



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DEL ESTADO DE HIDALGO**



INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y SISTEMAS

**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL
COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO DE ESTIMADORES DE
ESTADO PARA LA PREDICCIÓN DE VARIABLES EN UN
BIODIGESTOR**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**

PRESENTA:

EMMANUEL ANTONIO GÓMEZ VIDAL

DIRECTORES DE TESIS:

DR. PABLO ANTONIO LÓPEZ PÉREZ (DIRECTOR)

DR. CARLOS ALEXANDER LUCHO CONSTANTINO (CO-DIRECTOR)

MINERAL DE LA REFORMA HGO., MÉXICO 8 DE DICIEMBRE DE 2020



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO
 Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
 School of Engineering and Basic Sciences
 Área Académica de Computación y Electrónica
 Department of Electronics and Computer Science

Mineral de la Reforma, Hgo., a 23 de noviembre de 2020

Número de control: ICBI-AACyE/1289/2020
 Asunto: Autorización de impresión de tesis.

M. EN C. JULIO CÉSAR LEINES MEDÉCIGO
DIRECTOR DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

Por este conducto le comunico que el comité revisor asignado al Ing. Emmanuel Antonio Gómez Vidal, alumno de la Maestría en Ciencias en Automatización y Control, autoriza la impresión del proyecto de tesis titulado "Comparación del desempeño de estimadores de estado para la predicción de variables en un biodigestor", bajo la dirección del Dr. Pablo Antonio López Pérez y codirección del Dr. Carlos Alexander Lucho Constantino, en virtud de que se han efectuado las revisiones y correcciones pertinentes.

A continuación, se integran las firmas de conformidad de los integrantes del jurado.

Presidente:	Dr. Jesús Patricio Ordaz Oliver	UAEH	
Secretario:	Dr. Omar Sandre Hernández	UAEH	
Vocal :	Dr. Pablo Antonio López Pérez	UAEH	
Suplente :	Dr. Carlos Alenxander Lucho Constantino	UAEH	

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Atentamente
 "Amor. Orden y Progreso"

Dra. Liliam Rodríguez Guerrero
 Coordinadora de la Maestría en Ciencias
 en Automatización y Control



Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
 Área Académica de Computación y Electrónica

LRG/APL



Ciudad del Conocimiento
 Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5 Colonia
 Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo,
 México. C.P. 42184
 Teléfono: +52 (771) 71 720 00 ext. 2250, 2251
 Fax 2109
 aacye_icbi@uaeh.edu.mx

www.uaeh.edu.mx



Emmanuel Antonio Gómez Vidal

Comparación del
Desempeño de Estimadores
de Estado para la
Predicción de Variables en
un Biodigestor

Agradecimientos

A mis padres, Alejandro y Marisela por todo el apoyo que me han brindado durante toda mi formación académica, por siempre ayudarme a no rendirme, confiar en mi incluso cuando yo no lo hago y sobre todo por ayudarme a cumplir mis sueños.

A mi hermana, Rosa la cual siempre me anima a seguir y me apoya en lo que hago.

A mis abuelos, José y Rosa, por su ayuda en este camino y por preocuparse siempre por mi bienestar.

A mis compañeros de la maestría, Alejandro, Daniel, Idael, Jhonatan, Juan pablo y Oziel por hacer este camino tan ameno, por su amistad y por su apoyo académico.

A mis asesores de tesis el Dr. Pablo Antonio López Pérez y el Dr. Carlos Alexander Lucho Constantino por su apoyo en este proyecto, sus consejos y sobre todo por su conocimiento brindado.

A mi comité sinodal, Dr. Jesús Patricio Ordaz Oliver, Dr. Omar Sandre Hernández, por sus observaciones que permitieron la mejora de este trabajo.

Gracias a

CONACYT por la beca de Maestría
otorgada durante el periodo
Agosto 2018 - Julio 2020, con
número de registro 902332.

CITIS-UAEH, por la formación
académica brindada durante el
posgrado y el apoyo para la
realización de la presente memoria.

Resumen

En este trabajo de investigación se realizó la comparación del desempeño de estimadores de estado basados en modelo para predecir el comportamiento de las variables de estado en un biodigestor. Cabe mencionar que la toma de muestras en un biodigestor (biogás, sustrato o biomasa) es afectada por las condiciones en las que estos operan como lo son: temperatura, pH, alta presión, carga orgánica volumétrica (COV), tiempo de retención hidráulico (TRH), entre otros, por lo cual el uso de sensores físicos es poco viable ya que estos necesitan ser resistentes a las condiciones anteriormente comentadas. Una forma de abordar este problema es la implementación de sensores virtuales (Soft-sensors), los cuales con ayuda un sensor físico que no esté sujeto a las condiciones extremas en un biodigestor y un estimador de estado puede aproximar la medida que no se tiene disponible (como el porcentaje de metano en dicha muestra). Por lo cual, el objetivo de la tesis está enfocado a encontrar cuales entradas o mediciones disponibles en línea tiene la capacidad para predecir el mayor número de variables de estado (sustrato, biomasa, CH_4 y CO_2) en el biodigestor (planta). Se propuso un modelo matemático basado en la configuración operacional del biodigestor utilizando balances de materia (Ecuaciones Diferenciales Ordinarias) y fue validado con valores de parámetros de literatura. Este modelo fue evaluado para encontrar estado estacionario para concentraciones estables de operación. Se realizó el análisis de estabilidad y observabilidad local para demostrar condiciones de observabilidad e implementar un estimador de estado. Además, se evaluaron tres estimadores Luenberger, por modos deslizantes y un estimador no-lineal los cuales se compararon con base a índices de desempeño. Finalmente, se presenta la instrumentación de un sensor que puede funcionar como la entrada a estos estimadores en línea para la implementación del sensor virtual en un biodigestor experimental.

Abstract

In this research work, the performance of model-based state estimators was compared to predict the behavior of state variables in a biodigester. It should be mentioned that the sampling in a biodigester (biogas, substrate or biomass) is affected by the conditions in which they operate, such as: temperature, pH, high pressure, volumetric organic load (VOC), hydraulic retention time (HTR), among others, for which the use of physical sensors is impractical since they need to be resistant to the conditions mentioned above. One way to address this problem is the implementation of virtual sensors (Soft-sensors), which with the help of a physical sensor that is not subject to extreme conditions in a biodigester and a state estimator can approximate the measurement that is not available. (as the percentage of methane in that sample). Therefore, the objective of the thesis is focused on finding which inputs or measurements available online have the ability to predict the greatest number of state variables (substrate, biomass, CH_4 and CO_2) in the biodigester (plant). A mathematical model based on the operational configuration of the biodigester using material balances (Ordinary Differential Equations) was proposed and it was validated with values of literature parameters. This model was evaluated to find steady state for stable operating concentrations. Stability and local observability analysis were performed to demonstrate observability conditions and implement a state estimator. In addition, three Luenberger estimators were evaluated, by sliding modes and a non-linear estimator, which were compared based on performance indices. Finally, the instrumentation of a sensor is presented that can function as the input to these online estimators for the implementation of the virtual sensor in an experimental biodigester.

Acrónimos

pH: Potencial de hidrógeno.

DA: Digestión anaerobia.

ADM1: Modelo de digestión anaerobia (Anaerobic digestion model) No.1.

IoT: Internet de las cosas (Internet of things).

SoC: Sistema en chip (System on a chip).

DAC: Convertidor digital a analógico (Digital-to-analog converter).

GPIO: Entrada/salida de propósito general (General purpose input/output).

LabVIEW: Banco de trabajo de ingeniería de instrumentos virtuales de laboratorio
(Laboratory virtual instrument engineering workbench).

IDE: Entorno de desarrollo integrado (Integrated development environment).

ppm: Partes por millón.

VFA: Ácidos grasos volátiles (Volatile fatty acid).

CAD: Diseño asistido por computadora (Computer-aided design).

ADC: Convertidor analógico a digital (Analog-to-digital converter).

CNC: Control numérico por computadora.

Bit: Dígito binario (Binary digit).

DQO: Demanda química de oxígeno.

NIR: Infrarrojo cercano (near-infrared).

MIR: infrarrojo medio de alto rendimiento (high-throughput mid-infrared).

MO: Microorganismo.

SISO: Entrada simple salida simple (Single input single output).

Glosario

- **Digestión anaeróbica.** Proceso en el cual microorganismos descomponen material biodegradable en ausencia de oxígeno.
- **Sensor.** Es un dispositivo que está capacitado para detectar acciones o estímulos externos.
- **DAC.** Es un conversor capaz de transformar la señal digital en analógica.
- **Sustrato.** Medio en el que se desarrollan un microorganismo.
- **Percursor químico.** Es una sustancia indispensable o necesaria para producir otra mediante los compuestos químicos que constituyen una primera etapa en un proceso químico y que actúan como sustrato en las etapas posteriores.
- **Aceptor de electrones.** Es una entidad química que es capaz de recibir electrones que le son transferidos desde otro compuesto.
- **Efecto sinérgico.** Cualquier efecto de dos productos químicos que actúan juntos, mayor que la simple suma de sus efectos cuando actúan solos; es lo que podría llamarse sinergia.
- **Turbidimetría.** La turbidimetría es el proceso de medir la pérdida de intensidad de la luz transmitida debido al efecto de dispersión de las partículas suspendidas en ella.
- **In situ.** Designa el análisis de un fenómeno exactamente en el lugar y condiciones donde el mismo se desarrolla.
- **Microscopía.** Es la observación de objetos muy pequeños bajo grandes aumentos. Este eje está contenido en un plano que pasa por el centro de gravedad desde arriba hacia abajo.
- **Cromatografía líquida de alta resolución.** Es una técnica utilizada para separar los componentes de una mezcla.
- **Análisis de inyección de flujo.** Es un sistema automático donde la muestra es inyectada en un flujo continuo portador y se mezcla con otras disoluciones con las que reacciona antes de llegar al detector.
- **Biosensor.** El dispositivo se compone de un transductor y de un elemento biológico que puedan ser una enzima, un anticuerpo o un ácido nucleico.

-
- **Contador de Coulter.** Es un aparato utilizado para contar y medir el tamaño de partículas en solución.
 - **Citometría de flujo.** Es una tecnología biofísica basada en la utilización de luz láser, empleada en el recuento y clasificación de células según sus características morfológicas, presencia de biomarcadores, y en la ingeniería de proteínas
 - **Nariz electrónica.** Es un sistema electrónico con capacidad analítica cuya finalidad es detectar los compuestos orgánicos volátiles (VOCs).
 - **Valorante.** El valorante es una solución de concentración conocida que se agrega (valorada) a otra solución para determinar la concentración de una segunda especie química. El valorante también se puede llamar valorador, reactivo o solución estándar.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	IV
Abstract	V
Índice general	VIII
Índice de figuras	XII
Índice de tablas	XIII
1. Introducción	1
Resumen	1
1.1. Introducción	1
1.2. Planteamiento del problema	5
1.3. Hipótesis	5
1.4. Justificación	5
1.5. Objetivo General	5
1.6. Objetivos Específicos	6
2. Metodología general	7
Resumen	7
2.1. Metodología general	7
3. Caso de estudio: Biodigestor anaerobio	10
Resumen	10
3.1. Biodigestor anaerobio	10
3.2. Parámetros claves del biodigestor	11
3.2.1. Temperatura	12
3.2.2. pH	12
3.2.3. Características del sustrato	12
3.2.4. Tiempo de retención	13
3.2.5. Ácidos grasos volátiles	13
3.2.6. Carga orgánica volumétrica	13
3.2.7. Relación carbono-nitrógeno(C/N)	13

3.3. Operación de Biodigestores	14
3.3.1. Biodigestor húmedo	14
3.3.2. Biodigestor seco	15
3.3.3. Biodigestor continuo	15
3.3.4. Biodigestor semicontinuo	16
3.3.5. ADM1	16
3.4. Cinéticas de reacción para DA	17
4. Estimador de estado	22
Resumen	22
4.1. Estimación de estado	22
4.2. Observador de Luenberger	23
4.3. Estimador por modos deslizantes	25
4.4. Propuesta estimador no lineal	28
4.4.1. Bosquejo de la prueba de la proposición 1	30
4.5. Índice de desempeño de estimadores	32
5. Resultados y discusión	34
Resumen	34
5.1. Modelado matemático y estados estacionarios	34
5.1.1. Modelo propuesto del biodigestor	36
5.1.2. Estados estacionarios	41
5.2. Análisis de observabilidad local	42
5.3. Simulación y comparación de estimadores	47
5.4. Perturbaciones externas para mostrar robustez	52
5.4.1. Simulación de perturbación con ruido en el sensor	52
5.4.2. Simulación de perturbación con cambio en la entrada	52
5.5. Desempeño de estimadores	55
5.6. Propuesta de sensor	57
6. Conclusiones	64
7. Trabajo futuro	65
Bibliografía	66
A. Sensores	74
A.1. ESP32	74
A.2. Infraestructura del sensor	74
A.3. Funcionamiento del sensor	77
A.4. ESP32	77

A.5. Módulo MQ	78
A.6. Funcionamiento del sensor	79
A.6.1. Calibración del sensor	80
B. Códigos de programación	84
B.1. Programación del sensor de metano	84
B.2. Programación del sensor de dióxido de carbono	86
B.3. Programación de la sonda vernier de dióxido carbono	88
B.4. Función de MATLAB	88
B.5. Gráfica de la función de MATLAB	89

Índice de figuras

1.1. Diagrama general de un sensor virtual.	2
2.1. Metodología general.	9
3.1. Biodigestor.	11
5.1. Consumo de sustrato y crecimiento de biomasa	39
5.2. Dinámica del biogás	40
5.3. Comparación del observador propuesto para la variable sustrato.	48
5.4. Comparación del observador propuesto para la variable biomasa.	49
5.5. Comparación de estimación para la variable de producción de CH_4	50
5.6. Comparación de estimación para la variable producción de CO_2	51
5.7. Simulación de perturbación considerando ruido en el sensor.	52
5.8. Cambio de tasa de dilución.	53
5.9. Estimación de biogás con perturbación en la entrada.	54
5.10. Estimación de sustrato y biomasa con perturbación en la entrada.	55
5.11. Análisis de desempeño (IAE) de estimadores.	56
5.12. Análisis de desempeño (ITAE) de estimadores.	57
5.13. Diagrama de instrumentación del Biodigestor.	58
5.14. Diseño de sensores propuesto.	59
5.15. Sonda (Vernier CO_2 -BTA, Millikan Way, Beaverton, Estados Unidos).	60
A.1. Conexión entre modulo MQ y la placa ESP32.	75
A.2. Encapsulado de los sensores	76
A.3. Encapsulado de los sensores	76
A.4. ESP32 DevKit v1 pinout	78
A.5. Módulo sensor MQ-4.	79
A.6. Respuesta del algoritmo de primer grado	82
A.7. Respuesta del algoritmo de quinto grado.	82

Índice de tablas

1.1. Comparación de estimadores utilizados en bioprocesos [1, 2].	4
3.1. Modelos de potencial bioquímico de metano. [3].	18
3.2. Modelos de producción acumulativa de metano [3, 4].	19
3.3. Modelo de producción acumulativa de metano continuación [3, 4]. . .	20
5.1. Validación de parámetros cinéticos del modelo matemático.	38
5.2. Validación de rangos de operación de variables de estado del biodigestor.	40
5.3. Estados de equilibrio y valores propios.	42
5.4. Comparación de variables estimables para $D = 0.001 d^{-1}$	45
5.5. Comparación de variables estimables para $D=0.01 d^{-1}$	45
5.6. Comparación de variables estimables para $D=0.075 d^{-1}$	46
5.7. Comparación de estimadores aplicados en bioprocesos [1].	61
5.8. Aplicación de los soft-sensors.	62
5.9. Dispositivos de medición utilizado por los soft-sensors [5].	63
A.1. Datos de prueba	81
A.2. Parámetros obtenido del algoritmo de mínimos cuadrados.	83

Capítulo 1

Introducción

Resumen

En este capítulo se presentará una breve introducción al proceso de digestión anaerobia (DA), el problema a resolver y los objetivos a cumplir para la resolución del mismo, así como la hipótesis bajo la cual se regirá este trabajo.

1.1. Introducción

La digestión anaerobia (DA) es un proceso de fermentación natural en ausencia de oxígeno, donde material biodegradable (sustrato) es transformado por microorganismos (biomasa) a una mezcla de gases (comúnmente metano y dióxido de carbono) denominado biogás. Además, en el proceso de DA también se obtiene un lodo producto de la digestión de microorganismos encargados de la degradación de la materia orgánica, el cual es rico en nutrientes lo que permite ser utilizado como biofertilizante.

Con la creciente demanda de combustibles fósiles, se ha dado inicio a la búsqueda de energías alternativas entre la que destaca el proceso de DA ya que de entre las energías de tipo renovables, dígame eólica, solar e hidráulica, esta requiere menos inversión para su implementación [6]. Este tipo de proceso puede utilizarse como tecnología de tratamiento de aguas residuales, lodos de depuradora, residuos de materia orgánica de la industria agroalimentaria y residuos sólidos urbanos [7]. El biogás es una fuente versátil de energía renovable, ya que el metano es utilizado como materia prima en la producción de energía sustituyendo así al calor o la gasolina utilizada en los automóviles [8]. Una ventaja del uso de metano como combustible es que puede ser obtenido de los desechos humanos, así como de los desperdicios de comida entre otros

Generalmente en un proceso DA, solo algunas variables como el pH, temperatura, biomasa y la relación de algunos gases con medición (on-line) están disponibles de manera rentable para el monitoreo en línea. Una interesante alternativa sería utilizar la herramienta del modelado matemático en conjunto con las mediciones que se tengan disponibles con un algoritmo de predicción de variables como lo es el estimador de estado (ver Tabla 1.1), para construir un sensor virtual que nos permita tener un estimado de las variables para las que no se cuentan con un sensor físico acoplado al reactor para leer las muestras. El uso de los sensores virtuales (soft sensors) han demostrado que pueden reconstruir variables de estado [17]. El diseño y aplicación de los sensores virtuales en bioprocesos ha sido un área de interés en las últimas décadas [18]. Los sensores virtuales se componen de una parte física encargada de tomar mediciones del proceso y una parte virtual que considera un observador de estado encargado de estimar las variables de las cuales no se tienen disponibles (como se puede ver en la Figura 1.1). Especialmente para los procesos DA, en la literatura podemos encontrar diferentes esquemas de estimación de estado desde los clásicos filtros de Kalman y esquemas de observadores adaptativos hasta observadores asintóticos y de intervalo [19]. Para la estimación de estos procesos hacemos uso de los observadores de estados los cuales cuentan con las siguientes características:

- Observadores exponenciales: Están basados en el modelo del proceso y utilizan alguna medición de un sensor de hardware, el principal inconveniente de esta clase de observadores es que dependen fuertemente de la calidad del modelo del proceso [20]. El observador Luenberger extendido [21], el observador del horizonte de retroceso, los observadores de alta ganancia [22] son observadores exponenciales.
- Observadores asintóticos: A diferencia de los observadores exponenciales, los observadores asintóticos son estimadores de estados de lazo abierto, el cual utiliza solo una parte del modelo matemático y remplazan el conocimiento de la parte faltante del modelo por una medida variable [23].
- Observadores híbridos: La idea básica detrás de los observadores híbridos es combinar las ventajas de los observadores exponencial y asintóticos, este tipo de observadores tiene buenos resultados en el área de bioprocesos [24].

Por lo anterior, en este trabajo se realizó un análisis de observabilidad local utilizando el diseño de un modelo propuesto basado en el enfoque ADM1 (Anaerobic Digestion Model no.1). Una vez que se demostró que el sistema fue observable se simuló observadores de estado lineales y no lineales comparando su desempeño basado en el modelo propuesto.

Estimador	Descripción	Variable Medida	Variable Estimada	Ventajas	Desventajas
Observador de Luenberger extendido	$\hat{x} = f(\hat{x}, u) + K(\hat{x})(y - \hat{x}_2)$ $\hat{y} = \hat{x}_2$	Sustrato	Biomasa	Fácil aplicación.	Alto error de estimación.
Filtro de Kalman extendido	$\hat{x} = f(\hat{x}, u) + K(\hat{x})(y - \hat{y})$	Sustrato	Biomasa	Estimación exacta.	Es difícil de probar convergencia, La estimación dependen fuertemente de la precisión del modelo matemático.
Observador por modos deslizantes	$\hat{\dot{x}} = f(\hat{x}, u) + K(t)sign(x_2 - \hat{x}_2)$ $\hat{y} = \hat{x}_2$	Sustrato	Biomasa	Fácil implementación y bajo costo computacional.	Pequeño error en estado estacionario.
Estimador de Riccati pendiente del estado	$\hat{\dot{x}} = A(\hat{x})\hat{x}(t) + K(t) [y - C(\hat{x})x(t)]$	Sustrato	Biomasa	Utiliza el modelo no lineal del sistema.	Requiere un modelo más preciso.
Estimador extendido H-infinito	$\hat{\dot{x}} - A(t) + B_u(t)u(t) + K_f [y(t) - C_y(t)]$	Sustrato	Biomasa	Robustez.	Requiere muchas iteraciones para encontrar ganancias optimas.
Estimador H-infinito pendiente del estado	$\hat{\dot{x}} - A(\hat{x})\hat{x}(t) + B(\hat{x})u(t) + K(t) [y - C_2(\hat{x})\hat{x}(t)]$	Sustrato	Biomasa	Estimaciones precisas.	Requiere un modelo más preciso.

Tabla 1.1: Comparación de estimadores utilizados en bioprocesos [1, 2].

1.2. Planteamiento del problema

El proceso de DA es complicado debido a su naturaleza biológica, debido a esto es necesario contar con la mayor cantidad de datos posibles para su automatización y control, algunas variables físicas son de muy difícil acceso, por lo cual, la aplicación de observadores de estado para la estimación de ciertas variables (sustrato, biomasa, producción de biogás) ayudaría a la optimización del proceso.

1.3. Hipótesis

Es posible utilizar las entradas de biogás que se puedan medir en línea acoplado a un observador de estado para determinar el comportamiento temporal de las variables que no se puedan medir en línea.

1.4. Justificación

La instrumentación para los procesos de DA suele ser costosa, y compleja [25, 15], debido a esto, se busca reducir el alto costo económico que conlleva la implementación de estos equipos en las plantas de DA. Los sensores virtuales (Soft-sensors) pueden reconstruir algunas variables de estado en un sistema utilizando lecturas provenientes de un sensor físico acopladas a un modelo matemático y un observador de estado, por esta razón su estudio y aplicación reduciría el costo económico implicado en la toma de muestras (biogás, biomasa y sustrato) en un biodigestor. Por lo antes mencionado es importante conocer cuál de los estimadores propuestos es el que tiene un desempeño adecuado para tener mediciones confiables en un biodigestor.

1.5. Objetivo General

- Simular y comparar el desempeño de observadores de estado basados en un modelo e índices de desempeño para predecir el comportamiento dinámico de variables de estado (sustrato, biomasa, dióxido de carbono y metano) de un sistema de digestión anaerobia.

1.6. Objetivos Específicos

- Analizar y describir el comportamiento cinético de un biodigestor experimental y valores de la literatura para proponer un modelo dinámico de orden reducido.
- Simular y calcular condiciones de observabilidad y estabilidad mediante un análisis local, considerando diferentes condiciones de operación y salidas de medición para predecir las variables observables basadas en el modelo propuesto.
- Implementar y comparar tres observadores (Luenberger, modos deslizantes y un observador no lineal propuesto), mediante la simulación numérica e índices de desempeño para validar los resultados de observabilidad local para CO_2 y CH_4 .

Capítulo 2

Metodología general

Resumen

En este capítulo se presenta la metodología que fue utilizada durante todo el trabajo de investigación.

