

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
ÁREA ACADÉMICA DE COMPUTACIÓN Y ELECTRÓNICA

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROLADOR NO LINEAL PARA
REGULAR LA PRODUCCIÓN DE HIDRÓGENO EN UNA CELDA DE
ELECTRÓLISIS MICROBIANA (MEC).

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL:

PRESENTA:

ING. DAVID ANTONIO MENESES GONZÁLEZ

ASESORES:

DR. PABLO ANTONIO LÓPEZ PÉREZ

DR. OMAR JACOBO SANTO SÁNCHEZ

MINERAL DE LA REFORMA, HIDALGO, ENERO DEL 2019



Área Académica de Computación



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
 Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
 Área Académica de Computación y Electrónica

Mineral de la Reforma, Hgo., a 07 de enero de 2019

Número de control: ICBI-AACyE/009/2019
 Asunto: Autorización de impresión de tesis.

M. EN C. JULIO CÉSAR LEINES MEDÉCIGO
 DIRECTOR DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR DE LA UAEH

Por este conducto le comunico que el comité revisor asignado al Ing. David Antonio Meneses González, alumno de la Maestría en Ciencias en Automatización y Control, autoriza la impresión del proyecto de tesis titulado "Diseño y simulación de un controlador no lineal para regular la producción de hidrógeno en una celda de electrólisis microbiana (MEC)" en virtud de que se han efectuado las revisiones y correcciones pertinentes.

A continuación, se registran las firmas de conformidad de los integrantes del comité revisor.

Dr. Joel Suarez Cansino	Presidente	UAEH	
Dr. Jesús Patricio Ordaz Oliver	Secretario	UAEH	
Dr. Pablo Antonio López Pérez	Vocal 1	UAEH	
Dr. Carlos Cuvas Castillo	Vocal 2	UAEH	

Atentamente
 "Amor, Orden y Progreso"

Dr. Jesús Patricio Ordaz Oliver
 Coordinador de la Maestría en Ciencias en Automatización y Control

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
 Área Académica de Computación y Electrónica

JPOO/APL



Ciudad del Conocimiento
 Carretera Pachuca-Tlaxiangua km 4.5 Carretera
 Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo,
 México, C.P. 42184
 Teléfono: +52 (771) 71 720 00 ext. 2250, 225
 Fax: 2109
 aacye_icbi@uaeh.edu.mx

www.uaeh.edu.mx

Agradecimientos

Quiero agradecer al CONACYT por haberme otorgado la beca, a los doctores por haberme apoyado y brindado su conocimiento durante la maestría, en especial al Doctor Omar Jacobo y al Doctor Pablo López, también extendiendo este agradecimiento a mis padres José Javier Meneses Nava y Rosa María Gonzalez Alcaraz por su educación que me inculcaron , apoyo incondicional, consejos y el gran esfuerzo que han hecho para que siga adelante, a mis hermanos José Daniel Meneses Gonzalez y Andrés Javier Meneses Gonzalez que siempre han estado con migo, a mis abuelos Javier Meneses Gonzalez, Ofelia Nava Jurado, Luciano Gonzalez y Consuelo Alcaraz Ozuna que siempre me han llenado de tanto cariño y comprensión, a mis tíos y primos por su gran apoyo, a mis compañeros de generación Jorge Ávila, José Meneses, Héctor López y Eduardo Juárez por su apoyo y por ser parte de este viaje, a mis grandes amigos Jorge Alberto Ávila Cadena, Omar Monsalvo, Israel Garcia, Francisco German y Fabian Avila por su gran amistad, agradezco por su apoyo a Nayeli Zaavedra y Danae Meneses y en especial agradezco a mi novia Marisol Barrera Barrera por todo su apoyo incondicional, cariño, comprensión y por estar siempre a mi lado.

Abstract

In this thesis it was created mathematical model order reduction based on data from literature for simulate the production to hydrogen to MICROBIAL ELECTROLYSIS CELL (MEC) supported it with experimental data. three process are considered: 1) Substrate Consumption (removal of organic matter from wastewater), 2) biomass production, and 3) hydrogen production by electrolysis. this model has extended to continuous operation it's used like virtual plant to allow apply of proposed controller, nonlinear control law have a feedback of double sigmoid function of the control error in order to control the substrate concentration at the minimum value that lead indirectly to regulate the concentration H_2 gaseous at the MECS . It has been made closed loop" to show the effect of the substrate input to MECS o system (feed flow in this case dilution rates D) based on the three state variables in order to select breackeven point to maximum hydrogen production, identifying 4 possible cases to implement control law. A theoretical framework's stability to closed loop from MFCS it afford based on that the trajectory are limited on the real operation from MFCS. I analyzed the convergence from proposal methology used the Lyapunov stability theory. finally, the numerical experimetns showed satisfactory perfomance from proposal methology comparaded with standard linear P controller. There are a necessity to develop this studies at the pilot scale, such as field applications at the complete scale.

Resumen

En esta tesis se generó un modelo matemático de orden reducido basado en datos de literatura para simular la producción de hidrógeno en una celda de combustible microbiano (por su siglas en inglés MEC “Celda de Electrolisis Microbiana”) validado con datos experimentales. Tres procesos se consideran en el modelo: 1) consumo del sustrato (eliminación materia orgánica de agua residual), 2) La producción de biomasa, y 3) la producción de hidrógeno mediante electrolisis. Este modelo se ha extendido a una operación en continuo, que se emplea como una planta virtual para permitir la aplicación de un controlador propuesto. La ley de control no lineal contiene una retroalimentación de doble sigmoideal del error de control con el fin de controlar la concentración de sustrato en el valor mínimo que conduce indirectamente a regular la concentración de H_2 gaseoso en la MEC. Se realizó un barrido a lazo abierto para ver el efecto de la entrada de sustrato a la MEC o sistema (flujo de alimentación en esta caso tasas de dilución D) sobre las tres variables de estado con el objetivo de seleccionar los puntos de equilibrio correspondientes a la máxima producción de hidrogeno, identificando 4 escenarios posibles para implementar la ley de control. Un marco teórico de la estabilidad a lazo cerrado de la MEC se proporciona bajo el supuesto que las trayectorias son limitadas en la operación real de la MEC. Se analizó la convergencia de la metodología propuesta usando la teoría de la estabilidad de Lyapunov. Por último, los experimentos numéricos demostraron un desempeño satisfactorio de la metodología propuesta en comparación con el controlador P lineal estándar. Hay una necesidad de extender estos estudios a escala piloto, así como para aplicaciones de campo a escala completa.

Índice general

Índice de figuras	VI
1. Introducción	1
1.1. Breve descripción del estado del arte.	1
1.2. Modelado del proceso	6
1.2.1. Modelos matemáticos:	7
1.2.2. Modelado de bioprocesos.	8
1.3. Modelado de MFC y MEC.	12
1.4. Preliminares de control.	14
1.5. Justificación.	21
1.6. Objetivo	21
1.6.1. Objetivo General	21
1.6.2. Objetivos específicos	22
1.7. Planteamiento del problema	22
1.8. Hipótesis	22
2. Metodología	23
2.1. Metodología general	23
3. Resultados y discusión	26
3.1. Modelo del sistema	26
3.2. Propiedades de controlabilidad local del modelo de la MEC.	31
3.3. Análisis de puntos óptimos de operación.	40
3.4. Prueba de estabilidad del controlador propuesto.	41
4. Conclusiones globales	49
5. Recomendaciones	50
6. Bibliografía	51

ÍNDICE GENERAL

A. Anexo A	60
A.1. Definiciones y teoremas de aplicación	60
A.1.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	60
A.2. Simbología	64

Índice de figuras

1.1. Tipo de modelo matemático	7
1.2. Proceso para el desarrollo de modelos metabólicos [35]	9
1.3. Simuladores y propiedades para modelado intracelular y extracelular. [W:Windows, J:Java y L: Linux.][42]	12
1.4. Celda de Electrolisis Microbiana	14
1.5. Celda Microbiana de Combustible	14
1.6. Elementos del sistema	16
1.7. Sistema representado	16
1.8. Optimización de bio-procesos utilizando herramienta de control y esti- mación.	18
2.1. Etapa 1.	23
2.2. Etapa 2.	24
2.3. Etapa 3.	25
3.1. Resultados de la literatura del sustrato.	28
3.2. Resultados de la literatura del hidrógeno.	28
3.3. Resultados de la literatura del la biomasa.	29
3.4. Respuesta del sistema con condiciones iniciales iguales a (3.7)	32
3.5. Control por retro de estados simulink	38
3.6. Control por retro de estados (X)	38
3.7. Control por retro de estados (A)	39
3.8. Control por retro de estados (H).	39
3.9. Puntos óptimos de operación.	40
3.10. Estructura del controlador propuesto en una MEC.	41
3.11. MEC funcionado a lazo abierto y cerrado para la dinámica del sustrato comparando dos controladores. 3.12.	46
MEC funcionado a lazo abierto y cerrado para la dinámica de la biomasa comparando dos controladores. 3.13.	47
MEC funcionado a lazo abierto y cerrado para mostrar el esfuerzo de control de la válvula.	48

Introducción

1.1. Breve descripción del estado del arte.

El aumento en la demanda energética debido a la creciente población mundial, el agotamiento de las reservas de combustibles fósiles, y sus impactos ambientales están llevando a una búsqueda de nuevas tecnologías para la generación de energía y combustibles [1].

Actualmente, la investigación de diversos escenarios en sistemas energéticos ha demostrado el impulso de las nuevas tecnologías, así como resultados enfocados en la generación de energía renovable con respecto a la diversificación de la energía primaria. Los procesos de eficiencia energética y energías renovables deberán evolucionar antes que las ciudades sostenibles para permitir la integración exitosa de estas tecnologías de apoyo para tener un efecto directo en el desafío climático y la sociedad [2-3]. Es decir, se están desarrollando avances en las tecnologías de energías renovables como la solar, eólica, geotermia, biomasa, etc., con un enfoque de energía pura, eficiente y ecológica [4]. La atención a los procesos bioenergéticos ha aumentado considerablemente durante la última década. Actualmente, existen proyectos con apoyo económico relacionados con la optimización de las bio-refinerías integradas. Estos proyectos trabajarán para resolver los problemas críticos para la ampliación exitosa y las operaciones confiables

1. INTRODUCCIÓN

generando protocolos y técnicas de alto impacto para aumentar la productividad [5]. Se ha informado que Brasil y Estados Unidos produjeron aproximadamente el 70% de la oferta mundial de biocombustibles en 2015, lo anterior, igual a aproximadamente 35 mil millones de galones [6,7].

La biomasa se ha utilizado como un medio para producir calor y luz generados a partir de diversas actividades industriales y tecnologías avanzadas. Se ha puesto mucho énfasis en convertir biomasa bruta en formas de energía más útiles que sean fáciles de usar y transportar [8]. Cabe mencionar, que los biocombustibles los podemos clasificar en: bio-diesel, bio-etanol, bio-hidrógeno, bio-metano entre otros. Alternativamente, el hidrógeno es un portador de energía limpia, que produce agua como único subproducto cuando se quema. El desarrollo de la biotecnología del hidrógeno está avanzando rápidamente como un combustible de importancia creciente, en paralelo a la desaparición de los combustibles fósiles [9]. Los enfoques biológicos podrían contribuir a la producción de hidrógeno a gran escala, ya que diversos microorganismos pueden producir hidrógeno en condiciones moderadas a partir de sustratos renovables fácilmente disponibles, lo que hace que las estrategias biológicas sean potencialmente competitivas con procesos químicos como el reformado y la gasificación [10].

El hidrógeno se genera por reacciones bioquímicas, principalmente en procesos de fermentación anaeróbica, como la biofotólisis del agua usando algas verdes y algas verde-azules (cianobacterias) [11, 12], biofotólisis directa, fotofermentación indirecta y fermentación oscura [13, 14]. Sistemas híbridos, que utilizan biorreactores de fermentación oscura y fotofermentativos (fotocatalizador, semiconductor, pilas de combustible por sus siglas en inglés (FC)) [15, 16] y biorreactores microbianos asistidos por bioelectroquímica [17].

Las celdas de combustible microbiana (por sus sigla en inglés Microbial Fuel Cells “MFC”) y celdas de electrolisis microbiana (por sus sigla en inglés Microbial Fuel Cells

“MFC”) son consideradas fuentes de energía renovables prometedoras. Una celda de combustible es un dispositivo biológico que convierte energía química en eléctrica. Las MFC tienen la mayor eficiencia en comparación con todas las fuentes de energía y no produce contaminantes [18]. Las MFC son dispositivos adecuados que pueden convertir la energía bioquímica en energía eléctrica y otros productos secundarios principalmente gases para combustión como el metano e hidrógeno entre otros, estos sub-productos son generados vía electrolisis (aplicación de un voltaje a la MFC) o fermentación (reacciones bioquímicas intracelulares) [19].

Las MFC son sistemas que tienen como objetivo la eliminación de contaminantes para la generación de bioenergía sostenible. Una MFC utiliza microorganismos o bacterias como catalizadores para oxidar sustratos (orgánicos y materias inorgánicas) y generar bioenergía en forma de electricidad y biocombustibles como el hidrógeno. Hasta hoy en día, la contaminación del agua es un proceso en constante crecimiento debido al desarrollo industrial y el aumento de la población humana. Existen muchas tecnologías desarrolladas para aguas residuales, por lo general son tratamientos ineficientes, costosos y no sostenibles [20].

Por otro lado, el gas de hidrógeno se produce predominantemente a partir de combustibles fósiles (96 %) en la actualidad. Aproximadamente el 5 % restante de la producción internacional proviene de la electrólisis del agua [21, 22]. La electrólisis microbiana aplicada al tratamiento de aguas residuales es una tecnología de electrólisis que puede producir hidrógeno a bajo costo [23, 24], restringiendo aún más el impacto ecológico de la generación de hidrógeno. Típicamente, una celda de electrólisis microbiana (MEC) genera hidrógeno en el rango de voltaje de 0.5 V a 1.5 V, mientras que un electrolizador alcalino convencional necesita un voltaje de operación de 2.0 a 3.0 V. El voltaje de electrólisis requerido para generar hidrógeno en un MEC se reduce gracias a la biopelícula microbiana electroactiva desarrollada en la superficie del ánodo, que

1. INTRODUCCIÓN

cataliza la oxidación de la carga orgánica contenida en las aguas residuales. Mientras que el proceso aeróbico de tratamiento de aguas residuales basado en lodos activados consume mucha energía (1.2 kWh / kg-DQO) [25, 26].

