



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE HIDALGO**



INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y SISTEMAS

---

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

**CONTROL ROBUSTO PARA EL SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS DE  
UN HELICÓPTERO MINIATURA DE CUATRO ROTORES.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

**PRESENTA:**

**DANIEL BENITEZ MORALES**

DIRECTORES DE TESIS:

DR. JORGE SAID CERVANTES ROJAS

DR. FILIBERTO MUÑOZ PALACIOS

MINERAL DE LA REFORMA HGO., MÉXICO 30 DE NOVIEMBRE DE 2020



Daniel Benitez Morales

**Control robusto para el  
seguimiento de trayectorias de  
un helicóptero miniatura de  
cuatro rotores.**

*El presente trabajo, fruto del esfuerzo de dos años,  
está dedicado a mis padres y familiares,  
quienes me han educado y enseñado,  
me han dado su cariño y comprensión,  
me han dado los medios para concluir  
de manera exitosa todos mis proyectos.  
Por todo eso y mucho más, gracias.*

Gracias a

**CONACYT** por la beca de Maestría  
otorgada durante el periodo  
Agosto 2017 - Junio 2018.

**CITIS-UAEH**, por la formación  
académica brindada durante el  
posgrado y el apoyo para la  
realización de la presente memoria.

# Agradecimientos

Agradezco primeramente a Dios por darme la oportunidad de estudiar un posgrado en una de las mejores instituciones del país, además de guiar mi camino hacia la investigación.

Agradezco a mi madre Emelia por su constante apoyo para realizar el posgrado, el ánimo que me proporciono siempre durante estos dos años y que sin su apoyo no podría haber estudiado un posgrado. Quien con sus consejos me guio por el buen camino y siempre me aterriza en la tierra. Agradezco a mis hermanos José y Alejandro que me apoyaron dándome consejos cuando tuve los momentos más difíciles durante el posgrado y también compartiéndome sus conocimientos para poder comprender algunos conceptos más rápido que si lo hubiera hecho por mí mismo. Además de apoyarme durante la pandemia del COVID-19 cuando era imposible salir para poder realizar pruebas experimentales y ellos me apoyaron para encontrar un lugar para realizar dichas pruebas experimentales.

Agradezco al CONACYT quien creyó en mí y me proporciona una beca para que pudiera dedicarme 100% a mi tema de tesis. A la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo por permitirme ser un estudiante de esta casa de estudio y tener investigadores que aman esta profesión y que te enseñan a crecer tanto en lo profesional como lo personal.

Agradezco a mi director de tesis el Dr. Jorge Said Cervantes Rojas y codirector de tesis el Dr. Filiberto Muños Palacios quienes creyeron en mí para la realización de este tema de tesis y quienes fueron las principales guías que me apoyaron para poder concluir mi tesis.

Agradezco a mis sinodales quienes siempre apoyaron este tema de tesis proporcionando comentarios que ayudaron a fortalecer este tema de tesis.

Agradezco a mis compañeros de tesis Idael, Juan Pablo, Alejandro, Jhonatan, Oziel, Emmanuel y Olimpo quienes siempre me mostraron ser personas de confianza, quienes apoyaron de una u otra forma en el desarrollo de esta tesis y siempre serán como hermanos para mí.





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO  
 Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería  
 School of Engineering and Basic Sciences  
 Área Académica de Computación y Electrónica  
 Department of Electronics and Computer Science

Mineral de la Reforma, Hgo., a 19 de noviembre de 2020

Número de control: ICBI-AACyE/1214/2020  
 Asunto: Autorización de impresión de tesis.

**M. EN C. JULIO CÉSAR LEINES MEDÉCIGO**  
**DIRECTOR DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH**

Por este conducto le comunico que el comité revisor asignado al Ing. Daniel Benítez Morales, alumno de la Maestría en Ciencias en Automatización y Control, autoriza la impresión del proyecto de tesis titulado "Control robusto para el seguimiento de trayectorias de un helicóptero miniatura de cuatro rotores", bajo la dirección del Dr. Jorge Said Cervantes Rojas y codirección del Dr. Filiberto Muñoz Palacios, en virtud de que se han efectuado las revisiones y correcciones pertinentes.

A continuación, se integran las firmas de conformidad de los integrantes del jurado.

Presidente:	Dr. Benjamín Alfonso Itzá Ortiz	UAEH	
Secretario:	Dr. Hugo Romero Trejo	UAEH	
Vocal 1:	Dr. Jorge Said Cervantes Rojas	UAEH	
Suplente 1:	Dr. Omar Sandre Hernández	UAEH	
Suplente 2:	Dr. Jesús Patricio Ordaz Oliver	UAEH	

Atentamente  
 "Amor, Orden y Progreso"

Dra. Liliam Rodríguez Guerrero  
 Coordinadora de la Maestría en Ciencias  
 en Automatización y Control

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería  
 Área Académica de Computación y Electrónica

LRG/APL

Ciudad del Conocimiento  
 Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5 Colonia  
 Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo,  
 México. C.P. 42184  
 Teléfono: +52 (771) 71 720 00 ext. 2250, 2251  
 Fax 2109  
 aacye\_icbi@uaeh.edu.mx



[www.uaeh.edu.mx](http://www.uaeh.edu.mx)



# Resumen

En la presente tesis se abordará la problemática de la construcción, instrumentación y control de un mini helicóptero de cuatro rotores. Se resolverá el problema del vuelo estacionario, el cual consiste de la estabilización de la aeronave en una altura determinada y la estabilización de los ángulos de alabeo y guiñada. Posteriormente, se tratará el problema relacionado con el control de traslación de la aeronave para el seguimiento de trayectorias. La primera técnica de control a utilizar será un controlador difuso. Finalmente se implementará una técnica de control robusta para tratar con el efecto de perturbaciones externas (ráfagas de viento).



# **Abstract**

This thesis presents problems related to construction, instrumentation and control of quadcopter. It solves the problem of hover; hover is the stabilization of aircraft in a specific altitude and stabilization of roll and pitch angles. After that other important topic is the one that it is related to trajectory-tracking using translation control of aircraft. The first control technique will be a fuzzy controller. Finally, A robust controller will be implemented to deal with external disturbances.



# Índice general

Agradecimientos . . . . .	V
Resumen . . . . .	VII
Abstract . . . . .	IX
Índice general . . . . .	XI
Índice de figuras . . . . .	XIII
Índice de tablas . . . . .	XVI
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.1.1. Descripción del funcionamiento del helicóptero miniatura de cuatro rotores . . . . .	2
1.1.2. Ventajas y desventajas del uso del vehículo miniatura de cuatro rotores . . . . .	6
1.2. Antecedentes . . . . .	7
1.3. Estado del arte . . . . .	8
1.4. Justificación . . . . .	9
1.5. Planteamiento del problema . . . . .	10
1.6. Contribuciones . . . . .	10
1.7. Objetivo . . . . .	11
1.7.1. Objetivos particulares . . . . .	11
1.8. Hipótesis . . . . .	12
<b>2. Modelado Matemático</b>	<b>14</b>
2.1. Transformación de coordenadas . . . . .	14
2.2. Modelado dinámico . . . . .	16
2.3. Conclusiones del capítulo . . . . .	21
<b>3. Estrategia de control</b>	<b>23</b>
3.1. Controlador de orientación . . . . .	23
3.1.1. Controlador nominal orientación . . . . .	26
3.1.2. Compensador robusto de orientación . . . . .	32

3.2.	Controlador de traslación . . . . .	34
3.2.1.	Controlador nominal de z . . . . .	37
3.2.2.	Compensador robusto en z . . . . .	41
3.2.3.	Controlador para x-y . . . . .	41
3.2.4.	Compensador robusto en x-y . . . . .	46
3.3.	Conclusiones del capítulo . . . . .	46
<b>4.</b>	<b>Plataforma experimental.</b>	<b>48</b>
4.1.	Estructura del micro helicóptero de cuatro rotores . . . . .	49
4.2.	Instrumentación . . . . .	49
4.2.1.	Conexión del sistema de procesamiento . . . . .	49
4.2.2.	Sistemas de procesamiento y sensores . . . . .	51
4.2.2.1.	Pixhawk . . . . .	51
4.2.2.2.	NEO-6M Ublox/u-blox GPS module for MWC flight control board . . . . .	53
4.2.3.	Alimentación . . . . .	54
4.2.3.1.	Batería de polímero de litio . . . . .	54
4.2.4.	Sistema de potencia . . . . .	54
4.2.4.1.	Motores brushless . . . . .	54
4.2.4.2.	Controlador electrónico de velocidad . . . . .	55
4.2.5.	Conexión de los controladores electrónicos de velocidad y de los motores. . . . .	56
4.3.	Conclusiones del capítulo . . . . .	57
<b>5.</b>	<b>Resultados</b>	<b>59</b>
5.1.	Simulaciones numéricas . . . . .	59
5.2.	Resultados experimentales . . . . .	73
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>85</b>
6.1.	Conclusiones . . . . .	85
6.2.	Trabajo futuro . . . . .	86
	<b>Bibliografía</b>	<b>87</b>
<b>A.</b>	<b>Definiciones del control difuso de Mamdani.</b>	<b>91</b>

# Índice de figuras

1.1. Clasificación de los VANT de acuerdo al tipo de despegue y aterrizaje.	3
1.2. Dirección de giro de los motores. . . . .	5
1.3. descripción del desplazamiento de vehículo aéreo de cuatro rotores. . .	5
1.4. Micro helicóptero de cuatro rotores en reposo. . . . .	6
2.1. Sistema de referencia inercial. . . . .	15
2.2. Rotación de un sistema inercial en el eje $y$ . . . . .	15
2.3. Marcos de referencia del helicóptero miniatura de cuatro rotores [29].	17
3.1. Diagrama a bloques del sistema de control de lazo cerrado del control difuso. . . . .	28
3.2. Función de membresía para el error de posición en la orientación. . .	30
3.3. Función de membresía para la ganancia nominal. . . . .	30
3.4. Función de membresía para el control nominal. . . . .	30
3.5. Diagrama a bloques del sistema de control en lazo cerrado. . . . .	34
3.6. Función de membrasía para el error de posición en $z$ . . . . .	39
3.7. Función de membrasía para el control nominal. . . . .	40
3.8. Función de membrasía para el control nominal. . . . .	40
3.9. Función de membresía para el error de posición en la orientación. . .	44
3.10. Función de membresía para el control nominal. . . . .	45
3.11. Función de membresía para el control nominal. . . . .	45
4.1. Helicóptero miniatura de cuatro rotores. . . . .	48
4.2. Conexión del Pixhawk. . . . .	49
4.3. Conexión del Pixhawk. . . . .	50
4.4. Conexión de la estación en tierra con el helicóptero miniatura de cuatro rotores. . . . .	51
4.5. Pixhawk. . . . .	53
4.6. Ublox NEO-6M. . . . .	53
4.7. Motor Brushless. . . . .	55
4.8. ESC. . . . .	55

4.9. Configuración cuadrada del helicóptero miniatura de cuatro rotores. . . . .	56
4.10. Elección de las hélices según su diseño. . . . .	57
5.1. Dibujo en CAD del helicóptero miniatura de cuatro rotores. . . . .	60
5.2. Control de la orientación para convergencia a la referencia deseada. . . . .	61
5.3. Control de la orientación para seguimiento. . . . .	62
5.4. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $x$ . . . . .	63
5.5. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $y$ . . . . .	64
5.6. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $z$ . . . . .	64
5.7. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\phi$ . . . . .	65
5.8. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\phi$ . . . . .	65
5.9. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\theta$ . . . . .	66
5.10. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\theta$ . . . . .	66
5.11. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\psi$ . . . . .	67
5.12. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\psi$ . . . . .	67
5.13. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $x$ para una trayectoria. . . . .	68
5.14. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $y$ para una trayectoria. . . . .	68
5.15. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $z$ para una trayectoria. . . . .	69
5.16. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\phi$ para una trayectoria. . . . .	69
5.17. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\phi$ para una trayectoria. . . . .	70
5.18. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\theta$ para una trayectoria. . . . .	70
5.19. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\theta$ para una trayectoria. . . . .	71

---

5.20. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\psi$ para una trayectoria. . . . .	71
5.21. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en $\psi$ para una trayectoria. . . . .	72
5.22. Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto en el plano $x-y$ . . . . .	72
5.23. Posiciones de traslación. . . . .	74
5.24. Errores de traslación. . . . .	74
5.25. Señales PWM de traslación. . . . .	75
5.26. Posiciones angulares. . . . .	75
5.27. Señales PWM de orientación. . . . .	76
5.28. Posiciones de traslación. . . . .	77
5.29. Errores de traslación. . . . .	77
5.30. Señales PWM de traslación. . . . .	78
5.31. Posiciones angulares. . . . .	78
5.32. Señales PWM de orientación. . . . .	79
5.33. Posiciones de traslación. . . . .	80
5.34. Errores de traslación. . . . .	80
5.35. Señales PWM de traslación. . . . .	81
5.36. Posiciones angulares. . . . .	81
5.37. Señales PWM de orientación. . . . .	82
5.38. Diagrama del programa del Pixhawk. . . . .	83

# Índice de tablas

1.1. Clasificación de los vehículos de cuatro rotores de acuerdo a la Norma Oficial Mexicana (NOM). . . . .	2
1.2. Clasificación de los vehículos de cuatro rotores de acuerdo con su nivel de autonomía. . . . .	4
3.1. Base de reglas. . . . .	31
3.2. Base de reglas. . . . .	40
3.3. Base de reglas. . . . .	45
5.1. Parámetros del control. . . . .	61

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Introducción

Los Vehículos Aéreos No Tripulados (VANTs) han estado en constante evolución y han cambiado en tamaño, forma y aplicación. En la última década los los VANTs han tenido un rápido crecimiento donde el mercado global ofrece más de 2000 diseños únicos de VANTs y el valor comercial de los mismos en 2012 tenía un precio entre \$ 3-5 billones de dólares, en el 2014 el mercado creció entre \$ 5-10 billones de dólares y para el 2020 sea de \$ 59-100 billones de dólares (Kumar, [1]).

En los últimos años un campo de investigación que se ha convertido de gran interés por parte de la comunidad científica han sido los VANTs. Este campo integra dos importantes áreas de la investigación, el control automático y la robótica, las cuales aportan diferentes herramientas para resolver el problema de dotar autonomía a los vehículos aéreos, entre los que destacan: técnicas de control avanzado, observadores de estado, sensores para fusión de datos, técnicas de visión artificial, etc. Algunas de las aplicaciones utilizadas son para la inspección de tráfico (Kumar, [1]), monitoreo de fuego forestal (Casbeer, [2]) y control de irrigación en tiempo real (Chao, [3]).

Desde un punto de vista más general, el diseño de este tipo de vehículos está orientado a reducir peso y el costo de los mismo equipándolos con la tecnología suficiente para desempeñar tareas autónomas. Debido a la estructura de la mayoría de los vehículos aéreos, gran parte de estos sistemas son subactuados, es decir, tienen más grados de libertad que entradas de control. Además, los sistemas subactuados tienen la particularidad de que su interés radica en la complejidad en el diseño de los controladores lo cual representa una motivación para el área de control. Las técnicas de control que normalmente se utilizan para sistemas completamente actuados no pueden ser aplicadas directamente a este tipo de sistemas mecánicos, dado que gran parte de los sistemas subactuados exhiben restricciones holonómicas y no son

linealizables completamente por realimentación (Fantoni, [4]). Con esto cabe señalar que las técnicas de modelado no lineal y de teoría de control no lineal moderna se emplean frecuentemente para realizar un vuelo autónomo de alto desempeño usando información visual (conocido del inglés *visual servoing*) y control robusto y seguimiento perfecto (RPT, del inglés *robust and perfect tracking control*) (Cai [5], Castillo [6]). Desde el punto de vista de los controladores existen dos tipos de técnicas que se utilizan con frecuencia para lidiar con las incertidumbres paramétricas, dinámicas no modeladas presentes en el proceso de modelado de estos vehículos y las perturbaciones externas que afectan el comportamiento de los vehículos, éstas pueden estar basadas en algoritmos adaptables o robustas. Una de las técnicas robustas que ha sido ampliamente utilizada para tratar las problemáticas antes mencionadas ha sido los modos deslizantes, con el objetivo de resolver las tareas de estabilizar tanto la altura de los helicópteros (Gonzalez [7], [8]), como el seguimiento de trayectorias (Gonzalez [9], [10]).

### 1.1.1. Descripción del funcionamiento del helicóptero miniatura de cuatro rotores

Los helicópteros de cuatro rotores son una clase de VANT con despegue y aterrizaje verticales, de ala rotativa, con cuatro rotores unidos a un cuerpo rígido en forma de cruz ubicados de forma equidistante de su centro de masa (Miranda, [11]). La clasificación de los VANT es variada en la literatura, por ejemplo, el peso máximo de despegue (PMD). El PMD es el peso máximo soportado de un helicóptero cuando se realiza un despegue. En la Tabla 3.3 se presenta el nombre que reciben los helicópteros de acuerdo a este tipo de clasificación (NOM,[12]) de los Sistemas de Aeronaves Pilotadas a Distancia (RPAS, del inglés Remotely Piloted Aircraft System).

NOM	Peso máximo de despegue	Categoría	Uso
4.7, 4.8 y 5.1	2.000 Kg o menos	RPAS Micro	Privada Recreativo
4.7, 4.8, 5.2, y 8	2.000 Kg o menos	RPAS Micro	Privado Comercial o No
4.7, 4.8, y 6.1	2.001 kg hasta 25.000 Kg	RPAS Pequeño	Privada Recreativo
4.7, 4.8, 6.2 y 8	2.001 kg hasta 25.000 Kg	RPAS Pequeño	Privado Comercial o No
4.7, 4.8 y 7.1	Más de 25.001 kg	RPAS Grande	Privada Recreativo
4.7, 4.8, 7.2 y 8	Más de 25.001 kg	RPAS Grande	Privado Comercial o No

Tabla 1.1: Clasificación de los vehículos de cuatro rotores de acuerdo a la Norma Oficial Mexicana (NOM).

A partir de la Norma Oficial Mexicana, el helicóptero de cuatro rotores que se utiliza para esta tesis tiene un peso de 1.6 Kg, por consiguiente, se le agregara el sufijo micro. Otra manera diferente de clasificar a los helicópteros es a partir de su tipo de despegue y aterrizaje como se muestra en la Figura 1.1, en ella se aprecia que los vehículos pueden realizar despegue y aterrizaje tanto vertical como no vertical. Los vehículos que realizan despegues y aterrizajes verticales se clasifican a su vez en vehículos de ala rotativa (son aquellos vehículos que se elevan a partir de uno o varios rotores motorizados que giran a partir de un eje vertical situado sobre el fuselaje) y auto sustentados (por ejemplo, los dirigibles y globos aerostáticos). Por otro lado, los vehículos de despegue y aterrizaje no verticales se clasifican en vehículos de ala fija (son aquellos vehículos que pueden volar a partir de la sustentación que se genera por medio de la velocidad del vehículo) y los de ala flexible (es aquella ala que se puede deformar mientras el vehículo este en vuelo) Miranda [11], Karovessi [13] y Chovancová [14].

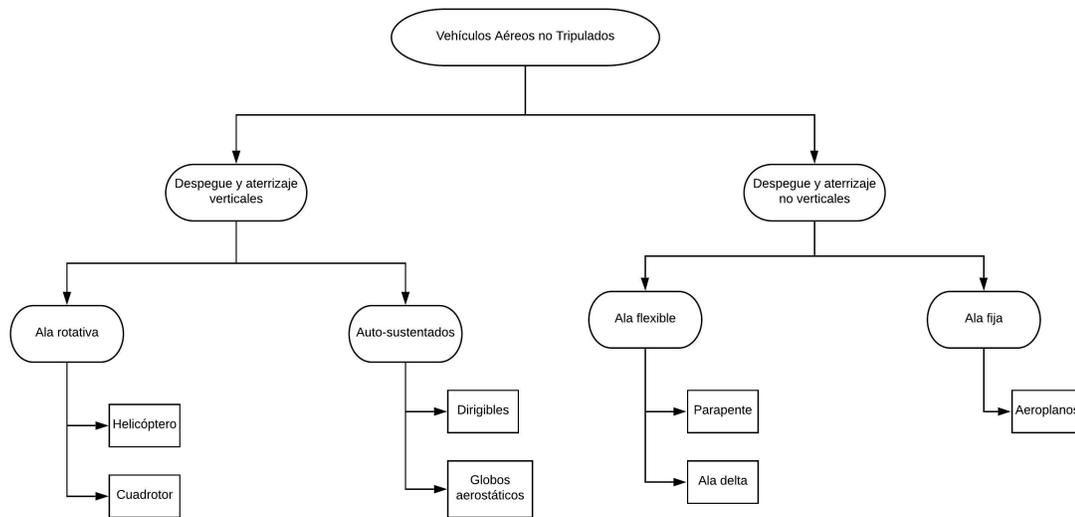


Figura 1.1: Clasificación de los VANT de acuerdo al tipo de despegue y aterrizaje.

Una tercera forma de clasificar los vehículos aéreos no tripulados considera su nivel de autonomía como se muestra en la Tabla 1.2, se puede apreciar que la manipulación de un VANT a través de la intervención de un operador humano a distancia es considerada por tener un nivel nulo de autonomía. Si el vehículo tiene nivel uno significa que el vehículo tiene un algoritmo que le permite realizar misiones planificadas.

El nivel del vehículo se elige dependiendo si es capaz de realizar cambios de misión, respuesta a fallas, adaptabilidad en tiempo real ante fallas, coordinación y cooperación entre varios vehículos, capacidad de reconocimiento del espacio en el que opera tanto cooperativo como en solitario. Por último, se le otorga el nivel más alto cuando el vehículo reúne todas las características antes mencionadas.

Nivel de autonomía	Descripción del nivel
0	Vehículo operado de forma remota
1	Realiza una misión preplaneada
2	Es capaz de llevar a cabo un cambio de misión
3	Respuesta robusta ante fallas/eventos en tiempo real
4	Vehículo adaptable ante fallas/eventos
5	Coordinación entre vehículos en tiempo real
6	Cooperación entre vehículos en tiempo real
7	Conocimiento del espacio de operación
8	Reconocimiento del espacio de operación
9	Reconocimiento del espacio de operación del enjambre
10	Vehículo completamente autónomo

Tabla 1.2: Clasificación de los vehículos de cuatro rotores de acuerdo con su nivel de autonomía.

Para obtener una descripción de la posición del vehículo se considera un marco de referencia, el cual consiste en un origen y tres ejes orientados conforme a la mano derecha (Khebbache, [15]). Este marco de referencias es el inercial ( $I$ ) el cual esta fijo en la tierra y otro es el marco de referencia unido al cuerpo del vehículo y está representado como ( $\beta$ ). Con el marco inercial se obtendrá la posición en el espacio del vehículo y con el marco unido al cuerpo del vehículo se obtiene la orientación.

Los motores A y C giran en contra de las manecillas de reloj y las otras dos giran a favor de las manecillas del reloj. Además, a estos vehículos se les puede dotar de una configuración ya sea cruz (+) o una configuración en  $\times$  (como se observa en la Figura 1.2), está última es la más recomendable debido a que proporciona al vehículo de mayor estabilidad en comparación a la cruz.

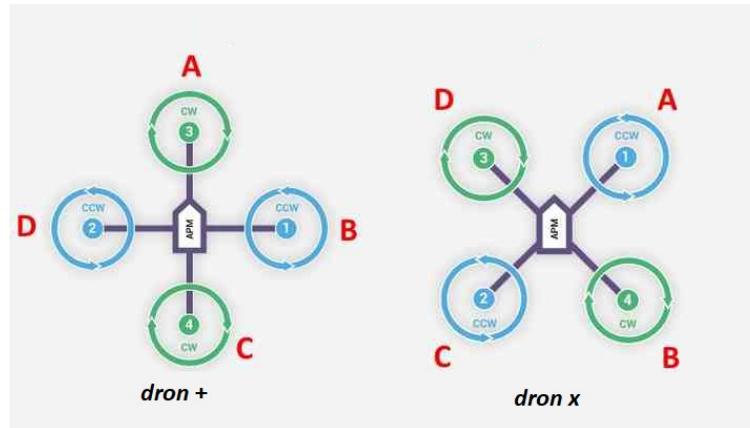


Figura 1.2: Dirección de giro de los motores.

Los grados de libertad (GDL) son las variables independientes que posibilitan la traslación y orientación del vehículo, por otro lado, los actuadores son dispositivos que proveen fuerza al sistema. Aquellos sistemas que tienen el mismo número de actuadores y de GDL se les llaman sistemas completamente actuados. Sin embargo, en aquellos casos en los que se tiene mayor número de GDL que de actuadores se les nombran sistemas subactuados.

Los vehículos aéreos de cuatro rotores son una clase de los VANTS que tienen movimiento traslacional y se orientan de modo arbitrario debido a que poseen seis grados de libertad. Tres son para los movimientos de traslación y los otros tres restantes son para los movimientos de rotación. Además, los cuatro rotores del helicóptero son los encargados en realizar los movimientos deseados del vehículo, por ejemplo, si se desea realizar una traslación del vehículo hacia la derecha (ver Figura 1.3) desde un estado en reposo (ver Figura 1.4). Se

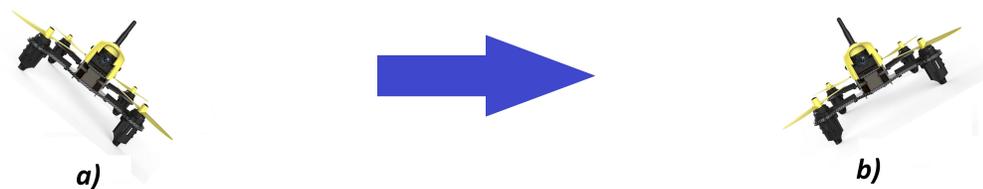


Figura 1.3: descripción del desplazamiento de vehículo aéreo de cuatro rotores.

comienza haciendo girar los dos motores de la izquierda más rápido que los otros restantes, esto a su vez producirá que el vehículo rote hacia la derecha haciendo que la fuerza de empuje acelere al vehículo hacia la derecha. Cuando se requiera detener el vehículo se necesitará

generar un empujo opuesto a la inicial haciendo que el vehículo sea detenido lentamente hasta recuperar la posición inicial (el estado en reposo).



Figura 1.4: Micro helicóptero de cuatro rotores en reposo.

En un helicóptero miniatura de cuatro rotores, los actuadores son los responsables de generar los pares para las entradas de control del sistema lo que permite su traslación y su orientación. Por medio de los actuadores se pueden manipular directamente los ángulos de orientación alabeo  $\phi$ , cabeceo  $\theta$  y guiñada  $\psi$ , así como el desplazamiento vertical ( $z$ ). En cambio, las coordenadas restantes ( $x, y$ ) no pueden ser manipuladas directamente por medio de los actuadores, por lo tanto, el helicóptero miniatura de cuatro rotores es clasificado como un sistema subactuado.

### 1.1.2. Ventajas y desventajas del uso del vehículo miniatura de cuatro rotores

Los micro helicópteros miniatura de cuatro rotores tienen diferentes características que les permiten tener un número elevado de aplicaciones. Las ventajas son las siguientes (Chovancová [14], Honglei [16]):

- Tiene la característica de mantener al vehículo suspendido en el aire.
- Tiene una gran maniobrabilidad a comparación de los helicópteros de dos rotores.
- Se reduce el tamaño de las hélices o propelas a comparación de las usadas en un helicóptero convencional. Además, evita el uso del plato cíclico permitiendo tener una estructura más simple.
- En caso de colisión de los micro helicópteros de cuatro rotores los daños son menores en comparación con los helicópteros convencionales, debido a que los mecanismos que componen a los micro helicópteros de cuatro rotores no son tan complejos.

