path to follow). The error variable is used to calculate the control signals, which are converted into the voltages for the hexacopter rotors, with the help of the dynamic rotation and translation equations. The voltages calculated by the FC are sent to its outputs, which are connected to the different ESCs, which at one end are connected to the battery through the battery eliminator circuit (BEC), and at the other to the rotors. The voltage demanded by the ESC together with the signal from the FC is translated into high frequency pulses and is transmitted to the rotors through the output of each ESC, turning the rotors at different speeds, which will allow their trajectory to be corrected and close the control loop, as can be seen in the schematic of Figure 3 .

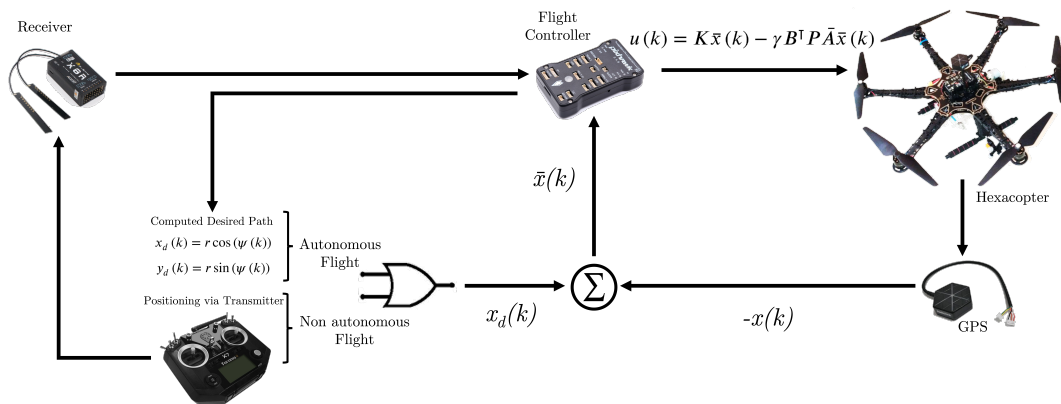


FIGURE 3 Scheme of Closed-loop UAV hexacopter type and control system.

It is important to mention that, in the experimental results presented in Section 5, the maximum wind speed was measured during the flight of the UAV with a XRCLIF-818 Portable Digital Anemometer that has a range of 0 - 30m/s, resolution of 0.1m/s, threshold of 0.1m/s, and accuracy of $\pm 5\%$.

5 | EXPERIMENTAL RESULTS

This section presents the numerical and experimental results corresponding to the validation of the control law (18) described in Section 3, which is applied to the dynamics of a hexacopter-type UAV for tracking of trajectories. Initially, the numerical results obtained from simulations carried out in Matlab, both on command line and Simulink, are presented. The results presented in subsection 5.1 establish a perspective about the considerations for the implementation and evaluation of the main proposal of this work, as well as provide a possible overview of the experimental results. Subsection 5.2 presents the experimental results obtained from the implementation of the control law (18), penalized for stabilization and trajectory tracking tasks.

5.1 | Numerical results

This subsection presents the results obtained from the Matlab simulation of the control law (18) on the dynamics of a hexacopter. It is important to mention that the results of this simulation carried out on the Matlab and simulink command line consist of the set of differential equations that establish the dynamics of the UAV under the control action (18) and are solved by means of an algorithm of ode8 (Dormand-Price) integration, with a fixed integration step of 1×10^{-3} and shape preservation in all integration blocks since it is a discrete system.

Initially, the characteristics of the trajectory to be carried out, the matrices Q and R that penalize the control (18) for each subsystem in the hexacopter and the initial conditions for numerical validation are established. Subsequently, the graphic response of position, control and position error for each subsystem is presented, along with the trajectory tracking $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$ and the description of each graph observed.

For the numerical validation, a trajectory tracking task is proposed, where the sampling time is considered equal to that of the Pixhawk, $h = 10\text{ms}$, with the initial conditions $x(0) = 0.0\text{ m}$, $y(0) = 0.0\text{m}$, $z(0) = 3.0\text{m}$, $\psi(0) = 0.0^\circ$. The desired trajectory is defined by the parametric equations of a circumference of radius $r = 4\text{m}$, in the form:

$$x_d(k) = r \cos(\alpha(k))$$

$$y_d(k) = r \sin(\alpha(k))$$

and $z_d(h_f) = 3.0\text{m}$, where $\alpha(k) = 5.1566^\circ$ is the angle of advance every instant h in the tracking of the trajectory, which allows completing the circumference in a time of 69.8131 seconds.

The control (18) for the subsystem z is written as

$$u(k) = K_z x_z(k) - \gamma_z B_z^\top P_z \bar{A}_z x_z(k),$$

where the matrices $Q_z = \text{diag}(57.31, 16.35)$ and $R_z = 0.1413$ that minimize a performance index of the form (22) and $\gamma_z = 1.29512$ strengthens the control against external disturbances.

The numerical response of $z(k)$, the control action (18) and the position error in $z(k)$, with the penalty of the mentioned matrices, is observed in Figure 4.

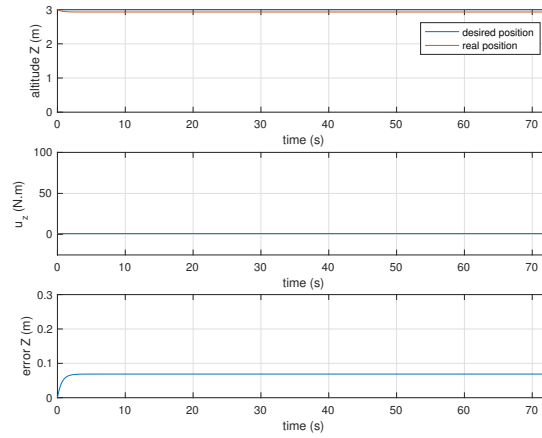


FIGURE 4 Altitude, error and control signal at $z(k)$

For the subsystem $\psi(k)$, the control law (18) is written as:

$$u_4(k) = K_\psi x_\psi(k) - \gamma_\psi B_\psi^\top P_\psi \bar{A}_\psi x_\psi(k)$$

where the matrices $Q_\psi = \text{diag}(29.31, 68.65)$ and $R_\psi = 1.0314$ minimize a performance index of the form (22) and $\gamma_\psi = 11.93$ robustly penalizes the control.

For $x(k) - \theta(k)$, the control action (18) is:

$$u_2(k) = K_\theta x_\theta(k) - \gamma_\theta B_\theta^\top P_\theta \bar{A}_\theta x_\theta(k)$$

where $Q_\theta = \text{diag}(1.41, 1.56, 1.41, 1.22)$, $R_\theta = 0.792$ minimize a performance index of the form (22) and $\gamma_\theta = 2.79$ gives robustness to the control.

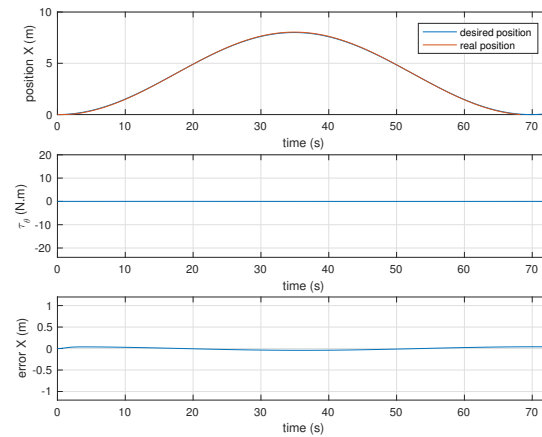


FIGURE 5 Position, error and control signal at $x(k)$

The response of $x(k)$, the control action and the error in $x(k)$, is presented in Figure 5.