Por lo tanto, es necesario mencionar que la función dual de una MEC (producción de hidrógeno mientras se limpian las aguas residuales) es, en principio, una solución prometedora para las plantas de tratamiento de aguas residuales que funcionan en condiciones cercanas a la energía neutra. Esta consideración solo es cierta si la energía eléctrica suministrada al MEC es menor que la energía potencialmente contenida en el hidrógeno producido cuando se convierte en vapor de agua y calor por combustión catalítica, o directamente en electricidad en una celda de combustible. La energía consumida por un MEC es proporcional al voltaje aplicado a la celda. Sin embargo, es difícil desarrollar y especialmente implementar estrategias avanzadas de monitoreo y control para la producción real de una MEC, lo anterior, debido:

- No existen modelos cinéticos con amplios rangos de predicción variables.
- Ausencia de instrumentación confiable para medir variables de estado biológico, es decir, sustratos, pH, biomasa, enzimas metabólicas y concentraciones de productos [27].
- Baja calidad de los datos monitoreados y la frecuencia de muestreo son funciones de la precisión de los biosensores empleados para el control del proceso.
- En muchos casos, las variables de estado no se pueden medir en línea (en tiempo real) debido al alto costo de los sensores y las condiciones de operación extremas.

Estos hechos, junto con la no linealidad y la incertidumbre de los parámetros de las MEC, requieren un esfuerzo en el modelado, las estrategias de estimación de estado (observabilidad) y el control (controlabilidad) para el escalamiento de estos bioprocesos [28, 29].

El rendimiento de las MEC depende en gran medida de la actividad del bio-

catalizador, eficiencia del ánodo, el cátodo, del sustrato y condiciones de operación. En las MEC, la energía química de los materiales orgánicos se convierten en energía eléctrica mediante el uso de un microorganismo como catalizador para oxidar los sustratos y producir flujo de electrones en la cámara del ánodo. En el sistema MEC, debido a la adición de voltaje en el biorreactor anaeróbico del cátodo, se obtiene la reacción entre protones y electrones que conduce a la formación de gas hidrógeno [30]. Por otro lado, el objetivo principal del desarrollo de modelos matemáticos de las MEC es optimizar la tasa de producción de hidrógeno mediante predicciones cuando existan, variaciones generadas en diferentes condiciones operativas [31].

Actualmente trabajos relacionados a la parte experimental con el objetivo de incluir el efecto de la alimentación del sustrato y el voltaje han sido publicados como por ejemplo: la obtención de bioelectricidad por un consorcio de microalgas en una celda de combustible microbiana fotosintética, además algoritmos sobre control robusto aplicado a sistemas energéticos se puede consultar en la literatura [27, 31-33].

Haciendo una comparativa de la eficiencia energética del hidrógeno contra la gasolina, 1 *kg* de H_2 equivale a 2.78 *kg* de gasolina a su vez 1 litro de H_2 equivale a 0.268 litros de gasolina.

Masa H_2 (<i>kg</i>)	H_2 gas (Nm^2)	Energía (<i>MJ</i>)	Energía (<i>KW * h</i>)
1	11.2	120	33.33

Tabla 1.1: Energía del hidrógeno.

Un litro de gasolina es proporcional a 10 *KWh* y es aproximadamente 34.78 *MJ*.

	Litro	Energía (<i>MJ</i>)	Energía (<i>KW * h</i>)
Hidrógeno	1	120	33.33
Gasolina	3.773	131.22	37.73

Tabla 1.2: Comparación de energía del hidrógeno contra la gasolina.

Tomando en cuenta que el hidrógeno tiene una densidad de 0.0899 kg/m^3 y la densidad de la gasolina es de 680 kg/m^3 .

Estos hechos, junto con la no linealidad y la incertidumbre de los parámetros de los bioprocesos, requieren un esfuerzo de modelado mejorado, estrategias de estimación de estado (observabilidad) y control (controlabilidad) [27, 28].

1.2. Modelado del proceso

La descripción del comportamiento de un sistema, constituye un modelo de este, modelar significa organizar y representar el conocimiento que se posee de un sistema. Los siguientes conceptos [29] serán tomados en cuenta a lo largo del presente trabajo.

Definición 1. Modelo: Un modelo (M) para un sistema (S) y un experimento (E) es cualquier fenómeno al cual se le pueda aplicar E, para obtener respuesta a preguntas acerca de S.

Definición 2. Simulación: Al proceso de formular cuestionamientos a una descripción se le denomina simulación (con los modelos se simula, con los sistemas físicos se experimenta).

Definición 3. Modelo matemático: Modelo matemático: Es aquel que puede representarse mediante expresiones matemáticas algebraicas, diferenciales, integrales, etc.

En muchas situaciones, los modelos matemáticos pueden ser codificados en términos de un programa de cómputo. Por programa de cómputo se entiende: “Un conjunto de reglas lógicas que fijan los modos de procesamiento de cierta información cuantitativa”.

Definición 4. Estado del sistema dinámico: Conjunto de variables descriptivas que almacenan la memoria de la evolución temporal del sistema.

1.2.1. Modelos matemáticos:

Definición 5. Modelos en tiempo continuo. Se caracterizan por el hecho que, en un rango de tiempo finito, las variables de estado cambian sus valores infinitamente. La codificación del modelo suele utilizar ecuaciones diferenciales (Figura 1.1). Esta es la clase de modelos matemáticos más comúnmente empleados por los teóricos del control automático.

Definición 6. Modelos en tiempo discreto. En esta clase de modelos la variable temporal esta discreta. La codificación del modelo suele utilizar ecuaciones en diferencias (modelos de sistemas continuos controlados por medio de computadoras digitales).

Definición 7. Modelos cualitativos. Son por naturaleza modelos en tiempo discreto y sus variables dependientes están discretizadas. Se codifican usualmente por medio de representaciones de estado finito.

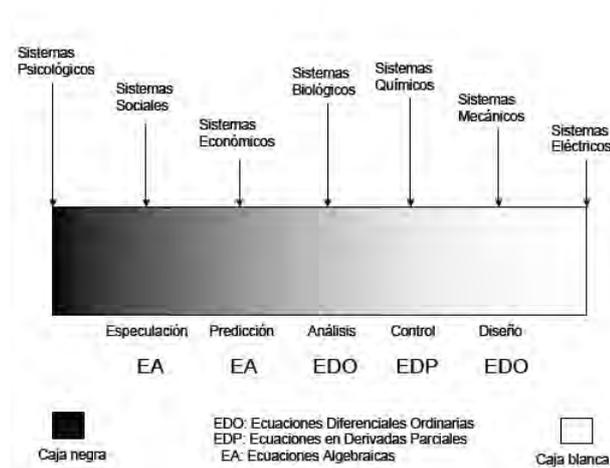


Figura 1.1: Tipo de modelo matemático

Definición 8. Modelos a eventos discretos. Tanto la variable temporal, como las variables de estado, son esencialmente continuas. Se diferencian de los modelos en tiempo

continuo por el hecho de que en un rango temporal finito solo puede ocurrir un número finito de cambios en el estado.

Definición 9. Modelos de parámetros concentrados. Estos modelos poseen variables (generalmente dependientes del tiempo) que no están ligadas al estado y que describen propiedades que se consideran concentradas espacialmente.

Definición 10. Modelos de parámetros distribuidos. Los parámetros describen interacciones del sistema dinámico descrito con campos distribuidos espacialmente [34].

Generalmente, en sistemas biológicos los modelos a nivel macroscópico son muy útiles ya que pueden ser empleados con fines prácticos: escalamiento de biorreactores, para condiciones de operación, diseño de equipos, simulación, control y para diagnóstico de fallas, los cuales están conformados por balances de materia fenomenológicos que representan especies macroscópicas como son: biomasa, sustrato, productos de interés y reacciones irreversibles que suceden en el medio de cultivo [30-32], cabe mencionar que la parte crucial en el modelo, es referida a la estructura cinética es decir la velocidad específica de crecimiento debido a su no linealidad, falta de conocimiento bioquímico del bioproceso (ruta metabólica), la fusión de leyes físicas y a los pocos criterios de selección entre un modelo y otro [33]. Los modelos cinéticos son herramientas poderosas para describir y comprender el comportamiento de sistemas celulares complejos.

1.2.2. Modelado de bioprocesos.

Muchos de los modelos diseñados han sido basados en la hipótesis de la ruta bioquímica, recientemente un enfoque más cuantitativo lo describe la biología de sistemas basándose en la dinámica del proceso bioquímico [34]. La mayoría de estos enfoques utilizan ecuaciones diferenciales ordinarias para representar la dinámica a nivel intrace-

lular y extracelular, modelando las posibles reacciones bioquímicas mediante balances de masa, Figura 1.2.

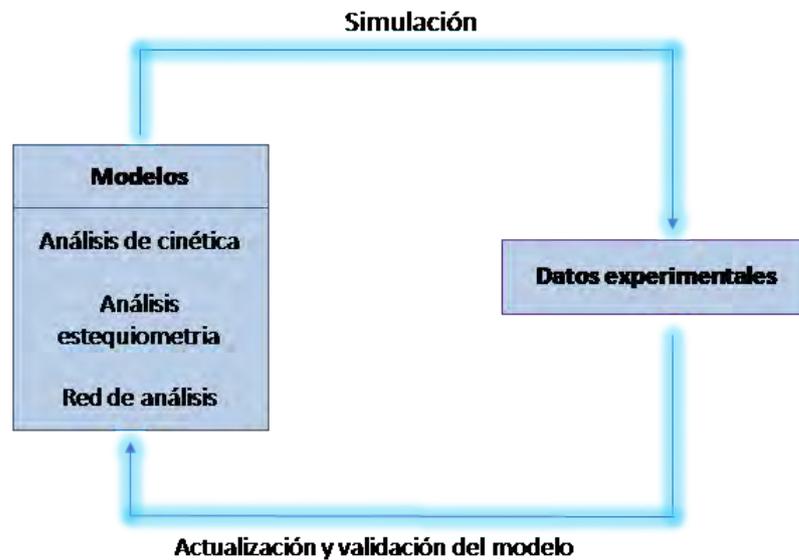


Figura 1.2: Proceso para el desarrollo de modelos metabólicos [35]

Modelos cinéticos no estructurados:

Existen diversas expresiones que muestran el crecimiento microbiano, la más difundida es la ecuación de Monod, que relaciona el valor de μ con la concentración de un componente del medio de cultivo que está en defecto respecto de los requerimientos del microorganismo: el sustrato limitante. Donde S es la concentración de sustrato limitante, μ_{max} es la velocidad de crecimiento específica máxima, y k_s se conoce como constante de saturación. En promedio las bacterias poseen valores de, μ_{max} cercanos a $0.9 h^{-1}$, las levaduras $0.45 h^{-1}$ y los hongos filamentosos $0.25 h^{-1}$. En los sistemas biológicos se ha estudiado la dinámica de bioprocesos mediante varios modelos cinéticos no estructurados del tipo Monod, inhibición por sustrato y producto, Chen y Hashimoto, Contois y Levenspiel [36-38]. La presencia de un compuesto tóxico para los microorganismos se refleja en una menor tasa de crecimiento de los mismos. No todos los microorganismos se ven afectados de la misma forma por los mismos compuestos. Se dice que hay tres

1. INTRODUCCIÓN

tipos básicos de inhibición, en función de la reversibilidad y del parámetro cinético al que afecta. A través de las constantes “biocinéticas” de la ecuación de Monod para la tasa de crecimiento específico y de utilización de sustrato, se puede ajustar el modelo para tener en cuenta los factores inhibidores.

$$\mu_{bio} = \mu_{max} \left[\frac{S}{k_s + S} \right] \quad (1.1)$$

Modelo	Parámetro afectado	Ecuación
Inhibición no competitiva	Tasa máxima de crecimiento	$\mu_m \left[\frac{S}{k_s + S} \right] \left[\frac{k_1}{K_I + I} \right]$
Inhibición competitiva	Constante de saturación	$\mu_m \left[\frac{S}{k_s \left(1 + \frac{I}{k_I} \right) + S} \right]$
Inhibición a competitiva	Tasa máxima y constante de saturación	$\left[\frac{\mu_m}{1 + \frac{k_s}{S} + \frac{I}{k_I}} \right]$

Tabla 1.3: Modelos cinéticos de inhibición

La expresión de la inhibición a competitiva se denomina, también, cinética de Haldane, y ha sido utilizada para expresar la inhibición por el propio sustrato (S) o por el producto (P) .

Modelo	Ecuación
Boulton	$\frac{\mu_m k_P}{P+k_P}$
Levenspiel	$\mu_m [1 - \frac{P}{K_P}]^m$
Luong	$\mu_m [1 - \frac{P}{K_P}]^m$

Tabla 1.4: Modelos cinéticos de inhibición

Haldane y Moser solo pueden describir el consumo de sustrato y los modelos de Boulton, Levenspiel y Luong sólo describen la formación de producto. Muchos de estos modelos no son muy eficientes cuando se extrapola a sistemas continuos debido a que no representan el comportamiento bioquímico o mecanismo de reacción de los fenómenos biológicos por lo que es necesario incorporar esquemas estructurados, otros modelos cinéticos se han aproximado mediante la reconstrucción e identificación de las reacciones y rutas metabólicas [41].

Por otro lado, las herramientas computacionales para la modelización *in silico*, ofrecen una buena alternativa para la identificación de las principales vías reguladoras y circuitos genéticos que controlan las vías metabólicas. Una vez que las ecuaciones cinéticas y los parámetros se han formulado, el modelo puede ser sometido al paso de simulación utilizando una ecuación diferencial basado en un simulador, para estudiar su comportamiento dinámico y las propiedades de su solución en su estado estacionario [41]. La mayoría de estos programas utilizan rutinas para simular ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE) y se pueden formar redes lógicas con el fin de describir una red metabólica y solucionarlo con un modelo computacional, cada programa tiene una interface gráfica de usuario (GUI). Después de realizar la simulación se compara con

1. INTRODUCCIÓN

los datos experimentales lo que permitirá en caso de ajustar bien sus parámetros, sugerir nuevas hipótesis del sistema experimental, algunos de estos programas para su simulación se presentan en la Figura 1.3.

