



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO  
INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS EN INGENIERÍA  
**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**TESIS**

**MODELO DE RED DE PETRI EXTENDIDA CON  
CAPACIDAD DE APRENDIZAJE, PARA PRONOSTICAR  
EL COMPORTAMIENTO DE UN PROCESO  
BIOTECNOLÓGICO**

Para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias en Ingeniería Industrial

PRESENTA

Ing. Luis Amado Hernández Cabrera

Director(a)  
Dr. Joselito Medina Marín

Codirector (a)  
Dra. María Guadalupe Serna Díaz

Cd. Del Conocimiento, Mineral de la Reforma a 12 de octubre de 2022



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

School of Engineering and Basic Sciences

Área Académica de Ingeniería y Arquitectura

Department of Engineering and Architecture

Mineral de la Reforma, Hidalgo, a 12 de octubre de 2022

Número de control: ICBI-AAIyA/452/2022

Asunto: Autorización de impresión de tesis

MTRA. OJUKY DEL ROCÍO ISLAS MALDONADO  
DIRECTORA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

Por este conducto, me permito comunicar a usted que, el jurado asignado al pasante de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Industrial **C. Luis Amado Hernández Cabrera**, con número de cuenta 299759, quien presenta el trabajo de tesis titulado **“Modelo de Red de Petri Extendida con Capacidad de Aprendizaje, para Pronosticar el Comportamiento de un Proceso Biotecnológico”**, después de revisar el trabajo en reunión de sinodales, ha decidido autorizar la impresión del mismo una vez realizadas las correcciones que fueron acordadas.

A continuación, se anotan las firmas de conformidad de los integrantes del jurado.

PRESIDENTE: Dr. Juan Carlos Seck Tuoh Mora  
SECRETARIA: Dra. María Guadalupe Serna Díaz  
VOCAL: Dr. Joselito Medina Marín  
SUPLENTE: Dr. Norberto Hernández Romero

Sin otro particular, reitero a Usted la seguridad de mi atenta consideración.

Atentamente  
“Amor, Orden y Progreso”

Dr. Oscar Montano Arango  
Coordinador de la Maestría en Ciencias en  
Ingeniería Industrial

Dra. Liliana Guadalupe Lizárraga Mendiola  
Jefe del Área Académica de Ingeniería y  
Arquitectura  
Vo. Bo.

Dr. Otilio Arturo Acevedo Sandoval  
Director del ICBI  
Vo. Bo.

OMA/MABC

Ciudad del Conocimiento  
Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5 Colonia  
Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo,  
México. C.P. 42184  
Teléfono: +52 (771) 71 720 00 ext. 4000, 4001  
Fax 2109  
aai\_icbi@uaeh.edu.mx



www.uaeh.edu.mx

## Índice general

Resumen .....	vi
Abstract .....	vii
Agradecimiento .....	viii
Dedicatoria .....	x
Introducción.....	xi
CAPÍTULO 1. PROPOPOSITO Y ORGANIZACIÓN .....	2
1.1 Planteamiento del problema.....	2
1.2 Propósito de la investigación.....	7
1.3 Justificación.....	7
1.3.1 Conveniencia .....	8
1.3.2 Relevancia Social .....	8
1.3.3 Implicaciones prácticas.....	9
1.3.4 Valor teórico.....	10
1.3.5 Utilidad metodológica .....	11
1.4 Objetivo general .....	12
1.5 Objetivo específico .....	12
1.6 Alcance y limitaciones .....	12
1.6.1 Alcance .....	12
1.6.2 Limitación .....	13
1.7 Organización del estudio.....	13
1.8 Preguntas de investigación .....	15
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....	16

2.1	Red de Petri .....	16
2.1.1	Antecedentes de Red de Petri.....	16
2.1.2	Definiciones formales y conceptualización .....	17
2.1.3	Propiedades de las Redes de Petri .....	26
2.1.4	Modelos de aplicación de Red de Petri .....	26
2.2	Red Neuronal .....	28
2.2.1	Antecedentes.....	28
2.2.2	Conceptualización. ....	30
2.2.3	Elementos característicos de las Redes Neuronales.....	32
2.2.4	Funciones de activación .....	35
2.2.5	Características de las Redes Neuronales.....	41
2.2.6	Método de aprendizaje Perceptrón.....	42
2.2.7	Gradiente descendiente.....	44
2.2.8	Procedimiento de Widrow-Hoff .....	47
2.2.9	Ventajas y desventajas.....	48
2.2.10	Aplicaciones .....	49
2.3	Procesos biotecnológicos.....	50
2.3.1	Antecedentes.....	50
2.3.2	Conceptualización .....	51
2.3.3	Tipos de biotecnología.....	52
2.3.4	Aplicaciones.....	54
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA.....		56
3.1	Tipo de investigación.....	56
3.2	Diseño de investigación .....	58
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN.....		60



4.1	Representación del conocimiento .....	61
4.1.1	Abstracción y visualización .....	62
4.1.1	Definición de la Neurona de Petri .....	65
4.1.2	Características específicas de la ecuación de estados. ....	73
4.2	Entrenamiento de la Neurona de Petri .....	74
4.2.1	Método algoritmo entrenamiento Perceptrón.....	74
4.2.2	Algoritmo entrenamiento iterativo .....	77
4.3	Dos casos de estudio, donde se muestra la aplicación de la Neurona de Petri.	
4.3.1	Aplicación 1. ....	80
4.3.2	Aplicación proceso biotecnológico.....	89
4.3.1	Validación de resultados.....	97
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES.....		100
5.1	Contribución .....	100
5.2	Trabajo a futuro.....	103
Anexos .....		104
6.1	Programa aplicación 1.....	104
6.2	Programa aplicación 2.....	105
6.2.1	Función principal.....	105
6.2.2	Función entrenar.....	105
6.2.3	Función evaluar .....	106
Bibliografía .....		107

## Índice de figuras

Figura 1. Lugares, transiciones, arco y token.....	17
Figura 2. Marca (token) y lugar. ....	18
Figura 3. Representación de los tokens dentro de los lugares.....	19
Figura 4. Entrada y salida en una Red de Petri.....	20
Figura 5. Indicadores del grafo.....	20
Figura 6. Reglas de conexión básica. ....	21
Figura 7. Representación gráfica de Redes de Petri.....	22
Figura 8. Representación de una neurona biológica fuente: (Khepri, 2018). ....	33
Figura 9. Representación de Red Neuronal .....	34
Figura 10. Grafo de una Red Neuronal con una neurona. ....	64
Figura 11. Grafo de RdP con una transición. ....	65
Figura 12. Representación básica de una Neurona de Petri.....	67
Figura 13. Estructura general de una Neurona de Petri. ....	67
Figura 14. Neurona de Petri Simple (mono capa). ....	69
figura 15. Diagrama de flujo de la NP.....	80
Figura 16. Representación de Neurona de Petri que indica la separabilidad en dos tipos de telas. ....	82
Figura 17. Representación gráfica de los valores a clasificar.....	84
Figura 18. Primera respuesta de la Neurona de Petri. ....	87
Figura 19. Segunda respuesta de la Neurona de Petri. ....	88
Figura 20. Respuestas de la Neurona de Petri.....	88
Figura 21. Grafo Neurona de Petri proveniente de una base de datos de un proceso biotecnológico. ....	92
Figura 22. Resultados arrojados por el programa parte 1 .....	95
Figura 23. Resultados arrojados por el programa parte 2 .....	96
Figura 24. Resultados de $RMSE$ y $r^2$ .....	98

## Resumen

El formalismo de modelado de Redes de Petri (RdPs) es una alternativa matemática y gráfica, con diferentes niveles de abstracción (generalizadas, extendidas, coloreadas, etc.) comprendiendo su amplia utilización para implementar herramientas de modelado. En la presente investigación se analiza su implementación como instrumento de apoyo para modelar y simular un sistema de aprendizaje, caracterizado básicamente por su complejidad y nivel de congruencia, basado en un sistema real, el cual se constituye en la generación de un compuesto biotecnológico para la prevención de plagas mediante lignosulfonatos, sobre el que se muestra la metodología de aplicación. Los resultados obtenidos muestran la factibilidad de utilizar RdPs como sistemas de aprendizaje para modelar procesos biotecnológicos.

Conforme a lo anterior, el modelo desarrollado cuenta con la capacidad de generar un razonamiento relacional, esto se efectúa a través de un algoritmo iterativo, el cual es puesto en funcionamiento, en la herramienta de software Matlab.

## **Abstract**

The formalism of modeling Petri Nets (PNs) are a mathematical and graphic alternative, with different levels of abstraction (generalized, extended, colored, etc.) understanding their wide use to implement modeling tools. This research analyzes its use as a tool to model and simulate a learning system, basically characterized by its complexity and level of congruence, based on a real system, which constitutes the generation of a biotechnological compound for the prevention of pests by lignosulfonates, on which the application methodology. The obtained results show the feasibility for using PNs as learning systems to model biotechnological processes.

According to the above, the developed model is capable of generating reasoning, this is carried out through an iterative algorithm, which is implemented in the software tool Matlab.



## **Agradecimiento**

A Dios todo poderoso que siempre escucha nuestras incansables suplicas por guiarme y cuidarme durante este recorrido, son muchas metas las que he logrado alcanzar con fe y esperanza, siempre serás mi luz y apoyo.

Gracias a mi padre por confiar siempre en mí, por no dudar en mis decisiones por creer que soy capaz de hacer las cosas y sobre todo por ser el apoyo para la familia, por nunca darse por rendido y mostrarme que todo es posible en la vida teniendo muchas ganas de realizar las cosas, eres para mí un gran ejemplo a seguir.

Gracias a mi madre por siempre encontrar las palabras correctas para impulsarme, por no dejarse vencer ante la adversidad, por tener siempre la fortaleza de salir adelante sin importar los obstáculos, por haberme formado como un hombre de bien, y por ser la mujer que me dio la vida y me enseñó a vivirla... no hay palabras en este mundo para agradecerte, mamá.

A mi hermana, por ser una mano, una amiga, por estar siempre en las buenas y las malas, por ser como eres olvidadiza y encantadora tú fuiste mi fuente de distracción cuando el estrés se iba apoderando de mí, tú me llenabas de ánimo para seguir adelante me contabas todo y me hiciste sentir cerca de casa, te amo.

Debo agradecer de manera especial y sincera al Dr. Joselito Medina Marín por aceptarme para realizar esta tesis de maestría bajo su dirección. Su apoyo y confianza en mi trabajo y su capacidad para guiar mis ideas ha sido un aporte invaluable, no solamente en el desarrollo de esta tesis, sino también en mi formación

como investigador. Las ideas propias, siempre enmarcadas en su orientación y rigurosidad, han sido la clave del buen trabajo que hemos realizado juntos, el cual no se puede concebir sin su siempre oportuna participación. Le agradezco también el haberme facilitado siempre los medios suficientes para llevar a cabo todas las actividades propuestas durante el desarrollo de esta tesis. Muchas gracias Dr. Joselito.

Se agradece el apoyo del CONACYT mediante una beca, para la realización del presente proyecto Modelos híbridos de Redes de Petri y Redes Neuronales para la Representación, Análisis y Optimización de Sistemas de ingeniería con número de proyecto A1-S-43006.

Finalmente agradezco a todas aquellas personas que participaron de alguna manera en la realización de este trabajo.

## **Dedicatoria**

Mi tesis la dedico con todo mi amor y cariño.

A ti DIOS que me diste la oportunidad de vivir y de regalarme una familia maravillosa.

Con mucho cariño principalmente a mis padres que me dieron la vida y han estado conmigo en todo momento. Gracias por todo papá y mamá por darme una carrera para mi futuro y por creer en mí, aunque hemos pasado momentos difíciles siempre han estado apoyándome y brindándome todo su amor, por todo esto les agradezco de todo corazón el que estén conmigo a mi lado. Los quiero con todo mi corazón y este trabajo que me llevó un año hacerlo es para ustedes, por ser el hijo mayor de sus hijos aquí está lo que ustedes me brindaron, solamente les estoy devolviendo lo que ustedes me dieron en un principio.

## Introducción

Desde sus orígenes hasta nuestros días, muchas son las aportaciones realizadas en torno a los modelos, así mismo debido a sus características, existen diferentes perspectivas para explicarlos, ya que pueden ser aplicados con el fin de entender la realidad que nos rodea, dando una representación de los fenómenos, desde una perspectiva de análisis, tal perspectiva se ocupa de representaciones teóricas externalizadas y consensuadas. Actualmente, los modelos son considerados como instrumentos para intentar responder preguntas debido a que son similares a realidad hasta cierto grado, de tal manera que permite derivar hipótesis susceptibles de ser puestas a prueba, y así por consiguiente los modelos se pueden ampliar y corregir.

Ahora bien, la adopción de un modelo para la generación de razonamiento mediante las RdP puede efectuarse, ya que, en la literatura se pueden encontrar diversos modelos de RdP que representan sistemas de eventos discretos. Todos ellos de una u otra manera son propuestos para dar respuesta oportuna y eficaz a diversos problemas, por esta razón se amplía el campo de utilización de tal manera que se desarrollan extensiones, las cuales son empleadas para las soluciones. Las nociones en las que se han contemplado las RdP da pauta a idealizar, una adopción, de un modelo para poder predecir eventos discretos, con el propósito de generar nuevos eventos consecuentemente basado de eventos históricos, por tal motivo se lleva a cabo la creación de un modelo capaz de realizar un razonamiento relacional.

A pesar de la importancia que puede darse al modelo de razonamiento relacional en RdP, es factible no solo basarse en las características de dicha metodología la cual puede resumirse en: Una metodología y un formalismo para modelar sistemas, representación gráfica sencilla, y por último la teoría matemática,



que permite el análisis y el comportamiento, sino también en una metodología que pueda determinar el número de entradas a analizar, implementación de funciones especiales y como también el tipo de entrenamiento, por lo cual, será necesario emplear la metodología de las Redes Neuronales (RN).

Los estudios que se presentan en éste documento, son para servir como medio de referencia y consulta, introduciendo al panorama general de la propuesta modelo de Neurona de Petri (NP), facilitando el entendimiento de las relaciones establecidas con base a dos metodologías, de tal manera que permite establecerse una correlación y así emplear un nuevo concepto, un nuevo procedimiento como también un nuevo ámbito de aplicación, para las RdP, posteriormente el diseño es llevado a cabo mediante dos aplicaciones.

La primera aplicación radica en la implementación de un sistema automático organizador de telas, dicho sistema tiene la función de separar telas y esto se efectúa a través de dos depósitos, uno de color azul y uno de color rojo. Para el cumplimiento del sistema automático se desenvuelve mediante un algoritmo clasificador, el cual permite representar la distribución de las telas en los depósitos.

La segunda aplicación se efectúa con el propósito de predecir 3 variables distintas, para la implementación de un proceso biotecnológico en la producción de un plaguicida con lignosulfonatos, dicha predicción se realiza con una base de datos, que tiene una procedencia de 27 experimentos realizados con distintos valores en las variables, los cuales son utilizados para el entrenamiento de un algoritmo iterativo, de tal manera que este devuelve 3 nuevos valores que pueden ser empleados para la producción del plaguicida.

## **CAPÍTULO 1. PROPOPOSITO Y ORGANIZACIÓN**

### **1.1 Planteamiento del problema**

Actualmente se han desarrollado “modelos” sociológicos, biológicos psicológicos y políticos del comportamiento del individuo en sociedad como una base de principios evolutivos. Así mismo se desarrollan y emplean “modelos” de investigación para ayudar en el desarrollo humano dentro del entorno social, el cual cada vez más complejo de acuerdo con (Tello & Peña, 2013). Los “modelos” actúan como intervención según su enfoque y finalidad a como han sido desarrollados, ya que algunos son elaborados por economistas, médicos, trabajadores etc., por tal motivo a los “modelos” con frecuencia son considerados como constructores de conocimiento, como en el sector tecnológico, donde los modelos son vinculados para construir procesos o sistemas para la solución a una problemática en particular.

Para observar la gravedad de un “modelo” actualmente a nivel mundial (Raviolo, Ramírez, Eduardo, & Aguilar, 2010) señalan que la palabra ciencia significa lo mismo que la palabra conocimiento, sin embargo, hoy en día la ciencia se refiere sólo al conocimiento aceptado, sistematizado y validado por la comunidad científica. El conocimiento científico es una construcción humana que tiene por objetivos comprender, explicar y actuar sobre la realidad. No obstante, no es un conocimiento absoluto, sino que está sujeto a reconstrucciones, en esta dirección los modelos tienen una importancia clave, ya que son la representación abstracta, conceptual, gráfica o visual, física de fenómenos, sistemas o procesos a fin de analizar, describir o explicar y así determinar un resultado a partir de datos.

Conforme al estudio de (Cassini, 2016) los modelos han adquirido un papel cada vez más preponderante en la filosofía de la ciencia como disciplina autónoma, está dentro de su origen, se propone como una de sus tareas principales elucidar la noción de teoría. Estas son propuestas en las nuevas teorías de la física

## Capítulo 1

desarrolladas a partir de la segunda mitad del siglo XIX, tales como la electrodinámica de Maxwell, la termodinámica, y la física estadística. Para la década de 1960, Max Black, Mary Hesse y Peter Achinstein escribieron los primeros estudios filosóficos detallados sobre los modelos en ciencia. Antes ya se había producido, pero de manera relativamente aislada. En cambio, el enfoque de los filósofos de la ciencia torna a un cambio, debido a dos razones. La primera de ellas es el surgimiento de la concepción de la semántica, la cual describe a una teoría como una colección de modelos y no un conjunto de oraciones lógicamente cerrado.

La segunda razón proviene de la creciente orientación de los filósofos de la ciencia hacia el análisis de las prácticas científicas, el cual reveló entre otras novedades, que la producción de teorías es un fenómeno poco frecuente y no ocupa un lugar preponderante en la tarea científica cotidiana. En la práctica de la ciencia normal, resulta mucho más importante la elaboración y empleo de modelos, frecuentemente con una finalidad puramente instrumental y de carácter predictivo. Aunque indudablemente el estudio de los modelos científicos desempeña un papel importante en donde se ha desempeñado en asuntos como la explicación científica, la confirmación de hipótesis o la experimentación, temas que se han desarrollado de manera independiente del concepto de modelo.

Desde hace ya varias décadas se ha implementado el uso de los modelos, una de las principales actividades de la práctica científica consiste en la construcción y aplicación de modelos, los cuales desempeñan funciones muy diversas, que van desde la predicción teórica hasta la enseñanza de la ciencia, de tal forma que se orienta a lograr una mejor comprensión de la ciencia, a comparación de capacidad explicativa de los modelos, que ha sido más discutida. En cualquier caso, la finalidad con la que se construyen los modelos depende de los intereses de tales modelos. Un mismo modelo puede desempeñar varias funciones a la vez en un mismo contexto de aplicación, así como migrar, usualmente luego de sufrir modificaciones, de un contexto a otro, e incluso de una disciplina a otra diferente.

## Capítulo 1

De esta manera, los modelos se han concebido como representaciones (idealizadas o simplificadas) de los fenómenos, de modo que el carácter representativo sería la propiedad esencial que los diferentes modelos tienen en común.

Debió a la relación que existe entre la ciencia y los modelos, la importancia de producir creadores de conocimiento es indispensable, ya que, al crear conocimiento, trae implicaciones importantes para el desarrollo de un país, en especial el económico, orientando su difusión a los sectores productivo y social, de esta manera durante el siglo XX la universidad llegó a ser el centro principal de producción de conocimiento, basándose en modelos de tal manera que estos se permitieran actualizarse. En la actualidad, las Universidades permanecen como el único sitio para el entrenamiento de expertos competentes para sostener la ciencia globalizada, la medicina, la tecnología y las ciencias de la comunicación. Pero el papel de las universidades en las sociedades también es determinado como las políticas científicas.

Las políticas científicas están ligadas, tal es el caso de América Latina y el Caribe (ALC) la cual, se articula sobre las políticas científicas, esta necesariamente identifica los modelos de innovación que está fomentando la UNESCO para ALC, debido a que es la principal organización de asesoría política científica que se centra sobre los países en desarrollo, dicha articulación hace énfasis en las políticas nacionales de los países de ALC específicamente Argentina, Brasil y México ya que estos países aportan el 75% de la producción científica (Ceballos, Delgado, & Soto Lombiana, 2010).

Al considerar la mención que hace la UNESCO para ALC, promueve una uniformidad en las políticas científicas. Promueve el Modo 2 de innovación y la vinculación de la sociedad en el desarrollo de la Ciencia, la Tecnología y la Sociedad. México presenta una política científica dirigida a un modelo de innovación



## Capítulo 1

de Universidad-Estado-Empresa mejor conocida como la Triple Hélice postula que la relación entre Universidad-Estado-Empresa es la clave para mejorar las condiciones para la innovación en una sociedad del conocimiento. Está transformando la tradicional enseñanza y la investigación universitaria en un emprendimiento empresarial, integrando una misión para el desarrollo económico y social por el cual se esperan cambios en la política científica propuesta por la UNESCO para ALC.

Las universidades al permanecer como el único sitio para el entrenamiento de expertos, la sociedad avanza y se transforma mediante el uso del conocimiento, siendo esta llevada al momento en donde el hombre pudo conocer la creación del fuego, después replicó dicho conocimiento de crear el fuego o dar utilidad a la rueda, ha generado concepciones que tienen múltiples aplicaciones y que han remediado las necesidades de la sociedad.

Aunque pareciera que en la actualidad se han encontrado todas las respuestas, aún queda mucho por descubrir y conocer. Cada día se revela un nuevo enfoque, nuevas aportaciones o aplicaciones que hacen la vida más fácil y esto es efectuado por investigadores los cuales laboran en distintos institutos, tal es el caso de la labor de los científicos en México siendo específicos del Estado de Hidalgo en la Universidad Autónoma de Hidalgo (UAEH) que han contribuido por años a generar aportaciones que resuelvan necesidades sociales, principalmente de los hidalguenses. Es por esto que hasta el momento han conseguido patentar 12 creaciones y están a la espera de otras 40.

De los 40 desarrollos, la cantidad de 37 están requeridos antes IMPI, ante la Oficina de Patentes y Marcas de Estados Unidos (United States Patent and Trademark Office, USPTO), y una en el Instituto Nacional de la Propiedad Industrial (INPI) de Argentina. Bajo la premisa de generar investigación de alta competitividad

## Capítulo 1

para así contribuir a la solución de problemas estructurales de desarrollos tecnológicos para beneficio de la sociedad en general.

Ante la necesidad de realizar investigación que permita a las universidades de México y por consiguiente de Hidalgo, en el contexto de modelos de Redes de Petri (RdP) adoptar una extensión, considerando las características básicas de esta, para adaptarlas de tal manera que pueda efectuarse un aprendizaje con base de ejemplos, y devuelva un resultado, en donde, dicho resultado se considera esencial para una toma de decisión, debido a que, en un ámbito general llevar a cabo un experimento tiende a volverse complicado y se emplea bastante tiempo, como de igual forma los recursos podrían estar limitados para realizar cierto número de experimentos, por estas razones se da origen a la presente investigación, siendo un caso en particular la escuela preparatoria número uno, incorporada a la UAEH del estado de Pachuca Hidalgo.

Donde algunos Docentes, han compartido su preocupación ante autoridades escolares, por el hecho de que se requiere de una mejora o cambio del sistema, para la generación de lignosulfonatos, ya que con el sistema que actualmente cuentan, solo pueden efectuar experimentaciones para realizar el compuesto deseado, volviendo a la elaboración del compuesto biotecnológico bastante tediosa.

Los docentes requieren de un modelo interactivo y pronosticador, capaz de generar una interacción con la información que ya se posee, de experimentos realizados, la cual pueda sugerir posibles cantidades a emplear para la generación del compuesto, de tal manera que, se evitaría de recabar más paquetes de información cada determinado tiempo, debido a que se emplea mucho tiempo para recopilar la información, de igual forma es bastante la duración para desarrollar cada prueba, como también en el desperdicio de material empleado y requerido para la

## Capítulo 1

creación del compuesto. ¿Será un modelo de Red de Petri extendida con capacidad de aprendizaje, y con factor predictivo del comportamiento capaz de modelar y pronosticar el comportamiento de un proceso biotecnológico para la prevención de plagas con lignosulfonatos?

Es por ello que la presente investigación busca la implantación de un modelo capaz de generar un aprendizaje a través RdP sea idóneo, para la interacción de información con posibles resultados. Bajo el punto de vista de RdP, se efectúa una rápida comprensión de su funcionamiento, y esto se ha contemplado en el transcurso de los años, mediante sistemas compactos y efectivos, debido a que, una RdP no se especializa en una sola área, sino que, se presta para abordar áreas como ciencias computacionales, análisis de sistemas, ingenierías etc., de igual forma genera un mejor entendimiento del sistema desde un panorama más general.