2.1. Metodología general

Para llevar a cabo el trabajo de investigación y cumplir con los objetivos anteriormente planteados, se iniciará estudiando el proceso de digestión anaerobia de modo que se comprenda los fenómenos físico-químicos. Una vez teniendo claro los fenómenos que ocurren en la digestión anaerobia se procederá a modelar matemáticamente este proceso, seguido a esto se revisará que parámetros son claves para el correcto funcionamiento del proceso y así establecer cuáles valores de parámetros se tomarán en cuenta para poder realizar un análisis de estabilidad lo cual permitirá saber si el proceso tiene un comportamiento adecuado tomando como referencia el comportamiento reportado por algunos otros autores. Por lo anterior se realizará un análisis de observabilidad para saber si el modelo matemático propuesto en conjunto a los parámetros elegidos nos permitirá estimar variables críticas en el proceso de digestión anaerobia, considerando disponible la lectura de la concentración del gas dióxido de carbono. Una vez caracterizados que parámetros hacen que el proceso sea observable se propondrá un estimador de estado y se implementará un estimador de Luenberger y un estimador por modos deslizantes para comparar las estimaciones proporcionadas por los estimadores. Además, se realizará un análisis de índices de desempeño el cual permitirá saber que estimador consigue un mejor resultado al momento de estimar las

variables críticas del sistema. Para finalizar se propone un sensor de gas para la toma de lecturas en el biodigestor, el cual alimentara al estimador de estado elegido para que juntos se integre un sensor virtual de variables no disponibles en un biodigestor.

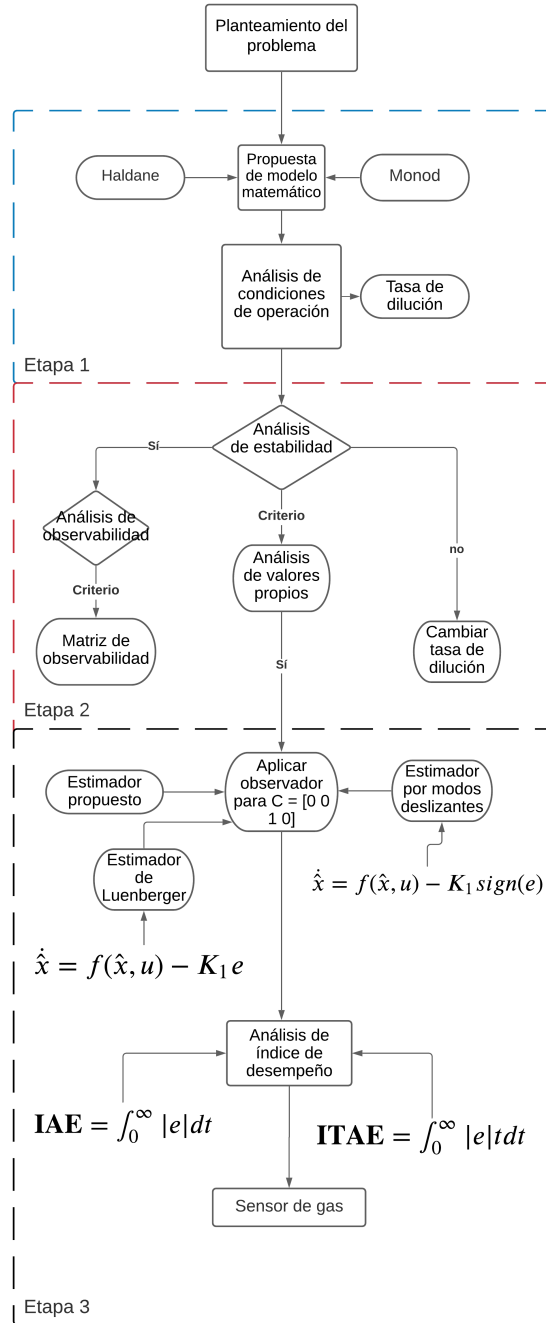


Figura 2.1: Metodología general.

Capítulo 3

Caso de estudio: Biodigestor anaerobio

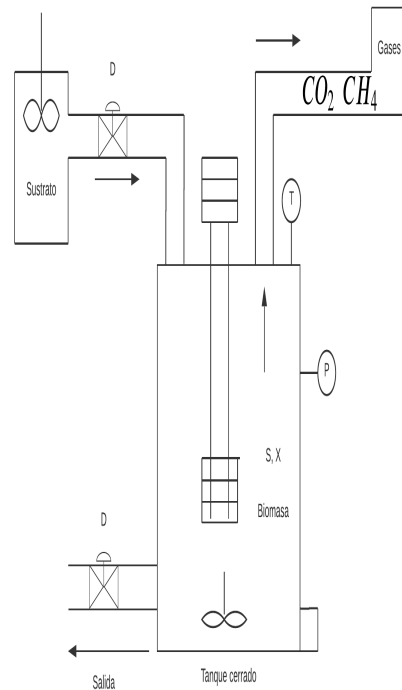
Resumen

En este capítulo se abordará el caso de estudio el cual es un biodigestor anaerobio, se describirán los parámetros importantes para su operación y como estos afectan al proceso de digestión anaerobia, se explicará su clasificación utilizando el criterio de alimentación del biodigestor, de igual manera se estudiarán los modelos matemáticos del proceso de digestión anaerobia más utilizados en la actualidad.

3.1. Biodigestor anaerobio

Los digestores anaerobios son capaces de tratar desechos insolubles y aguas residuales solubles. Los tiempos de retención de al menos 10-20 días son típicos para residuos de alta resistencia. Los digestores anaeróbicos de alta velocidad se utilizan para el tratamiento de aguas residuales solubles. Un biodigestor en su forma simple es un contenedor (llamado reactor) el cual está herméticamente cerrado e impermeable, dentro del cual se deposita materia orgánica como estiércol y desechos vegetales (siendo cuidadoso con la mezcla de los sustratos, debido a la acidificación del sustrato) [26]. En un biodigestor la materia orgánica se fermenta con cierta cantidad de agua, produciendo gas metano y fertilizantes orgánicos ricos en fósforo, potasio y nitrógeno. Este sistema también puede incluir una cámara de carga, un dispositivo para captar y almacenar el biogás y cámaras de bombeo hidráulico y postratamiento (decantador, filtro y piedras, de algas, secado, entre otros) a la salida del reactor. En la figura 3.1

se muestra un esquemático de un biodigestor.



(a) Esquema de un biodigestor.



(b) Biodigestor a escala de laboratorio.

Figura 3.1: Biodigestor.

El gas producido por la digestión es conocido como biogás y tiene una composición de aproximadamente 40 % – 70 % gas metano (CH_4) y 29 % – 59 % de dióxido de carbono (CO_2) con trazas insignificantes de oxígeno y sulfuro de hidrógeno (H_2S). Este último compuesto le da un olor muy distintivo, que resulta beneficioso para identificar fugas en el sistema.

En función de la alimentación del sustrato o sustratos, la operación de un biodigestor puede ser de tres modos distintos: discontinuo (batch), semicontinuo (fed-batch) y continuo, aunque esta es solamente una forma de clasificarlos y existen más criterios para tomar en cuenta la clasificación de estos.

3.2. Parámetros claves del biodigestor

Los microorganismos anaerobios, especialmente los metanógenos, son muy susceptibles a cambios en las condiciones ambientales. Muchos investigadores evalúan el

rendimiento de un sistema anaeróbico basándose en su tasa de producción de metano [27], esto es porque la metanogénesis se considera un paso limitante de la tasa en el tratamiento anaeróbico de aguas residuales. La alta vulnerabilidad de los microorganismos metanógenos y la tasa de crecimiento extremadamente baja en un sistema de tratamiento anaeróbico requieren un cuidadoso mantenimiento y monitoreo de las condiciones ambientales. Algunas de estas condiciones ambientales son la temperatura (condiciones mesófilicas o termófilicas), concentración de nutrientes y oligoelementos, pH (generalmente en el rango neutro), toxicidad y condiciones óptimas de oxidación - reducción (redox). A continuación, se presenta una discusión detallada de estos factores.

3.2.1. Temperatura

Los procesos anaerobios como la mayoría de otros sistemas biológicos dependen de la temperatura. En los sistemas anaerobios existen tres rangos óptimos de temperatura para la metanogénesis: psicofísico, mesofílico y termofílico. Las tasas de conversión anaeróbica generalmente aumentan con la temperatura hasta 60°C . La conversión anaeróbica tiene su mayor eficiencia a $5 - 15^{\circ}\text{C}$ para psicrófilos, $35 - 40^{\circ}\text{C}$ para mesófilos y alrededor de 55°C para termófilos. Por lo general los digestores no operan en el rango máximo (termófilos) debido a los siguientes puntos [28]:

- La mayoría de los materiales se digieren bien en el rango más bajo de temperatura.
- Las bacterias termófilas son muy sensibles a cualquier cambio en el digestor.
- El digestado que producen es de mala calidad como fertilizante.
- Es complicado mantener temperaturas altas, especialmente en climas templados.

3.2.2. pH

El pH del medio del digestor es un parámetro importante en un digestor anaerobio ya que es un indicador importante del rendimiento y la estabilidad del sistema (intervalo de pH 6.8-8.5) [29]. En un proceso de digestión anaeróbica bien equilibrado, casi todos los productos de una etapa metabólica se convierten continuamente en productos sin una acumulación significativa de productos intermedios como diferentes ácidos grasos que provocarían una caída del pH.

3.2.3. Características del sustrato

Las características de los sustratos determinan el éxito de un proceso de digestión anaerobio [29]. La degradabilidad y el potencial de producción de biogás dependen de la cantidad de sus componentes principales: lípidos, proteínas, carbohidratos [30].

3.2.4. Tiempo de retención

El tiempo de retención hidráulico (TRH) es una medida para describir el tiempo promedio que un determinado sustrato permanece en el digestor. En un digestor con mezcla continua, el contenido del reactor tiene un tiempo de retención relativamente uniforme. En este sistema, el TRH mínimo se debe principalmente a la tasa de crecimiento de los microorganismos de crecimiento más lento en la comunidad bacteriana anaeróbica. Si la TRH es más corta, el sistema fallará debido al lavado de los microorganismos de crecimiento más lento que son necesarios para el proceso anaeróbico. El TRH para la digestión anaeróbica seca varía entre 14 y 30 días y para los procesos anaeróbicos húmedos puede ser tan baja como 3 días [29].

3.2.5. Ácidos grasos volátiles

Los ácidos grasos volátiles (AGV) tienen un papel importante en el control y la monitorización de los biodigestores, por ello es importante conocer su evolución ya que son importantes intermediarios del proceso anaeróbico. Si su concentración aumenta se obtiene una baja producción de biogás. Una concentración de 50 mg de AGV no produce una disminución en la producción del biogás, sin embargo, valores sobre los 100 mg de AVG afecta la tasa de producción del metano.

3.2.6. Carga orgánica volumétrica

La carga orgánica volumétrica (COV) está definida como la cantidad de materia orgánica volátil (MV) con la que se alimenta diariamente al digestor por metro cúbico de volumen de digestor ($KgMV/m^3da$), este valor depende de la temperatura y del tiempo de retención. A mayor COV es posible que el proceso se inhiba por la producción excesiva de ácidos orgánicos y el biodigestor se vuelve inestable. Generalmente el valor de COV está entre 2 a 3 $KgMV/m^3da$ de digestor por día. A mayor tiempo de TRH y menor temperatura el valor de COV puede ser mayor, por lo tanto, más materia orgánica se puede alimentar al digestor. Al aumentar el valor de COV y manteniendo constante el volumen del digestor provocará una disminución del TRH, lo cual se traduce a que las bacterias tienen menos tiempo para degradar la materia orgánica y producir biogás. Para COV mayores a 3 $KgMV/m^3da$ se corre el riesgo de que la materia orgánica no se degrade y el sistema se desestabilice.

3.2.7. Relación carbono-nitrógeno(C/N)

El carbono es utilizado como fuente de energía mientras que el nitrógeno ayuda a la construcción de estructuras celulares. La relación nitrógeno-carbono (C/N) es un valor numérico que determina la relación entre estos dos componentes, si la relación

es de (40:1) el nitrógeno se consumirá más rápido que el carbono por las bacterias metanogénicas que formaran proteínas y no reaccionaran con el resto de la materia orgánica, lo que se traduce a una alta producción de biogás. Si la relación C/N es baja (10:1), las bacterias no se multiplicarán debido a que no cuentan con suficiente nitrógeno, lo cual dará como resultado una baja producción de biogás, esto debido a que al existir un exceso de nitrógeno en el medio acuoso se produce amoníaco el cual en grandes cantidades inhibe el proceso de digestión anaerobia. Por lo tanto, la relación C/N en el proceso anaerobio ideal va de 10:1 hasta 30:1.

3.3. Operación de Biodigestores

Existen distintos tipos de digestores que pueden ser clasificados de acuerdo a diferentes criterios como lo son: la frecuencia de alimentación y características del sustrato, la temperatura de operación, la complejidad y la escala [31]. A continuación, se describen los diferentes tipos de digestores anaerobios más comunes.

3.3.1. Biodigestor húmedo

Los procesos de digestión anaeróbica pueden denominarse digestiones húmedas y secas dependiendo de la concentración total de sólidos del sustrato de alimentación. La digestión anaeróbica se define como un proceso húmedo si la concentración de sólidos totales del sustrato es inferior al 15% y como un proceso seco si la concentración alcanza el 20 – 40% [32]. En los procesos de digestión húmeda, los residuos sólidos deben acondicionarse a la concentración de sólidos adecuada añadiendo agua de proceso ya sea por recirculación de la fracción de efluente líquido o por codigestión con un residuo más líquido. Este último es un método atractivo para combinar varios flujos de desechos como lodos de depuradora o estiércol y fracción orgánica de residuos sólidos urbanos [33]. Los reactores utilizados en procesos de digestión húmeda generalmente se denominan reactores de tanque agitado continuo (CSTR), con aplicación de mezcladores mecánicos o una combinación de mezcla mecánica e inyección de biogás [34]. La aplicación de un proceso de digestión húmeda ofrece varias ventajas, como la dilución de sustancias inhibitoras por el agua de proceso y la necesidad de equipos mecánicos menos sofisticados. Sin embargo, las desventajas como el complicado pretratamiento, el alto consumo de agua y energía para calefacción y la reducción del volumen de trabajo debido a la sedimentación de materiales inertes deben tenerse en cuenta [35, 34].

3.3.2. Biodigestor seco

Es un tipo de digestión que hace referencia al proceso de degradación del residuo orgánico con una concentración de solidos totales del 20 %, aunque la definición de “seca” no queda muy clara debido a que la digestión anaerobia siempre requiere un medio acuoso. Este tipo de digestión requiere menos consumo de agua y el volumen del biodigestor es más pequeño debido a la alta densidad de materia orgánica con la que opera, otro valor que obtiene ventaja de este tipo de digestión es el consumo energético debido a que utiliza una temperatura menor para su funcionamiento [36].

3.3.3. Biodigestor continuo

En el modo de alimentación continua, el digestor se alimenta continuamente mientras que la misma cantidad de material digerido es removida [29]. Lo cual indica que la producción será continua siempre que el digestor se esté alimentado. Un modelo dinámico de una operación en continuo tiene la siguiente forma:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V} (T_{in} - T) + \frac{-\Delta H}{\rho C_p} k_0 C_A \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) - \frac{UA}{\rho C_p V} (T - T_j) \quad (3.1)$$

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F}{V} (C_{in} - C_A) k_0 \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) C_A \quad (3.2)$$

$$\frac{dT_j}{dt} = \frac{F_j f}{V_j} (T_{jf} - T_j) - \frac{UA}{\rho_j C_{pj} V_j} (T_j - T) \quad (3.3)$$

Donde:

- F : Flujo de alimentación del reactor (parámetro).
- V : Volumen de la masa dentro del reactor (parámetro).
- C_{in} : Concentración del sustrato a la entrada (parámetro).
- C_A : Concentración del sustrato dentro del reactor (variable).
- K_0 : Constante cinética de Arrhenius (parámetro).
- E : Energía de activación (parámetro).
- R : Constante universal de los gases (parámetro).
- T : Temperatura dentro del reactor (variable).
- T_{in} : Temperatura de entrada del sustrato (variable).
- ΔH : Calor de reacción (parámetro).
- ρ : Densidad de la mezcla en el reactor (parámetro).

- C_p : Capacidad calorífica de la alimentación (parámetro).
- U : Coeficiente global de transferencia de calor (parámetro).
- A : Área de transferencia de calor (parámetro).
- T_j : Temperatura dentro de la chaqueta(variable).
- F_{jf} : Flujo de entrada (parámetro).
- V_j : Volumen de la chaqueta (parámetro).
- T_{jf} : Temperatura de entrada a la chaqueta (parámetro).
- ρ_j : Densidad del fluido en la chaqueta (parámetro).
- C_{pj} : Capacidad calorífica del fluido en la chaqueta (parámetro).
- $\frac{F}{V} = D$: Tasa de dilución (parámetro).

Este modelo puede ser utilizado de igual manera para un biodigestor de operación en lote cuando $D = 0$.

3.3.4. Biodigestor semicontinuo

En la digestión semicontinua, el digestor se alimenta de manera diaria, luego de lo cual el digestor se abre y se remueve un volumen igual al effluente líquido. Por lo que solo se obtiene una producción de biogás casi permanente.

3.3.5. ADM1

El modelado del proceso de digestión anaerobia se ha estado desarrollando desde los años setentas [37] utilizando reacciones simples como la ecuación de Monod [38]. Para una representación más realista de este proceso se utiliza el modelo matemático ADM1 [39], el cual toma en cuenta 19 reacciones bioquímicas que se llevan a cabo en el proceso de DA.

El ADM1 es un modelo matemático generalizado para el proceso de DA que describen los procesos bioquímicos y fisicoquímicos que ocurren en un biodigestor. Los procesos bioquímicos incluyen la degradación de partículas homogéneas a carbohidratos, proteínas y lípidos; hidrólisis extracelular de estos sustratos particulados a azúcares, aminoácidos y ácidos grasos de cadena larga (LCFA), respectivamente. En la acidogénesis, azúcares y aminoácidos se convierten a ácidos grasos volátiles (VFA) e hidrógeno en la acetogénesis de LCFA y VFA a acetato. Las ecuaciones fisicoquímicas describen la asociación y disociación de iones, y la transferencia de gas-líquido [39],

para esto se tomaron en cuenta 56 parámetros estequiométricos y cinéticos relativos para procesos biológicos, 24 componentes y se asumieron 19 procesos [40].

Para realizar el modelado matemático es necesario partir de la base de que el proceso de digestión anaerobia cuenta con subprocesos que son: Hidrólisis, Acidogénesis, Acetogénesis, Metanogénesis.

3.4. Cinéticas de reacción para DA

En esta sección se muestra una tabla comparativa de los diferentes modelos matemáticos aplicados al proceso de DA, los cuales son modelos de potencial bioquímico de metano (PBM) y modelos de producción acumulada de metano (ver Tabla 3.1 - 3.3).

La DA es un proceso secuencial y complejo que ocurre en cuatro etapas básicas [41].

- Hidrólisis: Las bacterias hidrolíticas, convierten materiales orgánicos completos en orgánicos más simples.
- Acidogénesis: Durante esta etapa, los monómeros solubles se transforman en ácidos orgánicos, alcoholes y ácidos grasos volátiles (AGV) por bacterias acidogénicas.
- Acetogénesis: Las bacterias acetogénicas convierten los AGV en ácido acético. CO_2 y oxígeno.
- Metanogénesis: la reducción de CO_2 con hidrógeno genera CH_4 y agua la reacción de acetato es el principal productor de CH_4 debido a la cantidad limitada de hidrógeno disponible.

La técnica del potencial bioquímico de metano (PBM) proporciona una variedad de información sobre el potencial del metanógeno para evaluar la productividad. La prueba PBM es una prueba espirométrica para determinar la cantidad de metano producido en condiciones normales de temperatura y presión ($35 - 45^\circ C$ y 100 Kpa o 1 atm), de acuerdo a las características y cantidad de los sustratos utilizados. Se han utilizado tres tipos de métodos para obtener resultados rápidos de las pruebas de PBM: el modelo PBMA_tC, que utiliza relaciones empíricas basadas en la composición química del sustrato; el modelo PBMDQO basado en la capa de DQO en el sustrato y el modelo PBMOFC que utiliza los porcentajes de los distintos polímeros en el sustrato.

Modelo	Ecuación	Parámetros	Ventajas	Desventajas
PBM DQO	$= \frac{PBMDQO}{nCH_4 * RT}$ $= \frac{pSV}{DQO}$ $64(g/mol)$	<p>DQO: Demanda química de oxígeno.</p> <p>nCH_4: Cantidad molecular de metano.</p> <p>R: Constante del gas.</p> <p>T: Temperatura del gas.</p> <p>p: Presión atmosférica.</p> <p>VS: Sólidos volátiles.</p>	<p>Este modelo es aplicable a diferentes tipos de sustratos, este modelo proporciona información importante sobre el contenido de DQO en el sustrato.</p>	<p>El sustrato no es completamente biodegradable.</p>
PBM OFC	$PBMOFC = 415 * \%Carbohidratos + 496 * \%Proteinas + 1014 * \%Lpidos$	<p>Carbohidratos.</p> <p>Lípidos.</p> <p>Proteínas.</p>	<p>El modelo tiene la ventaja de ser aplicable a varios tipos de sustratos. El modelo permite obtener información importante sobre la concentración de varios monómeros existentes en el sustrato.</p>	<p>El modelo da resultados con alto contenido de lípidos. Este alto contenido puede tener un efecto inhibitorio sobre el proceso biológico, pero no en la producción de metano.</p>
PBM AtC	$PBMAc = \frac{22.4 \left(\frac{II}{2} + \frac{h}{8} - \frac{o}{4} - \frac{3mi}{8} \right)}{12n + a + 16b + 14c}$	<p>II: Porcentaje de carbono.</p> <p>h: Porcentaje de hidrógeno.</p> <p>o: Porcentaje de oxígeno.</p> <p>ni: Porcentaje de nitrógeno.</p>	<p>El modelo tiene la ventaja de ser aplicable a varios tipos de sustrato. El modelo también ofrece información útil sobre la configuración atómica del sustrato.</p>	<p>El modelo asume que los átomos de N, C, O y H son consumidos por bacterias, lo cual no representa el caso real.</p>

Tabla 3.1: Modelos de potencial bioquímico de metano. [3].

Modelo	Ecuación	Parámetros	Ventajas	Desventajas
Gompertz	$y = A \exp\left(-\exp\left[\frac{\mu_{max}}{A}(\lambda - t) + 1\right]\right)$	<p>y: Producción acumulativa de metano. A: Potencial de producción de metano. μ max: Tasa específica de producción de metano. λ: Tiempo de retardo de fase. t: Tiempo de incubación.</p>	<p>El modelo proporciona la producción del: Potencial de metano. La producción máxima de metano. El tiempo de demora de la producción en diversas condiciones.</p>	<p>Diffícil implementación para sustratos complejos.</p>
Richards	$y = A\left(1 + \exp\left[\frac{\mu_{max}}{A}(1 + d)\left(1 + \frac{1}{d}\right)(\lambda - t)\right]\right)^{-\frac{1}{d}}$	<p>y: Producción acumulativa de metano. A: Potencial de producción de metano. μ max: Tasa específica de producción de metano. λ: Tiempo de retardo de fase. t: Tiempo de incubación. d: Coeficiente de la forma de la curva.</p>	<p>El modelo tiene la ventaja de ser aplicable para sustratos complejos.</p>	<p>Diffícil de implementar.</p>
Transferencia	$y = A \exp\left(-\exp\left[\frac{\mu_{max}}{A}(\lambda - t)\right]\right)$	<p>y: Producción acumulativa de metano. k: Parámetro cinético. A: Potencial de producción de metano.</p>	<p>El modelo proporciona la producción del: Potencial de metano. La producción máxima de metano. El tiempo de demora de la producción en diversas condiciones.</p>	<p>La función de transferencia predice la máxima producción de gas basado exclusivamente en el metano, despreciando los otros gases.</p>

Tabla 3.2: Modelos de producción acumulativa de metano [3, 4].