Por otro lado, las desventajas que presentan los helicópteros miniatura de cuatro rotores son las siguientes (Herrick, [17]):

- El alto consumo de energía.
- La complejidad de las ecuaciones diferenciales (en comparación con algún sistema lineal o con el automóvil).
- La necesidad de tener experiencia volando estos vehículos.
- Capacidad de carga pequeña.

El alto consumo de energía es un tema muy importante debido a que tiene una implicación directa al tiempo de vuelo del vehículo. Por lo tanto, se han realizado diversas propuestas relacionado a lo anterior, por ejemplo, hay propuestas en las cuales se propone que los motores se apaguen en ciertos momentos en específico (Miranda, [11]), o utilizan técnicas de control óptimo con el fin de reducir el consumo de energía. En lo referente a las ecuaciones diferenciales, se tienen términos no lineales complejos (como la matriz de Coriolis), además bajo condiciones no controladas el vehículo puede ser afectado por perturbaciones aerodinámicas, ruidos de medición, ráfagas de viento, variaciones en parámetros inerciales, entre otras y los efectos mencionados anteriormente no son exclusivos de los helicópteros miniatura de cuatro rotores, cualquier aeronave puede presentar estos efectos.

## 1.2. Antecedentes

Los VANTs cuentan con una gran variedad de sensores y están diseñados para volar por periodos largos de tiempo a grandes altitudes o para volar en periodos cortos a bajas altitudes. Una subcategoría de los VANTs son los drones utilizados como objetivos de disparo aéreos para milicia y armamento antiaéreo. Aunque diversas compañías han trabajado en la fabricación de VANTs, Northrop Grumman y Raytheon en los Estados Unidos de Norte América e Israel Aircraft Industries se han especializado en esta área y son los mayores proveedores de la mayor parte de las agencias de defensa nacionales (Weiss, [18]).

Una de las primeras aplicaciones de los VANTs fue desarrollada para usos militares, el primer VANT fue un avión construido para el lanzamiento de misiles. Este vehículo tenía un peso de 270kg y una potencia de 40 caballos de fuerza el cual fue desarrollado por Ford. La aeronave contaba con un giroestabilizador que permitía la nivelación del vehículo aéreo, también contaba con un giróscopo de dirección que permitía mantener el rumbo predefinido, un barómetro para poder conocer la altitud, un contador el cual le permitía al VANT conocer el momento en el cual debía dirigirse a su objetivo.

Durante los sesentas, los VANTs se comenzaron a utilizar para el reconocimiento de territorio enemigo. El VANT del tipo avión “Firebee” , estaba equipado con una cámara, la cual tomaba fotos para posteriormente ser analizadas cuando el VANT regresase a su base.

Estas aeronaves eran difíciles de detectar y difíciles de derribar. El dron antisubmarino conocido como “Gyrodyne DASH” fue diseñado para poder cargar torpedos y atacar a submarinos enemigos.

Durante los ochentas, los VANTs se comenzaron a distribuir comercialmente como sistemas de navegación y vigilancia. Al pasar el tiempo, estos sistemas se han vuelto cada vez más sofisticados y eficientes. El vehículo conocido “Canadair CL-89” trabajaba con visión artificial que le permitía poder visualizar a los enemigos en un radio de 70 kilómetros, sin embargo, esta visión artificial no trabajaba en tiempo real. Para la guía del vehículo se utilizaba un controlador de autopiloto que era ayudado por sensores de altitud y velocidad (giróscopo y barómetro).

En la primera década del siglo XXI se involucraron aún más en el ámbito militar. Durante estos años, se logró colocar armamento mientras realizan sus actividades de reconocimiento de territorio, esto dio lugar a que pudieran atacar en caso de ser necesario; un ejemplo de esto es el vehículo “Reaper”. Durante el 2010 se ha realizado un modesto uso de los VANTs para realizar tareas civiles. Actualmente, un número considerable de organizaciones están trabajando en la investigación de estos sistemas, además del continuo desarrollo de la tecnología indica que el desarrollo de los VANTs tiene grandes alcances (García Castillo, [19]).

### 1.3. Estado del arte

El control automático proporciona las herramientas para dotar de autonomía a las plataformas robustas aéreas. Implementación de técnicas de control tales como el compensador robusto de Zhong (Zhong, [20]) permite el uso de un control nominal donde se puede dotar de otras características, por ejemplo, en el artículo de Zhong, Lu y Liu (Zhong, [21]) se le dota de un control óptimo del tipo regulador cuadrático lineal (por sus siglas en inglés, LQR) junto al compensador robusto a un helicóptero de laboratorio de tres grados de libertad. “El control LQR es utilizado para lidiar con el error del sistema lineal nominal derivado por la estrategia de control y la aproximación lineal”(Zhong, [21]), además hace mención sobre el trabajo de Douglas y Athans donde ellos mejoraron al control LQR y obtuvo un mejor desempeño con incertidumbres paramétricas, pero tiene una limitada robustez contra incertidumbres no estructuradas. En otro artículo de Zhong (Liu, [22]) se trabaja con el diseño de un observador que consiste en la estimación de velocidades traslacionales y donde hace mención que el método de control propuesto no depende de la medición de la velocidad lineal. A lo que concierne a control difuso de ganancias programables (CDGP) se han realizado trabajos como Cerecero, [23] donde se realizó un trabajo relacionado al control de un sistema mecánico, un microcontrolador y una interface con el software EMC2 para

aplicaciones de máquinas de control numérico por medio de un control proporcional-integral difuso de ganancias programables (CPIDGP). Otro ejemplo donde se utilizan las ganancias programables es en el propuesto por Campos (Campos, [24]), en el cual se controla la posición de un motor de corriente directa de imán permanente a través de un control PID difuso de ganancias programables y este a su vez es comparado con otras técnicas de control PID que son sintonizadas de forma diferente como lo es Ziegler-Nichols y PID no lineal basado en funciones de saturación con parámetros variables, donde CPIDDGP obtuvo el mejor desempeño. Asimismo, los controladores difusos implementados en helicópteros de cuatro rotores se han utilizado tanto en interiores como en exteriores, como se muestra en el trabajo realizado por Yi-Sheng Lee (en el año 2019) donde implementan un control PD difuso de Mamdani a un helicóptero de cuatro rotores, los resultados en simulación son buenos pero se desconoce los resultados experimentales porque aún cuando se realizaron pruebas, no muestran alguna gráfica que corrobore que las pruebas de campo fueron satisfactorias, además no menciona como afectan las ráfagas de viento al vehículo cuando se realizan esas pruebas experimentales (Lee, [25]). Por otro lado, Tien-Loc Le (en el año 2020) compara un control difuso PID de Mamdani con un controlador difuso de intervalo multicapa tipo-2 lo cual su contribución es aplicar una función de pertenencia multicapa a la estructura de el sistema de lógica difusa de intervalo tipo 2 para mejorar la capacidad de aprendizaje y la flexibilidad de la red propuesta, Tien-Loc Le utiliza el algoritmo de Jaya que dota una mejora a la tasa de aprendizaje de las leyes adaptables que utiliza el controlador propuesto. Se proporcionaron resultados numéricos del control de la posición de un vehículo aéreo no tripulado cuadricóptero para verificar la validez del método propuesto, donde este último obtiene mejores resultados, pero solo es en simulación numérica (Tien-Loc Le, [26]). Domingos (en el año 2016) investiga el uso de un controlador basado en reglas difusas sin parámetros autoevolutivos llamado SPARC. En el artículo de Domingos menciona que la técnica de control usada puede trabajar con perturbaciones externas, pero nuevamente los resultados mostrados son simulaciones numéricas (Domingos, [27]).

## 1.4. Justificación

Considerando que el efecto de las ráfagas de viento representa un factor importante que deteriora el comportamiento del helicóptero de cuatro rotores durante el vuelo. Es necesario hacer uso de esquemas de control que sean capaces de contrarrestar este efecto de perturbación. En principio, los dos esquemas que se han utilizado son los del tipo adaptable y de tipo robusto. En esta tesis se plantea un esquema robusto que se basa en una estructura de control compuesta por un control lineal (tipo proporcional-derivativo) más una compensación robusta que permite el rechazo de estas perturbaciones, de las incertidumbres paramétricas

y dinámicas no lineales de Coriolis presentes en el modelo matemático. Este esquema tiene la ventaja de diseñar un controlador por cada subsistema de manera desacoplada en los movimientos de traslación  $(x, y, z)$  y de orientación  $(\phi, \theta, \psi)$ . El trabajo de tesis tiene como aportaciones la implementación de este esquema de control difusa robusta en el autopiloto Pixhawk para realizar experimentos de vuelo en tiempo real, así como aplicar un esquema de sintonización de los controladores lineales usando técnicas difusas a diferencia de los trabajos publicados en la literatura. Además, puede utilizarse la estrategia de CDGP para un PD, esto se hace porque normalmente los controladores implementados en los cuadrirotos son de tipo PD. Además, resulta viable combinar los beneficios que ofrece un Control PD Difuso de Ganancias Programables (CPDDGP) dentro del esquema robusto propuesto por Zhong para mejorar el desempeño del esquema robusto que presenta en su trabajo.

## 1.5. Planteamiento del problema

En general los vehículos aéreos se ven afectados por diversos fenómenos aerodinámicos, uno de los más importantes son los aumentos repentinos de velocidad durante un tiempo corto conocidos como ráfagas de viento. Este fenómeno tiene una influencia significativa en el comportamiento del helicóptero multirotor cuando este realiza tareas autónomas que involucran vuelo estacionario o de seguimiento de trayectorias. El efecto de este fenómeno durante el proceso de vuelo se traduce en oscilaciones al rededor del punto o trayectoria de referencia en el espacio de movimiento  $x, y, z$ . Además, el desconocimiento de los parámetros del sistema dificulta el diseño del controlador, teniendo que implementar algún sistema de identificación previo al vuelo del vehículo y considerando que estos parámetros no varían de una prueba a otra.

## 1.6. Contribuciones

Se plantea una nueva estructura de control basada en la combinación de un controlador proporcional derivativo de ganancias programables (PDDGP) mediante un sistema de inferencia difusa (SID) y un compensador robusto basado en un filtro de segundo orden. El controlador PD de ganancias programables se encarga de mantener el vehículo en vuelo estacionario (altura fija y ángulos pequeños de orientación), mientras que el compensador robusto atenúa el efecto de oscilaciones producidas por las ráfagas de viento cuando estas hacen que el vehículo se aleje de su condición de equilibrio. También se realizó la implementación de esta estructura de control sobre el piloto automático del vehículo basado en un procesador ARM, utilizando algoritmos de programación orientada a objetos.

## 1.7. Objetivo

Ensamblar, instrumentar y poner en marcha un micro helicóptero de cuatro rotores para realizar un vuelo estacionario (mantener al vehículo aéreo suspendido en el aire) y seguimiento de trayectorias mediante la implementación de una nueva estructura de control difuso robusto que utiliza un PD sintonizado usando un SID y un compensador robusto para atenuar los efectos de las ráfagas de viento.

### 1.7.1. Objetivos particulares

- Ensamblar, instrumentar y poner en marcha un micro helicóptero de cuatro rotores en configuración X, integrando los diferentes sistemas que lo componen para realizar pruebas experimentales.
- Programar y sintonizar controladores de tipo proporcional derivativo usando técnicas heurísticas para la estabilización de la orientación, de la altura y de la posición traslacional del vehículo aéreo, a través de la modificación del Firmware original del autopiloto.
- Estudiar el modelo matemático del micro helicóptero de cuatro rotores mediante el método de Euler-Lagrange para entender el comportamiento dinámico del vehículo a través simulaciones numéricas.
- Estudiar una estrategia de control robusto basada en la combinación de un controlador proporcional derivativo y un compensador robusto para atenuar el efecto de perturbaciones externas (ráfagas de viento).
- Diseñar un controlador difuso robusto combinando un PD difuso de ganancias programables con un compensador robusto para mejorar el comportamiento del PD estándar más compensador robusto.
- Realizar simulaciones numéricas del sistema en lazo cerrado utilizando el controlador robusto con PD estándar y difuso para vuelo estacionario y seguimiento de trayectorias sujeto a perturbaciones.
- Realizar pruebas experimentales en tiempo real para ejecutar las tareas autónomas de vuelo estacionario en el plano X-Y en exteriores utilizando el controlador robusto.

## **1.8. Hipótesis**

A través de la implementación del esquema de control difuso robusto propuesto, el micro helicóptero de cuatro rotores será capaz de realizar un vuelo estacionario y de seguimiento de trayectorias mejorando el desempeño de esquemas de control relacionados en la literatura.



# Capítulo 2

## Modelado Matemático

En el presente capítulo se revisa el modelo dinámico del micro helicóptero de cuatro rotores. Además, se presentan algunos conceptos necesarios para poder entender el proceso de modelado del vehículo.

### 2.1. Transformación de coordenadas

Los helicópteros miniatura de cuatro rotores están sometidos a cambios en su posición y orientación. La descripción de los cambios de posición y orientación pueden representarse con respecto a un marco de coordenadas “fijo en la Tierra” el cual es llamado sistema de referencia inercial. El movimiento de los micro helicópteros de cuatro rotores se describe por medio de la ubicación de su centro de masa a partir de un sistema de referencia inercial de 3 dimensiones y la orientación es descrita a partir de un sistema de referencia fijo al mismo vehículo. Para obtener ecuaciones dinámicas con respecto al marco inercial es importante entender el concepto de matriz de rotación y de transformación homogénea.

En la Figura 2.1 se puede observar el sistema de referencia inercial con sus respectivos ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . La orientación de los ejes se determinó empleando la regla de la mano derecha (Miranda,[11]).

Dado un sistema de referencia  $\{I\}$ , la representación de un punto  $p$  se emplea un vector de posición  $p^I$ , donde el superíndice  $I$  indica el sistema de referencia en el cual se encuentra el punto  $p$ . Si no existe ambigüedad puede omitirse el superíndice (Miranda, [11]).

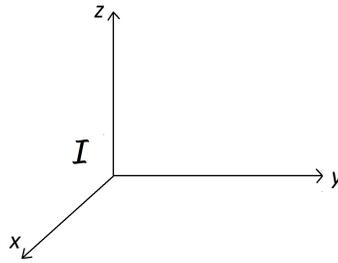


Figura 2.1: Sistema de referencia inercial.

Dados dos sistemas de referencias  $\{I\} = \{i_1, i_2, i_3\}$  y otro  $\{\beta\} = \{b_1, b_2, b_3\}$  los cuales tienen el mismo origen y únicamente el sistema de referencia  $\{\beta\}$  es rotado con respecto a  $\{I\}$  (como se observa en la Figura 2.2), la relación de este cambio de orientación se da por medio de la matriz de rotación. Las matrices rotación pertenecen al grupo especial ortogonal o grupo de rotaciones, que se define como

$$SO(3) = \{R \in \mathfrak{R}^{3 \times 3} : R^T R = R R^T = I, \det R = +1\}.$$

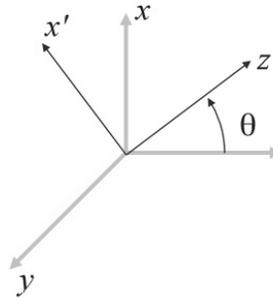


Figura 2.2: Rotación de un sistema inercial en el eje  $y$ .

Todas las matrices de rotación son ortogonales y pertenecen al grupo  $SO(3)$ . Lo anterior indica que el determinante de una matriz de rotación siempre será 1, el producto entre matrices de rotación es cerradas, es decir, que al realizar el producto de las matrices de rotación nos dará a una nueva matriz de rotación, además la inversa de la matriz de rotación es otra matriz de rotación.

En el caso de la Figura 2.2 se tiene una rotación simple, en la cual únicamente se realizó una rotación en el eje  $y$ , es decir, hubo una rotación de  $\theta$  grados, por lo cual se obtiene la matriz de rotación  $R_{y,\theta}$ , donde la nomenclatura indica una rotación en el ángulo  $\theta$  con

respecto al eje  $y$ .

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Una composición de rotaciones es cuando se realizan rotaciones sucesivas y son representadas por medio de una nueva matriz de rotación mediante la pre-multiplicación o post-multiplicación de las matrices anteriormente mencionadas.

Las matrices de rotación presentan nueve elementos de los cuales sólo tres son parámetros independientes, por lo tanto, se le denomina parametrización mínima. Un ejemplo de ello son los ángulos de Euler y consiste en la composición de las siguientes rotaciones (Miranda, [11]):

$$R = R_{z,\psi}R_{y,\theta}R_{x,\phi}.$$

De lo anterior obtenemos una matriz resultante de la siguiente forma

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & c\psi c\phi s\theta + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & c\phi s\theta s\psi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\phi \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

donde las expresiones  $c\vartheta$ ,  $s\vartheta$  son  $\cos \vartheta$  y  $\sin \vartheta$ , respectivamente. La matriz de rotación puede ser utilizada para realizar un cambio en la orientación de un vector. Por ejemplo, sea un punto  $p$  en el espacio y los sistemas de referencia  $\{I\}$  y  $\{\beta\}$ . Sea  $R$  la matriz de rotación que indica la orientación del sistema de referencia  $\{\beta\}$  con respecto al sistema de referencia  $\{I\}$  y sean  $i$  y  $b$  los vectores que describen el punto  $p$  con respecto a los sistemas de referencia  $\{I\}$  y  $\{\beta\}$ , respectivamente. Entonces, para obtener  $i$  puede emplearse la ecuación (Miranda, [11]):

$$a = Rb.$$

## 2.2. Modelado dinámico

Las ecuaciones de movimiento que describen a un helicóptero miniatura de cuatro rotores se obtienen empleando distintos enfoques tales como las ecuaciones de Euler- Lagrange, o

ecuaciones de Newton-Euler basadas en el balance de fuerzas y pares. Para el presente trabajo se presentará el modelo obtenido mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange (Lozano,[28]).

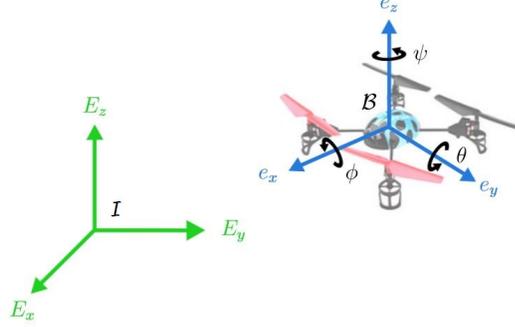


Figura 2.3: Marcos de referencia del helicóptero miniatura de cuatro rotores [29].

Para aplicar las ecuaciones de Euler-Lagrange primeramente se debe definir el Lagrangiano ( $\mathcal{L}$ ):

$$\mathcal{L} = T - U,$$

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = T_{tras} + T_{rot} - U,$$

Definiendo  $\xi = (x, y, z)^T \in \mathfrak{R}^3$  denota la posición del centro de masa del vehículo relativo al marco de referencia inercial  $\{I\}$  cuyas componentes son  $\{I_{xx}\}$ ,  $\{I_{yy}\}$  e  $\{I_{zz}\}$  en los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  respectivamente.  $\eta = (\psi, \theta, \phi)^T \in \mathfrak{R}^3$  contiene los tres ángulos de Euler,  $\psi$  ángulo de guiñada (*yaw*, del inglés),  $\theta$  ángulo de cabeceo (*pitch*, del inglés) y  $\phi$  ángulo de alabeo (*roll*, del inglés), los cuales representan la orientación del vehículo,  $T_{tras} = \frac{1}{2}m\dot{\xi}^T\dot{\xi}$  es la energía cinética traslacional,  $T_{rot} = \frac{1}{2}\Omega^T\mathbb{I}\Omega$  es la energía cinética rotacional, donde  $\Omega = [p, \bar{q}, r]^T$  es el vector de velocidades angulares con respecto al marco del cuerpo  $\{B\}$ ,  $U = mgh$  es la energía potencial del vehículo,  $h$  es la altura del vehículo,  $m$  denota la masa del vehículo,  $\mathbb{I}$  es la matriz de inercia, y  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  es la aceleración gravitacional. El vector de velocidades angulares  $\Omega$  respecto a los ejes de coordenadas del cuerpo  $\{B\}$  se relaciona con las velocidades generalizadas  $\dot{\eta}$  utilizando una relación estándar cinemática,

$$\Omega = W_n \dot{\eta}, \tag{2.2}$$

donde

$$W_n = \begin{bmatrix} -\sin \theta & 0 & 1 \\ \cos \theta \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi & 0 \end{bmatrix}.$$

Sustituyendo la Ecuación 2.2 en  $T_{rot} = \frac{1}{2}\Omega^T \mathbb{I} \Omega$ , se tiene:

$$T_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T W_n^T \mathbb{I} W_n \dot{\eta},$$

$$\mathbb{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}.$$

Definiendo  $\mathbb{J}(\eta) = W_n^T \mathbb{I} W_n \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ , entonces

$$T_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta},$$

donde

$$\mathbb{J}(\eta) = \begin{bmatrix} J_\phi & 0 & 0 \\ 0 & J_\theta & 0 \\ 0 & 0 & J_\psi \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

La matriz  $\mathbb{J} = \mathbb{J}(\eta)$  actúa como la matriz de inercia para la energía cinética total rotacional del vehículo, expresada directamente en términos de las coordenadas generalizadas  $\eta$ .

Finalmente, el Lagrangiano ( $\mathcal{L}$ ) queda expresado de la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} - mg.$$

Para obtener el modelo dinámico del micro helicóptero de cuatro rotores se hace uso de las ecuaciones de Euler-Lagrange con las fuerzas generalizadas externas:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \begin{bmatrix} R F_\xi \\ \tau \end{bmatrix},$$

donde  $F_\xi = (0, 0, u_\xi)^T$  es la fuerza traslacional aplicada al vehículo,  $\tau$  representa los momentos de alabeo, cabeceo, y guiñada, y  $R$  denota la matriz rotacional  $R(\psi, \theta, \phi)$  representando la orientación del micro helicóptero de cuatro rotores relacionada al marco de referencia inercial.

Los momentos o pares generalizados se definen de la siguiente manera:

Configuración ( $\times$ )

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_3 + f_2 - f_1 - f_4) l_{mc} \\ (f_2 + f_4 - f_3 - f_1) l_{mc} \\ (-f_3 - f_1 + f_2 + f_4) k_{fm} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

donde  $l_{mc}$  es la longitud desde el eje del rotor hasta el centro de masa del helicóptero, y  $k_{fm}$  es el factor de escalamiento de fuerza a momento (Sumano, Castro, Lozano, [28]).

La ecuación de Euler-Lagrange para el movimiento de traslación es:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}_{tras}}{\partial \dot{\xi}} - \frac{\partial \mathcal{L}_{tras}}{\partial \xi} = F_{\xi},$$

$$\mathcal{L}_{tras} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} - mg E_z,$$

por lo tanto,

$$m \ddot{\xi} + mg E_z = R F_{\xi} e_{zz}.$$

donde  $e_{zz}$  es la dirección sobre el eje  $z$  del sistema de referencia que está montado sobre el helicóptero  $\{B\}$ ,  $E_z$  es la dirección sobre el eje  $z$  del sistema de referencia inercial  $\{I\}$  (esto puede ser apreciado en la Figura 2.3), lo cual resulta

$$m \ddot{x} = u_{\xi} (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta) + \Delta_x + w_x \quad (2.5)$$

$$m \ddot{y} = u_{\xi} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \phi) + \Delta_y + w_y$$

$$m \ddot{z} = u_{\xi} \cos \theta \cos \phi - mg + \Delta_z + w_z$$

donde  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  y  $\Delta_z$  son incertidumbre de los términos de amortiguamiento debido al aire  $w_x$ ,  $w_y$  y  $w_z$  son perturbaciones externas. La entrada de control  $u_{\xi}$  consiste en la suma de todas las fuerzas producidas por cada motor de manera independiente, es decir:

$$u_{\xi} = \sum_{i=1}^4 f_i \quad (2.6)$$

donde  $f_i$  es la fuerza producida por el motor  $M_i$  para  $i = 1, 2, 3, 4$ . De forma general,  $f_i = k_{\omega} \omega_i^2$  donde  $k_{\omega}$  es una constante y  $\omega_i$  es la velocidad angular del  $i$ -ésimo motor. La fuerza  $f_i$  producida por cada motor es proporcional al cuadrado de su respectiva velocidad angular.

Ahora, para la dinámica de orientación, está dada por:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}_{rot}}{\partial \dot{\eta}} - \frac{\partial \mathcal{L}_{rot}}{\partial \eta} = \tau,$$

$$\mathcal{L}_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta},$$

por lo tanto,

$$\mathbb{J} \ddot{\eta} + \left\{ \mathbb{J} - \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \frac{\partial \mathbb{J}}{\partial \eta} \right\} \dot{\eta} = \tau.$$

Definiendo el término  $\mathbb{C}(\eta, \dot{\eta})$  que representa los términos de Coriolis, el cual contiene los efectos giroscópicos y centrífugo asociados con  $\eta$ .

$$\mathbb{C}(\eta, \dot{\eta}) = -\mathbb{J} + \frac{1}{2}\dot{\eta}^T \frac{\partial \mathbb{J}}{\partial \eta}.$$

Entonces

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} = \mathbb{C}(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \tau + w \quad (2.7)$$

donde  $w$  son perturbaciones externas.

Además,  $\mathbb{C}(\eta, \dot{\eta})$  esta dado por (García, [30])

$$\mathbb{C}(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

además

$$\begin{aligned} C_{11} &= I_{xx}\dot{\theta}s_{\theta}c_{\theta} + I_{yy}\left(-\dot{\theta}s_{\theta}c_{\theta}s_{\phi}^2 + \dot{\phi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi}\right) \\ &\quad - I_{zz}\left(\dot{\theta}s_{\theta}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\phi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi}\right) \\ C_{12} &= I_{xx}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta} - I_{yy}\left(\dot{\theta}s_{\theta}s_{\phi}c_{\phi} + \dot{\phi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\phi}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}s_{\phi}^2\right) \\ &\quad + I_{zz}\left(\dot{\phi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\phi}c_{\theta}c_{\phi}^2 - \dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\theta}s_{\theta}s_{\phi}c_{\phi}\right) \\ C_{13} &= -I_{xx}\dot{\theta}c_{\theta} + I_{yy}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi} - I_{zz}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi} \\ C_{21} &= -I_{xx}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta} + I_{yy}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}s_{\phi}^2 + I_{zz}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}c_{\phi}^2 \\ C_{22} &= -I_{yy}\dot{\phi}s_{\phi}c_{\phi} + I_{zz}\dot{\phi}s_{\phi}c_{\phi} \\ C_{23} &= I_{xx}\dot{\psi}c_{\theta} + I_{yy}\left(-\dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi} + \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2\right) \\ &\quad I_{zz}\left(\dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi}\right) \\ C_{31} &= -I_{yy}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi} + I_{zz}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi} \\ C_{32} &= -I_{xx}\dot{\psi}c_{\theta} + I_{yy}\left(\dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi} + \dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2\right) \\ &\quad - I_{zz}\left(\dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi}\right) \\ C_{33} &= 0 \end{aligned}$$

## **2.3. Conclusiones del capítulo**

En este capítulo se presentaron algunos de los conceptos básicos para poder tener una mejor comprensión del modelado matemático de la dinámica del helicóptero miniatura de cuatro rotores.

Algo muy importante a mencionar está relacionado a las matrices de rotación y las operaciones que puedes hacer con ellas. Su importancia trasciende cuando se presente la obtención de las ecuaciones dinámicas del vehículo. Las operaciones a las cuales se le debe poner atención es al producto punto que se puede hacer con las matrices de los ángulos de Euler, debido a que el orden de los factores altera el resultado, se podría obtener un resultado que no caracterice bien al vehículo, por lo tanto, es buena idea usar la convención que fue utilizada en este capítulo, debido a que es una convención muy utilizada por la comunidad científica. Además, se mostró la obtención del modelo dinámico del helicóptero miniatura de cuatro rotores por medio de la Ecuación de Euler-Lagrange y se mostraron las ecuaciones de energía que actúan en el vehículo. La comprensión de lo antes descrito es fundamental cuando se estudia el diseño de estrategias de control aplicadas a cualquier tipo de sistema. Por otro lado, se retomaron las configuraciones del vehículo que se habían visto en el capítulo anterior y se les dio de una formalidad a partir de las fuerzas que genera cada uno de los rotores.