### **1.2 Propósito de la investigación**

### **1.3 Justificación**

La investigación a realizar contribuirá a generar un modelo de RdP, con la finalidad de crear una capacidad de aprendizaje, a partir de datos, con un comportamiento similar a las Redes Neuronales (RNs), para predecir el comportamiento de un sistema, siendo este una herramienta más de apoyo en la toma de decisiones, adicionalmente, los resultados del estudio apoyan a crear una mayor conciencia de que se pueden resolver problemas con distintos métodos, pero aprovechando sus características. De igual manera, se espera que esta extensión de RdP sea aplicable a distintos sistemas siendo este un caso particular, para la predicción de un proceso biotecnológico para la prevención de plagas con lignosulfonatos.

## Capítulo 1

### **1.3.1 Conveniencia**

Existen sistemas de modelación con capacidad de resolución de problemas, pero conforme se incrementa la dificultad de algún problema, la herramienta se vuelve obsoleta y complicada en cuestión de interpretación, haciendo que la implementación no sea la más eficiente; debido a este inconveniente, es viable generar nuevas interpretaciones de modelos ya empleados con otras teorías, generando una relación, ya sea en similitud con sus características o propiedades, las cuales al desarrollar nuevos modelos con diferentes teorías, estas mejoren la interpretación y adicionalmente la implementación de la herramienta.

Por tal motivo, al modelo original de RdP se le ha incorporado una nueva característica dentro de los modelos extendidos, que permitirá modelar sistemas con capacidad de razonamiento, para la toma de decisiones, de esta manera la presente investigación contribuirá a generar una propuesta de un modelo extendido de RdP, denominando a la nueva extensión con el nombre de Neurona de Petri (NP), como consecuencia constará de una capacidad de aprendizaje a través de un entrenamiento previo, basándose en datos históricos (eventos pasados) del sistema a predecir, y por ende producirá un estímulo de salida, esto a partir de datos que serán asignados por el usuario, y así, dicho comportamiento será similar a la RN.

### **1.3.2 Relevancia Social**

En la presente investigación a través de una nueva extensión de las RdPs denominada NP, se pretende generar un nuevo enfoque que, al ser comparado con las extensiones ya implementadas, torna un cambio radical, en cuanto a la

## Capítulo 1

implementación de la aplicación, debido a que es un modelo innovador y aplicable, que establece la coherencia y secuencia para la realización de razonamiento relacional. Es importante destacar que contará con la capacidad de aprendizaje por medio de una base sólida de experiencias pasadas, esto a través de un entrenamiento, de este modo permitirá ser aplicable en la resolución de problemas de comportamiento predecible, y finalmente la interpretación de sus resultados serán valorados, como una base sustentable, para la aprobación de una toma de decisión.

No obstante, la investigación es oportuna y conveniente porque sus resultados, ayudan a mejorar el proceso en la producción de un compuesto de lignosulfonatos, para la prevención de plagas, de tal forma que permite establecer contacto con la realidad, de igual forma ayuda a establecer mecanismos de solución de problemas y con ello el análisis crítico en diversos experimentos acontecidos en la realidad.

### **1.3.3 Implicaciones prácticas**

En términos generales, la sociedad se ha ido desarrollando casi en cualquier ámbito a pasos grandes. Visto desde otra perspectiva la sociedad busca la manera más fácil y viable de resolver problemas, esto lo hace mediante herramientas de apoyo, lo que le permite facilitar la toma de alguna decisión e incluso agilizar algún trabajo, estas técnicas no solo se han desarrollado, sino que también han prevalecido a lo largo del tiempo, un ejemplo es la tecnología, que se ha desarrollado a partir de una necesidad, hasta la elaboración de tareas complejas como, lo es, el ensamblaje en algún sector industrial.

No obstante debido a la competitividad existente, los usuarios que se dedican a la implementación de tecnologías, de igual manera, buscan las formas más

## Capítulo 1

prácticas para llevar a cabo su labor, y esto mediante nuevas técnicas o incluso con la mejora de alguna, particularmente en este caso, la implementación de un modelo de aprendizaje NP para resolver diversos sistemas de procesamiento de información, es de vital importancia debido a que la sociedad busca múltiples herramientas las cuales pueda encajar, tanto en la interpretación como en la implementación de esta, permitiendo comparar y adaptarse según sea su conveniencia.

### **1.3.4 Valor teórico**

La investigación contribuirá a generar un modelo, capaz de resolver problemas de forma similar al cerebro humano, ya que permitirá responder preguntas tipo: Cual es la mejor combinación de algún sistema, no obstante, el modelo podrá ser empleado de tal manera, que contará con la facultad de conocer el comportamiento de varias variables, posteriormente permitirá emplearse de la misma manera como un apoyo auxiliar para la toma de decisiones de tareas.

Dicho modelo no proporciona una representación visual o fotográfica de los fenómenos sino, inevitablemente, una representación aproximada, simplificada y distorsionada, como la posibilidad de exploración de fenómenos, de igual manera tiene la capacidad de emplearse en distintas situaciones gracias a su gran versatilidad, por lo tanto, proporciona una comprensión de los fenómenos para un análisis detallado.

Ciertamente la herramienta será capaz de desenvolverse a través de funciones para el análisis de datos, los cuales son: lineales, vectoriales y matriciales, pero el diseño implementado del modelo de igual forma es moldeable, en cuestiones donde el proceso de razonamiento requiera de interpretaciones diferentes a las de las funciones, las cuales no serán empleadas en este documento.



### **1.3.5 Utilidad metodológica**

Es importante destacar que los resultados del estudio ayudarán a crear mayor conciencia reflexiva entre los mentores de las universidades, para crear herramientas capaces de resolver problemas con diferentes teorías, también con distintos pasos e incluso otros procesos, es decir que analizando de manera detallada las teorías o modelos ya establecidos, se pueden adaptar de igual forma modelos, con diferentes enfoques pero con características muy similares, esto lleva a la creación de nuevos instrumentos de apoyo, de tal forma que pueden ser empleados tan solo por la forma de cómo interpretarlos.

Posteriormente, se contribuye un nuevo método capaz de analizar datos a través de razonamiento, destacando que no solo puede ser empleado en un análisis de algunos sistemas, sino que también ofrece la posibilidad de analizar distintas interpretaciones de sistemas de razonamiento con carácter predecible.

## Capítulo 1

### **1.4 Objetivo general**

Proponer un modelo de RdP extendida con capacidad de aprendizaje, para predecir el comportamiento de un proceso biotecnológico, para la prevención de plagas con lignosulfonatos.

### **1.5 Objetivo específico**

- Desarrollar un modelo para que la RdP tenga capacidad de aprendizaje.
- Identificar las similitudes entre el modelo de RNs y las RdPs.
- Verificar si el algoritmo de aprendizaje de una RN, es capaz de utilizarse en una RdP.
- Identificar la estrategia adecuada de aprendizaje para una RdP, y verificar su comportamiento de autoaprendizaje.
- Examinar si el modelo empleado de RdP, cuenta con la viabilidad de incorporarle métodos de apoyo resultante como lo son: La función de activación escalón, lineal y sigmoideal, para su entrenamiento y así definir la salida.

### **1.6 Alcance y limitaciones**

#### **1.6.1 Alcance**

Los resultados de esta investigación pueden ser de utilidad para resolver tareas de predicción y clasificación, de tal modo que podrá ser empleado en el sector industrial, y a su vez, debido a que cuenta con un rango de actuación amplio, de igual forma permite efectuarse en áreas como la economía, donde puede predecir la variación de precios, en medicina ayudando a clasificar problemas de

## Capítulo 1

salud y en la biotecnología, ofreciendo soluciones para diversos procesos de tal forma que los resultados se contemplan para la toma de decisiones.

### **1.6.2 Limitación**

Un aspecto de suma importancia es el algoritmo a emplear, para la presente investigación, debido a que solo se contempla para el entrenamiento una monocapa, se emplea un método de apoyo en la reducción de errores lineal, conocido como la regresión lineal de redes neuronales, por tanto, dentro del estudio se verifica si es viable la implementación de este método, lo cual conlleva a que se planteen las bases para iniciar dentro del proceso del razonamiento, mediante la metodología de RdP.

### **1.7 Organización del estudio**

La tesis está constituida por cinco capítulos los cuales están organizados de la siguiente forma:

Capítulo 1. En este capítulo se describe el planteamiento del problema destacando las aportaciones de distintos autores, con la finalidad de fundamentar la importancia de realizar el estudio, de un nuevo modelo capaz de generar razonamiento, de esta misma forma se describe el alcance que tendrá dentro de un ambiente social sin hacer a un lado las limitaciones de desarrollo que son fundamentales para llevar a cabo el presente estudio.

Capítulo 2. Se da una introducción a los antecedentes históricos de RdPs, en donde se habla de quien las originó, el impacto que han tenido desde su desarrollo, como también los investigadores que optaron por adaptar la RdP, con nuevos enfoques, denominados extensiones, las cuales permiten resolver distintos problemas, y están basadas en los conceptos y propiedades básicas. Además, se

## Capítulo 1

abordan a las RNs, Cuya historia también juega un papel fundamental, al tener un gran impacto en la sociedad desde sus orígenes. Las RNs pueden ser adaptadas en la solución de distintas problemáticas, utilizando reductores de errores en el proceso de aprendizaje que permiten resolver problemas de una manera más viable.

Por otra parte, se hace mención de la biotecnología la cual es un área multidisciplinar. Se contempla desde sus orígenes, su enfoque, el impacto que ha tenido en la sociedad, como también las áreas de la biotecnología que han sido desarrolladas, las cuales son fundamentales para su clasificación.

Capítulo 3. En lo que se refiere a este capítulo, se establece la metodología empleada para llevar a cabo la presente investigación, por esta razón se distinguen tres puntos esenciales los cuales son: Tipos de investigación, diseño de investigación y técnica e instrumentos de recolección de datos. En relación a lo antes mencionado, para los tipos de investigación se emplea con el propósito de identificar la base de investigación que se llevara a cabo, que posteriormente da la adopción al diseño de investigación, en donde se establece la forma en cómo se desarrolla la investigación, y por último, se abordan las técnicas e instrumentos de recolección de datos que dan pauta a la forma de recopilación de información, en función del objeto de investigación.

Capítulo 4. En este capítulo se exponen los fundamentos de la RdP, para introducir a la propuesta de este trabajo de tesis que consiste en un nuevo enfoque denominado NP. Se presenta una nueva forma de visualizar las propiedades y características básicas de las RdPs, la nueva interpretación se encarga de la generación de razonamiento, a través de un entrenamiento, para obtener una nueva versión simplificada de las RdPs, que posee una estructura aproximada a las Redes Neuronales.

## Capítulo 1

Lo anterior se logra a través de la unión de la metodología reducción de errores y función de activación de las Redes Neuronales para las RdPs. No obstante, dicho enfoque se emplea para dar solución al problema general de este trabajo de investigación, como también la elaboración de ejemplos, en forma de aplicación.

Capítulo 5. Este capítulo alude a las conclusiones generales del trabajo de investigación, de tal forma que se habla de los inconvenientes obtenidos, a la interpretación de los resultados de acuerdo al problema planteado, se hace mención acerca del resultado obtenido del modelo de aprendizaje mediante RdP, así mismo se menciona la forma en cómo se dedujo una relación entre una RN y una RdP de tal manera que este último se le otorga cierta clasificación con el fin de explicar de la viabilidad de implementación como un método más de apoyo para un proceso de razonamiento. Por otra parte, se contempla un apartado que expone el posible trabajo a futuro, el cual puede desarrollarse gracias a esta investigación.

### **1.8 Preguntas de investigación**

¿Qué modelo de aprendizaje es el más adecuado para una Red de Petri?

¿Existe alguna similitud entre el modelo de Redes Neuronales y las Redes de Petri?

¿Es efectivo utilizar el algoritmo de aprendizaje de una Red Neuronal en una Red de Petri?

¿Qué estrategias son viables aplicar a una Red de Petri para asemejar el comportamiento de una Red Neuronal?

¿Qué modelo empleado cuenta con la viabilidad de incorporar métodos de apoyo resultantes como los son: la función de activación escalón, lineal y sigmoideal, para su entrenamiento y así definir una salida?

## **CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 Red de Petri**

#### **2.1.1 Antecedentes de Red de Petri**

Las RdPs fueron propuestas por Carl Adam Petri en la década de los años sesenta, surgen como resultado de su trabajo doctoral “Kommunikation mit Automaten en la Universidad de Darmstadt” (Mata, Abdul, & Germalis, 2016). Las ideas de Petri atrajeron la atención de un grupo de investigadores del Applied Data Research Inc. Dirigido por Anatol Holt y que trabajaban en el proyecto "Information System Theory Project" (Arroyave Díaz, Zuleta Bermúdez, & Vásquez Salazar, 2012) . El grupo, desarrolló la teoría del proyecto conocido como “Systemics”.

Desde entonces, se han desarrollado variaciones que han ido introduciendo nuevos elementos, y técnicas que incrementan el poder de representación de los modelos construidos con dicha técnica formal. Estas variaciones son denominadas genéricamente como RdPs Extendidas, las más comunes son: Redes con Arcos Habilitadores e Inhibidores, Redes con Tiempo y Redes Estocásticas igualmente, existen técnicas en las cuales durante la ejecución de la red, se ven alterados algunos de sus componentes; estos tipos de redes son conocidos como Redes de Alto Nivel e incluyen las Redes Coloreadas, las Predicados Transición y las Redes con Marcas individuales (Ángel Restrepo, 2011).

Murata y Nielsen (Castellanos, 2006) identificaron una extensión y la designaron Redes de Petri de arco temporizado distribuido. Para adentrarse a esta extensión se recomienda analizar la aportación (Mogens & V, 2001) donde los autores establecen la extensión cronometrada de RdP en la cual, los parámetros de tiempo están asociados con tokens y los arcos conllevan restricciones que califican la edad de los tokens requeridos para habilitar.

## Capítulo 2

Kurt describió una extensión y la denominó como Red de Petri Coloreada, esta es la interpretación de un lenguaje gráfico para la construcción de modelos de sistemas concurrentes y el análisis de sus propiedades, a partir de la combinación de las capacidades de la RdP con las capacidades de un lenguaje de programación de alto nivel (Jensen & Kristensen, 2009).

### 2.1.2 Definiciones formales y conceptualización

Las RdPs se describen como una potente herramienta matemática de modelado gráfico que proporciona una representación más compacta y efectiva de sistemas concurrentes aplicable a los sistemas de eventos discretos, logístico, matemáticos (Jiménez, Pérez, & Sanz, 2005). Las RdPs se representan gráficamente por un grafo dirigido bipartito, pueden ser utilizadas para dar información dinámica del sistema a través de un grafo. La estructura básica de una RdP está formada por dos nodos: Lugares (P) y transiciones (T) unidos por arcos orientados (ver figura 1).

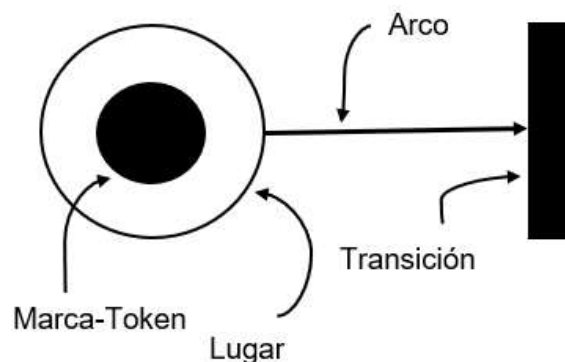


Figura 1. Lugares, transiciones, arco y token.

Los lugares son dibujados como círculos, los cuales representan condiciones del modelo u objetos. Dentro de los lugares se albergan marcas (tokens), dibujados como puntos negros, que representan el valor específico de la condición u objeto (ver figura 2).

## Capítulo 2



*Figura 2. Marca (token) y lugar.*

Como se mencionó anteriormente, las marcas (tokens) residen dentro de los lugares los cuales por medio de transiciones se controla la dirección y la ejecución de la red, y así se determina el estado de una RdP, dichos tokens pueden encontrarse en cero (ver figura 3 inciso a), así mismo múltiples tokens (ver figura 3 inciso b), y también existen con más de un sólo lugar y con similar dirección a la transición (ver figura 3 inciso c), esto debido a su flexibilidad, de igual forma se haya ilimitada en el número (debe ser entero positivo) de marcas en el lugar correspondiente (ver figura 3).



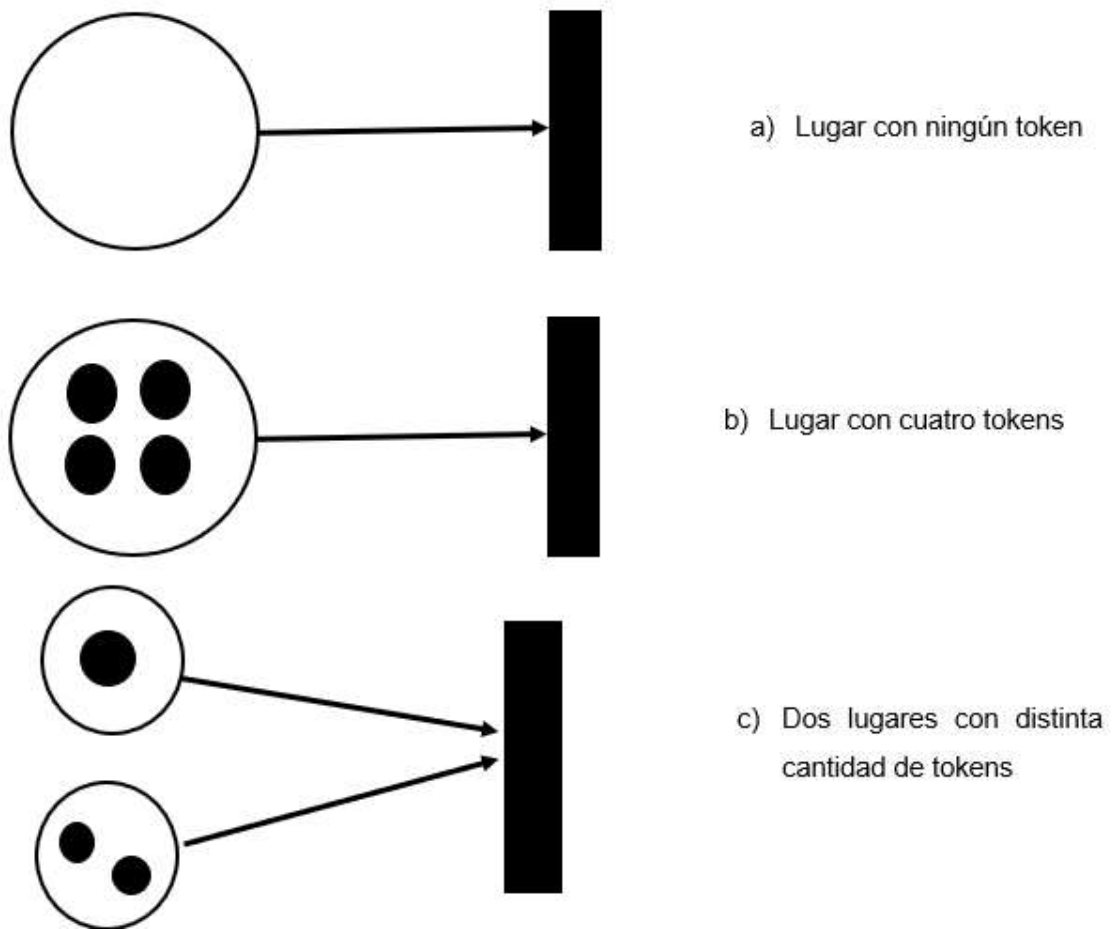


Figura 3. Representación de los tokens dentro de los lugares.

Una disposición particular de las marcas (tokens) en todos los lugares se conoce como marcado. Otro elemento importante de una RdP es la transición (rectángulos negros, ver figura 1), el cual hace cambiar de ubicación a los tokens a través de los arcos dirigiéndolos a otros lugares (ver figura 4), las transiciones suelen utilizarse para describir eventos, el cual modifica el estado del sistema.

## Capítulo 2

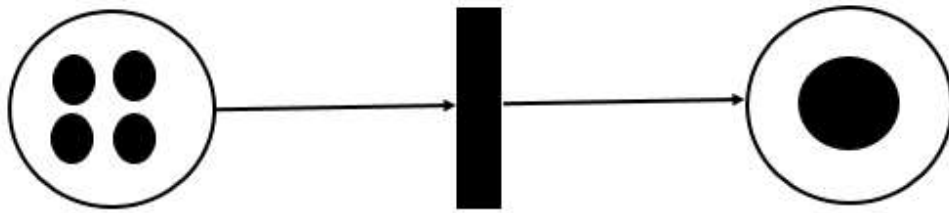


Figura 4. Entrada y salida en una Red de Petri

Debido a que el grafo de la red es muy amigable, cuenta con indicadores de comportamiento los cuales pueden estar ubicados en los lugares, sobre los arcos como también en las transiciones, dicha ubicación tiene la finalidad de indicar, para los lugares el número del token, los arcos proporciona un número natural llamado peso de arco, el cual es consumido por el tokens, y para la transición solo indica el número de transición (ver figurar 5) si un arco no cuenta con indicador, este se considera como valor unitario.

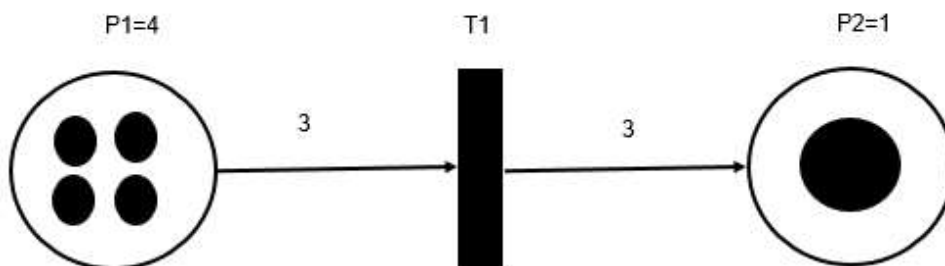


Figura 5. Indicadores del grafo.

Conforme a lo anterior, el sistema comienza en una configuración inicial conocida como marcado inicial. Por convención, un arco no etiquetado tiene un peso unitario, los arcos son pesos mayores que la unidad, se dibujan frecuentemente con dos o más trazos, pero nunca se conectan lugares con lugares ni transiciones con transiciones (figura 6), siguen el orden de lugar y transición o de manera viceversa (Bonet, Lladó M, & Puigjaner, 2007).

## Capítulo 2

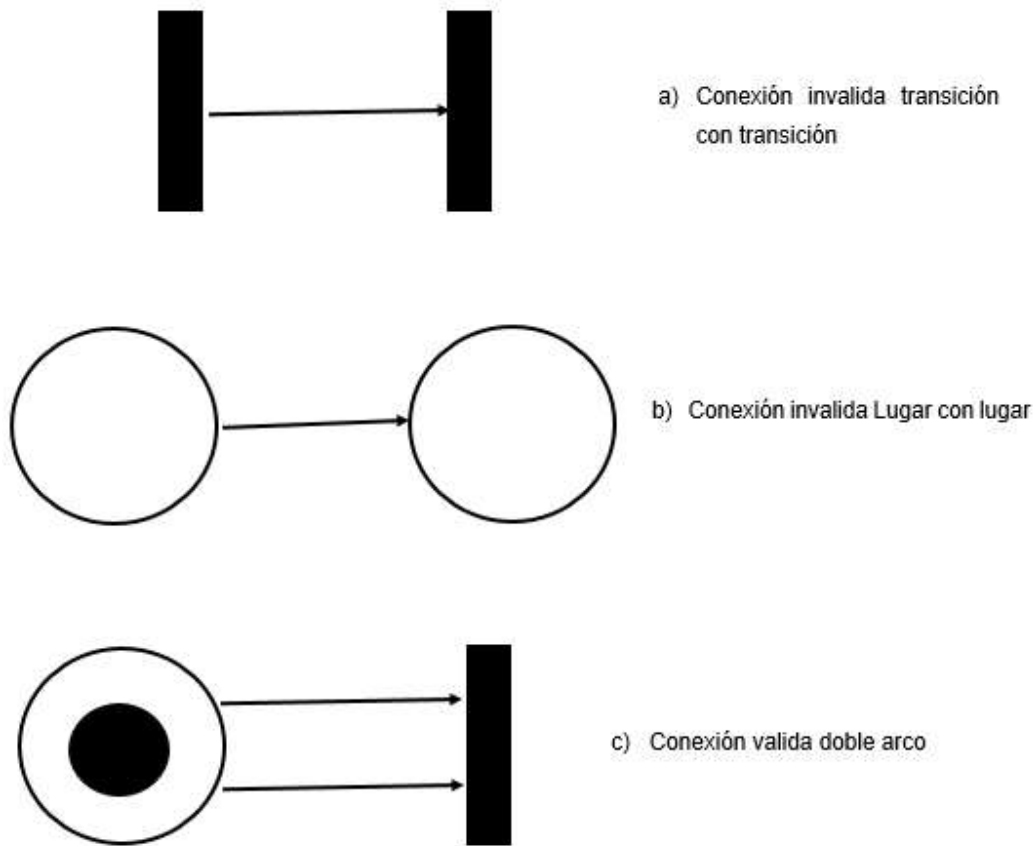


Figura 6. Reglas de conexión básica.