Modelo	Ecuación	Parámetros	Ventajas	Desventajas
Primer orden	$y = \exp(1 - \exp[-kt])$	y: Producción acumulada de metano.	Ecuación fácil de implementar.	No utiliza el tiempo de retardo en la producción.
Logístico	$y = \frac{A}{1 + \exp\left[\frac{4\mu_{max}}{A}(\lambda - t) + 2\right]}$	y: Producción acumulada de metano. A: Potencial de producción de metano. μ max: Tasa específica de producción de metano. λ : Tiempo de retardo de fase. t: Tiempo de incubación.	El modelo proporciona la producción potencial de metano, la producción máxima de metano y el tiempo de retardo de la producción en diversas condiciones, según la curva de producción acumulada de metano.	Difícil implementación para sustratos complejos.
Modelo propuesto	$\frac{dS}{dt} = -\left(\frac{\mu_{max}}{Y_{sz}}\right) + D(S_0 - S)$ $\frac{dX}{dt} = \left(\frac{\mu_{max}}{Y_{xs}}\right) - F_d X - DX$ $\frac{dCO_2}{dt} = \mu_{max} Y_{xco_2} CO_2^c - DCO_2$ $\frac{dCH_4}{dt} = \mu_{max} Y_{xch_4} CH_4^\beta - DCH_4$	μ_{max} : Tasa de crecimiento. Y_{sz} : Rendimiento de sustrato. Y_{xs} : Rendimiento de biomasa. CH_4 : Metano. CO_2 : Dióxido de carbono. D: Tasa de dilución	Cuenta con menos parámetros. Cinética simple. Cuatro ecuaciones predicen el comportamiento de todas las variables.	No toma en cuenta la temperatura. No toma en cuenta el efecto del pH. No considera múltiples MO.

Tabla 3.3: Modelo de producción acumulativa de metano continuación [3, 4].

La cinética de la producción de biogás está en función del tipo de microorganismo, sustratos y tiempo. Se han utilizado numerosos modelos para evaluar la producción acumulada de metano. Para determinar la producción de metano acumulada se utilizan los modelos de Logístico, Gompertz y Richards. Los modelos de Gompertz y Richards son similares y dan un mejor coeficiente de correlación que el obtenido por el modelo Logístico. En las tablas 3.1, 3.2 y 3.3 se presenta una comparación de modelos de producción de metano. En los cuales se puede observar que estos requieren de múltiples variables de estado y parámetros a comparación del modelo propuesto, esto simplifica el proceso de obtención del metano y facilita la aplicación de observadores de estado, de igual manera con el modelo propuesto se logra reducir la carga computacional que generaría utilizar un modelo de más variables como el ADM1.

Capítulo 4

Estimador de estado

Resumen

En este capítulo se explicará la teoría del estimador del Luenberger, estimador por modos deslizantes y un estimador de estados propuesto, los cuales fueron utilizados para realizar una comparación de su desempeño cumpliendo con los objetivos de este trabajo de tesis, también se expondrá la prueba de convergencia del estimador propuesto la cual asegura que nuestro estimador logre realizar la estimación en un tiempo finito.

4.1. Estimación de estado

El problema de la estimación de estado viene de la necesidad de tener información de un sistema. En general, es común que no se puedan utilizar tantos sensores como variables de interés que caracterizan a un sistema, esto debido a diferentes causas como el costo elevado del sensor utilizado en los bioprocesos, limitaciones tecnológicas, debido al entorno en el que se realiza la medición (puede ser corrosivo, contener altas temperaturas), entre otras. La información obtenida tanto de sensores como de observadores de estado es aplicada a diferentes propósitos como la identificación del sistema y el monitoreo o control del sistema. Un estimador de estado se puede basar en un modelo, en mediciones o ser de lazo cerrado [42], a su vez estos pueden ser agrupados en observadores de estados, filtros, sensores por software comúnmente llamados sensores virtuales [43], por lo tanto, es importante definir bien estos conceptos.

- Estimador de estado: Sistema dinámico, determinístico o estocástico, capaz de reconstruir variables de estado inaccesibles pero importantes en un proceso, los

cuales son diseñados con base en un modelo matemático y algunas mediciones disponibles [44].

- Observador de estado: Estimador de estado para sistemas normalmente determinísticos, capaz de producir un estimativo del vector de estado [45].
- Filtro de Kalman: Estimador de estado para sistemas normalmente estocásticos, que utiliza observaciones hasta el tiempo en que el estado del sistema dinámico es estimado [46].
- Predictor de estado: Estimador de estado que utiliza datos estrictamente anteriores al tiempo en que el estado del sistema dinámico es estimado.
- Sensor virtual basado en modelo (SVBM) (Soft sensor): Asociación de un sensor (parte física) con algoritmos de estimación el cual permite mediciones en línea de algunas variables de un proceso, para proporcionar estimaciones en línea de variables no medibles, parámetros del modelo [47].

El propósito de un observador es estimar los estados no medibles de un sistema basándose únicamente en las salidas medibles. Es esencialmente una réplica matemática del sistema, impulsada por la entrada del sistema junto con una señal que representa la diferencia entre el sistema medido y las salidas del observador [48].

La teoría de los observadores de estado, sensores virtuales y software sensor se originó y se desarrolló basados en los trabajos de Luenberger a mediados de la década de 1960 [49, 50, 45].

4.2. Observador de Luenberger

La idea del observador de Luenberger se basa en generar un sistema “clon” del original, al cual se le puedan medir todas sus variables directamente. Si los dos sistemas (el clon y el original) son sometidos a las mismas entradas se espera que, a medida que el tiempo transcurra, los dos sistemas se comportarán del mismo modo debido a que sus estados internos tienden a parecerse cada vez más, de este modo los estados internos del sistema clon son un estimado de los estados internos del sistema original. La teoría que se utilizará es tomada de [51].

Considere una ecuación de estado s -dimensional.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde A , B y C están dados, la salida $u(t)$ y la salida $y(t)$ son variables. El estado x no está disponible, el problema es estimar x utilizando u y la salida y con el

conocimiento de A , B y C . Si se conoce A y B se puede duplicar el sistema original como:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu \quad (4.2)$$

El duplicado será llamado estimador en lazo abierto, si (4.1) y (4.2) tienen la misma condición inicial, entonces para cualquier entrada tenemos $\hat{x}(t) = x(t)$ para todo $t \geq 0$. La incógnita es; ¿cómo encontrar el estado inicial de (4.1) y establecer el estado inicial de (4.2) si (4.1) es observable?, su estado inicial $x(0)$ se puede calcular a partir de u y durante cualquier intervalo de tiempo, por ejemplo, $[0, t_1]$. Entonces podemos calcular el estado en t_2 y establecer $\hat{x}(t_2) = x(t_2)$. Entonces tenemos $\hat{x}(t) = x(t)$ para todo $t \geq t_2$. Por lo tanto, si (4.1) es observable, se puede usar un estimador de lazo abierto para generar el vector de estado. Sin embargo, hay dos desventajas en el uso de un estimador de lazo abierto. Primero, el estado inicial debe calcularse y establecerse cada vez que usamos el estimador. Lo cual no es muy conveniente. En segundo lugar, si la matriz A tiene valores propios con partes reales positivas, incluso para una diferencia muy pequeña entre $x(t_0)$ y $\hat{x}(t_0)$ para algunos t_0 , que puede ser causada por una perturbación o una estimación errónea del estado inicial, la diferencia entre $x(t)$ y $\hat{x}(t)$ crecerá con el tiempo. Por lo cual resulta poco práctico la aplicación del estimador en lazo abierto.

Para el estimado de lazo abierto se utiliza solo su salida. En cambio, sí se utiliza la salida $y(t) = Cx(t)$ de la figura (4.1) y se compara con $C\hat{x}(t)$ y su diferencia, pasa a través de un vector de ganancia constante l de $n \times 1$ que se utiliza como un término de corrección, entonces si la diferencia es cero, no se necesita corrección y si la diferencia es distinta de cero con la ganancia l diseñada correctamente, la estimación tendrá al estado real. Este estimador es llamado, estimador en lazo cerrado o asintótico.

Ahora el estimador en lazo cerrado es modificado de la siguiente manera:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + l(y - C\hat{x}) \quad (4.3)$$

que puede ser reescrito como:

$$\dot{\hat{x}} = (A - lC)\hat{x} + bu + ly \quad (4.4)$$

Se puede notar que se tiene dos entradas u y y y la salida es el estado estimado \hat{x} . Definimos:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (4.5)$$

El cuál es el error entre el estado actual y el estado estimado. Derivando e y sustituyendo (4.1) en (4.4) obtenemos:

$$\begin{aligned}\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} &= Ax + bu - (A - lC)\hat{x} - bu - l(Cx) \\ &= (A - lc)x - (A - lC)\hat{x} = (A - lC)(x - \hat{x})\end{aligned}$$

lo que es lo mismo:

$$\dot{e} = (A - lC)e \tag{4.6}$$

Si los autovalores de $(A - lC)$ pueden asignarse arbitrariamente, entonces podemos controlar la velocidad con la que $e(t)$ tiende a 0, o lo que es lo mismo que el estado estimado se acerque al estado real. Por ejemplo, si todos los autovalores de $(A - lC)$ tienen partes reales negativas menores que $-\sigma t$, entonces todas las entradas de e se convergerán a cero más rápido que $e^{-\sigma t}$. Por lo tanto, incluso si hay un gran error entre $\hat{x}(t_0)$ y $x(t_0)$ en el tiempo inicial t_0 , el estado estimado se acercará rápidamente al estado real. Por lo que no es necesario calcular el estado inicial de la ecuación de estado original. Todo lo anterior es el motivo por el que se utiliza el observador en lazo cerrado en vez de en lazo abierto.

4.3. Estimador por modos deslizantes

Las técnicas de modos deslizantes han sido ampliamente estudiadas y desarrolladas para el problema de control y estimación desde el trabajo de Utkin [52, 53]. Muchos autores han usados los observadores por modos deslizantes para sistemas lineales y no lineales en cualquiera de las aplicaciones como robótica [54], robots autónomos [55], motores de corriente alterna, motores de inducción sin sensor [56] y convertidores [57]. Este tipo de estimadores cuenta con las siguientes características:

- Trabaja con dinámicas del error de estimación reducidas.
- La posibilidad de obtener un diseño paso a paso.
- Convergencia en tiempo finito para todas las variables de estado observables
Diseño bajo algunas condiciones, un observador para sistemas no suaves y,
- Robustez bajo la variación de parámetros si se verifica la condición de (matching).

En el primer observador, atribuido a Luenberger, la diferencia entre la producción de la planta y el observador se retroalimenta linealmente en el observador. Sin embargo, en presencia de señales desconocidas o incertidumbre, un observador de Luenberger tiene dos inconvenientes:

- No puede forzar el error de estimación de salida a cero.

- Los estados del observador no convergen con los estados del sistema.

Un observador de modo deslizante, que retroalimenta el error de estimación de salida a través de un término de conmutación no lineal, proporciona una solución atractiva a este problema. Siempre que se conozca un límite en la magnitud de las perturbaciones. Además, también se pueden reconstruir las perturbaciones dentro del sistema [48].

Considerando el sistema no lineal:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.7)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.8)$$

Donde $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ y $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ sin pérdida de generalidad se asume que C es de rango completo por lo tanto cada salida puede ser medida de manera independiente. El objetivo es obtener una estimación del estado $x(t)$ basado solamente en las cantidades $y(t)$ y $u(t)$. La matriz par (A, C) es propuesta como una condición suficiente para la reconstrucción del estado. Por simplicidad, se asume que se cumple la condición de observabilidad.

En se ha desarrollado un estimador [48] por modos deslizantes simple como se muestra a continuación:

Considerando una transformación de coordenadas $x \mapsto T_c x$ asociado con la matriz invertible:

$$T_c = \begin{bmatrix} N_c^T \\ C \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Donde la submatriz $N_c \in \mathfrak{R}^{n-p}$ abarca el espacio nulo de C . Por construcción $\det(T_c) \neq 0$. Aplicando el cambio de coordenadas $x \mapsto T_c x$, la terna (A, B, C) tiene la forma:

$$T_c A T_c^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad T_c B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad C T_c^{-1} = [0 \quad I_p] \quad (4.10)$$

donde $A_{11} \in \mathfrak{R}^{(n-p)(n-p)}$ y $B_1 \in \mathfrak{R}^{(n-p) \times m}$. La estructura impuesta en la matriz de distribución de la salida en 4.10 es crucial para lo que sigue. Suponga sin pérdida de generalidad que el sistema 4.7 y 4.8 ya tiene la forma de 4.10. Utkin(1995) [58] propuso un observador para 4.7 y 4.8 de la forma

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + G_n \nu \quad (4.11)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (4.12)$$

donde (\hat{x}, \hat{y}) son los estimados de (x, y) y ν es el termino de inyección discontinuo. Definiendo $e(t) := \hat{x}(t) - x(t)$ y $e_y(t) := \hat{y}(t) - y(t)$ como el estado estimado y errores de estimación de salida, respectivamente. El término ν es definido como componentes:

$$\nu_i = \rho \text{sign}(e_{y,i}), \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (4.13)$$

donde ρ es un escalar positivo y $e_{y,i}$ representa el i-esimo componente de e_y . El término ν está diseñado para ser discontinuo respecto a la superficie de deslizamiento $S = \{e : Ce = 0\}$ para forzar las trayectorias de $e(t)$ sobre S en tiempo finito. Suponga sin pérdida de generalidad que el sistema ya está en la coordenada asociada con 4.10, entonces la ganancia G_n tiene la estructura

$$G_n = \begin{bmatrix} L \\ -I_p \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

donde $L \in \mathfrak{R}^{(n-p) \times p}$ representa la libertad del sistema de diseño. Seguido de la definición de $e(t)$ y las ecuaciones 4.7 y 4.11 el error del sistema está dado por:

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + G_n \nu \quad (4.15)$$

De la estructura de la matriz de distribución de la salida C en 4.10, el error de estimación puede ser dividido como $e = \text{col}(e_1, e_y)$ donde $e_1 \in \mathfrak{R}^{n-p}$. Consecuentemente el error del sistema de 4.15 puede ser escrito como:

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + L\nu \quad (4.16)$$

$$\dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - \nu \quad (4.17)$$

además, la ecuación 4.17 puede ser escrita como componente de:

$$\dot{e}_{y,i} = A_{21,i}e_1(t) + A_{22,i}e_y(t) - \rho \text{sign}(e_{y,i}) \quad (4.18)$$

donde A_{21} y $A_{22,i}$ representando las i-esimas columnas de A_{21} y A_{22} , respectivamente. Para desarrollar condiciones bajo las cuales se producirá el deslizamiento, se probará la condición de alcanzabilidad de 4.18:

$$e_{y,i} \dot{e}_{y,i} = e_{y,i} (A_{21,i}e_1 + A_{22,i}e_y) - \rho |e_{y,i}| \quad (4.19)$$

$$< -|e_{y,i}| (\rho - |(A_{21,i}e_1 + A_{22,i}e_y)|) \quad (4.20)$$

Siempre que el escalar ρ es escogido lo suficientemente grande tal que:

$$\rho > |A_{21,i}e_i + A_{22,i}e_y| + \eta \quad (4.21)$$

donde el escalar $\eta \in \mathfrak{R}_+$, entonces:

$$e_{y,i}\dot{e}_{y,i} < -\eta|e_{y,i}| \quad (4.22)$$

Ésta es la condición de accesibilidad-eta implica que $e_{y,i}$ convergerá a cero en tiempo finito. Cuando cada componente de $e_y(t)$ ha convergido a cero, se produce un movimiento deslizante sobre la superficie S .

Observación. Note que este no es un resultado global. Para cualquier ρ dado, existe una condición inicial para el observador (típicamente representando estimaciones muy pobres de las condiciones iniciales de la planta) entonces 4.21 no se satisface.

Durante el deslizamiento, $e_y(t) = \dot{e}_y = 0$, y el error del sistema definido por 4.16 y 4.17 se puede escribir de forma reducida como:

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + L\nu_{eq} \quad (4.23)$$

$$0 = A_{21}e_1(t) - \nu_{eq} \quad (4.24)$$

donde ν_{eq} es llamado error de inyección de salida equivalente que se requiere para mantener el movimiento de deslizamiento. Se obtiene la siguiente expresión para el movimiento deslizante de orden reducido:

$$\dot{e}_1(t) = (A_{11} + LA_{21})e_1(t) \quad (4.25)$$

Esto representa el movimiento de orden reducido (de orden $n - p$) que gobierna la dinámica del modo deslizante. Se puede mostrar si (A, C) es observable, entonces (A_{11}, A_{21}) también es observable, y siempre se puede elegir una matriz L para asegurar que el movimiento de orden reducido en 4.25 sea estable.

4.4. Propuesta estimador no lineal

El observador de estado proporciona mediciones indirectas (que, por sí mismas, no son tan fácil de medir físicamente en línea) en condiciones reales mediante la

combinación de datos detectados de un grupo de sensores físicos heterogéneos (en línea).

Las señales de los sensores individuales se pueden utilizar en cálculos dentro de un estimador de una variable de estado de reconstrucción, además, es inevitable que se produzca alguna desviación entre las trayectorias de un sistema real y las predicciones de un modelo matemático.

Nota: Un sensor virtual está construido de un observador de estado que comprende una simulación o medición de un sensor en línea (tiempo real) del sistema o planta acoplado a el modelo de la planta, impulsado por un término de corrección derivado de la diferencia entre la salida real del sistema y la salida prevista derivada del observador. Por lo tanto, se introduce un observador de estados alternativo, que es capaz de converger a los estados simulados con un desempeño satisfactorio. Para ello, se propone la siguiente estructura de observadores y su correspondiente análisis de convergencia.

Vamos a derivar la estructura general del observador estado. Considere la siguiente representación del sistema no lineal SISO, basado en el modelo del biodigestor (5.9 - 5.12):

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x(0) = x_0 \quad (4.26)$$

$$y = h(x) = Cx \quad (4.27)$$

Donde

$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las variables de estado;

$y \in \mathbb{R}$ es el vector de salida medido

$$C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$$

$$u \in \mathbb{R}$$

$f(\circ)$ es una función de vector no lineal suave y acotada en \mathbf{x} y uniformemente acotada en u

$f(x, u) = [f_1(x, u), x_2(x, u), \dots, x_n(x, u)]^T$, con condiciones iniciales $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$ [59].

Proposición 1. El siguiente sistema dinámico es un observador de estado descrito para el sistema SISO 4.26 y 4.27

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + K_1 C^T (y - \hat{y})^p \left(\frac{k_2 (y - \hat{y})}{1 + |(y - \hat{y})|} \right) \quad (4.28)$$

El sistema 4.28 se puede expresar de la siguiente forma descrito por varios autores [60, 61, 62, 63]

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + K_1 (Cx - C\hat{x})^p \left(\frac{k_2 (Cx - C\hat{x})}{1 + |(Cx - C\hat{x})|} \right) \quad (4.29)$$

Donde

$$K_1 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$

$$p > 0 \in \mathbb{R}^+$$

$$k_2 > 0 \in \mathbb{R}^+$$

Cabe mencionar y especificar que estos tres parámetros actúan como las ganancias del estimador generando tres grados de libertad para un mejor desempeño del estimador propuesto. Generalmente un observador se implementa en línea como un sistema dinámico impulsado por la misma entrada que el sistema original y las medidas que provienen del sistema original, es decir que se puede utilizar como la señal de retroalimentación al sistema artificial de modo que el error de estimación (observación) se reduce tanto como sea posible, con suerte a cero (al menos en estado estable). Dado que las variables de salida del sistema, están disponibles en todo momento, podemos construir otro sistema dinámico artificial de mismo orden.

4.4.1. Bosquejo de la prueba de la proposición 1

En la práctica, existe un error de estimación que se define $\varepsilon = x - \hat{x}$, considerando las ecuaciones 4.26, 4.27 y 4.28 se obtuvo la siguiente ecuación para la dinámica del error de observación [61]

$$\dot{\varepsilon} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (4.30)$$

$$\dot{\varepsilon} = f(x, u) - \left[f(\hat{x}, u) + K_1 (Cx - C\hat{x})^p \left(\frac{k_2(Cx - C\hat{x})}{1 + |(Cx - C\hat{x})|} \right) \right] \quad (4.31)$$

$$\dot{\varepsilon} = f(x, u) - \left[f(\hat{x}, u) + K_1 (C\varepsilon)^p \left(\frac{k_2(C\varepsilon)}{1 + |(C\varepsilon)|} \right) \right] \quad (4.32)$$

$$\dot{\varepsilon} = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - K_1 (C\varepsilon)^p \left(\frac{k_2(C\varepsilon)}{1 + |(C\varepsilon)|} \right) \quad (4.33)$$

A partir de los supuestos anteriores y aplicando a desigualdad de Cauchy-Schwartz para maximizar la ecuación 4.30, se obtiene:

$$\dot{\varepsilon} = \|f(x, u) - f(\hat{x}, u)\| - K_1 \|C\|^p \|\varepsilon\|^p \left(\left\| \frac{k_2(C\varepsilon)}{1 + |C\varepsilon|} \right\| \right) \quad (4.34)$$

Ahora, considerando los siguientes supuestos y por las propiedades de las funciones correspondientes:

A1. La función $f(\circ)$ cumple con la condición de Lipschitz con respecto a x , es decir,

$$\|f(x, u) - f(\hat{x}, u)\| \leq \mathcal{L} \|\varepsilon\| \quad (4.35)$$

A2.

$$\left\| \frac{k_2(C\varepsilon)}{1 + |C\varepsilon|} \right\| \leq 1 \quad (4.36)$$

Por lo tanto, la ecuación 4.34 se puede expresar como la siguiente desigualdad diferencial [64]

$$\|\dot{\varepsilon}\| \leq \mathcal{L} \|\varepsilon\| + K_1 \|\varepsilon\|^p \quad (4.37)$$

Podemos observar que la desigualdad 4.37 es una ecuación diferencial ordinaria del tipo Bernoulli, luego para resolverla se considera el siguiente cambio de variable:

$$g \leq \varepsilon^{1-p} \quad (4.38)$$

Así obtenemos:

$$\dot{g} - (1 - p)\mathcal{L}g \leq -(1 - p)K_1 \quad (4.39)$$

Resolviendo 4.37 mediante factor integrante adecuado, por ejemplo:

$$v = \exp((p - 1)\mathcal{L}t) \quad (4.40)$$

Tenemos que 4.38 es:

$$\|g\| \leq v^{-1}\|g_0\| + v^{-1}K_1\mathcal{L}^{-1}\exp(p - 1)\mathcal{L}t \quad (4.41)$$

Donde $\|g_0\|$ es la condición inicial de 4.41: Analizando el comportamiento asintótico de 4.39 [64, 62, 63], tenemos:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|g\| \leq K_1\mathcal{L}^{-1} \quad (4.42)$$

o

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\epsilon\| \leq (K_1L^{-1})^{\frac{1}{1-p}} \quad (4.43)$$

Para nuestro caso del biodigestor

$$x_{i=4} = [S, X, CO_2, CH_4]^T \in \mathbb{R}_+^4 \quad (4.44)$$

$$\varepsilon_1 = x_1 - \hat{x}_1 \quad (4.45)$$

$$\varepsilon_2 = x_2 - \hat{x}_2 \quad (4.46)$$

$$\varepsilon_3 = x_3 - \hat{x}_3 \quad (4.47)$$

$$\varepsilon_4 = x_4 - \hat{x}_4 \quad (4.48)$$

4.5. Índice de desempeño de estimadores

Para comparar un sistema es necesario tener un criterio que reduzca la respuesta a un solo número o un valor objetivo. El valor objetivo proporciona criterio para

comparar los diferentes parámetros del sistema en este caso para el estimador donde generalmente el número más pequeño “gana”. Los criterios más comunes para la comparación del desempeño son basados en el error : IAE (Integral Absolute Error), ITAE (Time-weighted Absolute Error) e ISE (Integral Squared Error) descritos en [65].

ISE (Integral squared error):

$$\mathbf{ISE} = \int_0^{\infty} e^2 dt \quad (4.49)$$

donde e representa el error (valor real - valor estimado ($x - \hat{x}$)) esto produce un solo valor que se desea sea menor.