Tipo de programa	Programa	EDO,S	Estocástico	Estados estacionarios	Análisis de estabilidad	Análisis de sensibilidad	Exploración de parámetros	Perturbación	Estimación	Representación gráfica	Múltiples reacciones	Diseño de red	Expresiones de cinéticas	S.O.
Simuladores	Cell Designer	•					•	•		•	•	•	•	W,L
	CellWare	•	•						•	•	•	•	•	W,L
	COPASI	•	•	•	•	•	•	•	•				•	W,L
	Dizzy	•	•					•						W,L
	Dymetica	•	•				•					•	•	W,L
	GEPASI	•		•	•	•	•		•	•	•		•	W
	Pasadena Twain	•					•							W
	PLAS	•		•	•	•		•						W
	Model Maker	•		•	•	•			•		•		•	W
	Matlab	•	•	•	•	•		•	•	•				W
Modelos celulares	JDesigner/Jamac	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	W
	JSim	•			•		•	•	•					W
Simuladores via internet	BASIS		•					•					•	W
	Virtual Cell	•								•	•	•	•	J

Figura 1.3: Simuladores y propiedades para modelado intracelular y extracelular. [W:Windows, J:Java y L: Linux.][42]

1.3. Modelado de MFC y MEC.

El modelado matemático de una MEC permite representar un sistema complejo a ecuaciones algebraicas simples para evaluar el efecto de la operación y parámetros sobre el rendimiento global y el diseño. Existen dos tipos de modelo para las MEC y MFC los basados en ingeniería y los estadísticos. Los modelos basados en ingeniería se desarrollan con ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) y ecuaciones diferenciales parciales (EDP) basados en el impacto de los parámetros relevantes en el rendimiento

de la salida. El modelado de las MFC se han desarrollado en base a diferentes aspectos, como el número de cultivos de microorganismos, modelado de ánodos y / o cámaras de cátodos, modos de suministro de sustrato y transferencia de iones y electrones [42, 43]. Las ecuaciones utilizadas en el modelado matemático de las MFC se proporcionan en la Tabla 1.5.

Microrganismo o cultivo mixto	Tiempo de reacción a modelar	Sistema y solución en 1D, 2D y 3D.	Ref.
Una cepa	Monod: Crecimiento bacteriano y oxidación de sustrato. Nernst: Comportamiento electroquímico	EDP, 1D Y2D	[44,45]
Una cepa	Monod, Crecimiento bacteriano y oxidación de sustrato, extracelular.	EDO, 1D	[47]
Dos cepas	Double Monod: Crecimiento bacteriano y oxidación de sustrato, extracelular. Butler-Volmer: Densidad actual.	EDO, 1D	[48]
Una cepa	Tafel: Cinética de electrodo Monod y Tessier: Crecimiento bacteriano y oxidación de sustrato, extracelular Nernst: Comportamiento electroquímico	EDO, 1D	[49]
Una cepa MEC	Tessier: Cinética bacteriana que simula la fase de retraso en las bacterias.	EDO, 1D	[50]

Tabla 1.5: Modelos matemáticos.

Actualmente la mayoría de los modelos desarrollados solamente permiten predecir el comportamiento de algunas partes de las MEC y MFC, algunos otros inician a acoplar los balances para la producción de hidrógeno bajo pocas condiciones operacionales en las MEC [50].

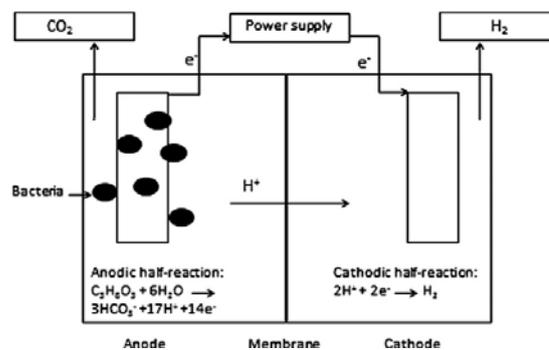


Figura 1.4: Celda de Electrolisis Microbiana

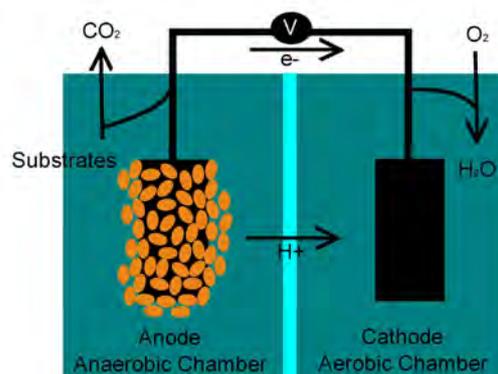


Figura 1.5: Celda Microbiana de Combustible

1.4. Preliminares de control.

En esta sección se recuerdan y exponen algunos conceptos básicos de la Teoría del Control. ¿Qué estudia la teoría matemática del control automático?

Esta teoría estudia con base en modelos matemáticos, los mecanismos que dotan a los sistemas dinámicos de la capacidad de comportarse de manera autónoma.

¿Sistemas dinámicos?

Definición 11. Sistema: Fuente potencial de datos. Sistema dinámico: Es aquel que genera datos que cambian con el paso del tiempo, esto es que poseen cierta dinámica.

Clases de sistemas dinámicos:

- AISLADOS: No interactúan con su entorno.
- NO AISLADOS: Interactúan con su entorno.
- NATURALES: Ajenos a la intervención humana.
- ARTIFICIALES: Creados por el hombre.
- FISICOS: Involucran a la materia y a la energía.
- NO FISICOS: Pensamientos.

En general un sistema puede poseer dos clases de canales, a través de los cuales fluye la información (en forma de señales):

LOS DE ENTRADA. Estos canales existen a su vez en dos tipos diferentes: los accesibles a la manipulación y los inaccesibles a esta. Por medio de los canales de entrada accesibles a la manipulación se le puede proveer información al sistema.

LOS DE SALIDA: Estos canales existen en dos tipos, los que proveen información medible y los que son inaccesibles a la medición (la cual en ciertas circunstancias puede ser observada, esto es medida de manera indirecta).

En el caso de los canales de entrada, las señales que circulan a través de los que son inaccesibles a la manipulación suelen denominarse perturbaciones (o disturbios). Además existen circunstancias en las que las perturbaciones pueden ser medidas y a veces se les puede manipular para que no afecten el comportamiento del sistema (en términos coloquiales se podría decir que las perturbaciones proveen de información al sistema afectado, que podrían llevarlo a modificar su comportamiento) [74].

Los canales de circulación de señales con los que cuentan los sistemas proveen el medio que permite (cuando es posible) la manipulación del sistema (experimentación,

1. INTRODUCCIÓN

control) y su monitoreo (observación, medición), Figura 1.6.

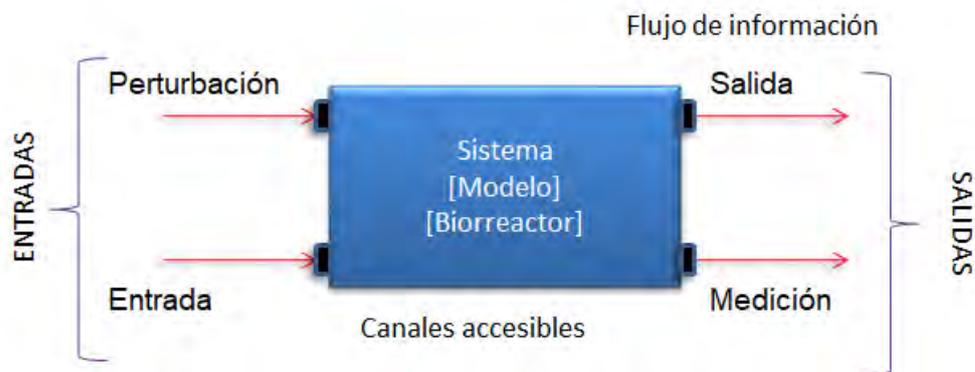


Figura 1.6: Elementos del sistema

¿En qué consiste el problema de control?

Considere un sistema representado de manera esquemática por la siguiente figura:



Figura 1.7: Sistema representado

El sistema está caracterizado por un conjunto de entradas (U), un conjunto de salidas (Y) y un conjunto de variables internas (Σ), que incluyen las variables de estado y cualesquiera otras variables algebraicas.

La situación “normal” para un problema de simulación está dada cuando todas las entradas están dadas y cuando la estructura del sistema y las condiciones iniciales de todas las variables de estado están especificadas.

Problema directo:

La tarea de la simulación es determinar el comportamiento de las trayectorias de todas las variables de salida, esto es:

$$U, \Sigma \text{ conocidos, } Y \text{ desconocido (simulación) Problema directo} \quad (1.2)$$

Problemas inversos.

Si el sistema es una caja negra, se tienen los problemas de identificación de estructura y de estimación del estado, respectivamente. En este caso:

Estimación:

$$U, Y \text{ conocidos; } \Sigma \text{ desconocido} \quad (1.3)$$

Si el sistema tiene un problema de control tenemos

$$\Sigma, Y \text{ conocidos; } U \text{ desconocido} \quad (1.4)$$

Los procesos bio-tecnológicos ofrecen una gran oportunidad para los sistemas de control y monitoreo debido a su comportamiento complejo, modelos no lineales, sensibilidad a cambios externos e internos, condiciones iniciales, mediciones ruidosas, entre otras [51].

1. INTRODUCCIÓN

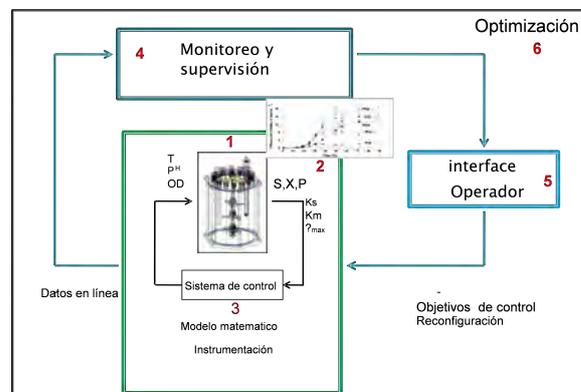


Figura 1.8: Optimización de bio-procesos utilizando herramienta de control y estimación.

Steffens y Lant, [52] escribe: el problema de control es por definición un problema multivariable: es decir hay múltiples objetivos de control y múltiples variables manipuladas. Además, las relaciones entre las entradas y salidas son complejas (no lineales y con variación en el tiempo). En vista de las características del proceso, que es no lineal y el tiempo variante (como consecuencia el cambio en los parámetros), uno podría esperar que el uso de control más avanzado y robusto podría mejorar el rendimiento con respecto a un control clásico. Estudios en este momento han desarrollado cuidadosos comparativos en cuanto a sistema lineales y no lineales dando respuesta a este tipo de procesos [53].

Según (Larsson y Skogestad [54]), existen dos formas de seleccionar la estructura de control uno puramente matemático un poco más complejo y por lo cual poco aplicado en la práctica y uno general. En los sistemas biológicos se tienen las siguientes complicaciones para el control de sus procesos: Incertidumbre en cuanto a precisión de medidas. Dificultades en la determinación de los parámetros del modelo, que varían con el tiempo, la temperatura de agua, etc. La inhabilidad de medir varias variables de estado (como por ejemplo composición de biomasa). Dificultades en modelar términos físicos con no linealidades (Cinética).

Las acciones básicas de controladores industriales las podemos clasificar como: De dos posiciones o de encendido y apagado (On-Off), Proporcional, Integral, Proporcional-Integral, Proporcional-Derivativo y Proporcional-Integral-Derivativo

La necesidad de utilizar un controlador no lineal, se justifica por el bajo desempeño de un controlador lineal principalmente en procesos con problemas de estabilidad y de comportamiento no lineal. No obstante, la implementación exitosa de controladores no lineales requiere de extensos programas de sintonizado y pruebas, así como de un conocimiento preciso de sus efectos sobre la estabilidad del proceso. Los bioprocesos están involucrados en la producción de algún compuesto químico sintetizado por un microorganismo, relacionados con la generación de biomasa, extracción de metabolitos o degradación de contaminantes [55]. La temperatura, el pH y oxígeno disuelto son las variables más fáciles de medir y que sirven para controlar parámetros. En el bioproceso, sólo pocos parámetros críticos se puede medir para permitir un control adecuado del proceso y asegurar un alta calidad, sin embargo, en la práctica, no existen sensores e instrumentos de supervisión en línea que permitan una optimización del bioproceso [56].

Los métodos modernos de control han sido efectivamente empleados para este tipo de plantas. Sin embargo, recientemente sólo las estrategias de control basados en modelos han sido exitosos para los procesos biológicos.

La prueba de la observabilidad y la capacidad de control de un sistema es un requisito previo necesario para la estimación y regulación de los estados. Debido a los aspectos no lineales de su dinámica, el análisis de estabilidad y observabilidad es bastante complejo en aplicaciones de procesos (bioquímicos). Sin embargo, para los sistemas no lineales, la teoría de los observadores y controladores no es tan completa ni exitosa como lo es para los sistemas lineales [57]. La controlabilidad y la observabilidad son dos propiedades importantes de los modelos de estado que deben estudiarse antes

1. INTRODUCCIÓN

de diseñar un controlador. Los diseños de condiciones de observabilidad y capacidad de control para sistemas no lineales son un problema difícil (incluso para sistemas conocidos con precisión) que han recibido una considerable atención [58].

Hasta el momento, se han implementado una variedad de estrategias de control en los sistemas MFC basadas principalmente en el tipo de modelado o las variables disponibles en línea, por lo tanto, en operación de variables muy específicas para la parte biológica, electroquímica y de energía. Por ejemplo, se ha propuesto controlar el flujo de entrada del sustrato a la MFC cuando hay una perturbación en la salida del voltaje generado, vía dos controladores PID y uno difuso [35]. De igual forma, se ha propuesto controlar el flujo de entrada del sustrato cuando la temperatura y la concentración de fluidos en la entrada varían esto fue mediante un control predictivo [36]. La Programación de ganancias (Gain Scheduling) se ha utilizado para controlar la carga eléctrica cuando existen perturbaciones en la temperatura y velocidad de carga [38]. Se ha buscado mediante controladores lineales on/off y PID, controlar el caudal cuando tenemos variación en la concentración de flujo de entrada [37]. Además, se ha controlado la carga eléctrica vía un control digital con tiempo muestreo cuando existen cambios en condiciones externas como la temperatura, carga y la concentración de sustrato [39]. Algunos otros ejemplos los citamos a continuación:

- a) Retroalimentación clásica y control de avance mediante el control proporcional integrativo derivado [59-62].
- b) Control adaptativo [63-65].
- c) Modelo de control predictivo [66].
- d) Control de redes neuronales [67].
- e) Control de lógica difusa [68-70].