La forma gráfica proporciona una representación clara del problema. La relación entre los estados y los eventos se puede efectuar de dos maneras: la primera es indicando las condiciones bajo las cuales los eventos pueden ocurrir, la última radica en conforme a la evolución del evento, tomando en cuenta que puede existir redundancia (figura 7).

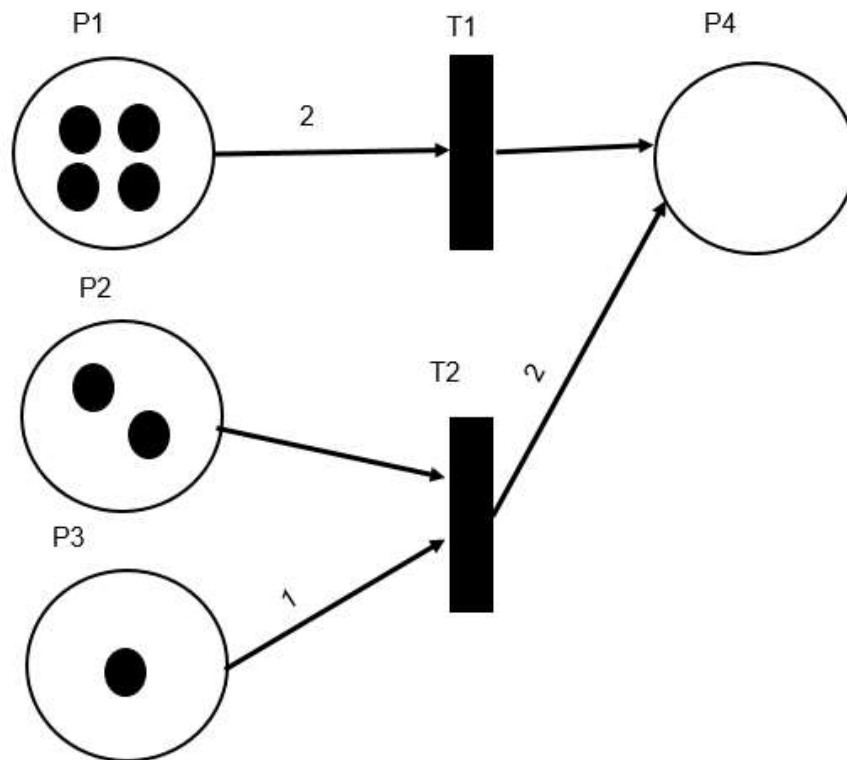


Figura 7. Representación gráfica de Redes de Petri.

El autor (Meneces, 2011) describe a la Red de Petri como una herramienta poderosa para modelar Sistemas de Eventos Discretos (SED), a través de funciones asociadas con arcos, en la cual ofrece la condición para modelar sistemas grandes sin perjuicio de la visualización gráfica y un mayor recurso de análisis. La naturaleza gráfica de las RdPs permite la incorporación de etiquetas, sin que estas afecten la ejecución de la red, favoreciendo la comunicación entre los usuarios y los implementadores del sistema.

**Definición 1.** Representación de una Red de Petri clásica es una 4-tupla  $N = (P, T, I, O)$ , donde:

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  (P es un conjunto finito y no vacío de lugares).

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  (T es un conjunto finito y no vacío de transiciones).

## Capítulo 2

$P \cap T = \emptyset$  y  $P \cup T \neq \emptyset$ ,  $I: P \times T \rightarrow \{0,1\}$  (Función de entrada, representa los lugares de entrada a la transición T).

$O: T \times P \rightarrow \{0,1\}$  (Función de salida, representa los lugares de salida de la transición T). (Castellanos, 2006).

Cabe mencionar que, la definición formal de una RdP varia de un autor a otro, por ejemplo, algunos autores la definen como una séptupla (Gutiérrez, 2013), una 5-Tupla (Ángel Restrepo, 2011)

**Definición 2.** Representación gráfica de una RdP  $N = (P, T, I, O)$ , es un grafo  $G$  múltiple (porque permite múltiples arcos de un nodo del grafo a otro), dirigido (porque los arcos tienen dirección, lugares-transiciones o transiciones-lugares) y bipartito (ya que consiste en dos tipos de nodos: lugares y transiciones).  $G = (V, A)$ , donde  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_y\}$  es un conjunto finito de vértices y  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_z\}$ , es un conjunto de arcos dirigidos. El conjunto  $V$  puede ser particionado en dos conjuntos disjuntos  $P$  y  $T$  tal que  $V = P \cup T$ ,  $P \cap T = \emptyset$ , y para cada arco dirigido,  $a_r \in A$  si  $a_r = (v_s, v_d)$ , donde  $v_s \in P$  y  $v_d \in T$ , o  $v_s \in T$  y  $v_d \in P$ .

Expresado de otra forma, si de  $V = P \cup T$  se define  $A$  como un conjunto de arcos dirigidos tal que  $\forall p_i \in P \quad \forall t_i \in T$  por lo tanto  $((p_i, t_i)) = (p_i, I(t_j))$  y  $((t_i, p_i), A) = (p_i, O(t_j))$ .

La naturaleza gráfica de las RdPs permite la incorporación de etiquetas que explican las especificaciones y el funcionamiento del modelo, sin que estas afecten la ejecución de la red, favoreciendo la comunicación entre los usuarios y los implementadores del sistema.

## Capítulo 2

**Definición 3.** Una representación alternativa de las RdPs se basa en su formulación matricial, en las cuales, se utilizan las relaciones existentes entre los componentes de la RdP para definir las por medio de matrices, este enfoque es equivalente a la forma tradicional. El estudio de las propiedades, dinámica y características de las RdPs que se basa en el enfoque matricial (Ángel Restrepo, 2011); la definición matricial es la siguiente: Se representa por una 4-Tupla,  $N = (P, T, W^-, W^+)$  donde  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  ( $P$  es un conjunto finito y no vacío de lugares no vacíos).  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  ( $T$  es un conjunto finito y no vacío de transiciones).  $W^- [j, i] = \#(p_i, I(t_j))$  (Matriz que define la multiplicidad de entradas a las transiciones).  $W^+ [j, i] = \#(p_i, O(t_j))$  (Matriz que define la multiplicidad de incidencia posterior a la transición).  $W = W^+ - W^-$  (Matriz de incidencia  $N$ ). De forma extendida las matrices  $W^+$  y  $W^-$  se presentan en las ecuaciones (1) y (2).

$$W^- = \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{j,1} & \cdots & w_{j,i} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$W^+ = \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{j,1} & \cdots & w_{j,i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$W = W^+ - W^- \quad (3)$$

Para comprender mejor el comportamiento de las ecuaciones (1) y (2), se implementan, tomando como base la figura 3, en la cual se sustituyen los valores correspondientes, esto se puede apreciar en la ecuación (4) y (5).

## Capítulo 2

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde

$$W = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

**Definición 4.** Dada una transición  $t_j \in T$  de una RdP  $(Q, M_0)$ , se dice que  $t_j$  está habilitada en el marcado  $M_k$ , denotado como  $M_k | t_j$ , si se cumple que  $\forall p_i \in P, M_k(p_i) \geq I(p_i, t_j)$ . El conjunto de todas las transiciones habilitadas en el marcado  $M_k$  se denota como  $M_k$ . El disparo de una transición habilitada en una RdP permite alcanzar un nuevo marcado, el cual puede ser calculado utilizando la ecuación de estados siguientes.

**Definición 5.** Una transición  $t_j \in T$  habilitada en un marcado  $M_k$ .  $M_k | t_j$ , puede ser disparada alcanzando un nuevo marcado  $M_k$ , denotado como  $M_{k-1} \rightarrow M_k$ . El nuevo marcado  $M_k$ , se calcula como:

$$M_k = M_{k-1} + W t_j \quad (6)$$

Donde  $t_j$  es un vector de n-entradas, que indica las transiciones que permitirán los desplazamientos de marcas (tokens), conocido como el vector de Parikh de la transición  $t_j$ , definido como  $t_j(i) = 0, i \neq j, t_j(j) = 1$ .  $M_{k-1}$  Se define

## Capítulo 2

como el estado actual del sistema y  $W$  es la matriz de incidencia (Alcaraz Mejía, Campos Rodríguez, García Contreras, Urquieta Jiménez , & Aguirre Villa, 2010).

### 2.1.3 Propiedades de las Redes de Petri

(Pérez S. C., 2006) Plantea unas pocas propiedades, las cuales son significativas para cualquier sistema concurrente, no sólo para aquellos modelos con las Redes de Petri. No obstante, estos hacen especialmente fácil entender varios casos. Las propiedades a ser consideradas son:

- 1) **Limitación.** Caracterizado por el número finito del espacio de estado.
- 2) **Vivacidad.** Relacionado a la disparabilidad potencial en todos los marcados alcanzables. La liberación de bloqueos mortales es una condición más débil en la cual sólo la actividad infinita global (por ejemplo, la disparabilidad) de modelo de sistema de red está garantizada, aún si alguna parte de él no trabaja.
- 3) **Reversibilidad.** caracterizando la recuperación del marcado inicial desde cualquier marcado alcanzable.
- 4) **Exclusión mutua.** tratando con la imposibilidad de submarcado simultáneo o concurrencia de disparo.

### 2.1.4 Modelos de aplicación de Red de Petri

El análisis del modelo debe considerar diferentes modos de operación para identificar cuellos de botella, actividades críticas (Caratar Chaux, Cano Buitrón, & Garcia Melo, 2018). En el apartado anterior y en las secciones previas fue descrita la RdP, a continuación, se presenta la manera en cómo está constituido un modelo para tener una interpretación base aplicable a la Red de Petri.



## Capítulo 2

**Diseño:** El diseño de modelos consiste en la propuesta de un conjunto de estructuras que caracterizan los desperdicios identificados a través de la teoría de producción esbelta, los cuales se presentan en diferentes etapas de un sistema productivo. El modelo tiene como objetivo identificar y representar componentes, flujos de información y flujos de materiales a través del formalismo de RdP, y eliminar aquellos desperdicios mediante la reconfiguración de la red.

**Reconfiguración:** La reconfiguración está en función de un conjunto de indicadores de desempeño. Estos permiten evaluar a la red de forma global y permiten tener visión para decidir si la mejor establecida es una propuesta viable (Morales Varela , Rojas Ramírez, Hernández Gómez, & Morales González, 2015).

**Visión:** La visión que se plasma por los modelos es interesante (M & Recalde, 2007) dice que la interpretación de un modelo precisa la semántica de objetos y su conducta, eventualmente haciendo explícita la conexión de este modelo al mundo exterior dentro de un tipo de aplicaciones. Es decir, la interpretación considera el entorno en el cual el modelo será ejercitado. Una interpretación puede dar un significado físico a las entidades de la red (lugares, transiciones, marcas), las acciones generadas por las evoluciones.

**Interpretación:** La variedad de interpretaciones es una de las mayores ventajas de modelar con redes. Los sistemas de redes provistos con interpretaciones apropiadas, pueden ser usados a lo largo del diseño y operación, de los conceptos y resultados básicos son compartidos (pueden ser reusados) por las diferentes interpretaciones, conduciendo al análisis y síntesis de los modelos. Una particularmente interesante familia de interpretaciones de red se obtiene, cuando el tiempo y las probabilidades se asocian con el modelo (Pérez S. C., 2008).

## Capítulo 2

### 2.2 Red Neuronal

#### 2.2.1 Antecedentes

Muchos autores coinciden en que el modelo neuronal artificial, como se conoce actualmente, fue planteado por primera vez por Alan Turing en 1939 y que la primera implementación de una red fue lanzada por Warren McCulloch y Walter Pitts en 1943. Dicho sistema consistía en una red neuronal simple basada en circuitos electrónicos. Otro hecho relevante fue la publicación en 1949 por Donald Hebb, del libro “La organización del comportamiento”, en el que se establece una conexión entre psicología y fisiología. Un aporte adicional de este libro fue la regla de aprendizaje básica para neuronas simples (Rivera, 2015).

1957 - Frank Rosenblatt. Comenzó el desarrollo del Perceptrón. Esta es la representación del modelo matemático más simple, que ejemplifica el funcionamiento de una neurona biológica y también es conocida como la red neuronal más antigua (Fonseca, 2018); utilizándose hoy en día para la aplicación de identificador de patrones. Este modelo es capaz de generalizar, es decir, después de haber aprendido una serie de patrones que puede reconocer otros similares, aunque no se le hubiesen presentado en el entrenamiento. Sin embargo, cuenta con una serie de limitaciones, por ejemplo, su incapacidad para resolver el problema de la función OR-exclusiva y, en general, incapaz de clasificar clases no separables linealmente.

1960 - Bernard Widroff/Marcian Hoff. Desarrollaron el modelo Adaline (ADAPtative LINear Elements). Esta fue la primera red neuronal aplicada a un problema real (filtros adaptativos para eliminar ecos en las líneas telefónicas) que se ha utilizado comercialmente durante varias décadas.

## Capítulo 2

1961 - Karl Steinbeck: Die Lernmatrix. Desarrollo RN para simples realizaciones técnicas (memoria asociativa).

1969 - Marvin Minsky/Seymour Papert. En este año casi se produjo la “muerte abrupta” de las Redes Neuronales; ya que Minsky y Papert probaron (matemáticamente) que el Perceptrón no era capaz de resolver problemas relativamente fáciles, tales como el aprendizaje de una función no lineal. Esto demostró que el Perceptrón era muy débil, dado que las funciones no lineales son extensamente empleadas en computación y en los problemas del mundo real.

1974 - Paul Werbos. Desarrolló la idea básica del algoritmo de aprendizaje de propagación hacia atrás (backpropagation); cuyo significado quedó definitivamente aclarado en 1985.

1977 - Stephen Grossberg: Teoría de Resonancia Adaptada (TRA). La Teoría de Resonancia Adaptada es una arquitectura de red que se diferencia de todas las demás previamente inventadas. La misma simula otras habilidades del cerebro: memoria a largo y corto plazo.

1985 - John Hopfield. Provocó el renacimiento de las redes neuronales con su libro: “Computación neuronal de decisiones en problemas de optimización.”

1986 - David Rumelhart y G Hinton. Redescubrieron el algoritmo de aprendizaje de propagación hacia atrás (backpropagation). A partir de 1986, el panorama fue alentador con respecto a las investigaciones y el desarrollo de las redes neuronales. En la actualidad, son numerosos los trabajos que se realizan y publican cada año, las aplicaciones nuevas que surgen (sobre todo en el área de

## Capítulo 2

control) y las empresas que lanzan al mercado productos nuevos, tanto hardware como software (Matich, 2001).

### **2.2.2 Conceptualización.**

El cerebro del ser humano es un órgano complejo, está diseñado no solamente para hacer funcionar el cuerpo, sino también para solucionar infinidad de problemas en un tiempo muy corto, éste a su vez está compuesto por millones de neuronas interconectadas que permiten el procesamiento de una gran cantidad de información (Chabaa, Zeroual, & Antari, 2010).

De acuerdo al párrafo anterior se crea la necesidad de contar con herramientas orientadas a la solución de problemas y a la toma de decisiones adecuadas para resolver dichos problemas en tiempos cortos, lo cual ha conducido a un acelerado interés en el desarrollo de modelos de pronósticos orientados a predecir comportamientos, privando la visión hacia delante e incluso obviándola, así, se orienta a encontrar la estructura global, modelo y formulas, que explican el comportamiento de los modelos (Sánchez, 2012).

Basados en la eficiencia de los procesos llevados a cabo por el cerebro, e inspirados en su funcionamiento, varios investigadores han desarrollado la teoría de las Redes Neuronales Artificiales, que actualmente constituyen la disciplina más representativa de la Inteligencia Artificial Subsimbólica. De acuerdo con el autor (Corbalán, 2006) emulan a las biológicas, y se han utilizado para aprender estrategias de solución basadas en ejemplos típicos de patrones. A diferencia de los sistemas de cómputo tradicionales, las redes neuronales artificiales no ejecutan instrucciones, sino que responden en paralelo a las entradas que se les presentan. El conocimiento de una red neuronal no se almacena en instrucciones,

## Capítulo 2

sino que se representa a través de su topología y de los valores de las conexiones pesos entre neuronas (Saavedra Delgado, Elio Rivas, & Chirinos Mundaca, 2015).

Las redes neuronales artificiales son unas estructuras matemáticas que intentan imitar el funcionamiento de un cerebro biológico. Se componen de una serie de nodos o neuronas, interconectados entre sí, y estructurados en una serie de capas, la capa de entrada recibe las señales del exterior y es la encargada de distribuir dichas señales hacia la capa interna en donde se realizan los cálculos necesarios a fin de obtener una salida (Acuña Pinaud, Torre Carrillo, Moromi Nakata, Espinoza Haro, & García Fernández, 2013).

De acuerdo a (Castillo Villegas, 2007) la formulación de modelos neuronales se aborda hoy desde una óptica multidisciplinar, psicólogos cognitivos, neurofisiólogos, matemáticos, físicos, biocognitivos, estudios de las ciencias de la computación, cada disciplina toma de los otros nuevos estilos o aproximaciones en el análisis de problemas.

**Enfoque computacional.** Desde esta aproximación se intentan desarrollar modelos de computación eficientes, con la máxima potencia y simplicidad. Dentro de este enfoque se destaca el área del aprendizaje inductivo y el área de reconocimiento de formas.

**Enfoque cognitivo.** Se interesa sobre todo por las capacidades cognitivas de estos modelos, sin considerar la necesidad de mantener una atención biológica. Busca modelos cognitivos potentes y sencillos, centrándose sobre todo en la problemática de la representación del conocimiento.

## Capítulo 2

**Enfoque biocognitivo.** Parecido al anterior, pero tomando como premisa la atención biológica de los modelos, esto no supone un respeto y fidelidad absolutas a los procesos neurofisiológicos, sino que tratan de recrear las características generales de dichos mecanismos para aplicarlos a las tareas típicamente cognitivas (lenguaje natural, visión, etc.), aprovechando las cualidades inherentes al cerebro como procesador de información.

**Enfoque psicofisiológico.** Trata de comprender los mecanismos naturales implicados en los procesos cognitivos reales, percepción, razonamiento, memoria, etc. Resulta interesante en cuanto permite poner a prueba teorías psicológicas y neurofisiológicas.

### 2.2.3 Elementos característicos de las Redes Neuronales

Las Redes Neuronales Artificiales, o como se les conoce generalmente: ANN (Artificial Neural Networks) o RNA (Redes Neuronales Artificiales) tienen sus bases y funcionan de una forma muy similar a las redes neuronales biológicas del cerebro de las personas, pero su capacidad de procesamiento depende de herramientas computacionales (Torres Álvarez, Hernández, & Pedraza, 2011).

Para comprender cuáles son los elementos básicos que componen una red neuronal, primero es necesario conocer el funcionamiento de una neurona. Las neuronas tienen tres componentes principales, las cuales son denominadas dendritas, el cuerpo de la célula o soma y el axón. El punto de conexión entre el axón de una célula y una dendrita de otra célula se llama sinapsis, que es una relación químico-eléctrica entre neuronas que permite el paso del “mensaje”. En términos computacionales, las dendritas, son las receptoras de la red, que cargan de señales eléctricas el cuerpo de la célula. El cuerpo de la célula realiza la suma de esas señales de entrada, el axón es una fibra larga que lleva la señal desde el

## Capítulo 2

cuerpo de la célula hasta otras neuronas (Serna, 2017) como se visualiza en la Figura 8.

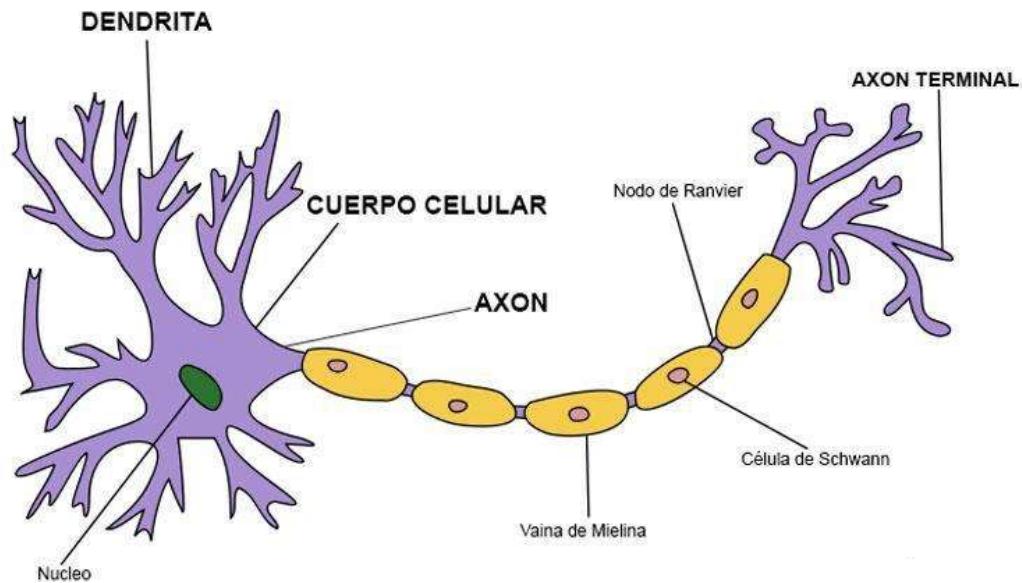


Figura 8. Representación de una neurona biológica fuente: (Khepri, 2018).

Una neurona como tal es diminuta en sí, pero cuando muchas se encuentran interconectadas, pueden formar toda una red de comunicaciones que pueden resolver problemas muy complejos. Por ejemplo, el cerebro de una persona contiene billones de neuronas. A esta comunicación entre neuronas se le denomina entonces una red neuronal. En la figura 9 se muestra un diagrama de árbol que simula una neurona artificial.

Debido al gran uso de las redes neuronales en diferentes campos, su uso también ha generado una nomenclatura propia, esta difiere de la nomenclatura usual de la econometría, una RN consiste en varias capas, la primera siempre será la capa de entrada, la cual no es más que el conjunto de variables explicativas llamadas entradas y denotadas por  $(p)$ , estas entradas son multiplicadas por las  $(w)$ , las cuales son consideradas para las funciones de activación o neuronas que se encuentran en las capas intermedias, terminando

## Capítulo 2

en la última capa que suele conocerse como la capa de salida, en donde se encuentra la predicción de la red (Hena Parra, 2013).