IAE (Integral absolute error):

$$\mathbf{IAE} = \int_0^{\infty} |e| dt \quad (4.50)$$

ITAE (Time-weighted Absolute Error):

$$\mathbf{ITAE} = \int_0^{\infty} |e|t dt \quad (4.51)$$

El ISE penaliza la respuesta que tenga errores grandes (esto es, incrementar el valor de ISE), que generalmente ocurren al comienzo de una respuesta, porque el error es elevado al cuadrado. El ITAE penaliza una respuesta que tenga errores que persistan en el tiempo. El IAE será menos severo al penalizar una respuesta por errores grandes y tratará todos los errores (grandes y pequeños) de manera uniforme.

En este capítulo se abordó la teoría utilizadas en el capítulo 4 y se explicó en que consiste cada uno de los estimadores utilizados para la comparación en este trabajo de tesis, así como el criterio de índice de desempeño el cual se empleó para puntuar el desempeño de cada estimador y conocer el que sería el que tendría mejor resultado al momento de aplicarlo a un sensor virtual.

Capítulo 5

Resultados y discusión

Resumen

En este capítulo se describe el modelo propuesto y el análisis de sus puntos de equilibrio, así como, un análisis de estabilidad y observabilidad local, lo cual permite saber si se podrá aplicar un estimador de estado sobre este modelo. Además, se presenta la simulación de los algoritmos de tres estimadores de estado, por último, se observará un análisis de índices de desempeño el cual permita elegir el observador más apto para estimar las variables del sistema de digestión anaerobia.

5.1. Modelado matemático y estados estacionarios

El modelado matemático para biorreactores presenta un desafío debido a no linealidades (especialmente en las expresiones cinéticas complejas, así como en el régimen de operación (lote, continuo y lote alimentado)). Además, deben considerar cambios en medio de cultivo (estrés, flujos de materia y energía, pH, T, presión, metabolitos entre otros) e impulsados por su información genética, las células alteran la velocidad cinética debido a cambios en sus vías metabólicas. El crecimiento de bacterias, ya sea de una sola especie, cultivos mixtos o ecosistemas completos pueden ser descritos en términos de sistemas dinámicos para evaluar el comportamiento de la red de reacciones bioquímicas y para determinar las propiedades del sistema como la existencia de un punto de equilibrio, la unicidad o la multiplicidad de puntos de equilibrio, la estabilidad local o global, puntos, trayectorias periódicas; además de analizar el control de estas redes para el diseño de bioprocesos [66].

Un sistema biológico está definido por un conjunto de variables de estado, por

ejemplo, la concentración del sustrato, productos metabólicos y biomasa en la solución extracelular. Para un reactor ideal, el factor más importante es que el sustrato debe estar perfectamente mezclado. El reactor puede operar a masa constante entre las etapas de llenado y descarga que se supone que son rápidas en comparación con las velocidades de reacción y los tiempos de reacción por lotes. En un biorreactor discontinuo, la dinámica del proceso se puede describir mediante el siguiente modelo general [59, 16]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = K\rho(x(t)) \quad (5.1)$$

donde:

- $x \in \mathbb{R}_+^n$ Es el vector de concentraciones.
- $K \in \mathbb{R}_+^{n \times m}$ Es la matriz de coeficientes estequiométricos correspondientes.
- $\rho \in \mathbb{R}_+^n$ Es el vector de las tasas de reacción término cinético.
- $t \in \mathbb{R}_+$ Tiempo.

En donde:

$$\rho(x(t)) = \pi(x(t)) \quad (5.2)$$

Aquí $\pi(t)$ es la tasa de crecimiento específica, que es función de las concentraciones de etanol, glucosa, biomasa y otros. Estas velocidades de reacción varían con el tiempo y por lo general están influenciadas por muchos factores ambientales fisicoquímicos y biológicos como las concentraciones de sustrato, biomasa y producto, así como el pH, la temperatura, la concentración de oxígeno disuelto o una serie de inhibidores del crecimiento microbiano. Estas estructuras cinéticas son capaces de reproducir diferentes comportamientos, como limitaciones de los componentes.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \rho(x(t)) = 0 \quad (5.3)$$

Inhibiciones:

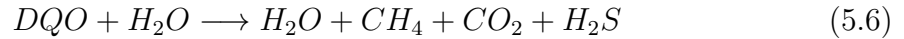
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \rho(x(t)) = 0 \quad (5.4)$$

Saturaciones:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \rho(x(t)) = \text{Constante} \quad (5.5)$$

5.1.1. Modelo propuesto del biodigestor

El modelo propuesto está basado en balances de materia para un reactor en continuo para simular el comportamiento del sustrato, biomasa y gases, además, se utiliza las reacciones químicas ocurridas dentro del biodigestor como se muestra en la ecuación 5.6:



Para la construcción de la cinética de reacción se tomó como base la estructura de Haldane [67] modificada que describe el cambio de las variables de estado dentro del biodigestor, esto está dado por una ecuación de inhibición modificada descrita a continuación

$$\mu_{max} = \left[K_{max} \frac{S}{K_s + S + K_i} X \right]^{1.9} \quad (5.7)$$

La ecuación de Haldane es un modelo matemático de inhibición ampliamente utilizado en biotecnología [68] y que describe el crecimiento de los microorganismos en un medio acuoso el cual está limitado por el sustrato y algún otro metabolito.

Donde:

- K_{max} : Constante de degradación del sustrato.
- K_s : Coeficiente de masa en el medio acuoso del sustrato.
- K_i : Factor de inhibición.
- X : Concentración de la biomasa.

A continuación, se describen las ecuaciones diferenciales que ayudaran a definir el comportamiento de nuestro biodigestor, la cinética de reacción descrita por la ecuación 5.7 y las entradas y salidas del sistema, que se describen como $D(S_0 - S)$ para el caso del sustrato, considerandos lo antes descrito podemos escribir la ecuación para el sustrato:

$$\frac{dS}{dt} = - \left(\frac{\mu_{max}}{Y_{sx}} \right) + D(S_0 - S) \quad (5.8)$$

donde:

- $\frac{dS}{dt}$: Denota el cambio que ocurre del sustrato en el biodigestor en función del tiempo.
- μ_{max} : Tasa de crecimiento específica.
- Y_{sx} : Rendimiento del sustrato sobre el microorganismo.
- D : Tasa de dilución.

Ahora se utiliza esta metodología para las variables de estado: X, CH_4, CO_2 (Biomasa, Metano y dióxido de carbono, respectivamente) obteniendo las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dS}{dt} = - \left(\frac{\mu_{max}}{Y_{sx}} \right) + D(S_0 - S) \quad (5.9)$$

$$\frac{dX}{dt} = \left(\frac{\mu_{max}}{Y_{xs}} \right) - F_d X - DX \quad (5.10)$$

$$\frac{dCO_2}{dt} = \mu_{max} Y_{xco_2} CO_2^\alpha - DCO_2 \quad (5.11)$$

$$\frac{dCH_4}{dt} = \mu_{max} Y_{xch_4} CH_4^\beta - DCH_4 \quad (5.12)$$

Donde: Y_{xco_2} y Y_{xch_4} son el rendimiento de CO_2 y CH_4 , respectivamente.

Los resultados de la simulación numérica del biodigestor fueron validados utilizando valores experimentales de [69] con el objetivo observar la producción biomasa, biogás y el consumo de sustrato aproximados con la finalidad de conocer los rangos en los que el estimador puede operar. Para las simulaciones se utilizó el software MATLAB (ver apéndice B.4) usando el método numérico ode23s con las condiciones iniciales y parámetros mostradas en las tablas 5.1 y 5.2. Cabe mencionar que los resultados de la simulación del modelo propuesto muestran un desempeño adecuado, además, los parámetros y las variables del modelo propuesto están dentro del rango por lo reportado en la literatura como se puede observar en la tabla 5.2 y las Figuras 5.1 - 5.2.

Parámetros	Valor	Rango de literatura	Referencias
K_s	150 ± 15 g/L	50-246 g/L	[70]
K_i	50 ± 15 g/L	192	[70]
F_d	0.009 ± 0.0019 d^{-1}	0.0005-.0124 d^{-1}	[70, 71]
S_0	30 g/L	5.057 g/L	[72]
Y_{sx}	0.426 ± 0.21	0.2 - 0.80	[70, 71]
Y_{xs}	0.333 ± 0.11	0.3 - 0.90	[70, 71]
D	0.001 d^{-1}	0.015 d^{-1}	[71]
α	0.29 ± 0.18	0.1 - 1.9	[70, 71]
β	0.20 ± 0.09	0.1 - 1	[70, 71]
Y_{xco_2}	0.67	0.1 - 1	[70, 71]
Y_{xch_4}	0.78	0.1 - 1	[70, 71]
μ_{max}	0.23 g/Ld	0.1 - 1.5 d^{-1}	[70, 71]

Tabla 5.1: Validación de parámetros cinéticos del modelo matemático.

Por lo general los procesos de DA presentan metabolismos lentos por lo tanto la simulación se realizó para 70 días tiempo suficiente para que el sistema llegue al estado estacionario (aproximadamente 60 días) cuando la producción de biogás es constante, estos valores de estado estacionario servirán como punto de operación para la linealización que se realizara en la sección siguiente.

De igual manera se realizó una simulación del comportamiento de las variables sustrato y biomasa las cuales se presentan en la Figura 5.1. Esto se debe principalmente a que el sustrato es el encargado de alimentar a la biomasa durante la DA y sobre todo al ser un biodigestor de alimentación continua llega un punto en el cual la biomasa se mantiene en un valor estable, teniendo en cuenta lo anterior es un resultado esperado de simulación, este proceso de alimentación dará paso a las siguientes etapas de la DA acidogénesis y metanogénesis encargadas de la producciones del biogás, lo anterior reportado por los autores [73, 74].

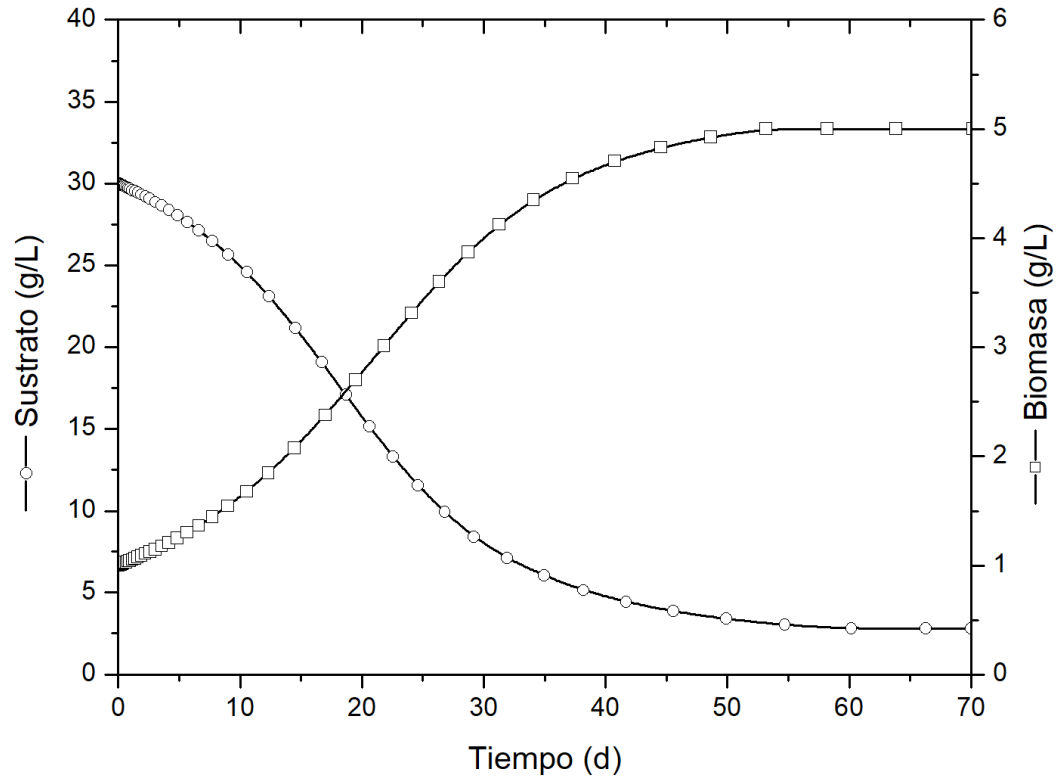


Figura 5.1: Consumo de sustrato y crecimiento de biomasa

Otra gráfica importante es el comportamiento de los 2 gases que componen el biogás mostrado en la Figura 5.2. Aquí podemos ver como mediante transcurren los días en la simulación ambos gases crecen casi a la par y es en aproximadamente 25 días que el crecimiento del metano se hace mayor en comparación con el dióxido de carbono, por eso es importante que en estos sistemas los tiempos de simulación sean arriba de 40 - 60 días ya que ese es el tiempo que toma a estos sistemas estabilizarse, y este crecimiento se debe a las etapas de la DA [73].

El dióxido de carbono es producido por la acidogénesis donde se genera la mayor parte de este gas lo cual da paso a la metanogénesis donde se obtiene el metano, así que parte del dióxido de carbono es utilizado en la producción de metano por eso tiene sentido que se observe el comportamiento de la Figura 5.2 donde el metano se produce en mayor medida que el dióxido de carbono.

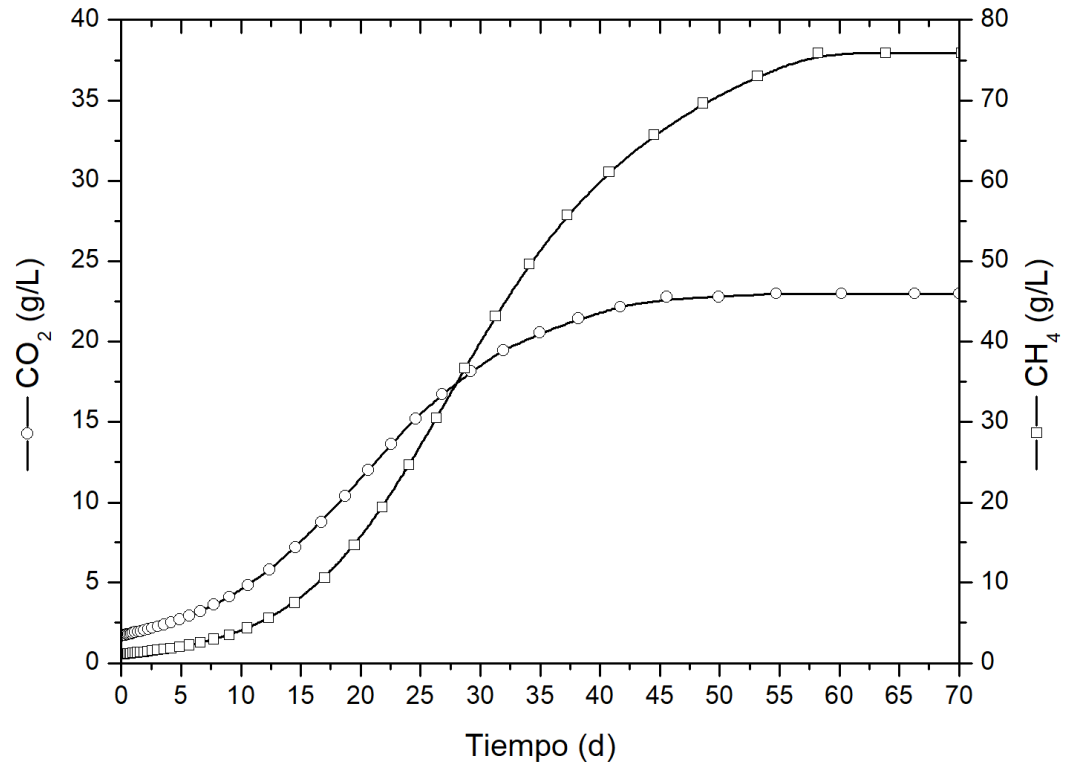


Figura 5.2: Dinámica del biogás

Variable	Rango de literatura	Valor de simulación	Referencia
Sustrato	4 - 25 g/L	2.7 g/L	[69, 75, 70]
Biomasa	2 - 12 g/L	5 g/L	[69, 76]
Producción de Dióxido de carbono	1.83 - 55.5 g/L	22.9 g/L	[69, 77, 78]
Producción de Metano	0.16 - 80.4 g/L	75.8 g/L	[69, 78]

Tabla 5.2: Validación de rangos de operación de variables de estado del biodigestor.

En la simulación del modelo matemático del proceso de DA se toman en cuenta varios escenarios posibles, comúnmente los autores reportan el compuesto sustrato y biomasa, esto utilizando modelos matemáticos complejos como el ADM [74], para fines de simplicidad en este trabajo se realizó la simulación de la composición total

del sustrato y la biomasa. Aunque el comportamiento sigue siendo similar a [74]. La producción de metano y dióxido de carbono mantiene un comportamiento característico [73], esto da validez al modelo matemático y a la simulación, ya que se mantienen los rangos reportado por otros autores.

5.1.2. Estados estacionarios

Para el análisis de estabilidad del sistema se recurre al teorema tomado de [51] que menciona lo siguiente:

- La ecuación $\dot{x} = Ax$ es marginalmente estable si y solo si todos los valores propios de A tienen partes reales cero o negativas y aquellos con partes reales cero son raíces simples del polinomio mínimo de A .
- La ecuación $\dot{x} = Ax$ es asintóticamente estable si y solo si todos los valores propios de A tienen partes reales negativas.

Para obtener los valores propios primero se necesita la matriz de estado A , se hace el cálculo del jacobiano de esta matriz, para esto igual es necesario conocer el estado estacionario de cada variable de estado, estos valores se obtienen de la simulación del modelo matemático de la planta, teniendo el jacobiano y el estado estacionario se sustituye el valor del estado estacionario en el jacobiano, resultando en una nueva matriz la cual al calcular su polinomio característico podremos obtener los valores propios, que no son otra cosa que las raíces del polinomio característico.

Por lo cual tomando los valores de valores propios de la tabla 5.3 se puede concluir que el sistema es estable para para algunas tasas de dilución.

Variable	Condición inicial	Estado estacionario	λ
D = 0.001 d^{-1}			Estable
Sustrato	30 g/L	2.7 g/L	-0.0019
Biomasa	1 g/L	5 g/L	-0.001
Producción de Dióxido de carbono	1.1 g/L	22.9 g/L	-0.00025243
Producción de Metano	1.7 g/L	75.8 g/L	-0.00032849
D = 0.01 d^{-1}			Inestable
Sustrato	30 g/L	5.77 g/L	-0.0109
Biomasa	1 g/L	3.79 g/L	-0.0100
Producción de Dióxido de carbono	1.1 g/L	18.75 g/L	0.0093
Producción de Metano	1.7 g/L	58.53 g/L	-0.0093
D = 0.005 d^{-1}			Estable
Sustrato	30 g/L	3.858 g/L	-0.0059
Biomasa	1 g/L	4.23 g/L	-0.0050
Producción de Dióxido de carbono	1.1 g/L	20.24 g/L	-0.0043
Producción de Metano	1.7 g/L	64.29 g/L	-0.0043
D = 0.075 d^{-1}			Inestable
Sustrato	30 g/L	29.92 g/L	-0.0759
Biomasa	1 g/L	0.015 g/L	-0.0750
Producción de Dióxido de carbono	1.1 g/L	0.035 g/L	0.0743
Producción de Metano	1.7 g/L	0.020 g/L	-0.0743

Tabla 5.3: Estados de equilibrio y valores propios.

Tasa de dilución (D) es uno de los parámetros claves del proceso de DA por lo cual es importante realizar una caracterización este parámetro, en la Tabla 5.3 se ha descrito el comportamiento de estabilidad que el sistema presenta a distintos valores de D para este trabajo de investigación sea elegido el valor $D = 0.001$ el cual garantiza estabilidad, a diferencia de los demás valores analizados, que presentan comportamientos inestables.

5.2. Análisis de observabilidad local

Una cuestión fundamental en el análisis de sistemas físicos es si las variables de estado del sistema se pueden determinar de forma única a partir de sus datos de salida.

Específicamente, dada la descripción dinámica del sistema y el proceso de observación, podemos preguntarnos bajo qué condiciones se puede determinar el estado inicial del sistema de manera única sobre la base de la salida observada en un intervalo de tiempo dado. Probar la observabilidad de un sistema es un requisito previo necesario para la estimación de estados y parámetros a partir de la salida del sistema. Lo anterior debe expresarse en unos pocos términos que de hecho existe la posibilidad de que se pueda lograr el propósito del observador, es decir, que podría ser posible recuperar el vector de estado variable x basado solo en el conocimiento de las entradas del proceso, u y el salidas medidas y hasta tiempo, t ; a primera vista, esto solo será posible si la salida del sistema medido, y , lleva la información sobre el vector de estado completo cuando se considera durante un intervalo de tiempo: esto corresponde aproximadamente a la noción de observabilidad. Si un sistema no es observable, esto significa que los valores actuales de algunas de sus variables de estado no se pueden determinar mediante sensores de salida. La clase de sistemas en consideración se describe mediante una representación en el espacio de estados, generalmente de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (5.13)$$

$$y = Cx \quad (5.14)$$

donde x denota el vector de estado, tomando valores en X en una variedad conectada de dimensión n ; u denota el vector de entradas externas conocidas, tomando valores en algún subconjunto abierto U ; e y denota el vector de salidas medidas, tomando valores en algún subconjunto abierto Y . En general, se supondrá que la función f es C de sus argumentos, y que las funciones de entrada $u(\cdot)$ son funciones localmente limitadas y medibles en un conjunto U .

La observabilidad estudia la posibilidad de estimar el estado a partir de la salida [79], para la observabilidad local se aplica a un sistema no lineal como el caso del biodigestor. Primero se debe obtener la matriz jacobiana del modelo matemático la cual se consigue derivando parcialmente las ecuaciones del modelo con respecto a sus variables, utilizando el modelo descrito por las ecuaciones 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12.

Como antecedente, considere la siguiente representación lineal o linealizada del sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5.15)$$

$$y = Cx \quad (5.16)$$

Donde \dot{x} es el vector de estado variable y es el vector de salida medido. Por lo tanto, mediante un procedimiento de linealización en serie de Taylor:

$$\frac{dx}{dt} = A(\bar{x}) + B(\bar{u}) \quad (5.17)$$

Donde A , B y x son:

$$A(\bar{x}) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \quad (5.18)$$

$$B(\bar{u}) = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{u=\bar{u}} \quad (5.19)$$

Como puede verse, si se puede determinar el vector de estado, la matriz O (llamada matriz de observabilidad) debe ser invertible (rango completo) para obtener:

Para el análisis de observabilidad se hace uso del Teorema 6.01 obtenido de [79] el cual menciona que la matriz de observabilidad está dada por:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

De tal manera que el vector de estado x es observable con respecto a la salida medida Y [80].

Siendo A la matriz de estado y C la matriz de salida la cual serán las mediciones disponibles en el biodigestor (para este caso se ha utilizado como disponible la media de CH_4), todo esto aplicado al sistema linealizado y evaluado en los puntos de operación tenemos lo siguiente, que el rango de la matriz 5.20 es 4, lo que significa que es rango completo (la matriz no pierde rango, se concluye que el sistema es observable). Esta prueba se repitió para cada entrada posible (S, X, CO_2, CH_4), en la Tabla 5.4 se indica cuales variables son posibles de estimar dependiendo de la entrada aplicada.