En resumen la mayoría de las estrategias de control podrían implementarse utilizando algún software, que se use comúnmente para el registro de datos para proporcionar

una adquisición de datos precisa y para convertir entradas analógicas en salidas digitales para mediciones de puntos de campo [71]. Lamentablemente para las MEC aún no hay un avance sustancial debido a la complejidad de modelar y acoplar esta tres áreas mencionadas, por lo cual, es necesario desarrollar metodologías y estrategias de control el para la operación eficiente de las MEC.

1.5. Justificación.

Actualmente existe una gran cantidad de procesos industriales enfocados en la producción de energía vía bioprocesos. Existe incluso, una gran cantidad de estrategias biotecnológicas desarrolladas para incrementar la productividad de estos metabolitos (por ejemplo, modificación genética, mutagénesis, evaluación de diferentes sustratos, etc.), de lo anterior, la mayoría de las veces resultan económicamente poco viables para los bioprocesos. Además, esta tecnología se ha desarrollado a prueba y error sin controlar las condiciones óptimas para mejor su desempeño. Esto representa un reto para la teoría del control. Por lo que en las MECs una ley de control no lineal permitirá regular la concentración de producción de hidrógeno.

1.6. Objetivo

1.6.1. Objetivo General

Diseñar, simular y comparar un controlador no lineal y un controlador proporcional para regular la concentración de sustrato e indirectamente regular la concentración de hidrógeno en una MEC, mediante técnicas modernas de la teoría del control.

1.6.2. Objetivos específicos

Desarrollar un modelo matemático que integre datos cinéticos y de operación, mediante resultados previos de la literatura especializada, para analizar el comportamiento dinámico en régimen estacionario de una MEC.

Calcular condiciones locales de estabilidad y controlabilidad, mediante teoría de control moderno, para identificar las características del modelo dinámico en régimen estacionario.

Diseñar, simular y comparar las estrategias de control no lineal y control proporcional, mediante la utilización del enfoque de Lyapunov y el uso del modelo matemático generado, para regular a la planta en un punto de operación específico.

1.7. Planteamiento del problema

El problema por resolver, en la presente tesis, es controlar la concentración de sustrato y regular la concentración de hidrógeno en una MEC, lo anterior cobra relevancia, debido a que una MEC tiene un comportamiento dinámico no lineal, mediante la aplicación de una ley de control no lineal garantizando la mayor producción de hidrógeno, cuando se compara con un control lineal.

1.8. Hipótesis

El controlador no lineal permitirá aumentar el rendimiento de producción de hidrógeno en una MEC, cuando se compara con un control lineal.

Metodología

En este capítulo se expone la metodología general mediante diagramas de flujo para cumplir con los objetivos establecidos, así como la descripción de cada etapa y su interacción en otras actividades.

2.1. Metodología general

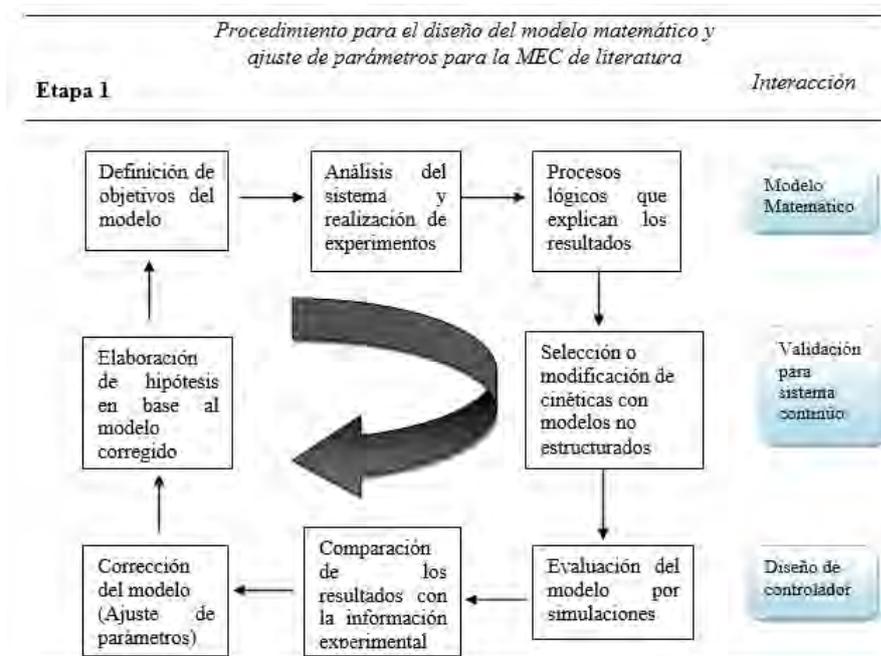


Figura 2.1: Etapa 1.

2. METODOLOGÍA

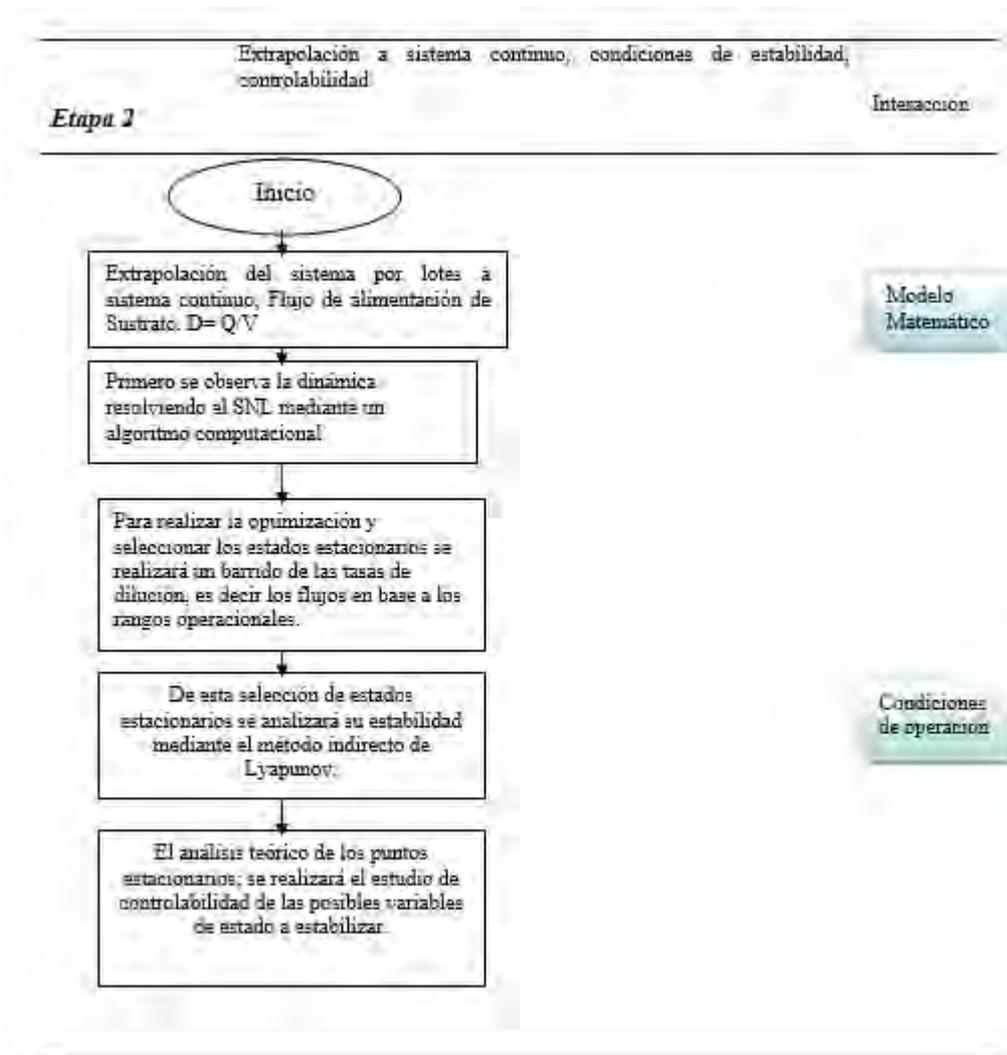


Figura 2.2: Etapa 2.

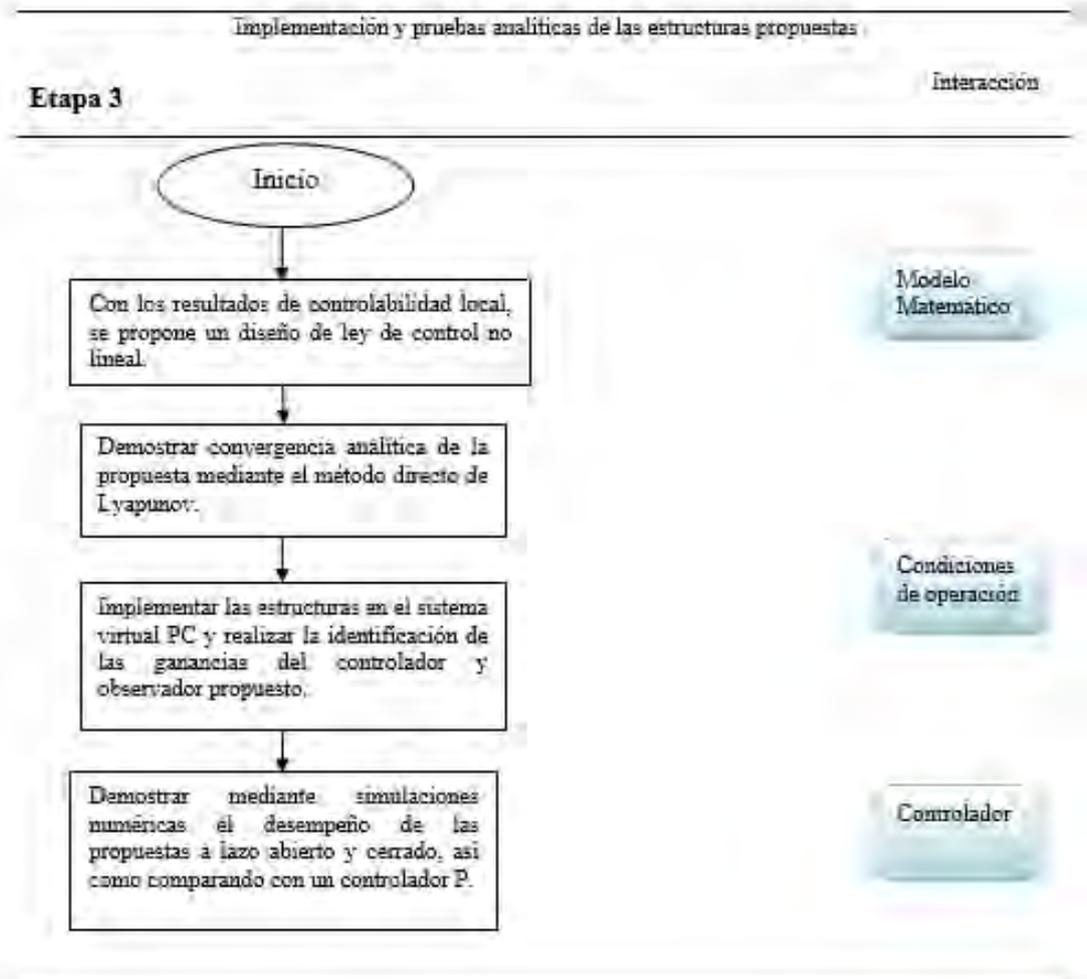


Figura 2.3: Etapa 3.

Resultados y discusión

3.1. Modelo del sistema

El modelo matemático fue diseñado en base a datos experimentales reportados en literatura considerando las ventajas y desventajas de los reportados para las MFC (sección 1.2) y considerando, que con fines de control es recomendable utilizar un modelo de orden reducido que permita representar las variables de estado globales-críticas para la producción de hidrógeno en la MEC. Además, se considera las cinéticas para sistemas biológicos y los fundamentos electroquímicos (sección 1.2). Los valores de los parámetros iniciales fueron obtenidos de Pinto et al. [44], Luis Blanco-Cocom et al. [51] y Abul et al. [72]. Después el modelo propuesto se ajustó utilizando la técnica de optimización de Levenberg-Marquardt, para un funcionamiento de la MEC en lote como primera aproximación en donde no hay salida de productos es decir la tasa de dilución ($D=0$), lo anterior se muestra en las figuras 3.1, 3.2 y 3.3, cabe mencionar que los valores que reproduce el modelo fueron verificados por estequiometría para limitar el modelo a valores máximos teóricos factibles. La efectividad del modelo propuesto para describir las observaciones experimentales se verificó mediante el ya conocido R^2 (coeficiente de correlación) y un coeficiente de eficiencia (II), un valor positivo de DCE representa una simulación aceptable, mientras que $DCE > 0.9$ representa una buena simulación [73].

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir de estos criterios, se concluyó que el modelo presentaba datos experimentales con precisión (ver, Tabla 3.1). Del mismo modo, en todos los casos, R^2 estuvo cerca de la unidad, lo que indica un buen ajuste del modelo, como se observa en la Tabla 3.1. Además, los resultados indican que es posible inferir con precisión la concentración en la fermentación por lote de la MEC. A partir de este criterio, se concluyó que el modelo representaba con precisión los datos experimentales, evaluados aplicando E (promedio) = 0.995.

Variable	R^2	I
Biomasa	0.995	0.985
Sustrato	0.996	0.993
Hidrógeno	0.998	0.990
Average	0.995	0.984

Tabla 3.1: Criterios para validar el modelo de la MEC.

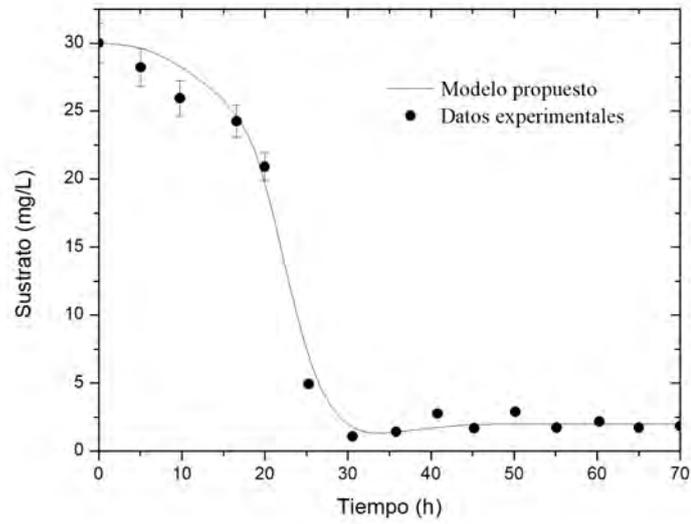


Figura 3.1: Resultados de la literatura del sustrato.