For the subsystem $y(k) - \phi(k)$, the control (18) has the form:

$$u_3(k) = K_\phi x_\phi(k) - \gamma_\phi B_\phi^\top P_\phi \bar{A}_\phi x_\phi(k),$$

with design parameters $Q_\phi = \text{diag}(1.43, 1.15, 1.23, 0.82)$, $R_\phi = 0.82$ and $\gamma_\phi = 4.321$, which define the response of the subsystem $y(k) - \phi(k)$ shown in Figure 6.

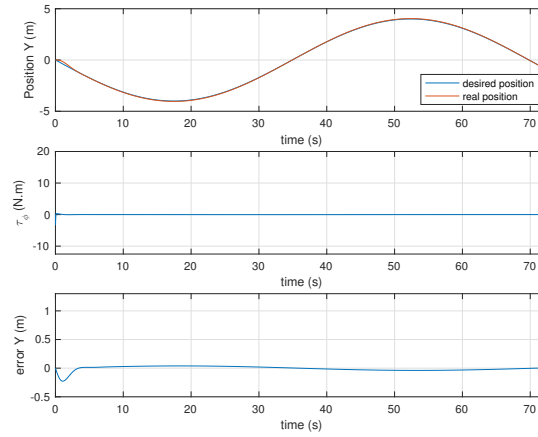


FIGURE 6 Position, error and control signal at $y(k)$

Finally, in Figure 7, the trajectory $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$ of the UAV is presented in the follow-up task.

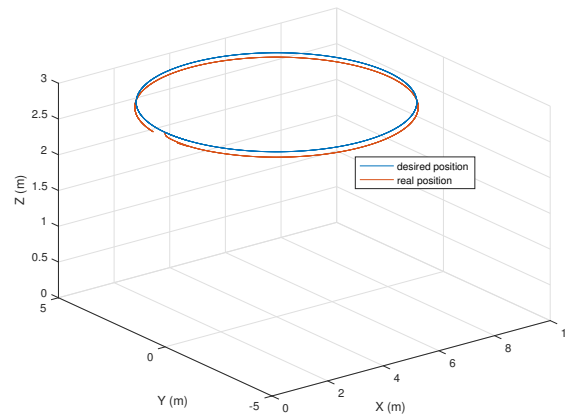


FIGURE 7 Trajectory tracking $x(k)$, $y(k)$, $z(k)$

The steady-state error observed in the previous graphs is mainly due to the nature of the control, since in its simplest form it is a PD controller, said error also depends on the state and control penalty in the equation (refuk) in the design parameters Q , R and γ . This error can be reduced by including an integral term in its structure, which modifies the stability analysis presented in section 3. In Figures 5 and 6, smaller magnitude errors are observed than those shown in Figure 4, the reason that explains this behavior is associated with the fact that the height control in Figure 4 represents a regulation task, where the reference does

not change with time and the steady state error is evident, which is a defect of the linear nature and the PD form of the control law, contrary to x and y , where the reference is a function of time and the error can be reduced along the trajectory.

5.2 | Experimental Results

The experimental results presented in this document have been carried out in outdoor environment, with the purpose of testing the control law (18) under uncertainties that present real magnitudes, which can change in an uncertain way with time. The task assigned to this set of experiments consists of tracking a circular trajectory, which has been proposed with this nature because the parametric equations of this trajectory allow the development of an intense interaction between the rotational and translational dynamics of the hexacopter.

For the experiments presented graphically in this section, a sampling time $h = 10ms$ is considered, with the following initial conditions: $x(0) = 0.0m$, $y(0) = 0.0m$, $z(0) = 3.0m$, $\psi(0) = 0.0^\circ$. With a maximum wind speed measured during the experiment of $5.9m/s$. And a desired trajectory that is defined by the parametric equations of the circumference, of radius $r = 4m$, as:

$$\begin{aligned}x_d(k) &= r \cos(\alpha(k)) \\y_d(k) &= r \sin(\alpha(k))\end{aligned}$$

and $z_d(hk_f) = 3.0m$. Where $\alpha(k) = 5.1566^\circ$ is the angle in degrees that the trajectory advances each instant h , which defines the task execution time in 69.8131 seconds.

The control (18) for the subsystem z is written as:

$$u(k) = K_z x_z(k) - \gamma_z B_z^\top P_z \bar{A}_z x_z(k),$$

where:

$$Q_z = \begin{bmatrix} 97 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix},$$

$$R_z = 0.1413, \gamma_z = 38.9.$$

For the subsystem $\psi(k)$, the control law (18) is defined as:

$$\begin{aligned}u_4(k) &= K_\psi x_\psi(k) - \gamma_\psi B_\psi^\top P_\psi \bar{A}_\psi x_\psi(k) \\Q_\psi &= \begin{bmatrix} 29.31 & 0 \\ 0 & 68.65 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$R_\psi = 1.0314 \text{ y } \gamma_\psi = 11.93.$$

For from $x(k) - \theta(k)$, the control action (18) is:

$$\begin{aligned}u_2(k) &= K_\theta x_\theta(k) - \gamma_\theta B_\theta^\top P_\theta \bar{A}_\theta x_\theta(k) \\Q_\theta &= \begin{bmatrix} 1.41 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.56 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.41 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.22 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$R_\theta = 0.792 \text{ y } \gamma_\theta = 2.79.$$

For the subsystem $y(k) - \phi(k)$, the control (18) has the form:

$$\begin{aligned}u_3(k) &= K_\phi x_\phi(k) - \gamma_\phi B_\phi^\top P_\phi \bar{A}_\phi x_\phi(k), \\Q_\phi &= \begin{bmatrix} 1.43 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.23 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.82 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$R_\phi = 0.82 \text{ y } \gamma_\phi = 4.321.$$

Figures 8, 9 and 10 are divided into three subfigures, the first one is related to position, the second one represents the control signal and the third one shows the error signal.

Figure 8 shows the position z in the upper part, also defined as height, in which a tracking that is maintained in a region close to the reference is observed. The low magnitude oscillations are mainly due to the environmental conditions associated with wind currents.

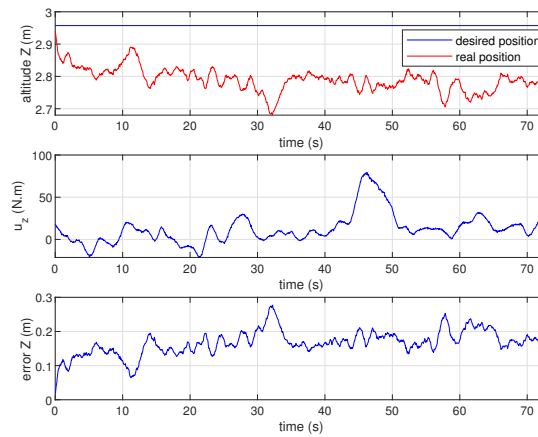


FIGURE 8 Altitude, error and control signal at $z(k)$

In Figure 9 shows the displacement in x , where a tracking that is maintained around the reference is observed. This figure shows that about 40 seconds after starting the tracking, the air currents manage to remove the hexacopter from the reference in position x .

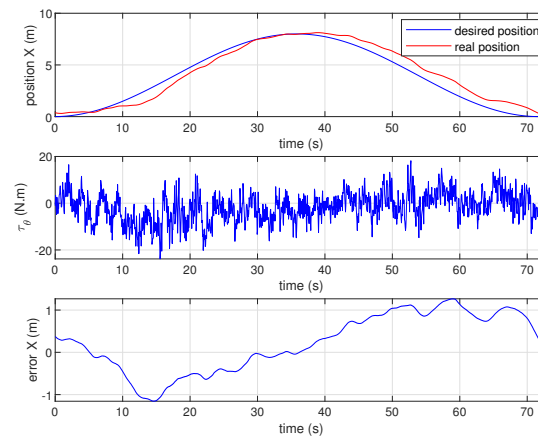


FIGURE 9 Position, error and control signal at $x(k)$

Figure 10 shows the displacement in y , in which a follow-up is observed that remains in a region close to the reference during 40 seconds. And the error changes over time due to the air currents that the UAV receives in different fronts.