Aplicando a nuestro modelo del biodigestor 5.20 se generó la siguiente matriz jacobiana 5.21:

$$\begin{bmatrix} \frac{950 \left(\frac{29 X}{10(S+200)} - \frac{29 S X}{10(S+200)^2} \right) \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{9/10}}{213} - \frac{1}{1000} & - \frac{2755 S \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{9/10}}{213(S+200)} \\ \frac{19 \left(\frac{29 X}{10(S+200)} - \frac{29 S X}{10(S+200)^2} \right) \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{9/10}}{30} & \frac{551 S \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{9/10}}{300(S+200)} - \frac{19}{10000} \\ \frac{1653 CO^{29/100} \left(\frac{29 X}{10(S+200)} - \frac{29 S X}{10(S+200)^2} \right) \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{9/10}}{1000} & \frac{47937 CO^{29/100} S \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{9/10}}{10000(S+200)} \\ \frac{1843 CH^{1/5} X \left(\frac{29 X}{10(S+200)} - \frac{29 S X}{10(S+200)^2} \right) \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{9/10}}{1000} & \frac{97 CH^{1/5} \left(\frac{29 S X}{10(S+200)} \right)^{19/10}}{100} + R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{2523 \left(\frac{29 S X}{10(S+200)}\right)^{19/10}}{10000 CO_2^{71/100}} - \frac{1}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{97 X \left(\frac{29 S X}{10(S+200)}\right)^{19/10}}{500 CH_4^{4/5}} - \frac{1}{1000} \end{bmatrix} = A_{Estadostacionario} \quad (5.21)$$

con: $R = \frac{53447 CH^{1/5} S X \left(\frac{29 S X}{10(S+200)}\right)^{9/10}}{10000 (S+200)}$

La matriz jacobina se utiliza para construir la matriz de observabilidad como se muestra en la ecuación 5.20 que después de hacerla para diferentes entradas de C se obtiene la tabla 5.4

		Estimación en línea			
Caso	Variable	S	X	CO_2	CH_4
[1000]	S	●	○	●	○
[0100]	X	○	●	●	○
[0010]	CO_2	●	●	●	●
[0001]	CH_4	●	●	●	●

Tabla 5.4: Comparación de variables estimables para $D = 0.001 d^{-1}$.

El análisis mencionado anteriormente, se realiza dependiendo de las necesidades del proceso, en este caso los parámetros son los que pueden ser diferentes dependiendo de que biodigestor se esté utilizando, el simple hecho de cambiar el tamaño del biodigestor implica un cambio en los parámetros por lo cual en la Tabla 5.5 se muestra el análisis para una tasa de dilución de 0.01 en la Tabla 5.6 para 0.075.

		Estimación en línea			
Caso	Variable	S	X	CO_2	CH_4
[1000]	S	●	○	○	○
[0100]	X	○	●	○	○
[0010]	CO_2	●	●	●	●
[0001]	CH_4	●	●	●	●

Tabla 5.5: Comparación de variables estimables para $D=0.01 d^{-1}$.

		Estimación en línea			
Caso	Variable	S	X	CO_2	CH_4
[1000]	S	●	●	○	○
[0100]	X	●	●	○	○
[0010]	CO_2	●	●	●	○
[0001]	CH_4	●	●	○	●

Tabla 5.6: Comparación de variables estimables para $D=0.075 d^{-1}$.

En donde (●) representa que la variable se puede estimar y (○) que la variable no se puede estimar.

Teniendo en cuenta lo anterior tenemos que las diferentes mediciones entradas en C , se toman de la siguiente forma:

- $C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$
Si se mide Sustrato (S)
- $C = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$
Si se mide Biomasa (X)
- $C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$
Si se mide Dióxido de Carbono (CO_2)
- $C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$
Si se mide metano (CH_4)

El sistema (modelo propuesto) no es completamente observable si la concentración de sustrato es la salida medible, las variables observables son el sustrato y CO_2 , en consecuencia, las variables no observables son biomasa y dióxido de carbono (ver tabla 5.4); en consecuencia, si se considera la biomasa como las salidas medibles, las variables observables son: biomasa, sustrato y dióxido de carbono, mientras que las variables no observables son CH_4 (ver tabla 5.4). Se ha encontrado que la matriz de observabilidad no es de rango completo considerando estas variables medibles. Por otro lado, el sistema (modelo propuesto) es completamente observable si la concentración de CH_4 y CO_2 es la salida medible, las variables observables son el CH_4 , biomasa, sustrato y dióxido de carbono, por lo tanto, la matriz de observabilidad es de rango completo (ver tabla 5.4).

5.3. Simulación y comparación de estimadores

Se comparó un observador Luenberger y modos deslizantes con el observador propuesto con el fin de mostrar el desempeño correspondiente de cada uno de ellos, con las siguientes condiciones iniciales para los observadores y planta virtual (modelo):

$$x_0 = [30 \quad 1 \quad 1.7 \quad 1.1]^T \quad (5.22)$$

$$\hat{x} = [43 \quad 4.1 \quad 2.1 \quad 5]^T \quad (5.23)$$

Para fines de aplicación, la concentración de CO_2 se consideró como la salida medida de los observadores; esto se justifica porque esta concentración es una de las variables del biorreactor más importantes, tiene como ventaja que es fácil de medir (en línea), y dado el resultado obtenido por el análisis de observabilidad esta variable permite estimar las otras variables del proceso (sustrato, biomasa y metano).

Cabe señalar que la ganancia del observador es $k_1 = 3.19$ mg/L h y se consideró igual para todos los observadores, mientras que p para el observador propuesto se seleccionó como $p = 1.5$ y $k_2 = 1.1$. Las trayectorias en la metodología propuesta convergen suavemente a las trayectorias reales, lo que no es el caso del observador de Luenberger y modos deslizantes (ver Figuras 5.3 - 5.6). El observador propuesto proporciona una buena estimación de estados desconocidos (Figura 5.4 - 5.6). Puede verse que el error de estimación del observador de Luenberger y modos deslizantes es mayor que el del observador propuesto.

En este trabajo se realizó la simulación de un estimador: estimador por modos deslizantes, estimador de Luenberger y un estimador no lineal propuesto. En las siguientes Figuras 5.3 - 5.6 se muestra la estimación que realizó cada uno de estos algoritmos

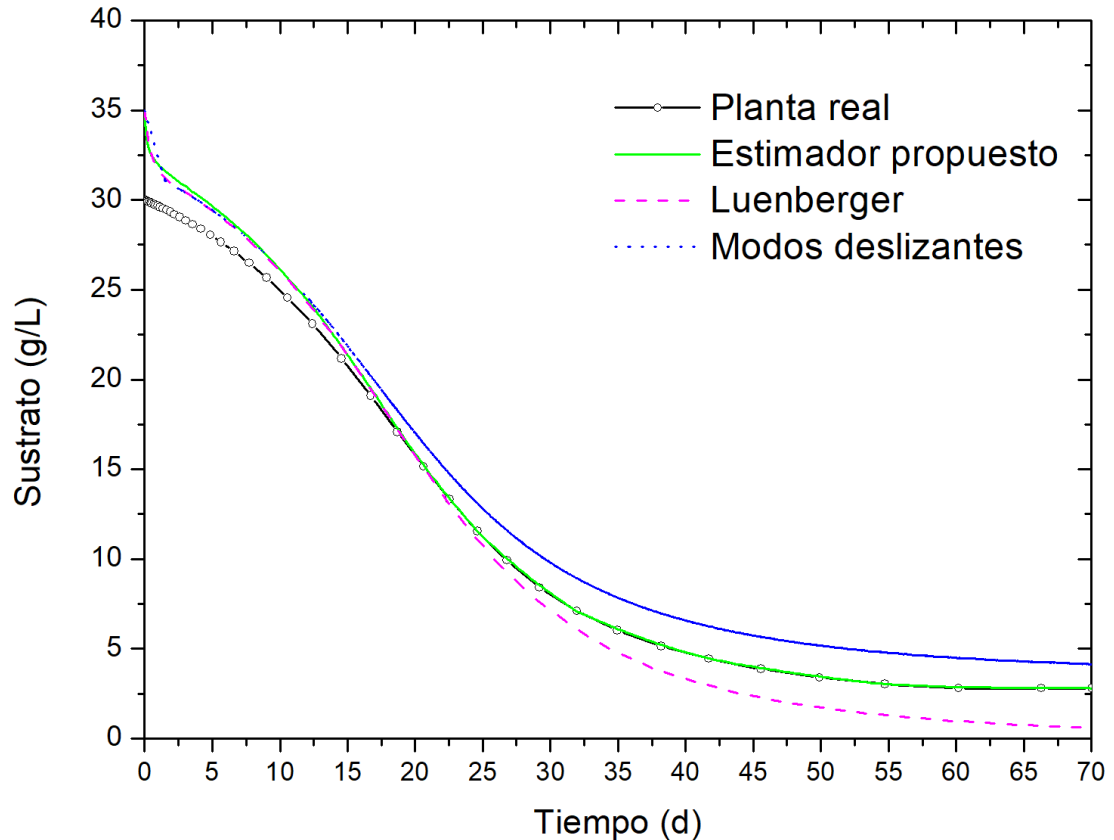


Figura 5.3: Comparación del observador propuesto para la variable sustrato.

En la Figura 5.3 se observa el comportamiento dinámico de los tres estimadores y la planta real (línea con símbolo). Las condiciones iniciales son las mismas para los tres estimadores y diferentes a la planta como se indicó en 5.22 y 5.23. Se observa que el estimador propuesto ha logrado converger de forma suave a la referencia a partir de los 17 días algo significativo debido a que el tiempo de operación es de 70 días. Por otra parte, los estimadores modos deslizantes y Luenberger tienen una respuesta suave y no predicen la dinámica del digestor anaerobio. Cabe mencionar que estos resultados concuerdan con lo reportado en literatura como es reportado en las tablas 5.7 y 5.8.

La siguiente variable medida es la biomasa mostrada en la Figura 5.4 con la que se puede observar que el estimador propuesto ha logrado converger a la referencia desde el día uno a teniéndolo, el estimador por modos deslizantes ha logrado llegar a la referencia desde el inicio de la simulación pero al pasar de aproximadamente 5 días este deja de estimar correctamente las variables logrando incluso a divergir a

los 22 días, último el estimador de Luenberger ha tenido una buena estimación en los primeros 18 días aunque después de ese tiempo tiene un error en estado estacionario.

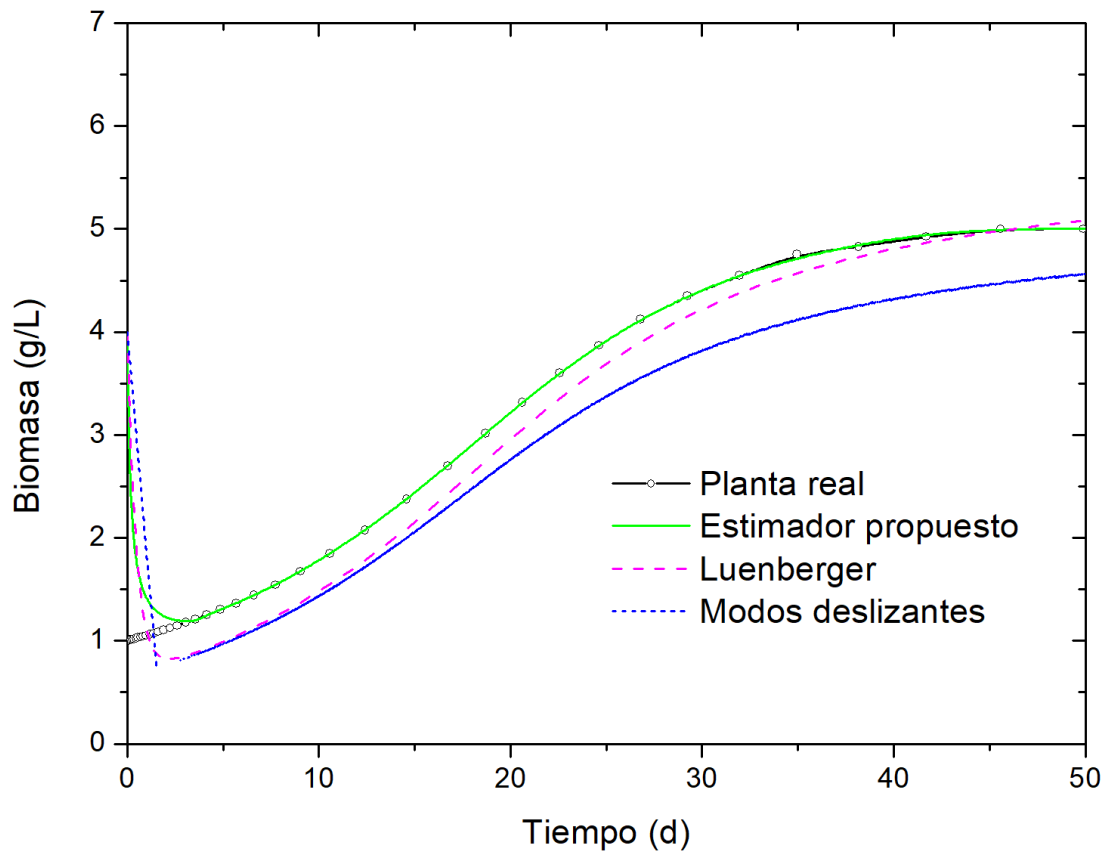


Figura 5.4: Comparación del observador propuesto para la variable biomasa.

En la biomasa encontramos todos los microorganismos encargados de la DA es importante tener una medición de ellos ya que con esto podemos saber la calidad de la producción de biogás, si bien en otros trabajos como [19] se muestran separado cada tipo de biomasa el conocer la cantidad total igual es de ayuda para evitar que el proceso caiga en inhibición, aunque en [19] se obtenga un resultado similar, el estimador usado ese trabajo fue diseñado para ser robusto y esto aumenta el coste computacional que produce este algoritmo. Otra comparación importante se puede dar con [81] ya que en ese trabajo se utiliza un estimador por modos deslizantes que si logra estimar las variables de estado en este caso se produce una señal de alta frecuencia conocida como chattering una desventaja que presentan este tipo de estimadores, cosa que no se

presenta en el estimador que se ha propuesto en este trabajo de investigación.

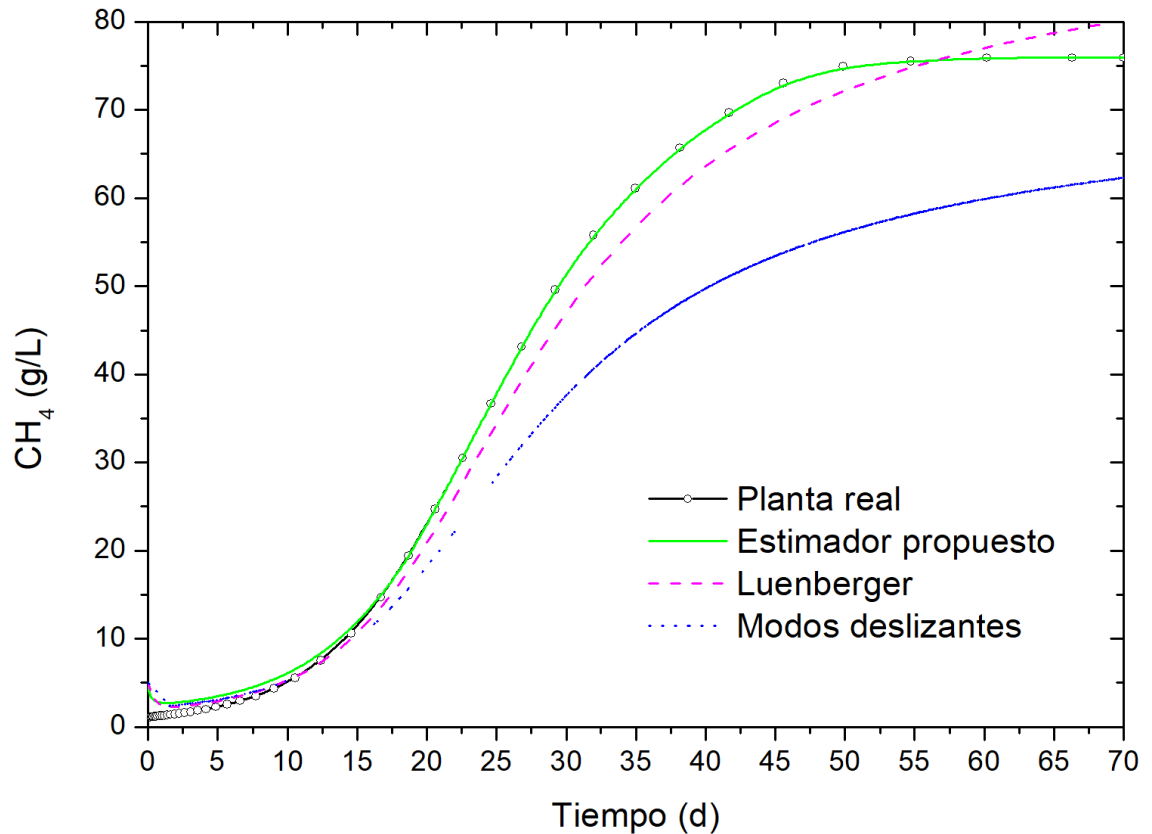


Figura 5.5: Comparación de estimación para la variable de producción de CH_4 .

Para los gases de salida como el CH_4 , el observador propuesto converge a la variable medida a partir de los 18 días. Al contrario del estimador por modos deslizantes que realiza una buena estimación en los primeros 15 días y después diverge (ver Figura 5.5).

En el caso de la estimación del CO_2 el estimador propuesto realiza la estimación de manera correcta desde el inicio de la simulación hasta finalizar la simulación, en este caso el estimador de Luenberger es el que realiza la estimación correcta de los primeros 15 días y presenta un error en estado estacionario.

Por otra parte, el estimador por modos deslizantes sigue la dinámica de la planta en los primeros 5 días de la simulación, pero luego mantiene un error en estado estacionario (ver Figura 5.6).

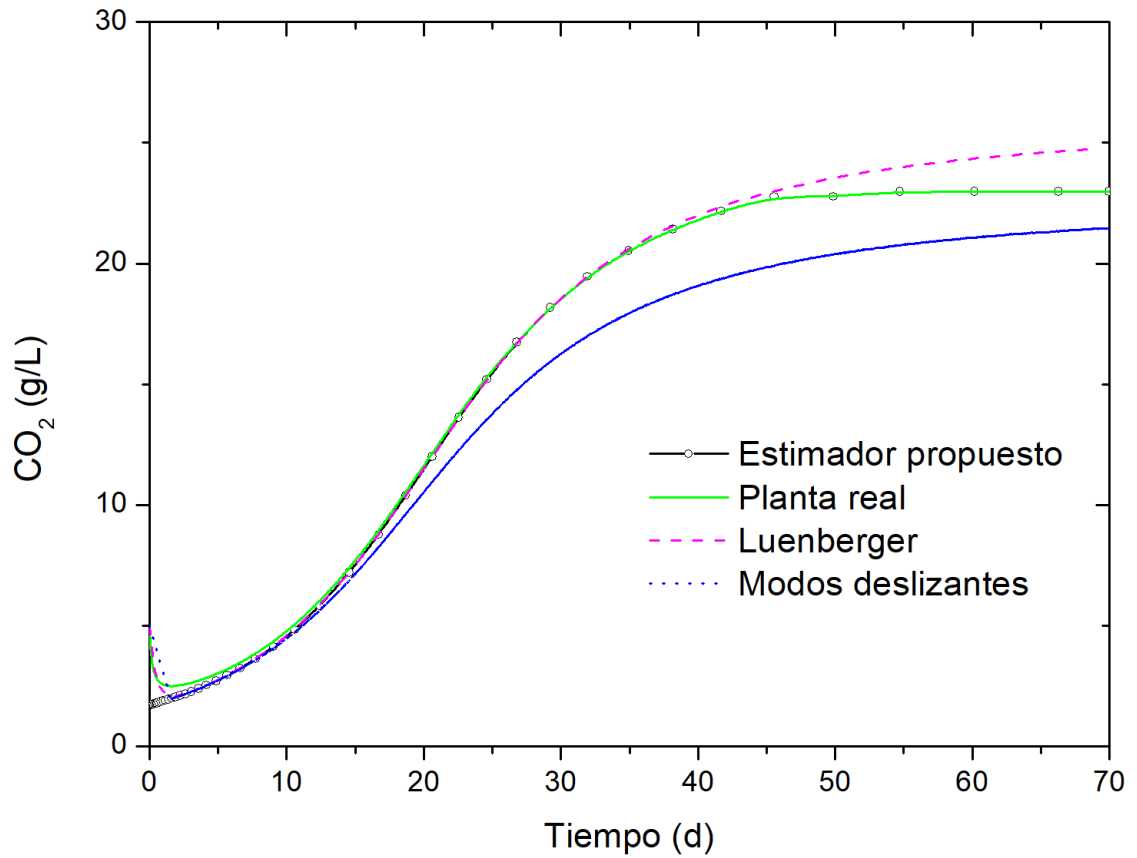


Figura 5.6: Comparación de estimación para la variable producción de CO_2 .

Por lo general en los trabajos de estimación como [81, 19, 78] tiene como variables disponible el biogás buscando conocer el sustrato y biomasa, esto se debe a que el biogás es una variable de fácil acceso así que tiene sentido utilizarlo como entrada para los estimadores de estado, aunque siempre es posible que se deseen estimar otras variables como lo sería la tasa de dilución [82] que como se ha visto en este trabajo es un parámetro importante para la DA.

5.4. Perturbaciones externas para mostrar robustez

5.4.1. Simulación de perturbación con ruido en el sensor

Es importante tomar en cuenta que el sistema DA puede tener perturbaciones externas, ya que estas pueden presentarse de manera natural en este tipo de aplicaciones, lo anterior pueden deberse a un sensor dañado, conexiones deficientes o interferencias en la toma de muestras, por lo cual se realizó la simulación para el caso en el que la perturbación se presente en el sensor de CO_2 como se puede observar en la Figura 5.7. La simulación se llevó a cabo bajo la siguiente condición descrita por la ecuación:

$$\frac{dCO_2}{dt} = \mu_{max} Y_{xco_2} (CO_2^\alpha) + CO_2 \sin(0.20\pi 50t) + 20 \cos(-10.9\pi t) - DCO_2 \quad (5.24)$$

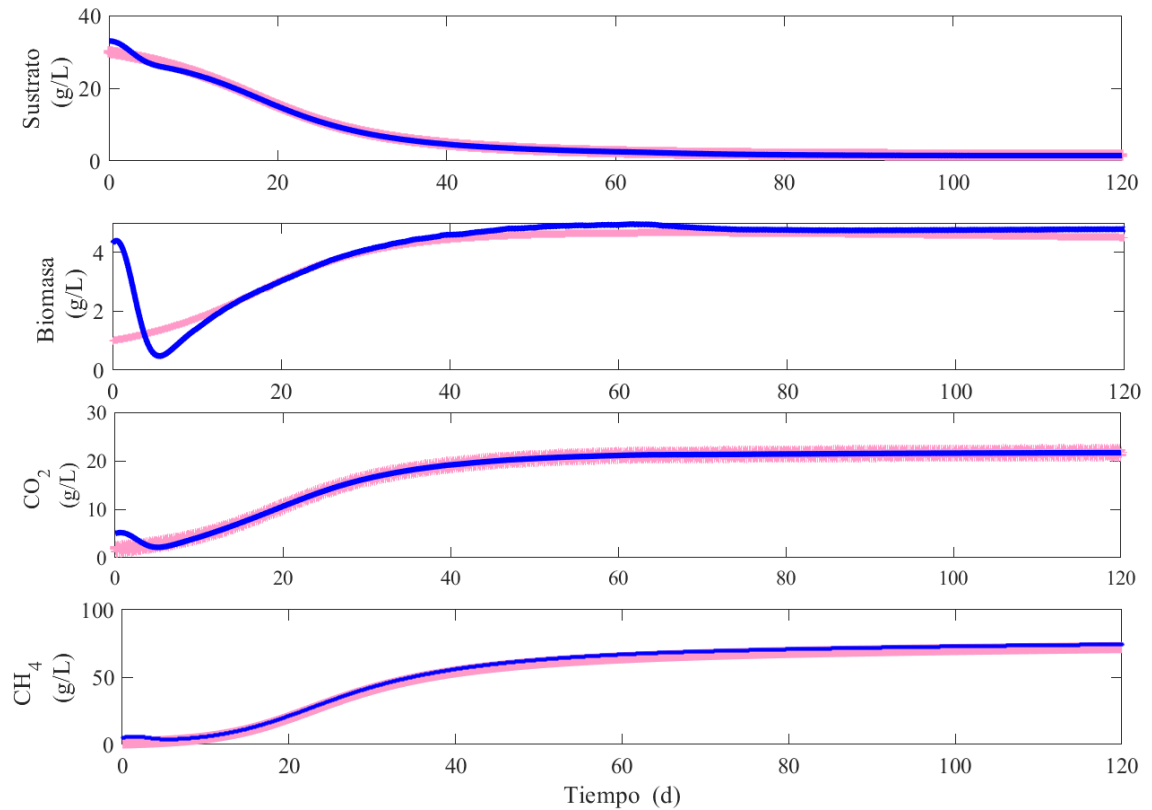


Figura 5.7: Simulación de perturbación considerando ruido en el sensor.