# Capítulo 3

## Estrategia de control

En el presente capítulo se mostrará la estrategia de control difusa robusta que se propone para dotar de autonomía al micro helicóptero de cuatro rotores. Se presentarán las técnicas de control proporcional derivativa estándar y el control difuso de ganancias programables para la parte nominal y el compensador robusto.

### 3.1. Controlador de orientación

En esta sección, se tratará primero el control de orientación del helicóptero de cuatro rotores. Se considera que esta dinámica es afectada por perturbaciones externas (ráfagas de viento) e incertidumbres paramétricas que serán expuestas más adelante dentro de este capítulo. En este sentido, para realizar la estabilización de la dinámica de orientación se propone implementar un controlador compuesto por un controlador tipo PD estándar, tipo PD difuso y un compensador robusto. Retomando del capítulo anterior a  $\tau$  de la configuración  $\times$  tenemos que

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{mc}(f_a - f_b) \\ l_{mc}(f_c - f_d) \\ k_{fm}(f_1 - f_2 + f_3 - f_4) \end{bmatrix}; \quad f_i = k_\omega \omega_i^2 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$f_a = f_1 + f_2; \quad f_b = f_3 + f_4; \quad f_c = f_2 + f_3; \quad f_d = f_1 + f_4$$

por lo tanto

$$\tau = A_\tau u \tag{3.1}$$

y

$$u = \begin{bmatrix} \omega_a^2 - \omega_b^2 \\ \omega_c^2 - \omega_d^2 \\ \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2 \end{bmatrix}; \quad A_\tau = \begin{bmatrix} k_\omega l_{mc} & 0 & 0 \\ 0 & k_\omega l_{mc} & 0 \\ 0 & 0 & k_\omega k_{fm} \end{bmatrix}$$

Con el objetivo de poder diseñar el compensador robusto, el sistema dinámico de orientación del helicóptero de cuatro rotores representado por la Ecuación 2.7 puede reescribirse de la siguiente manera (Liu,[31])

$$\ddot{\eta} = \mathbb{J}^{-1} \mathbb{C}(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} + \mathbb{J}^{-1} \text{diag}(k_\omega l_{mc}, k_\omega l_{mc}, k_\omega k_{fm}) u + \mathbb{J}^{-1} w, \quad (3.2)$$

donde  $w$  son perturbaciones externas,  $k_\omega$  es la constante de escalamiento entre la velocidad angular del motor y la fuerza lineal producida,  $l_{mc}$  es la constante de distancia entre el centro de masa a uno de los motores,  $k_{fm}$  es la constante del factor de escalamiento fuerza-momento. Ahora

$$\Gamma = \mathbb{J}^{-1} \text{diag}(k_\omega l_{mc}, k_\omega l_{mc}, k_\omega k_{fm}) = \begin{bmatrix} \gamma_\phi & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_\psi \end{bmatrix},$$

con  $\gamma_\phi = (k_\omega l_{mc}/J_\phi)$ ,  $\gamma_\theta = (k_\omega l_{mc}/J_\theta)$  y  $\gamma_\psi = (k_\omega k_{fm}/J_\psi)$ . La matriz  $\Gamma$  es la matriz de parámetros del micro helicóptero de cuatro rotores, los cuales son constantes positivas. Considerando que se cuenta solo con parámetros nominales, la matriz de parámetros  $\Gamma$  puede reescribirse de la siguiente forma

$$\Gamma = \Gamma^N + \Delta\Gamma,$$

donde  $\Gamma^N$  denota a los parámetros nominales, los cuales son valores cercanos a los parámetros reales  $\Gamma$  y  $\Delta\Gamma$  denota la diferencia entre los parámetros nominales y los reales. Por lo tanto

$$\ddot{\eta} = \Gamma^N u + \mathbb{J}^{-1}(\eta) C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} + \Delta\Gamma u + \mathbb{J}^{-1}(\eta) w. \quad (3.3)$$

Definiendo el error de seguimiento como

$$e_\eta = \eta - r_\eta,$$

donde  $r_\eta$  es la referencia deseada de los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada. Obteniendo su correspondiente dinámica, se tiene

$$\ddot{e}_\eta = \ddot{\eta} - \ddot{r}_\eta = \Gamma^N u + q$$

donde

$$q = \mathbb{J}^{-1} \mathbb{C}(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} + \Delta\Gamma u + \mathbb{J}^{-1} w - \ddot{r}_\eta.$$

El término  $q$  se conoce como el vector de perturbaciones equivalentes, tales como las incertidumbres paramétricas (de los cuales solo se cuenta con los valores nominales de los elementos de la matriz de inercia, constante de proporcionalidad  $k_{fm}$  y  $k_w$ ), acoplamiento no lineal que incluye la dinámica el efecto de Coriolis, y perturbaciones externas acotadas (ráfagas de viento).

Es importante considerar las siguientes suposiciones:

**Suposición 1.** Los ángulos de alabeo y cabeceo satisfacen que  $\theta \in [-\pi/2 + \delta_\theta, \pi/2 - \delta_\theta]$  y  $\phi \in [-\pi/2 + \delta_\phi, \pi/2 - \delta_\phi]$  donde  $\delta_\theta$  y  $\delta_\phi$  son constantes positivas y son elegidas tan grandes que aseguren que el vehículo miniatura de cuatro rotores no pierda sustentación.

**Suposición 2.** Los parámetros inciertos  $k_w$ ,  $k_f$ ,  $l_{mc}$  y  $m$  son acotados. Los parámetros nominales  $\gamma_i^N$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) y  $b_i^N$  ( $i = x, y, z$ ) son positivos y satisfacen que  $|\gamma_i - \gamma_i^N| < \gamma_i^N$   $i = \phi, \theta, \psi$  y  $|b_i - b_i^N| < b_i^N$   $i = x, y, z$ .

**Suposición 3.** Las perturbaciones externas  $w_i$   $i = x, y, z, \phi, \theta, \psi$  son acotadas.

**Suposición 4.** La referencia deseada y sus derivadas son  $r_i^{(k)}$  ( $i = x, y; k = 0, 1, 2, 3, 4$ ) y  $r_i^{(k)}$  ( $i = z, \psi; k = 0, 1, 2$ ) son acotadas.

**Suposición 5.** Existe una constante positiva  $\lambda_{ci\eta 0}$  y  $\lambda_{ci\eta 1}$  ( $\phi, \theta, \psi$ ) tal que  $\|C_i(\eta, \dot{\eta})\|_\infty \leq \lambda_{ci\eta 0} \|\eta\| + \lambda_{ci\eta 1} \|\dot{\eta}\|_\infty$ .

La Ecuación 3.3 pueden reescribirse a partir del error, por lo que se tiene

$$\begin{aligned}\ddot{e}_\phi &= \gamma_\phi^N u_\phi + q_\phi, \\ \ddot{e}_\theta &= \gamma_\theta^N u_\theta + q_\theta, \\ \ddot{e}_\psi &= \gamma_\psi^N u_\psi + q_\psi,\end{aligned}\tag{3.4}$$

donde  $\ddot{e}_\phi = \ddot{\phi} - \ddot{r}_\phi$ ,  $\ddot{e}_\theta = \ddot{\theta} - \ddot{r}_\theta$  y  $\ddot{e}_\psi = \ddot{\psi} - \ddot{r}_\psi$  son las dinámicas de los errores de orientación para los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente y  $r_i$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) son las orientaciones deseadas.

Definiendo las variables de estado

$$e_i = \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \end{bmatrix}; \quad (i = \phi, \theta, \psi),$$

donde  $e_{i1}$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) son los errores de la orientación,  $e_{i2}$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) son las primeras derivadas del error de orientación. Entonces se obtiene la siguiente representación de espacio

de estado

$$\dot{e}_i = A_i e_i + B_i (\gamma_i^N u_i + q_i); \quad (i = \phi, \theta, \psi), \quad (3.5)$$

donde

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

La estrategia de control que se utiliza para estabilizar la dinámica de orientación contrarrestando las perturbaciones equivalentes se divide en dos partes: un control nominal ( $u_i^N$ ) y un compensador robusto ( $u_i^{RC}$ ); por lo tanto, la entrada de control estará dada por

$$u_i = u_i^N + u_i^{RC}; \quad (i = \phi, \theta, \psi) \quad (3.6)$$

### 3.1.1. Controlador nominal orientación

#### Control PD convencional orientación

El control PD convencional para el sistema nominal está dado por

$$u_i^N = -\frac{(k_{pi} e_i + k_{di} \dot{e}_i)}{\gamma_i^N}; \quad i = \phi, \theta, \psi. \quad (3.7)$$

Por la Ecuación 3.5, la Ecuación 3.6 y la Ecuación 3.7 el modelo se reescribe como

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{pi} & -k_{di} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad i = \phi, \theta, \psi,$$

donde  $k_{pi}$  y  $k_{di}$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) son las ganancias del controlador. Entonces las ganancias  $k_{pi}$  y  $k_{di}$  son elegidas de tal forma que la matriz  $A_i$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) sea Hurwitz.

#### Control PD Difuso de Ganancias Programables orientación

El CPDDGP que se propone se diseña a partir de ganancias constantes obtenidas utilizando técnicas de la ubicación de polos que estabilizan el comportamiento del vehículo. Las ganancias del PD se pueden hacer variar con respecto al tiempo multiplicando las ganancias constantes  $k_{pi}$  y  $k_{di}$  por un término variante en el tiempo resultado de la aplicación de un SID del tipo Mamdani. Es decir, el término  $k_{fpi}(t)$  que multiplica a la ganancia proporcional constante se calcula a partir del error de posición. El término  $k_{fdi}(t)$  que multiplica a la ganancia derivativa constante se calcula de la derivada del error de posición. El control CPDDGP para el sistema nominal está dado por

$$u_i^N = -\frac{(k_{pi} k_{fpi}(t) e_i + k_{di} k_{fdi}(t) \dot{e}_i)}{\gamma_i^N}; \quad i = \phi, \theta, \psi. \quad (3.8)$$

Por la Ecuación 3.5, la Ecuación 3.6 y la Ecuación 3.8 el modelo se reescribe como

$$A_{f_i}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{1i}(t) & -k_{2i}(t) \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad i = \phi, \theta, \psi,$$

con  $k_{1i}(t) = k_{pi}k_{f_{pi}}(t)$  y  $k_{2i}(t) = k_{di}k_{f_{di}}(t)$ , donde  $k_{1i}(t), k_{2i}(t) > 0 \forall t \geq 0$ . Además,  $k_{f_{pi}}(t)$  y  $k_{f_{di}}(t)$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) son las ganancias programables proveniente de un sistema de inferencia difusa (SID). Se diseñan ganancias  $k_{pi}$  y  $k_{di}$  positivas para estabilizar los ángulos de Euler. Sobre estas ganancias fijas se introduce una variación, multiplicándolas por un término variable entre 1 y  $h$ , donde  $h$  es una constante positiva. Esto hace que  $k_{f_{pi}}(t)$  y  $k_{f_{di}}(t)$  siempre sean positivas  $\forall t \geq 0$ . Considerando solamente el sistema nominal se tiene

$$\dot{e}_i = A_{f_i}(t)e_i, \quad (3.9)$$

se propone la función candidata de Lyapunov

$$V(t, e_i) = e_i^T P(t)e_i, \quad P(t) = P^T(t) > 0, \quad P(t) \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}.$$

Evaluando las trayectorias de la Ecuación 3.9, se tiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, e_i) &= 2e_i^T P(t)\dot{e}_i + e_i^T \dot{P}(t)e_i, \\ \dot{V}(t, e_i) &= e_i^T [P(t)A_{f_i}(t) + A_{f_i}^T(t)P(t) + \dot{P}(t)]e_i, \end{aligned}$$

considerando a  $P(t) = I$ , donde  $I$  es la identidad de  $2 \times 2$  se obtiene

$$\dot{V}(t, e_i) = e_i^T [A_f(t) + A_f^T(t)]e_i$$

con

$$A_f(t) + A_f^T(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 - k_{1i}(t) \\ 1 - k_{1i}(t) & -2k_{2i}(t) \end{bmatrix}.$$

Entonces

$$\dot{V}(t, e_i) = 2(1 - k_{1i}(t))e_{i1}e_{i2} - 2k_{2i}(t)e_{i2}^2,$$

aplicando la desigualdad de  $2ab \leq a^2 + b^2$ , se tiene

$$\dot{V}(t, e_i) \leq -(k_{1i}(t) - 1)e_{i1}^2 - (k_{1i}(t) + 2k_{2i}(t) - 1)e_{i2}^2.$$

Puesto que  $k_{pi}(t), k_{di}(t) > 0$  y  $k_{1i}(t), k_{2i}(t) \gg 1 \forall t \geq 0$ , se puede concluir que  $\dot{V} < 0 \forall e_{i1}, e_{i2} \neq 0$ , entonces  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i \rightarrow 0$ , por lo tanto, el sistema nominal es asintóticamente estable (Khalil, [32]).

Un sistema de inferencia difusa estándar (Sobrevilla,[33]) se ejemplifica en la Figura 3.1. Las etapas que conforman este sistema de inferencia son:

- **Fusificación:** El primer paso en el proceso de generación de valores difusos, asigna etiquetas difusas al universo de discusión, para cada una de nuestras entradas reales.
- **Base de reglas:** Es el segundo paso en el procesamiento de la lógica difusa. La lógica difusa utiliza reglas lingüísticas para determinar qué acción de control deberá ejecutar, en respuesta a un conjunto de valores de entrada.
- **Defusificación:** El último paso en el procesamiento lógico difuso, es el proceso de la combinación de todas las salidas difusas en una específica, resultando una salida real, que es aplicada al sistema de salida.

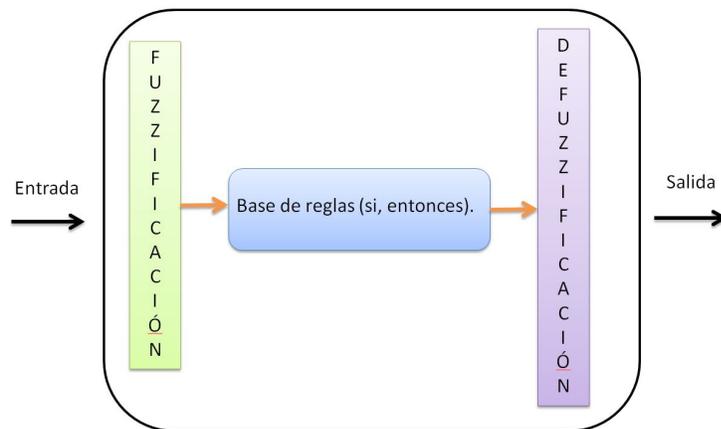


Figura 3.1: Diagrama a bloques del sistema de control de lazo cerrado del control difuso.

Para el CPDDGP se requerirá minimizar el error y la tasa de cambio del error. El tamaño de los universos de discusión dependerá del nivel de saturación, es decir, lo propuesto en la suposición 1.

La fusificación se trabajará con las siguientes variables lingüísticas:

- $e_i(t)$  cambia a la variable lingüística *error*, con los siguientes términos lingüísticos:
  1. error positivo grande (epg),
  2. error positivo pequeño (epp),

3. error cero (ec),
  4. error negativo pequeño (enp),
  5. error negativo grande (eng),
- $\dot{e}_i(t)$  cambia a la variable lingüística *cambio-error*, con los siguientes términos lingüísticos:
    1. cambio-error positivo grande (cepg),
    2. cambio-error positivo pequeño (cepp),
    3. cambio-error cero (cec),
    4. cambio-error negativo pequeño (cenp),
    5. cambio-error negativo grande (ceng),
  - $k_{fpi}(t)$  cambia a la variable lingüística *ganpro*, con los siguientes términos lingüísticos:
    1. ganpro pequeño (gppq),
    2. ganpro mediano (gpmed),
    3. ganpro grande (gpgd),
  - $k_{fdi}(t)$  cambia a la variable lingüística *gandev*, con los siguientes términos lingüísticos:
    1. gandev pequeño (gdpq),
    2. gandev mediano (gdmed),
    3. gandev grande (gdgd),

donde ganpro ( $k_{fpi}(t)$ ) va aumentar a la ganancia proporcional del control convencional de acuerdo al error y gandev ( $k_{fdi}(t)$ ) va aumentar a la ganancia derivativa del control convencional de acuerdo a la dinámica del error. Las funciones de membresía a utilizar son las triangulares y trapezoidales y su diseño se muestra en la Figura 3.2-3.4. Los límites de los errores y de cambio-error se eligieron a partir de las posiciones y velocidades de operación del vehículo. Las salidas de las ganancias programables fueron elegidas a partir de variaciones pequeñas e ir aumentando poco a poco hasta obtener una respuesta deseada del sistema. Cabe mencionar que la función de membresía del cambio-error es la misma al del error, es por eso que no se incluye.

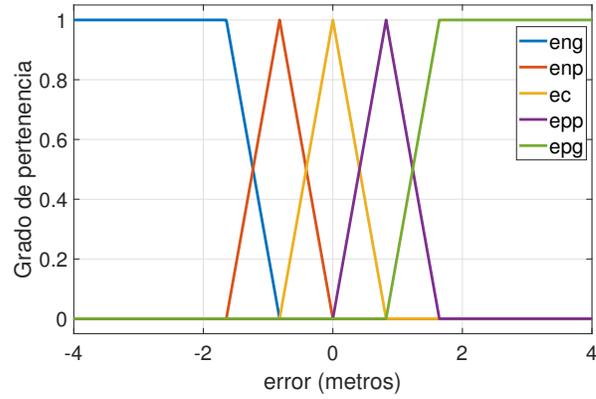


Figura 3.2: Función de membresía para el error de posición en la orientación.

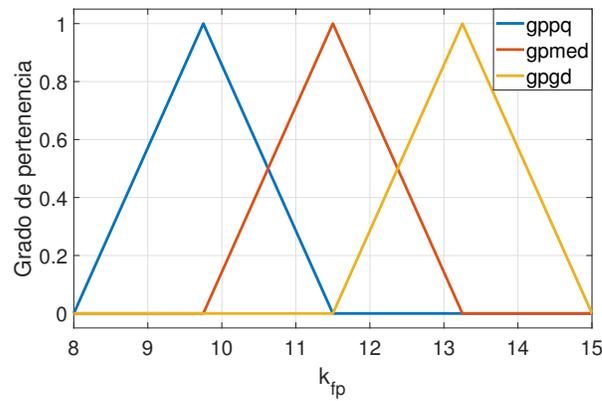


Figura 3.3: Función de membresía para la ganancia nominal.

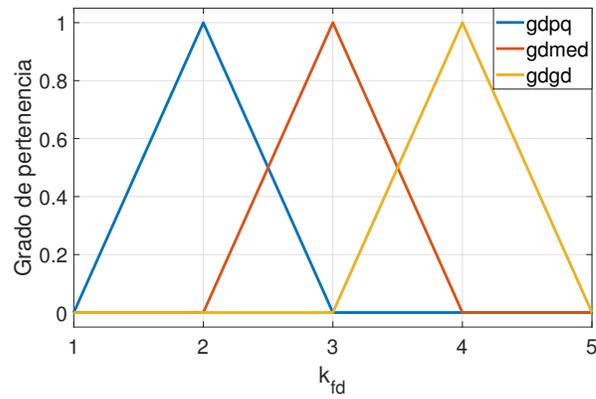


Figura 3.4: Función de membresía para el control nominal.

La base de reglas está compuesta como se muestra a continuación:

- **Regla 1:** Si error está en cero y cambio-error está en cero entonces ganpro está en cero y gandev está en cero.
- **Regla 2:** Si error está en cero y cambio-error está en positivo pequeño entonces ganpro está en negativo pequeño y gandev está en negativo pequeño.
- **Regla 3:** Si error está en cero y cambio-error está en negativo pequeño entonces ganpro está en negativo pequeño y gandev está en negativo pequeño.
- ...

Para este caso se tienen 25 reglas, las cuales se pueden tabular como se muestra en la Tabla 3.1.

	eng	enp	ec	epp	epg
cepg	gp/gdgd	gp/gdmed	gp/gdmed	gp/gdmed	gp/gdgd
cepp	gp/gdgd	gp/gdmed	gp/gdpq	gp/gdmed	gp/gdgd
cec	gp/gdgd	gp/gdmed	gp/gdpq	gp/gdmed	gp/gdgd
cenp	gp/gdgd	gp/gdmed	gp/gdpq	gp/gdmed	gp/gdgd
ceng	gp/gdgd	gp/gdmed	gp/gdmed	gp/gdmed	gp/gdgd

Tabla 3.1: Base de reglas.

en este punto se va a tener que el conjunto D va a contener los elementos del error y el conjunto E va a contener a los elementos cambio-error. Aplicando el proceso de inferencia de min de las definiciones 4, 5 y 6 del apéndice A, se puede obtener

$$\mu_c(u_n) = \min(\mu_D(\text{error}), \mu_E(\text{cambio} - \text{error})), \quad (3.10)$$

en el caso de la defusificación se utiliza el método de centro de área, cual se expresa como

$$k_{fpi} = \frac{\int u_n \mu_c(u_n) du}{\int \mu_c(u_n) du}, \quad k_{fdi} = \frac{\int u_n \mu_c(u_n) du}{\int \mu_c(u_n) du}, \quad i = \phi, \theta, \psi, \quad (3.11)$$

donde  $\mu_c$  es el grado de membresía obtenida del min y  $k_{fpi}(t)$  y  $k_{fdi}(t)$  son los valores reales de las ganancias programables.

### 3.1.2. Compensador robusto de orientación

Ahora para la cancelación de los efectos de la perturbación  $q_i$  (tomada de la Ecuación 3.4) se utiliza el compensador robusto  $u^{RC}$  basado en un filtro robusto de segundo orden, el cual se expresa como (Liu, [22])

$$F_i = \frac{g_i^2}{(s + g_i)^2}; \quad i = \phi, \theta, \psi, \quad (3.12)$$

por lo tanto, el compensador se expresa como

$$u_i^{RC} = -\frac{F_i(s)q_i(s)}{\gamma_i^N}; \quad i = \phi, \theta, \psi, \quad (3.13)$$

donde el parámetro  $g_i$  es el encargado de reducir o eliminar los efectos de las perturbaciones equivalentes y así no permitir que estas perturbaciones equivalentes intervengan en la dinámica del sistema. La perturbación  $q_i$  no puede ser medida directamente. Por lo tanto, de la Ecuación 3.4 se puede tener la siguiente expresión

$$q_i = e_i - \gamma_i^N u_i; \quad i = \phi, \theta, \psi, \quad (3.14)$$

aplicando la transformada de Laplace a 3.14

$$Q_i(s) = s^2 E_{i1}(s) - s e_{i1}(0) - \dot{e}_{i1}(0) - \gamma_i^N U_i.$$

Puesto que  $\phi(0), \theta(0), \psi(0) = 0$  y  $\ddot{\phi}(0), \dot{\theta}(0), \dot{\psi}(0) = 0$  y  $F_\eta(0) = 0$  es decir que comenzara en cero y por  $e_{i1}$  y  $e_{i2}$  se tiene

$$e_{i1}(0) = 0 \quad \dot{e}_{i1}(0) = 0,$$

por lo tanto

$$Q_i(s) = s^2 E_{i1}(s) - \gamma_i^N U_i(s), \quad (3.15)$$

sustituyendo 3.15 en  $U_i^{RC}(s)$

$$U_i^{RC}(s) = -\frac{s^2 F_i(s)}{\gamma_i^N} E_{i1}(s) + F_i(s) U_i(s),$$

donde los términos

$$s^2 F_i(s) = g_i^2 \left[ 1 - \left( \frac{1}{s^2 + g_i} \right) \left( 2g_i - \frac{g_i^2}{s^2 + g_i} \right) \right],$$

sustituyendo en  $U_i^{RC}(s)$

$$U_i^{RC}(s) = -\frac{g_i^2}{\gamma_i^N} E_{i1}(s) + \frac{g_i}{\gamma_i^N} \left[ \left( \frac{1}{s^2 + g_i} \right) \left( 2g_i - \frac{g_i^2}{s^2 + g_i} \right) E_{i1}(s) + \frac{\gamma_i^N}{g_i^2} F_i(s) U_i(s) \right]. \quad (3.16)$$

Definiendo algunos términos de la Ecuación 3.16 se definirán como

$$z_{i2}(s) = \left( \frac{1}{s + g_i} \right) \left( 2g_i - \frac{g_i^2}{s^2 + g_i} \right) E_{i1}(s) + \frac{\gamma_i^N}{g_i^2} F_i(s) U_i(s),$$

En  $z_{i2}(s)$  sustituimos  $F_i(s)$  obteniéndose

$$z_{i2}(s) = \left( \frac{1}{s + g_i} \right) \left[ 2g_i E_{i1}(s) + \frac{\gamma_i^N U_i(s) - g_i^2 E_{i1}(s)}{s + g_i} \right],$$

definiendo  $z_{i1}(s)$

$$z_{i1}(s) = \frac{\gamma_i^N U_i(s) - g_i^2 E_{i1}(s)}{s + g_i},$$

por lo tanto

$$z_{i2}(s) = \left( \frac{1}{s + g_i} \right) [2g_i E_{i1}(s) + z_{i1}(s)],$$

podemos reescribir

$$U_i^{RC}(s) = -\frac{g_i^2}{\gamma_i^N} E_{i1}(s) + \frac{g_i^2}{\gamma_i^N} z_{i2}(s),$$

aplicando transformada inversa de Laplace

$$u_i^{RC}(t) = -\frac{g_i^2}{\gamma_i^N} e_{i1}(t) + \frac{g_i^2}{\gamma_i^N} z_{i2}(t), \quad (3.17)$$

de la definición de  $z_{i2}(s)$  se tiene

$$s z_{i2}(s) = 2g_i E_{i1}(s) + z_{i1}(s) - g_i z_{i2}(s),$$

aplicando transformada inversa de Laplace

$$\dot{z}_{i2}(t) = 2g_i e_{i1}(t) + z_{i1}(t) - g_i z_{i2}(t), \quad (3.18)$$

y de la definición de  $z_{i1}(s)$  se tiene

$$z_{i1}(s) = \gamma_i^N U_i(s) - g_i^2 E_{i1}(s) - g_i z_{i1}(s),$$

aplicando transformada inversa de Laplace

$$\dot{z}_{i1}(t) = \gamma_i^N u_i(t) - g_i^2 e_{i1}(t) - g_i z_{i1}(t), \quad (3.19)$$

3.17, 3.18 y 3.19 forman la realización del compensador robusto. Por lo tanto

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i1} &= -g_i z_{i1} - g_i^2 e_{i1} + \gamma_i^N u_i, \\ \dot{z}_{i2} &= -g_i z_{i2} + z_{i1} + 2g_i e_{i1}, \\ u_i^{RC} &= \frac{g_i^2 (z_{i2} - e_{i1})}{\gamma_i^N}; \quad i = \phi, \theta, \psi, \end{aligned}$$

donde  $z_{i1}$ ,  $z_{i2}$  son los estados del filtro robusto (Liu, [22]).

Una forma de visualizar el controlador en lazo cerrado que utiliza la combinación de un CPDDGP y el compensador robusto es a través del diagrama a bloques siguiente.