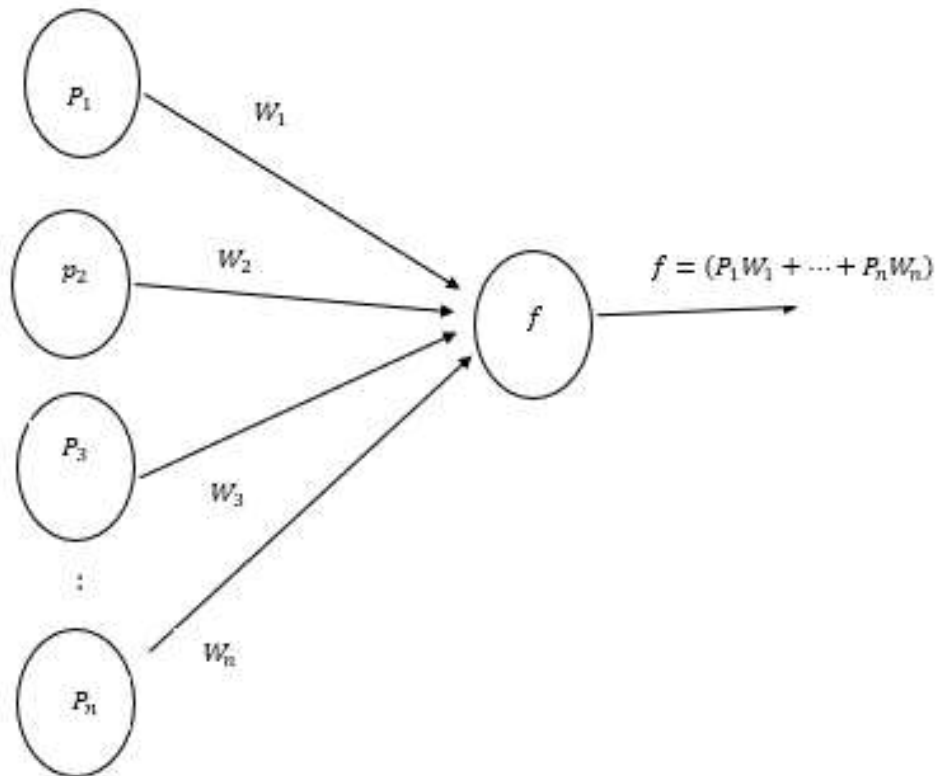


Figura 9. Representación de Red Neuronal

Como se visualiza en la figura 9, se tiene un conjunto de variables  $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$ , que pueden ser definidas por un vector  $P$ , y esta representa los "datos" que entran a la neurona.

Las variables  $w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n$  son los pesos. Al igual que en una neurona biológica, se establecen sinapsis entre las dendritas de una neurona y el axón de otra, es una neurona artificial son asociados con los impulsos de entrada, dándole así una relativa importancia a cada  $p_n$  la cual está asociada con el origen desde el cual viene el impulso de entrada (en una neurona biológica correspondería a las dendritas), con forme con (Cevallos Ampuero, 2008), el cuerpo de la neurona



## Capítulo 2

suma todas las entradas ponderadas con sus respectivos pesos produciendo una salida  $A$ :

$$A = p_1w_1 + p_2w_2 + \dots + p_nw_n \quad (6)$$

Lo cual se puede definir de forma vectorial:

$$A = P^TW \quad (7)$$

Se sabe que los impulsos nerviosos que llegan a la neurona no se transmiten de la misma manera, lo harán con mayor o menor velocidad dependiendo del nivel de mielina, que es una capa que recubre al axón; mientras la neurona posea más mielina, la transmisión de los impulsos nerviosos será más rápida. Así pues, asumiremos que los  $w_n$ , son positivos si la velocidad del impulso es rápida, y la entrada  $p_n$ , actúa como una señal excitadora para la neurona. Pero cuando la velocidad del impulso es lenta se tendrá los que  $w_n$ , son negativos, y la entrada  $p_n$ , actúa como una señal inhibidora para la neurona de acuerdo con (Hidalgo Mendoza, 2017).

### 2.2.4 Funciones de activación

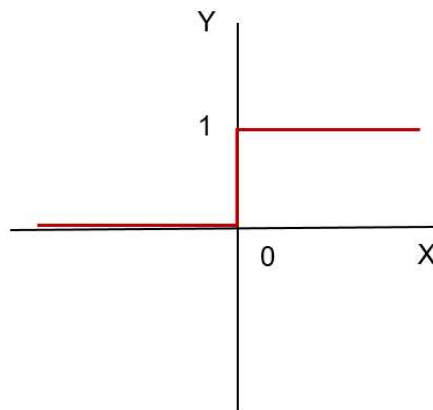
El valor obtenido con la regla de propagación, se filtra a través de una función conocida como función de activación y es la que da la salida de la neurona, por lo cual, existen 4 funciones principales de transferencia típicas que determinan diferentes tipos de neuronas, según para lo que se desee entrenar la red neuronal: La función escalón, la función lineal y mixta, la sigmoideal y la función gaussiana (Preciado Carrillo, 2019).

## Capítulo 2

### Función de activación escalón

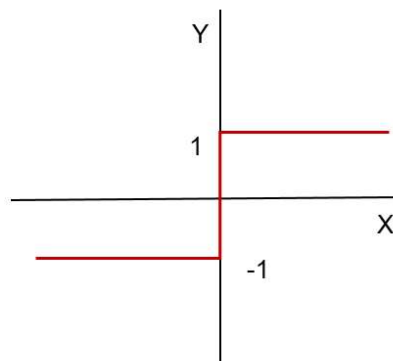
Función escalón o umbral se utiliza cuando la salida de red es de tipo binario, dos posibles valores (0,1).

La neurona se activará cuando el valor neto de entrada sea igual o mayor al umbral y no se activará en caso contrario.



$$A = \begin{cases} 1 & \text{si } A \geq 0 \\ 0 & \text{si } A < 0 \end{cases} \quad (8)$$

La neurona esta activa cuando es positiva y si es cero se mantiene desactivada.



## Capítulo 2

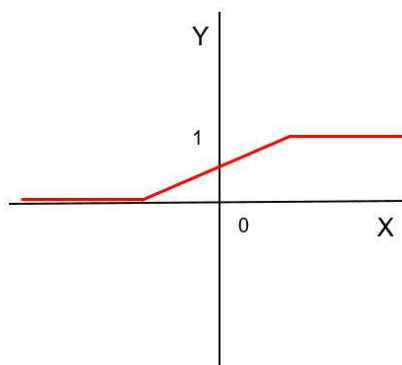
$$A = \begin{cases} 1 & \text{si } A \geq 0 \\ -1 & \text{si } A < 0 \end{cases} \quad (9)$$

La neurona se activa cuando es positiva y se mantiene desactivada en un valor -1 en lugar de cero.

Representa dos funciones escalón en ambos casos se toma en cuenta el umbral cero, en caso de que no lo fuera, el escalón quedaría desplazado.

### **Función de activación lineal y mixta**

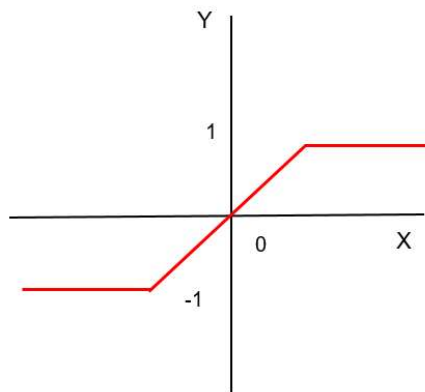
Esta expresión responde a la expresión  $A(x) = x$ , las neuronas con función mixta, si la suma de señales de entrada es menor que un límite inferior, la activación se define como 0 (0-1). Si dicha suma es mayor o igual que el límite superior, entonces la activación es 1. Si la suma de entrada está comprendida entre ambos límites, superior e inferior, entonces la activación se define como una función lineal de la suma de las señales de entrada.



## Capítulo 2

$$A = \begin{cases} 0 & \text{si } A < -1 \\ A + 1 & \text{si } -1 \leq A \leq 1 \\ 1 & \text{si } A > 1 \end{cases} \quad (10)$$

La neurona está activada cuando la entrada es  $> 1$  pero entre 0 y 1 es lineal y en -1 es cero.



$$A = \begin{cases} -1 & \text{si } A < -1 \\ A & -1 \leq A \leq 1 \\ 1 & \text{si } A > 1 \end{cases} \quad (11)$$

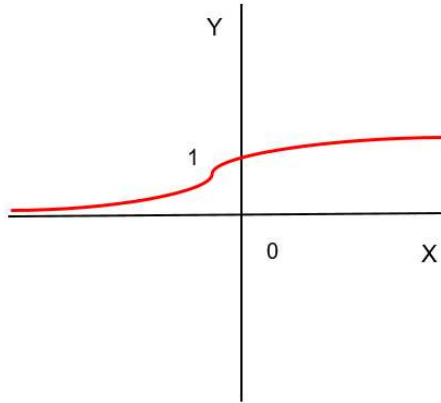
Representa dos funciones: una lineal y otra mixta, en ambos casos se toma en cuenta el umbral de acuerdo con las ecuaciones.

### **Función de activación continua sigmoideal**

Es cualquier función definida, en el intervalo de posibles valores de entrada, con un incremento monótonico y que tenga ambos límites superiores e inferiores (sigmoideal o arco tangente), su valor obtenido de salida, debe de estar comprendido

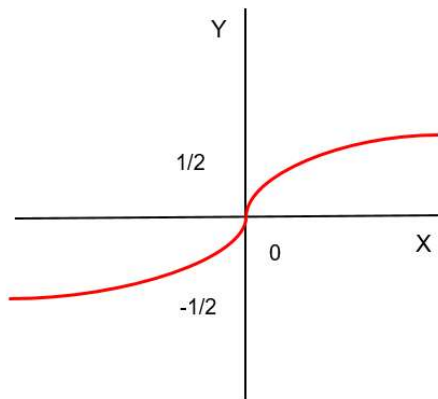
## Capítulo 2

en la zona alta o baja del sigmoide, su derivada es siempre positiva y cercana a cero, para valores grandes positivos o negativos.



$$A = \frac{1}{1 + e^A} \quad (12)$$

Función con pendiente continua para una red multicapa



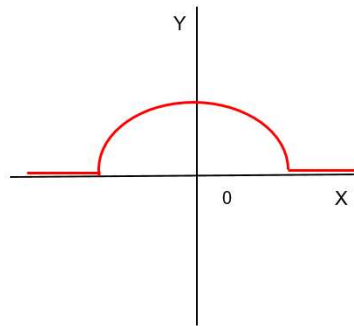
$$A = \frac{e^A - e^{-n}}{e^n + e^{-n}} \quad (13)$$

## Capítulo 2

El valor de desactivación  $-1/2$  y el valor de activación es  $1/2$  la pendiente es planteada en los valores A.

### Función de activación gaussiana

Los centros y anchura de estas funciones pueden ser adaptados. Mapeos que suelen requerir dos niveles ocultos (neuronas en la red que se encuentran entre las de entrada y las de salida), utilizando neuronas con dos funciones de transferencia sigmoideas; algunas veces se pueden realizar con un solo nivel en redes con neuronas de función gaussiana.



$$A = A \cdot e^{Bx^2} \quad (14)$$

Normalmente estas funciones, antes detalladas, suelen considerarse determinísticas y son monótonas crecientes y continuas como se ha observado en las neuronas biológicas. Existe otro tipo de funciones, pero las más usadas son las que se han descrito anteriormente.

### 2.2.5 Características de las Redes Neuronales

**Aprendizaje inductivo.** No se le indican las reglas para dar una solución, sino que extrae sus propias reglas a partir de los ejemplos de aprendizaje, modifican su comportamiento en función de la experiencia, esas reglas quedan almacenadas en las conexiones y no representadas explícitamente como en los sistemas basados en conocimiento (simbólico deductivo).

**Generalización.** Una vez entrenada se le pueden presentar a la red datos distintos a los usados durante el aprendizaje. La respuesta obtenida dependerá del parecido de los datos con los ejemplos de entrenamiento.

**Abstracción o tolerancia al ruido.** Las RNs son capaces de extraer o abstraer las características esenciales de las entradas, de esta manera puede procesar correctamente datos incompletos o distorsionados.

**Procesamiento paralelo.** Las neuronas reales trabajan en paralelo; en el caso de las redes artificiales es obvio que si usamos un solo procesador no podrá haber proceso paralelo real; sin embargo, hay un paralelismo inherente, lo esencial es que la estructura y modo de operación de las RNs las hace especialmente adecuadas para procesamiento paralelo real mediante multiprocesadores

**Memoria distribuida.** El conocimiento acumulado por la red se halla distribuido en numerosas conexiones, esto tiene como consecuencia la tolerancia a fallos: una red neuronal es capaz de seguir funcionando adecuadamente a pesar de sufrir lesiones con destrucción de neuronas o sus conexiones, ya que la información se halla distribuida por toda la red, sin embargo, en un programa tradicional un

## Capítulo 2

pequeño fallo en cualquier punto puede invalidarlo todo y dar un resultado absoluto o no dar ningún resultado.

### **2.2.6 Método de aprendizaje Perceptrón**

El perceptrón es la RN más básica de aprendizaje, su función es muy sencilla ya que, el aprendizaje en una RN se refiere a la implementación de una regla que permite la identificación de los pesos correctos, tal que se pueda resolver el problema asignado, generalmente son en reconocimiento de patrones (Gutiérrez Rosas, Vázquez López, Hernández Ripalda, Hernández Gonzáles, & López Juárez, 2012), este proceso es simple y automático, sin embargo no deja de ser un proceso recursivo que puede llegar a consumir más tiempo de lo deseado durante su desempeño.

El proceso de aprendizaje más utilizado en perceptrones, es una técnica para entrenar pesos de los perceptrones, para ello es necesario conocer los valores de entrada y la salida deseada de cada patrón de entrenamiento. No obstante, se realiza el proceso de entrenamiento por cada capa, para así determinar los pesos adecuados de cada una de ellas.

Su funcionamiento consiste en ajustar pesos al leer los valores de entrada, suma todas las entradas de acuerdo a unos pesos, y el resultado lo introduce en una función de activación que genera el resultado final. El conjunto de entrenamiento está compuesto por medio del conocimiento de los valores de entrada ponderados por pesos:



## Capítulo 2

$$\{p_1 w_1\}, \{p_2 w_2\}, \dots, \{P_n w_n\} \quad (15)$$

El cual, es representado por la sumatoria del producto de las entradas por los pesos, esto representa la salida deseada que aproxima una red de características lineales

$$\hat{Y} = \sum_{i=1}^R P_i \cdot W_i \quad (16)$$

La salida deseada está dada por los valores  $Y$  en cada  $i$  –ésimo instante de tiempo para cada entrada, así mismo se obtiene la salida aproximada de la RNA, por lo que es posible obtener el error definido por la salida deseada menos la salida aproximada:

$$error = y - \left( \sum_{i=1}^R P_i \cdot W_i \right) \quad (17)$$

Además, el error permite calcular los nuevos pesos tal que sean los adecuados para obtener la salida deseada lo más cercana.

$$W_{nuevos} = W_{anteriores} + \eta \cdot error \cdot P \quad (18)$$

## Capítulo 2

Donde  $\eta$  es un escalar denominado tasa de aprendizaje que permite mejorar el desempeño de entrenamiento y  $P \in \mathbb{R}^R$  son los valores de entrada (Hernández Pérez, 2018).

### 2.2.7 Gradiente descendiente

El descenso del gradiente, es el algoritmo de entrenamiento más simple y también el más extendido y conocido, solo hace uso del vector gradiente, y por ello se dice que es un método de primer orden. Cuando en el sistema se presentan entradas que nunca ha visto, esta regla responde razonablemente durante la identificación de las salidas. Una de las propiedades de este tipo de entrenamiento y estructura es su capacidad de generalización (Sancho Caparrini, 2017).

Aunque es muy sencillo, este algoritmo tiene el gran inconveniente de que, para funciones de error con estructuras largas y estrechas, requiere de muchas iteraciones. Se debe que, aunque la dirección elegida es en la que, la formulación de error disminuye más rápidamente, esto no significa que necesariamente produzca la convergencia más rápida. Por ello, es el algoritmo recomendado cuando tenemos Redes Neuronales muy grandes, con muchos miles de parámetros, ya que sólo almacena el vector gradiente (de tamaño  $n$ ), pero no hace uso de la Hessiana (tamaño exponente 2).

La forma de abordar el entrenamiento consiste en definir una función de error que debe minimizarse ajustando el valor de los pesos por lo cual se emplea una de las funciones de error más usadas, es la función de error cuadrático  $\varepsilon$ .

## Capítulo 2

$$\varepsilon = \sum_{p_i} (t - f_i)^2 \quad (19)$$

Donde  $f_i$  es la respuesta de la Red Neuronal al vector de entrada  $p_i$ ,  $t$  es la respuesta deseada y el sumatorio se extiende a todos los vectores del conjunto de entrenamiento. Dado un conjunto de entrenamiento determinado, se puede comprobar fácilmente que el valor de  $\varepsilon$  depende de los valores que tengan los pesos (la dependencia aparece a través del cálculo de  $f_i$ ). El mínimo de  $\varepsilon$  se puede encontrar aplicando el método del gradiente descendiente.

Por tal motivo para poder aplicar el método, primero es necesario calcular el gradiente de  $\varepsilon$  en el espacio de los pesos, y desplazar el vector de pesos en sentido negativo del gradiente (es decir, pendiente abajo), pero se cuenta con el inconveniente, al instante de calcular el gradiente, ya que al calcular el gradiente de  $\varepsilon$ , el error depende de todos los vectores del conjunto de entrenamiento. Para solventar este problema, se considera un único vector de entrada, es decir, un proceso incremental de entrenamiento que siga una determinada secuencia  $\Sigma$  de vectores de entrada etiquetados con su correspondiente salida. Los resultados del entrenamiento incremental solamente se pueden aproximar a los de las denominadas versiones por lotes.

$$\varepsilon = (t - f)^2 \quad (20)$$

Siendo  $t$  el valor deseado en la salida. El gradiente de  $\varepsilon$  respecto a los pesos es:

## Capítulo 2

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w} \text{ def } \left[ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w_i}, \dots, \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w_i}, \dots, \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w_i} \right] \quad (21)$$

(El gradiente de una cantidad respecto a un vector  $W$  se representa por)

Como  $\mathcal{E}$  depende de  $W$  a través del producto  $s = PW$ , aplicando la regla de derivación de la cadena, se obtiene:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial W} \quad (22)$$

Entonces, dado que

$$\frac{\partial s}{\partial W} = f \quad (23)$$

Se obtiene

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial W} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial s} f \quad (24)$$

Teniendo en cuenta que

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial s} = -2(t - f) \frac{\partial f}{\partial s} \quad (25)$$

## Capítulo 2

Se puede escribir.

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial W} = -2(t - f) \frac{\partial f}{\partial s} p \quad (26)$$

Debido a que es imposible derivar  $f$  respecto a  $s$ . Se ignora la función de umbral y se asume  $f = s$ .

### 2.2.8 Procedimiento de Widrow-Hoff

Para este procedimiento es esencial suponer que se intenta ajustar a los pesos de tal forma que cada vector del conjunto de entrenamiento etiquetado con un 1 produzca un producto escalar que sea exactamente igual a 1, mientras que los vectores etiquetados con 0, se contemplan como un producto escalar igual a -1. En ese caso, y con  $f = s$ , el error cuadrático se puede describir de la forma  $\varepsilon = (d - f)^2 = (d - s)^2$ , y, por lo tanto, teniendo en cuenta que  $\frac{\partial f}{\partial s} = 1$ , el gradiente se puede obtener mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial W} = -2(d - f)x \quad (27)$$

Si se modifica el peso a lo largo del gradiente negativo, y se incorpora un parámetro denominado factor de aprendizaje,  $\alpha$ , el nuevo valor del vector de pesos se puede calcular mediante la ecuación 29:

$$w = w + 2\alpha(d - f)x \quad (28)$$

Siempre que la diferencia de  $(d - f)$  sea positiva, se añade al vector de pesos una fracción del vector de entrada. Este incremento aumentará el producto escalar y disminuirá la diferencia  $(d - f)$ . En caso contrario, es decir, siempre que la diferencia  $(d - f)$  sea negativa, se resta del vector de pesos una porción del vector de entrada, lo que producirá los efectos contrarios a los anteriormente mencionados. Este procedimiento se conoce como el procedimiento Widro-Hoff,

### 2.2.9 Ventajas y desventajas

**Ventajas:** El procesamiento de la información es local, es decir que está compuesto por unidades individuales de procesamiento, estas unidades a partir de una revisión de antecedentes (entradas), y pesos de todas las neuronas las cuales permiten trabajar en capas de forma paralela y proporcionen un pronóstico al mismo tiempo (Vicentin Masaro & Garcia Arancibia, 2017).

Las neuronas pueden reconocer patrones que no han sido aprendidos, sólo deben tener cierto parecido con el conocimiento previo que tenga la red. Dicho de otra forma: si la entrada presenta alguna alteración la red podrá identificarla siempre y cuando se mantenga cierto grado de similitud entre lo aprendido y lo mostrado en la entrada de la red (Mariano, 2011).

**Desventajas:** Tiempo de aprendizaje elevado. Esto depende de dos factores: el primero si se incrementa la cantidad de patrones a identificar o clasificar,

## Capítulo 2

segundo si se requiere mayor flexibilidad o capacidad de adaptación de la RN para reconocer patrones que sean sumamente parecidos, se deberá invertir más tiempo en lograr que red converja a valores de pesos que representen lo que se quiera enseñar (Mariano, 2011).

No permite interpretar lo que se ha aprendido, la red por si sola proporciona una salida, un número, que no puede ser interpretado por ella misma, sino que se requiere de la intervención del programador y de la aplicación en si para encontrarle un significado a la salida proporcionada.

### **2.2.10 Aplicaciones**

Existe gran variedad de aplicaciones con relación a las redes neuronales artificiales, y para ello a continuación se presentan algunas aplicaciones realizadas por investigadores:

**Aplicación 1:** Modelo Red Neuronal Artificial (RNA) para pronosticar la concentración diaria del material particulado menor a 2.5 micras en el Valle de Aburrá (Colombia), con un día de anticipación, a partir de información de tres estaciones de la Red de Monitoreo de Calidad del Aire del Área Metropolitana (Baena Salazar, Jiménez, Zapata, & Ramirez Cardona, 2019).

**Aplicación 2:** Clasificador Probabilístico de Redes Neuronales es un método no paramétrico que puede ser usado en problemas de clasificación. Es una herramienta que utiliza las observaciones en uno de G grupos soportado en P variables cuantitativas estudiadas, determina una estimación de la función de densidad de los datos de un grupo mediante una localización basada en las

## Capítulo 2

observaciones colindantes a ese grupo (Hoz Granadillo, Morelos Gómez, & López Polo, 2019).

**Aplicación 3:** Propuesta de un sistema para la obtención de recetas de color, en el cual, se emplea una RNA de retropropagación, para generar formulaciones de color que presente poca variación con base a un patrón de color establecido (Zavala Ortiz, Vásquez López, Gutiérrez Rosas, & Tapia Esquivas, 2018).

### **2.3 Procesos biotecnológicos**

#### **2.3.1 Antecedentes**

El nacimiento y desarrollo de la agricultura puede considerarse como la primera biotecnología: liberó al hombre de la necesidad continua de cazar y de recolectar, facilitó el acceso a los alimentos propiciando el aumento de la población mundial y cambió la vida de los habitantes del planeta que se convirtieron en sedes sedentarios y diversificaron sus actividades, dando origen a la agricultura (Melgarejo , 2014). Fueron necesarios dos millones de años para convertir al hombre en Homo sapiens y solo unos pocos milenios, gracias a la especialización y al desarrollo social fruto de la agricultura, para poder empezar a comprender nuestro planeta.

Es una disciplina con un nuevo enfoque, ya que como se vio en el párrafo anterior durante miles de años, el hombre ha utilizado la crianza selectiva como una aplicación de los cultivos y ganado para propósitos alimenticios. En la crianza selectiva, los organismos con determinados rasgos, se emparejan a propósito para que se reproduzcan (Thieman & Palladino, 2010), como lo es el maíz más grande, dulce y tierno, esto también ocurre con los animales de granja ya sea en pavos, vacas, cerdos etc.



### 2.3.2 Conceptualización

La biotecnología se define comúnmente como el uso de organismos vivos, o los productos mismo, para el beneficio humano (o el beneficio de su entorno) con el fin de desarrollar un producto o resolver un problema, la biotecnología moderna es vista como la aplicación científica y tecnológica a organismos vivientes, sus partes, productos y modelos destinados a modificar organismos vivos, o materiales aplicados a la producción de conocimientos, bienes y servicios de acuerdo a (OECD, 2006).

Así mismo la OCDE define la biotecnología como “la aplicación de la ciencia y la tecnología en organismos vivos, sus productos o modelos, para alterar materiales vivos o muertos para la producción de conocimiento, bienes y servicios” (Bécares Mantecón, 2014). Pese a esta amplia definición, la biotecnología parece estar todavía dominada por su naturaleza al servicio del sector médico o farmacéutico. Mientras que la “biotecnología convencional”, entendida como la aplicada a dichos sectores, sigue siendo considerada como la dominante y más atractiva por buena parte de la sociedad, las aplicaciones medioambientales son sin embargo consideradas como ramas secundarias.