5.4.2. Simulación de perturbación con cambio en la entrada

Cabe mencionar que el análisis de observabilidad fue local por lo cual se propone el siguiente ciclo para realizar un cambio en la región de operación local y mostrar el desempeño del estimador al realizar un ajuste de las ganancias, esto puede verse en la Figuras 5.9 - 5.10 en la que al pasar un tiempo de 60 días la tasa de dilución cambia el valor $D = 0.001$ a $D = 0.05$.

```
if t<60 Tiempo en el que se realiza el cambio en la tasa
    D=0.001; Tasa
    k1=.5968290; Ganancia del estimador
    p=3.1920; Ganancia del estimador
    k2 =1.1;
else if t>60
    D=0.005;
    k1=.15968290;
    p=1.920;
    k2=1.1;
end
end
```

En el ciclo se utiliza el método numérico ode23s el cual y es utilizado bajo las condiciones iniciales $x_0 = [30 \ 1 \ 1.7 \ 1.1]$, $\hat{x} = [5.0 \ .30 \ .30 \ .30]$, pasado el tiempo establecido este comando cambia el valor de la tasa de dilución, lo cual se puede interpretar como un cambio en la alimentación del biodigestor, lo cual es algo muy común en este tipo de procesos, bajo esta condición se realiza un cambio en las ganancias del estimador el cual se ajusta a la nueva tasa de dilución, recordemos que las ganancias del estimador son parámetros de diseño por lo que se escogen de tal manera que el estimador mantenga un comportamiento adecuado incluso si se cambia la tasa de dilución.

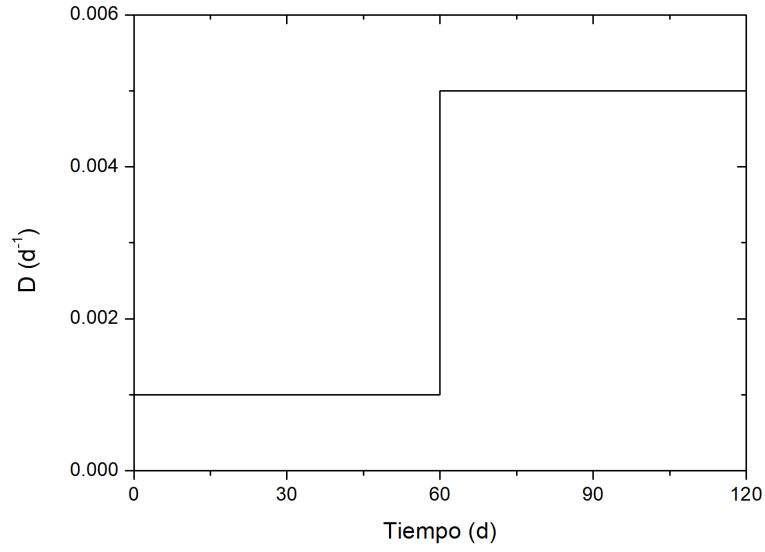


Figura 5.8: Cambio de tasa de dilución.

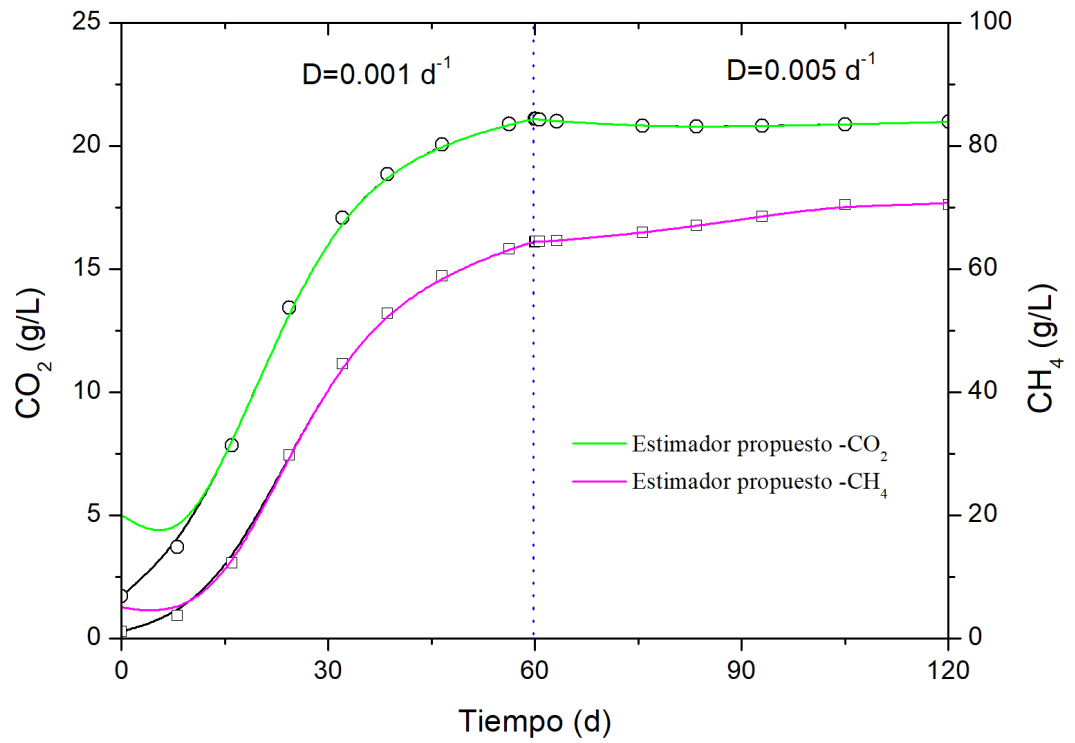


Figura 5.9: Estimación de biogás con perturbación en la entrada.

Bajo esta perturbación, se puede ver en las Figuras 5.9 y 5.10 la estimación del biogás, del consumo de sustrato y crecimiento de biomasa si se agrega la perturbación a los 60 días logrando que a pesar del cambio en la condición de operación de la tasa de dilución el observador mantenga la estimación de las variables en el proceso, esto se logra realizando un cambio de las ganancias del estimador, estas cambian al mismo tiempo en el que se realiza el cambio en la tasa de dilución, por lo cual el observador obtiene cierta robustez a perturbaciones (conociendo el rango de la perturbación), aunque cabe aclarar que no es una propiedad que se haya tomado en cuenta al momento del diseño del estimador, esto es resultado aceptable bajo la condición de que se conoce la perturbación.

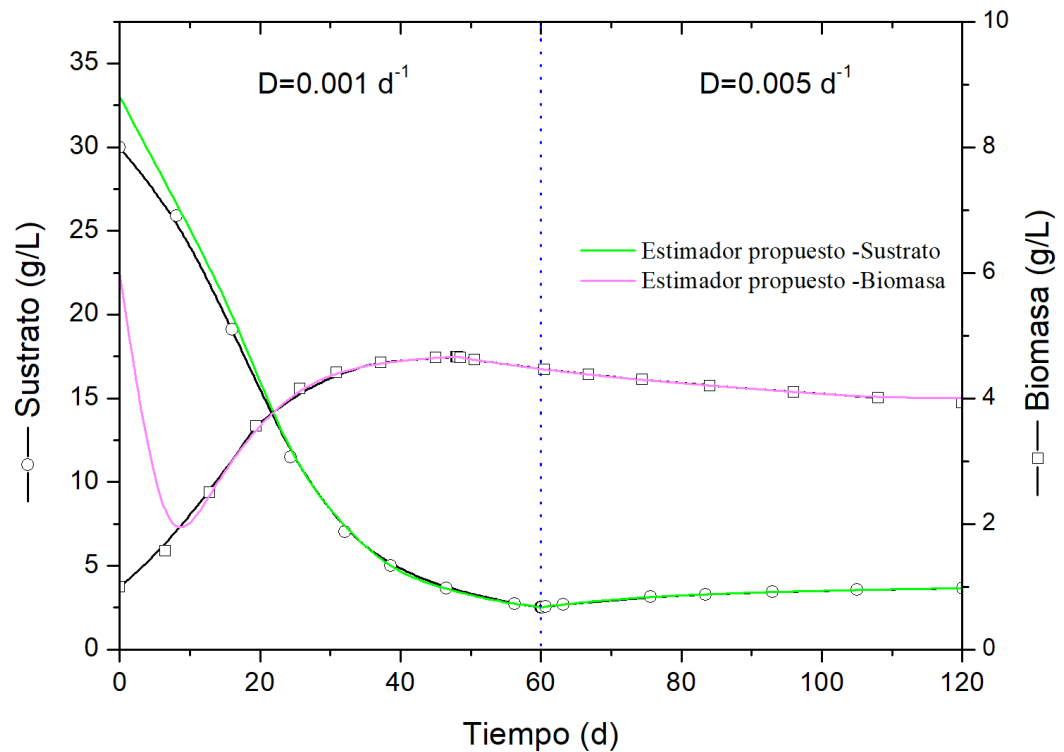


Figura 5.10: Estimación de sustrato y biomasa con perturbación en la entrada.

Los estimadores son ampliamente estudiados para la aplicación en biodigestores debido las complicaciones que se presentan al momento de realizar mediciones como ya se ha mencionado, en la Tabla 5.7 podemos observar una comparación realizada sobre los estimadores más comunes en estos procesos y agregando el estimador propuesto en

esta tesis.

Esta aplicación es comúnmente llamada soft-sensors esta herramienta es diseñada dependiendo de las necesidades del proceso como se puede ver en la Tabla 5.8, estos pueden estimar, desde sustrato hasta la producción de biogás.

5.5. Desempeño de estimadores

A continuación, se muestra el resultado de los índices de desempeño de los estimadores.

Primero utilizando IAE (Integral Absolute Error) de la Figura 5.11 en el cual el estimador propuesto tiene un índice de desempeño menor, lo cual significa que tiene un mejor desempeño a diferencia del estimador por modos deslizantes con un valor mucho mayor, siendo este la peor opción.

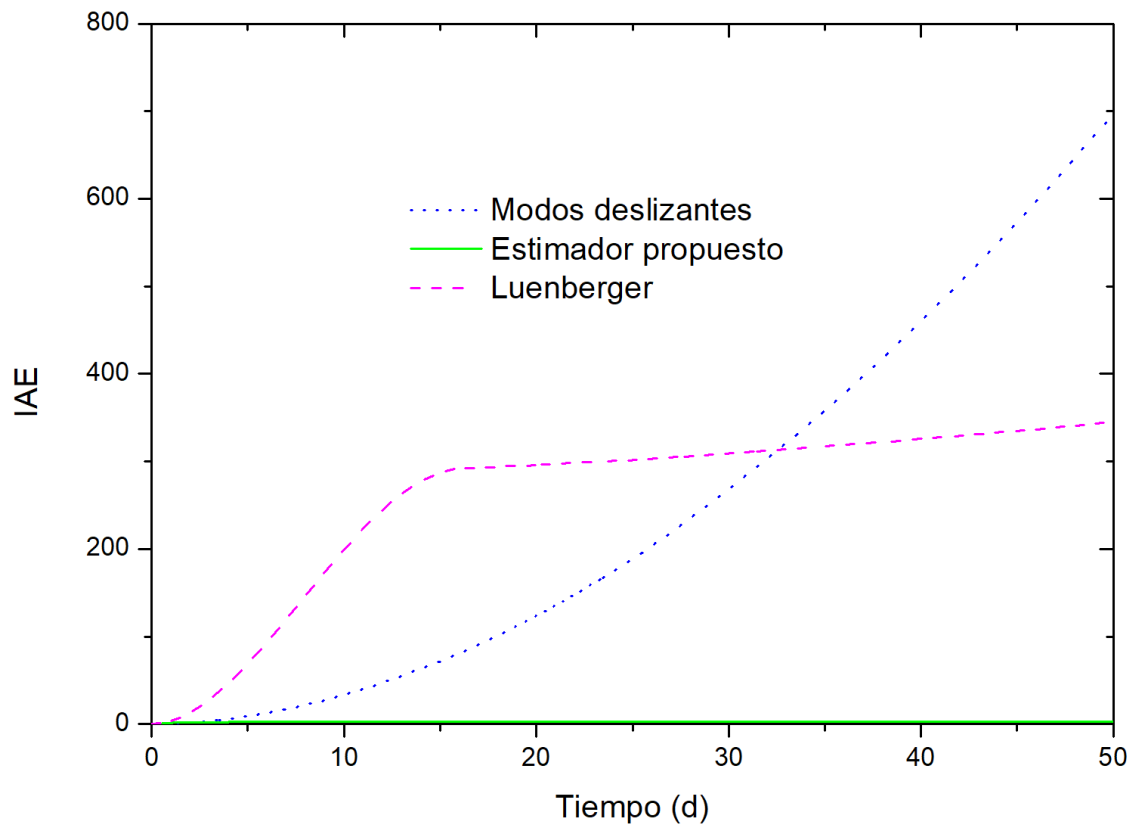


Figura 5.11: Análisis de desempeño (IAE) de estimadores.

Seguido de esa comparación se utilizó el ITAE (Time-weighted Absolute Error) visto en la Figura 5.12 el estimador propuesto cuenta con un mejor desempeño, por lo cual se concluye que es la mejor opción para este caso de estudio. Se observa que mientras más transcurre el tiempo mejora el desempeño, del estimador propuesto.

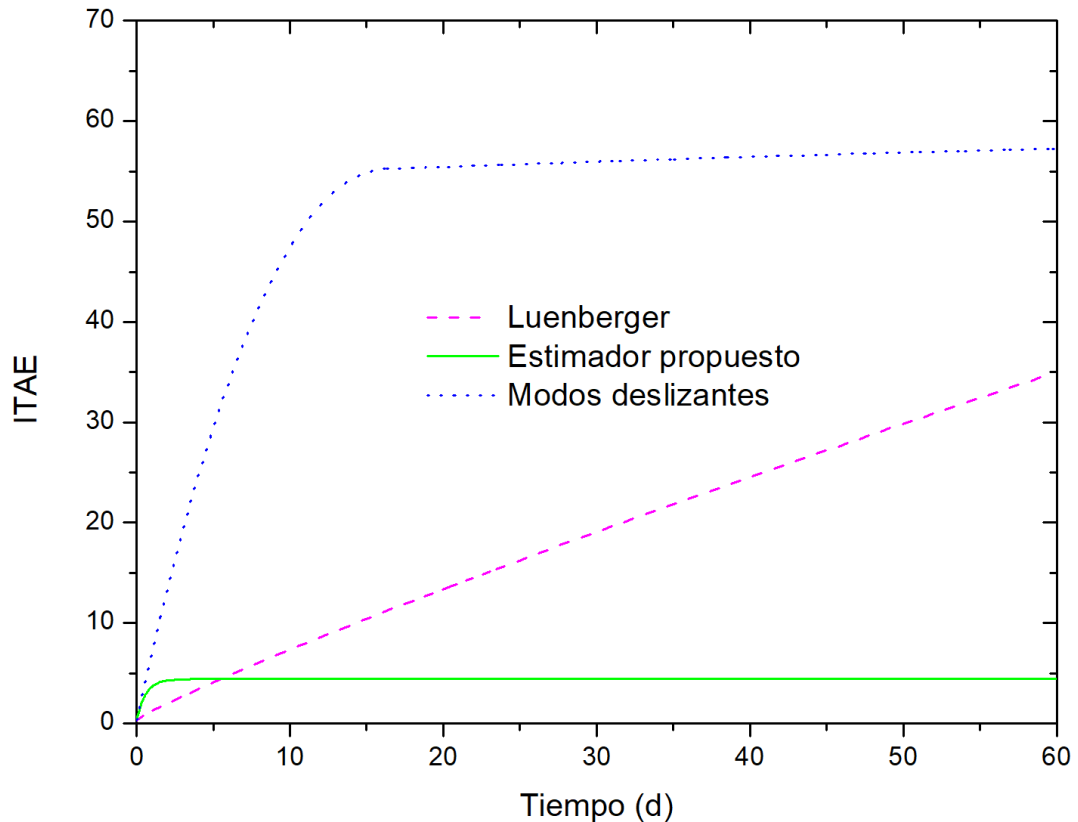


Figura 5.12: Análisis de desempeño (ITAE) de estimadores.

5.6. Propuesta de sensor

La implementación del sensor se realizó de acuerdo al diagrama 5.13

Se utilizaron los modelos MQ y MG811 para medir CH_4 y CO_2 respectivamente, los cuales pueden medir gases en diferentes concentraciones lo cual resulta útil para nuestro caso de estudio, estos sensores no son invasivos, o están sometidos a las condiciones extremas de un biodigestor debido a que se colocan a la salida de gases del biodigestor. El módulo MQ cuenta con un micro tubo cerámico de alúmina (AL_2O_3)

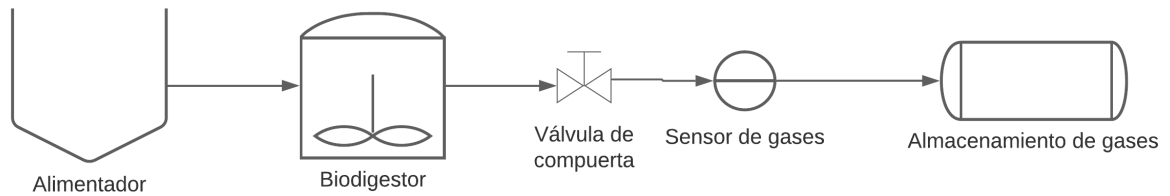


Figura 5.13: Diagrama de instrumentación del Biodigestor.

y una capa sensitiva de dióxido de estaño (S_nO_2). En otros modelos de la familia MQ el material de la capa sensitiva cambia para dar la sensibilidad a otros tipos de gases. El electrodo de medición y el calefactor proporcionan las condiciones necesarias para el trabajo de los componentes sensibles.

La medición ocurre cuando el gas queda atrapado dentro de la rejilla y reacciona con el tubo cerámico el cual hace que la resistencia del circuito aumente, dando así el valor de la concentración del gas. Estos sensores tienen la particularidad de ser muy económicos y que cuentan con una rápida respuesta. Otro elemento importante para la implementación es la placa de adquisición de datos la cual se encargará de procesar los datos obtenidos por el módulo para que sean leídos por el usuario, para este caso específico se utilizó la placa ESP32 la cual se pueden ver sus especificaciones técnicas en A.4 . Este conjunto es capaz de entregar los datos obtenidos por el sensor a un dispositivo que cuente con la tecnología Bluetooth la cual facilita al usuario la lectura de dichos datos ya que evita el uso de cables de conexión por lo cual podría quedar dentro del biodigestor. La placa seleccionada es compatible con el IDE de Arduino lo que facilita su programación.

Para poder obtener un sensor que se mantenga de manera ordenada dentro del digestor se diseñaron dos carcasas donde colocarlo mostradas en 5.14.

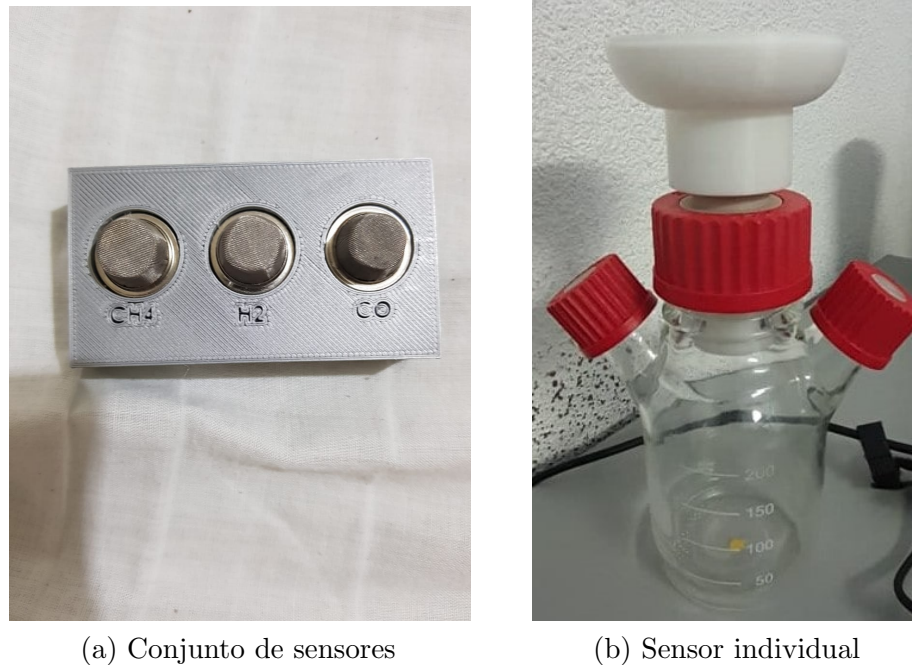


Figura 5.14: Diseño de sensores propuesto.

En la Figura 5.14 a) se muestra un conjunto de sensores, los cuales miden la concentración de CH_4 y CO_2 en el biogás, medidas que son suficientes para estimar otras variables del sistema como Sustrato y biomasa, como se puede ver en la tabla 5.4 y en la Figura 5.14 b) se muestra una propuesta para utilizarlo como dispositivo para un análisis fuera de línea, por lo cual se inyectara dentro del reactor de vidrio (ver imagen 5.14 b)), esta construcción presenta el diagrama presentado en 5.13.

Para el caso del sensor de CO_2 se utilizó el módulo MG811 el cual a diferencia del MQ cuenta con un rango de lectura de 100 - 10000 ppm. De igual manera se utilizó una sonda Vernier CO_2 -BTA (Figura 5.15) la cual detecta CO_2 (con un rango de 0 - 100000 ppm), esto con la finalidad de poder calibrar el módulo elegido para el sensor, como se puede ver en el apéndice B.3. Esta sonda se programó en Arduino utilizando la librería proporcionada por la marca y un adaptador para la placa Arduino Uno, la cual permite conectar esta sonda al mismo. Para la toma de datos se utilizó el complemento PLX-DAQ, el cual permite enviar los datos directos del puerto serial hacia el programa Excel, los datos para utilizarlos en la calibración del módulo MG811.

Este sensor combinado con el estimador de estado da como resultado lo que conocemos como sensor virtual. Cabe mencionar que esta instrumentación propuesta de sensor es de bajo costo comparado con sensores y equipos que se utilizan para cuantificar este tipo de variables de estado en un biodigestor, esto implica un alcance



Figura 5.15: Sonda (Vernier CO_2 -BTA, Millikan Way, Beaverton, Estados Unidos).

a varios tipos de bioprocesos como se puede observar al comprar costos reportados en la tabla 5.9

Como se puede observar en la Tabla 5.9, el sensor virtual propuesto tiene la ventaja de ser económico, algo que se buscaba desarrollar en este proyecto de investigación. Además, se disminuye el tiempo de respuesta en las mediciones, ya que la medición puede ser en línea a diferencia de otros equipos como el HPLC, el cual requiere un tiempo elevado de procesamiento de la muestra. Por otro lado, el sensor virtual propuesto, solo necesita las variables de uno de los gases presentes en el biogás para estimar las variables (sustrato, biomasa, CH_4 , CO_2) en un biodigestor.

Técnica utilizada	VARIABLES DISPONIBLES	VARIABLES MEDIDAS	Ventajas	Desventajas
Estimador por modos deslizantes	Flujo de salida CH_4 .	Concentración VFA.	Robustez ante perturbaciones y dinámicas no modeladas.	Error en estado estacionario.
Redes neuronales.	Biomasa.	Sustrato, biomasa.	Necesita ningún conocimiento previo sobre la tasa de crecimiento cinético.	Necesita datos experimentales para entrenar adecuadamente a la red neuronal.
Filtro de Kalman.	Biomasa.	Sustrato.	Depende fuertemente de la precisión del modelo, problemas numéricos y dificultad para la convergencia	Alto coste computacional.
Observador adaptativo.	Tasa de crecimiento específica y la concentración celular.	Sustrato.	No requiere ningún tipo de descripción analítica de la tasa de crecimiento específica.	Necesita un análisis teórico adecuado de las propiedades del modelo.
Estimador propuesto.	CH_4, CO_2	Biomasa, Sustrato.	Bajo coste computacional, convergencia en tiempos cortos	Depende del modelo. No es robusto ante perturbaciones.