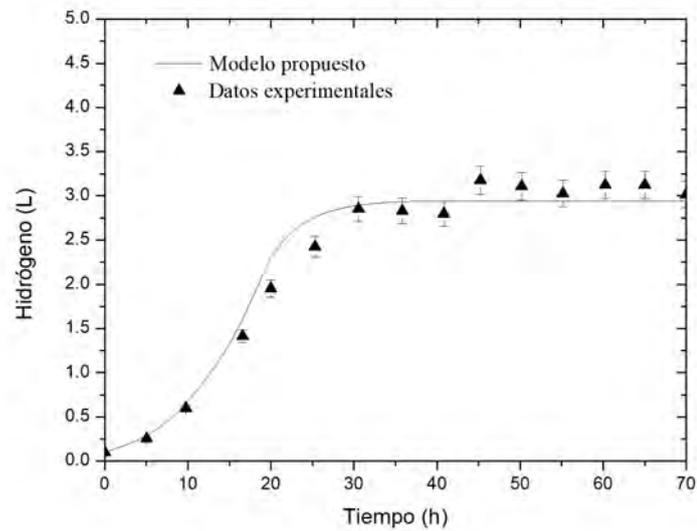


Figura 3.2: Resultados de la literatura del hidrógeno.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

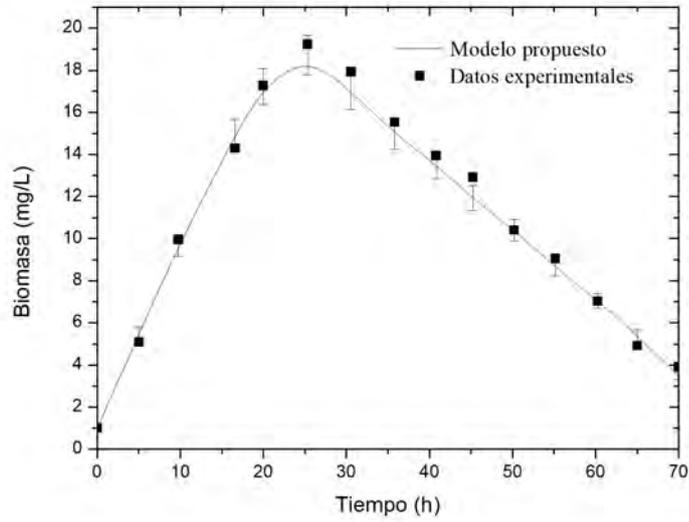


Figura 3.3: Resultados de la literatura de la biomasa.

El modelo matemático de la planta considerada en esta tesis, es el siguiente :

$$\dot{X} = D\epsilon_1(1 - X) + \eta A - k_2 X \quad (3.1)$$

donde X es la biomasa en el tanque de fermentación, D es la tasa de dilución en el tanque de fermentación, η representa la tasa de crecimiento de la biomasa, k_2 es el índice de mortandad de la bacteria y ϵ_1 es la proporción de bacterias que se adaptan a la MEC. Aquí, la dinámica de A está dada por la siguiente expresión:

$$\dot{A} = \epsilon_2(30 - A) - \eta \frac{X}{Y_{ya}}. \quad (3.2)$$

donde A es el sustrato que alimenta a la biomasa, ϵ_2 es una constante y Y_{ya} es

el parámetro de consumo de sustrato. La dinámica de la variable que representa la cantidad de hidrógeno producido puede expresarse como:

$$\dot{H} = -DH + X\eta_2 + \left(\frac{E}{mF} \frac{RT}{P}\right)X \quad (3.3)$$

donde H es el hidrógeno producido durante la operación del sistema.

$$\eta = \eta_y \left(1 - e^{-\frac{X}{K_a}}\right) \quad (3.4)$$

$$\eta_2 = 0.0096 \quad (3.5)$$

Al combinar las dinámicas anteriores, el sistema de la MEC de la forma $\dot{x}(t) = f_1(x) + f_2(x)u$ es el siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \eta_y \left(1 - e^{-\frac{X}{K_a}}\right)A - k_2X + D\epsilon_1(1 - X) \\ \dot{A} &= \left(-\eta_y \left(1 - e^{-\frac{X}{K_a}}\right)\right) \frac{X}{Y_{ya}} + D\epsilon_2(30 - A) \\ \dot{H} &= 0.0096X + \left(\frac{E}{mF} \frac{RT}{P}\right)X - DH \end{aligned} \quad (3.6)$$

Este es el modelo dinámico no lineal que se ocupó durante el experimento.

Las siguientes suposiciones se han tomado en cuenta en la presente tesis:

- Se supone que el acetato es la única fuente de carbono.
 - La fuente de carbono está bien distribuida en el anódico.
 - Compartimento, por lo tanto se supone una mezcla ideal y acetato.
 - Se descuida el gradiente en la biopelícula.
 - Distribución uniforme de las poblaciones microbianas en el biofilm.
-

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

- Se asume y la retención de biomasa debido a la formación de biofilm es descrito por un modelo híbrido con fases de crecimiento-lavado como descrito abajo.

- Un conjunto constante de mediador de transferencia de electrones intracelular.

- Se asumen microorganismos anodofílicos.

- Se supone que el crecimiento de biomasa en el líquido anódico es insignificante debido a los cortos tiempos de retención hidráulicos utilizados para MEC operación (condiciones de lavado).

- Se supone la transferencia instantánea de gas de las fases líquida a la gaseosa.

- La temperatura y el pH se consideran totalmente controlados y se mantienen constante.

3.2. Propiedades de controlabilidad local del modelo de la MEC.

Se linealizó el modelo matemático descrito en (3.6) por el método de linealización jacobiana alrededor del punto de equilibrio siguiente (3.7):

$$\begin{aligned} X^* &= 11.72 \\ A^* &= 17.97 \\ H^* &= 2.25 \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde la respuesta del sistema al poner como condiciones iniciales los puntos de equilibrio (3.7) esta dada en la Figura 3.4.

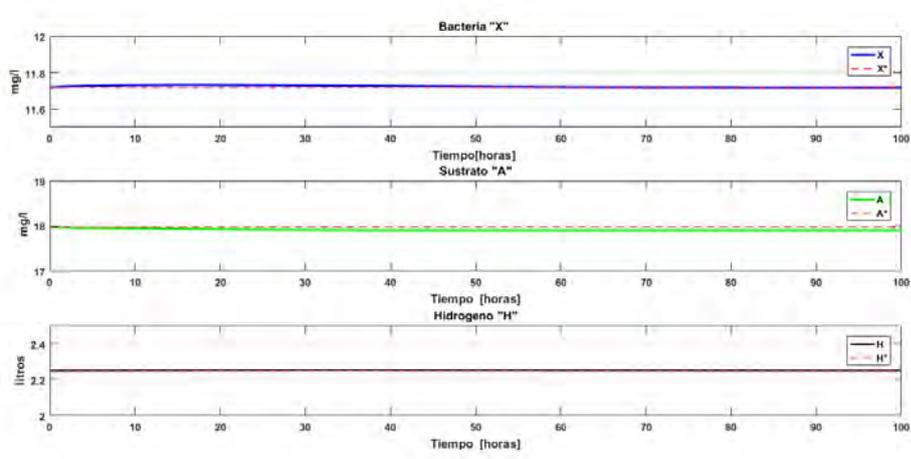


Figura 3.4: Respuesta del sistema con condiciones iniciales iguales a (3.7)

Como se puede observar en la Figura 3.4 el sistema se mantiene cerca de los puntos de equilibrio elegidos, por lo cual se decide continuar con la linealización del sistema en esos puntos.

En (3.6) el sistema esta representado de la forma:

$$\dot{x} = f_1(x) + f_2(x)u \quad (3.8)$$

Descrita de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{A} \\ \dot{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_y(1 - e^{-\frac{X}{K_a}})A - k_2X \\ \eta_y(1 - e^{-\frac{X}{K_a}})\frac{X}{Y_{ya}} \\ 0.0096X + (\frac{E}{mF} \frac{RT}{P})X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1(1 - X) \\ \epsilon_2(30 - A) \\ -H \end{bmatrix} u \quad (3.9)$$

Se hace un cambio de variable ya que el punto de equilibrio no es el cero por lo que definimos que:

$$\bar{x} = x - x^* \quad (3.10)$$

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

$$\begin{aligned}
 \bar{X} &= X - X^* \\
 \bar{A} &= A - A^* \\
 \bar{H} &= H - H^*
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Aplicando el método de linealización jacobiana obtenemos:

$$Jf_1(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \bar{X}} f_1(\bar{x}) & \frac{\partial}{\partial \bar{A}} f_1(\bar{x}) & \frac{\partial}{\partial \bar{H}} f_1(\bar{x}) \\ \frac{\partial}{\partial \bar{X}} f_2(\bar{x}) & \frac{\partial}{\partial \bar{A}} f_2(\bar{x}) & \frac{\partial}{\partial \bar{H}} f_2(\bar{x}) \\ \frac{\partial}{\partial \bar{X}} f_3(\bar{x}) & \frac{\partial}{\partial \bar{A}} f_3(\bar{x}) & \frac{\partial}{\partial \bar{H}} f_3(\bar{x}) \end{bmatrix}_{\substack{\bar{x}=x^* \\ \bar{u}=u^*}}
 \tag{3.12}$$

$$Jf_2(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \bar{u}} f_1(\bar{x}) \\ \frac{\partial}{\partial \bar{u}} f_2(\bar{x}) \\ \frac{\partial}{\partial \bar{u}} f_3(\bar{x}) \end{bmatrix}_{\substack{\bar{x}=x^* \\ \bar{u}=u^*}}
 \tag{3.13}$$

Los resultados de las derivadas parciales son:

$$Jf_1(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\eta_y}{K_a} (e^{-\frac{\bar{X}}{K_a}}) \bar{A} - k_2 - \epsilon_1 D, & \eta_y (1 - e^{-\frac{\bar{X}}{K_a}}), & 0 \\ \frac{-\eta_y}{Y_{ya}} + \frac{\eta_y}{Y_{ya}} (e^{-\frac{\bar{X}}{K_a}} - \frac{\bar{X}}{K_a} e^{-\frac{\bar{X}}{K_a}}), & -D\epsilon_2, & 0 \\ 0.0096 + (\frac{E}{mF} \frac{RT}{P}), & 0, & -D \end{bmatrix}_{\substack{\bar{x}=x^* \\ \bar{u}=u^*}}
 \tag{3.14}$$

$$Jf_2(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \epsilon_1 (1 - \bar{X}) \\ \epsilon_2 (30 - \bar{A}) \\ -\bar{H} \end{bmatrix}_{\substack{\bar{x}=x^* \\ \bar{u}=u^*}}
 \tag{3.15}$$

Sustituyendo los valores en los puntos de equilibrio (3.7) para que el sistema quede de la forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu.
 \tag{3.16}$$

Por lo que obtenemos el sistema linealizado:

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} -0.054 & 0.0315 & 0 \\ -0.0495 & -0.048 & 0 \\ 0.0096 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} -10.72 \\ 11.6064 \\ -2.25 \end{bmatrix} \bar{u}. \quad (3.17)$$

El sistema (3.17) se encuentra la forma (3.18) que es necesario para este caso de estudio.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu. \\ y &= Cx + Du. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$, Para poder aplicar la ley de control por realimentacion de estado del tipo.

$$u = -Kx. \quad (3.19)$$

Se analizó el sistema (3.17) para saber si es controlable y esto lo sabemos al formar la matriz de controlabilidad (3.20) y verificamos que sea de rango completo.

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} B & \vdots & AB & \vdots & \dots & \vdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Por lo que se forma la matriz de controlabilidad.

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} -10.72 & 0.9273 & -0.0494 \\ 11.6064 & -0.0262 & -0.0447 \\ -2.25 & 0.0096 & 0.0084 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Calculando su determinante se obtiene que es diferente de cero por lo tanto se dice que la matriz \mathbb{C} es controlable ya que su es de rango completo.

$$\text{Det}(\mathbb{C}) = -0.0023 \quad (3.22)$$

Para ubicar los polos del sistema se transformó a su forma canónica controlable que en general es:

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(x) \quad (3.23)$$

De tal forma que:

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}x(t) + \hat{B}u(t) \quad (3.24)$$

donde $\hat{A} = TAT^{-1}$ y $\hat{B} = TB$, $\hat{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\hat{B} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y T se formo de la siguiente manera.

$$T = \begin{bmatrix} q1 \\ \dots \\ q1A \\ \dots \\ q1A^2 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Donde q1 es la ultima fila de la inversa de la matriz \mathbb{C} .

$$\mathbb{C}^{-1} = \frac{\text{Adj } \mathbb{C}}{\det \mathbb{C}} \quad (3.26)$$

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} -0.087 & 3.608 & 18.565 \\ -1.27 & 87.608 & 4575.6521 \\ -22.78 & 862.47 & 4557.60 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Por lo que

$$q1 = \begin{bmatrix} -22.78 & 862.47 & 4457.6 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Ya obtenido el valor de q1 se calcula la matriz T quedando de la siguiente forma:

$$T = \begin{bmatrix} -22.78 & 862.47 & 4457.6 \\ 2.2642 & -42.766 & -231.39 \\ -0.2219 & 2.1241 & 11.5698 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Por lo tanto, el sistema en la forma canónica controlable que se obtuvo fue la siguiente:

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.0002 & 2.1241 & -0.1514 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (3.30)$$

la ecuación característica se calcula como:

$$\det(sI - A) = s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = 0 \quad (3.31)$$

Por lo que

$$\det(sI - A) = s^3 + 0.15145s^2 + 0.091s + 0.0002 \quad (3.32)$$

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La matriz en lazo cerrado es:

$$A_c = \hat{A} - \hat{B}K \quad (3.33)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.0002 & -0.0091 & -0.1514 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.0002 - k_1 & -0.0091 - k_2 & -0.1514 - k_3 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Cuyo polinomio característico es:

$$\Phi_c(s) = s^3 + (0.1514 + k_3)s^2 + (0.0091 + k_2)s + 0.0002 + k_1 \quad (3.36)$$

El polinomio característico propuesto es Hurwitz estable ya que sus raíces son negativas y es el siguiente:

$$\Phi_p(s) = s^3 + 15s^2 + 15s + 1 \quad (3.37)$$

Por lo tanto, K es:

$$K = \begin{bmatrix} 0.9998 & 14.9909 & 14.8486 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Ahora se aplicará a la planta no lineal el control por retro de estado, utilizando como herramienta de apoyo simulink.