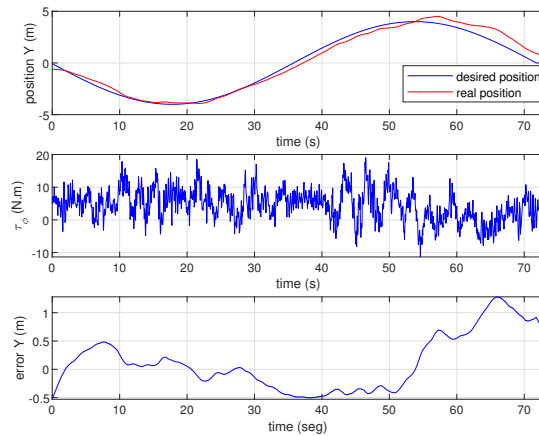


FIGURE 10 Position, error and control signal at $y(k)$

Figure 11 shows the tracking x, y, z in three-dimensional space, where the effectiveness of the control (18) is observed even when wind currents from different directions are present, with maximum speeds measured in the experiment of 5.9 m/s

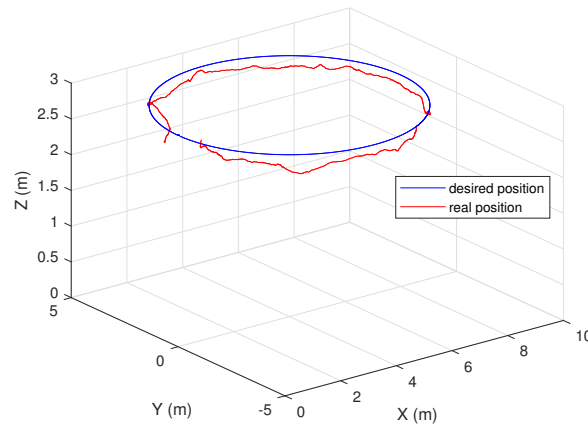


FIGURE 11 Trajectory tracking $x(k), y(k), z(k)$

The flight of the hexacopter type unmanned aerial vehicle for trajectory tracking, along with the experimental results presented in this section, can be seen at the link: <https://youtu.be/BfgK0cvZGTo>

6 | CONCLUSION

The experimental results of a robust linea discrete-time control scheme to perform a hexacopter trajectory tracking tasks was presented in this paper. It's worth noting that the performance index (22) is associated to both terms on the control law (18). The first one, corresponds to a linear quadratic regulator (LQR) which for each subsystem is optimal in the local sense. The solution to the Riccati-type difference equation yields the matrix weight (Q, R). The second one, brings the system robustness for each hexacopter subsystem. The solution of the Lyapunov equation for discrete-time linear systems improves the robustness

of this control term. In this second term, the γ parameter allows arbitrarily modifying the robustness of each subsystem in the face of possible disturbances associated with the tasks to be performed and the flight environment. In this way, γ allows the possibility of establishing the robustness limits to disturbances to which each subsystem can be subjected without losing the stability characteristic.

References

1. Abro, G. E. M., Bin Mohd Zulkifli, S. A., & Asirvadam, V. S. (2022). *Dual - loop single dimension fuzzy - based sliding mode control design for robust tracking of an underactuated quadrotor craft*. Asian Journal of Control.
2. Alaimo, A., Artale, V., Milazzo, C., Ricciardello, A., & Trefiletti, L. (2013, May). *Mathematical modeling and control of a hexacopter*. In 2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (pp. 1043-1050). IEEE.
3. Alaimo, A., Artale, V., Barbaraci, G., Milazzo, C. L. R., Orlando, C., & Ricciardello, A. (2016). LQR-PID control applied to hexacopter flight. *Journal of Numerical Analysis, Industrial and Applied Mathematics*, 9(3-4), 47-56.
4. Arellano-Muro, C. A., Luque-Vega, L. F., Castillo-Toledo, B., & Loukianov, A. G. (2013, September). *Backstepping control with sliding mode estimation for a hexacopter*. In 2013 10th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE) (pp. 31-36). IEEE.
5. Artale, V., Collotta, M., Pau, G., & Ricciardello, A. (2013, October). *Hexacopter trajectory control using a neural network*. In AIP Conference Proceedings (Vol. 1558, No. 1, pp. 1216-1219). American Institute of Physics.
6. Athans, M., & Falb, P. L. (2013). *Optimal control: an introduction to the theory and its applications*. Courier Corporation.
7. Bai, A., Luo, Y., Zhang, H., & Li, Z. (2021). *L_2 gain robust trajectory tracking control for quadrotor UAV with unknown disturbance*. Asian Journal of Control.
8. Busarakum, S., & Srichatrapimuk, V. (2014, December). *The design of sliding mode control of a hexarotor*. In 2014 IEEE Conference on Systems, Process and Control (ICSPC 2014) (pp. 47-52). IEEE.
9. Chen, Y. H. (1999). *Optimal compensation by linear robust control for uncertain systems*. *Dynamics and Control*, 9(2), 135-148.
10. Durham, W. C. (1993). *Constrained control allocation*. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 16(4), 717-725.
11. Falconi, G. P., & Holzapfel, F. (2016, July). *Adaptive fault tolerant control allocation for a hexacopter system*. In 2016 American Control Conference (ACC) (pp. 6760-6766). IEEE.
12. García, O., Santos, O., Romero, H., & Salazar, S. (2015, November). *On the tracking trajectory using optimal control in a quadrotor helicopter: Experimental results*. In 2015 Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED-UAS) (pp. 142-151). IEEE.
13. GrabCad Community (2019). <https://grabcad.com/library/dji-flamewheel-f550-hexacopter-frame-1>, access date: February 2th, 2020, last upgrade: 2019.
14. Kirk, D. E. (2004). *Optimal control theory: an introduction*. Courier Corporation.
15. Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear systems*. Upper Saddle River.
16. Lv, C., Yu, H., Zhao, N., Chi, J., Liu, H., & Li, L. (2022). *Robust state - error port - controlled Hamiltonian trajectory tracking control for unmanned surface vehicle with disturbance uncertainties*. *Asian Journal of Control*, 24(1), 320-332.
17. Mahmoodabadi, M. J., & Babak, N. R. (2021). *Pareto optimum design of an adaptive robust backstepping controller for an unmanned aerial vehicle*. *Asian Journal of Control*.
18. Moussid, M., Sayouti, A., & Medromi, H. (2015). *Dynamic modeling and control of a hexarotor using linear and nonlinear methods*. *International Journal of applied information systems*, 9(5), 9-17.

19. Neunert, M., De Crousaz, C., Furrer, F., Kamel, M., Farshidian, F., Siegwart, R., & Buchli, J. (2016, May). *Fast nonlinear model predictive control for unified trajectory optimization and tracking*. In 2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA) (pp. 1398-1404). IEEE.
 20. Pose, C. D., Giribet, J. I., & Ghersin, A. S. (2017, June). *Hexacopter fault tolerant actuator allocation analysis for optimal thrust*. In 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (pp. 663-671). IEEE.
 21. Rajappa, S., Ryll, M., Bülthoff, H. H., & Franchi, A. (2015, May). *Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted propellers*. In 2015 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA) (pp. 4006-4013). IEEE.
 22. Sanca, A. S., Alsina, P. J., & J es de Jesus, F. C. (2010, October). *Dynamic modeling with nonlinear inputs and backstepping control for a hexarotor micro-aerial vehicle*. In 2010 Latin American Robotics Symposium and Intelligent Robotics Meeting (pp. 36-42). IEEE.
 23. Shao, P., Wu, J., Wu, C., & Ma, S. (2019). *Model and robust gain - scheduled PID control of a bio - inspired morphing UAV based on LPV method*. Asian Journal of Control, 21(4), 1681-1705.
 24. Tripolitsiotis, A., Prokas, N., Kyritsis, S., Dollas, A., Papaefstathiou, I., & Partsinevelos, P. (2017). *Dronesourcing: a modular, expandable multi-sensor UAV platform for combined, real-time environmental monitoring*. International journal of remote sensing, 38(8-10), 2757-2770.
 25. Tyokumbur, E. T. (2015). *Review of Potential Ecological Impacts of Peaceful Robotic Drone Use and Policy Implications for Developing Countries*. American Journal of Environment Policy and Management, (4), 67-71.
- clearpage

How to cite this article: Omar S., H. Romero, Patricio O., Mario O., and A. Benitez (2022), Robust Linear Discrete Control for a Hexacopter: Experimental Results, *J.F.R. Wiley.*, 2022;00:1–14.