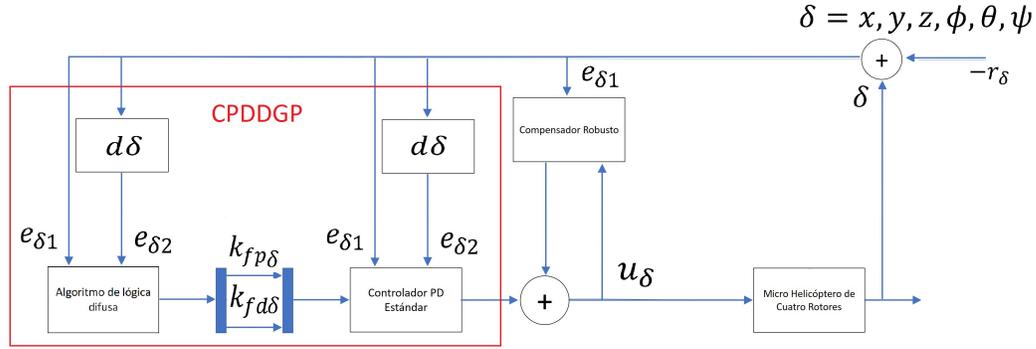


Figura 3.5: Diagrama a bloques del sistema de control en lazo cerrado.

## 3.2. Controlador de traslación

Para este caso se trata la posición longitudinal  $x$ , posición lateral  $y$ , posición vertical  $z$ , que corresponde a la siguiente referencia  $r_x$ ,  $r_y$  y  $r_z$  respectivamente. Además, que el procedimiento para obtener el controlador nominal y el compensador robusto es muy similar al de orientación.

Definiendo los errores de seguimiento para las tres posiciones de traslación como

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{u_\xi}{m}(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta) + \Delta_x + w_x, \\ \ddot{y} &= \frac{u_\xi}{m}(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \phi) + \Delta_y + w_y, \\ \ddot{z} &= \frac{u_\xi}{m} \cos \theta \cos \phi - g + \Delta_z + w_z.\end{aligned}\tag{3.20}$$

Se desea obtener un sistema reducido, se comienza con la construcción de  $z$ , donde el error de  $z$  este dado por

$$\ddot{e}_z = \ddot{z} - \ddot{r}_z = \frac{u_\xi}{m} \cos \theta \cos \phi - g + \Delta_z + w_z - \ddot{r}_z,$$

y  $u_\xi$  puede expresarse como

$$\begin{aligned}u_\xi &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4, \\ u_\xi &= k_w u_z; \quad u_z = w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2,\end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned}\ddot{e}_z &= \frac{k_w}{m} u_z \cos \theta \cos \phi - g + \Delta_z - \ddot{r}_z, \\ b_z &= \frac{k_w}{m}, \\ \ddot{e}_z &= b_z^N u_z + (b_z u_z \cos \theta \cos \phi - b_z^N u_z - \ddot{r}_z + \Delta_z + w_z) - g, \\ \ddot{e}_z &= b_z^N (u_z + q_z) - g,\end{aligned}$$

donde

$$q_z = \frac{b_z u_z \cos \theta \cos \phi - b_z^N u_z - \ddot{r}_z + \Delta_z + w_z}{b_z^N},$$

ahora para el error de  $x$  se tiene

$$\ddot{e}_x = \ddot{x} - \ddot{r}_x = \frac{u_\xi}{m}(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta) + \Delta_x + w_x - \ddot{r}_x,$$

proponiendo  $b_x = g$  y debido a que se considera que el valor de la gravedad es  $g = 9.81$  a nivel del mar, entonces  $b_x^N = g$ , por lo tanto

$$\begin{aligned}\ddot{e}_x &= b_x^N \theta + \frac{b_x^N}{b_x^N} \left( \frac{u_\xi \sin \phi \sin \psi}{m} + \frac{u_\xi \cos \phi \cos \psi \sin \theta}{m} + \Delta_x - \ddot{r}_x - b_x^N \theta + w_x \right), \\ \ddot{e}_x &= b_x^N (\theta + q_x),\end{aligned}$$

donde

$$q_x = \frac{\frac{u_\xi \sin \phi \sin \psi}{m} + \frac{u_\xi \cos \phi \cos \psi \sin \theta}{m} + \Delta_x - \ddot{r}_x - b_x^N \theta + w_x}{b_x^N},$$

ahora para  $y$  se plantea

$$\ddot{e}_y = \ddot{y} - \ddot{r}_y = \frac{u_\xi}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \phi) + \Delta_y - \ddot{r}_y,$$

proponiendo  $b_y^N = g$  donde  $g = 9.81$ , se tiene

$$\begin{aligned} \ddot{e}_y &= -b_y^N \phi - \frac{b_y^N}{-b_y^N} \left[ \frac{u_\xi}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \phi) + \Delta_y + w_y - \ddot{r}_y + b_y^N \phi \right], \\ \ddot{e}_y &= -b_y^N (\phi + q_y), \end{aligned}$$

donde

$$q_y = \frac{\frac{u_\xi \cos \psi \sin \phi}{m} - \frac{u_\xi \cos \phi \sin \theta \sin \psi}{m} - \Delta_y + \ddot{r}_y - b_y^N \phi - w_y}{b_y^N},$$

Por lo tanto, la dinámica del error del helicóptero miniatura de cuatro rotores se expresa como

$$\begin{aligned} \ddot{e}_{x1} &= b_x^N (\theta + q_x), \\ \ddot{e}_{y1} &= -b_y^N (\phi + q_y), \\ \ddot{e}_{z1} &= b_z^N (u_z + q_z) - g. \end{aligned} \tag{3.21}$$

los parámetros están definidos como

$$b_x = b_y = g, \quad b_z = \frac{k_w}{m},$$

donde  $b_i^N$  son los parámetros nominales de  $i = x, y, z$ , y  $q_i$  ( $i = x, y, z$ ) son las perturbaciones equivalentes que contienen la siguiente forma

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{\frac{u_\xi \cos \phi \cos \psi \sin \theta}{m} + \frac{u_\xi \sin \phi \sin \psi}{m} + \Delta_x - b_x^N \theta - \ddot{r}_x + w_x}{b_x^N}, \\ q_y &= \frac{\frac{u_\xi \cos \psi \sin \phi}{m} - \frac{u_\xi \cos \phi \sin \theta \sin \psi}{m} - \Delta_y + \ddot{r}_y - b_y^N \phi - w_y}{b_y^N}, \end{aligned} \tag{3.22}$$

$$q_z = \frac{\frac{u_z \cos \theta \cos \phi b_z}{m} - b_z^N u_z - \ddot{r}_z + \Delta_z + w_z}{b_z^N}.$$

Considerando el siguiente modelo nominal del error en  $z$  de la misma forma que en el caso de la orientación se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{z1} \\ \dot{e}_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{z1} \\ e_{z2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_z^N \end{bmatrix} \left( u_z - \frac{g}{b_z^N} + q_z \right), \quad (3.23)$$

donde  $e_{z1}$  es el error en  $z$  y  $e_{z2}$  es la derivada del error  $e_{z1}$ . El diseño de la ley de control  $u_z$  consiste de una parte nominal y un compensador robusto  $u_{RC}$  como se muestra a continuación

$$u_z = u_z^N + u_z^{RC}.$$

### 3.2.1. Controlador nominal de $z$

#### Control PD convencional de $z$

La ley de control nominal es diseñada como una realimentación de estado para el modelo antes mencionado, de tal forma la ley de control es expresada como

$$u_z^N = \frac{-k_{pz}e_{z1} - k_{dz}e_{z2} + g}{b_z^N}, \quad (3.24)$$

donde  $k_{pz}$  y  $k_{dz}$  son ganancias del control PD. Utilizando la Ecuación 3.23 y la Ecuación 3.24 se puede describir el modelo del error en  $z$  por

$$\dot{e}_z = A_z e_z + B_z (u_z^{RC} + q_z), \quad (3.25)$$

donde

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{pz} & -k_{dz} \end{bmatrix}; \quad B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ b_z^N \end{bmatrix}$$

entonces las ganancias  $k_{pz}$  y  $k_{dz}$  son elegidas de tal forma que la matriz  $A_z$  sea Hurwitz.

#### Control PD difuso de ganancias programables de $z$

La ley de control nominal es diseñada como una realimentación de estado para el modelo antes mencionado, de tal forma la ley de control es expresada como

$$u_z^N = \frac{-k_{pz}k_{fpz}(t)e_{z1} - k_{dz}k_{fdz}(t)e_{z2} + g}{b_z^N}, \quad (3.26)$$

donde  $k_{fpz}(t)$  y  $k_{fdz}(t)$  son las ganancias programables. Utilizando la Ecuación 3.23 y la Ecuación 3.26 se puede describir el modelo del error en  $z$  por

$$\dot{e}_z = A_{fz}(t)e_z + B_z (b_z^N u_z^{RC} + b_z^N q_z), \quad (3.27)$$

donde

$$A_{fz}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{1z}(t) & -k_{2z}(t) \end{bmatrix}; \quad B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

con  $k_{1z}(t) = k_{pz}k_{fpz}(t)$  y  $k_{2z}(t) = k_{dz}k_{fdz}(t)$ , donde  $k_{f1z}(t), k_{f2z}(t) > 0 \forall t \geq 0$ . Además,  $k_{fpz}(t)$  y  $k_{fdz}(t)$  son las ganancias programables proveniente de un sistema de inferencia difusa (SID). Se diseñan ganancias  $k_{pz}$  y  $k_{dz}$  positivas para estabilizar los ángulos de Euler. Sobre estas ganancias fijas se introduce una variación, multiplicándolas por un término variable entre 1 y  $h$ , donde  $h$  es una constante positiva. Esto hace que  $k_{fpz}(t)$  y  $k_{fdz}(t)$  siempre sean positivas  $\forall t \geq 0$ . Por un procedimiento muy similar al presentado en la orientación vamos a obtener que el sistema nominal es asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov (Khalil, [32]).

Se sigue el mismo procedimiento utilizado para el control de nominal de orientación. Por lo tanto, la defusificación se trabajará con las siguientes variables lingüísticas:

- $e_z(t)$  cambia a la variable lingüística *error*, con los siguientes términos lingüísticos:
  1. error positivo grande en  $z$  (epgz),
  2. error positivo pequeño en  $z$  (eppz),
  3. error cero en  $z$  (ecz),
  4. error negativo pequeño en  $z$  (enpz),
  5. error negativo grande en  $z$  (engz),
- $\dot{e}_z(t)$  cambia a la variable lingüística *cambio-error*, con los siguientes términos lingüísticos:
  1. cambio-error positivo grande en  $z$  (cepgz),
  2. cambio-error positivo pequeño en  $z$  (ceppz),
  3. cambio-error cero en  $z$  (cecz),
  4. cambio-error negativo pequeño en  $z$  (cenpz),
  5. cambio-error negativo grande en  $z$  (cengz),

- $k_{fpz}(t)$  cambia a la variable lingüística *ganpro en z*, con los siguientes términos lingüísticos:
  1. ganpro pequeño en z (gppqz),
  2. ganpro mediano en z (gpmedz),
  3. ganpro grande en z (gpgdz),
  
- $k_{fdz}(t)$  cambia a la variable lingüística *gandevz en z*, con los siguientes términos lingüísticos:
  1. gandev pequeño en z (gdpqz),
  2. gandev mediano en z (gdmedz),
  3. gandev grande en z (gdgdz),

donde ganpro en z ( $k_{fpz}(t)$ ) va aumentar a la ganancia proporcional del control convencional de acuerdo al error y gandev en z ( $k_{fdz}(t)$ ) va aumentar a la ganancia derivativa del control convencional de acuerdo a la derivada del error. Las funciones de membresía a utilizar son las triangulares y trapezoidales, el diseño de las funciones se muestra en la Figura 3.6-3.8. La elección de los límites en el error, cambio del error, ganpro en z y gandev en z se realizaron a partir de la respuesta del sistema, y se manipularon hasta obtener una respuesta deseada en simulación numérica. Cabe mencionar que la función de membresía del cambio-error es la misma que del error, es por eso que no se incluye.

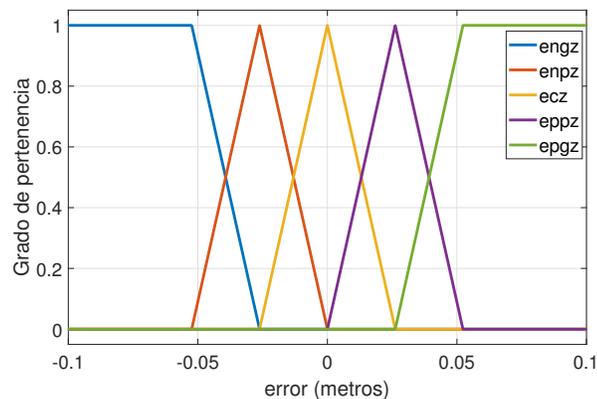


Figura 3.6: Función de membresía para el error de posición en z.

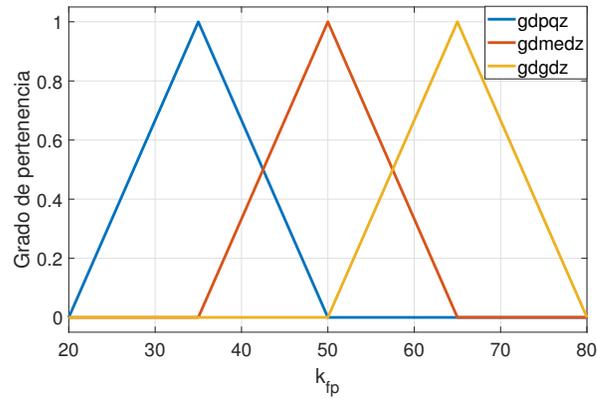


Figura 3.7: Función de membrasía para el control nominal.

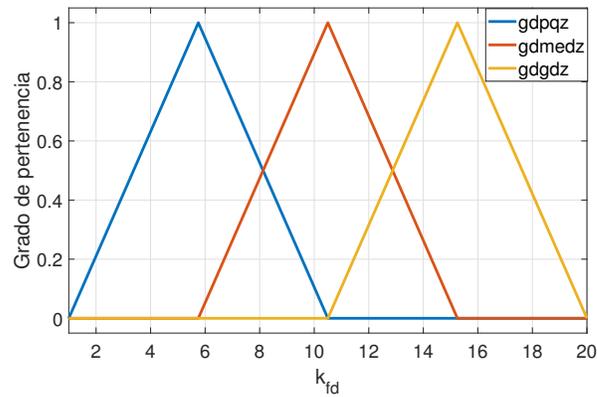


Figura 3.8: Función de membrasía para el control nominal.

La base de reglas se tabula en la Tabla 3.2.

	engz	enpz	ecz	eppz	epgz
cepgz	gdgdz	gdmedz	gdmedz	gdmedz	gdgdz
ceppz	gdgdz	gdmedz	gdpqz	gdmedz	gdgdz
cecz	gdgdz	gdmedz	gdpqz	gdmedz	gdgdz
cenpz	gdgdz	gdmedz	gdpqz	gdmedz	gdgdz
cengz	gdgdz	gdmedz	gdmedz	gdmedz	gdgdz

Tabla 3.2: Base de reglas.

Para la inferencia y de fusificación se usan las Ecuaciones 3.10 y 3.11 respectivamente.

### 3.2.2. Compensador robusto en z

Para la cancelación de los efectos de la perturbación equivalente  $q_z$  se utiliza un compensador robusto  $u^{RC}$  similar al utilizado para la orientación, el cual se expresa como

$$F_z(s) = \frac{g_z^2}{(s + g_z)^2}, \quad (3.28)$$

por lo tanto el compensador robusto esta dado por

$$u_z^{RC} = -F_z(s)q_z, \quad (3.29)$$

donde  $g_z$  tiene las mismas características que  $g_i$ . La perturbación  $q_z$  tiene la misma restricción  $q_i$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ) y tampoco puede ser medida. Por lo tanto, de la Ecuación 3.22 se puede tener la siguiente expresión

$$q_z = \frac{\ddot{e}_{z1} + g}{b_{z1}^N} - u_z, \quad (3.30)$$

sustituyendo la Ecuación 3.30 en 3.29 y haciendo la realización para  $u_z^{RC}$  (siguiendo los mismos pasos hechos en la orientación se puede llegar a este resultado) con el estado  $z_{z1}$  y  $z_{z2}$  se obtiene (Liu, [22])

$$\begin{aligned} \dot{z}_{z1} &= -g_z z_{z1} - g_z^2 e_{z1} + b_z^N u_z - g, \\ \dot{z}_{z2} &= -g_z z_{z2} + z_{z1} + 2g_z e_{z1}, \\ u_z^{RC} &= \frac{g_z^2 (z_{z2} - e_{z1})}{b_z^N}. \end{aligned}$$

### 3.2.3. Controlador para x-y

Para el caso del controlador para la traslación longitudinal y lateral se define a  $u_x$  y  $u_y$  como las entradas de control para la posición en  $x$  y  $y$  respectivamente. Debido a que es un sistema subactuado estas entradas actuaran como las referencias deseadas para los ángulos de cabeceo y alabeo, eso quiere decir que  $u_x = r_\theta$  y  $u_y = r_\phi$ , por lo tanto, de la Ecuación 3.22 se puede tener las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \ddot{e}_{x1} &= b_x^N (u_x + \hat{q}_x), \\ \ddot{e}_{y1} &= -b_y^N (u_y + \hat{q}_y), \end{aligned} \quad (3.31)$$

donde  $\hat{q}_x = q_x + \theta - r_\theta$  y  $\hat{q}_y = q_y + \phi - r_\phi$ . El controlador virtual para la traslación longitudinal y lateral está dado por

$$u_i = u_i^N + u_i^{RC}, \quad (3.32)$$

en este control no son ignorados los errores de los ángulos cabeceo y alabeo, de hecho, son considerados como inciertos y son introducidos en  $\hat{q}_i$  ( $i = x, y$ ).

### Control PD convencional para x-y

Para este caso se hacen consideraciones similares a las planteadas para el control nominal de la traslación vertical  $z$  y se obtienen los siguientes controladores nominales

$$u_x^N = \frac{-k_{x1}e_{x1} - k_{x2}e_{x2}}{b_x^N}, \quad u_y^N = \frac{k_{y1}e_{y1} + k_{y2}e_{y2}}{b_y^N}, \quad (3.33)$$

donde  $e_{x1}$  es el error de la traslación longitudinal,  $e_{x2}$  es el error de la velocidad de traslación longitudinal,  $e_{y1}$  es el error de la traslación lateral,  $e_{y2}$  es la velocidad del error de la traslación lateral,  $k_{x1}$ ,  $k_{x2}$ ,  $k_{y1}$  y  $k_{y2}$  son las ganancias de los controladores nominales para  $x$  y  $y$ . Combinando las Ecuaciones 3.31, 3.32 y 3.35 se obtiene

$$\dot{e}_i = A_i e_i + B_i (b_i^N u_i^{RC} + b_i^N \hat{q}_i) \quad i = x, y, \quad (3.34)$$

donde

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{x1} & -k_{x2} \end{bmatrix}, \quad A_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_{y1} & k_{y2} \end{bmatrix},$$

$$B_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_y = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix},$$

siguiendo el planteamiento realizado para  $z$ ,  $k_{x1}$ ,  $k_{x2}$ ,  $k_{y1}$  y  $k_{y2}$  son ganancias que deben cumplir con el criterio de estabilidad de Hurwitz para la matriz  $A_i$  ( $i = x, y$ ) (Liu,[22]).

### Control PD difuso de ganancias programables en x-y

En este caso tenemos

$$u_x^N = \frac{-k_{x1}k_{fpx}(t)e_{x1} - k_{x2}k_{fdx}(t)e_{x2}}{b_x^N}, \quad u_y^N = \frac{k_{y1}k_{fpy}(t)e_{y1} + k_{y2}k_{fdy}(t)e_{y2}}{b_y^N}, \quad (3.35)$$

donde  $e_{x1}$  es el error de la traslación longitudinal,  $e_{x2}$  es el error de la velocidad de traslación longitudinal,  $e_{y1}$  es el error de la traslación lateral,  $e_{y2}$  es la velocidad del error de la traslación lateral,  $k_{x1}$ ,  $k_{x2}$ ,  $k_{y1}$  y  $k_{y2}$  son las ganancias de los controladores y  $k_{fpx}(t)$ ,  $k_{fdx}(t)$ ,  $k_{fpy}(t)$  y  $k_{fdy}(t)$  son las ganancias programables para  $x$  y  $y$ . Combinando las Ecuaciones 3.31, 3.32 y 3.35 se obtiene

$$\dot{e}_i = A_{fi}(t)e_i + B_i(b_i^N u_i^{RC} + \hat{q}_i) \quad i = x, y, \quad (3.36)$$

donde

$$A_{fx}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{xp}(t) & -k_{xd}(t) \end{bmatrix}, \quad A_{fy}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_{yp}(t) & k_{yd}(t) \end{bmatrix},$$

$$B_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_y = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix},$$

con  $k_{yp}(t) = k_{y1}k_{fpy}(t)$ ,  $k_{yd}(t) = k_{y2}k_{fdy}(t)$ ,  $k_{xp}(t) = k_{x1}k_{fpx}(t)$  y  $k_{xd}(t) = k_{x2}k_{fdx}(t)$ , donde  $k_{yp}(t), k_{yd}(t), k_{xp}(t), k_{xd}(t) > 0 \forall t \geq 0$ . Además,  $k_{yp}(t)$ ,  $k_{yd}(t)$ ,  $k_{xp}(t)$  y  $k_{xd}(t)$  son las ganancias programables proveniente de un sistema de inferencia difusa (SID). Se diseñan ganancias  $k_{y1}$ ,  $k_{y2}$ ,  $k_{x1}$  y  $k_{x2}$  positivas para estabilizar los ángulos de Euler. Sobre estas ganancias fijas se introduce una variación, multiplicándolas por un término variable entre 1 y  $h$ , donde  $h$  es una constante positiva. Esto hace que  $k_{yp}(t)$ ,  $k_{yd}(t)$ ,  $k_{xp}(t)$  y  $k_{xd}(t)$  siempre sean positivas  $\forall t \geq 0$ . Por un procedimiento muy similar al presentado en la orientación vamos a obtener que el sistema nominal es asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov (Khalil, [32]).

Para este caso se siguen los mismos pasos que se utilizaron para el control de nominal de orientación, es decir, se construye el control difuso de la misma manera que se construyó en la orientación. Por lo tanto, la defusificación se trabajará con las siguientes variables lingüísticas:

- $e_i(t)$  cambia a la variable lingüística *error*, con los siguientes términos lingüísticos:
  1. error positivo grande en x/y (epgx/y),
  2. error positivo pequeño en x/y (eppx/y),
  3. error cero en x/y (ecx/y),
  4. error negativo pequeño en x/y (enpx/y),
  5. error negativo grande en x/y (engx/y),
- $\dot{e}_i(t)$  cambia a la variable lingüística *cambio-error*, con los siguientes términos lingüísticos:

1. cambio-error positivo grande en x/y (cepgx/y),
  2. cambio-error positivo pequeño en x/y (ceppx/y),
  3. cambio-error cero en x/y (cecxy),
  4. cambio-error negativo pequeño en x/y (cenpx/y),
  5. cambio-error negativo grande en x/y (cengx/y),
- $k_{fpi}(t)$  cambia a la variable lingüística *ganpro*, con los siguientes términos lingüísticos:
    1. ganpro pequeño en x/y (gppqx/y),
    2. ganpro mediano en x/y (gpmedx/y),
    3. ganpro grande en x/y (gpgdx/y),
  - $k_{fdi}(t)$  cambia a la variable lingüística *gandev*, con los siguientes términos lingüísticos:
    1. gandev pequeño en x/y (gdpqx/y),
    2. gandev mediano en x/y (gdmedx/y),
    3. gandev grande en x/y (gdgdx/y),

Las funciones de membresía a utilizar son las triangulares y trapezoidales, el diseño de las funciones se muestra en la Figura 3.9-3.11. Cabe mencionar que la función de membresía del cambio-error es la misma que del error, es por eso que no se incluye.

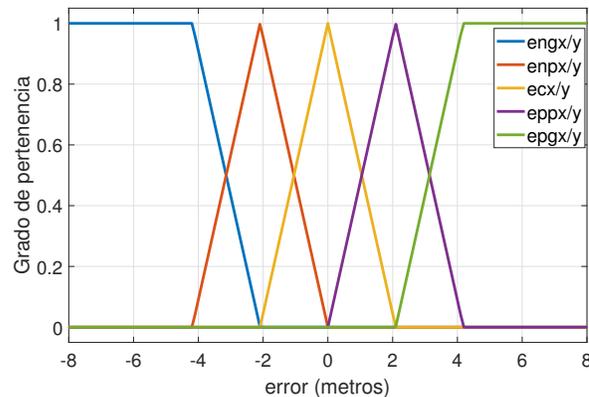


Figura 3.9: Función de membresía para el error de posición en la orientación.

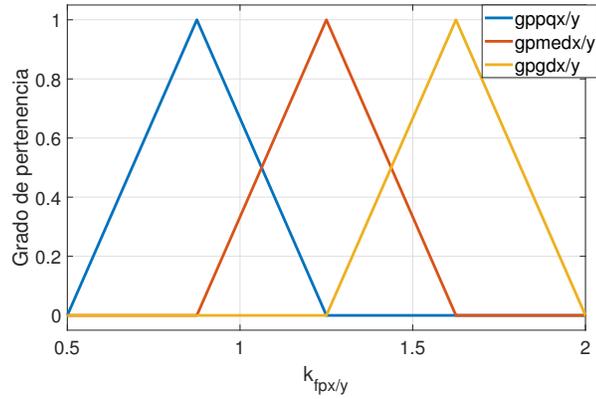


Figura 3.10: Función de membresía para el control nominal.

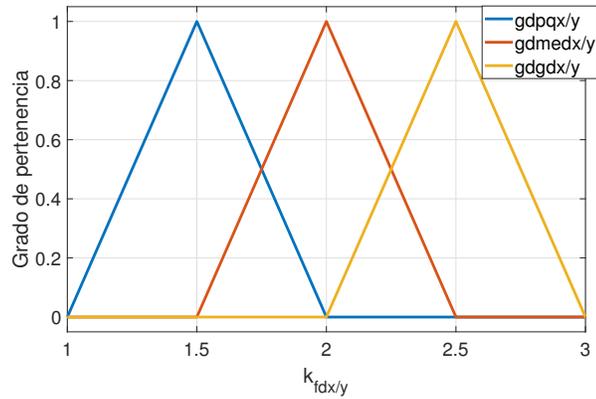


Figura 3.11: Función de membresía para el control nominal.

La base de reglas para  $x$  y  $y$  se tabula en la Tabla 4.3.

	$engx/y$	$enpx/y$	$ecx/y$	$eppx/y$	$epgx/y$
$cepgx/y$	gp/gdgdx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdgdx/y
$ceppx/y$	gp/gdgdx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdpqx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdgdx/y
$cecx/y$	gp/gdgdx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdpqx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdgdx/y
$cenpx/y$	gp/gdgdx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdpqx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdgdx/y
$cengx/y$	gp/gdgdx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdmedx/y	gp/gdgdx/y

Tabla 3.3: Base de reglas.

Para la inferencia y defusificación se usan las Ecuaciones 3.10 y 3.11 respectivamente.