3.2 Propiedades de controlabilidad local del modelo de la MEC.

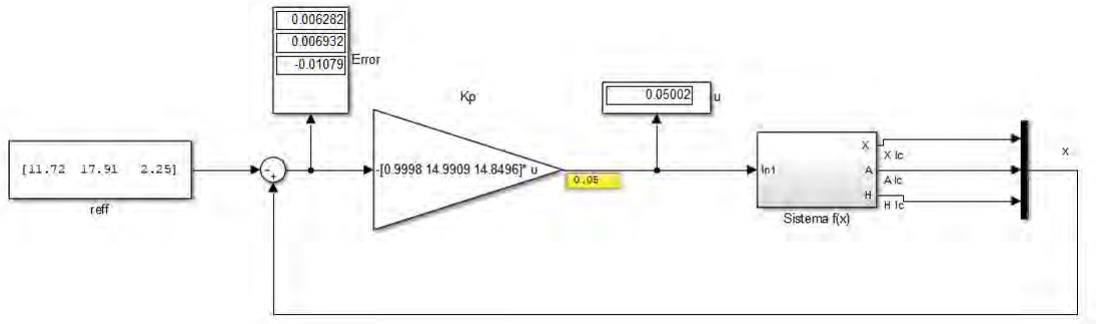


Figura 3.5: Control por retro de estados simulink

Los resultados son los siguientes.

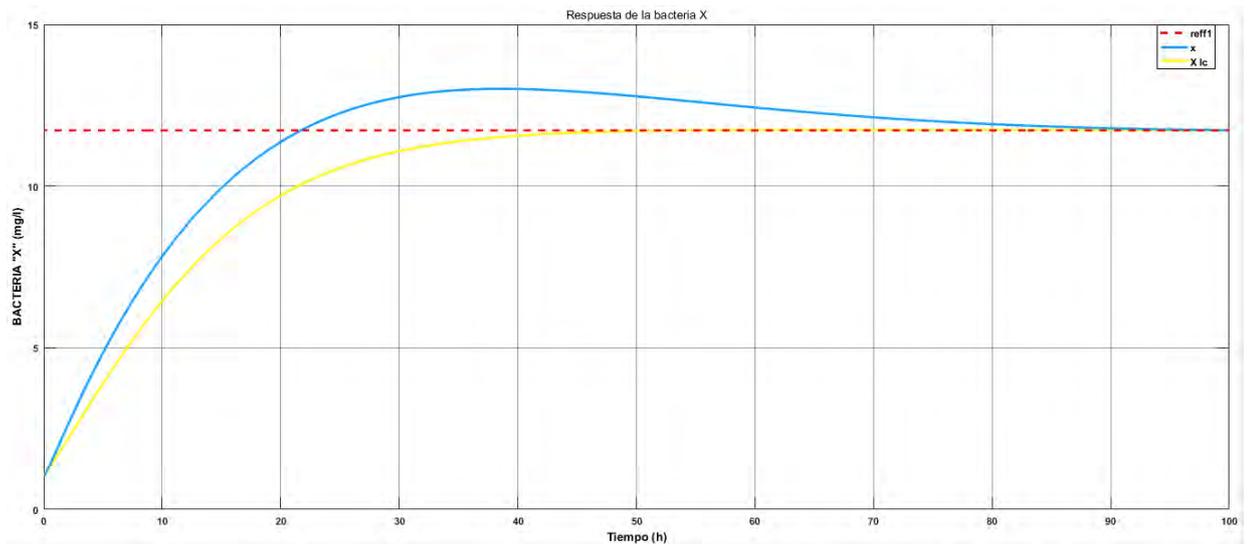


Figura 3.6: Control por retro de estados (X)

En la Figura 3.6 podemos observar a X que es la bacteria o biomasa sin aplicarle la ley de control, Xlc es la respuesta de la biomasa del sistema en lazo cerrado ya aplicándole el controlador por retro de estados y ref es la referencia del sistema.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

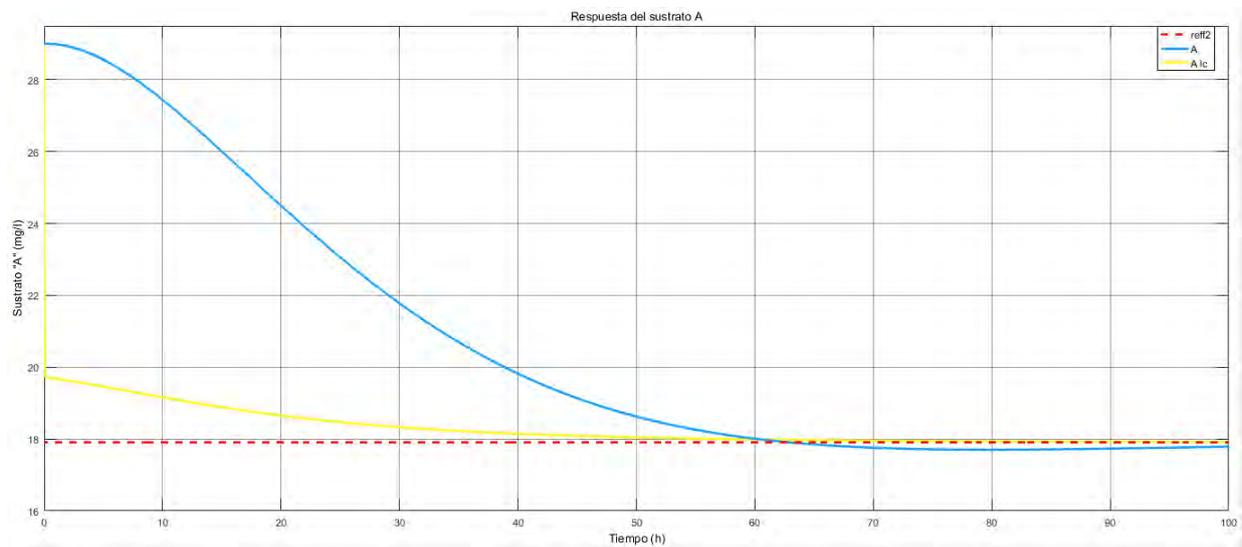


Figura 3.7: Control por retro de estados (A)

Como se observa en la Figura 3.7 A que es el sustrato del sistema en lazo abierto, A_{lc} es la respuesta del sistema en lazo cerrado aplicando la retro de estado, ref_2 es la referencia del sistema.

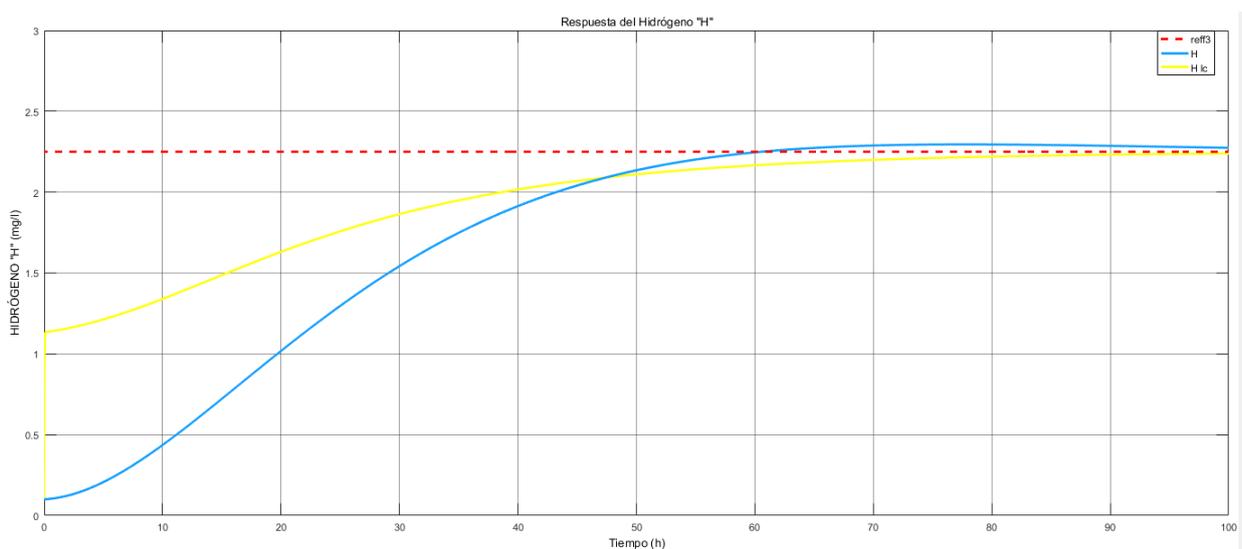


Figura 3.8: Control por retro de estados (H).

En la Figura 3.8 se observa a H que es el hidrógeno del sistema no lineal en lazo abierto, Hlc es la respuesta del sistema en lazo cerrado al controlador por retro de estado y a $reef_3$ que es la referencia.

3.3. Análisis de puntos óptimos de operación.

Tasa de Dilución (Intervalo (0.0- 1) 1/h	Puntos de equilibrio en un intervalo de operación de: 0 a 70 h.			Estabilidad	Controlabilidad
	Biomasa Inicial: 1	Sustrato Inicial: 30	Hidrogeno Inicial:0.1		
A valores <0.01Diverge el sistema	1.2081	-6.273	6.935	Diverge	Diverge
0.02(optimo)	8.2871	2.857	5.116	Estable	Rango 2
0.03(optimo)	11.063	9.528	3.833	Estable	Rango 2
0.04 deseable	11.836	14.325	2.925	Estable	Rango 2
0.05 deseable	11.720	17.7837	2.2764	Estable	Rango 2
0.07	10.617	22.16	1.458	Estable	Rango 3
> 0.07 Lavado del reactor supera el volumen, ya no hay reacción por lo cual el sustrato que entra y sale son aproximados	8.807	25.45	0.845	Diverge	Diverge

Figura 3.9: Puntos óptimos de operación.

3.4. Prueba de estabilidad del controlador propuesto.

Considerando un sistema afín para el sistema (x-x 3 edos) como se muestra en la Figura 3.10.

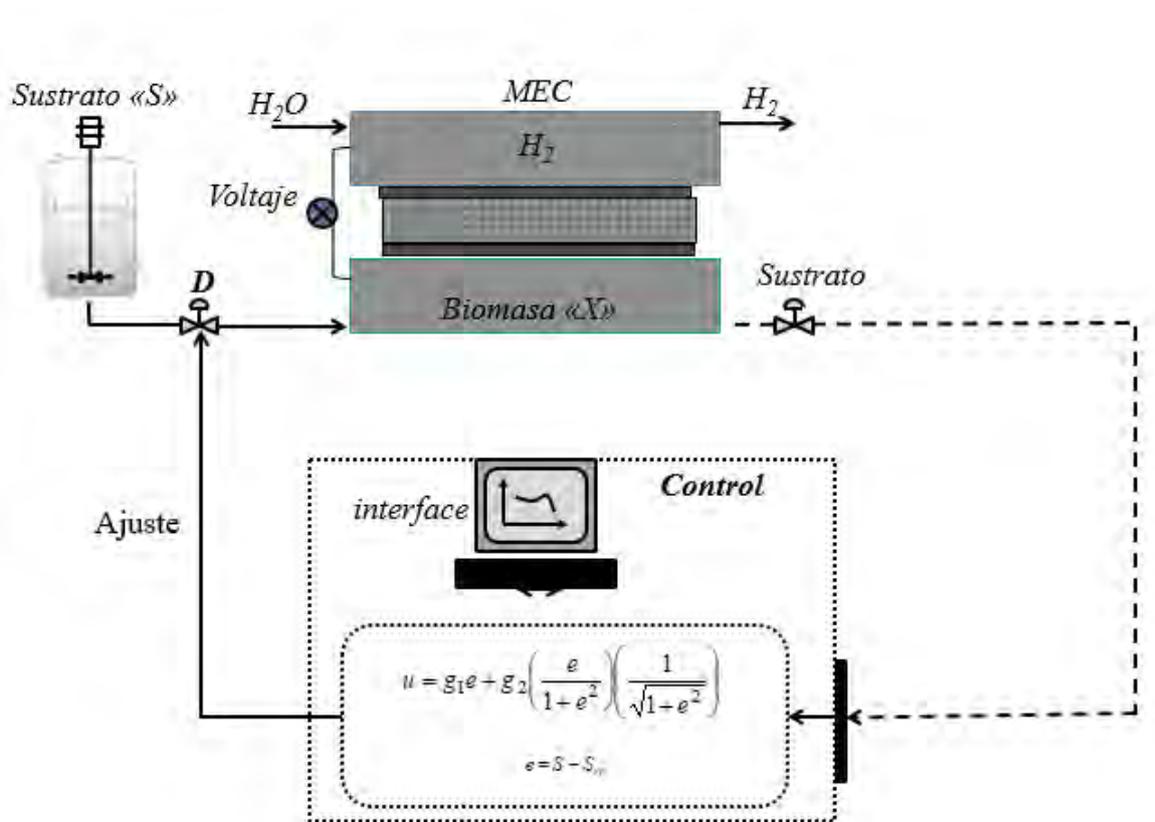


Figura 3.10: Estructura del controlador propuesto en una MEC.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{3.39}$$

Dónde:

- $x = [S, X, H]^T \in \mathbb{R}^+$ es el vector de estado correspondiente.
- y es la salida medible.
- μ es el vectores de entrada de control.
- $f(x)$ es una función vectorial no lineal, continuamente diferenciable.
- $g(x)$ es un vector no lineal.
- La función ($f \in C^\infty$), es decir, es suave o continuamente diferenciable, esto implica que sus componentes escalares $f_i, i = 1, \dots, n$, son de la clase C^∞ .