Bibliografía

- [1] Abro, G. E. M., Bin Mohd Zulkifli, S. A., & Asirvadam, V. S. (2022). Dual-loop single dimension fuzzy-based sliding mode control design for robust tracking of an underactuated quadrotor craft. *Asian Journal of Control*.
- [2] Alacantara S., Ibeas A., Herrera J. A., Vilaniva R., Pedret C., Multimodel Smith Predictor Based Control of Multivariable Systems with Uncertain Bounded External Delays, *IEEE Latin America Transactions*, vol 7, no 1, pp. 42-53, 2009.
- [3] Aich, S., Ahuja, C., Gupta, T., & Arulmozhivarman, P. (2014, November). Analysis of ground effect on multi-rotors. In *2014 International Conference on Electronics, Communication and Computational Engineering (ICECCE)* (pp. 236-241). IEEE.
- [4] Alaimo, A., Artale, V., Milazzo, C., Ricciardello, A., & Trefiletti, L. (2013, May). *Mathematical modeling and control of a hexacopter*. In *2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)* (pp. 1043-1050). IEEE.
- [5] Alaimo, A., Artale, V., Barbaraci, G., Milazzo, C. L. R., Orlando, C., & Ricciardello, A. (2016). LQR-PID control applied to hexacopter flight. *Journal of Numerical Analysis, Industrial and Applied Mathematics*, 9(3-4), 47-56.
- [6] Anderson, N., & Best, G. G. (1978). Gerschgorin-Rayleigh inequality for the eigenvalues of hermitian matrices. *Linear and Multilinear Algebra*, 6(3), 219-222.
- [7] Aranda-Bricaire, E., Kotta, U., & Moog, C. H. (1996). Linearization of discrete-time systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 34(6), 1999-2023.
- [8] Astrom, K. J. (1995). *PID controllers: Theory. Design and Tuning*, 59.

-
- [9] Azinheira, J. R., & Moutinho, A. (2008). Hover control of an UAV with backstepping design including input saturations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(3), 517-526.
- [10] Bai, A., Luo, Y., Zhang, H., & Li, Z. (2021). L²-gain robust trajectory tracking control for quadrotor UAV with unknown disturbance. *Asian Journal of Control*.
- [11] Benallegue A., Mokhtari A, Fridman L., High-order sliding-mode Observer for a quadrotor UAV, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 18, pp. 427-440, 2008.
- [12] Biswas, B. N., Chatterjee, S., Mukherjee, S. P., & Pal, S. (2013). A discussion on Euler method: A review. *Electronic Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1(2), 2090-2792.
- [13] Bristeau, P. J., Martin, P., Salaün, E., and Petit, N. (2009, August). The role of propeller aerodynamics in the model of a quadrotor UAV. In 2009 European control conference (ECC) (pp. 683-688). IEEE.
- [14] Berkovitz, L. D., & Dreyfus, S. E. (1965). The equivalence of some necessary conditions for optimal control in problems with bounded state variables. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 10(2), 275-283.
- [15] Chen, Y. H. (1999). Optimal compensation by linear robust control for uncertain systems. *Dynamics and Control*, 9(2), 135-148.
- [16] Colomina, I., & Molina, P. (2014). Unmanned aerial systems for photogrammetry and remote sensing: A review. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 92, 79-97.
- [17] Kirk, D. E. (2004). *Optimal control theory: an introduction*. Courier Corporation.
- [18] ElGhazali, A., & Dol, S. (2020). Aerodynamic Optimization of Unmanned Aerial Vehicle through Propeller Improvements. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 13(3), 793-803. doi: 10.29252/jafm.13.03.30414
- [19] Emmanuel T. T. Review of Potential Ecological Impacts of Peaceful Robotic Drone Use and Policy Implications for Developing Countries. *American Journal of Environmental Policy and Management*, vol 1(4). pp. 67-71. 2015

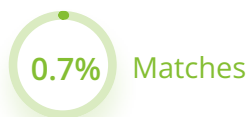
-
- [20] Emre C., Ali T., Optimal Path Tracking Control of a Quadrotor UAV, 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). Orlando, FL, USA. pp. 115-125. 2014.
- [21] Falkenberg, O., Witt, J., Pilz, U., Weltin, U. and Werner, H. (2012) Model Identification and H1 Attitude Control for Quadrotor MAVs. Intelligent Robotics and Applications, pp. 460-471.
- [22] Hamel T., Mahony R., Lozano R., Ostrowski J., Dynamic and configuration stabilization for an x4-flyer, IFAC, 2002.
- [23] Hausamann, D., Zirinig, W., Schreier, G., & Strobl, P. (2005). Monitoring of gas pipelines-a civil UAV application. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 77(5), 352-360.
- [24] García, O., Ordaz, P., Santos-Sánchez, O. J., Salazar, S., & Lozano, R. (2019). Backstepping and robust control for a quadrotor in outdoors environments: An experimental approach. IEEE Access, 7, 40636-40648.
- [25] Jaakkola, A., Hyyppä, J., Kukko, A., Yu, X., Kaartinen, H., Lehtomäki, M., & Lin, Y. (2010). A low-cost multi-sensoral mobile mapping system and its feasibility for tree measurements. ISPRS journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 65(6), 514-522.
- [26] Khalil, H. K., and Grizzle, J. W. (2002). Nonlinear systems (Vol. 3). Upper Saddle River, NJ: Prentice hall.
- [27] Ying-Chih L., Wen Ong T., Design and implementation of an optimal energy control system for fixed-wing unmanned aerial vehicles, Applied Sciences, vol. 6, pp. 2-24, 2016.
- [28] Muñoz H., L., Castillo P., & Santos O., Robust Control Algorithm for a Rotorcraft Disturbed by Crosswind. vol. 50, no. 1, págs. 756-763, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014 (factor de impacto: 1.577, JCR 2014).
- [29] Lee, M. H., Nguyen, N. P., & Moon, J. (2019). Leader-follower decentralized optimal control for large population hexarotors with tilted propellers: A Stackelberg game approach. Journal of the Franklin Institute, 356(12), 6175-6207.