Conforme a lo anterior, para muchos es una de las más prometedoras y quizás la más necesaria de todas (Puigdomenech, 2007), porque nuestra alimentación depende de manera directa. Sin embargo, es quizás la más discutida de todas las biotecnologías. La biotecnología es un área multidisciplinar de la que es difícil encontrar una definición concreta y universal. De una manera genérica se puede decir que la biotecnología es la ciencia que estudia el empleo de diversas técnicas para modificar organismos vivos.

### **2.3.3 Tipos de biotecnología**

Según el ámbito hacia el cual van dirigidos sus servicios (Moriana, 2018), se puede clasificar en varios grupos que se identifican mediante un código de color. Así, los principales tipos de biotecnología según el código de color son:

#### **Biotecnología verde**

Aplicada en procesos agrícolas como, por ejemplo, en la obtención de plantas transgénicas, es decir, modificadas genéticamente. Estas plantas presentan “novedades” y “ventajas” con respecto a las demás dependiendo del rasgo que el ser humano desee modificar. Pueden ser capaces de crecer bajo condiciones climáticas adversas, resistir a diversas plagas o enfermedades, etc. Con todo ello, se obtiene como resultado una mayor productividad en los cultivos.

#### **Biotecnología azul o marina**

Aún en desarrollo, es empleada en ambientes marinos y acuáticos. Su utilidad reside en campos como la acuicultura, la alimentación, cuidados sanitarios o productos cosméticos.

#### **Biotecnología gris o del medio ambiente**

Su propósito es el mantenimiento de la biodiversidad, es decir, de preservar las especies, así como de eliminar contaminantes y metales pesados del medio natural. Se encuentra ligada al proceso de biorremediación, que utiliza plantas y microorganismos para la reducción y eliminación de estas sustancias perjudiciales para el medio.

### **Biología roja**

Utilizada en procesos médicos, como la producción de antibióticos a partir de organismos, el desarrollo de vacunas y fármacos o el progreso de la ingeniería genética, que a través de la manipulación de los genes encuentra tratamiento a diversas enfermedades (terapia génica).

### **Biología blanca, ligada a los procesos industriales**

Su propósito es crear productos que se degraden fácilmente, que consuman una menor energía y generen una menor cantidad de desechos durante su producción, como en la industria textil. Por lo tanto, esta biología utiliza menos recursos que la industria tradicional.

Sin embargo, no son los únicos tipos. Existen otros tipos de biología que profundizan aún más en el campo de aplicación:

**Biología naranja:** Su objetivo es la difusión de la biología, proporcionando información para fomentar y atraer a futuros investigadores con altas capacidades para el desarrollo biológico.

**Biología marrón:** Engloba los tratamientos que se aplican sobre suelos áridos y desérticos.

**Biología dorada:** Se relaciona con la bioinformática como el análisis de datos obtenidos de procesos biológicos.

**Biología negra:** Vinculada con el bioterrorismo y las guerras biológicas mediante la investigación de microorganismos que puedan ser convertidos en armas biológicas. Desarrollando la investigación en este campo se pueden prevenir ataques de este tipo.

## Capítulo 2

**Biotechnología morada:** Engloba las cuestiones legales de esta ciencia como las medidas de seguridad, la protección de los datos de los pacientes, bioética o legislación.

**Biotechnología amarilla:** Se trata de un tipo de biotecnología emergente, perteneciente a la industria culinaria, y relacionada con la reducción de la saturación de los ácidos grasos de los aceites, empleados en cocina.

### 2.3.4 Aplicaciones

Existe gran diversidad de aplicaciones con relación a la biotecnología, y para ello a continuación se presentan algunas aplicaciones realizadas por investigadores, que conforme a (Bisang, Campi, & Cesa, 2009) existen tres “avenidas” donde se producen avances sustantivos.

- a) El uso de técnicas de biotecnología moderna para mejorar costos y desarrollar productos tradicionales. Por ejemplo: el uso de marcadores moleculares para el entrecruzamiento natural de especies; en este caso, el producto final no varía y sigue siendo convencional bajo los parámetros de la biología clásica. Otros ejemplos similares pueden encontrarse en la producción de medicamentos por técnicas recombinantes, que dan como resultado productos preexistentes, pero a costos menores y/o con menos posibilidades de defectos.
  
- b) El diseño de nuevas especies a partir de incorporar, con procedimientos de cierta rigurosidad (ingeniería genética) genes determinados en organismos preexistentes a fin de dotarlos de estructuras estables y/o funciones particulares. De este modo, la barrera que impone la naturaleza para la cruce interesencia es salvada por la actividad científica. Para ello es necesario conocer en profundidad no sólo la biología del receptor, el gen (y sus

## Capítulo 2

características) que se desea incorporar, el procedimiento para realizar dicha incorporación y el procedimiento en sí.

- c) La identificación de los mapas genéticos, la mecánica de funcionamiento interno a las células, la identificación de los promotores, las relaciones entre proteínas y genes, los mecanismos de síntesis, los nexos entre determinados genes y patrones de conducta de los seres y otros aspectos similares.

De acuerdo a (Moriana, 2018) se utilizan menos los plaguicidas como consecuencia de los Organismos Genéticamente Modificados (OGM), lo cual conlleva una reducción en los costes y los riesgos ambientales ocasionados por ellos.

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA**

Una vez que se tiene definido el tipo de problema a investigar, planteados los objetivos que se desean alcanzar y haber contemplado los recursos disponibles, se procede a determinar el tipo de investigación.

De acuerdo con lo anterior se establecen los procedimientos de orden metodológico que permiten ejecutar la investigación. Esto implica la selección del diseño de la investigación y su aplicación al contexto particular de estudio, la población y muestra a la técnica como el instrumento de recolección de datos, para responder a la presente problemática planteada de acuerdo con (Arias, 2006), el marco metodológico constituye el “cómo” se debe realizar la investigación.

### **3.1 Tipo de investigación**

Se analiza el tipo de investigación “función de la existencia de manipulación y el grado de control” de acuerdo a (Valenzuela, Montenegro, Valenzuela, & Alvarado, 2007), se consideran tres diseños de investigación: La investigación correlacional, la investigación tipo exploratorio y la observación.

Para (Valenzuela, Montenegro, Valenzuela, & Alvarado, 2007) y (Gomez, 2011), el panorama de la observación es adecuado de emplear para una investigación, de tal forma que es factible describir situaciones y eventos, es decir, cómo es y cómo se manifiesta si son investigaciones que pretenden especificar las propiedades importantes. Ahora bien, siendo este un caso en particular se emplea dicha observación a tal grado de obtener las características propias de RNs y de

RdPs, con la finalidad de conocer su arquitectura y comprender como está desarrollada con forme a (Campos y Covarrubias & Lule Martínez, 2012).

Una vez a analizadas las propiedades de las RNs y RdPs se opta por contraponer dicho análisis entre modelos, esto mediante una correlación, en donde se tiene como objetivo, medir el grado de asociación entre dos o más variables. Frente al paralelismo de caracteres de RNs y RdPs no es importante el orden de presentación de las variables, lo fundamental es determinar el grado de relación o asociación existente según (Ávila Baray, 2006).

Conforme a lo anterior, se establece una asociación entre las RNs y las RdPs, la cual, se efectúa mediante la comparativa entre las características observadas en los modelos, en primera instancia tiende a ser muy notoria, esto debido a sus propiedades particulares de sus grafologías, se puede percibir una similitud geométrica, como también una semejanza en cuanto a las estructuras que las conforman.

Por otra parte, al realizar una primera interacción de relación de modelos, (Ávila Baray, 2006) establece que dentro de los estudios de asociación se emplean a la par estudios exploratorios, los cuales buscan hechos y se utilizan en situaciones en las que prácticamente no se dispone de información o casi no se ha investigado. Ante este panorama se procede con un estudio exploratorio con el propósito de “preparar el terreno,” es decir, se realiza indagación sobre modelos de RdPs que pudieran emplear algún tipo de razonamiento y relación entre RN y RdP.

Al establecer el grado de relación existente empleando la exploración en dos o más conceptos o variables (Valenzuela, Montenegro, Valenzuela, & Alvarado, 2007) indica cómo se puede comportar un concepto o variable conociendo el

comportamiento de otras variables relacionadas las cuales sirven para familiarizarnos, como lo es en este caso para las RNs y las RdPs, que son modelos con una interacción común relativamente desconocidos, por lo cual la investigación exploratoria, permite obtener información sobre la posibilidad de realizar una investigación más completa.

### **3.2 Diseño de investigación**

El diseño de la investigación que se adopta en el presente estudio, es de carácter documental y experimental, por lo cual se observa la similitud existente entre RNs y RdPs, a raíz de documentos que permiten, de igual manera formar parte de una base que sustente, una nueva perspectiva hacia la relación de un nuevo modelo de RdP, que se somete a experimentos a fin de contemplar la posibilidad de involucrar determinadas condiciones para su veracidad.

Para el planteamiento de la investigación documental (Gomez, 2011) comenta que es un proceso complejo y delicado, ya que es de vital importancia iniciar con la descripción de los componentes teóricos, sobre los que se basa la investigación, y una vez definidos, se pasa a una construcción de categorías que ayudan a especificar los temas y si es el caso ampliarlos, pero así mismo estableciendo límites dentro de la investigación, para no quedar expuestos al azar.

Una vez identificados los contenidos de la relación de RNs y RdPs, se procede a dar una interpretación, a la búsqueda de significados, algunos de ellos que puedan ser novedosos para el sustento del modelo. Ahora bien siguiendo el mismo trayecto, con estos elementos obtenidos se da un comienzo a la investigación Neurona de Petri, en donde se efectúa de manera apropiada la



selección de documentos sobre los cuales se va a desarrollar la consulta del modelo, a su vez (Salinas, 2012) y (Arias, 2006) comentan que la investigación documental también es basada en asuntos, datos u observaciones ya pasados, por lo cual dentro de investigación se plasman conceptos básicos de ambos modelos, con la finalidad de establecer uno para el modelo NP y así poder argumentar la postura que toma el modelo mediante datos u observaciones obtenidos.

Siguiendo el mismo orden de ideas dentro de la investigación se contempla a los diseños experimentales, los cuales para (Hernández Sampieri, 2014) tiene al menos dos aceptaciones, una general y otra particular. La general se refiere a elegir o realizar una acción y después observar las consecuencias; la esencia de esta concepción de experimento es ideal para la postura de la NP, de tal manera que se corrobora la viabilidad de aplicación mediante la manipulación de este mismo para así obtener información de su comportamiento.

Desde otro punto de vista una aceptación particular del experimento, se refiere que en la NP se manipulan intencionalmente una o más variables independientes, para analizar las consecuencias que dicha manipulación tiene sobre una o más variables dependientes dentro de una situación de control para investigar.

## **CAPÍTULO 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN**

Las RdPs son empleadas para modelar sistemas de producción, relacionando simplemente sus elementos básicos (Funciones marcadas, transiciones y lugares) de manera repetitiva, ocasionando que el sistema en general sea fácil de comprender y así dependiendo el propósito que tenga el sistema, su desempeño puede mejorarse, no sólo en un aspecto, ya que, este puede implementarse en distintos enfoques, algunos casos más comunes son en la reducción de procesos, como también en la minimización de tiempos. Para llevar a cabo esta labor antes mencionada es indispensable contar con dos RdPs (pueden ser más) y cada una con diferente interpretación.

Las RdPs se caracterizan por la aplicación de la inferencia para la comprensión de ciertas circunstancias haciendo una representación visual de una manera más compacta, al comprenderla, puede ser interpretada de alternativas deductiva, se representa de una manera gráfica que consta de múltiples pasos, donde cada uno de dichos pasos, posee varias maneras de llevarse a cabo, con el fin de determinar el cálculo. De esta manera, la forma de razonamiento de un sistema puede ser reducido a simples árboles de nodos.

Varias generalizaciones de las RdPs difusas, han sido propuestas en la literatura sobre redes abstractas con el propósito de considerar ciertos problemas concretos vinculados, con la representación del conocimiento, razonamiento difuso y teoría de decisión, ya que, basados en el disparo de las transiciones de las RdPs, se pueden desarrollar algoritmos para inferir conocimiento. De acuerdo a (Cervantes Canales, 2005) propone un algoritmo de razonamiento difuso a partir de números difusos triangulares, infiriendo el conocimiento mediante tres algoritmos.

Continuando con los antecedentes de conocimiento para la RdP, de acuerdo con (Schuster, 2007), establece una combinación de una RN y una RdP, de tal manera que propone una técnica de separabilidad, la cual, cuenta con una similitud a la técnica del perceptrón. Esta técnica se interpreta mediante tokens de colores (blanco y negro o clases) en donde se puede llevar a cabo un análisis, dependiendo del número de tokens dentro del lugar de acuerdo a su respectivo color mediante la división de clases, y el resultado puede adecuarse para actualizar un nuevo vector y así mismo la actualización del token, pero sin antes contemplar la suma de un número positivo de aprendizaje y una vez contemplada estas condiciones, la RdP es capaz de efectuar una clasificación como una Red Neuronal Perceptrón.

#### **4.1 Representación del conocimiento**

La inteligencia artificial (IA) se enfoca en un complemento de la computación tradicional, porque ofrece técnicas para enfrentar dos clases de problemas: Uno de ellos es que no tienen un algoritmo conocido para resolverlo, y el otro, es debido a su dimensión, hacen aplicable algún algoritmo conocido para su solución. Según (León Espinosa & García Valdivia, 2008) dentro de las tecnologías de IA se encuentran los sistemas basados en conocimiento (SBC) y comúnmente se les denomina programas inteligentes, los cuales se pueden definir como un sistema informático que simula el proceso de aprendizaje de memorización y de razonamiento.

Ahora bien de acuerdo a lo anterior, la Ingeniería del conocimiento es el conjunto de principios, métodos y herramientas que permite aplicar el saber científico a base de experiencias, como así la utilización de los conocimientos a un nivel capaz de dar soluciones a problemas, considerando este un caso en particular, la implementación de una RdP para generar razonamiento a través de experiencias

es adecuado, ya que se aprovechan todos sus recursos, para que permita representar y transmitir conocimiento, a partir de sus características básicas.

La estructura de una RdP cuenta con la capacidad de ser interpretada en distintas perspectivas gracias a su versatilidad, pero debido a que no es muy común la generación de conocimiento a través de dicha red, torna a ser un trabajo complicado, ya que, para este caso, se contempla un cambio de interpretación tanto de propiedades, como también de sus características, para la generación de conocimiento. Ahora bien, es viable realizar este nuevo enfoque, ya que permite la adaptación de otros métodos empleados, tal es el caso de la utilización de los métodos empleados en las RN's, para la generación de razonamiento a través de una RdP mediante una combinación de estos dos métodos.

#### **4.1.1 Abstracción y visualización**

La relación de conocimientos juega un papel indispensable, para la implementación en cuanto a la generación de conocimiento, siendo este un caso particular, es conveniente considerar las similitudes existentes de una RN con una RdP, ya que, dicha similitud facilita el desarrollo de algoritmos en una RdP utilizando la Metodología de las Redes Neuronales. La base de la RN rige en las Neuronas cerebrales, tratando de imitar el comportamiento de esta, y generando conocimiento a través de patrones preestablecidos, por este motivo los principios de las RNs, son consideradas como bases para implementarlas en las RdPs, sin antes efectuar un cambio de interpretación de características y propiedades, esto con el fin de producir un algoritmo, el cual pueda representar conocimiento empleando una RdP.

Desde la perspectiva de las neuronas cerebrales (Serna, 2017) de igual forma, se puede comprender la similitud de comportamiento con la RdP, ya que, las neuronas cerebrales constan de 4 componentes denominados; el cuerpo de la

célula, las dendritas, el axón y la vaina de mielina, donde en una RdP las dendritas son todas las entradas receptoras posibles denominadas lugares ( $P_n$ ), que cargan de señales el cuerpo a la célula. El cuerpo de la célula realiza la suma de las señales de entrada, vistas como el estado actual ( $M_k$ ). El axón es una fibra larga que lleva la señal desde el cuerpo de la célula hasta otras neuronas, las cuales son interpretadas como arcos ( $W_n$  Pesos de arcos) acompañada por la vaina de mielina, donde en una RdP es la transición ( $t_n$ ).

Ahora bien, desde un punto de vista más general, para entender el comportamiento de una RN, se representa de manera visual, un grafo ilustrativo que indica el comportamiento básico de la Red Neuronal, esta consiste en varias capas, la primera siempre será la capa de entrada denotada por ( $P$ ), estas entradas son multiplicadas por los pesos ( $W$ ), que están contenidas dentro de funciones de activación de neuronas, que se encuentran en las capas intermedias, terminando con la última capa suele conocerse como la capa de salida, en donde se encuentra la predicción de la red. Conforme a sus características se puede observar en la figura 10.

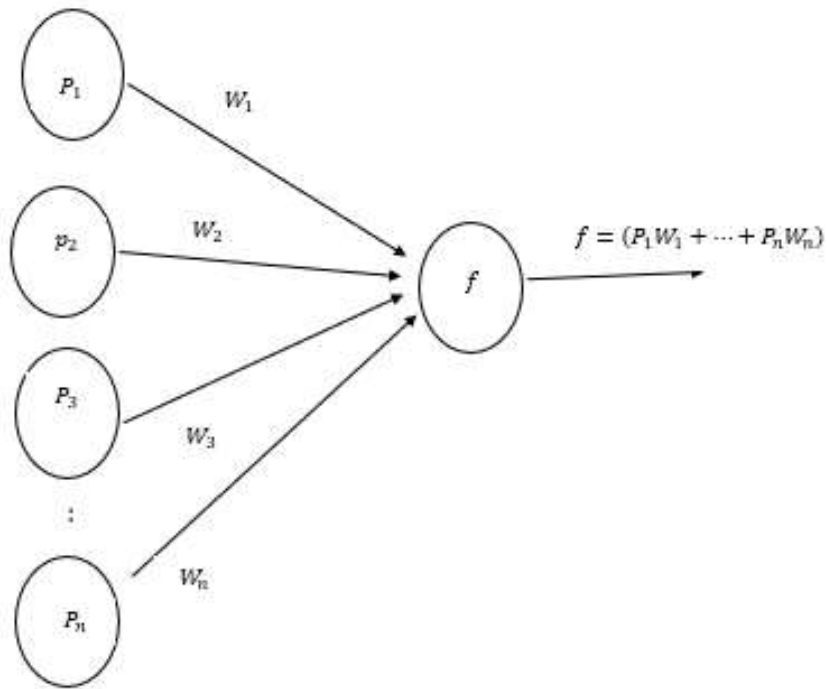


Figura 10. Grafo de una Red Neuronal con una neurona.

En relación a las RdPs, se considera el grafo de la figura 10 y se representa mediante sus características, la cual, no presenta algún inconveniente, debido a que los elementos que ocupa la RN son similares a las características de las RdPs, de tal forma, que permite dicha representación del grafo de una perspectiva similar (ver figura 11). No obstante, de acuerdo a que las RdPs son muy versátiles y permite una similitud, no sólo en aspecto visual como se aprecia en las figuras 10 y 11, sino que dentro de la similitud, las RdPs también se pueden interpretar de manera vectorial como las RNs, considerando que parten de nodos, los cuales no son una lista interminables de caracteres. Cabe mencionar que la interpretación de la RdPs cuenta con entradas, pesos asociados y cada uno con su respectiva interpretación.

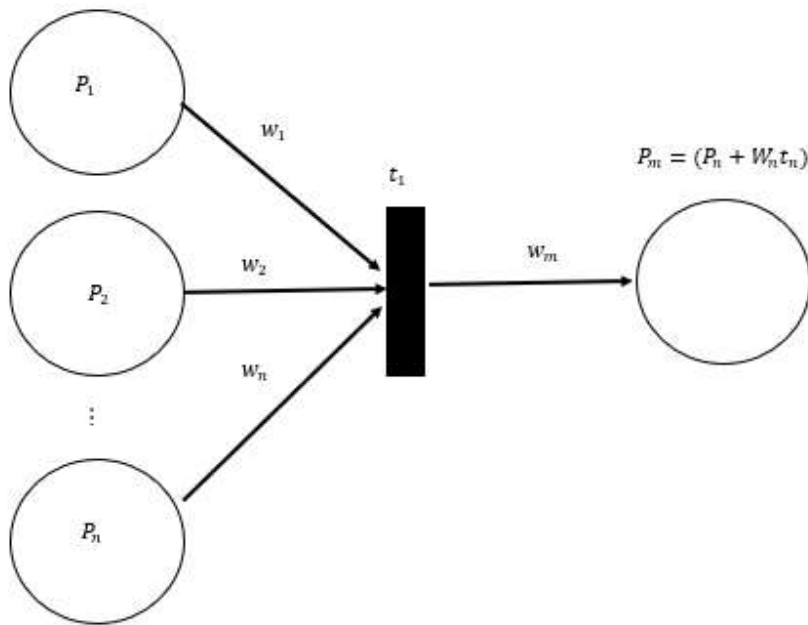


Figura 11. Grafo de RdP con una transición.

Frente al parecido existente entre las RNs y las RdPs se puede notar una similitud bastante congruente, siendo las RNs la base de desarrollo para esta herramienta, en cambio para las RdPs toma una postura atípica a las usualmente implementadas. Se puede encontrar la idea de similitud como se mencionó anteriormente, y así comprender las partes que conforman la nueva denominación. Como se puede notar las definiciones y las propiedades difieren una de otra, lo cual conlleva a un análisis más detallado del comportamiento de una RdP. Por tal motivo es de vital importancia iniciar a visualizar la RdP, como una “Neurona de Petri”, en donde, se contempla un nuevo enfoque con base a la RN y la RdP, por esta razón poseerá la capacidad de razonamiento.

#### 4.1.1 Definición de la Neurona de Petri

La Neurona de Petri (NP) se describe como una herramienta diseñada, para solucionar infinidad de problemas en un tiempo muy corto, a su vez es orientada a

la solución de problemas en cuanto a la toma de decisiones adecuadas, para resolver dichos problemas en tiempos cortos. Basada en la eficiencia de las RNs y las RdPs, constituye a una disciplina representativa de razonamiento, pero dicho razonamiento no es igual que a la del cerebro humano, sino que este actúa de forma similar, de tal manera de la NP trata de replicar dicho razonamiento, pero lo efectúa de una forma relacional, ya que en la metodología se pueden emplear reglas predeterminadas que responden preguntas tipo: “cuál es la mejor combinación”, pero no puede aprender sobre la marcha. Ante esta analogía se puede decir que el aprendizaje de NP puede definirse como una renovación de comportamiento de la red mediante estímulos aplicados de forma continua.

La NP se representa gráficamente, por un grafo bipartito. La estructura básica de una NP de igual manera está formada por dos nodos: Lugares ( $P_n$ ) y Transiciones ( $t_n$ ) (ver figura 12), donde los lugares son círculos que poseen tokens, por lo tanto, cada token representa una cantidad conforme a una variable, estos tokens dependerán de la variable de entrenamiento ( $variable_n$ ), si se tiene el caso donde se requiera de dos o más variables de entrenamiento, se tendrán  $n$  cantidades de lugares. Por ejemplo: si se tiene las siguientes variables A, B y C, y cada variable con su respectivo valor ( $A = 12, B = 30, C = 9$ ) se tendrán que emplear 3 lugares, por otra parte, si para cada variable se requiere de  $n$  cantidades variable este será denotado por  $V_n$ .

Referente a la transición ( $T_n$ ), es un estado intermedio que permite el flujo de las entradas hacia las salidas, a través de arcos (flechas negras) cabe mencionar que la dirección de las flechas sólo puede ir de lugar a transición y no de lugar a lugar ni de transición a transición.



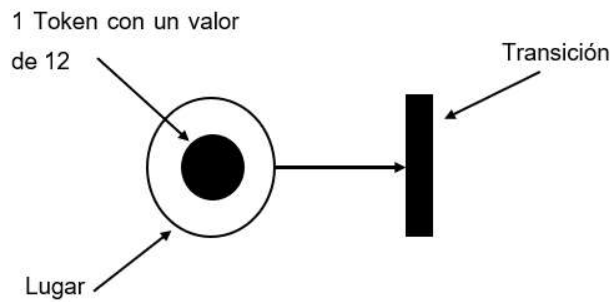


Figura 12. Representación básica de una Neurona de Petri.

Como se aprecia en la figura 12, es una representación básica de una NP, pero para comprender la estructura general, es de vital importancia visualizar el inciso a) de la figura 13, como se observa, solo se añade un lugar después de la transición y a su vez representa la salida con su respectivo valor. Para el inciso b) de la figura 13, como se puede apreciar, dentro del lugar  $P_1$  recaen cuatro tokens los cuales para cada token cuenta con una cantidad diferente, cabe mencionar que a este lugar puede considerarse como variable  $A$ , con cuatro cantidades distintas, así mismo se puede contemplar una sola salida como en el inciso a) de la figura 13.