### 3.2.4. Compensador robusto en x-y

Para la construcción del compensador robusto se sigue el mismo criterio que se utilizó para  $z$ , entonces, el filtro para reducir los efectos de la perturbación equivalente  $\hat{q}_i$  ( $i = x, y$ ) es

$$F_i(s) = \frac{g_i^2}{(s + g_i)^2} \quad i = x, y, \quad (3.37)$$

y el compensador robusto esta dado por

$$u_i^{RC} = -F_i(s)\hat{q}_i, \quad i = x, y, \quad (3.38)$$

realizando la sustitución de la Ecuación 3.38 en 3.37 y haciendo la realización (siguiendo los mismos pasos hechos en la orientación se puede llegar a este resultado) para  $u_i^{RC}$  con el estado  $z_{i1}$  y  $z_{i2}$  ( $i = x, y$ ) se obtiene (Liu, [22])

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i1} &= -g_i z_{i1} - g_i^2 e_{i1} + b_i^N u_i, \\ \dot{z}_{i2} &= -g_i z_{i2} + z_{i1} + 2g_i e_{i1}, \\ u_i^{RC} &= \frac{g_i^2 (z_{i2} - e_{i1})}{b_i^N}; \quad i = x, y. \end{aligned}$$

## 3.3. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se mostró la manera de obtener un modelo basado en el error de las posiciones traslacionales y angulares de un helicóptero miniatura de cuatro rotores, además de la obtención de las perturbaciones equivalentes que actúan en el vehículo. Por igual, se presentó el compensador robusto que comprende de dos partes, la parte nominal es un control PD difuso de ganancias programables por Mamdani que comprende de una fusificación, una inferencia donde se contiene la base de reglas y una defusificación en la cual obtendremos a la salida de esta defusificación una ganancia programable proporcional y otra ganancia programable derivativa. La segunda parte consistió en un compensador robusto construido a partir de un filtro de segundo orden en la frecuencia y es el encargado de tratar con las perturbaciones equivalentes que se mencionaron dentro de este capítulo, además de presentan algunos diagramas que ayudan a entender de mejor manera al controlador.



## Capítulo 4

### Plataforma experimental.

En el presente capítulo se aborda la descripción de la plataforma experimental construida para el desarrollo de las pruebas experimentales compuesta por un helicóptero miniatura de cuatro rotores (Vease Figura 4.1) cabe señalar que el micro helicóptero de cuatro rotores es grande debido a que se desea tener gran capacidad de carga.



Figura 4.1: Helicóptero miniatura de cuatro rotores.

## 4.1. Estructura del micro helicóptero de cuatro rotores

La estructura del micro helicóptero de cuatro rotores es el Turnigy Talon V2 como se ve en la Figura 4.2 *a*), el cual es una estructura compuesta de acero y mayormente de fibra de carbono. Además, es de piezas desmontables para el fácil reemplazo de las mismas. Como piezas complementarias se diseñaron en SolidWorks dos estructuras adicionales y se construyeron por medio de una impresora 3D con el material ácido poliláctico (PLA, del inglés polylactic acid), la intención de estas piezas es soportar los instrumentos del vehículo. La primera pieza de PLA es la que se muestra en la Figura 4.2 *b*), la cual se utiliza para soportar la batería y receptor del radio control, mientras que la pieza de la Figura 4.2 *c*) va a soportar el Pixhawk, el GPS, el botón de seguridad y el convertidor de a señal PPM. Por último, se construyó un soporte piramidal (se puede observar en la Figura 4.1) con el objetivo de poder agarrar al vehículo con mayor seguridad.

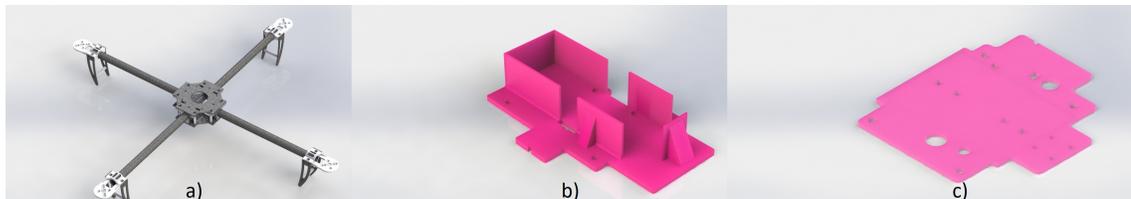


Figura 4.2: Conexión del Pixhawk.

## 4.2. Instrumentación

### 4.2.1. Conexión del sistema de procesamiento

Para una buena manipulación del sistema de procesamiento se debe conocer los sistemas que intervienen en el uso del Pixhawk. El inciso *a*) de la Figura 5.4 muestra donde se debe conectar correctamente el botón de seguridad (del inglés safety switch, en algunos textos es muy utilizado el término en inglés) es el último paso para poder armar al vehículo (el término armar viene del inglés arm, el cual es muy usado por los pilotos que se dedican a volar los VANTs tanto para hobby como para aquellos que los usan de forma profesional) lo cual permite poner en marcha los motores del vehículo y la alarma (del inglés buzzer) cumple con la función de indicar el estado del Pixhawk como el estado de los sensores y el nivel de batería por medio de patrones de sonido. El inciso *b*) muestra la conexión de la telemetría, la telemetría es usada para poder tener una comunicación en tierra con el vehículo vía inalámbrica. El inciso *c*) muestra la conexión del GPS+giroscopio, el cual proporcionara al Pixhawk con la posición actual del vehículo durante el vuelo y ayudará a mejorar el

desempeño del giroscopio que ya se tiene adentro del mismo Pixhawk. El inciso *d)* muestra la conexión del módulo de energía que nos permite una conexión directa y segura de la batería LiPo y medirá la corriente y voltaje de la batería.

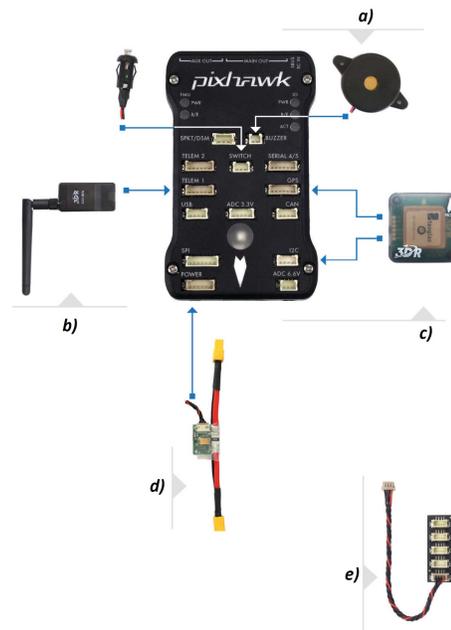


Figura 4.3: Conexión del Pixhawk.

En la Figura 4.4 se puede observar que la comunicación entre la telemetría y la estación de control donde se tiene algún programa de estación de control previamente cargado en una computadora, Tablet o celular. En el programa de estación de control en tierra se puede observar la posición del vehículo por medio de un mapa (normalmente el mapa utilizado son los mapas de Google), además proporciona el voltaje y la orientación en tiempo real. Por otro lado, el transmisor de radio control (RC) realiza la manipulación del vehículo deseada por un operador y también puede realizar cambios de vuelo, entre otras configuraciones. El transmisor tiene comunicación permanente con el receptor de RC y el receptor de RC tiene la función de recibir la información del transmisor y enviarla al Pixhawk por medio de una señal Spectrum.



Figura 4.4: Conexión de la estación en tierra con el helicóptero miniatura de cuatro rotores.

## 4.2.2. Sistemas de procesamiento y sensores

### 4.2.2.1. Pixhawk

El Pixhawk (Figura 4.5) es un módulo de entradas/salidas y está compuesta de acelerómetro, giroscopio, altímetro, medidor de voltaje para la batería y el microcontrolador y a su vez nos permite trabajar con cualquier tipo de vehículo no tripulado, esto quiere decir que puede ser una aeronave, un barco o un carro. El Pixhawk nos proporciona los siguientes componentes.

- Microprocesador.
  - 32-bit STM32F427 Cortex M4 core con FPU.
  - 168 MHz/256 KB RAM/2 MB Flash.
  - 32 bit STM32F103 failsafe co-procesador.
- Sensores.
  - ST Micro L3GD20 3-axis 16-bit giroscopio.
  - ST Micro LSM303D 3-axis 14-bit acelerometro / magnetometro.
  - Invensense MPU 6000 3-axis acelerometro/giroscopio.
  - MEAS MS5611 barometro.

- Interfaz.
  - 5x UART (puertos seriales).
  - 2x CAN.
  - Spektrum DSM / DSM2 / DSM-X<sup>®</sup> Satellite compatible con entrada del DX8 (DX9 y superiores no soportados).
  - Futaba S.BUS entrada y salida compatible.
  - PPM señal sumada.
  - RSSI (PWM or voltage) entrada.
  - I2C.
  - SPI.
  - Entradas de 3.3 and 6.6V ADC.
  - Puerto externo microUSB.
  
- Sistema de energía.
  - Controlador de diodo ideal con conmutación por error automática.
  - Servo rail de alta potencia (7 V) y listo para alta corriente.
  - Todas las salidas periféricas protegidas contra sobrecorriente, todas las entradas protegidas contra ESD.
  
- Dimensiones y peso.
  - Peso: 38g (1.31oz).
  - Ancho: 50mm (1.96”).
  - Grosor: 15.5mm (.613”).
  - Largo: 81.5mm (3.21”).



Figura 4.5: Pixhawk.

#### 4.2.2.2. NEO-6M Ublox/u-blox GPS module for MWC flight control board

El módulo NEO-6M (Figura 4.6) de Ublox es un Sistema de Posición Global (GPS, por sus siglas en inglés) que pertenece a la gama media. Este módulo en especial nos permite tener una comunicación del tipo GPS pero no permite tener una comunicación del tipo Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS, por sus siglas en inglés) o cualquier otra. La comunicación GNSS en pocas palabras es la comunicación del módulo GPS con los satélites de Rusia; mientras que la comunicación GPS se comunica con los satélites de los Estados Unidos.



Figura 4.6: Ublox NEO-6M.

### 4.2.3. Alimentación

#### 4.2.3.1. Batería de polímero de litio

La batería de polímero de litio (LiPo) funcionan siguiendo el principio del intercambio de electrones entre el material del electrodo negativo y el material del electrodo positivo mediante un conductor. Para evitar que haya un corto circuito, se coloca un material con poros microscópicos de tal forma que solo permite que los electrodos circulen en un solo sentido.

Los cuidados que se deben seguir para tener un buen rendimiento de la batería son los siguientes:

- Nunca dejar desatendidas las baterías mientras se cargan, utilizar bolsas inflamables.
- Cargar la batería con un cargador en específico para baterías LiPo.
- Nunca cargar las baterías por arriba del voltaje indicado por el fabricante.
- Nunca usar una batería que está dañada o abultada.
- Nunca hay que descargar completamente la batería para poder prolongar la vida útil de la misma.

Cuando acabe la vida útil de la batería (carga menos del 80% de la carga máxima), se recomienda llevarla a un centro de reciclado debido a que es altamente contaminante.

### 4.2.4. Sistema de potencia

#### 4.2.4.1. Motores brushless

Los motores brushless se pueden entender que son motores sin escobillas, las escobillas son los elementos que hacen contacto en el colector de un motor. Estos motores al no tener escobillas trabajan de DC a AC, la mayoría trabajan con una señal trifásica. Esta señal debería de ser idealmente sinusoidal, pero en la práctica son pulsos, haciendo que la señal sea continua pulsante o bien una continua con muchos componentes de AC pero se les clasifican de DC debido a que utilizan imanes. Estos imanes son atraídos por la polaridad de un campo magnético generado en las bobinas, las cuales reciben la señal con un patrón en específico. Si se requiere que el motor gire más rápido, simplemente se hace girar el campo magnético secuencial a mayor velocidad, mediante el aumento la frecuencia de los pulsos de alimentación.



Figura 4.7: Motor Brushless.

#### 4.2.4.2. Controlador electrónico de velocidad

Los controladores electrónicos de velocidad (Figura 4.8) son los encargados de poner en marcha a los motores, en el caso de un radio control, lo que hacen es medir el tiempo de 1ms a 2ms como un servo estándar y transformarlo en un máximo y mínimo de RPMs para el motor.

Tienen básicamente dos formas de operar, puede ser configurado a una cierta cantidad de vueltas, supongamos 7000 RPMs, para la cual debería entregar cierta corriente programada. Si la carga aumenta, como podría ser el caso de un rotor de helicóptero, entonces el regulador, debería entregar más corriente para que se mantengan esas 7000 RPMs. El regulador controla el ciclo de trabajo contra la fuerza electromotriz (EMF) y así ajusta la corriente de salida. La otra forma, la cual es la más común y que usa la mayoría es que el motor inyecta un cierto valor de corriente y luego mide cual es la velocidad del motor al medir el EMF. De esta forma se auto ajusta.



Figura 4.8: ESC.

### 4.2.5. Conexión de los controladores electrónicos de velocidad y de los motores.

Para poder realizar la calibración se necesita conectar el positivo (+), el negativo (-) y la señal (s) de los ESC a las salidas del controlador Pixhawk.

Ahora se explicará el orden en el cual los motores deberán de ser conectados al piloto automático y cómo deben de ser conectadas las hélices (en la Figura 4.9) se muestra como los motores que tienen el color verde giran en sentido horario y aquellos motores que estén de color azul giran en sentido antihorario (en este documento se mostrará el que es adecuado para un helicóptero miniatura de cuatro rotores).



Figura 4.9: Configuración cuadrada del helicóptero miniatura de cuatro rotores.

Para colocar las hélices se debe de reconocer una de otras, esto es porque se tiene dos tipos diferentes de hélices: las hélices que giran en sentido horario son llamadas hélices de empuje (pushers) y las que giran en sentido antihorario son llamadas hélices de arranque (pullers). Las hélices pusher a menudo marcadas con una P. Pero no todas las hélices están marcadas y es indispensable poder reconocer las hélices.

Para poder reconocer las hélices hay que tener en cuenta que las hélices deben de tener un borde con la curva constante en el borde delantero en la dirección de rotación y el festoneado más radical (y por lo regular es el borde más fino), como el borde de salida. Se puede utilizar estas características para reconocer el sentido de las hélices como se muestra en la Figura 4.10.

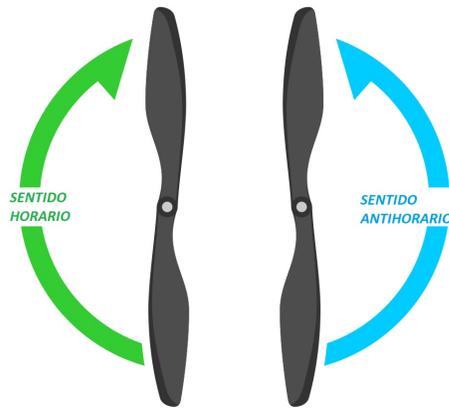


Figura 4.10: Elección de las hélices según su diseño.

### 4.3. Conclusiones del capítulo

Se muestra la plataforma experimental construida para realizar la implementación de la ley de control propuesta en el capítulo anterior. También se dan a conocer cada uno de los componentes que intervienen en la plataforma experimental y una breve explicación de ellos. Por igual se incluyó la manera de como colocar las hélices y los motores para que tengan un sentido de giro adecuado para  $\times$ , la cual dota al vehículo de una mayor estabilidad en comparación a la configuración  $+$ .



# Capítulo 5

## Resultados

En el presente capítulo se presenta los resultados experimentales realizados en simulación y en campo. Además, se muestran la obtención de los parámetros nominales del vehículo y como fueron obtenidos. También se da a conocer cómo se realizaron las simulaciones y bajo qué criterios se realizaron. En las pruebas de campo se aborda bajo qué características se realizaron las simulaciones en las cuales se realizó un vuelo estacionario.

### 5.1. Simulaciones numéricas

Para poder obtener los parámetros del helicóptero miniatura de cuatro rotores se pueden usar instrumentos de medición tales como básculas para adquirir la masa del vehículo ( $m$ ), regla para medir la distancia entre el centro de masa ( $l_{cm}$ ) y el motor del vehículo e incluso una herramienta de CAD para obtener los momentos principales de inercia ( $J_\phi$ ,  $J_\theta$ ,  $J_\psi$  (el dibujo en CAD se puede observar en la Figura 5.1). Sin embargo, hay algunos parámetros que no pueden ser medidos tan fácilmente y requieren instrumentos de medición que son muy específicos y que el costo para adquirirlos es elevado, por lo tanto, los parámetros como el factor de escalamiento fuerza-momento ( $k_{fm}$ ), constante de escalamiento entre la velocidad angular del motor y la fuerza lineal producida ( $k_w$ ) son obtenidos a partir de artículos en donde se utilice un micro helicóptero de cuatro rotores parecido al que se tiene para realizar pruebas experimentales para la presente tesis. Por lo tanto, el uso de equipo de medición como los ya mencionados pueden ser imprecisos en sus mediciones y aquellos parámetros que son obtenidos a partir de artículos solo pueden ser aproximados, esto implica que los parámetros no sean los reales, pero si se puede decir que son los parámetros nominales que si son conocidos.

Para estas simulaciones con las leyes de control PD, PD con compensador robusto y control difuso de ganancias programables con compensador robusto. Se tienen los siguientes

parámetros del helicóptero real de cuatro rotores:

- $m^N = 1.6$  Kg.
- $l_{cm}^N = 0.28$  metros.
- $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup>
- $k_{fm}^N = 2$  N/rad<sup>2</sup>
- $k_{tf}^N = 1$  m
- $J^N = \begin{bmatrix} 1.25 & 0 & 0 \\ 0 & 1.25 & 0 \\ 0 & 0 & 1.25 \end{bmatrix}$  N·m/rad<sup>2</sup>
- $I = \begin{bmatrix} 0.54 & 0.22 & 0.81 \\ 0.81 & 0.42 & -0.42 \\ 0.25 & 0.88 & 0.40 \end{bmatrix}$

Para los parámetros mostrados anteriormente se obtuvieron del artículo de Liu, [31]. El artículo proporciona los parámetros siguientes:  $k_{fm}^N$  y  $k_{tf}^N$ . Los parámetros obtenidos por medio del modelo en CAD son  $J^N$ . Los valores de los parámetros para las simulaciones se muestran en la Tabla 5.1

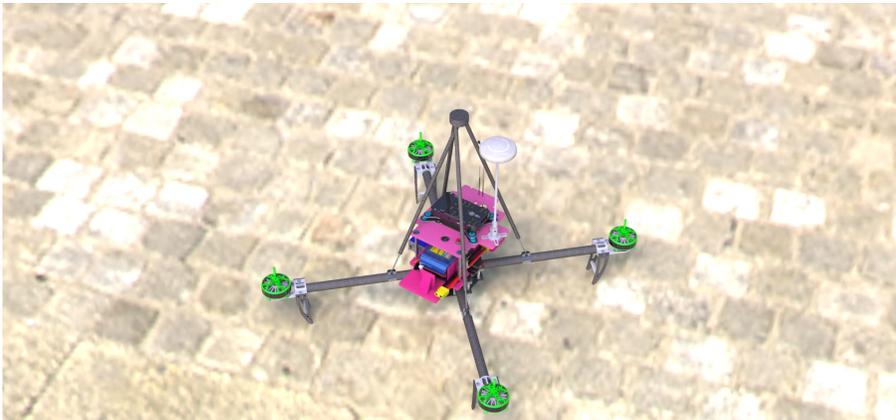


Figura 5.1: Dibujo en CAD del helicóptero miniatura de cuatro rotores.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$k_{px}$	1	$k_{py}$	1	$k_{pz}$	10
$k_{dx}$	4	$k_{dy}$	4	$k_{dz}$	7
$k_{p\phi}$	1	$k_{p\theta}$	1	$k_{p\psi}$	50
$k_{d\phi}$	3	$k_{d\theta}$	3	$k_{d\psi}$	5
$g_x$	1	$g_y$	1	$g_z$	0.6
$g_\phi$	5	$g_\theta$	5	$g_\psi$	1

Tabla 5.1: Parámetros del control.

Para la primera simulación se implementó únicamente control en la orientación donde se deseaba que, a partir de condiciones iniciales diferentes al cero, el vehículo lograra llegar a una altura deseada y además que convergirá al cero para las posiciones angulares. Por otro lado, también se controló la posición en  $z$  para poderlo llevar a una altura deseada, todo esto se realizó sin ninguna perturbación y el resultado de la simulación se puede observar en la Figura 5.2. Cabe señalar que para esta simulación no se presentó el desplazamiento en  $x$  y en  $y$  debido a que para este caso de control en la traslación no es de interés.

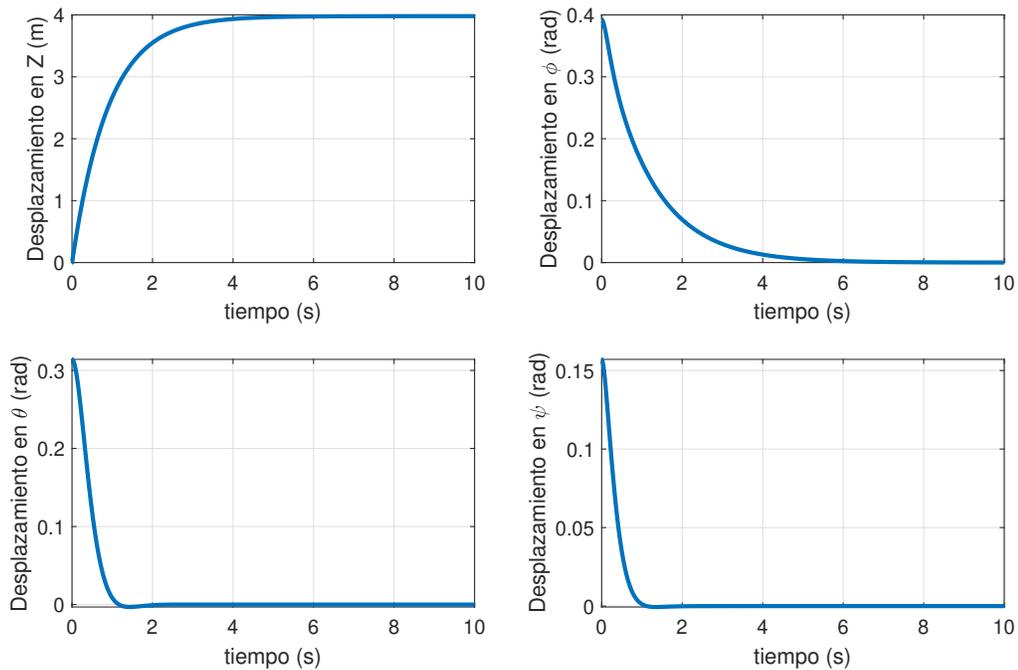


Figura 5.2: Control de la orientación para convergencia a la referencia deseada.

Una vez obtenido la simulación para la convergencia en cero, se optó por seguir dos trayectorias en la orientación, la primera es un seno en el ángulo  $\phi$  y la segunda trayectoria a seguir es un coseno en el ángulo  $\theta$ . Nuevamente, el principal interés es el control de la orientación, además, el modelo matemático del vehículo no presenta perturbaciones. En la Figura 5.3 se observan las trayectorias del sistema, donde se aprecia como el sistema sigue a las referencias deseadas.

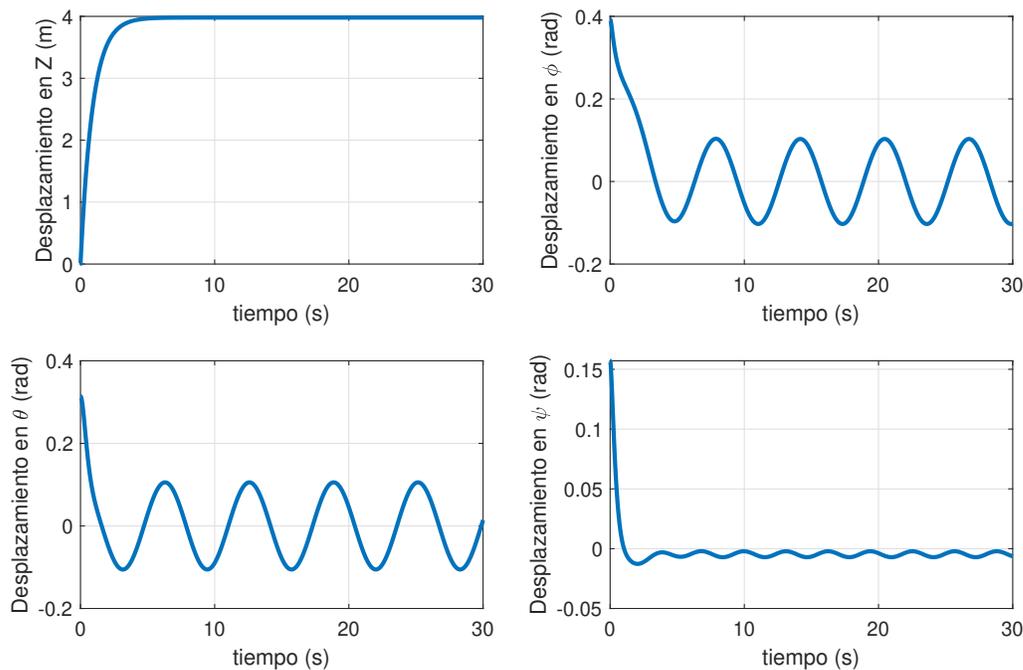


Figura 5.3: Control de la orientación para seguimiento.

Posteriormente se procedió a realizar un vuelo estacionario, donde, el interés del control recae en la manipulación de los ejes  $x$  y  $y$ . En las Figuras 5.4 y 5.5 se puede observar los resultados obtenidos en la estabilización del eje  $x$  y del eje  $y$ . Las leyes de control a utilizar para esta simulación es el control PD, el controlador PD más compensador robusto y el controlador difuso de ganancias programables más compensador robusto propuesto en el capítulo 4. Las funciones de membresía a utilizar son las presentadas en el capítulo 4.

Las referencias para seguir son  $r_x = 0$  metro,  $r_y = 0$  metro,  $r_z = 4$  metros, y las condiciones iniciales en orientación son diferentes a cero, siendo que  $\phi(t_0) = \theta(t_0) = \psi(t_0) = 0.8$ . Para las Figuras 5.8-5.12 se observa el comportamiento de las posiciones angulares donde se debe prestar atención a que el ángulo de  $\phi$  y  $\theta$ , debido a que estas afectan directamente

la sustentación del vehículo y si las posiciones angulares de  $\phi$  y  $\theta$  se acercan al valor de  $\pi/2$  la sustentación podría ser nula, lo que provocaría una evidente colisión del vehículo. Por lo tanto, observar el comportamiento de estas variables es significativo para la simulación, aun cuando no se tenga una referencia directa como en los casos anteriores. Las Figuras 5.4-5.12 se muestra que el control con mejor desempeño ante perturbaciones es el control difuso de ganancias programables más compensador robusto, tanto en traslación como orientación. En la Figura 5.6 de la posición en  $z$  se observa que el vehículo tuvo un desplazamiento negativo, esta caída es normal debido a que como se comentó anteriormente hay pérdida de sustentación en presencia de cambios en las posiciones angulares ya antes mencionadas, y como se aprecia el control difuso de ganancias programables más compensador robusto tiene mejor respuesta ante este evento. Cabe señalar que para estas simulaciones si se perturbo al vehículo, las perturbaciones ocurrieron tanto en traslación y orientación. Además, la referencia de la altura es la misma que la condición inicial debido a que las pruebas experimentales seguirán ese mismo enfoque como se verá más adelante. Las funciones de membresía y la base de reglas para esta simulación de estabilización fueron presentadas en el capítulo 4.

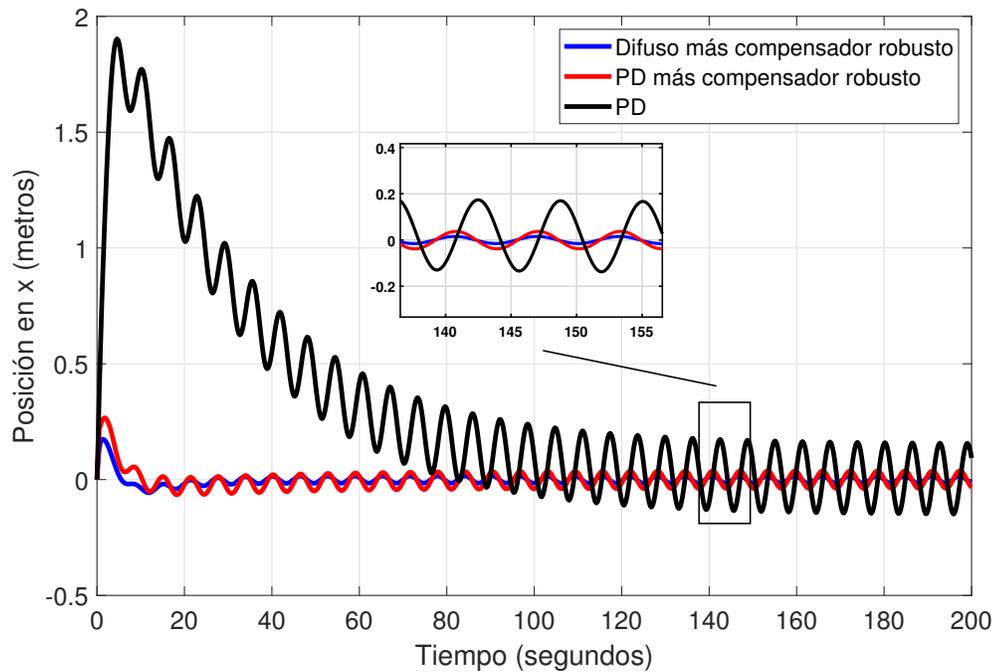


Figura 5.4: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $x$ .