-
- [30] Ludington, B., Johnson, E., & Vachtsevanos, G. (2006). Augmenting UAV autonomy. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 13(3), 63-71.
- [31] Lv, C., Yu, H., Zhao, N., Chi, J., Liu, H., & Li, L. (2022). Robust state-error port-controlled Hamiltonian trajectory tracking control for unmanned surface vehicle with disturbance uncertainties. *Asian Journal of Control*, 24(1), 320-332.
- [32] Shao, P., Wu, J., Wu, C., & Ma, S. (2019). Model and robust gain-scheduled PID control of a bio-inspired morphing UAV based on LPV method. *Asian Journal of Control*, 21(4), 1681-1705.
- [33] Marston Herácles Domingues Franceschini, Harm Bartholomeus, Dirk van Apeldoorn, Juha Suomalainen, Lammert Kooistra, Intercomparison of unmanned aerial vehicle and ground-based narrow band spectrometers applied to crop trait monitoring in organic potato production, *Sensors*, vol. 17, pp. 2-36, 2017.
- [34] Mahmoodabadi, M. J., & Babak, N. R. (2021). Pareto optimum design of an adaptive robust backstepping controller for an unmanned aerial vehicle. *Asian Journal of Control*.
- [35] Rajappa, S., Ryll, M., Bühlhoff, H. H., & Franchi, A. (2015, May). *Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted propellers*. In 2015 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA) (pp. 4006-4013). IEEE.
- [36] Nex, F., & Remondino, F. (2014). UAV for 3D mapping applications: a review. *Applied Geomatics*, 6(1), 1-15.
- [37] Ro, K., Oh, J. S., & Dong, L. (2007, January). Lessons learned: Application of small uav for urban highway traffic monitoring. In 45th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit (pp. 2007-596).
- [38] Raffo, G.V., Ortega, M.G. and Rubio, F.R. An Integral Predictive/Nonlinear H_1 Control Structure for a Quadrotor Helicopter. *Automatica*, vol 46, pp. 29-39, 2010.
- [39] Ross, P.E. (2014). Chris Anderson's Expanding Drone Empire. *IEEE Spectrum*, 27 February 2014.

-
- [40] Rubio, A. A., Seuret, A., Ariba, Y., & Mannisi, A. (2016). Optimal control strategies for load carrying drones. In *Delays and Networked Control Systems* (pp. 183-197). Springer, Cham.
- [41] J. de J. Rubio, J. H. P. Cruz, Z. Zamudio and A. J. Salinas. Comparison of Two Quadrotor Dynamic Models. *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 12, No. 4, June 2014.
- [42] Santos, O., Romero, H., Salazar, S., García-Pérez, O., Lozano, R. Optimized Discrete Control Law for Quadrotor Stabilization: Experimental Results, *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 84 (1-4), pp. 67-81, 2016.
- [43] Santos, O., Romero, H., Salazar, S., & Lozano, R. (2013). Real-time stabilization of a quadrotor uav: Nonlinear optimal and suboptimal control. *Journal of intelligent & robotic systems*, 1-13.
- [44] O'dwyer, A. (2009). *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. World Scientific.
- [45] Oñate, M. B. (2015) *Modelado, simulación y control de un vehículo hexarotor*.
- [46] Ozdemir, U., Aktas, Y. O., Vuruskan, A., Dereli, Y., Tarhan, A. F., Demirbag, K., & Inalhan, G. (2014). Design of a commercial hybrid VTOL UAV system. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 74(1-2), 371-393.
- [47] Perez R., Matos E., Fernandez S., Identification of the Nonlinear Model Proposed by the MIT for Power Transformers by Applying Genetic Algorithms. *IEEE Latin America Transactions*, vol 7, no. 6, pp. 636-642, 2009.
- [48] Ignacio M. (2015-2018) QuadMx. Selección de piezas para un dron, como armarlo, soldarlo, programarlo y volarlo. México.: <http://www.quadmex.com/diccionario>
- [49] Theys, B., Dimitriadis, G., Hendrick, P., & De Schutter, J. (2016, June). Influence of propeller configuration on propulsion system efficiency of multi-rotor Unmanned Aerial Vehicles. In *2016 international conference on unmanned aircraft systems (ICUAS)* (pp. 195-201). IEEE.
- [50] Satici, A., Poonawala, H. and Spong, M., Intercomparison of unmanned aerial vehicle and ground-based narrow band spectrometers applied to crop trait monitoring in

organic potato production, Robust Optimal Control of Quadrotor UAVs, vol. 1, pp. 79-93, 2013.

- [51] Getzin, S., Wiegand, K., & Schöning, I. (2012). Assessing biodiversity in forests using very high-resolution images and unmanned aerial vehicles. *Methods in Ecology and Evolution*, 3(2), 397-404.
- [52] Scaramuzza, D., Harati, A., & Siegwart, R. (2007, October). Extrinsic self calibration of a camera and a 3d laser range finder from natural scenes. In *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (pp. 4164-4169). IEEE.
- [53] Sujit R., Maekus R., Heinrich H., B., & Franchi A., Modeling, Control and Design Optimization for a Fully-actuated Hexarotor Aerial Vehicle with Titled Propellers. *IEEE ICRA 2015*, May 2015, Seattle, Washington, USA, United States.
- [54] Valavanis, K. P., & Vachtsevanos, G. J. (2014). *Handbook of unmanned aerial vehicles*. Springer Publishing Company, Incorporated.
- [55] Verbeke, J., Hulens, D., Ramon, H., Goedeme, T., & De Schutter, J. (2014, May). The design and construction of a high endurance hexacopter suited for narrow corridors. In *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)* (pp. 543-551). IEEE.
- [56] Wallace, L., Lucieer, A., Watson, C., & Turner, D. (2012). Development of a UAV-LiDAR system with application to forest inventory. *Remote Sensing*, 4(6), 1519-1543.
- [57] Zhang, C., & Kovacs, J. M. (2012). The application of small unmanned aerial systems for precision agriculture: a review. *Precision agriculture*, 13(6), 693-712.
- [58] Zhang, Q., Chen, J., Yang, L., Dong, W., Sheng, X., & Zhu, X. (2015). Structure optimization and implementation of a lightweight sandwiched quadcopter. In *Intelligent Robotics and Applications* (pp. 220-229). Springer, Cham.
- [59] Zhu, H., Jiang, Z., Zhao, H., Pei, S., Li, H., & Lan, Y. (2021). Aerodynamic performance of propellers for multicopter unmanned aerial vehicles: Measurement, analysis, and experiment. *Shock and Vibration*, 2021.



Matches

Web sources 54

1	vdocuments.net https://vdocuments.net/measuring-sources-of-brand-equity-capuring-customer-mindset.html	0.51%
2	www.unodc.org https://www.unodc.org/documents/data-and-analysis/tip/2021/GLOTiP_2020_Global_overview.pdf	0.5%
3	apsijournal.com https://apsijournal.com/index.php/psyjournal/article/download/906/543	0.5%
4	www.redalyc.org https://www.redalyc.org/pdf/3382/338232663004.pdf	0.5%
5	ftp.cdc.gov https://ftp.cdc.gov/pub/infectious_diseases/iceid/2002/pdf/foster.pdf	0.5%
6	finacial.lnu.edu.ua https://finacial.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2019/09/36.-Monograph-Molodyy-vchenyy.pdf	0.5%
7	essuir.sumdu.edu.ua https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/123456789/78747/1/Dunaiev%20_Bachelous_paper.pdf	0.5%
8	economyandsociety.in.ua https://economyandsociety.in.ua/journals/8_ukr/15.pdf	0.5%
9	econforum.duan.edu.ua https://econforum.duan.edu.ua/images/PDF/2014/66.pdf	0.5%
10	bjs.ojp.gov https://bjs.ojp.gov/content/pub/pdf/imhprpji1112.pdf	0.5%