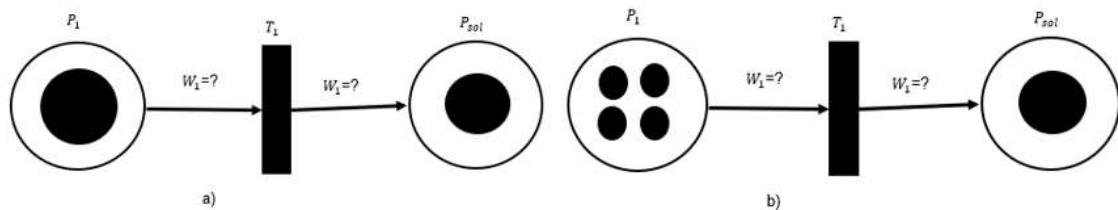


Figura 13. Estructura general de una Neurona de Petri.

Ahora bien, la NP puede ser utilizada para obtener información dinámica del sistema a través de un grafo, la información puede variar conforme a la interpretación del problema. Para el procesamiento de información (Ángel Restrepo, 2011) da una representación alternativa, donde esta se basa en la “ecuación de estados”, por lo cual, utilizar las relaciones existentes entre los componentes de la

NP para poder definirla, por esta razón se lleva a cabo la implementación de la formulación matricial para el procesamiento de razonamiento.

Cabe mencionar que conforme al método “ecuación de estados”, para el proceso de razonamiento de información. Se opta por considerar el concepto matricial, el cual está definido: por una 4-tupla,  $N = (P, T, W^-, W^+)$  donde:

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$   $P_n$  Es un conjunto finito y no vacío de lugares

$t = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$   $T_n$  Es un conjunto finito y no vacío de transiciones.

$W^- [j, i] = \#(p_i, I(t_j))$  Matriz que define la multiplicidad de entradas a las transiciones.

$W^+ [j, i] = \#(p_i, O(t_j))$  Matriz que define la multiplicidad de salidas posterior a la transición.

$W = W^+ - W^-$  (Matriz de incidencia N).

Para comprender la “ecuación de estados” es conveniente visualizar la figura 14.

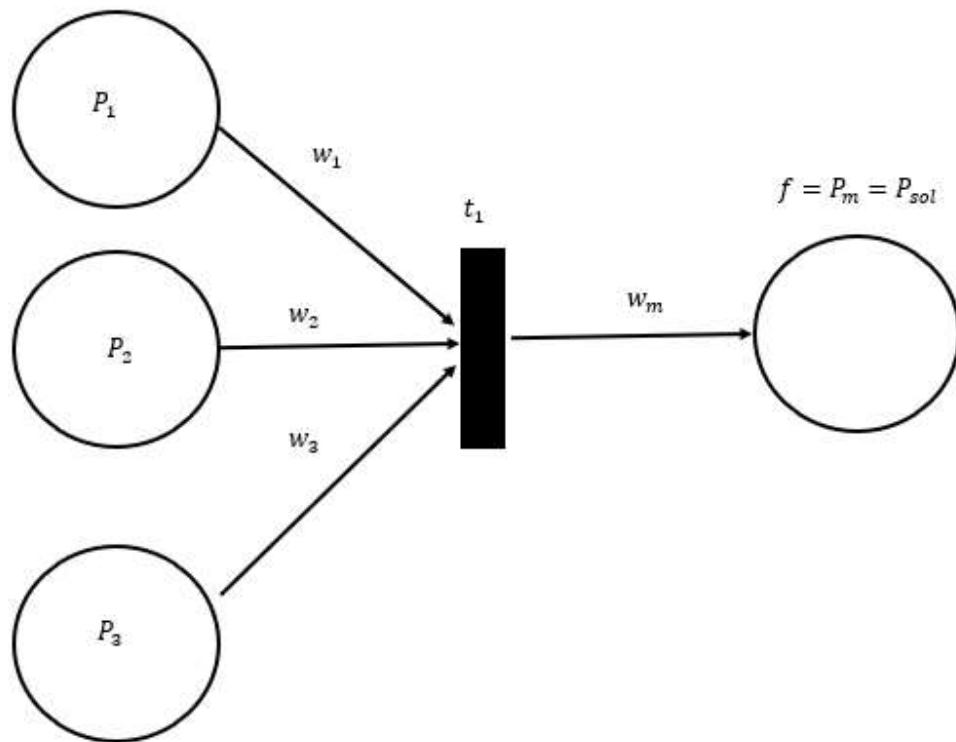


Figura 14. Neurona de Petri Simple (mono capa).

Como se puede apreciar en la figura 14, se visualiza una NP simple, de tal manera que está conformada por tres lugares de entrada ( $P_3$ ), una transición ( $t_1$ ), un lugar de salida ( $P_{sol}$ ) y un arco de salida ( $W_m$ ), a dicha NP simple, también se le denomina “monocapa de Neurona de Petri”. En este sentido se considera la monocapa de la figura 14, con el fin de representar la ecuación de estados del sistema, a través del comportamiento de los arcos ( $W_n$  y  $W_m$ ). Cabe mencionar que el análisis del comportamiento de los arcos (pesos de los arcos), va de la mano con los valores de los lugares, de entrada y de la salida.

En este mismo sentido, los pesos de los arcos ( $W_n$  y  $W_m$ ) tienen dos interpretaciones: la primera es la recopilación de datos después de la transición ( $W^+$  ó  $W_m$ ), aquí se colocan todos los valores posteriores de la transición, pero los

valores que están antes de la transición se consideran con un valor igual a cero, y la salida que es la que esta después de la transición es la única que se contempla. La segunda interpretación de igual manera recopila datos, sólo que, se contemplan los valores de entrada a la transición, dicho de otra forma, antes de la transición ( $W^-$  ó  $W_n$ ), y para los valores posteriores a la transición, se consideran con un valor de cero, estas interpretaciones se pueden apreciar en las ecuaciones 30 y 31 donde se asocian las variables de la figura 14, las cuales serán sustituidas por las cantidades.

$$w^+ = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_{sol}] \quad (29)$$

$$w^- = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_{sol}] \quad (30)$$

Como se puede notar en las ecuaciones 30 y 31, se tiene una particular similitud respecto a la figura 14, es debido a que las ecuaciones 30 y 31, son la representación de los pesos de los arcos ( $W_n$  y  $W_m$ ), ya que, son provenientes de la figura 14, donde las  $P_n$  y  $P_{sol}$  representan a la figura 14, a su vez son visualizadas como vectores para un análisis matemático. Una vez comprendida la procedencia de las variables para las ecuaciones, ahora es factible entender las interpretaciones antes mencionadas de los pesos de los arcos ( $w^+$  y  $w^-$ ), para esto es necesario considerar las siguientes cantidades para la NP de la figura 14: siendo para  $p_1 = 4, p_2 = 12, p_3 = 2$  y  $p_{sol} = 0$ . Quedando las ecuaciones de la siguiente manera.

$$w^+ = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (31)$$

$$w^- = [4 \quad 12 \quad 2 \quad 0] \quad (32)$$

$$w_n^T = w^+ - w^- = [-4 \quad -12 \quad -2 \quad 0] \quad (33)$$

De acuerdo con la ecuación 32, se puede notar que en todos los casos es cero, esto debido a la primera interpretación, en donde solo se consideran todos los valores después de la transición y conforme a la figura 14, solo se cuenta con un único lugar de salida ( $p_{sol}$ ), el cual corresponde a cero según los valores que se asignaron anteriormente, así que solo este valor ( $p_{sol}$ ), es sustituido y las otras variables son consideradas como cero. Al visualizar la ecuación 33 se percibe un cambio diferente, porque se observan distintas cantidades, donde estas corresponden a las cantidades de los lugares descritas para los valores  $p_n$ , y son colocados conforme a la segunda interpretación, que corresponde sólo a los valores que anteceden a la transición.

Ahora bien, desde otra perspectiva, se colocan los valores que están antes de la transición y siguiendo con la segunda interpretación, para los valores que están después de la transición se consideran como cero. Una vez ya identificadas las cantidades de los pesos de los arcos para  $w^+$  y  $w^-$ , lo siguiente a implementar, es el desarrollo de la matriz de incidencia, de tal forma que para efectuarlo se realiza la ecuación 34, en donde sólo se lleva a cabo la diferencia de vectores correspondientes a las ecuaciones 32 y 33.

No obstante, al tratar de comprender el desarrollo de matriz de incidencia para una Neurona de Petri, tiende a ser confusa, esto es evidente si se visualiza a la matriz de incidencia, como normalmente se interpreta en una RdP según (Ángel Restrepo, 2011), por tal motivo es recomendable considerar a la matriz de incidencia como un intercambio de valores de entrada y salidas, y no, como normalmente se lleva a cabo en las RdPs, en el que la matriz de incidencia, es elaborada a través de los pesos denotados por los arcos, y por consiguiente, al no visualizarse algún valor para un arco, este, tiende a considerarse como un valor unitario.

Una vez obtenida la matriz de incidencia, de igual forma se considera el mismo grafo de la figura 14, de tal modo que a este, se le puede extraer aún más información, por esta razón, ahora se contempla sólo a los valores de los lugares, tanto los lugares de entrada como, el de la salida, con el propósito de que pueda considerarse como un nuevo vector, denominado marcado  $M_{k-1}$ , pero también se contempla otro marcado denominado  $t_n$ , el cual corresponde al disparo de una transición, esto debido a que es visualizado como una asociación referente al flujo de los pesos de los arcos entre los lugares de entradas y salidas, por lo cual esto conlleva a ser relacionados como parte del producto de la matriz de incidencia  $W_n^T$ .

Cabe mencionar que, al identificar los marcados de la NP, se puede definir “la ecuación de estados”, denotado por la ecuación 35.

$$M_k = M_{k-1} + W_n^T t_n \quad (34)$$

## 4.1.2 Características específicas de la ecuación de estados.

### Transición

La transición es definida como  $t_n$ , que indica la habilitación de la cantidad de vectores (Pesos de arcos) de entradas, definido como  $t_n(n) = 1$  (habilitado) y a su vez permite el flujo de la cantidad de tokens a desplazarse, los cuales para la NP, no sólo se contemplan números enteros, ya que, estos pueden ir acompañados de números fraccionarios o solo fracciones, así mismo para posteriores análisis con diferentes metodologías neuronales puede interpretarse como alguna función de activación.

### Datos de entrada

Los datos de entrada son representados por  $M_{k-1}$ , en donde es definido como el estado actual del sistema (la cantidad de tokens que existe en cada lugar).

### Pesos de los arcos

Los pesos de los arcos son representados por  $W_n^T$ , esta variable define la diferencia de conexión existente entre los lugares de entrada hacia la transición, y de la transición hacia la respectiva salida, así mismo, los pesos de los arcos pueden tomar valores negativos y positivos o incluso cero, si es el caso ya que, si se presenta en el peso del arco un cero, no existe una comunicación. Para obtener dichos pesos es necesario emplear la matriz de incidencia, y así mismo los pesos de los arcos difieren de los tokens.

### Estado siguiente del sistema

El estado siguiente del sistema, es entendido como aquel que lleva a cabo a través de la suma de los datos de los lugares (entradas), respecto al producto de

los pesos de los arcos conforme a la transición. Dicho estado generalmente comprende el estado al cual se desea llegar, en una relación de marcas respecto a los pesos de los arcos.

## **4.2 Entrenamiento de la Neurona de Petri**

El aprendizaje en una NP se entiende al proceso a través del cual, adquiere la capacidad de identificar los pesos correctos de los arcos, de tal manera que pueda resolver el problema planteado. Dicho proceso es simple y viable debido a que se emplea de manera automática, pero al ser un proceso simple, su simplicidad lo vuelve monótono, ya que es un proceso recursivo, por tal motivo tiene que hacerse énfasis en cuanto al tiempo.

El tiempo puede presentarse de manera favorable a momento de dar solución a problemas en cuanto a la rapidez de respuesta, mediante el uso de una computadora, pero también, dentro de un análisis de información puede ocurrir un excedente de datos, y por consecuencia se emplea un lapso de tiempo más amplio haciendo demorada la solución al problema, por tal motivo se emplean distintos métodos, capaces de resolver problemas de manera óptima y con un menor tiempo de desarrollo.

### **4.2.1 Método algoritmo entrenamiento Perceptrón**

El Perceptrón al ser el proceso más empleado en la RN para la generación de razonamiento lo hace adecuado para su implementación en la NP, ya que, conforme a sus características que facilitan dicha implementación, esta opta por un entrenamiento no detallado, por tal motivo, requiere conocer los valores de las



entradas y de las salidas deseadas volviéndolo adecuado para la NP, puesto que, dichos valores de entrada y salida pueden ser obtenidos a través de la ecuación de estados, como se visualizó en la ecuación 35, y también en la interpretación del grafo, ya que este, se encuentra en constante cambio debido al proceso recursivo.

Su funcionamiento consiste en ajusta los pesos de los arcos de la NP, esto se logra con la ecuación de estados (ec. 36), que representa la suma de las entradas ( $p_n$ ) respecto al producto de los pesos de los arcos ( $w_n^T$ ) con la transición ( $t_n$ ), este último es contemplado como activador de la NP. En consecuencia, al resultado puede considerarse para efectuar una diferencia entre el valor deseado ( $t$ ) y el valor obtenido ( $M_k$ ), a dicha diferencia de igual manera es conocida como error, donde es de vital importancia para la actualización de los pesos de los arcos ( $w_{t+1}$ ), conforme a lo antes mencionado se puede apreciar e interpretar mediante las siguientes ecuaciones.

$$M_k = \sum_{i=1}^R (p_n + (w_n^T t)) \quad (35)$$

$$\varepsilon_r = t - M_k \quad (36)$$

$$w_{t+1} = w_{t+1} + (\varepsilon_r \cdot p_n) \quad (37)$$

Al asimilar el aprendizaje de una NP mediante la técnica del Perceptrón, este a su vez, puede ser interpretado de la siguiente manera.

**Paso 1.** Para llevar a cabo el entrenamiento de la NP una vez elegida su arquitectura, lo primero que se debe realizar es: Seleccionar un conjunto de pesos para los arcos inicialmente, los valores pueden estar comprendidos al inicializar los pesos aleatoriamente, por tal motivo, permite romper su simetría, esto respecto a la relación entre los tokens y los arcos, debido a que los valores que se proponen en los tokens, pueden llegar a reflejarse como una salida, y por tal motivo se contempla esto, con la intención de que no ocurra dicho acontecimiento.

Después de considerar la relación existente entre los arcos y los tokens, la transición es considerada como una variable de activación para el análisis de resultados, dicha variable se ve reflejada en el número de salidas deseables.

**Paso 2.** Se lleva a cabo la suma de los conjuntos de los pesos de los arcos respecto al conjunto de entradas y salidas, que a su vez va de la mano con alguna función de activación (función escalón), para el análisis de separabilidad lineal, por tal motivo al resultado se le aplica una sumatoria a los valores obtenidos la cual es expresada como  $M_k$  (según la ecuación de estados). Pero como se puede notar en la ecuación 36, también se contempla la variable  $t_n$  que corresponde a la transición y por consecuente realiza el producto respecto a los arcos, y así mismo esta variable se considera de igual forma como una variable de activación por otra parte la variable  $M_{k-1}$  es denotada por  $P_n$ , en donde es interpretada, como los valores de entrada.

**Paso 3.** Siguiendo el trayecto de acuerdo con el algoritmo, se calcula el error, denotado por la diferencia de la salida deseada ( $t$ ) y el valor obtenido ( $M_k$ ), conforme a la ecuación 37, de modo que dicho error  $\varepsilon_r$ , se contempla, con la finalidad de cuantificar, cuánto se aparta de los valores deseados conforme a los

obtenidos, usualmente el método del error en el Perceptrón es el más básico en las RN.

**Paso 4.** De acuerdo a lo anterior, luego de haber calculado el error se opta por calcular la actualización de los pesos de los arcos, para esto es viable implementar en cada ruta la ecuación 38. En dicha ecuación se busca un sentido y una actualización de acuerdo a la dirección que comprende el problema, dicho de otra forma, en cada iteración se lleva a cabo una actualización, y por consiguiente se obtiene una dirección, de modo que es efectuando hasta que se cumpla una condición objetivo, si es el caso o de paro.

La metodología del Perceptrón es viable en la implementación de la NP, debido a que, las propiedades del Perceptrón son inicialmente conocidas como un dispositivo de aprendizaje de una configuración inicial básica, ya que no cuenta con la capacidad de distinguir patrones de entradas muy complejas, por esta razón, el Perceptrón es aplicable en la clasificación de patrones empleando la metodología de NP, de manera correcta, a comparación de los patrones aleatorios, donde la precisión disminuye conforme aumenta el número de patrones que intenta aprender.

#### **4.2.2 Algoritmo entrenamiento iterativo**

Desde un panorama general, para llevar a cabo el entrenamiento de la NP, lo primero que se debe realizar es: Seleccionar un conjunto de pesos para los arcos inicialmente, los valores pueden estar comprendidos al iniciar los pesos aleatoriamente, por tal motivo, permite romper su simetría, esto a la relación entre los tokens y los arcos debido a que los valores que se proponen en los tokens, pueden llegar a reflejarse como una sumatoria de estos valores a la salida, y por tal motivo se contempla esto, con la intención de que no ocurra dicho acontecimiento.

Después de considerar la relación existente entre los arcos y los tokens, la transición es considerada como una variable de valor unitario, pero a su vez la transición es vista como el número de neuronas a emplear e incluso puede contemplarse como función de activación, para el análisis de resultados, que posteriormente arroja un resultado en la variable  $M_k$  como se aprecia en la ecuación 39 (conforme a la ecuación de estados).

$$M_k = \sum_{i=1}^R (p_n + (w_n^T * t_n)) \quad (39)$$

Siguiendo el trayecto del entrenamiento, se calcula el error, en donde se emplea la ecuación de error porcentual absoluto medio ( $EPAM$ ), de tal manera, que es contemplado para la minimización del error de forma autónoma hasta encontrar el peso adecuado, para que el peso del arco ( $w_n^T$ ) pueda consumir la cantidad necesaria de tokens conforme a sus lugares ( $P_n$ ) y obtener un valor de salida satisfactorio.

Para poder efectuar correctamente  $EPAM$  es necesario contemplar el cálculo de la diferencia entre el valor deseado ( $t = t_q$ ) y el valor obtenido ( $M_k = M_{kq}$ ) como se aprecia en la ecuación 40, posteriormente se lleva a cabo el porcentaje de los pesos de los arcos (ec. 41) y por último se efectúa la fragmentación del primer paso respecto al segundo de tal manera que el resultado que se obtiene es el  $EPAM$  (ver ec. 42).

$$Er1 = t_q - M_{kq} \quad (40)$$

$$Er2 = \frac{\sum(w_{nq}^T)}{q} \quad (41)$$

$$EPAM = \frac{Er1}{Er2} \quad (42)$$

Una vez calculado el *EPAM* se opta por obtener la actualización de los pesos de los arcos, para esto es viable de implementar la ecuación 43. En donde dicha ecuación busca un sentido y una actualización de acuerdo con la dirección que comprende en problema, dicho de otra forma, en cada iteración se lleva a cabo una actualización, y por consiguiente se obtiene una dirección, de modo que es efectuado hasta que se cumpla una condición objetivo, si es el caso o de paro.

$$w_{nq}^T = w_{nq}^T + EPAM * \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (383)$$

Ahora bien, la descripción del entrenamiento de la NP puede ser interpretado mediante el siguiente diagrama de flujo (figura 15).



figura 15. Diagrama de flujo de la NP.

### 4.3 Dos casos de estudio, donde se muestra la aplicación de la Neurona de Petri.

#### 4.3.1 Aplicación 1.

Se requiere un sistema automático organizador, que coloque telas a utilizar en un depósito azul y desperdicios en el depósito rojo. Se usan dos sensores para determinar el tamaño de la tela a utilizar, un transductor de fuerza, para medir el peso ( $P1$ ) y una cámara para determinar si la tela está revuelta ( $P2$ ). Se diseño una

NP empleando la metodología del perceptrón para que realice la clasificación entre la tela útil y la tela a desechar.

Considere que los sensores entregan los siguientes valores de voltaje para las siguientes tres porciones de telas típicas a utilizar

$$uti_1 = \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.4 \end{bmatrix} \quad uti_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.8 \end{bmatrix} \quad uti_3 = \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.3 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Para las siguientes tres porciones de telas típicas relacionadas con los desperdicios.

$$Des_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.1 \end{bmatrix} \quad Des_2 = \begin{bmatrix} 0.09 \\ -0.9 \end{bmatrix} \quad Des_3 = \begin{bmatrix} -0.12 \\ -0.3 \end{bmatrix} \quad (4539)$$

La NP deberá decidir cuándo una tela es utilizable y cuando es solo desperdicio, entonces se tomaría una decisión, para esto se considera a la transición, para que pueda tomar la decisión la transición, de que la tela es útil por esta pasan valores cero y cuando por la transición atraviesan valores unitarios, la tela será considerada como desperdicio. Esto se puede representar de la siguiente manera

$$uti_1 = \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.4 \end{bmatrix} \quad uti_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.8 \end{bmatrix} \quad uti_3 = \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.3 \end{bmatrix} = 0 \quad (46)$$

$$Des_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.1 \end{bmatrix} \quad Des_2 = \begin{bmatrix} 0.09 \\ -0.9 \end{bmatrix} \quad Des_3 = \begin{bmatrix} -0.12 \\ -0.3 \end{bmatrix} = 1 \quad (47)$$

Como se visualiza en la ecuación 46, esta torna un color azul, dando el color la indicación del recipiente donde se colocará la tela a utilizar, pero así mismo, dicha ecuación es igualada a cero, con el fin de interpretar los datos, por medio de la Neurona de Petri, este mismo proceso ocurre para la ecuación 47, solo con la diferencia, de que a este el recipiente se representa con el color rojo y también se iguala, pero a una unidad. Con esta interpretación la NP facilita el entrenamiento.

Desde una perspectiva más general se elabora el grafo del problema a resolver (figura 16) donde en dicho grafo muestra las siguientes características:

- Número de lugares
- Transiciones empleadas
- Número salidas
- Número de pesos de los arcos a ocupar

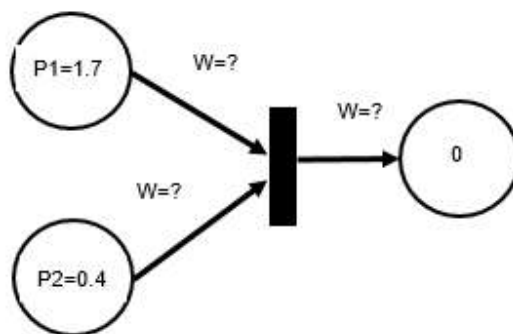


Figura 16. Representación de Neurona de Petri que indica la separabilidad en dos tipos de telas.



Con base a la figura 16 se visualizan solo los datos extraídos por los sensores  $P_1$  y  $P_2$ , se contempla el valor de salida que corresponde a cero, como el número de arcos, esto debido a la interpretación antes mencionada de la ecuación 47, donde se iguala a cero. Ahora bien, cómo se puede notar la NP solo muestra un par de valores, lo que indica que para cada par de valor es sustituido, tanto en las dos entradas de  $P_1$  y  $P_2$  como en su salida, por ejemplo, se tiene el último valor de la ecuación 47 la entrada correspondería a los valores para  $P_1 = -0.12$  y  $P_2 = -0.3$  con una salida ( $P_{sol}$ ) igual a 1.

En relación a lo anterior es viable que, a los valores se les implementen en un plano cartesiano, para visualizar su distribución, por tal motivo se emplea la herramienta de software Matlab que permite graficar los datos antes mencionados. Se crea el plano en Matlab con los valores del problema y se visualizan en la figura 17, como se puede apreciar, los círculos representan los valores cuando por la transición pasan valores unitarios, y cuando pasan valores igual a cero, se representan por medio de equis.