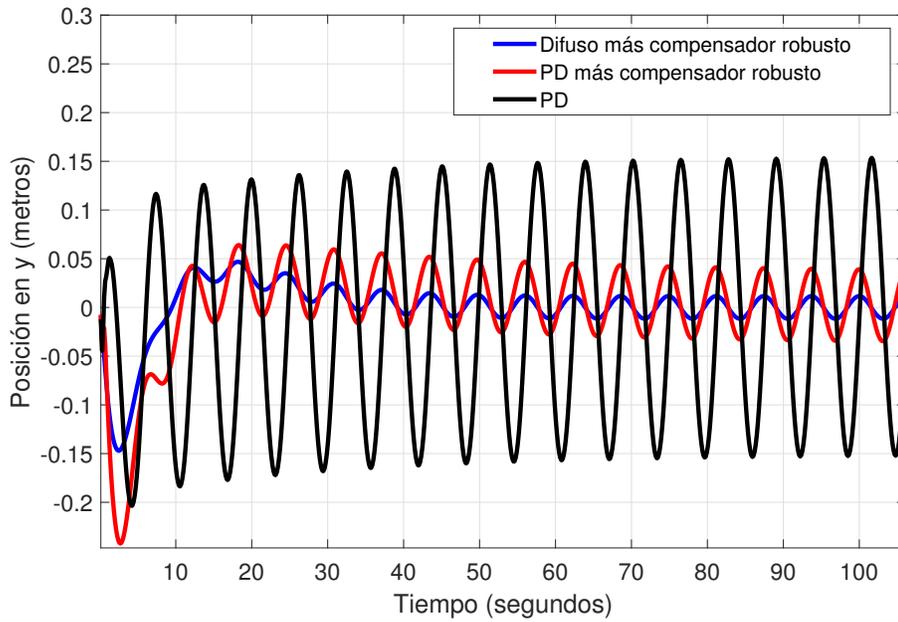


Figura 5.5: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $y$ .

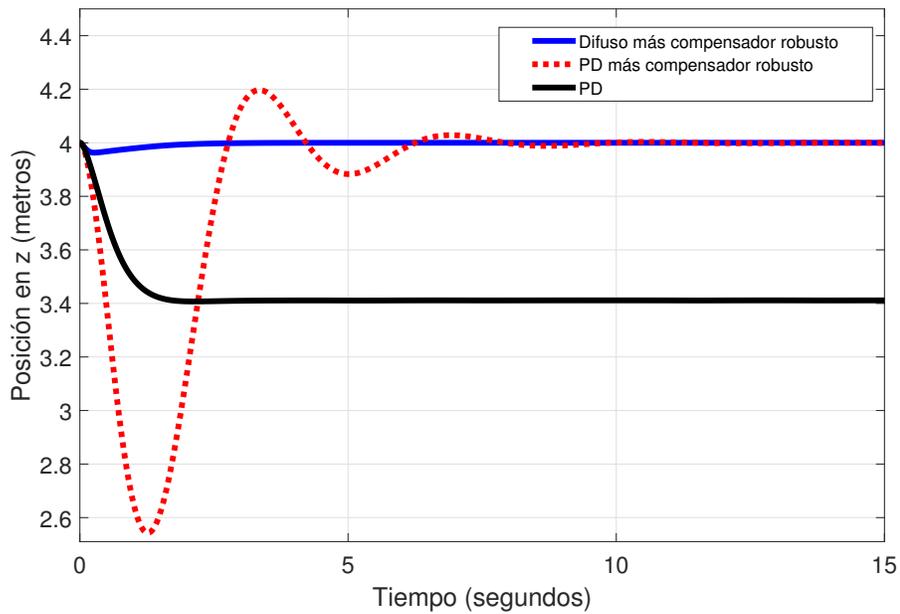


Figura 5.6: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $z$ .

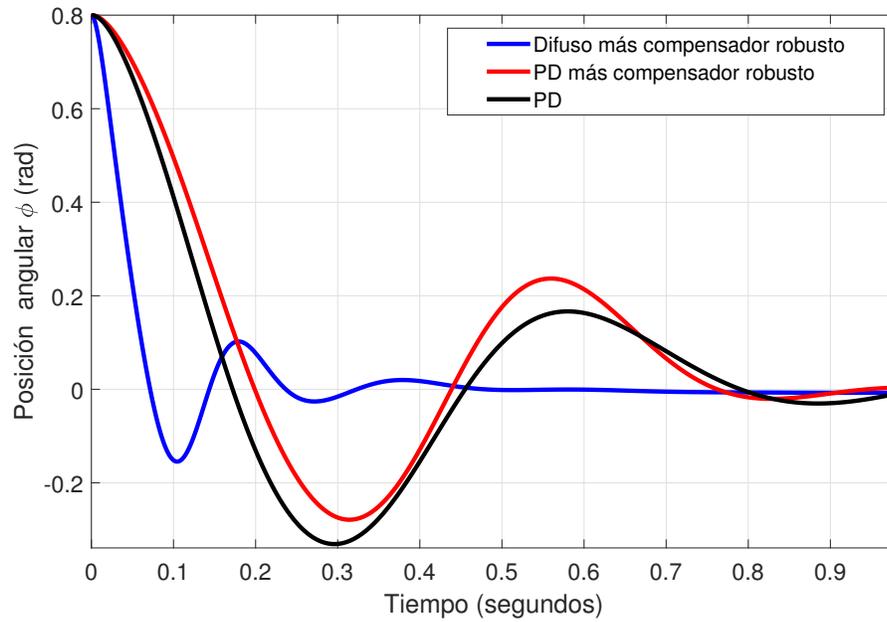


Figura 5.7: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\phi$ .

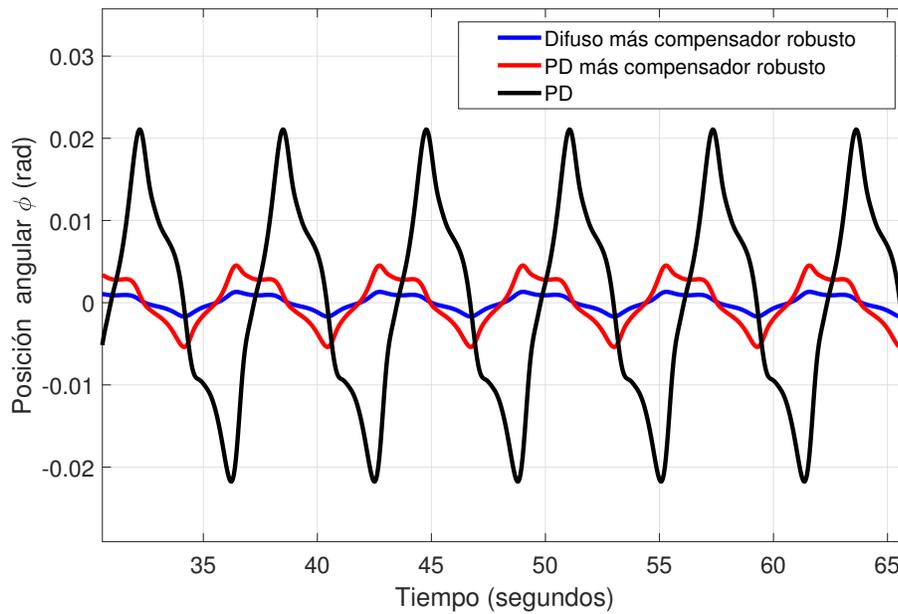


Figura 5.8: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\phi$ .

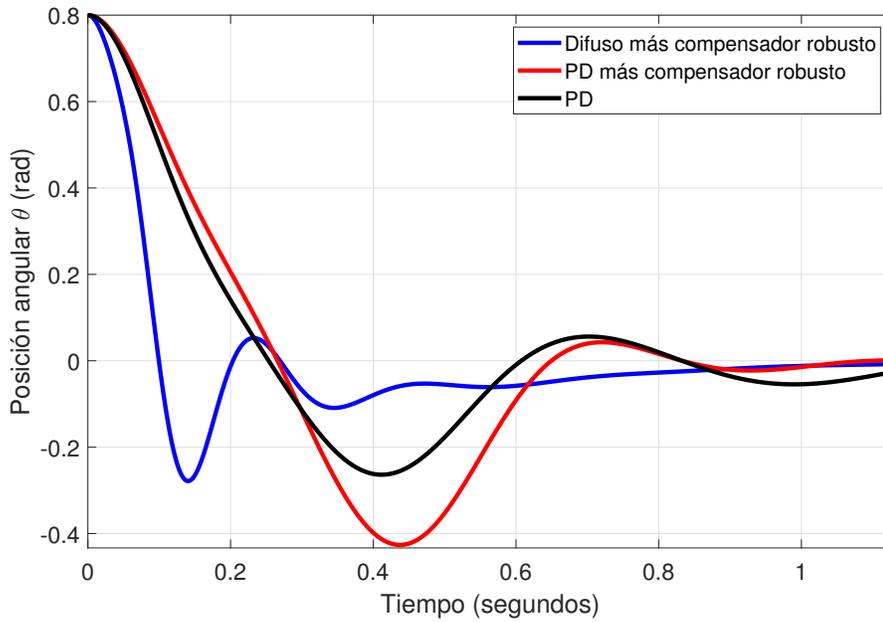


Figura 5.9: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\theta$ .

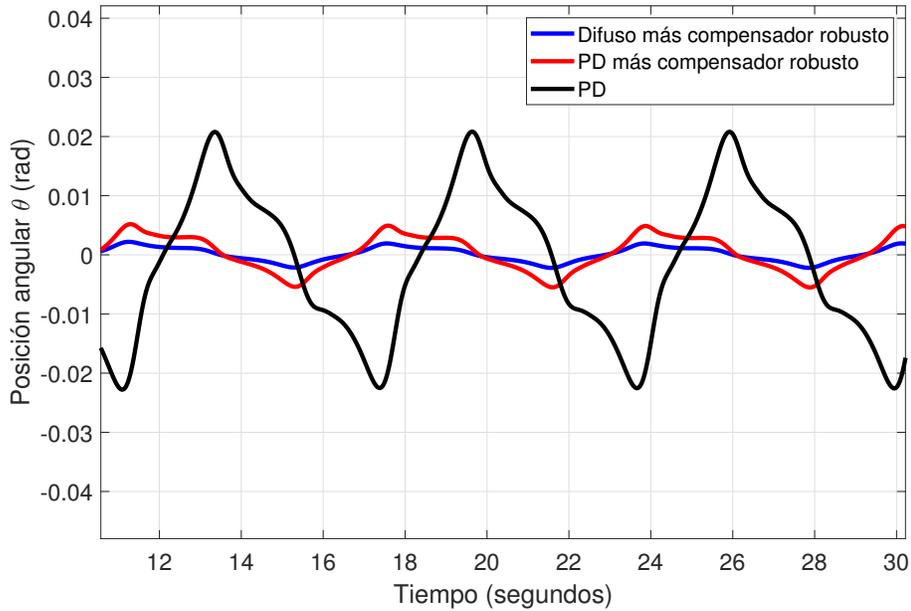


Figura 5.10: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\theta$ .

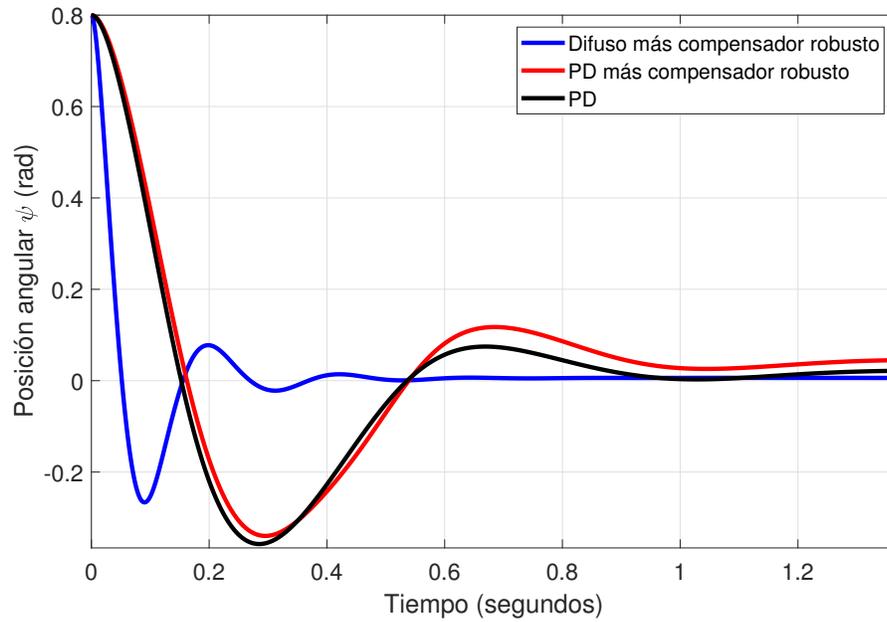


Figura 5.11: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\psi$ .

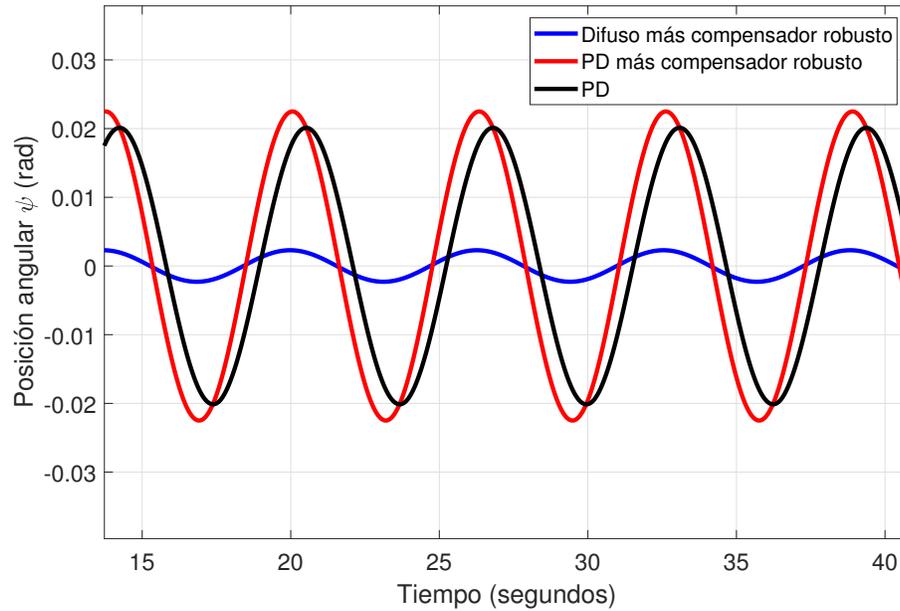


Figura 5.12: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\psi$ .

Por ultimo, se presenta la simulación realizada en el seguimiento de una trayectoria cerrada.

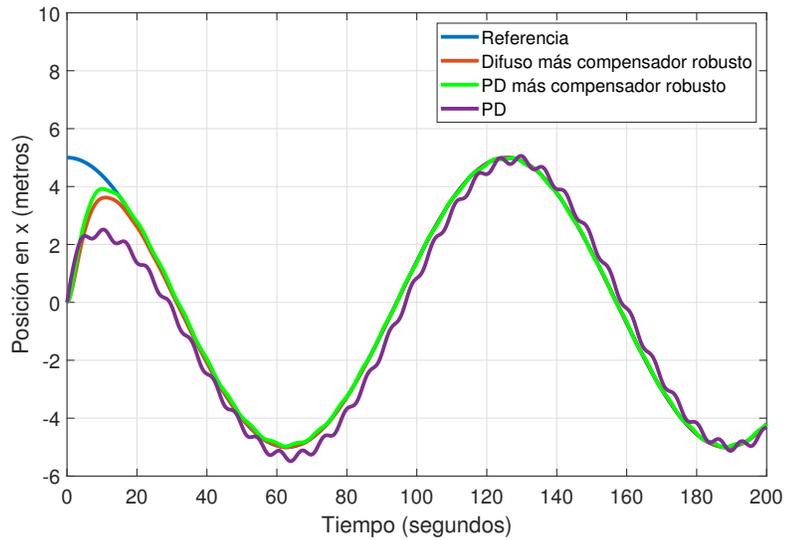


Figura 5.13: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $x$  para una trayectoria.

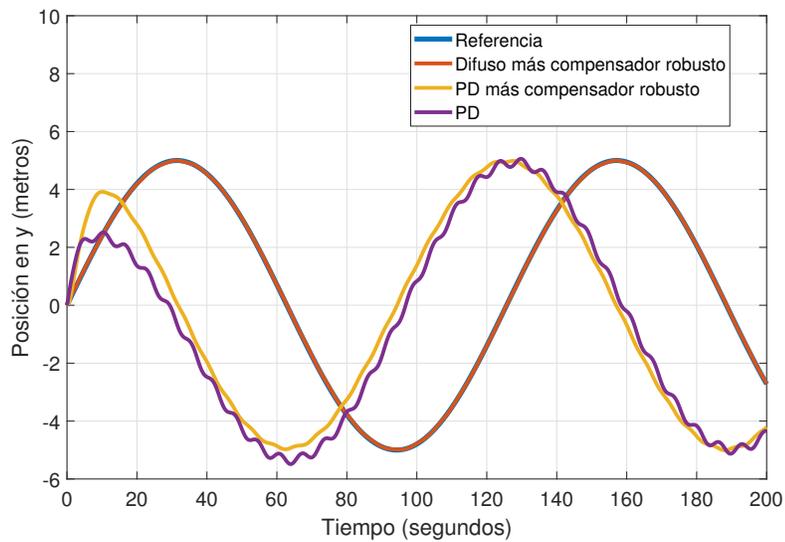


Figura 5.14: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $y$  para una trayectoria.

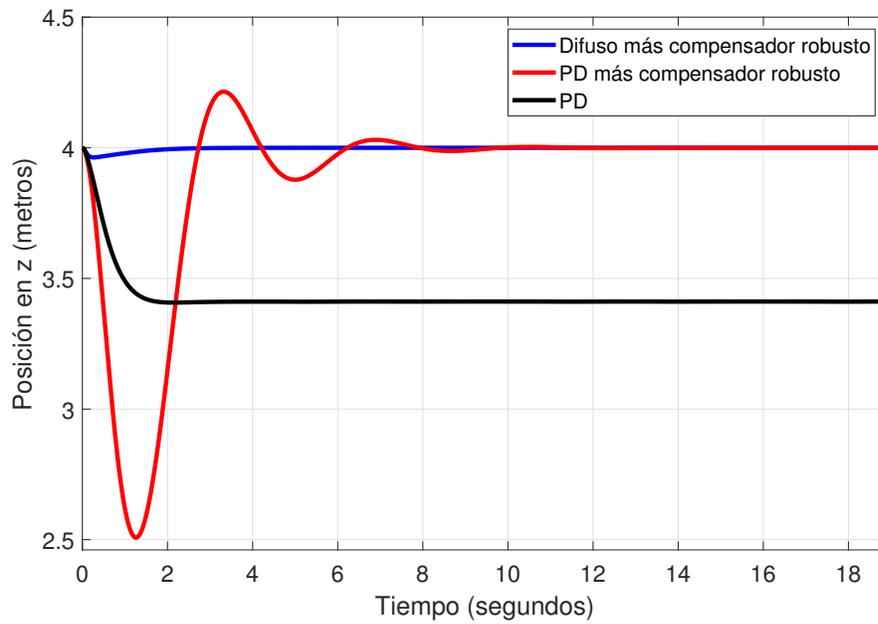


Figura 5.15: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $z$  para una trayectoria.

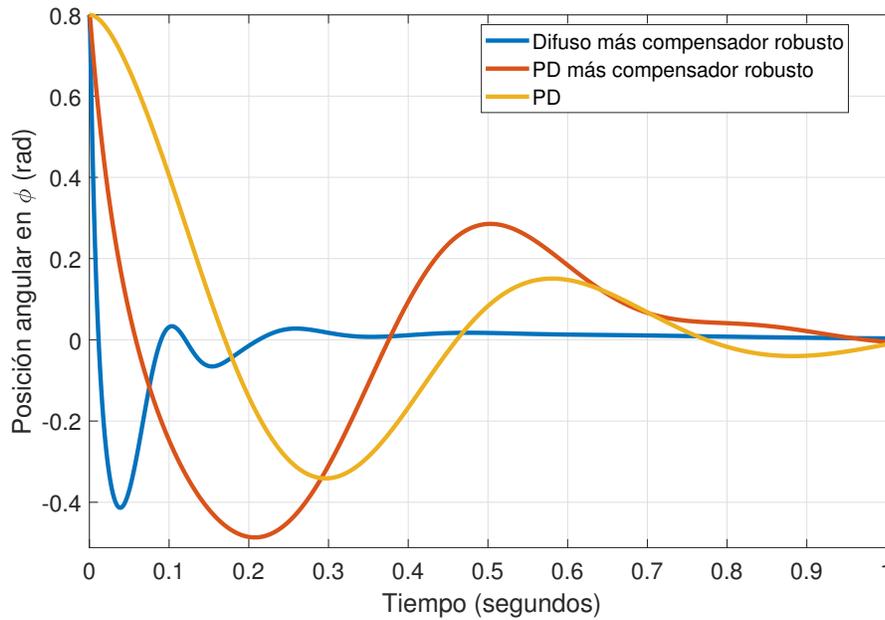


Figura 5.16: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\phi$  para una trayectoria.

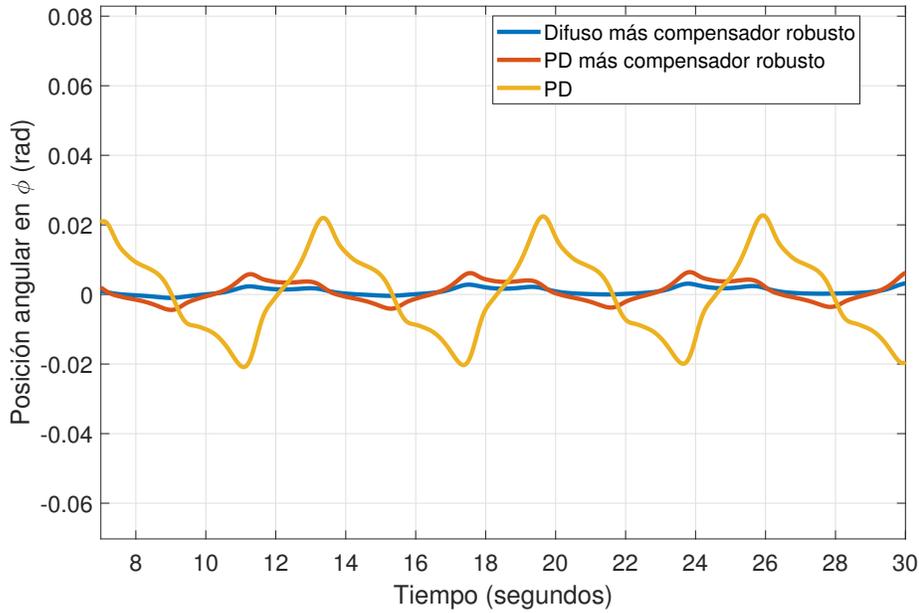


Figura 5.17: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\phi$  para una trayectoria.

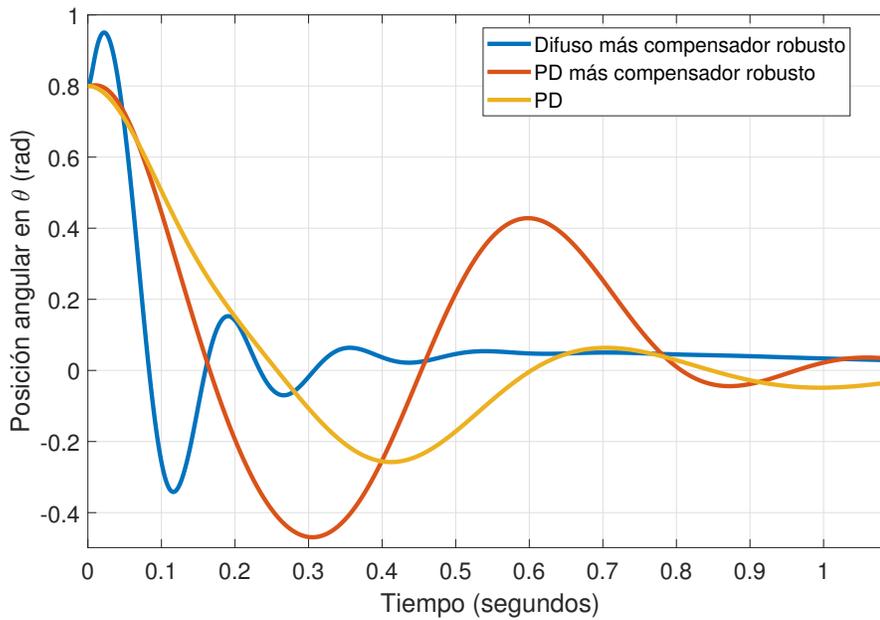


Figura 5.18: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\theta$  para una trayectoria.

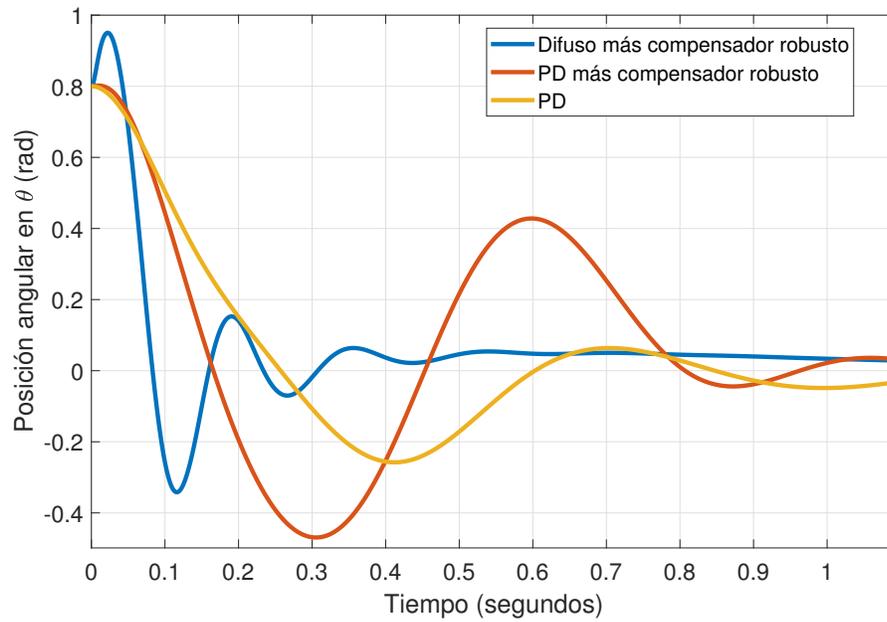


Figura 5.19: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\theta$  para una trayectoria.