Ahora, se propone la siguiente ley de control:

$$u = -g_1 e - g_2 \left(\frac{e}{1 + e^2} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1 + e^2}} \right) \quad (3.40)$$

donde la función escalar de error e se define como:

$$e = C(x - x_{sp}) \quad (3.41)$$

Considerando la planta no lineal y el controlador propuesto, es importante garantizar la estabilidad del esquema en lazo cerrado. Para este fin, se hace uso del enfoque de Lyapunov, el cual como es sabido, garantiza la estabilidad de una planta sin conocer explícitamente su solución. La siguiente proposición establece la estabilidad del esquema en lazo cerrado.

Proposición:

Considere el sistema (3.39) en lazo cerrado con la ley de control (3.40), y también el error del sistema (3.41), entonces la ley de control (3.40) estabiliza la planta (3.39) y el punto de equilibrio es localmente asintóticamente estable.

Prueba:

Se la función (3.42) candidata a función de Lyapunov [65].

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

$$V(e) = e^2 P, \quad P > 0 \quad (3.42)$$

$$\left. \frac{dV(e)}{dt} \right|_{3.39} = 2Pe\dot{e}P \quad (3.43)$$

Por lo que, la dinámica del error de regulación depende de la dinámica la salida de la planta y su punto de ajuste. Remplazando la ecuación (3.42) en (3.39) obtenemos que:

$$\dot{e} = C(\dot{x} - \dot{x}_{sp}) = \tilde{f}(x) + \tilde{g}(x)u. \quad (3.44)$$

Sin pérdida de generalidad y teniendo en cuenta el caso de regulación, es decir, cuando el punto de ajuste es fijo:

$$\dot{x}_{sp} = 0 \quad (3.45)$$

Combinando la ecuación (3.40) en la ecuación (3.44), se obtiene lo siguiente:

$$\dot{e} = C\dot{x} = C\tilde{f}(e) + C\tilde{g}(e)u = C[\tilde{f}(e) + \tilde{g}(e)(-g_1e - g_2(\frac{e}{1+e^2})(\frac{1}{\sqrt{1+e^2}}))] \quad (3.46)$$

donde u está dado por (3.40), sustituyendo en (3.42) tenemos que:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= 2\dot{e}Pe = 2(C\tilde{f}(e) + C\tilde{g}(e)g_1e + g_2C\tilde{g}(e)(\frac{e}{1+e^2})(\frac{1}{\sqrt{1+e^2}}))Pe \\ &= 2C\tilde{f}(e)Pe - 2C\tilde{g}(e)g_1e^2P - 2g_2C\tilde{g}(e)e^2P \end{aligned} \quad (3.47)$$

Asumiendo que $C\tilde{g}(e) > 0$ (esto se cumple para nuestro caso de estudio) y por la

desigualdad de Cauchy-Swartz se sabe que:

$$2C\tilde{f}(e)Pe \leq 2P|c\tilde{f}(e)e| \quad (3.48)$$

por lo que

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) \Big|_{(3.39)} &\leq 2P|C\tilde{f}(e)e| - 2C\tilde{g}(e)g_1e^2P - 2g_2C\tilde{g}(e)e^2P \\ &\leq 2P \| C\tilde{f}(e) \| \| e \| - 2C\tilde{g}(e)g_1e^2P - 2g_2C\tilde{g}(e)e^2P \end{aligned} \quad (3.49)$$

Adicionalmente, considere que:

$$\| \tilde{f}(e) \| \leq \ell \| e \|, \quad \ell > 0. \quad (3.50)$$

De lo anterior sigue que

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) \Big|_{(3.39)} &\leq 2P \| C \| \| \tilde{f}(e) \| \| e \| - 2C\tilde{g}(e)g_1e^2P - 2g_2C\tilde{g}(e)e^2P \\ &\leq 2P \| C \| \ell \| e \| \| e \| - 2C\tilde{g}(e)g_1e^2P - 2g_2C\tilde{g}(e)e^2P \\ &\leq 2P \| C \| \ell |e|^2 - 2C\tilde{g}(e)g_1e^2P - 2g_2C\tilde{g}(e)e^2P \\ &\leq 2P \| C \| \ell e^2 - 2C\tilde{g}(e)g_1e^2P - 2g_2C\tilde{g}(e)e^2P \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\dot{V}(e) \Big|_{(3.39)} \leq -2Pe^2[C\tilde{g}(e)g_1 + C\tilde{g}(e)g_2 - \| C \| \ell] \quad (3.52)$$

si, $\| C \| = 1$ y $\ell = 1$ implica que $g_1 > 0$ y $g_2 > 0$ por lo que la solución trivial es localmente asintóticamente estable, y la proposición está probada.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se presenta la implementación del controlador con las siguientes consideraciones para su simulación:

- Las ganancias se seleccionaron heurísticamente.
- Se simula en lazo abierto para $t < 20$ h y a lazo cerrado para $t > 20$.
- Se compara con un controlador proporcional.
- Se grafica el esfuerzo de control basado en la tasa de Dilución.
- Se obtiene la norma del error para mostrar la eficiencia del controlador.

La Figura 3.11 muestra el comportamiento de la MEC a lazo abierto y cerrado para la concentración de sustrato. El controlador propuesto tiene una respuesta suave y mejora el tiempo de convergencia del respecto al controlador proporcional con una diferencia de tiempo de 23 horas. Además observamos que el controlador tiene la capacidad de regular también la concentración de hidrógeno a un máximo de en un periodo de aproximadamente 30 horas Figura 3.12. Por otra parte, el esfuerzo de control que deberá tener la válvula (D) físicamente se puede observar en la Figura 3.13, valores que se encuentra dentro de rango operacional para mantener estable la concentración de sustrato.

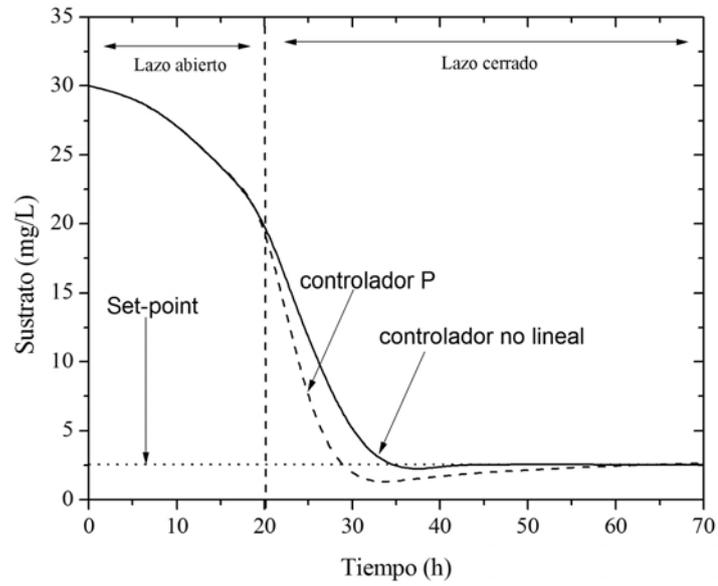


Figura 3.11: MEC funcionado a lazo abierto y cerrado para la dinámica del sustrato comparando dos controladores.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

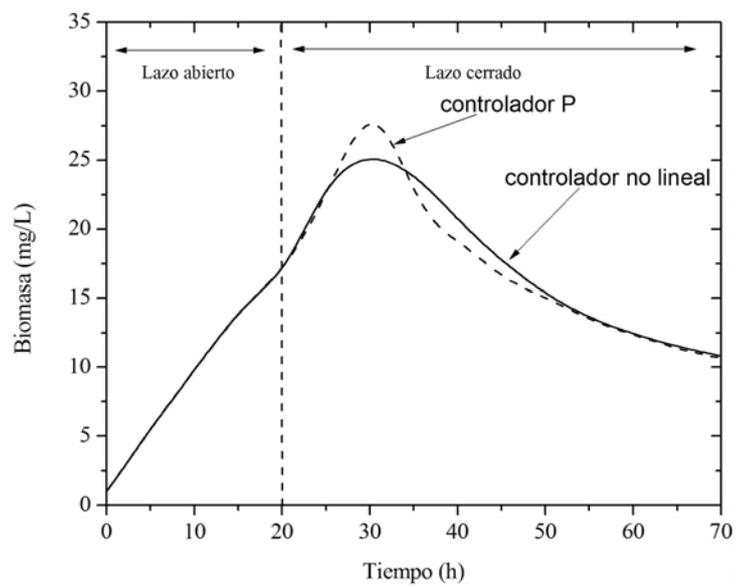


Figura 3.12: MEC funcionado a lazo abierto y cerrado para la dinámica de la biomasa comparando dos controladores.

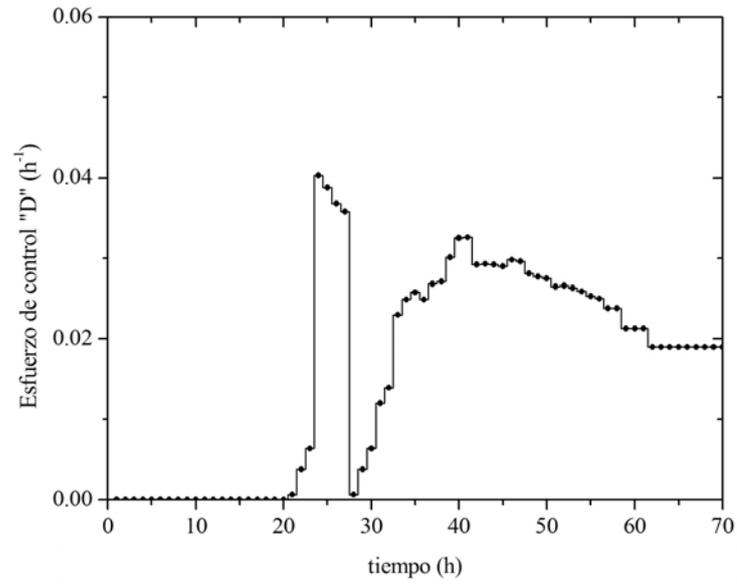


Figura 3.13: MEC funcionado a lazo abierto y cerrado para mostrar el esfuerzo de control de la válvula.

Conclusiones globales

La estabilidad y la convergencia asintótica se verifican mediante simulaciones numéricas, con un rendimiento satisfactorio de acuerdo con la prueba matemática de estabilidad para el controlador propuesto.

En conclusión, puede decirse que el objetivo definido en este trabajo, establecido en la parte introductoria, ha sido cubierto satisfactoriamente, obteniéndose un conjunto de resultados interesantes desde un punto de vista biotecnológico.

Recomendaciones

- Instrumentar e implementar en un biorreactor los esquemas de control y estimación propuestos para su monitoreo en tiempo real.
- Considerar un esquema de control SIMO (single input, multiple output) con el objetivo de controlar mas de una variable de estado como puede ser el Sulfuro de hidrogeno y el Cadmio removido.

Bibliografía

[1] Abudukeremu Kadier Yibadatihan Simayi Peyman Abdeshahian Nadia Farhana Azman K. Chandrasekhar Mohd Sahaid Kalil A comprehensive review of microbial electrolysis cells (MEC) reactor designs and configurations for sustainable hydrogen gas production Alexandria Engineering Journal (2016) 55, 427–443.

[2] R .P. M. O. Edenhofer, Y. Sokona, K. Seyboth, P. Matschoss, S. Kadner, T. Zwickel, P. Eickemeier, G. Hansen, S. Schlömer, and C. von Stechow, “IPCC, 2011: Summary for Policymakers. In: IPCC Special Report on Renewable Energy Sources and Climate Change Mitigation,” 2011, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.

[3] IRENA (2018), Global Energy Transformation: A roadmap to 2050, International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi. This report is available for download from www.irena.org/publications.

[4] M. T. Hoske, “Renewable energy opportunities Biofuels, hydrogen and fuel cells, solar, wave energy, wind, advanced vehicles and others offer opportunities for applications of automation, controls, and instrumentation,” Control Eng, February 2017.

[5] Renewable Energy Network 21 (REN21). Global Status Report; REN21: Paris, France, 2016.

[6] K. Araújo, D. Mahajan, R. Kerr, and M. Silva, “Global Biofuels at the Crossroads: An Overview of Technical, Policy, and Investment Complexities in the Sustaina-

6. BIBLIOGRAFÍA

bility of Biofuel Development” Agriculture, vol. 7, pp. 1-22, March 2017.

[7] Rangel, E., Sansores, E., Vallejo, E., Hernández- Hernández, A., López-Pérez, P.A. 2016. Study of the interplay between N-graphene defects and small Pd clusters for enhanced hydrogen storage via a spill-over mechanism. *Physical Chemistry Chemical Physics* 18, 33158-33170.

[8] K.Y.B. Anvoh, A. Zoro, Bi, and D. Gnakri, “Production and Characterization of Juice from Mucilage of Cocoa Beans and its Transformation into Marmalade,” *Pak. J. Nutr.* vol. 8, pp. 129-133, February 2009.

[9] K. Jayathilakan, K. Sultana, K. Radhakrishna, and A.S. Bawa, “Utilization of byproducts and waste materials from meat, poultry and fish processing industries: a review” *J Food Sci Technol.* vol. 9(3), pp.278–293, February 2012.

[10] G. Balachandar, Namita Khanna, Debabrata Das, Chapter 6 - Biohydrogen Production from Organic Wastes by Dark Fermentation, Editor(s): Ashok Pandey, Jo-Shu Chang, Patrick C. Hallenbeck, Christian Larroche, *Biohydrogen*, Elsevier, 2013, Pages 103-144.

[11] Kumazawa, S., 2004. Hydrogen production capability in unicellular cyanobacteria. *Plant and Cell Physiology* 45, S23.

[12] Tao, Y., Chen, Y., Wu, Y., He, Y., Zhou, Z., 2007. High hydrogen yield from a two-step process of dark- and photo-fermentation of sucrose. *International Journal of Hydrogen Energy* 33, 200-206.

[13] Aghbashloa, M., Hosseinpoura, S., Tabatabaeib, M., Dadaka, A., Younesid, H., Najafpour, G., 2016. Multi-objective exergetic optimization of continuous photo-biohydrogen production process using a novel hybrid fuzzy clustering-ranking approach coupled with Radial Basis Function (RBF) neural network. *International Journal of Hydrogen Energy* 1-13.

[14] Ozmihci, S., Kargi, F., 2010. Bio-hydrogen production by photo-fermentation of dark fermentation effluent with intermittent feeding and effluent removal. *International*

Journal of Hydrogen Energy 35, 6674-6680.