Tesis Mario Ordaz

Uploaded: 11/04/2022 | Checked: 11/04/2022

● Matches ● Citation ● Reference ● Character replacement

11	znau.edu.ua http://znau.edu.ua/images/data2/nauka_innovation/specializovana_vchena_rada/d_14_083_02/%D0%94%D0%B8%D1%81...	0.5%
12	npu.edu.ua https://npu.edu.ua/images/file/vidil_aspirant/dicer/%D0%94_26.053.14/Redkina.pdf	0.5%
13	www.tpsp-journal.kpu.zp.ua http://www.tpsp-journal.kpu.zp.ua/archive/6_2019/part_2/21.pdf	0.5%
14	www.scielo.org.bo http://www.scielo.org.bo/pdf/gmb/v38n2/v38n2_a06.pdf	0.5%
15	www.madrid.org http://www.madrid.org/bvirtual/BVCM050392.pdf	0.5%
16	www.lv.ukrstat.gov.ua http://www.lv.ukrstat.gov.ua/ukr/publ/2013/ZB042012Y13_3.pdf	0.5%
17	www.knu.edu.ua http://www.knu.edu.ua/storage/files/2/%D0%9D%D0%B0%D1%83%D0%BA%D0%B0/%D0%A1%D0%BF%D0%B5%D1%86...	0.5%
18	www.jspb.ru http://www.jspb.ru/issues/2013/N2/JSPB_2013_2_86-96.pdf	0.5%
19	nbuviap.gov.ua http://nbuviap.gov.ua/images/Strunhar/RESULTS-OF-MODERN-SCIENTIFIC-RESEARCH-AND-DEVELOPMENT-22-24.08.21...	0.5%
20	elibrary.donnuet.edu.ua http://elibrary.donnuet.edu.ua/2260/1/Lokhman_monograph_2021.pdf	0.5%
21	khdafk.kh.ua https://khdafk.kh.ua/wp-content/uploads/2019/11/Disser_Gumenuk.pdf	0.5%
22	dspace.univer.kharkov.ua http://dspace.univer.kharkov.ua/bitstream/123456789/12362/2/parfinenko1.pdf	0.5%
23	www.ipcc.ch https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/02/WGIIAR5-Chap8_FINAL.pdf	0.5%
24	vsip.info https://vsip.info/mejoramiento-de-la-avenida-sullana-en-el-tramo-entre-avenida-pdf-free.html	0.5%
25	www.hqip.org.uk https://www.hqip.org.uk/wp-content/uploads/2018/10/Ref-70-Mental-Health-CORP-Risk-Assessment-Study-v0.2.docx.pdf	0.5%
26	www.easa.europa.eu https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/2009-SULPHUR-Reduction%20of%20sulphur%20limits%20in%20aviation...	0.5%
27	www.ndc-ipr.org https://www.ndc-ipr.org/media/ndc_old/documents/4_Evrintegr.pdf	0.5%
28	www.adb.org https://www.adb.org/sites/default/files/publication/781526/e-commerce-carec-countries-infrastructure-development.pdf	0.5%
29	www.mk-oblrada.gov.ua https://www.mk-oblrada.gov.ua/UserFiles/decree/15192123905a8d5766da49e.pdf	0.5%

Tesis Mario Ordaz

Uploaded: 11/04/2022 | Checked: 11/04/2022

● Matches ● Citation ● Reference ● Character replacement

30	repository.usfca.edu https://repository.usfca.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1241&context=capstone	0.5%
31	scholarsarchive.byu.edu https://scholarsarchive.byu.edu/cgi/viewcontent.cgi?httpsredir=1&article=6839&context=etd	0.38%
32	eprints.soton.ac.uk https://eprints.soton.ac.uk/416627/1/CST_mmWave_lbrahim.pdf	0.33%
33	www.afdb.org https://www.afdb.org/fileadmin/uploads/afdb/Documents/Events/ATForum/Rail_Infrastructure_in_Africa_-_Financing_Polic...	0.33%
34	refeteka.ru http://refeteka.ru/r-126903.html	0.33%
35	www.eng.buffalo.edu https://www.eng.buffalo.edu/mceer-reports/08/08-0005.pdf	0.33%
36	1library.co https://1library.co/document/y8r1704q-universidad-autonoma-instituto-ciencias-basicas-ingenieria-academica-ingenieria.html	0.06%
37	www.ipn.mx https://www.ipn.mx/assets/files/investigacion-administrativa/docs/revistas/123/art1.pdf	0.05%
38	reacionesafectivas.blogspot.com https://reacionesafectivas.blogspot.com/	0.05%
39	www.grin.com https://www.grin.com/document/282893	0.05%
40	repository.udistrital.edu.co https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/6722/RojasRubioLeidyVanessa2017.pdf	0.05%
41	repository.uaeh.edu.mx https://repository.uaeh.edu.mx/bitstream/bitstream/handle/123456789/19873/economia-estado-flujo-efectivo.pdf?sequence=1	0.05%
42	elar.khmnu.edu.ua http://elar.khmnu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/3153/1/%D0%9C%D0%9E%D0%9D%D0%9E%D0%93%D0%A0%D0%...	0.04%
43	dspace.wunu.edu.ua http://dspace.wunu.edu.ua/bitstream/316497/31354/1/%D0%91%D1%83%D1%82%D1%83%D1%81%D0%BE%D0%B2%20...	0.04%
44	www.latinobarometro.org https://www.latinobarometro.org/LATDocs/F00006433-InfLatinobarometro2017.pdf	0.04%
45	www.kellogg.northwestern.edu https://www.kellogg.northwestern.edu/faculty/chopra/htm/research/Airline_RESEARCH_7sept06.pdf	0.04%
46	www.cuspu.edu.ua https://www.cuspu.edu.ua/images/psiholog/kafedra_metodik_doshkiln_ta_pochatk_osviti/derj_atestac/17-03-2021/Pinshuk...	0.04%
47	core.ac.uk https://core.ac.uk/download/pdf/78039099.pdf	0.04%
48	decentralization.gov.ua https://decentralization.gov.ua/uploads/library/file/527/RFL-UA-Web.pdf	0.04%

Tesis Mario Ordaz

Uploaded: 11/04/2022 | Checked: 11/04/2022

● Matches ● Citation ● Reference ● Character replacement

49	www.bde.es https://www.bde.es/ffwebbde/SES/Secciones/Publicaciones/InformesBoletinesRevistas/ArticulosAnaliticos/20/T1/descarg...	0.04%
50	elar.urfu.ru https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/94154/1/m_th_e.l.palaumov_2020.pdf	0.04%
51	en.wikipedia.org https://en.wikipedia.org/wiki/Moment_of_inertia	0.04%
52	research.aston.ac.uk https://research.aston.ac.uk/files/17933140/Comprehensive_characterization_of_Napier_grass_as_a_feedstock_for_therm...	0.04%
53	ivet.edu.ua https://ivet.edu.ua/images/spets-rada/diss/dis_Kalenskyi.pdf	0.04%
54	home.treasury.gov https://home.treasury.gov/system/files/206/U.S.-2015-FSSA.pdf	0.04%