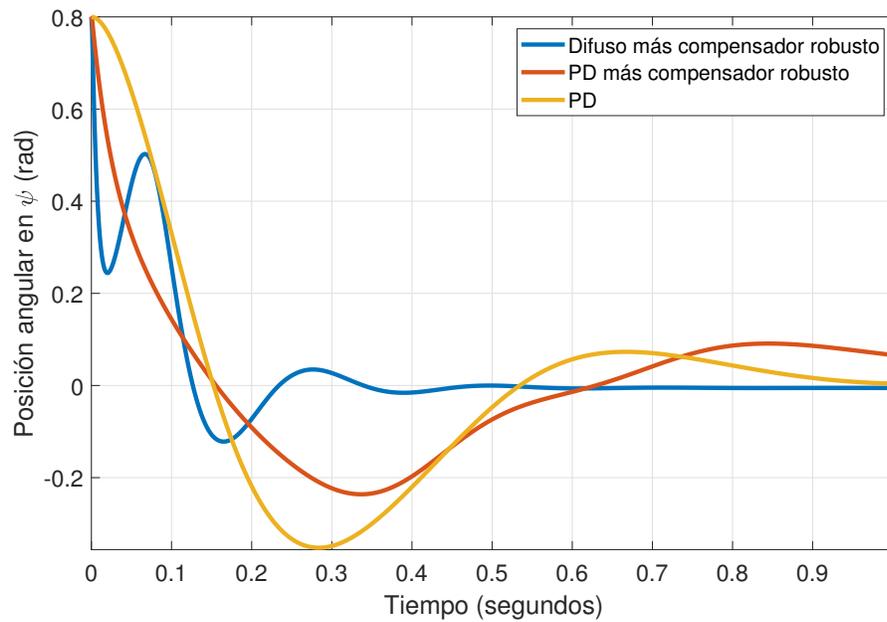


Figura 5.20: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\psi$  para una trayectoria.

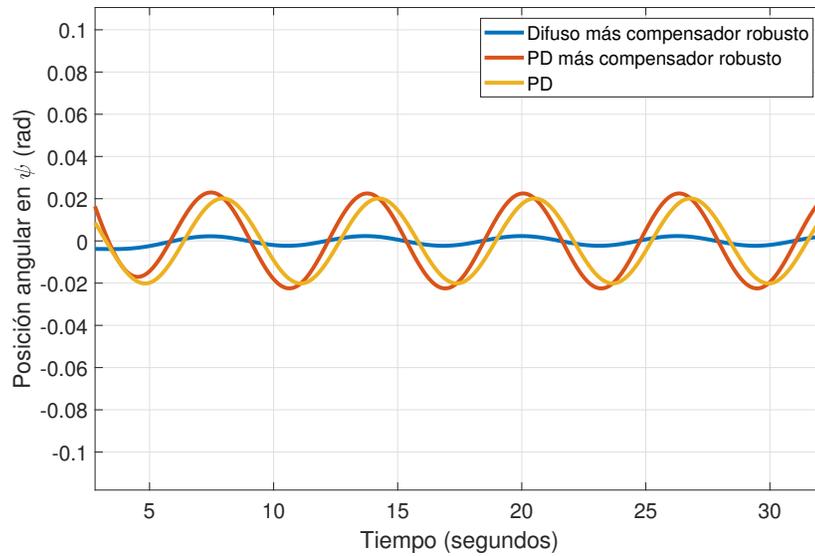


Figura 5.21: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto para la posición en  $\psi$  para una trayectoria.

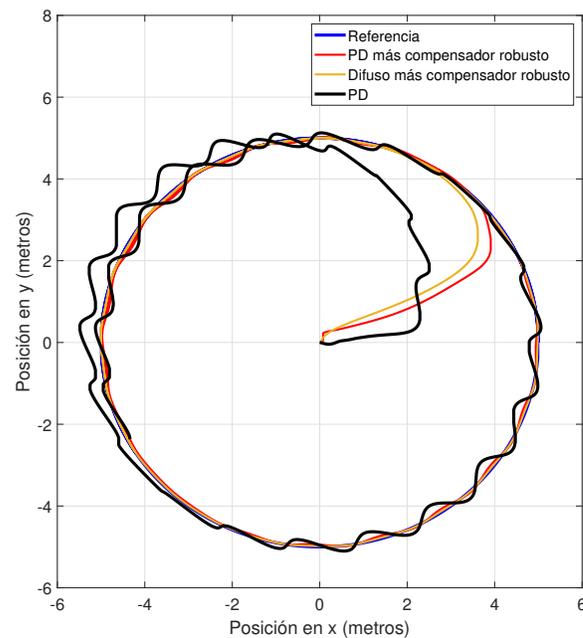


Figura 5.22: Controlador PD, controlador PD más compensación robusta y control difuso más compensador robusto en el plano  $x-y$ .

En este caso es un círculo que tiene un radio de cinco metros, esta trayectoria se realizó en el plano  $x-y$ , nuevamente en este caso el control difuso de ganancias programables tuvo el mejor desempeño. Esto puede ser apreciado en las Figuras 5.13-5.22, en la Figura 5.22 es donde se resalta la diferencia de los comportamientos de los controladores y donde se puede apreciar mejor las características del compensador robusto en presencia de perturbaciones. Las perturbaciones en esta simulación como en la anterior son persistentes, tanto en orientación como en traslación.

## 5.2. Resultados experimentales

Una vez armada la plataforma experimental se procedió a realizar una prueba de vuelo, utilizando un control PD para la orientación y la traslación. Para la sintonización de las ganancias se realizó una prueba que consistía en tomar al vehículo desde el soporte que se observa en la Figura 5.1 (es la estructura piramidal que se localiza sobre el vehículo) y evaluar el comportamiento del vehículo para decidir si las ganancias del control eran las adecuadas. Para la implementación en el Pixhawk se realizaron unas modificaciones al firmware para poder realizar lectura de la señal de la IMU, lectura del barómetro, envío de señales de control a los motores (PWM) y lectura de los canales del radio control. Posteriormente se procedió a hacer la prueba en exterior

- Una vez encendido todos los dispositivos de vehículo, se coloca al vehículo orientado al norte. La orientación al norte se realiza porque es la posición deseada en la giñada.
- Como se observa en la Figura 5.23 del segundo cero al veintidós hay un tiempo de espera. El tiempo de espera sirve para que el GPS logre conectarse a doce satélites de forma satisfactoria. Por esta razón en el segundo cinco se puede ver que hay un desplazamiento negativo, pero no significa que el vehículo se haya desplazado, sino que en ese momento la precisión del GPS aun no es la adecuada y el GPS capturo una lectura errónea. Cabe mencionar que el GPS tiene un error de dos a cinco metros.
- Posterior al segundo veintidós se elevó al vehículo con el radio control hasta que llega a una altura deseada y se activa el control de altura. Este control de altura toma como referencia su posición en ese instante y permanece ahí hasta que se desea bajar al vehículo. Esto también pasa con la traslación, pero se tiene otra palanca para activar el control de traslación.
- Finalmente, en el segundo cincuenta y tres se desactivan todos los controles excepto el de orientación y se baja al vehículo. Las Figuras 5.23-5.25 se graficaron hasta el segundo cincuenta y tres porque en ese instante los controles de traslación se desactivaron.

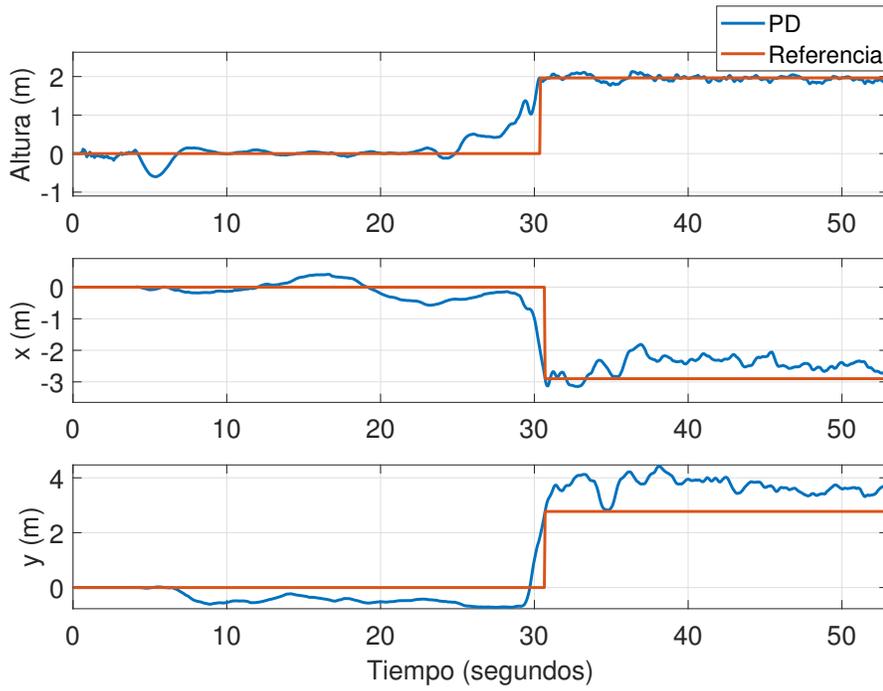


Figura 5.23: Posiciones de traslación.

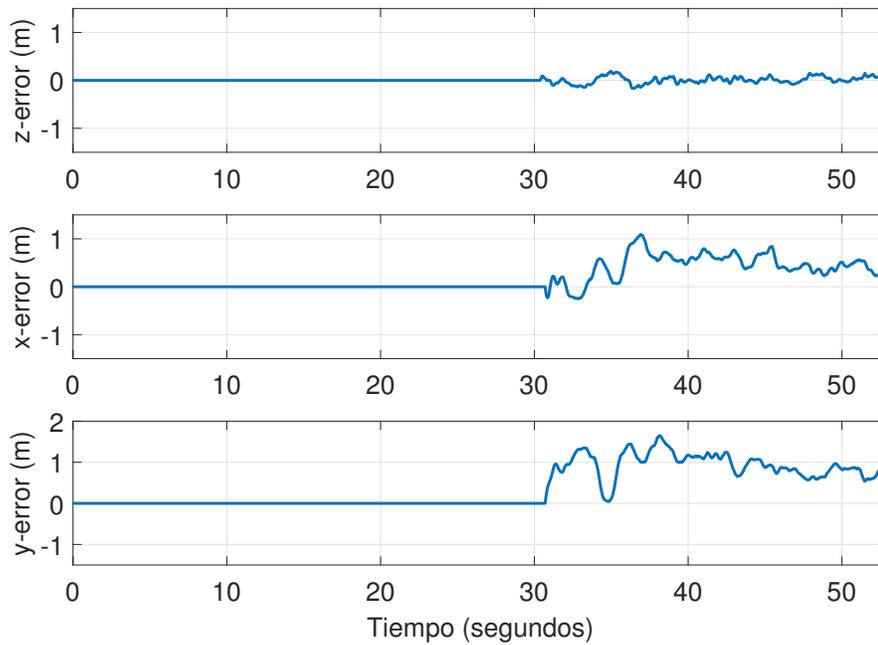


Figura 5.24: Errores de traslación.

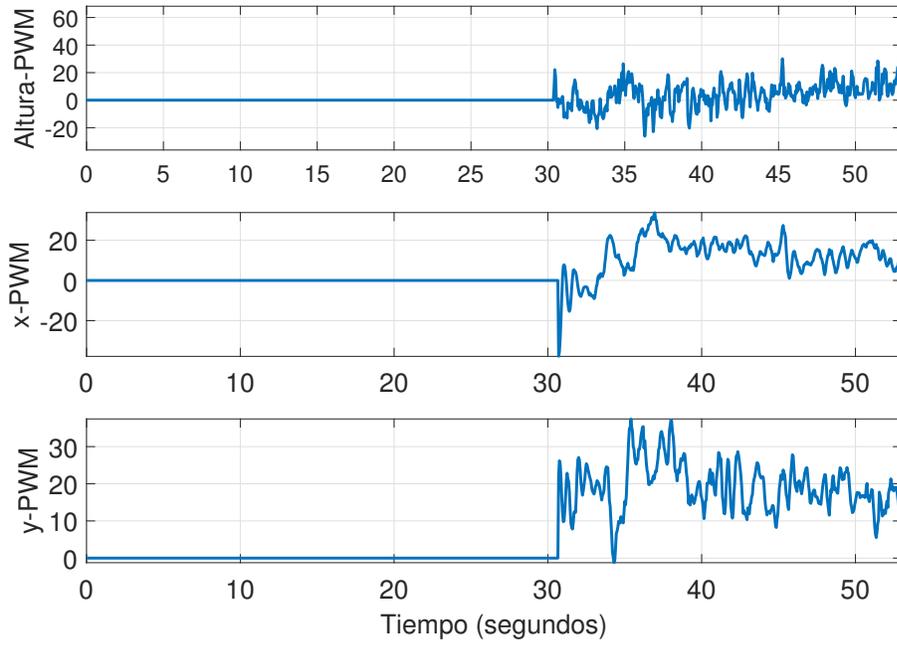


Figura 5.25: Señales PWM de traslación.

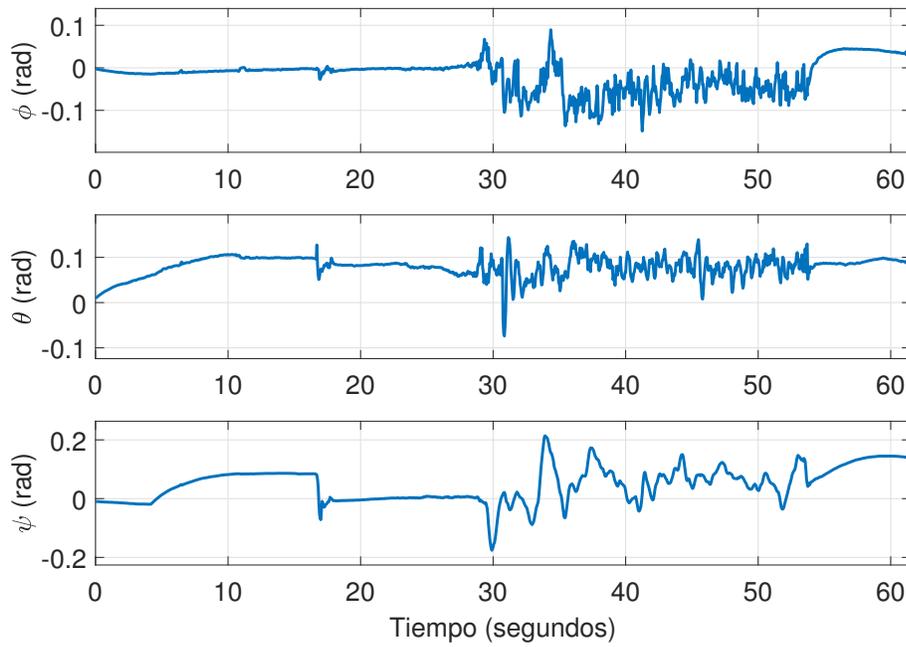


Figura 5.26: Posiciones angulares.

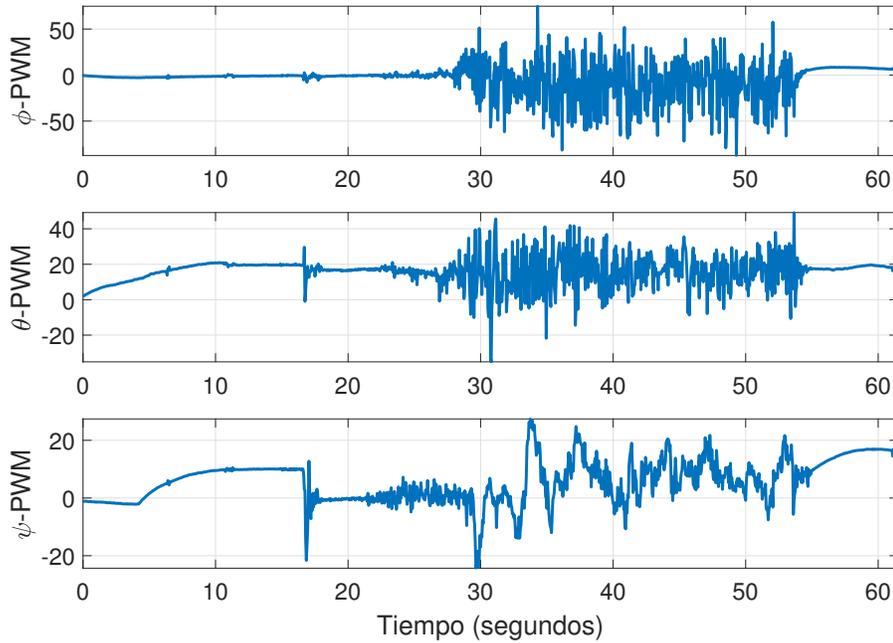


Figura 5.27: Señales PWM de orientación.

Las Figuras 5.28-5.32 corresponden al control PD con compensador robusto. Para esta prueba experimental se tiene que

- Nuevamente contamos con un tiempo de espera para que se conecte el GPS a los doce satélites. Pero como se observa del segundo ocho al dieciocho hay un error de medición, esto se debe al error de medición del GPS. Para saber que el vehículo se ha conectado a doce satélites, el Pixhawk cuenta con un led que por medio de programación cambia de color cuando el GPS se conecta a doce satélites.
- Para el segundo diecinueve se activó el control de altura y de traslación. Entonces la referencia para la altura y la traslación es la posición en la que se encuentre en ese instante el micro helicóptero de cuatro rotores. En el segundo veintidós se activa el compensador robusto por una tercera palanca del radio control.
- Para el segundo cuarenta y cuatro se decidió descender el micro helicóptero de cuatro rotores, por lo tanto, se recortaron las Figuras 5.28-5.30. Los controles de orientación se graficaron hasta el segundo cincuenta y tres porque el control de orientación siempre debe estar activo para evitar cualquier incidente.

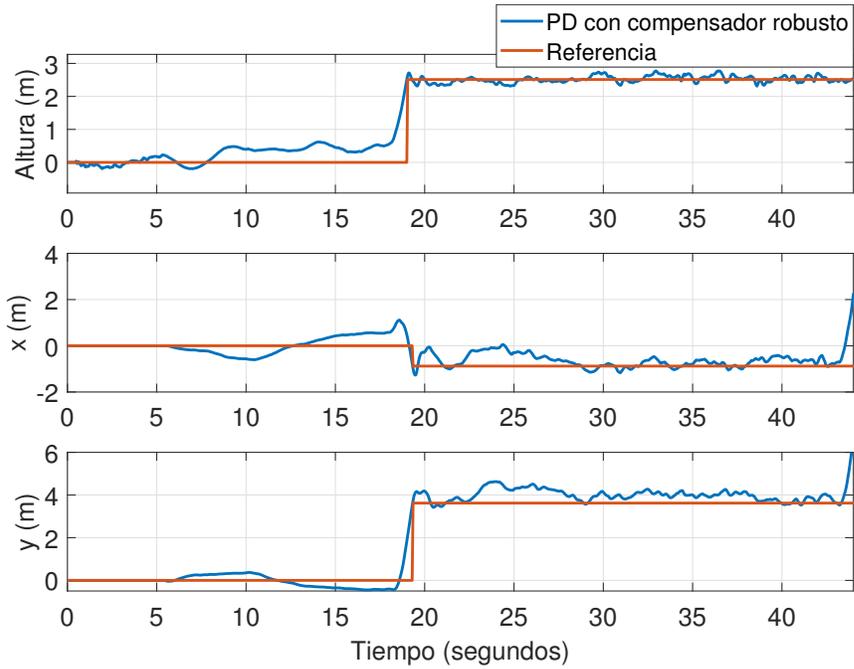


Figura 5.28: Posiciones de traslación.

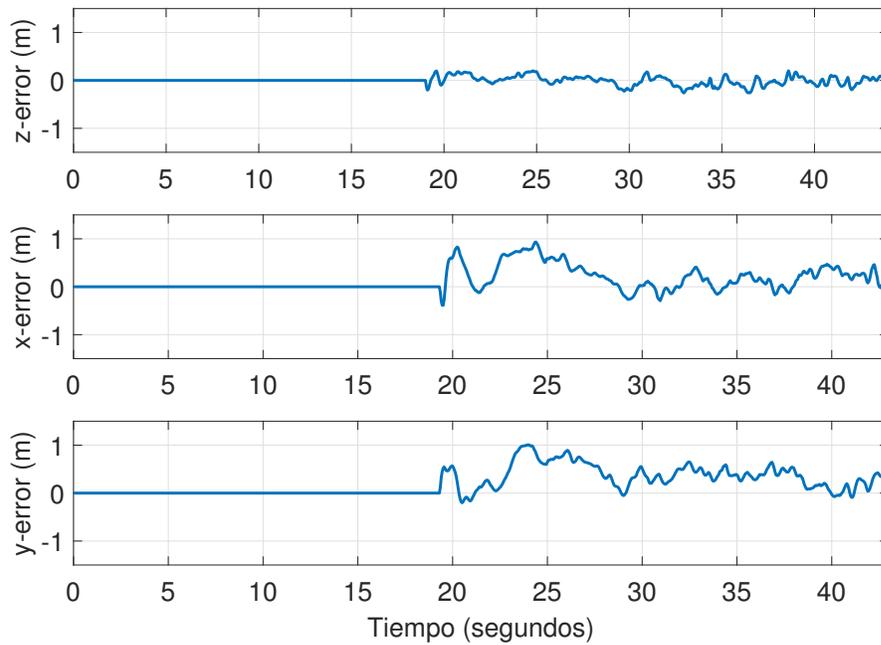


Figura 5.29: Errores de traslación.

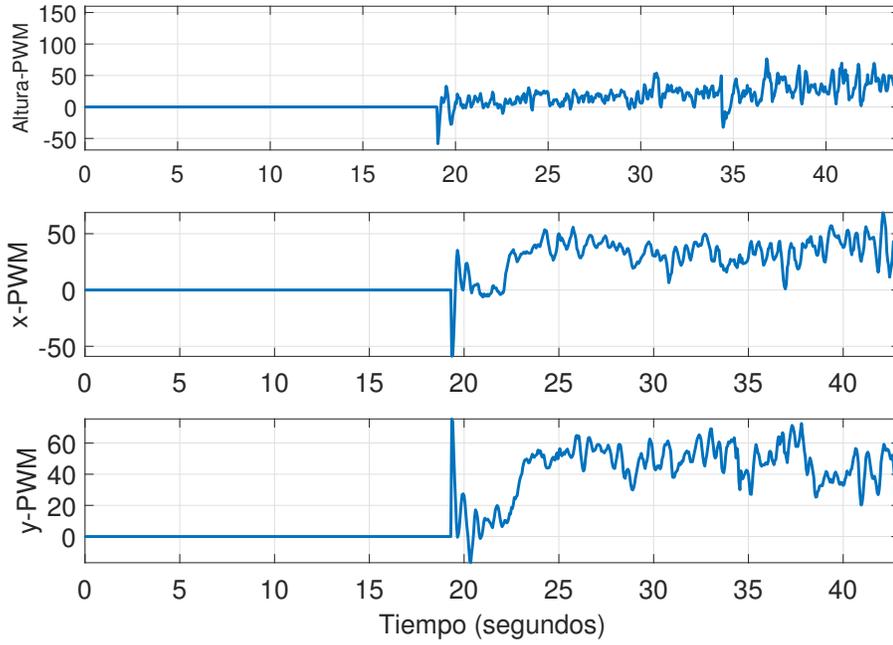


Figura 5.30: Señales PWM de traslación.

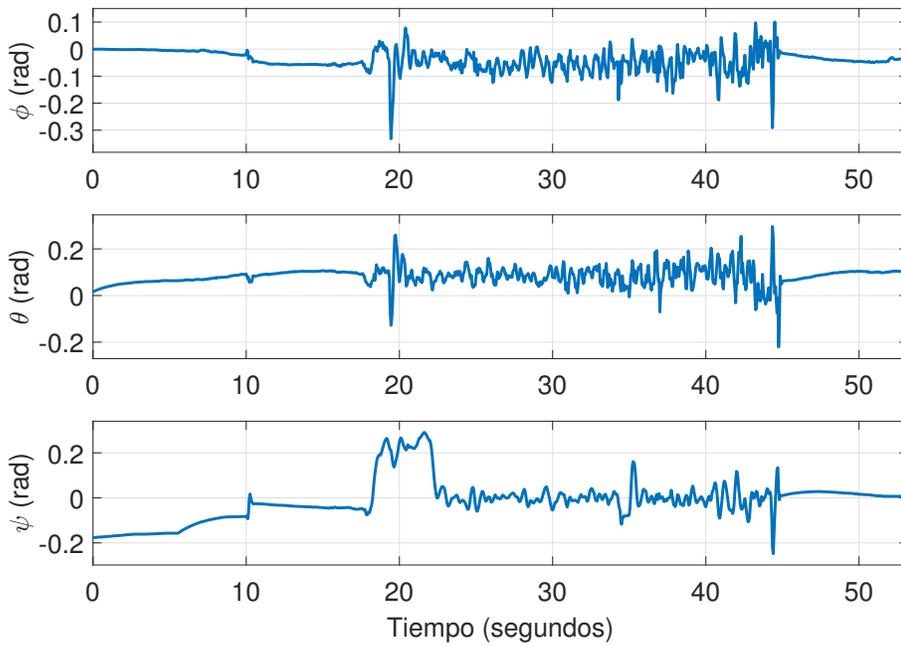


Figura 5.31: Posiciones angulares.

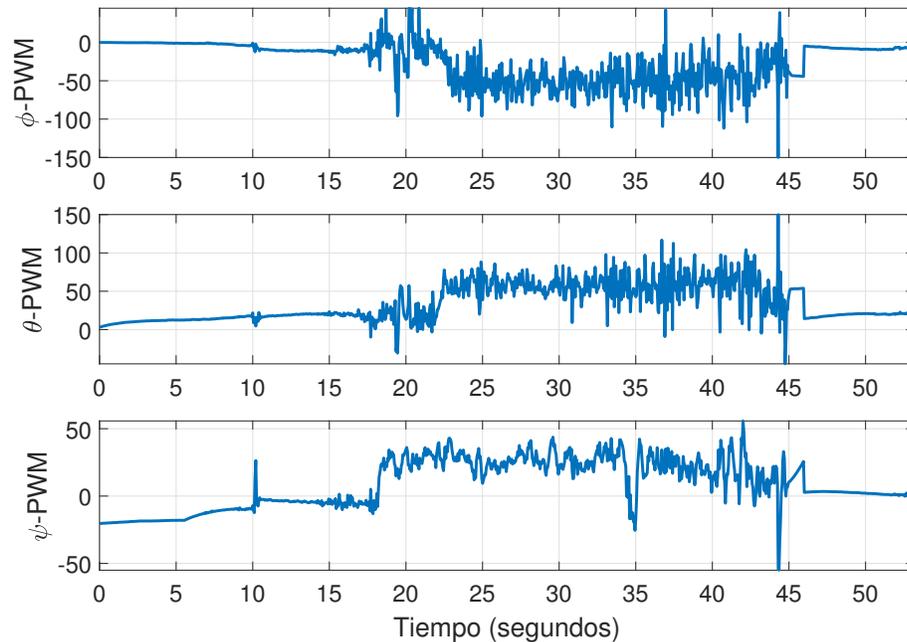


Figura 5.32: Señales PWM de orientación.

Por último, se tiene la prueba realizada con un control difuso de ganancias programables con el compensador robusto que comprende de la Figura 5.33 a la Figura 5.37. Para esta prueba experimental se tiene

- Un tiempo de espera de quince segundos, donde las lecturas del GPS no son precisas. Por consiguiente, se puede observar que en la altura tenemos lecturas negativas cuando el vehículo no se ha movido.
- Posteriormente se eleva al vehículo hasta una altura adecuada y se activó el control de altura, de traslación y compensador robusto en el mismo instante. Por lo tanto, toma como referencia la posición que tiene el vehículo en ese momento y trata de permanecer ahí.
- Para la Figura 5.33 y la Figura 5.34 el desplazamiento del vehículo cuando sigue la referencia (esto es del segundo dieciséis al veinticinco) está dentro de una vecindad de  $\pm 0.5$  metros para  $y$  y  $x$ , lo cual es importante porque no se aprecia esto en las Figuras, además en el caso del control PD con compensador robusto la vecindad es de  $\pm 1$  metro aproximadamente. También se utilizaron las mismas escalas en la mayoría de las Figuras, esto se hizo con la intención de mostrar de forma más clara la diferencia del comportamiento del vehículo con las diferentes técnicas de control.