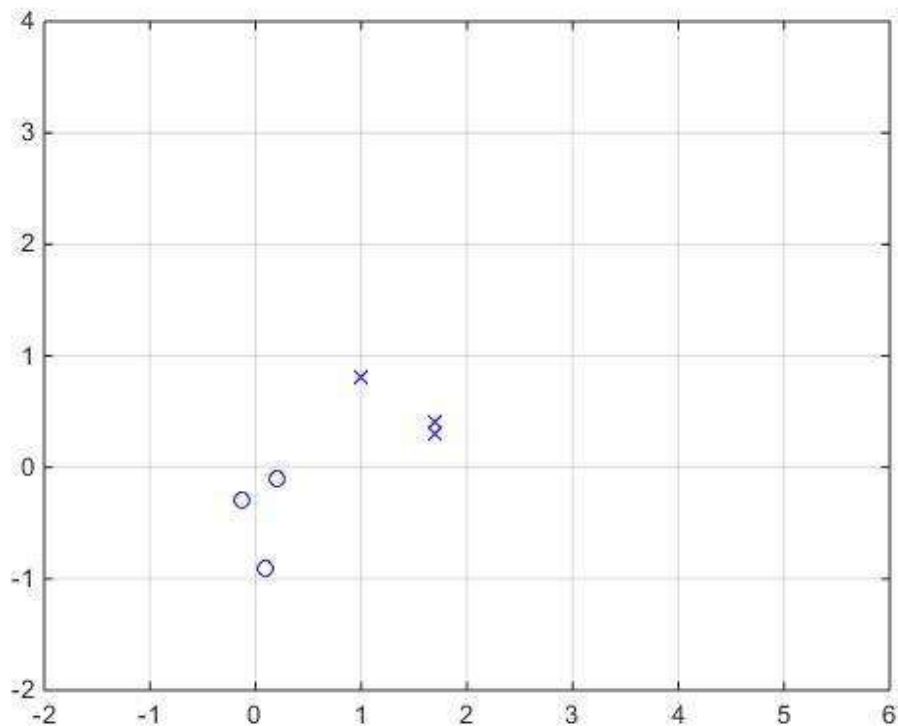


Figura 17. Representación gráfica de los valores a clasificar.

Al comprender la interacción de los valores respecto al grafo de la NP, se puede notar que solo los pesos de los arcos no se encuentran, esto debido a que son interpretados de una forma aleatoria, por tal motivo no se colocan porque pueden tomar cualquier valor, de tal modo que se ajustaran conforme aprenda la NP, esta peculiaridad será empleada en el código para comprender el comportamiento, por eso es necesario conocer el grafo ya que nos arroja información en cuanto a la cantidad de arcos a emplear.

Ahora bien, se establece un pseudocódigo, en el cual, junto con lo antes mencionado, contiene el algoritmo de aprendizaje, dicho pseudocódigo se ejecuta en el software Matlab el cual permite representar el comportamiento de la NP. El pseudocódigo a emplear es el siguiente:

- *Lectura de datos (Se inicializan los datos a emplear)*
- *Inicializar los pesos de los arcos en cualquier valor (Pesos de arcos a inicializar  $w_q^T$ )*  
*(Se inicializan dos ciclos, 1 controlado por “épocas” y el otro ciclo por el número de pruebas “Q”, que son implementadas por el usuario)*
- *Desde  $Epocas = 1$  a  $N_{Epocas}$  (En este ciclo la variable épocas puede variar conforme a el error “Er”, el cual se recomienda incrementar no con cantidades excesivas hasta que el “Er” se aproximé a cero)*
  - *Desde  $q = 1$  a  $Q$  (Se inicializa un segundo ciclo dentro del ciclo épocas, el cual indica los patrones de prueba, que corresponde a los datos cargados)*
  - *$M_k = \text{hardlim}(p_q + w_q^T * t_q)$  (Ecuación de estados empleado en la Metodología perceptrón, donde la función hardlim crea neuronas que clasifican las entradas en dos categorías diferentes, de tal manera que la función de transferencia acerca la salida de la red a cero, si el argumento es menor que cero, y la lleva a uno si este argumento es mayor que uno.)*
  - *$E_r = P_{sol} - m_{kq}$  (Cálculo de error conforme a metodología del perceptrón)*
  - *$w_q^T = w_q^T + (E_r * p_q)$  (Actualización de los pesos de los arcos conforme al error obtenido)*
  - *Fin (fin del segundo ciclo)*
- *Fin (fin del ciclo épocas)*

Gracias al pseudocódigo visto anteriormente es posible implementar el programa en Matlab, de tal forma que puede ser visto en el apartado de anexos para dar la solución de separabilidad al problema planteado. El pseudocódigo se lee de la siguiente manera: se crea una inicialización de valores para los pesos de

los arcos, seguido de un ciclo que va de 1 hasta  $N$  épocas, donde  $N$  puede comprenderse en cualquier valor, ya que este es un rango que lo interpreta el diseñador ya que puede ser este rango chico o muy grande.

Dentro del ciclo épocas (primer ciclo), es fundamenta la implementación de otro ciclo (bucle interno), de tal forma que partiría desde 1 hasta  $q$ , donde  $q$  representa el número de entradas de datos o al número lugares (patrones de prueba), haciendo referencia al grafo de la figura 16.

Para este ciclo es fundamental, calcular el estado siguiente del sistema, según la metodología empleada para la NP, donde al emplearse dicha metodología de igual manera se aplica la función hardlim, procedente de la metodología de las RN, con el propósito de dar una interpretación de estados (Función escalón), al flujo de valores unitarios y con valores igual a cero para la transición, esta metodología es indispensable para la relación antes mencionada, cuando se igualan las ecuaciones a cero y uno, posterior a este cálculo, se obtiene el error a través de la diferencia del valor deseado y el valor obtenido, para así destinarla en la actualización de los pesos de los arcos, según el algoritmo del perceptrón.

Ya familiarizado con el pseudocódigo, se emplea el programa en el software, es ejecuta y se trabaja sobre la gráfica mostrada anteriormente en la figura 17, donde a través de la NP, se establece la separabilidad lineal de la tela utilizable y la no utilizable, obteniendo los siguientes resultados.

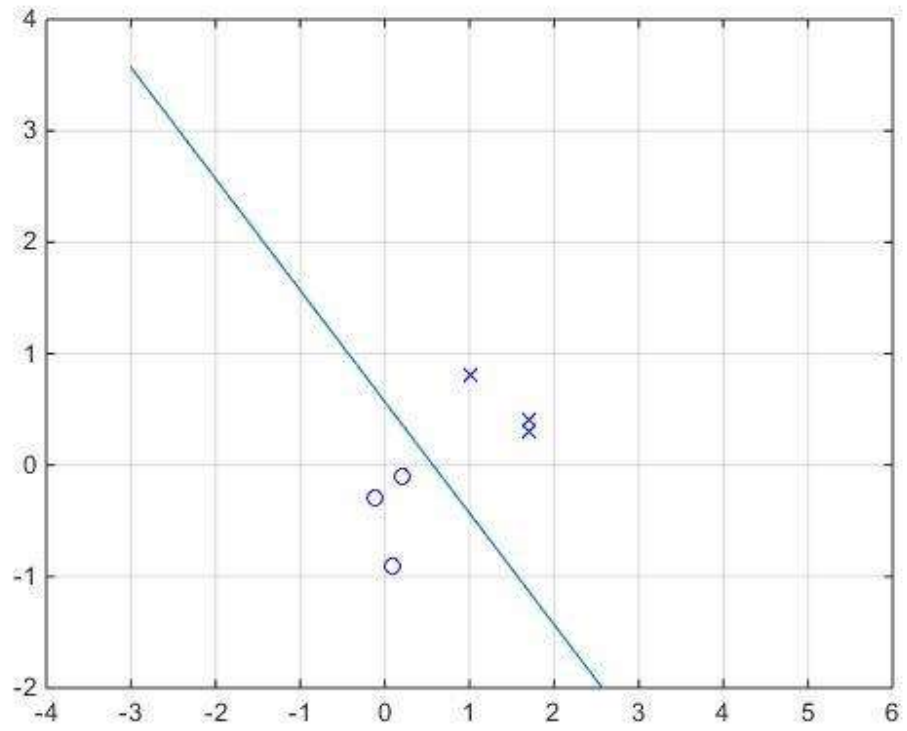


Figura 18. Primera respuesta de la Neurona de Petri.

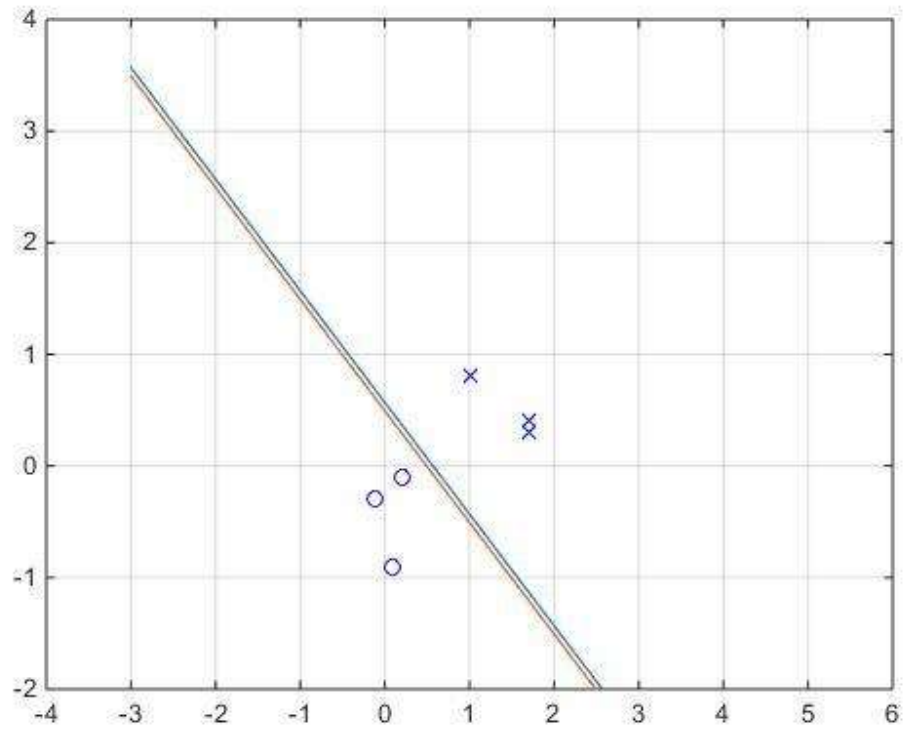


Figura 19. Segunda respuesta de la Neurona de Petri.

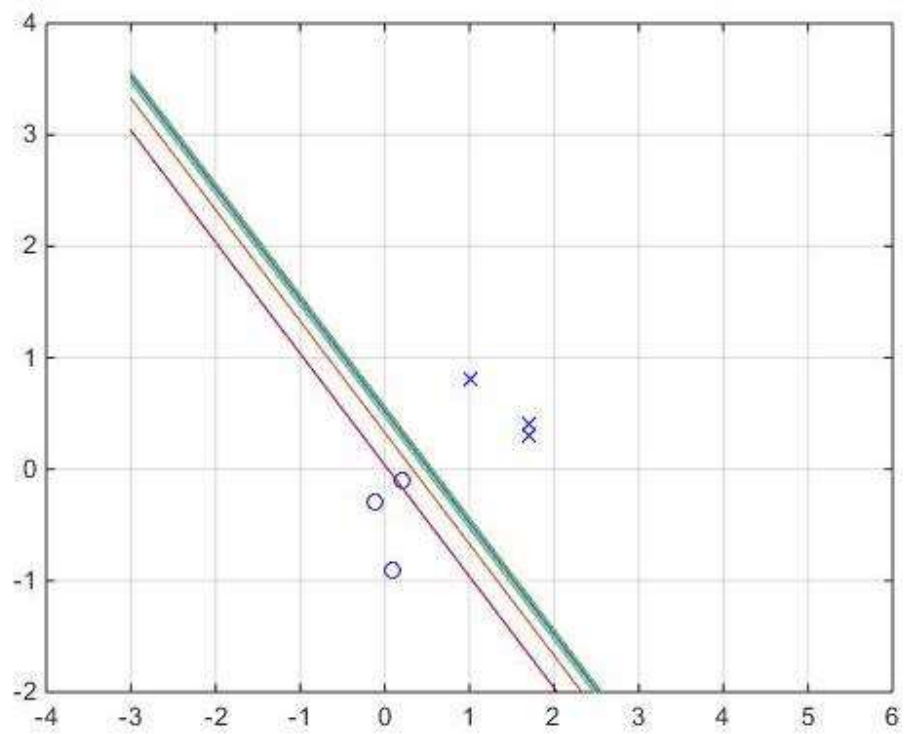


Figura 20. Respuestas de la Neurona de Petri.

Para finalizar con el ejemplo, se analiza la figura 18 que representa la separabilidad lineal entre los datos del ejemplo, como se puede notar se podría decir que la separabilidad es adecuada, a comparación de la figura 19, que sigue siendo una buena separabilidad, pero a su vez tiende a acercarse a uno de los valores. Después de algunas iteraciones en el mismo programa, éste arroja un resultado no adecuado el cual se visualiza en la figura 20, donde el resultado muestra una separabilidad lineal no adecuada, ya que considera 4 porciones para las telas utilizables, los cuales solo deberían ser 3 como en las figuras 17 y 18, por tal motivo se dice que la NP de igual forma cuenta con un margen de error aun grande, esto debido a que la misma metodología del perceptrón.

Al momento de entrenar a la NP es necesario conocer los valores de entrada, ya que dichos valores pueden ser atípicos, de tal forma que ocasionan un incremento o decremento mucho mayor en el error y al conocer dichos valores se puede limitar a la NP y evitar un incremento en el error.

#### **4.3.2 Aplicación proceso biotecnológico**

En la escuela preparatoria número 1, incorporada la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, los docentes del área de biología, efectúan aportaciones a la sociedad, tal es el caso de la producción de un plaguicida con lignosulfonatos, la cual es indispensable, ya que mata plagas, esto con el fin de proteger los animales y plantas de los efectos negativos, de otros seres vivos que pueden causar una expansión numérica. Se tiene el inconveniente en la elaboración de un plaguicida adecuado, ya que, para dicha elaboración se llevan a cabo múltiples combinaciones sobre los compuestos, los cuales absorben bastante tiempo como también recursos, para reducir este inconveniente se elabora un modelo de NP, de modo que, a partir de una base de datos de experimentos realizados, se pueda obtener una respuesta del porcentaje de una solución adecuada.

Lo primero que se lleva a cabo es la identificación de la base de datos, la cual se puede observar en la tabla 1 y 2.

<b>Variable</b>	<b>Unidad</b>	<b>Notación</b>	<b>Rangos de valores</b>		
<i>Tamaño de la paja</i>	Mm	A	8	12	20
<i>Tiempo de Cocción</i>	Min	B	30	60	90
<i>Concentración del sulfito</i>	%	C	1	5	10

Tabla 1. Rangos de valores permitidos, para la combinación del compuesto conforme a sus variables fuente: (Sema Diaz, y otros, 2016).

<b>No de Experimento</b>	<b>Variables</b>			<b>Respuesta</b>
	A	B	C	Psol (%)
1	20	60	10	20.17
2	20	30	10	19.86
3	8	30	10	19.86
4	8	60	10	16.84
5	8	30	1	5.6
6	8	30	5	12.32
7	20	30	1	7.71
8	20	30	5	20.22
9	8	60	1	2.76
10	8	60	5	18.75
11	20	60	1	7.86
12	20	60	5	22.56
13	8	90	1	4.27
14	8	90	5	11.26
15	8	90	10	10.07
16	20	90	1	11.56
17	20	90	5	22.15
18	20	90	10	20.94
19	12	30	1	6.86
20	12	30	5	17.63
21	12	30	10	15.2
22	12	60	1	7.68
23	12	60	5	20.49



24	12	60	10	19.66
25	12	90	1	9.98
26	12	90	5	19.42
27	12	90	10	17.68

Tabla 2. Base de datos de las combinaciones de compuestos para los plaguicidas fuente: (Sema Diaz, y otros, 2016).

Como se observa en la tabla 1, se establecen los rangos utilizables para cada compuesto, que formula el plaguicida, como también sus unidades, su notación y el tipo de compuesto a implementar, cabe mencionar que dicha tabla se considera de una forma interpretativa, para el momento de ingresar un compuesto, ya que para la formulación del plaguicida se requiere de la variación de distintas cantidades. Por lo tanto, en la tabla 2, se representa como la base de datos de los experimentos ya efectuados anteriormente, los cuales son utilizables para el entrenamiento de la Neurona de Petri. En esta tabla se presenta la combinación de valores para las variables de entrada, y el porcentaje de deslignificación, como variable de respuesta o salida ( $p_{sol}$ ).

Una vez comprendida la interpretación de las tablas 1 y 2, se idealiza el grafo representativo de la NP (figura 21), con el propósito de comprender la interacción de los datos de entradas y salidas para el entrenamiento, dado que estos serán empleados para la predicción de los posibles porcentajes de la deslignificación, de acuerdo con la incorporación de nuevos valores, sin antes olvidar que los posibles valores a introducir deben de estar concebidos dentro de un rango.

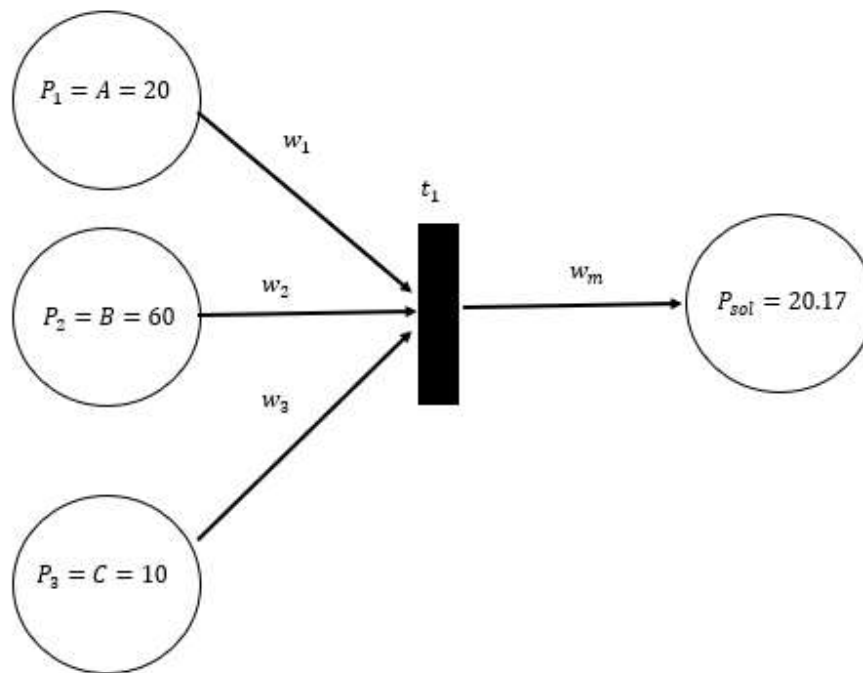


Figura 21. Grafo Neuron de Petri proveniente de una base de datos de un proceso biotecnológico.

Conforme a la figura 21, se visualizan 3 entradas las cuales corresponden a las variables A, B y C, dadas dichas variables como se puede notar toman el primer valor correspondiente a la tabla 2, que al combinarlas se tiene una respuesta  $p_{sol}$ , ( $P_{sol}$  en la tabla 3) dicha respuesta toma el valor de la solución de igual forma de la tabla 2, de tal manera que esta respuesta es el conjunto de valores utilizados para crear ese plaguicida. De acuerdo a lo anterior, las variables de entrada y de salida solo corresponden al primer experimento de la tabla 3, por esta razón, al cambiar el número del experimento ( $n$ ) dichas variables (A, B Y C) toman los valores del experimento. Por ejemplo, se contempla el caso donde, se toma el experimento 20 de la tabla 3, los valores correspondientes serían los siguientes  $A = 12, B = 30, C = 5$  y  $p_{sol} = 17.63$ .

De igual forma al comprender la interacción entre las tablas y el grafo de la NP, se puede notar que los pesos de los arcos no cuentan con un valor asignado,

esto debido a que son interpretados más adelante. Se establece un pseudocódigo de entrenamiento, el cual, es implementado en el software Matlab, permitiendo representar el método de aprendizaje de la NP, para obtener respuestas conforme a la base de datos. Finalmente, el pseudocódigo a emplear es el siguiente:

- *Lectura de datos (Se inicializan los datos a emplear)*
- *Inicializar los pesos de los arcos en cualquier valor (Pesos de arcos a inicializar  $w_q^T$ )*  
*(Se inicializan dos ciclos, 1 controlado por “épocas” y el otro ciclo por el número de pruebas “Q”, que son implementadas por el usuario)*
- *Desde  $q = 1$  á  $A$  (En este ciclo la variable “A” es el número de experimentos conformados por la base de datos)*
- *Ciclos  $0 < 1$  á  $Q$  (Este ciclo se inicializa dentro del primer ciclo de tal manera que interactúan como ciclos anidados, el cual inicia en cero hasta “Q” donde “Q” toma cualquier valor conforme al diseñador)*
  - *$M_{kq} = \sum(p_q + w_q^T * t_q)$  (Ecuación de estados)*
  - *$Er1 = P_{sol} - M_{kq}$  (Se calcula el primer error el cual radica entre el valor deseado “de los datos cargados” menos el valor obtenido)*
  - *$Er2 = \frac{\sum(w_q)}{n}$  (Se calcula el segundo error el cual consta del porcentaje de los arcos respecto a “n”, donde “n” se interpreta como el número total de arcos que entran a la transición, según sea el grafo de la NdP)*
  - *$EPAM = \frac{Er1}{Er2}$  (Se calcula el erro porcentual absoluto medio mediante la división del primer error “Er1” respecto al segundo “Er2”)*
  - *$W_q^T = W_q^T + EPAM * \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  (Se actualizan los pesos de los arcos de la NdP)*
- *Fin (fin del segundo ciclo)*
- *Fin (fin del Primer ciclo)*

En cuanto al pseudocódigo, se inicializan los pesos de los arcos de forma aleatoria que de acuerdo con el grafo analizado en la figura 21, son 4 los arcos a utilizar. A continuación se procede a inicializar un ciclo, en  $1 = "q"$ , hasta "A", donde "A", es el número de experimentos conformados por la base de datos, en este caso en particular es hasta 27, por otra parte se inicializa un segundo ciclo el cual parte de cero hasta "Q" épocas, dichas épocas se asignan conforme la interpretación del diseñador, debido a que el diseñador asigna cuantas veces es necesario repetir el entrenamiento, la implementación del segundo ciclo es fundamental, dado que éste se encarga de la actualización de los pesos y la obtención del error mínimo, por tal motivo se considera.

En relación con el párrafo anterior, dentro del segundo ciclo, se lleva a cabo el cálculo de la ecuación de estados del sistema. En cuanto es obtenido el estado siguiente del sistema, este es empleado para el cálculo del error que como se observa en el pseudocódigo, el primer error es la diferencia del valor deseado respecto al obtenido, el segundo es el porcentaje de los arcos, al obtener estos dos datos se lleva a cabo la obtención del error porcentual absoluto medio (*EPAM*) el cual es empleado para la actualización de los pesos de los arcos, y para llevar a cabo dicha actualización, se implementa una suma entre los arcos respecto al producto de *EPAM* y un vector con formado por 3 cantidades de -1, cabe mencionar que el tamaño del vector es contemplado al número de pesos  $W_q^T$ ) asociados a los lugares de entrada.

Para ir concluyendo una vez comprendido el pseudocódigo, se desarrolla el programa en el software Matlab. El programa cuenta con una interacción amigable, ya que dentro del programa se puede establecer el rango a utilizar del número de interacciones para obtener resultados del programa, por ejemplo, si solo se desea una interacción, se indica que solo se ejecute una vez, pero en el caso de que se requiera 30 interacciones, a esta se le expresan y se efectúan. Para este caso en

particular se implementaron 40 interacciones y dichos resultados se aprecian en las figuras 22 y 23.

```
>> [val] = EVAL(W1,[8; 60; 10])  
  
val =  
  
    16.2082  
  
>> [val] = EVAL(W1,[20; 90; 5])  
  
val =  
  
    20.7918  
  
>> [val] = EVAL(W1,[12; 90; 1])  
  
val =  
  
     8.7918  
  
>> [val] = EVAL(W1,[8; 90; 1])  
  
val =  
  
     4.7918
```

*Figura 22. Resultados arrojados por el programa parte 1*

```

>> [val] = EVAL(W1, [3.5; 48.65; 9.5])

val =

    32.5582

>> [val] = EVAL(W1, [0.8; 78.65; 5.03])

val =

    9.7282

>> [val] = EVAL(W1, [19.5; 33.95; 4])

val =

    36.7582

|

```

Figura 23. Resultados arrojados por el programa parte 2

Al analizar los resultados, se puede percatar que al incorporar números semejantes a los establecidos en la base de datos, este tiende a aproximarse al valor de salida como se aprecia en la figura 22, pero al importar valores más elevados e incluso más pequeños haciendo a un lado los límites establecidos en la tabla 1, como se aprecia en la figura 23, de igual forma el error aumenta a tal grado que se pierde la proximidad de los resultados, por lo cual, es recomendable incorporar aún más datos de entrenamiento, ya que los establecidos, se encuentran muy dispersos, siendo este un factor indispensable para la disminución de error, pero sin olvidar que el método empleado de igual forma produce error, como se visualizó en la metodología del algoritmo del perceptrón.