Tabla 5.7: Comparación de estimadores aplicados en bioprocesos [1].

Aplicación de los soft sensors	Dispositivos de medición	Modelos	Referencias
Estimación de μ para control.	Analizadores de gases para O_2 y CO_2 .	Balance de masa.	[83, 84]
estimación de μ con base en el valorante.	Electrodo de pH, volumen de valoración.	Balance de masa.	[85]
μ y q_p estimación.	NIR, HPLC en línea.	Balance de masa	[86]
Estimadores/Observadores			
Observador propuesto.	Sensores de CH_4 y CO_2 .	Balance de masa.	Este trabajo de investigación.
Estimación mediante balances macroscópicos: estimación de coeficientes estequiométricos.	Analizadores de gases para O_2 , CO_2 , valoración, concentración de sustrato, composición de biomasa(Fuera de línea).	Balances de masa, balances elementales, modelos no estructurados.	[87]
Filtro Kalman extendido para biomasa, concentraciones de sustrato y producto, estimación de rendimiento y tasa de crecimiento.	Analizadores de gas para O_2 y CO_2 , así como medición de la tasa de absorción de nitrógeno.	Balances de masa dinámicos, modelos no estructurados.	[87]
Observador asintótico para estimar la fuente de C, N, biomasa, producto.	Sonda de O_2 disuelta, flujo $O_{2,in}$, flujo $O_{2,in}$, flujo $O_{2,out}$, volumen, entrada de fructosa y concentración de nitrógeno (fuera de línea).	Balances de componentes dinámicos.	[87]
Detección en línea de masa celular, células viables, glucosa, amoníaco, acetato y producto interno celular.	Analizadores de gases para O_2 y CO_2 , impedancia de radiofrecuencia, espectroscopia de fluorescencia 2D, FIA, HPLC.	Balances de masa dinámicos, PCA, ICA, MISO, MIMO, ANN.	[88, 89]

Tabla 5.8: Aplicación de los soft-sensors.

Dispositivo de medición	Ejemplo de análisis o variables de estado	Costo
Sensores <i>in situ</i>/analizadores:		
Sondas/ Sensores físicos <i>in situ</i> .	Presión, temperatura, pesos, caudales volumétricos o máscos.	3,597.24 MXN
Electrodos		
Sondas NIR/MIR <i>in situ</i> .	Componentes los medios, biomasa.	
Fluorimetría de longitud de onda múltiple	NADA(P), amino ácidos.	
Turbidimetría	Biomasa	
impedancia de radiofrecuencia	Biomasa, visibilidad de las células.	
Sensor propuesto	CO_2 , CH_4 .	1500 MXN
Sensores/Analizadores en línea		
Cromatografía líquida de alta resolución (HPLC).	Componentes de los medios (ácidos orgánicos, aminoácidos, sacáridos), proteínas recombinantes	1,028,430.23 -
Análisis de inyección de flujo (FIA).	Componente de los medios, productos extracelulares.	5,000,000 MXN
Biosensor a base de electrodos.	Sustratos enzimáticos.	
Biosensor de base inmunológica.	Antígenos(Por ejemplo. proteínas).	
Analizador de difusión de flujo.	Glucosa, metanol.	
Microscopía en línea.	Análisis de imagen.	
Contador de Coulter.	Numero de células, distribución del tamaño de células.	
Análisis de gases de salida		
Analizadores de oxígeno paramagnéticos.	O_2 .	5,000,000 -
Fotometría de absorción infrarroja.	CO_2 .	50,000,000
Cromatografía de gases.	CO_2 , CH_4 , componentes volátiles.	MXN
Espectrómetros de masas.	Componentes de bajo peso molecular.	
Detectores de ionización de llama.	CH_3-OH , CH_4 .	
Nariz electrónica.	Volátiles microbianos (etanol, sulfuros), infecciosos.	

Tabla 5.9: Dispositivos de medición utilizado por los soft-sensors [5].

Capítulo 6

Conclusiones

- El modelo cinético propuesto tiene la capacidad de predecir el comportamiento de las variables de estado en un biodigestor experimental en operación por lotes y continuo.
- El modelo propuesto tiene propiedades de observabilidad local basados en el criterio de matriz de observabilidad.
- El estimador de estado basado en el modelo tiene la capacidad de predecir la concentración de sustrato, biomasa y metano utilizando la salida de CO_2 .
- El estimador propuesto tiene un mejor índice de desempeño que el estimador de Luenberger y el estimador por modos deslizantes.
- El estimador propuesto presentó propiedades de robustez bajo simulación numérica.
- Se instrumentó y calibró un sensor de CO_2 y CH_4 que se puede utilizar para monitorear biodigestores.
- El sensor propuesto puede ser utilizado como señal de entrada para un sensor virtual.

Capítulo 7

Trabajo futuro

Se pretende la implementación del estimador que responda de mejor manera para poder construir un sensor virtual, esto conlleva a utilizar material que sea accesible para estudiantes o investigadores, el sensor virtual o estimador de estado necesita al menos tener la medición física del proceso esta puede ser por ejemplo el metano producido, el dióxido de carbono o el sulfuro de hidrógeno, por ello se tiene en cuenta los materiales que serán vistos en las siguientes subsecciones, asimismo se menciona el método para calibrar dicho sensor, del que depende la eficacia del estimador de estado.

Bibliografía

- [1] Fabián A Ortega, Omar A Pérez, and Emiro A López. Comparación del desempeño de estimadores de estado no lineales para determinar la concentración de biomasa y sustrato en un bioproceso. *Información tecnológica*, 26(5):35–44, 2015.
- [2] A Iratni, R Katebi, and M Mostefai. On-line robust nonlinear state estimators for nonlinear bioprocess systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 17(4):1739–1752, 2012.
- [3] Mohamed Mahmoud ALI, DIA Nourou, Boudy BILAL, and Mamoudou NDONGO. Theoretical models for prediction of methane production from anaerobic digestion: A critical review. *International Journal of Physical Sciences*, 13(13):206–216, 2018.
- [4] Aidan Ware and Niamh Power. Modelling methane production kinetics of complex poultry slaughterhouse wastes using sigmoidal growth functions. *Renewable Energy*, 104:50–59, 2017.
- [5] Reiner Luttmann, Daniel G Bracewell, Gesine Cornelissen, Krist V Gernaey, Jarka Glassey, Volker C Hass, Christian Kaiser, Christian Preusse, Gerald Striedner, and Carl-Fredrik Mandenius. Soft sensors in bioprocessing: a status report and recommendations. *Biotechnology journal*, 7(8):1040–1048, 2012.
- [6] P Venkateswara Rao, Saroj S Baral, Ranjan Dey, and Srikanth Mutnuri. Biogas generation potential by anaerobic digestion for sustainable energy development in india. *Renewable and sustainable energy reviews*, 14(7):2086–2094, 2010.
- [7] Ye Chen, Jay J Cheng, and Kurt S Creamer. Inhibition of anaerobic digestion process: a review. *Bioresource technology*, 99(10):4044–4064, 2008.
- [8] Peter Weiland. Biogas production: current state and perspectives. *Applied microbiology and biotechnology*, 85(4):849–860, 2010.
- [9] Hamed M El-Mashad and Ruihong Zhang. Biogas production from co-digestion of dairy manure and food waste. *Bioresource technology*, 101(11):4021–4028, 2010.

-
- [10] Duc Nguyen, Venkataramana Gadhamshetty, Saoharit Nitayavardhana, and Samir Kumar Khanal. Automatic process control in anaerobic digestion technology: A critical review. *Bioresource technology*, 193:513–522, 2015.
- [11] M Sbarciog, Mia Loccufier, and Erik Noldus. Determination of appropriate operating strategies for anaerobic digestion systems. *Biochemical engineering journal*, 51(3):180–188, 2010.
- [12] Jegathambal Palanichamy and Sundarambal Palani. Simulation of anaerobic digestion processes using stochastic algorithm. *Journal of Environmental Health Science and Engineering*, 12(1):121, 2014.
- [13] Khadidja Chaib Draa, Ali Zemouche, Marouane Alma, Holger Voos, and Mohamed Darouach. Nonlinear observer-based control with application to an anaerobic digestion process. *European Journal of Control*, 45:74–84, 2019.
- [14] Gerardo Lara-Cisneros, Ricardo Aguilar-López, Denis Dochain, and Ricardo Femat. On-line estimation of vfa concentration in anaerobic digestion via methane outflow rate measurements. *Computers & Chemical Engineering*, 94:250–256, 2016.
- [15] Julie Jimenez, Eric Latrille, Jérôme Harmand, Angel Robles, José Ferrer, Daniel Gaida, Christian Wolf, Francis Mairet, Olivier Bernard, Victor Alcaraz-Gonzalez, et al. Instrumentation and control of anaerobic digestion processes: a review and some research challenges. *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology*, 14(4):615–648, 2015.
- [16] Pablo A López Pérez, M Isabel Neria-González, and Ricardo Aguilar López. Increasing the bio-hydrogen production in a continuous bioreactor via nonlinear feedback controller. *international journal of hydrogen energy*, 40(48):17224–17230, 2015.
- [17] D Cecil and M Kozłowska. Software sensors are a real alternative to true sensors. *Environmental Modelling & Software*, 25(5):622–625, 2010.
- [18] Patrick Sagmeister, Patrick Wechselberger, Mohammadhadi Jazini, Andrea Meitz, Timo Langemann, and Christoph Herwig. Soft sensor assisted dynamic bioprocess control: Efficient tools for bioprocess development. *Chemical Engineering Science*, 96:190–198, 2013.
- [19] Emil Petre, Dan Selișteanu, and Dorin Șendrescu. Adaptive and robust-adaptive control strategies for anaerobic wastewater treatment bioprocesses. *Chemical engineering journal*, 217:363–378, 2013.

-
- [20] Xavier Hulhoven, A Vande Wouwer, and Ph Bogaerts. Hybrid extended luenberger-asymptotic observer for bioprocess state estimation. *Chemical engineering science*, 61(21):7151–7160, 2006.
- [21] F Deza, D Bossanne, E Busvelle, JP Gauthier, and D Rakotopara. Exponential observers for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(3):482–484, 1993.
- [22] Hassan K Khalil. High-gain observers in nonlinear feedback control. In *2008 International Conference on Control, Automation and Systems*, pages xlvii–lvii. IEEE, 2008.
- [23] Ph Bogaerts and A Vande Wouwer. Software sensors for bioprocesses. *ISA transactions*, 42(4):547–558, 2003.
- [24] Philippe Bogaerts. A hybrid asymptotic-kalman observer for bioprocesses. *Bio-process Engineering*, 20(3):249–255, 1999.
- [25] C Meyer A Stuhlsatz J Lippel T Back M Bongards S McLoone D Gaida, C Wolf. State estimation for anaerobic digesters using the adm1. *Water Science & Technology*, 66(5):1088–1095, 2012.
- [26] Edwin Eyner Toala Moreira. Diseño de un biodigestor de polietileno para la obtención de biogás a partir del estiércol de ganado en el rancho verónica. B.S. thesis, 2014.
- [27] Samir Kumar Khanal. *Anaerobic biotechnology for bioenergy production: principles and applications*. John Wiley & Sons, 2011.
- [28] L John Fry, Richard Merrill, et al. *Methane digesters for fuel gas and fertilizer*. New Alchemy Institute Hatchville, MA, 1973.
- [29] Satoto Endar Nayono and M Eng. Anaerobic digestion of organic solid waste for energy production.
- [30] Hinrich Hartmann and Birgitte Kiær Ahring. Strategies for the anaerobic digestion of the organic fraction of municipal solid waste: an overview. *Water science and technology*, 53(8):7–22, 2006.
- [31] Nicholas Korres, Pdraig O’Kiely, John AH Benzie, and Jonathan S West. *Bio-energy production by anaerobic digestion: using agricultural biomass and organic wastes*. Routledge, 2013.

- [32] Geert Lissens, Philippe Vandevivere, L De Baere, EM Biey, and Willy Verstraete. Solid waste digestors: process performance and practice for municipal solid waste digestion. *Water science and technology*, 44(8):91–102, 2001.
- [33] L Luning, EHM Van Zundert, and AJF Brinkmann. Comparison of dry and wet digestion for solid waste. *Water science and technology*, 48(4):15–20, 2003.
- [34] Charles J Banks and Edward I Stentiford. Biodegradable municipal solid waste: biotreatment options. In *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Waste and Resource Management*, volume 160, pages 11–18. Thomas Telford Ltd, 2007.
- [35] P Vandevivere, L De Baere, and Willy Verstraete. Types of anaerobic digester for solid wastes. In *Biomethanization of the organic fraction of municipal solid wastes*, pages 111–140. Iwa Publishing, 2003.
- [36] Gabriel Moncayo Romero. Biodigestores-manual práctico de diseño. *Quito: Aqua limpia Beraten de Ingenieure*, 2013.
- [37] G Lyberatos and IV Skiadas. Modelling of anaerobic digestion—a review. *Global Nest Int J*, 1(2):63–76, 1999.
- [38] John F Andrews. Dynamic model of the anaerobic digestion process. *Journal of the Sanitary Engineering Division*, 95(1):95–116, 1969.
- [39] Damien J Batstone, J Keller, Irimi Angelidaki, SV Kalyuzhnyi, SG Pavlostathis, A Rozzi, WTM Sanders, H Siegrist, and VA Vavilin. The iwa anaerobic digestion model no 1 (adm1). *Water Science and technology*, 45(10):65–73, 2002.
- [40] Hyeong-Seok Jeong, Chang-Won Suh, Jae-Lim Lim, Sang-Hyung Lee, and Hang-Sik Shin. Analysis and application of adm1 for anaerobic methane production. *Bioprocess and biosystems engineering*, 27(2):81–89, 2005.
- [41] R Belmonte-Izquierdo, Salvador Carlos-Hernandez, and Edgar N Sánchez. A new neural observer for an anaerobic bioreactor. *International Journal of Neural Systems*, 20(01):75–86, 2010.
- [42] Gildas Besançon. *Nonlinear observers and applications*, volume 363. Springer, 2007.
- [43] Harold Goldberg. What is virtual instrumentation? *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 3(4):10–13, 2000.
- [44] Masoud Soroush. Nonlinear state-observer design with application to reactors. *Chemical Engineering Science*, 52(3):387–404, 1997.

-
- [45] David Luenberger. An introduction to observers. *IEEE Transactions on automatic control*, 16(6):596–602, 1971.
- [46] Rudolph Emil Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 82(1):35–45, 1960.
- [47] Adilson Jose de Assis and Rubens Maciel Filho. Soft sensors development for on-line bioreactor state estimation. *Computers & Chemical Engineering*, 24(2-7):1099–1103, 2000.
- [48] Yuri Shtessel, Christopher Edwards, Leonid Fridman, and Arie Levant. *Sliding mode control and observation*. Springer, 2014.
- [49] David G Luenberger. Observing the state of a linear system. *IEEE transactions on military electronics*, 8(2):74–80, 1964.
- [50] David Luenberger. Observers for multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(2):190–197, 1966.
- [51] Chi-Tsong Chen. *Linear system theory and design*. Oxford University Press, Inc., 1998.
- [52] Vadim Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic control*, 22(2):212–222, 1977.
- [53] Yuzheng Guo and Peng-Yung Woo. An adaptive fuzzy sliding mode controller for robotic manipulators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 33(2):149–159, 2003.
- [54] Jean-Jacques Slotine and S Shankar Sastry. Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators. *International journal of control*, 38(2):465–492, 1983.
- [55] Michael Defoort, Thierry Floquet, Annemarie Kokosy, and Wilfrid Perruquetti. Sliding-mode formation control for cooperative autonomous mobile robots. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(11):3944–3953, 2008.
- [56] Vadim I Utkin and Hao-Chi Chang. Sliding mode control on electro-mechanical systems. *Mathematical problems in Engineering*, 8, 2009.
- [57] Wilfrid Perruquetti and Jean-Pierre Barbot. *Sliding mode control in engineering*. CRC press, 2002.

- [58] Sergey Drakunov and Vadim Utkin. Sliding mode observers. tutorial. In *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pages 3376–3378. IEEE, 1995.
- [59] Denis Dochain. State and parameter estimation in chemical and biochemical processes: a tutorial. *Journal of process control*, 13(8):801–818, 2003.
- [60] R Aguilar-López, PA López-Pérez, MI Neria-González, and AR Domínguez-Bocanegra. Observer based adaptive model for a class of aerobic batch bioreactor. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 9(1):29–35, 2010.
- [61] PA López Pérez, MI Neria González, MR Pérez García, and R Aguilar López. Concentrations monitoring via software sensor for bioreactors under model parametric uncertainty: application to cadmium removal in an anaerobic process. *Alexandria Engineering Journal*, 55(2):1893–1902, 2016.
- [62] Alain Rapaport and Denis Dochain. A robust asymptotic observer for systems that converge to unobservable states—a batch reactor case study. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 65(6):2693–2699, 2019.
- [63] Ricardo Aguilar-López, Ricardo Acevedo-Gómez, María Isabel Neria González, and Alma Rosa Domínguez-Bocanegra. State variables monitoring using a class of nonlinear observer based estimator, applied to continuous bio-system. *Journal of applied research and technology*, 6(3):147–158, 2008.
- [64] Silvina Biagiola and Jorge Solsona. State estimation in batch processes using a nonlinear observer. *Mathematical and Computer Modelling*, 44(11-12):1009–1024, 2006.
- [65] Donald R Coughanowr, Lowell B Koppel, et al. *Process systems analysis and control*, volume 491. McGraw-Hill New York, 1965.
- [66] David Angeli, Patrick De Leenheer, and Eduardo D Sontag. A petri net approach to the study of persistence in chemical reaction networks. *Mathematical biosciences*, 210(2):598–618, 2007.
- [67] Víctor Manuel Trejos Montoya, Javier Fontalvo Alzate, and Miguel Ángel Gómez García. Descripción matemática y análisis de estabilidad de procesos fermentativos. *DYNA vol 76 n° 157 (2009): revista de la Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín*, 76(158):111–121, 2009.
- [68] L Kopec, A Kopec, and Jakub Drewnowski. The application of monod equation to denitrification kinetics description in the moving bed biofilm reactor (mbbr).

- International Journal of Environmental Science and Technology*, 16(3):1479–1486, 2019.
- [69] M Fedailaine, K Moussi, M Khitous, S Abada, M Saber, and N Tirichine. Modeling of the anaerobic digestion of organic waste for biogas production. *Procedia Computer Science*, 52:730–737, 2015.
- [70] Fernando A Cuevas Ortiz, Pablo A Loópez-Peérez, Ricardo Femat, Gerardo Lara-Cisneros, and Ricardo Aguilar-Loépez. Regulation of a class of continuous bioreactor under switching kinetic behavior: Modeling and simulation approach. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 54(4):1326–1332, 2015.
- [71] Pablo Antonio López Pérez, M Isabel Neria González, and Ricardo Aguilar López. Cadmium concentration stabilization in a continuous sulfate reducing bioreactor via sulfide concentration control. *Chemical Papers*, 67(3):326–335, 2013.
- [72] PA López-Pérez, MI Neria-González, and R Aguilar-López. Nonlinear controller design with application to a continuous bioreactor. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 47(5):585–592, 2013.
- [73] Edwin Darío Cendales Ladino et al. *Producción de biogás mediante la codigestión anaeróbica de la mezcla de residuos cítricos y estiércol bovino para su utilización como fuente de energía renovable*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, 2011.
- [74] Luis Ramiro Miramontes Martínez. *Incorporación del concepto de bioaccesibilidad de sustratos recalcitrantes (estiércol) en el modelado matemático de la producción de biogás*. PhD thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2017.
- [75] Ibrahim M Abu-Reesh. Kinetics of anaerobic digestion of labaneh whey in a batch reactor. *African Journal of Biotechnology*, 13(16), 2014.
- [76] PA López-Pérez, MI Neria-González, and R Aguilar-López. Improvement of activated sludge process using a nonlinear pi controller design via adaptive gain. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 14(1):407–416, 2016.
- [77] Pezhman Kazemi, Jean-Philippe Steyer, Christophe Bengoa, Josep Font, and Jaume Giralt. Robust data-driven soft sensors for online monitoring of volatile fatty acids in anaerobic digestion processes. *Processes*, 8(1):67, 2020.
- [78] Olivier Bernard, Zakaria Hadj-Sadok, and Denis Dochain. Software sensors to monitor the dynamics of microbial communities: application to anaerobic digestion. *Acta Biotheoretica*, 48(3-4):197–205, 2000.

-
- [79] Chi-Tsong Chen. Linear system theory and design, holt. *Rinhardt and Winston, Orlando*, 1984.
- [80] Denis Dochain and Libei Chen. Local observability and controllability of stirred tank reactors. *Journal of Process Control*, 2(3):139–144, 1992.
- [81] Gerardo Lara-Cisneros and Denis Dochain. Software sensor for online estimation of the vfa’s concentration in anaerobic digestion processes via a high-order sliding mode observer. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 57(42):14173–14181, 2018.
- [82] Mondher Farza, Hassan Hammouri, Sami Othman, and K Busawon. Nonlinear observers for parameter estimation in bioprocesses. *Chemical Engineering Science*, 52(23):4251–4267, 1997.
- [83] Thorsten Peuker, Michael Riedel, Christian Kaiser, Andree Ellert, Kai Lenz, Olaf Elsholz, and Reiner Luttmann. At-line determination of glucose, ammonia, and acetate in high cell density cultivations of escherichia coli. *Engineering in life sciences*, 4(2):138–143, 2004.
- [84] Payal Roychoudhury, Ronan O’Kennedy, Brian McNeil, and Linda M Harvey. Multiplexing fibre optic near infrared (nir) spectroscopy as an emerging technology to monitor industrial bioprocesses. *Analytica chimica acta*, 590(1):110–117, 2007.
- [85] Heléne Sundström and Sven-Olof Enfors. Software sensors for fermentation processes. *Bioprocess and biosystems engineering*, 31(2):145–152, 2008.
- [86] Graham C Goodwin. Predicting the performance of soft sensors as a route to low cost automation. *Annual Reviews in Control*, 24:55–66, 2000.
- [87] Matthew Scarff, S Alison Arnold, Linda M Harvey, and Brian McNeil. Near infrared spectroscopy for bioprocess monitoring and control: current status and future trends. *Critical Reviews in Biotechnology*, 26(1):17–39, 2006.
- [88] DG Bracewell, RA Brown, and M Hoare. Addressing a whole bioprocess in real-time using an optical biosensor-formation, recovery and purification of antibody fragments from a recombinant e. coli host. *Bioprocess and biosystems engineering*, 26(4):271–282, 2004.
- [89] Christopher A Sellick, Rasmus Hansen, Roger M Jarvis, Arfa R Maqsood, Gill M Stephens, Alan J Dickson, and Royston Goodacre. Rapid monitoring of recombinant antibody production by mammalian cell cultures using fourier transform infrared spectroscopy and chemometrics. *Biotechnology and bioengineering*, 106(3):432–442, 2010.

Apéndice A

Sensores

A.1. ESP32

Las especificaciones técnicas de la placa ESP32 se muestran a continuación:

- Procesador dual core Xtensa® LX6 de 32 bits.
- Velocidad de reloj: entre 160Mhz y 240Mgz.
- 520 Kb de memoria RAM.
- Wi-Fi integrado.
- Bluetooth 4.2 a 2.4 Ghz.
- 36 GPIO pins.
- 16 x ADC de 12 bits de resolución y se pueden programar con límite de entrada a 1V, 2 V y 4V.
- 2 x Digital to Analog converter DAC de 8 bits.
- Se pueden definir hasta 16 canales PWM.
- 2 x UART o puertas serie.
- 2 x canales I^2C .
- 2 x canales I^2S .
- 4 x canales SPI.

A.2. Infraestructura del sensor

Para la construcción del sensor se utilizará una placa de prototipos (Protoboard), la placa ESP32 y el módulo sensor MQ-4 (Este puede ser substituido por cualquier

módulo de la familia MQ), en la siguiente imagen podemos observar el esquema de conexión.