Citations

Included citations 10

- 1 Dadas las aplicaciones, el estudio de vehículos autónomos aéreos (VAAs) ha crecido de forma considerable, pues han desplazado vertiginosamente a los vehículos terrestres no tripulados [56], [57].
- 2 Subsistema de comunicación y percepción: Consiste en el cableado y conexión de variables de entrada y salida (controlador de vuelo, sensores, motores, controladores electrónicos de velocidad, módulo GPS, central emisora y receptor de señales de radio), así como la programación del controlador de vuelo y del software especializado (Mission Planner, QGround Control, Eclipse IDE y MATLAB, principalmente).
- 3 Dichos subsistemas se denominan z, ψ , x - ϕ y θ y quedan escritos como: subsistema z: $\dot{x}_5 = x_6$ $\dot{x}_6 = u_1(\cos(x_9) \cos(x_7))$ m-g subsistema ψ : $\dot{x}_{11} = x_{12}$ $\dot{x}_{12} = x_{10}x_8(l_y - l_x) l_z + l$ lzu4 subsistema $x - \theta$: $\dot{x}_1 = x_2$ $\dot{x}_2 = u_1(\sin(x_7) \sin(x_{11}) + \cos(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))$ m $\dot{x}_7 = x_8$ $\dot{x}_8 = x_{10}x_{12} (l_y - l_z) l_x - j_p l_{x_8} u_5 + l$ lxu2 (2.2.10) subsistema y $-\phi$: $\dot{x}_3 = x_4$ $\dot{x}_4 = u_1(-\cos(x_{11}) \sin(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7))$ m $\dot{x}_9 = x_{10}$ $\dot{x}_{10} = x_8x_{12} (l_x - l_z) l_y + j_p l_{y_3} u_5 + l$ l yu3 Tener la dinámica del VAA dividida en subsistemas permite realizar el control del vehículo en orientación, posición y altura de manera más efectiva.
- 4 Modelo kv (rpm/v) Voltaje (v) Hélice Aceleración Corriente (A) Empuje (g) Torsión (Nm) RPM Potencia de entrada (W) Eficiencia (g/W) Temperatura de operación AIR2216 KV880 880 16 T1045 50% 3.5 435 0.07 6015 56 7.77 53.5 °C 55% 4.6 527 0.08 6620 73.6 7.16 60% 5.6 608 0.09 7113 89.6 6.79 65% 6.8 702 0.11 7563 108.8 6.45 75% 9.5 888 0.13 8545 152 5.84 85% 12.3 1076 0.15 9442 196.8 5.47 100% 16.2 1293 0.18 10464 259.2 4.99 Tabla 2.1: Características del motor brushless Air2216 T-Motor 880kv.
- 5 Ahora bien, si se considera tanto el modelo 2216 – 880kv y número de motores (6), el tipo de hélice (1045 de polímero) y la corriente de los controladores electrónicos de velocidad (ESC por sus siglas en ingles) de 40A, el sistema de propulsión del VAA planteado para este proyecto de tesis, tiene la capacidad para desplazar una masa neta equivalente a 2610g al 50 % de la aceleración.
- 6 La trayectoria deseada está definida por las ecuaciones paramétricas de una circunferencia de radio $r = 4m$, de la forma: $x_d(k) = r \cos(\alpha(k))$ $y_d(k) = r \sin(\alpha(k))$ $z_d(Nh) = 3.0m$, donde $Nh = t f_{es}$ el horizonte y $\alpha(k) = 5.15660 \cdot k$ es el ángulo de avance cada instante hen el seguimiento de la trayectoria, mismo que permite concluir la circunferencia en un tiempo de 69.8131 segundos.
- 7 Mientras que en la parte inferior, las posibles dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas inducidas por corrientes de aire externas están relacionadas con la interferencia de la superficie y los patrones de flujo de aire a través del VAA en vuelo, conocido como efecto suelo (Ground Effect) [3], el cual no ocurre en el vuelo para este experimento, pues $z_d(Nh) = 3.0m$ con $Nh = t f_{definido}$ como el horizonte, es suficientemente grande para evitar su presencia.
- 8 De esta manera es posible obtener las ganancias del control PD con sobreimpulso (Mp) y tiempo de establecimiento (ts) específicos [42].
- 9 Adicionalmente, se plantea continuar con el análisis del caso en que las dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas sobre el sistema no son cero cuando el estado es cero (No Vanishing Perturbation como es conocido en inglés), con la obtención del control que minimiza el consumo de energía cuando las perturbaciones presentan un máximo local.
- 10 Nonlinear systems (Vol. 3).