### 4.3.1 Validación de resultados

Conforme a la verificación de la viabilidad del programa, se efectúan dos programas alternos, los cuales son: El coeficiente de determinación ( $r^2$ ) y el coeficiente del error cuadrático medio ( $RMSE$ ), este ultimo mide la cantidad de error que existe entre los conjuntos de datos, en lugar del error simple, para que el error siempre sea positivo. De esta forma se sabe que el error perfecto es cero. Siendo esté un caso en particular, se mide mediante la diferencia de la sumatoria de los datos deseados  $P_{sol}$  y los datos obtenidos por la neurona de entrenamiento  $M_{kq}$ , de tal manera que dicho error puede obtenerse mediante la ecuación 48 (Sema Diaz, y otros, 2016).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_{sol} - M_{kq})^2} \quad (48)$$

En relación con el coeficiente de determinación ( $r^2$ ), es importante saber que el resultado oscila entre 0 y 1, de tal manera que cuando el resultado se situé más cerca de 1, mayor es el ajuste del modelo a la variable que se está intentado explicar. Caso contrario cuando el resultado arroja un valor cercano a 0, menor será el ajuste por lo tanto menos fiable será, dicho coeficiente es basado en la siguiente ecuación (Sema Diaz, y otros, 2016).

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (P_{sol} - M_{kq})^2}{\sum_{i=1}^n (P_{sol} - M_{kq})^2} \quad (49)$$

Una vez contemplada la viabilidad se efectúa un programa alterno para llevar a cabo el análisis de la  $RMSE$  y  $r^2$ , mediante los datos  $p_{sol}$  de la tabla 3, y  $M_{kq}$  de los valores obtenidos por la Neurona de Petri, dicho programa arroja los siguientes resultados (figura 24)

```
>> [r2 rmse] = RSQUARE(t,MK)

r2 =

    0.9888

rmse =

    0.6450
```

Figura 24. Resultados de  $RMSE$  y  $r^2$

Como se puede observar en la figura 24, se percibe un buen ajuste al coeficiente de determinación ( $r^2$ ), ya que se obtiene una respuesta del 98%, por lo cual se puede decir que es un modelo fiable. En cuanto al coeficiente del error cuadrático medio ( $RMSE$ ), se puede argumentar que no se obtiene el error perfecto, pero si un error aceptable en cuanto al valor deseado y el obtenido con una cantidad del 64%, por lo cual, al efectuar el programa de entrenamiento, es posible que algunos resultados no sean los más exactos.

Por otra parte, con forme al estudio de (Sema Diaz, y otros, 2016) se muestra una comparación de resultados para producción de plagicidas con lignosulfonatos



mediante una metodología de superficie de respuesta (RSM), respecto a Redes Neuronales Artificiales (ANN) los cuales se pueden observar en la tabla 3. A dichos resultados del estudio se le anexaron los resultados del presente, los cuales se pueden apreciar en la tabla 4. Como se puede contemplar los resultados de la NP para ANN no se encuentra tan alejados, a comparación de los resultados RSM en los cuales si se nota un cambio bastante notorio. Ante dicha analogía se puede argumentar que el algoritmo de NP, puede ser contemplado para estudios que aborden la capacidad de pronosticar valores..

	<i>RSM</i>	<i>ANN</i>
<i>RMSE</i>	2.27	1.36
<i>R<sup>2</sup></i>	0.78	0.92

Tabla 3. Comparación entre metodología RSM y ANN, fuente (Sema Díaz, y otros, 2016)

	<i>RSM</i>	<i>ANN</i>	<i>NP</i>
<i>RMSE</i>	2.27	1.36	0.64
<i>R<sup>2</sup></i>	0.78	0.92	0.98

Tabla 4. Comparación de metodologías.

## **CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES**

### **5.1 Contribución**

La presente tesis tuvo como objetivo proponer un modelo de RdP extendida con capacidad de aprendizaje, capaz de pronosticar el comportamiento de un proceso biotecnológico para la prevención de plagas. Por primera vez se empleó la ecuación de estados para generar razonamiento relacional de tal modo que, se creó un algoritmo con capacidad de aprendizaje, para facilitar la solución a problemáticas que dependan de alguna toma de decisiones.

Se realizó un análisis de similitud, entre las RNs y las RdPs. Dicho análisis es basado en que las RNs son grafos con capacidad de aprendizaje mediante algoritmos de entrenamiento, y cuenta con nodos de entrada y nodos de salida. Mientras que las RdPs pueden representar gráfica y matemáticamente sistemas donde existan entradas y salidas, de tal manera que, las RNs pueden ser representadas gráficamente mediante una RdP.

Conforme a lo anterior, gracias a la versatilidad que proporcionan las RdPs, se puede llevar a cabo cualquier grafo (bosquejo) semejante a una RN, de esta forma, al generar una similitud también se considera que es esencial establecer una nueva interpretación de conocimiento, para llevar a cabo un razonamiento. Por tal motivo, se contempló conveniente generar una nueva representación de las variables, y una nueva forma de utilizar la ecuación de estados en el proceso de entrenamiento.

Al erigir una nueva interpretación de razonamiento para la RdP, de igual forma se considera adecuado contemplar una nueva denominación a este

desarrollo de razonamiento, el cual es llamado Neurona de Petri, en donde este, indica el aprovechamiento de las características y propiedades de RNs como también las RdPs. Por lo que se procede a desarrollar una representación del conocimiento mediante la ecuación de estados, dada, su procedencia de las RdPs, pero, así mismo puede implementarse en la NP, debido a que esta nueva metodología es basada en RdP y RN.

Una vez llevado a cabo, la base que conforma el comportamiento de razonamiento relacional del modelo, conforme a una ecuación de estados, se opta por incorporar dos técnicas: Una de ellas es la metodología perceptrón de RN, en la NP con el propósito de obtener bases en cuanto al razonamiento de la NP y así mismo obtener una comparativa de razonamientos entre ambas redes. Al establecer esta comparación, se puede notar un comportamiento de separabilidad lineal mediante NP muy semejante a la RN.

Por otra parte, se tiene a la metodología de algoritmo iterativo, el cual toma una postura diferente a la de las RNs, ya que su metodología radica en la obtención de un error denominado error absoluto porcentual medio, el cual permite efectuar una disminución del error semejante al descenso del gradiente, en donde el comportamiento permite una dirección de pasos pequeños en la disminución del error.

En este sentido, el algoritmo de entrenamiento juega un papel muy importante, ya que es parte fundamental del programa a emplear para resolver un problema planteado. En el presente documento se establecieron 2 problemas y para dales solución, fueron desarrolladas en dos pasos, los cuales fueron: La elaboración de un grafo NP y la creación de un pseudocódigo.

Con la implementación del grafo se identifica la cantidad de variables a implementar dentro del programa, ya sean entradas, salidas, arcos y transiciones. Posteriormente, se implementa en Matlab el pseudocódigo, que contiene el algoritmo de entrenamiento, el cual permite dar solución al problema. Conforme a los 2 casos, se estipulan dos criterios de comportamiento conforme al algoritmo de entrenamiento.

Los resultados del primer comportamiento (aplicación 1) se establecen que, a medida en que se va iterando el proceso del programa, este opta por comportarse de una forma idónea en cuanto a la solución del problema. Inicialmente se posiciona la solución de manera errónea, pero al proceder la ejecución del mismo proceso tiende a tener un comportamiento más apropiado en cuanto a su solución, pese a que en ciertas ocasiones se puede observar la presencia del error. La solución del problema puede presentarse al borde en cuanto a la separabilidad, de tal forma que este invade las limitaciones, por lo cual, la solución provoca una respuesta no demasiado satisfactoria que es ocasionada por causa del error.

Por otra parte, para el segundo problema (aplicación 2) el algoritmo iterativo elaborado, trata de predecir un porcentaje de solubilidad de lignosulfonatos, se entrena a la NP con una base de datos, y después se establecen nuevos valores que se van ajustando de acuerdo con el valor correspondiente. Para comprobar la viabilidad de los valores propuestos por la neurona se establece una función adicional alterna de tal manera que se pueda calcular el coeficiente de determinación y a su vez el error cuadrático medio, con los cuales se puede concluir que si el coeficiente de determinación es mayor a 80% es un modelo fiable y esto mismo ocurre con el error cuadrático medio, donde no se obtiene un error perfecto de cero, pero si uno bastante razonable.

Para finalizar, dentro de este tipo de problemas se recomienda lo siguiente: Que la base de datos sea de forma más amplia posible, como también los datos que se incorporan a la base de datos o mejor conocidos como ejemplos de entrenamiento, de tal manera que estos no se encuentren tan alejados de los demás valores de ejemplos, ya que esto puede provocar una amplitud de error, de tal manera que se reflejarían resultados no satisfactorios y por consecuencia la NP no sería viable de implementar ya que devolvería valores muy alejados de los esperados.

## **5.2 Trabajo a futuro**

Como trabajo a futuro de esta investigación, se visualiza que el método de entrenamiento NP, tendrá una serie de mejoras en su base, en el diseño del grafo, de tal manera que, si se plantea un problema, donde se requiera de N números de entradas, N número de transiciones y salidas, la NP estará preparada para dichas características, por lo cual, se efectuará una mejora en cuanto a la recopilación de datos del grafo. Teniendo esto presente, se involucrarán a las multicapas con N neuronas, ya que, en el presente documento solo se abordó una sola neurona para cada problema.

## Anexos

### 6.1 Programa aplicación 1

```
%Autor: Luis Amado Hernández Cabrera
clear all, clc
load('sensores.mat')%Datos de sensores
p=sensor
t=salida
[a,b]=size(sensor);%información de datos de entrada
[c,d]=size(salida);%inf. datos de salida
e=a+c;

h=[p;zeros(c,d)];%Actualización de matriz
%GENERAR MATRIZ DE PESOS
for i=1:c
    for j=1:e
        f(i,j)=2*rand(1)-2;
        g(i,j)=2*rand(1)-3;
    end
end
w=f-g;
W=w';
%ENTRENAMIENTO
for decada =1:10 %Función
for q=1:d
    mk=hardlim(h(:,q)+W); %respuesta Neurona de Petri
    er=t(:,q)-mk;%Error
    W=W+(er.*h(:,q));%Actualización de pesos de arcos
end
end
%Grafica separabilidad lineal
plot(p(1,1),p(2,1),'bx',p(1,2),p(2,2),'bx'), axis([-4 6 -2 4])
hold on
grid on
plot(p(1,3),p(2,3),'bx',p(1,4),p(2,4),'bo')
plot(p(1,5),p(2,5),'bo',p(1,6),p(2,6),'bo')
p1 = -3:1:4;
plot(p1, 2/W(1,1) - W(1,1)/W(1,1)*p1+1.2)
```

## 6.2 Programa aplicación 2

### 6.2.1 Función principal

```
load('DATOENTRENAMIENTO.mat');%Archivo con base de datos
[W1,W,MK,t]= ENTRENA (DATOS,SALIDA)
vector=[12*rand; 60*rand;10*rand]

[val] = EVAL(W1,vector)
```

### 6.2.2 Función entrenar

```
function [W1,W,MK,t]= ENTRENA (DATOS,SALIDA)
load('DATOENTRENAMIENTO.mat')
p=DATOS';%Solo datos Entrada
t=SALIDA';%solo datos de salida
%se separan para obtener información de la matriz
[a,b]=size(DATOS);%Información de datos de entrada
[c,d]=size(SALIDA);%Inf. datos de entra
e=a+1;
tn=1;
%-----
%inicialización de W=wp-wn
for i=1:d
    for j=1:b
        wn(j,i)=15*rand(1)-1;%wnegativa
        wn;
    end
end
wp=zeros(d,b)';
W=wp-wn;
W1=W;
WN1=sum(W1);

for q=1:a
    m=0
    while m<40
        m=m+1
        mk(:,q)=(p(:,q)+W1);
        MK(:,q)=(sum(mk(:,q)));
        er1(:,q)=(t(:,q)-MK(:,q));
        er2(:,q)=(sum(W1)/3);
        er(:,q)=(er1(:,q)/er2(:,q));
        W1=W1+(er(:,q)*[-1;-1;-1]);
    %evaluación
    %para mostrar resultado
    %}0

    end
end

end
```

### 6.2.3 Función evaluar

```
function [val] = EVAL(W1, vector)

    val=abs(sum(vector+W1));

end
```



## Bibliografía

- Acuña Pinaud, L. L., Torre Carrillo, A., Moromi Nakata, I., Espinoza Haro, P., & García Fernández, F. (2013). Modelización de la resistencia a la comprensión del concreto mediante redes neuronales artificiales. *TECNISA*, 23(2), 11-21.
- Alcaraz Mejía, M., Campos Rodríguez, R., García Contreras, L., Urquieta Jiménez, J., & Aguirre Villa, M. (2010). Metodología para el diseño de sistemas embebidos basada en modelos de Redes de Petri. *Repositorio Institucional del ITESO*, 1, 654-663.
- Ángel Restrepo, P. L. (2011). Acomputational method for detection and characterization of conflicts on Petri Nets. *Ingenierías Universidad de Medellín*, 10(19), 190-199.
- Arias, F. (2006). *El proyecto de investigación Introducción a la metodología científica*. Reúplica Bolivariana de Venezuela: Episteme.
- Arroyave Díaz, J. A., Zuleta Bermúdez, M. A., & Vásquez Salazar, R. D. (2012). Implementación de algoritmos de control de tráfico vehicular con Redes de Petri no binarias utilizado diagramas en escalera. *Politécnica*, 8(15), 25-35.
- Ávila Baray, H. L. (2006). *Los metodos de investigación social*. Obtenido de Eumed: <https://www.eumed.net/libros-gratis/2006c/203/2b.htm>
- Baena Salazar, D., Jiménez, J., Zapata, C., & Ramirez Cardona, Á. (2019). Artificial Neural Network applied for the forecast of critical PM2.5 events in the Aburra Valley. *DYNA*, 86(209), 347-356.
- Bécares Mantecón, E. (2014). Biotecnología Ambiental. *Ambiociencias*, 12(1), 81-94.
- Bisang, R., Campi, M., & Cesa, V. (2009). *Biotecnología y desarrollo*. Nueva York: CEPAL.

- Bonet, P., Lladó M, C., & Puigjaner, R. (2007). Petri net tool for performance modeling. *atin American Conference on Informatics*, 2(5), 2-12.
- Campos y Covarrubias, G., & Lule Martínez, N. E. (2012). La observación, un método para el estudio de la realidad. *Xihmaj*, 7(12), 54-60.
- Caratar Chaux, J. F., Cano Buitrón, R. E., & Garcia Melo, I. (2018). Productive process improvement to elaborate cane train baskets, using coloured Petri Nets. *DYNA*, 85(206), 105-113.
- Cassini, A. (2016). *Modelos científicos*. Obtenido de En Diccionario Interdisciplinar Austral: [http://dia.austral.edu.ar/Modelos\\_cient%C3%ADficos](http://dia.austral.edu.ar/Modelos_cient%C3%ADficos)
- Castellanos, C. (2006). Consideraciones para el modelado de sistemas mediante Redes de Petri. *Ciencia Ingenieria*, 27(2), 49-58.
- Castillo Villegas, A. (2007). *La aplicación de Redes Neuronales en la distribución de planta*. Pachuca de soto: UAEH.
- Ceballos, S., Delgado, A., & Soto Lombiana, C. (2010). Los modelos de innovación que fomentan las políticas científicas de los países de América y el Caribe. *Ponencia para el II Congreso Nacional de investigación en Ciencia y tecnología*, (pág. 15). Colombia.
- Cervantes Canales, J. (2005). *Representación y aprendizaje de conocimiento con Redes de Petri difusas*. México: CINVESTAV.
- Cevallos Ampuero, J. (2008). Redes neuronales de base radial aplicadas a la mejora de la calidad. *Facultad de Ingeniería Industrial*, 11(1), 63-72.
- Chabaa, S., Zeroual, A., & Antari, J. (2010). Identification and Prediction of internet Teffic Using Artificial Neural Networks. *Journal of Intelligent Learning Systems and Aplication*, 2(3), 147-155.
- Corbalán, L. C. (2006). *Sistemas inteligentes aplicados a redes de datos*. Argentina: SEDICI(UNLP).

- Fonseca, D. J. (2018). *Adaptación de una red neuronal para la negociación en el mercado de divisas*. Colombia: Repositorio Universidad del Rosario.
- Gomez, L. (2011). Un espacio para la investigación documental. *Vanguardia psicológica*, 1(2) , 226-233.
- Gutiérrez Rosas, P. T., Vázquez López, J. A., Hernández Ripalda, M. D., Hernández González, S., & López Juárez, I. (2012). Uso de la red neuronal Perceptrón para detección de cambios pequeños en la media en los gráficos de control. *International Symposium on Software Architecture and Patterns*, 1(2), 23-27.
- Gutiérrez, H. (2013). Generación de diagramas ladder mediante el uso de redes de Petri difusas. *Vinculados*, 10(2), 369-379.
- Henao Parra, J. S. (2013). *Las redes neuronales y su desempeño bajo la estrategia de Neuroevolución*. Colombia: Universidad Javeriana.
- Hernández Pérez, J. F. (2018). *Redes Neuronales dinámicas para la identificación y control adaptable para sistemas no lineales* . Pachuca Hidalgo: UAEH.
- Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Hidalgo Mendoza, E. R. (2017). *Construcción de conjuntos difusos a partir de datos*. Piura-Perú: UNP-Institucional.
- Hoz Granadillo, E., Morelos Gómez, J., & López Polo, L. (2019). Evaluación de la competitividad comercial del sector industrial colombiano mediante el coeficiente de apertura exportadora. *Aglala*, 10(1), 180-195.
- Jensen, K., & Kristensen, L. (2009). *Coloured Petri Nets*. New York: Springer.
- Jiménez, E., Pérez, M., & Sanz, F. (2005). Modelado y simulación de sistemas logísticos de producción mediante redes de Petri. *Iberoamericana de automática e informática industrial*, 2(4), 39-53.
- Khepri, W. (2 de 11 de 2018). *Redes Neuronales ¿Qué son?* Obtenido de Introducción a las Redes Neuronales:

<https://medium.com/@williamkhepri/redes-neuronales-que-son-a64d022298e0>

León Espinosa, M., & García Valdivia, Z. (2008). La Inteligencia Artificial en la Informática Educativa. *Revista Informatica Educativa y Medios Audiovisuales*, 3(10), 11-18.

M, S., & Recalde, L. (2007). Redes de Petri continuas: Expresividad, análisis y control de una clase de sistemas lineales conmutados . *RIAL*, 4(3), 5-33.

Mariano, V. T. (07 de 2011). *Introducción a las Redes Neuronales*. Obtenido de <https://repository.uaeh.edu.mx/bitstream/handle/123456789/14533>

Mata, G., Abdul, L., & Germalis, R. (2016). Aplicación de bases de Grobner en el problema de alcanzabilidad de estados de sistemas de eventos discretos modelados por redes de Petri. *Lecturas Matemáticas*, 37(1), 5-23.

Matich, D. J. (2001). Redes neuronales: Conceptos básicos y Aplicaciones. En D. J. Matich, *Reseña histórica* (págs. 6-8). Colombia: GIAIQ.

Melgarejo , P. (2014). Biotecnología Agrícola. *ARBOR*, 190(768), 1-13.

Meneces, F. A. (2011). *Control supervisorio de sistemas a eventos discretos, usando Redes de Petri Coloridas*. Brasil: Universidad Federal de Ceará.

Mogens, N., & V, S. (2001). Towards a Notion of Distributed Time for Petri Net. *In International Conference on Applications and Theory of Petri Nets*, 23-31.

Morales Varela , A., Rojas Ramírez, J., Hernández Gómez, L., & Morales Gónzales, Á. (2015). Modelo de un sistema de producción con redes de Petri para apoyar la toma de decisiones. *Chilena de ingeniería*, 23(2), 182-195.

Moriana, L. (5 de 09 de 2018). *Ecología verde*. Obtenido de Qué es la biotecnología y para que sirve: <https://www.ecologiaverde.com/que-es-la-biotecnologia-y-para-que-sirve-1109.html>

- Pérez, S. C. (2006). *Modelación, simulación de funcionamiento y evaluación de prestaciones de protocolos de red con redes de Petri*. Argentina: SEDICI (UNPL).
- Pérez, S. C. (2008). Desarrollo de sistemas concurrentes de control modelados con Redes de Petri. *Ciencia y Tecnología*, 3(1), 75-103.
- Preciado Carrillo, J. (2019). Redes neuronales artificiales, una aplicación al mercado inmobiliario habitacional de segmento medio de la ciudad de Morelia Michoacán, México. *Revista Nicolaita de Estudios Económicos*, 14(1), 49-68.
- Puigdomenech, P. (2007). La biotecnología vegetal. *Treballs de la SCB*, 58, 79-86.
- Raviolo, A., Ramírez, P., Eduardo, L., & Aguilar, A. (2010). Concepciones sobre el conocimiento y los modelos científicos: Un estudio preliminar. *Formación Universitaria*, 3(5), 29-36.
- Raviolo, A., Ramírez, P., López, E., & Aguilar, A. (2010). Concepciones sobre el Conocimiento y los Modelos Científicos: Un estudio preliminar. *Formación Universitaria*, 3(5), 29-36.
- Rivera, E. (3 de 07 de 2015). *Intriducción a redes Neuronales Artificiales*. Obtenido de Universidad Don Bosco, El salvador: <http://www.redicces.org.sv/jspui/handle/10972/2158>
- Saavedra Delgado, S., Efió Rivas, M., & Chirinos Mundaca, C. (2015). Identificación de estilos de aprendizaje bajo el modelo vark con redes neuronales. *TZHOECOEN*, 7(1), 199-216.
- Salinas, P. J. (2012). *Metodología de la investigación científica*. Mérida Venezuela: Universidad de los Andes.
- Sánchez, P. A. (2012). *Una nueva metodología de entrenamiento de redes neuronales y sus implicaciones en la selección de modelos*. Colombia: Repositorio Universidad Nacional de Colombia.

- Sancho Caparrini, F. (23 de 04 de 2017). *Fsancho*. Obtenido de <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=165>
- Schuster, A. (2007). A Computing Model Combining Artificial Neural Networks and Petri NETs. *En intelligent Computing Everywhere, (Springer, London)*, 61-77.
- Sema Diaz, M. G., Arana Cuenca, A., Medina Marin, J., Seck Tuo Mora, J. C., Mercado Flores, Y., Jiménez González, A., & Téllez Jurado, A. (2016). Module of Sulfite Concentration, Particle Size, and Reaction Time in Lignosulfonate Production from Barley Straw Using Response Surface Methodology and Artificial Neural Network. *BioResources* 11(4), 9219-9230.
- Serna, E. (2017). Desarrollo e innovación en ingeniería. En E. Acevero, & E. Serna, *Principios y características de las redes neuronales artificiales* (págs. 173-182). Colombia: Medellín-Antioquina.
- Tello, N., & Peña, J. (2013). Modelos matemáticos de la sociedad y aplicaciones. *REDES- Hispana para el análisis de redes sociales*, 24(1), 217-226.
- Thieman, W., & Palladino, M. (2010). *Introducción a la biotecnología*. México: Pearson.
- Torres Álvarez, N. S., Hernández, C., & Pedraza, L. (2011). Redes neuronales y predicción de tráfico. *Tecnura*, 15(29), 90-97.
- Valenzuela, P., Montenegro, V., Valenzuela, L., & Alvarado, S. (2 de 4 de 2007). *Logos psykhe*. Obtenido de Psykhe centro de investigaciones: <http://www.psykhe.org/logospsykhe/2007/03012007c.htm>.
- Vicentin Masaro, J., & Garcia Arancibia, R. (2017). Redes neuronales para la predicción de precios en el sector lácteo argentino. *CIMBAGE*, 19(1), 115-136.
- Zavala Ortiz, L., Vásquez López, J. A., Gutiérrez Rosas, P. T., & Tapia Esquivas, M. (2018). Generación de la formulación de color en un producto textil mediante redes neuronales artificiales. *Nova scientia*, 10(21), 1-21.