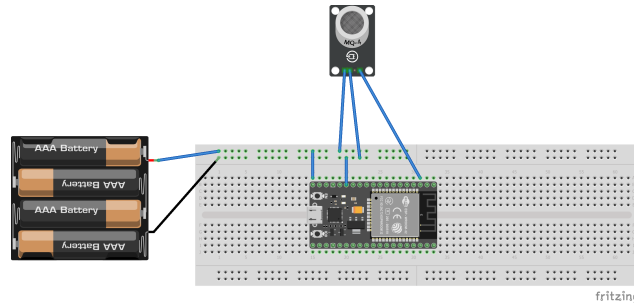


Figura A.1: Conexión entre módulo MQ y la placa ESP32.

Tanto el sensor como la placa necesitan ser alimentadas por 5v de DC. El módulo sensor puede enviar dos tipos de señales: Digital y analógica. La señal digital indica la presencia o no del gas con una concentración determinada y la señal analógica nos da como resultado una variación de voltaje dependiendo de cuanto gas haya en el ambiente, que es lo que se necesita para este caso de estudio, por lo mismo se utilizará la entrada analógica de la placa para poder recibir los datos proporcionado por el módulo sensor, estas variaciones las recibe la placa en un rango de 0 a 3.3v con una resolución de 12 bit (4096 muestras). Esto nos indicara cuánto hay de gas con una concentración que va entre las 200 ppm hasta 10000 ppm.

Se realizó un modelo para poder contener los sensores y que su implementación sea más sencilla para el usuario (Aún faltan detalles para terminarlo) para esto se utilizó el Software CAD SolidWorks.

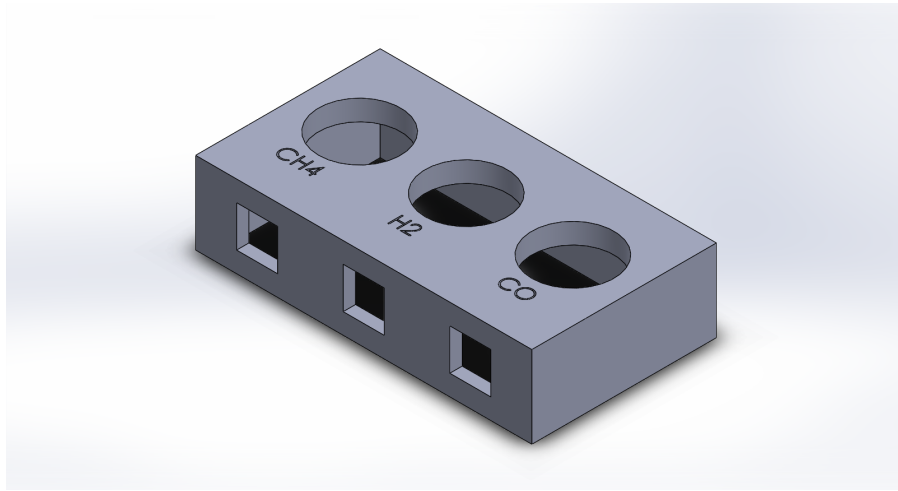
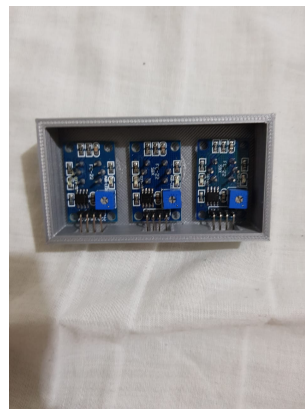


Figura A.2: Encapsulado de los sensores

Se hizo de esta manera para que en caso de tener más de un sensor se puedan contener en una sola estructura. Ahora para llevar el diseño a la aplicación se utilizó una impresora 3D, la cual nos permite tomar cualquier modelo y crear su representación física del mismo, teniendo como resultado el siguiente prototipo.



(a) Vista trasera



(b) Vista frontal

Figura A.3: Encapsulado de los sensores

Se pretende mejorar el diseño para poder tener todo en una solo encapsulado, junto con la placa ESP32 así poder hacer más practico el montaje del sensor.

A.3. Funcionamiento del sensor

Se pretende realizar la implementación del estimador que responda de mejor manera para poder realizar un sensor virtual, esto conlleva a utilizar material que sea accesible para estudiantes o investigadores, como se ha mencionado anteriormente el sensor virtual o estimador de estado necesita al menos tener la medición física del proceso esta puede ser por ejemplo el metano producido, el dióxido de carbono o el sulfuro de hidrógeno, por ello se tiene en cuenta los materiales que serán vistos en las siguientes subsecciones, asimismo se menciona el método para calibrar dicho sensor, debió a que de este depende la eficacia del estimador de estado.

A.4. ESP32

La tarjeta ESP32 la cual está pensada para el IoT lo que mejora la integración de tecnología inalámbrica, como el Wi-Fi y el Bluetooth, al estar integrado dentro del chip logra hacer más práctico la placa a esto se agrega el tamaño (equivalente a un Arduino nano) hace que sea una opción más práctica para la implementación de proyectos que requieran un espacio reducido y estético. El ESP32 es una placa de desarrollo que contiene un SoC que consiste en contener todos o gran parte de los elementos de una computadora o cualquier otro sistema informático o electrónico en un único circuito integrado o chip; como lo podrían ser la memoria RAM, entradas y salidas analógicas y digitales. Estos sistemas tienen la ventaja de tener un bajo consumo energético. En (A.1) se muestran las especificaciones de la placa.

La gran ventaja de esta placa recae mayormente en la cantidad de entradas con las que cuenta, en la Figura A.4 se puede observar con más detalles todas las entradas y las configuraciones que estas ofrecen.

DOIT ESP32 DEVKIT V1

PINOUT

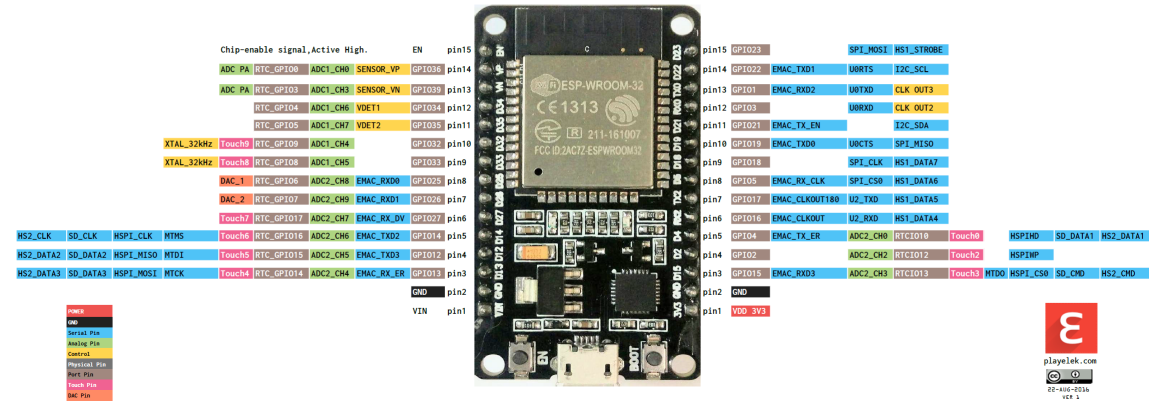


Figura A.4: ESP32 DevKit v1 pinout

En el caso de específico de este trabajo se utilizará las entradas (DAC) ya que se encargan de recibir la señal analógica del módulo sensor MQ-4. Como se puede observar en la lista de especificaciones este la resolución de este módulo es de 12 (bits), esto sumando a que la arquitectura de 32 (bit)s. Una de las características más atractivas de las antes mencionadas es el hecho de que la placa cuenta con un módulo bluetooth y un módulo Wi-Fi integrado, lo cual mejora la transmisión de los datos a otros dispositivos, como lo puede ser una computadora o un Smartphone.

A.5. Módulo MQ

El módulo MQ-4 cuenta con un micro tubo cerámico de alúmina (Al_2O_3) y una capa sensitiva de dióxido de estaño (S_nO_2). En otros modelos de la familia MQ el material de la capa sensitiva cambia para dar la sensibilidad a otros tipos de gases. El electrodo de medición y el calefactor proporcionan las condiciones necesarias para el trabajo de los componentes sensibles. La medición ocurre cuando el gas queda atrapado dentro de la rejilla y reacciona con el tubo cerámico el cual hace que la resistencia del circuito aumente dando así el valor de la concentración del gas. Estos sensores tienen la particularidad de ser muy económicos y que cuentan con una rápida respuesta.

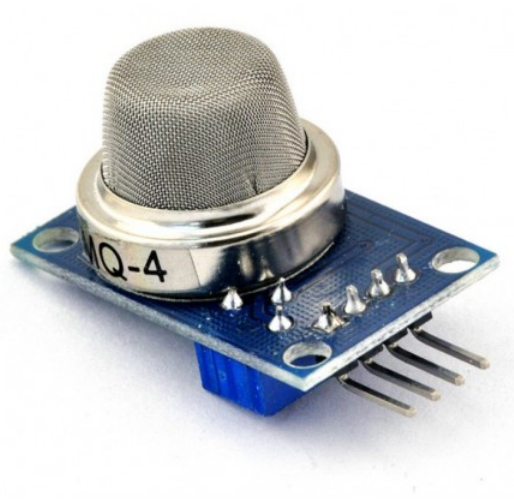


Figura A.5: Módulo sensor MQ-4.

A.6. Funcionamiento del sensor

Para poder crear el conjunto del sensor se utilizará la placa ESP32 y los módulos MQ como sensores de gases. Los cuales se conectan como se muestra en el siguiente diagrama:

La medición de la concentración del metano se ajusta mediante una resistencia de carga R_L , el calefactor llevara una conexión a 5v para que pueda operar, se alimentara aparte para poder tener la mejor medición posible.

Para la conexión se utilizarán los pines analógicos A0 GPIO 33 para realizar la medición de la diferencia de potencial en los pines de salida del módulo sensor y la programación se ha realizado en el software (LabVIEW). Para la creación de la interfaz con el usuario y el (IDE) de Arduino para el procesamiento de datos en la placa el cual con ayuda del módulo bluetooth se tendrá la comunicación entre la Pc y la placa.

Para obtener la medición de la concentración de metano se siguen los siguientes pasos en la programación:

- Se convierten los valores analógicos del pin A0 a una medida de voltaje.
- Se calcula la resistencia R_s que nos indica la resistencia en el sensor en presencia del gas metano.
- Se calcula la relación de $\frac{R_s}{R_s \text{ del aire}}$ (Resistencia en el sensor en presencia del gas metano / Resistencia en el sensor en presencia del aire).
- Se obtiene el valor (ppm) en una escala lineal de acuerdo a la relación calculada en el punto anterior.
- Se convierte el valor (ppm) a una escala logarítmica.
- Se convierte el valor (ppm) a porcentaje de CH_4 en el aire.

Para todo esto se utilizó como guía la programación en Arduino para el sensor MQ-4 obtenida de ejemplos en la comunidad de Arduino.

Con estas mediciones realizadas por nuestro sensor, se pretende realizar la estimación de parámetros para los que no se cuenta un sensor, usando un observador estimador no lineal que se alimentará con la entrada del sensor de bajo costo.

A.6.1. Calibración del sensor

Para el proceso de calibración se utilizaron diferentes muestras tomadas por una sonda de CO_2 y relacionándolas con las medidas mostradas por el módulo MQ con el algoritmo de mínimos cuadrados. proceso que se describe a continuación.

El método de mínimos cuadrados es utilizado para la parametrización de sensores dando como resultado un polinomio que describe el comportamiento del sensor, y está definido de la siguiente manera para un sistema SISO:

Sea un sistema de medición SISO de la forma:

$$y_i = Mx_i + N \quad (\text{A.1})$$

para $i = 1, 2, \dots, n$ muestras, la estimación de los coeficientes M y N se define por:

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}$$

donde y es la salida & x la entrada. siendo este el caso más simple que aproxima a una recta, si se desea mejorar la parametrización se puede utilizar el algoritmo de grado superior dado para n -mediciones se define por una aproximación polinomial:

$$y_i = a_m x_i^m + a_{m-1} x_i^{m-1} + \dots + a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0$$

La regresión de los coeficientes $a_k \quad k = 1, 2, 3, a, \dots, m$, se define por

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_m \\ \vdots \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^{2m} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{m+2} & \sum_{i=1}^n x_i^{m+1} & \sum_{i=1}^n x_i^m \\ \vdots & \ddots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n x_i^{m+2} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^{m+1} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^m & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i & n \end{bmatrix}}_{S^{-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i x_i^m \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}}_Y$$

Con S^{-1} no singular para $n = 2m$ número mínimo de mediciones.

Como primera calibración se utilizaron los datos proporcionados por la hoja de datos del sensor, estos datos nos dan una idea de cómo se debería comportar el sensor los datos están mostrados en la siguiente tabla:

Concentración (ppm)	Resistencia R_s/R_0
200	1.8
300	1.6
500	1.4
800	1.1
1000	1
2000	0.79
3000	0.68
5000	0.59
7000	0.5
10000	0.35

Tabla A.1: Datos de prueba

Con estos datos se aplica el algoritmo de mínimos cuadrados para caracterizar el sensor para este caso se utilizaron el algoritmo de primer grado y de quinto grado para seleccionar cual era el que mejor se ajustaba a los valores proporcionados. en la siguiente figura mostramos la aproximación obtenida por el algoritmo de primer grado

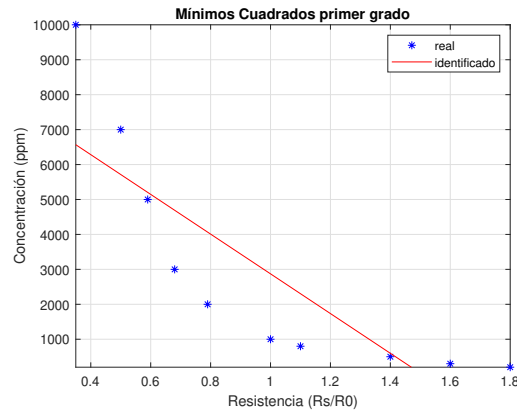


Figura A.6: Respuesta del algoritmo de primer grado

Como se puede observar el algoritmo de primer grado, se aproxima a una línea recta por lo tanto la aproximación no se realiza de manera correcta debido a que los datos obtenidos tienen una forma diferente a una línea recta.

Ahora se muestra el algoritmo de quinto grado.

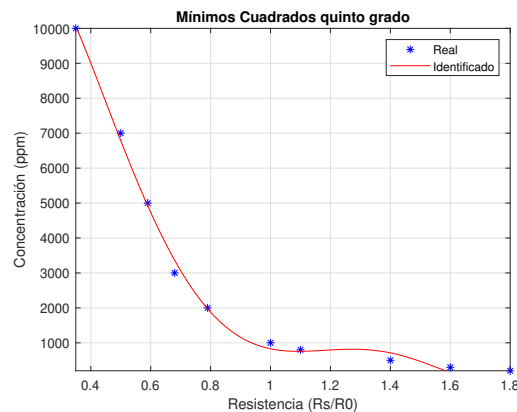


Figura A.7: Respuesta del algoritmo de quinto grado.

Y para este caso el comportamiento del algoritmo tiene más similitud con las muestras tomadas por lo cual tendrá una mejor caracterización, por lo cual se utilizan

los coeficientes obtenidos por el algoritmo para construir el polinomio que representa el comportamiento del sensor los cuales son los siguientes:

a_0	$8.863152555487748 e^{+03}$
a_1	$4.696522688472391 e^{+04}$
a_2	$-1.944975271307188 e^{+05}$
a_3	$2.414530821540368 e^{+05}$
a_4	$-1.256669450302607 e^{+05}$
a_5	$2.371184194478921 e^{+04}$

Tabla A.2: Parámetros obtenido del algoritmo de mínimos cuadrados.

Teniendo como resultado el siguiente polinomio

$$Y = 23711.8419x^5 + -125666.9450x^4 + 241453.0821x^3 + 46965.2268x^2 + x^1 + 8863.1525$$

Que será programado en la placa.

Seguido a esto la implementación se realizó como se muestra en el diagrama A.1

Apéndice B

Códigos de programación

B.1. Programación del sensor de metano

Para el sensor se aprovechó la compatibilidad que tiene la placa ESP32 con el IDE de Arduino para poder realizar la programación de esta en ese entorno de desarrollo lo cual nos facilita algunas librerías ya constituidas para Arduino como lo es `BluetoothSerial.h` la cual nos permite aprovechar el módulo bluetooth integrado en la placa, a continuación, se tiene el código utilizado para la recepción de datos en la placa:

```
//Sensor MQ-4 Metano
#include "BluetoothSerial.h" //libreria Bluetooth
int gas_sensor = 34; //Sensor pin
float m = -0.368; //pendiente
float b = 1.104; //Y-intercepcion
float R0 = 11.820; //resistencia del sensor en aire puro
BluetoothSerial SerialBT;
void setup() {
  Serial.begin(115200); //Baud rate
  SerialBT.begin("Sensor CH4");
  pinMode(gas_sensor, INPUT); // pin como entrada
}
void loop() {
  float sensor_volt;
  float RS_gas;
  float ratio;
  float sensorValue = analogRead(gas_sensor);
  sensor_volt = 0;
  ratio = 0;
```

```
RS_gas = 0;
sensor_volt = sensorValue*(3.3/4096);
RS_gas = ((3.3*10.0)/sensor_volt)-1.14;
ratio = RS_gas/R0; // Obtiene la relacion RS_gas/RS_air
double ppm_log = (log10(ratio)-b)/m;
double ppm = pow(10, ppm_log);
double porcentaje = ppm/10000; //convierte a porcentaje
Serial.print("ppm = "); //muestra los datos
Serial.println(ppm);
SerialBT.print(ppm);
SerialBT.print(" ppm");
SerialBT.print(" ; ");
SerialBT.print(porcentaje);
SerialBT.print(" % ");
SerialBT.print("; ");
SerialBT.print(sensorValue);
SerialBT.println(" mV ");
delay(1000);
}
```

Para el cual primero se declaran las librerías y variables que se utilizarán, seguido a esto se configuran los pines de entrada y el puerto serial que nos permitirá mandar los datos obtenidos a un dispositivo bluetooth. En la parte principal del código lo que se realiza es la conversión del valor leído a una escala de voltaje en este caso se convierte a un máximo de 3.3v que es lo que puede obtener la placa, este valor se divide entre 4096 que corresponde a 12bits de resolución en las entradas analógicas de la placa, una vez que se dispone de este valor se calcula una relación entre el valor de la resistencia interna del sensor en presencia del gas y en aire puro. El sensor no tiene un comportamiento lineal por lo tanto se realiza una aproximación lineal utilizando la tabla de calibración proporcionada en la hoja de datos del dispositivo, por ese motivo se realiza el cálculo en escala logarítmica después de esto se vuelve a una escala lineal para poder visualizar el valor en ppm(partes por millón) y al final de todo se muestran los datos finales en el puerto serie que se encargara de mandarlos vía bluetooth a cualquier dispositivo que pueda leer bluetooth serial.

El valor de PPM será utilizado como la entrada para el observador de Luenberger extendido, por tal motivo la calibración y validación del sensor es un paso de suma importancia ya que si, el sensor envía mediciones erróneas el observador no será capaz de estimar correctamente las variables deseadas.

B.2. Programación del sensor de dióxido de carbono

```
#define          MG_PIN          (36)
#define          BOOL_PIN       (39)
#define          DC_GAIN        (8.5)

#define          READ_SAMPLE_INTERVAL    (50)
#define          READ_SAMPLE_TIMES      (5)

#define          ZERO_POINT_VOLTAGE      (0.322)
#define          REACTION_VOLTAGE       (0.263)

float CO2Curve [3]={2.602,ZERO_POINT_VOLTAGE ,(
    REACTION_VOLTAGE/(2.602-4))};

void setup()
{
    Serial.begin(115200);
    pinMode(BOOL_PIN, INPUT);
    digitalWrite(BOOL_PIN, HIGH);

    Serial.print("MG-811 Demostration\n");
}

void loop()
{
    int porcentaje;
    float volts;

    volts = MGRead(MG_PIN);
    Serial.print( "SEN-00007:" );
    Serial.print(volts);
    Serial.print( "V          " );

    porcentaje = MGGetPorcentaje(volts,CO2Curve);
    Serial.print("CO2:");
```

```
    if (porcentaje == -1) {
        Serial.print( "<400" );
    } else {
        Serial.print(porcentaje);
    }

    Serial.print( "ppm" );
    Serial.print("\n");

    if (digitalRead(BOOL_PIN) ){
        Serial.print( "=====BOOL is HIGH=====" );
    } else {
        Serial.print( "=====BOOL is LOW=====" );
    }

    Serial.print("\n");

    delay(200);
}

float MGRead(int mg_pin)
{
    int i;
    float v=0;

    for (i=0;i<READ_SAMPLE_TIMES;i++) {
        v += analogRead(mg_pin);
        delay(READ_SAMPLE_INTERVAL);
    }
    v = (v/READ_SAMPLE_TIMES) *3.3/4095 ;
    return v;
}

int MGGetPorcentaje(float volts , float *pcurve)
{
    if ((volts/DC_GAIN )>=ZERO_POINT_VOLTAGE) {
        return -1;
    }
}
```

```
    } else {  
        return pow(10, ((volts/DC_GAIN)-pcurve[1])/pcurve[2]+  
                    pcurve[0]);  
    }  
}
```

B.3. Programación de la sonda vernier de dióxido carbono

```
#include "VernierLib.h"  
VernierLib Vernier;  
  
float sensorReading;  
  
void setup() {  
    Serial.begin(9600);  
    Serial.println("CLEAR SHEET");  
    Serial.println("LABEL, Fecha, Hora, CO2");  
    Serial.println("RESET TIMER");  
    Vernier.autoID();  
}  
  
void loop() {  
    sensorReading = Vernier.readSensor(); /  
    Serial.print("DATA, DATE, TIME, ");  
    Serial.print(sensorReading);  
    Serial.print(" ");  
    Serial.println(Vernier.sensorUnits());  
    delay(1000);  
}
```

B.4. Función de MATLAB

```
function dy = bio4(t,y)  
dy=zeros(4,1);
```

```

Ks =150; %251;
Ki = 50; %3506;
Kmax = 2.9; %4355;
Umax = (Kmax*(y(1)/(Ks+y(1)+Ki))*y(2)) ^1.9
Fd=0.0009;
S0 = 30;
Yxs= 3;
Ysx= 0.426;
D = 0.001;
alpha = 0.29;
beta = 0.20;
Yxco2 = 0.67;
Yxch4 = 0.73; %rendimiento

% planta
dy(1) = -(Umax/Ysx) + D*(S0-y(1));
dy(2) = (Umax/Yxs) - Fd*y(2)-y(2)*D;
dy(3) = Umax*Yxco2*(y(3)^alpha)-D*(y(3));
dy(4) = Umax*Yxch4*(y(4)^beta)*y(2) - D*(y(4));
end

```

B.5. Gráfica de la función de MATLAB

```

clc; clear all; close all;

t0 = 0; %Dias
tf = 70;

[T,Y] = ode23s(@bio4,[0 tf], [30 1.0 1.7 1.1]);

figure('Name','[0 45],[2720 26 10.87 3.97 3.6 ] Fr=3000','
        NumberTitle','off')
hold on
subplot(4,1,1);
plot(T,Y(:,1),'-')
xlabel('Tiempo [dias] ')
ylabel('Sustrato [g/L]')

```

```
title('Comportamiento del sustrato')
grid on;

subplot(4,1,2);
plot(T,Y(:,2),'-')
xlabel('Tiempo [dias]')
ylabel('Biomasa [g/L]')
title('Comportamiento de la Biomasa')
grid on;

subplot(4,1,3);
plot(T,Y(:,3),'-')
xlabel('Tiempo [dias]')
ylabel('Dioxido de carbono [g/L]')
title('Comportamiento de CO2')
grid on;

subplot(4,1,4); plot(T,Y(:,4),'-')
xlabel('Tiempo [dias]')
ylabel('Metano [g/L]')
title('Comportamiento de CH4')
grid on;
```