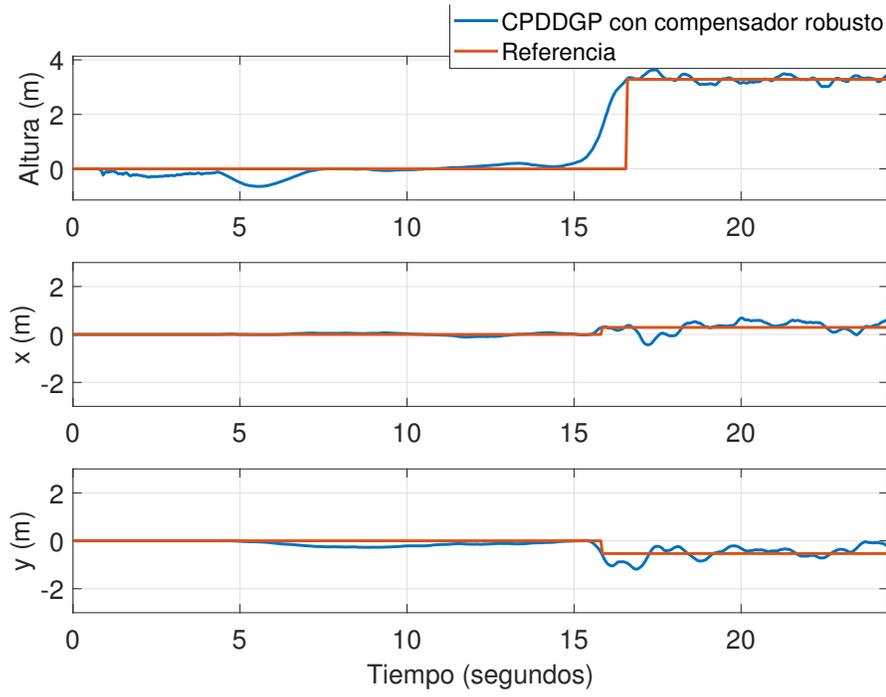


Figura 5.33: Posiciones de traslación.

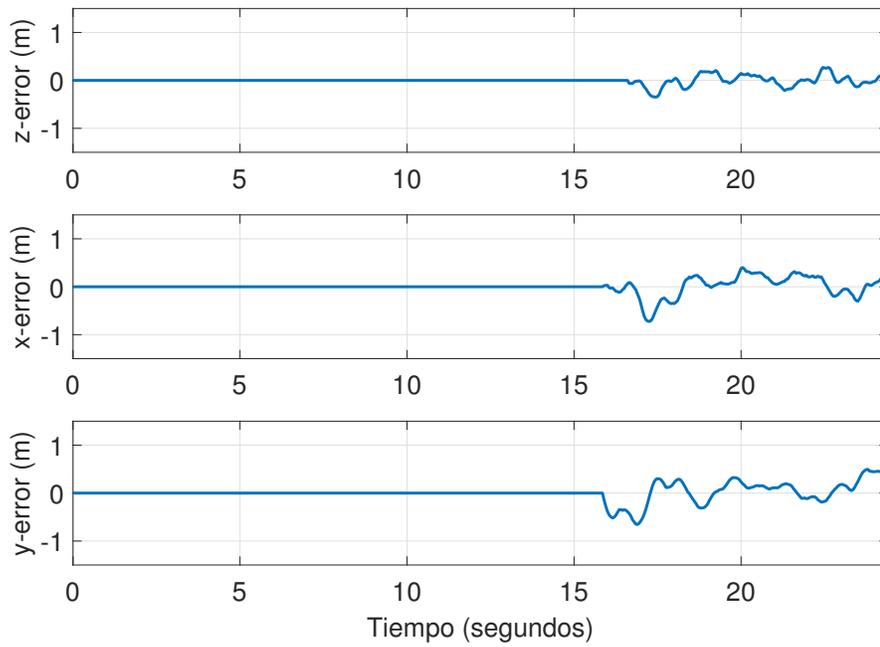


Figura 5.34: Errores de traslación.

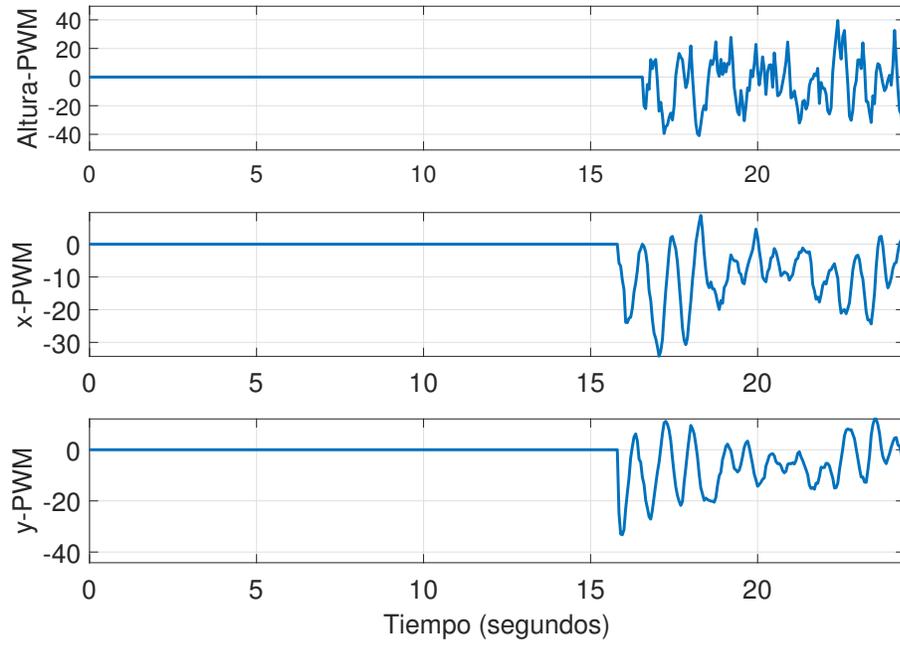


Figura 5.35: Señales PWM de traslación.

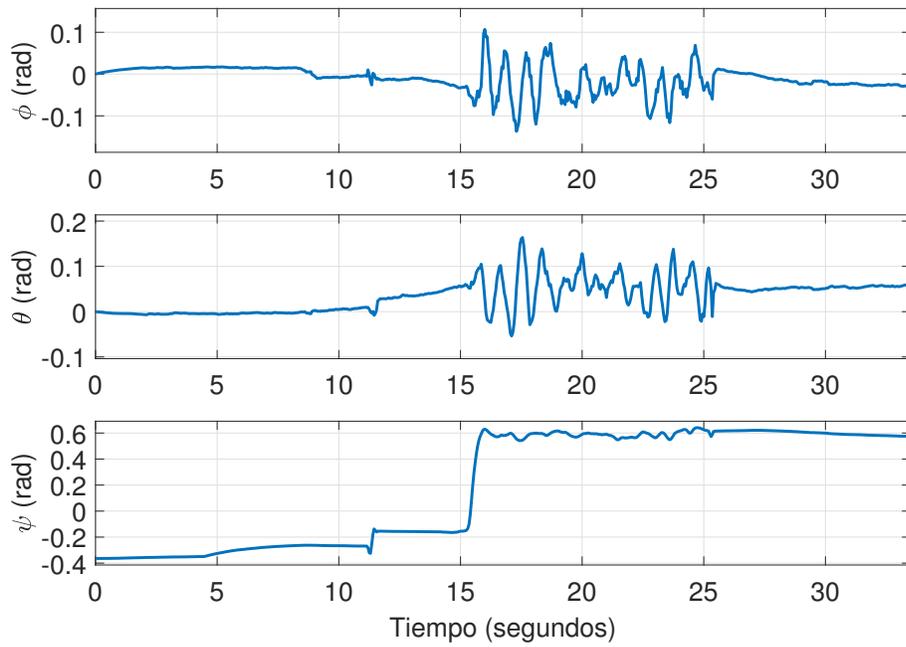


Figura 5.36: Posiciones angulares.

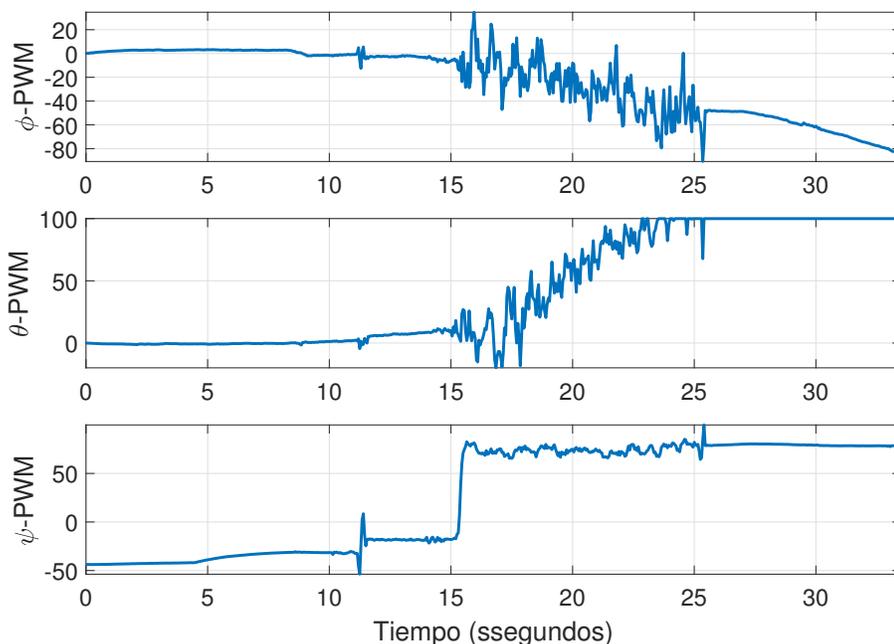


Figura 5.37: Señales PWM de orientación.

EL PWM que se presentan en los resultados experimentales no son los pares de control, el PWM que se presento es una pequeña corrección al PWM que afecta a la señal PWM del acelerador. EL acelerador proporciona una señal muy grande en comparación a las presentadas en las Figuras de las pruebas experimentales. El par de control se puede obtener a partir de la caracterización de los motores de acuerdo al PWM, pero no se contaron con los instrumentos necesarios para poder realizar la caracterización de los motores.

El compensador robusto se inició después del despegue, dado que las condiciones iniciales en orientación son diferentes a cero. Si el compensador robusto se hubiera dejado activo en el tiempo de espera del GPS, la señal de control del compensador robusto tendería a crecer hasta saturarse debido a que para el compensador no existe dicho tiempo. Además, como se vio en el capítulo cuatro en la realización se consideró condiciones iniciales iguales cero y esto explica de forma matemática lo antes mencionado.

En la Figura 5.38 se presenta un diagrama de los subsistemas que se utilizaron para programar al vehículo. El primero es el bucle rápido (conocido también como fast loop), el cual es la función crítica del código principal, donde se contiene instrucciones que deben llamarse con la máxima prioridad. El bucle rápido es llamado directamente desde el bucle principal y no desde el planificador porque garantiza la ejecución en cada ciclo y tiene una frecuencia de 400Hz y un tiempo de muestreo de 2.5 milisegundos (Mottola, [34]). En el

bucle rápido se introdujo la lectura de la posición de orientación y su respectivo control, también se introdujo la escritura de la señal del radio control y de las señales del control a los motores. Por otro lado, el planificador va a contener diversas tareas, tales tareas son:

- Lectura del radio. - En esta tarea se lee la señal proveniente del convertidor PPM, que va a ser utilizada en el bucle rápido. Esta tarea se ejecuta a una frecuencia de 100 Hz y tiene un tiempo de muestreo de 10 milisegundos.
- Lectura del GPS. - Aquí se va a leer la señal proveniente del GPS y que posteriormente va a ser utilizada por el control de traslación y de altura. Esta tarea se ejecuta a una frecuencia de 40 Hz y tiene un tiempo de muestreo de 25 milisegundos.
- Control de traslación y altura. - La tarea contiene los controles de traslación y orientación, es decir, contiene el control PD estándar, control PD con compensador robusto y CPDDGP con compensador robusto. Esta tarea se ejecuta a una frecuencia de 100 Hz y tiene un tiempo de muestreo de 10 milisegundos.
- Datos de vuelo. - Se almacenan los datos de vuelo provenientes del bucle rápido, del control de traslación y altura, y lectura del GPS. Esta tarea se ejecuta a una frecuencia de 20 Hz y tiene un tiempo de muestreo de 50 milisegundos.

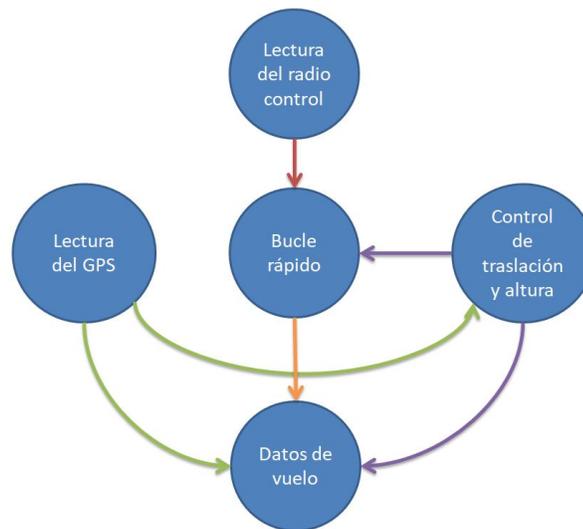


Figura 5.38: Diagrama del programa del Pixhawk.



# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1. Conclusiones

El objetivo es realizar un vuelo estacionario y de seguimiento de trayectoria de un helicóptero miniatura de cuatro rotores por medio de una ley de control difusa más compensador robusto que permita tener un mejor desempeño en comparación con un control PD y un control PD más compensador robusto. El control robusto mostrado en el capítulo 4 da a conocer que es un control formado de dos partes. La primera es una parte nominal y la segunda es el compensador robusto. La parte nominal permite implementa una ley de control para un sistema lineal, en este caso se eligió el control difuso de ganancias programables de Mamdani y se comparó con un control PD estándar con y sin compensador robusto. Los resultados más interesantes en simulación son los realizados para la estabilización del helicóptero en los ejes  $x$  y  $y$  para el seguimiento de una trayectoria cerrada que en este caso fue un círculo. En estas pruebas realizadas en simulación se observó que se cumplió con el objetivo de tener un mejor desempeño con el control difuso de ganancias programables en comparación de los otros dos controles. En los resultados experimentales, se muestra tres vuelos, para el caso del controlador PD se realizó una prueba de vuelo estacionario, en la cual se mantuvo el vehículo en una referencia constante por un lapso de tiempo considerable, en donde se logró con éxito mantener al vehículo en una referencia. Para el control PD con compensador robusto se obtuvieron resultados favorables, en los cuales, el control robusto obtuvo un mejor desempeño en comparación con el control PD. Debido a como se ejecutó el experimento hay un lapso de tiempo donde el control PD actuó bajo las mismas condiciones que el control PD más compensador robusto y en esa prueba se puede observar las ventajas de usar este compensador robusto. Por último, se realizó la prueba experimental con el control difuso de ganancias programables con el compensador robusto para un vuelo estacionario, en el cual se obtuvo el mejor desempeño en comparación de las

otras dos pruebas. El compensador robusto oscilo en un rango de medio metro a partir de la referencia, con los otros dos controles el micro helicóptero se desplazaba en un rango de un metro para el PD con compensador robusto y en el caso del PD sobre pasa el metro en algunas ocasiones. Por lo tanto, el mejor desempeño del vehículo se logró con el control difuso más compensador robusto.

## **6.2. Trabajo futuro**

El trabajo futuro proveniente de la presente tesis es el siguiente:

- Realizar pruebas experimentales con el seguimiento de una trayectoria abierto y cerrada.
- Introducir un control adaptable en la parte nominal del controlador difuso presentado en esta tesis.
- Realizar la caracterización de los motores para conocer la fuerza de empuje de los motores.

# Bibliografía

- [1] Vijay Kumar; Robotics: Aerial Robotics, <https://www.coursera.org>, (2019).
- [2] D. W. Casbeer, R. Beard, T. McLain, S.M. Li, and R. K. Mehra; Forest fire monitoring with multiple small uavs, in American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005. IEEE, 2005, pp. 3530– 3535.
- [3] H. Chao, M. Baumann, A. Jensen, Y. Chen, Y. Cao, W. Ren, and M. Mc Kee; Band reconfigurable multi uav based cooperative remote sensing for real time water management and distributed irrigation control, in IFAC World Congress, Seoul, Korea, 2008.
- [4] I. Fantoni,R. Lozano; Nonlinear Control for Underactuated Mechanical Systems, Springer-Verlag, London, UK (2002).
- [5] G. Cai, B. Wang, B. M. Chen, and T. H. Lee; Design and implementation of a flight control system for an unmanned rotorcraft using RPT control approach. Asian J. Control, Vol. 15, No. 1, pp. 95–119 (2013).
- [6] P. Castillo, R. Lozano, A. E. Dzul; Modelling and Control of Mini-Flying Machines, Springer-Verlag, London, UK (2005).
- [7] I. Gonzalez, S. Salazar, R. Lozano; Chattering-free Sliding Mode Altitude Control for a Quadrotor aircraft: Real-Time application, in Journal of Intelligent and Robotic Systems (JINT), Springer, (2013).
- [8] I. Gonzalez, S. Salazar, R. Lozano, J. Escareño; Real-time altitude robust controller for a Quad-rotor aircraft using Sliding-mode control technique, in International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Atlanta, GA, pp.650-659 (2013).
- [9] I. Gonzalez-Hernandez, S. Salazar, R. Lozano; Robust trajectory-tracking control design for a small Quad-rotor aircraft via sliding modes. 2271-2276 (2016).

- 
- [10] I. Gonzalez-Hernandez, S. Salazar, F. Muñoz Palacios, R. Lozano; Super-twisting control scheme for a miniature Quadrotor aircraft: Application to trajectory-tracking problem. 1547-1554. 10.1109/ICUAS.2017.7991520 (2017).
- [11] R. Miranda, R.A. Garrido, L.T. Aguilar y J. E. Herrero. Drones Modelado y control de cuadrotos, AlfaOmega, Octubre del 2018.
- [12] Norma Oficial Mexicana PROY-NOM-107-SCT3-2016, Que establece los requerimientos para operar un sistema de aeronave pilotada a distancia (RPAS) en el espacio aéreo mexicano.
- [13] E. Korovessi, A. A. Linninger; Batch Processes, CRC Press, Taylor y Francis, ISBN 978-0824725228 (2005).
- [14] A. Chovancová, T. Fico, P. Hubinsky; Comparison of various quaternion-based control methods applied to quadrotor with disturbance observer and position estimator, Robotics and autonomous systems, Elsevier (2016).
- [15] H. Khebbache, M. Tadjine y S. Labiod; Adaptive sensor-fault tolerant control for a class of MIMO uncertain nonlinear system: Adaptive nonlinear filterbased dynamic surface control, Journal of the Franklin Institute, (2016).
- [16] A. Honglei, L. Jie, W. Jian, W. Jianwen, M. Hongxu; Backstepping-based inverse optimal attitude control of quadrotor, International Journal of Advanced Robotic Systems, Springer (2014).
- [17] S. Herrick; The 3 main categories of drones and their advantages and disadvantages, <https://botlink.com>, (2017).
- [18] S. I. Weiss y R. Amir, Aerospace industry, EncyclopediaBritannica,inc., enero 30 2019.
- [19] L.R. García Carrillo, A. E. Dzul López, R. Lozano, C. Pégard; Quad Rotocraft Control, Vision-Based Hovering and Navigation .Editorial Springer (2013).
- [20] Y. Zhong; Robust output tracking control of SISO plants with multiple operating points and with parametric and unstructured uncertainties. International Journal of Control (2002).
- [21] Y. Zhong, G. Lu, H. Liu; Robust LQR Attitude Control of a 3-DOF Laboratory Helicopter for Aggressive Maneuvers, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013.
- [22] H. Liu, D. Li, Y. Yu, Y. Zhong; Robust Trajectory Tracking Control of Uncertain Quadrotors without Linear Velocity Measurements. IET Journals (2015).

- 
- [23] L.F. Cerecero, J.C. Ramos, M. A. Marquéz, E.Campos; Control PI difuso de ganancias programables para un sistema mecatrónico de posicionamiento angular-lineal. *Research in Computing Science* (2016).
- [24] E.Campos, L.F. Cerecero, J.C. Ramos, M. A. Marquéz, I. A. Chan; Comparación experimental de controladores PID clásico, PID no lineal y PID difuso para el caso de regulación. *Research in Computing Science* (2017).
- [25] Y.S. Lee, J.G. Juang; Color identification for quadcopter flight control and object inspection. *Advances in Mechanical Engineering* (2019).
- [26] T.L. Le, N.V. Quynh, N.K. Long, S.K. Hong; Multilayer Interval Type-2 Fuzzy Controller Design for Quadcopter Unmanned Aerial Vehicles Using Jaya Algorithm. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* (2020).
- [27] D. Domingos, G. Camargo, F. Gomide; Autonomous Fuzzy Control and Navigation of Quadcopters. *International Federation of Automatic Control* (2016).
- [28] L.R. García, A.E. Dzul, R. Lozano, C. Pégard; Quad rotorcraft Control Vision-based hovering and navigation. Springer (2013).
- [29] E. Sumano, R. Castro, R. Lozano; Sincronización de cuadrirrotores en forma coordinada. CINVESTAV-Departamento de Ingeniería Eléctrica- Sección de Mecatrónica (2013).
- [30] L.R. García, P. Castillo, R. Lozano, P. Albertos; Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* (2007).
- [31] H. Liu, D. Li, J. Xi, Y. Zhong; Robust attitude controller design for miniature quadrotors. Beihang University, Beijing (2016).
- [32] H.K. Khalil; *Nonlinear systems*. (Prentice-Hall, New Jersey, USA, 2002).
- [33] A. Sobrevilla; Diseño de un estabilizador de sistemas eléctrico de potencia aplicando teoría de lógica difusa, Trabajo de grado (Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica), IPN, México 1997.
- [34] L. Mottola, E. Bregu; Re-engineering of Aerial Drone Autopilot Firmware with Reactive Programming. Tesis del Politecnico di Milano (2015).
- [35] E. H. Mamdani; Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, Academic Press: Neva York, 1974.

- 
- [36] R. Miranda; *Cinemática y dinámica de robots manipuladores*, Alfaomega, ISBN 978-607-622-048-1(2016).
- [37] D. Benítez Morales, J. G. Benítez Morales, S. Vite Medécigo; *Puesta en marcha de un vehículo aéreo no tripulado para plataforma experimental de despegue y aterrizaje*, Memoria de Estadía, Universidad Politécnica de Pachuca (2015).
- [38] J. F. Roberts, J. C. Zufferey, D. Floreano; *Energy management for indoor hovering robots*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Acropolis Convention Center, Nice, France, Septiembre (2018).
- [39] A. Chovancová, T. Fico, L. Chovanec, P. Hubinsk; *Mathematical Modelling and Parameter Identification of Quadrotor (a survey)*, Procedia Engineering, vol. 96, pp. 172-181 (2014).
- [40] F. Rinaldi, S. Chiesa, F. Quagliotti; *Linear Quadratic Control for Quadrotors UAVs Dynamics and Formation Flight*. Journal of Intelligent and Robotic Systems, (2012).
- [41] R. Mahony, V. Kumar, P. Corke; *Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor*. IEEE Robotics and Automation Magazine (2012).
- [42] H. Liu, D. Li, Z. Zongyu, Y. Zhong; *Robust Three-Loop Trajectory Tracking Control for Quadrotors with Multiple Uncertainties*. IEEE Transactions on Industrial Electronics (2016).
- [43] Y. Zhong; *Robust output tracking control of SISO plants with multiple operating points and with parametric and unstructured uncertainties*. International Journal of Control (2002).
- [44] S. Gilbert, E. Varghese; *Design and Simulation of Robust Filter for Tracking Control of Quadcopter System*. International Conference on circuits Power and Computing Technologies (2017).
- [45] L. Mejias, J. F. Correa, I. Mondragón, and P. Campoy; *Colibri: a vision-guided UAV for surveillance and visual inspection*, in Robotics and Automation, 2007 IEEE.

# Apéndice A

## Definiciones del control difuso de Mamdani.

Las ganancias programables está basada en lógica difusa que parte del hecho de conceptos como alto, bajo, ruidoso, dulce, caro, amargo, barato, delgado, entre otras. Esto último puede ser considerado de forma diferente dependiendo de la percepción de la persona. La lógica difusa asigna a cada elemento del discurso  $U$  un grado de pertenencia que va entre 0 y 1. Este grado de pertenencia se define mediante una función característica o función de pertenencia o función de membresía asociada al conjunto. Se presentan algunas definiciones de la lógica difusa (Mamdani, [35]).

**Definición 1:** Sea  $D \subseteq U$  la función  $\mu_D : D \rightarrow [0, 1]$  asigna a cada elemento  $x \in D$  un grado de pertenencia entre 0 y 1. Esta función es conocida como función de pertenencia.

$$\mu_D(x) \in [0, 1].$$

**Definición 2:** Un conjunto difuso es representado como un conjunto de pares ordenados de elementos de  $x$  y su valor de pertenencia, esto es

$$A = \{(x, \mu_D(x)) : x \in U \ \& \ \mu_D(x) \in [0, 1]\}.$$

**Definición 3:** El soporte de un conjunto difuso  $D \subseteq U$  es un conjunto numérico que contiene todos los elementos de  $U$  que tiene un valor de pertenencia distinto de cero en  $D$ , se define como

$$sop(x) := \{x \in U : \mu_D(x) > 0\}.$$

**Definición 4:** Sea  $D, E \subseteq U$ , la unión de  $D$  y  $E$  es un conjunto difuso  $D \cup E$  en  $U$  cuya función de pertenencia es  $\mu_{D \cup E}(x) = \max\{\mu_D(x), \mu_E(x)\}$ , por lo tanto se define como

$$D \cup E = \{(x, \mu_{D \cup E}(x)) : x \in U \ \& \ \mu_{D \cup E}(x) \in [0, 1]\}.$$

**Definición 5:** Sea  $D, E \subseteq U$ , la intersección de  $D$  y  $E$  es un conjunto difuso  $D \cap E$  en  $U$  cuya función de pertenencia es  $\mu_{D \cap E}(x) = \min\{\mu_D(x), \mu_E(x)\}$  es decir,

$$D \cap E = \{(x, \mu_{D \cap E}(x)) : x \in U \ \& \ \mu_{D \cap E}(x) \in [0, 1]\}.$$

**Observación:** Estas tres últimas definiciones para conjuntos difusos cumplen asociatividad, conmutatividad y distributividad, así como las leyes de DeMorgan

$$(D \cap E)^C = A^C \cup B^C.$$

**Definición 6 (composición entre relaciones difusas):** Sea  $R(U, V)$  y  $S(V, W)$  dos relaciones difusas con funciones de pertenencia  $\mu_R(x, y)$  y  $\mu_S(y, z)$  respectivamente. Entonces, la composición difusa se define como

$$\mu_{R \oplus S}(x, z) = \sup_{y \in V} \{\mu_R(x, y) \oplus \mu_S(y, z)\},$$

donde el operador  $\sup$  es el supremo y el operador  $\oplus$  puede ser cualquier T-norma. Las dos composiciones más usadas son: La composición max-mín y la composición mín.