References

- 1 [1] Abro, G. E. M., Bin Mohd Zulkifli, S. A., & Asirvadam, V. S. (2022). Dual-loop single dimension fuzzy-based sliding mode control design for robust tracking of an underactuated quadrotor craft. *Asian Journal of Control*. [2] Alacantara S., Ibeas A., Herrera J. A., Vilanova R., Pedret C., Multimodel Smith Predictor Based Control of Multivariable Systems with Uncertain Bounded External Delays, *IEEE Latin America Transactions*, vol 7, no 1, pp. 42-53, 2009. [3] Aich, S., Ahuja, C., Gupta, T., & Arulmozhivarman, P. (2014, November). Analysis of ground effect on multi-rotors. In 2014 International Conference on Electronics, Communication and Computational Engineering (ICECCE) (pp. 236-241). IEEE. [4] Alaimo, A., Artale, V., Milazzo, C., Ricciardello, A., & Trefiletti, L. (2013, May). Mathematical modeling and control of a hexacopter. In 2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (pp. 1043-1050). IEEE. [5] Alaimo, A., Artale, V., Barbaraci, G., Milazzo, C. L. R., Orlando, C., & Ricciardello, A. (2016). LQR-PID control applied to hexacopter flight. *Journal of Numerical Analysis, Industrial and Applied Mathematics*, 9(3-4), 47-56. [6] Anderson, N., & Best, G. G. (1978). Gerschgorin?Rayleigh inequality for the eigen- values of hermitian matrices. *Linear and Multilinear Algebra*, 6(3), 219-222. [7] Aranda-Bricaire, E., Kotta, U., & Moog, C. H. (1996). Linearization of discrete-time systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 34(6), 1999-2023. [8] Astrom, K. J. (1995). PID controllers: Theory. Design and Tuning, 59. 58 [9] Azinheira, J. R., & Moutinho, A. (2008). Hover control of an UAV with backstepping design including input saturations. *IEEE Transactions on Control Systems Techno-logy*, 16(3), 517-526. [10] Bai, A., Luo, Y., Zhang, H., & Li, Z. (2021). L?gain robust trajectory tracking control for quadrotor UAV with unknown disturbance. *Asian Journal of Control*. [11] Benallegue A., Mokhtari A., Fridman L., High-order sliding-mode Observer for a quadrotor UAV, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 18, pp. 427-440, 2008. [12] Biswas, B. N., Chatterjee, S., Mukherjee, S. P., & Pal, S. (2013). A discussion on Euler method: A review. *Electronic Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1(2), 2090-2792. [13] Bristeau, P. J., Martin, P., Salaün, E., and Petit, N. (2009, August). The role of propeller aerodynamics in the model of a quadrotor UAV. In 2009 European control conference (ECC) (pp. 683-688). IEEE. [14] Berkovitz, L. D., & Dreyfus, S. E. (1965). The equivalence of some necessary con- ditions for optimal control in problems with bounded state variables. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 10(2), 275-283. [15] Chen, Y. H. (1999). Optimal compensation by linear robust control for uncertain systems. *Dynamics and Control*, 9(2), 135-148. [16] Colomina, I., & Molina, P. (2014). Unmanned aerial systems for photogrammetry and remote sensing: A review. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 92, 79-97. [17] Kirk, D. E. (2004). *Optimal control theory: an introduction*. Courier Corporation. [18] ElGhazali, A., & Dol, S. (2020). Aerodynamic Optimization of Unmanned Aerial Vehicle through Propeller Improvements. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 13(3), 793-803. doi: 10.29252/jafm.13.03.30414 [19] Emmanuel T. T. Review of Potential Ecological Impacts of Peaceful Robotic Drone Use and Policy Implications for Developing Countries. *American Journal of Environ- mental Policy and Management*, vol 1(4), pp. 67-71. 2015 59 [20] Emre C., Ali T., Optimal Path Tracking Control of a Quadrotor UAV, 2014 Interna- tional Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Orlando, FL, USA. pp. 115-125. 2014. [21] Falkenberg, O., Witt, J., Pilz, U., Weltin, U. and Werner, H. (2012) Model Iden- tification and H1 Attitude Control for Quadrotor MAVs. *Intelligent Robotics and Applications*, pp. 460-471. [22] Hamel T., Mahony R., Lozano R., Ostrowski J., Dynamic and configuration stabiliza- tion for an x4-flayer, IFAC, 2002. [23] Hausamann, D., Zirnig, W., Schreier, G., & Strobl, P. (2005). Monitoring of gas pipelines-a civil UAV application. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 77(5), 352-360. [24] García, O., Ordaz, P., Santos-Sánchez, O. J., Salazar, S., & Lozano, R. (2019). Backs- tepping and robust control for a quadrotor in outdoors environments: An experimen- tal approach. *IEEE Access*, 7, 40636-40648. [25] Jaakkola, A., Hyyppä, J., Kukko, A., Yu, X., Kaartinen, H., Lehtomäki, M., & Lin, Y. (2010). A low-cost multi- sensoral mobile mapping system and its feasibility for tree measurements. *ISPRS journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 65(6), 514-522. [26] Khalil, H. K., and Grizzle, J. W. (2002). *Nonlinear systems (Vol. 3)*. Upper Saddle River, NJ: Prentice hall. [27] Ying-Chih L., Wen Ong T., Design and implementation of an optimal energy control system for fixed-wing unmanned aerial vehicles, *Applied Sciences*, vol. 6, pp. 2-24, 2016. [28] Muñoz H., L., Castillo P., & Santos O., Robust Control Algorithm for a Rotorcraft Disturbed by Crosswind, vol. 50, no. 1, págs. 756-763, *IEEE Transactions on Aeros- pace and Electronic Systems*, 2014 (factor de impacto: 1.577, JCR 2014). [29] Lee, M. H., Nguyen, N. P., & Moon, J. (2019). Leader-follower decentralized optimal control for large population hexarotors with tilted propellers: A Stackelberg game approach. *Journal of the Franklin Institute*, 356(12), 6175-6207. 60 [30] Ludington, B., Johnson, E., & Vachtsevanos, G. (2006). Augmenting UAV autonomy. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 13(3), 63-71. [31] Lv, C., Yu, H., Zhao, N., Chi, J., Liu, H., & Li, L. (2022). Robust state-error port- controlled Hamiltonian trajectory tracking control for unmanned surface vehicle with disturbance uncertainties. *Asian Journal of Control*, 24(1), 320-332. [32] Shao, P., Wu, J., Wu, C., & Ma, S. (2019). Model and robust gain?scheduled PID control of a bio?inspired morphing UAV based on LPV method. *Asian Journal of Control*, 21(4), 1681-1705. [33] Marston Herácles Domingues Franceschini, Harm Bartholomeus, Dirk van Apel- doorn, Juha Suomalainen, Lammert Kooistra, Intercomparison of unmanned aerial vehicle and ground-based narrow band spectrometers applied to crop trait monitoring in organic potato production, *Sensors*, vol. 17, pp. 2-36, 2017. [34] Mahmoodabadi, M. J., & Babak, N. R. (2021). Pareto optimum design of an adap- tive robust backstepping controller for an unmanned aerial vehicle. *Asian Journal of Control*. [35] Rajappa, S., Ryll, M., Bülthoff, H. H., & Franchi, A. (2015, May). Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted pro- pellers. In 2015 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA) (pp. 4006-4013). IEEE. [36] Nex, F., & Remondino, F. (2014). UAV for 3D mapping applications: a review. *Applied Geomatics*, 6(1), 1-15. [37] Ro, K., Oh, J. S., & Dong, L. (2007, January). Lessons learned: Application of small uav for urban highway traffic monitoring. In 45th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit (pp. 2007-596). [38] Raffo, G.V., Ortega, M.G. and Rubio, F.R. An Integral Predictive/Nonlinear H1 Control Structure for a Quadrotor Helicopter. *Automatica*, vol 46, pp. 29-39, 2010. [39] Ross, P.E. (2014). Chris Anderson's Expanding Drone Empire. *IEEE Spectrum*, 27 February 2014. 61 [40] Rubio, A. A., Seuret, A., Ariba, Y., & Mannisi, A. (2016). Optimal control strategies for load carrying drones. In *Delays and Networked Control Systems* (pp. 183-197). Springer, Cham. [41] J. de J. Rubio, J. H. P. Cruz, Z. Zamudio and A. J. Salinas. Comparison of Two Quadrotor Dynamic Models. *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 12, No. 4, June 2014. [42] Santos, O., Romero, H., Salazar, S., García-Pérez, O., Lozano, R. Optimized Discrete Control Law for Quadrotor Stabilization: Experimental Results, *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 84 (1-4), pp. 67-81, 2016. [43] Santos, O., Romero, H., Salazar, S., & Lozano, R. (2013). Real-time stabilization of a quadrotor uav: Nonlinear optimal and suboptimal control. *Journal of intelligent & robotic systems*, 1-13. [44] O'dwyer, A. (2009). *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. World Scientific. [45] Oñate, M. B. (2015) Modelado, simulación y control de un vehículo hexarotor. [46] Ozdemir, U., Aktas, Y. O., Vuruskan, A., Dereli, Y., Tarhan, A. F., Demirbag, K., & Inalhan, G. (2014). Design of a commercial hybrid VTOL UAV system. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 74(1-2),

● Matches ● Citation ● Reference ● Character replacement

371-393. [47] Perez R., Matos E., Fernandez S., Identification of the Nonlinear Model Proposed by the MIT for Power Transformers by Applying Genetic Algorithms. *IEEE Latin America Transactions*, vol 7, no. 6, pp. 636-642, 2009. [48] Ignacio M. (2015-2018) QuadMx. Selección de piezas para un dron, como armarlo, soldarlo, programarlo y volarlo. México.: <http://www.quadmx.com/diccionario> [49] Theys, B., Dimitriadis, G., Hendrick, P., & De Schutter, J. (2016, June). Influence of propeller configuration on propulsion system efficiency of multi-rotor Unmanned Aerial Vehicles. In 2016 international conference on unmanned aircraft systems (ICUAS) (pp. 195-201). IEEE. [50] Satici, A., Poonawala, H. and Spong, M., Intercomparison of unmanned aerial vehicle and ground-based narrow band spectrometers applied to crop trait monitoring in 62 organic potato production, *Robust Optimal Control of Quadrotor UAVs*, vol. 1, pp. 79-93, 2013. [51] Getzin, S., Wiegand, K., & Schöning, I. (2012). Assessing biodiversity in forests using very high-resolution images and unmanned aerial vehicles. *Methods in Ecology and Evolution*, 3(2), 397-404. [52] Scaramuzza, D., Harati, A., & Siegwart, R. (2007, October). Extrinsic self calibration of a camera and a 3d laser range finder from natural scenes. In 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (pp. 4164-4169). IEEE. [53] Sujit R., Maekus R., Heinrich H., B., & Franchi A., Modeling, Control and Design Optimization for a Fully-actuated Hexarotor Aerial Vehicle with Titled Propellers. *IEEE ICRA 2015*, May 2015, Seattle, Washington, USA, United States. [54] Valavanis, K. P., & Vachtsevanos, G. J. (2014). *Handbook of unmanned aerial vehicles*. Springer Publishing Company, Incorporated. [55] Verbeke, J., Hulens, D., Ramon, H., Goedeme, T., & De Schutter, J. (2014, May). The design and construction of a high endurance hexacopter suited for narrow corridors. In 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (pp. 543- 551). IEEE. [56] Wallace, L., Lucieer, A., Watson, C., & Turner, D. (2012). Development of a UAV- LiDAR system with application to forest inventory. *Remote Sensing*, 4(6), 1519-1543. [57] Zhang, C., & Kovacs, J. M. (2012). The application of small unmanned aerial systems for precision agriculture: a review. *Precision agriculture*, 13(6), 693-712. [58] Zhang, Q., Chen, J., Yang, L., Dong, W., Sheng, X., & Zhu, X. (2015). Structure optimization and implementation of a lightweight sandwiched quadcopter. In *Intelligent Robotics and Applications* (pp. 220-229). Springer, Cham. [59] Zhu, H., Jiang, Z., Zhao, H., Pei, S., Li, H., & Lan, Y. (2021). Aerodynamic performance of propellers for multirotor unmanned aerial vehicles: Measurement, analysis, and experiment. *Shock and Vibration*, 2021. 63