[15] Akkerman, I., Janssen, M., Rocha, J., Wijffels, R.H., 2015. Development of a Photosynthetic Microbial Electrochemical Cell (PMEC) Reactor Coupled with Dark Fermentation of Organic Wastes: Medium Term Perspectives. *Energies*, 8, 399-429.

[16] Liu, H., Grot, S., Logan, B.E., 2005. Electrochemically Assisted Microbial Production of Hydrogen from Acetate. *Environmental Science & Technology*, 39(11), 4317-4320.

[17] Chengshuo Xiaa, Daxing Zhanga, Witold Pedrycza, Yingmin Zhua, Yongxian Guo, Models for Microbial Fuel Cells: A critical review, Review article, *Journal of Power Sources* 373 (2018) 119-131.

[18] E. Roubaud, R. Lacroix, S. Da Silva, A. Bergel, R. Basseguy, B. Erabl. Catalysis of the hydrogen evolution reaction by hydrogen carbonate to decrease the voltage of microbial electrolysis cell fed with domestic wastewater *Electrochimica Acta* 275 (2018) 32e39.

[19] K. Kumar, S. Ghosh, I. Angelidaki, S.L. Holdt, D.B. Karakashev, M.A. Morales, D. Das, Recent developments on biofuels production macroalgae, *Renew. Sust. Energ. Rev.* 65 (2016) 235-249.

[20] Carlos A. Ramírez-Vargas Amanda Prado Carlos A. Arias Pedro N. Carvalho Abraham Esteve-Núñez Hans Brix. Microbial Electrochemical Technologies for Wastewater Treatment: Principles and Evolution from Microbial Fuel Cells to Bioelectrochemical-Based Constructed Wetlands *Water* 2018, 10, 1128.

[21] I. Dincer, C. Acar, Review and evaluation of hydrogen production methods for better sustainability, *Int. J. Hydrogen Energy* 40 (2014) 11094e11111.

[22] C.-J. Winter, Into the hydrogen energy economy - milestones, *Int. J. Hydrogen Energy* 30 (2005) 681e685, <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2004.12.011>.

[23] D. Call, B.E. Logan, Hydrogen production in a single chamber microbial electrolysis cell lacking a membrane, *Environ. Sci. Technol.* 42 (2008) 3401e3406.

6. BIBLIOGRAFÍA

[24] I. Ivanov, L. Ren, M. Siegert, B.E. Logan, A quantitative method to evaluate microbial electrolysis cell effectiveness for energy recovery and wastewater treatment, *Int. J. Hydrogen Energy* 38 (2013) 13135e13142.

[25] B.E. Logan, D. Call, S. Cheng, H.V.M. Hamelers, T.H.J.A. Sleutels, A.W. Jeremiasse, R.A. Rozendal, Microbial electrolysis cells for high yield hydrogen gas production from organic matter, *Environ. Sci. Technol.* 42 (2008) 8630e8640.

[26] R.A. Rozendal, H.V.M. Hamelers, K. Rabaey, J. Keller, C.J.N. Buisman, Towards practical implementation of bioelectrochemical wastewater treatment, *Trends Biotechnol.* 26 (2008) 450e459S.

[27] López Pérez, P.A., Neria González, M.I., Aguilar López, R., 2015. Increasing the Bio-hydrogen production in a continuous bioreactor via nonlinear feedback controller. *International Journal of Hydrogen Energy* 48, 17224–17230.

[28] J. A. Moreno, and A. Vande Wouwer, “Special issue on nonlinear modeling, estimation and control of biological systems,” *A. Bioprocess Biosyst. Eng.* Vol. 37, pp 1–3, January 2014.

[29] M. Roman, D. Selișteanu, E. Petre, C. Ionete and D. Popescu, ”Modeling and estimation strategies for a fed-batch prototype bioprocess,” *IEEE International Conference on Automation and Logistics*, Hong Kong and Macau, pp. 103-108, August 2010

[30] Sugiura K., Hayami H., Yamauchi M., Nishioka M., 2012, Improvement of Microbial Fuel Cells Using a Mechanical Approach *Fuel Cell Applications*, The Electrochemical Society Transaction, 42, 67-74.

[31] Beni Camacho Perez, Ingrid Patricia Cruz Cruz, Erika Alejandra Lopez Figueroa, Pablo Antonio Lopez Prez, Jesus Alarcon Bonilla, Dulce Jazmn Hernandez Melchor . Obtencion de bioelectricidad por un consorcio de microalgas en una celda de combustible microbiana fotosintetica. XV CONGRESO INTERNACIONAL y XXI CONGRESO NACIONAL DE CIENCIAS AMBIENTALES, 2016.

[32] Abul,A.,Zhang,J.,Steidl,R.,Reguera,G.andTan,X.(2016).Microbialfuelcells:Control-

oriented modeling and experimental validation. 2016 American Control Conference (ACC), 412-417.

[33] Ravi Dipankar Deb, Adaptive Backstepping Control of Single Chamber Microbial Fuel Cell, IFAC PapersOnLine 51-1 (2018) 319–322.

[34] Dunn I.J., Heinzle E., Ingham J., Prenosil, J.E. (2003) Biological Reaction Engineering: Dynamic Modeling Fundamentals with Simulation Examples Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.

[35] Tyson J.J., Kathy C., Bela N. (2001) Network dynamics and cell physiology Nat. Rev. Mol. Cell. Biol. 2:908-916.

[36] Jeff H., Farren I., James J.C. (2001) Computational studies of gene regulatory networks: In numero molecular biology Nat. Rev. Genet. 2:268-279.

[37] Borodina I., Nielsen J. (2005) From genomes to in silico cells via metabolic networks. Curr. Opin. Biotechnol. 16(3): 350-355.

[38] Moser A. Rehm H.J. Reed G. (1985) Kinetics of batch fermentations in Biotechnology Fundamentals of Biochemical Engineering Verlaag Chemie, Weinheim, 243–283.

[39] Moosa S., Nemati M. Harrison S.T.L. (2002) A kinetic study on anaerobic reduction of sulfate, Part I: Effect of sulfate concentration Chem. Eng. Sci. 57: 2773-2780.

[40] Moosa S., Nemati M., Harrison S.T.L. (2005) A kinetic study on anaerobic reduction of sulfate, Part II: incorporation of temperature effects in the kinetic model. Chem. Eng. Sci. 60: 3517-3524.

[41] Spirin V., Gelfand M.S., Mironov A.A., Mirny L.A. (2006) A metabolic network in the evolutionary context: multiscale structure and modularity Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 103(23):8774-8779.

[42] Alves R., Antunes F., Salvador A. (2006) Tools for kinetic modeling of biochemical networks Nat. Biotechnol. 24(6).

6. BIBLIOGRAFÍA

[43] S. Luo, H. Sun, Q. Ping, R. Jin, Z. He, A review of modeling bioelectrochemical systems: engineering and statistical aspects, *Energies* 9 (2016) 1–27.

[44] Pinto, R., Srinivasan, B., Manuel, M. and Tartakovsky, B. (2010). A two-population bio-electrochemical model of a microbial fuel cell. *Bioresource Technology*, 101(14): 5256-5265.

[45] I. Torres, B.E. Rittmann, A.K. Marcus, Conduction based Modeling of the Biofilm Anode of a Microbial Fuel Cell vol 98, (2007), pp. 1171–1182.

[46] B. Sirinutsomboon, Modeling of a membraneless single-chamber microbial fuel cell with molasses as an energy source, *Int. J. Energy Environ. Eng* 5 (2014) 1–9.

[47] X.C. Zhang, A. Halme, Modelling of a microbial fuel cell process, *Biotechnol. Lett.* 17 (1995) 809–814.

[48] D. Recio-Garrido, M. Perrier, B. Tartakovsky, Combined bioelectrochemical-electrical model of a microbial fuel cell, *Bioproc. Biosyst. Eng.* 39 (2016) 267–276.

[49] M. Esfandyari, M.A. Fanaei, R. Gheshlaghi, M.A. Mahdavi, Mathematical modeling of two-chamber batch microbial fuel cell with pure culture of *Shewanella*, *Chem. Eng. Res. Des.* 117 (2017) 34–42.

[50] Luis Blanco-Cocom, Andrés Guerrero-Álvarez Jorge Domínguez-Maldonado Eric Ávila-Vales Liliana Alzate-Gaviria. Mathematical model for a continuous hydrogen production system: Stirred fermenter connected to a biocatalyzed electrolysis cell biomass and bioenergy 48 (2013) 90 a 99.

[51] Ewart C., Fengb D.D, Ponsc M.N., Soncini-Sessad R., Stratene G. (2006) Dealing with bio- and ecological complexity: Challenges and opportunities *Annu. Rev. Control* 30:91-101.

[52] Steffens M.A., Lant P.A. (1999) Multivariable Control of Nutrients Removing Activated Sludge Systems, *Water Res.* 33(12): 2864.

[53] Weijers S.R., Kok J.J., Preisig H.A. (1995) Control strategies for nitrogen removal plants and MPC applied to a predenitrification plant, *Proc. 9 th FAB, Med. Fac.*

Landb. en Toegep. Wet. Univ Gent 60 (4b): 2435-2443.

[54] Larsson T., Skogestad S. (2000) Plantwide control: A review and a new design procedure *Modeling Identification and Control* 21: 209-240.

[55] Komives C., Parker R.S., (2003) Bioreactor state estimation and control *Curr. Opin. Biotechnol.* 14:468-474.

[56] Alford J.S. (2006) Bioprocess control: Advanced and challenges *Comput. Chem. Eng.* 30: 1464-1475.

[57] W. Kang, and L. Xu, "A quantitative measure of observability and controllability," *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) 28th Chinese Control Conference, Shanghai*, pp. 6413-6418, December 2009.

[58] S. Nunez, H. De Battista, F. Garelli and J. Pico, "Sufficient conditions for state observability in multi-substrate bioprocesses with additive growth dynamics," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 12, no. 5, pp. 928-934, August 2014.

[59] Claire H, Woo JBB. PEM fuel cell current regulation by fuel feed control, *Chem. Eng. Sci.* 62 (2007) 957e968.

[60] M. Serra, J. Aguado, X. Ansedo, J. Riera, Controllability analysis of decentralized linear controllers for polymeric fuel cells, *J. Power Sources* 151 (2005) 93e102.

[61] A.N. Watkins, W. Gao, An experimental environment for studying hybrid fuel cell system operating characteristics, in: *North American Power Symposium (NAPS)*, 2009, 2009, pp. 1e6.

[62] J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, P. Huei, Modeling and control for PEM fuel cell stack system, in: *American Control Conference, 2002 Proceedings of the 2002*, vol. 4, 2002, pp. 3117e3122.

[63] J. Zhang, G. Liu, W. Yu, M. Ouyang, Adaptive control of the airflow of a PEM fuel cell system, *J. Power Sources* 179 (2008) 649e659.

[64] A. Forrai, H. Funato, Y. Yanagita, Y. Kato, Fuel-cell parameter estimation and diagnostics, *Energy Convers. IEEE Trans.* 20 (2005) 668e675. [65] S. Jing, I. Kol-

6. BIBLIOGRAFÍA

manovsky, Load governor for fuel cell oxygen starvation protection: a robust nonlinear reference governor approach, in: American Control Conference, 2004 Proceedings of the 2004, vol. 1, 2004, pp. 828e833.

[66] C. Bordons, A. Arce, A.J. del Real, Constrained predictive control strategies for PEM fuel cells, in: American Control Conference, 2006, 2006, p. 6.

[67] M. Hatti, M. Tioursi, Dynamic neural network controller model of PEM fuel cell system, *Int. J. Hydrogen Energy* 34 (2009) 5015e5021.

[68] Jonathan G. Williams, Guoping Liu, Senchun Chai, Rees D. Intelligent control for improvements in PEM fuel cell flow performance, *Int. J. Automation Comput.* 2 (2008) 145e154.

[69] T. Mestan, H. Daniel, P. Marie-Ccile, K. Jean Marie, Energy-management strategy for embedded fuel-cell systems using fuzzy logic, *Industrial Electron. IEEE Trans.* 54 (2007) 595e603.

[70] Y. Zhan, J. Zhu, Y. Guo, J. Jin, Control of proton exchange membrane fuel cell based on fuzzy logic, in: Control Conference, 2007 CCC 2007 Chinese, 2007, pp. 345e349.

[71] W.R.W. Daud, R.E. Rosli, E.H. Majlan, S.A.A. Hamid, R. Mohamed, T. Husaini. PEM fuel cell system control: A review *Renewable Energy* 113 (2017) 620e638.

[72] Abul, A., Zhang, J., Steidl, R., Reguera, G. and Tan, X. (2016). Microbial fuel cells: Control-oriented modeling and experimental validation. 2016 American Control Conference (ACC),:412-417.

[73] P. A. López-Pérez, H. Puebla, H. I. Velázquez Sánchez, and R., Aguilar-López. “Comparison Tools for Parametric Identification of Kinetic Model for Ethanol Production using Evolutionary Optimization Approach,” *Int. J. Chem. React. Eng.* vol. 14(6), pp. 1201–1209, August 2016.

[74] Pablo Antonio López Pérez, Diseño de un bioproceso de alta eficiencia para la remoción de cadmio vía *Desulfovibrio alaskensis* 6SR: modelado, simulación, estimación

y control. CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL México, Marzo del 2013.

A.1. Definiciones y teoremas de aplicación

A.1.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

Un concepto fundamental en la teoría de control es el de estabilidad. En este sentido Lyapunov caracteriza la estabilidad de un punto de equilibrio; además podemos inferir deducciones acerca del comportamiento de las trayectorias de un sistema dinámico cuando ellas comienzan cerca de un punto de equilibrio, cabe señalar que estos resultados son si la necesidad de calcular o conocer explícitamente las soluciones en forma cerrada de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del sistema. Comenzaremos describiendo conceptos importantes:

Sistemas Autónomos

La dinámica de un sistema no lineal puede usualmente ser representada por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de la forma:

$$\dot{x} = f(x) \tag{A.1}$$

Donde $x \in \mathbb{R}$ y $f(x) \in \mathbb{R}^+ X \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, esto son el objetivo de garantizar existencia, unicidad y continuidad de las soluciones para cada condición inicial.

Definición A1. El sistema no lineal (A.1) se dice autónomo si no depende explícitamente del tiempo, o sea, si las ecuaciones del sistema son de la forma

Ahora suponga que es un punto de equilibrio de (A.1) esto es que

$$f(0) = 0 \tag{A.2}$$

Definición A2 El punto de equilibrio de (A.1) es:

- Estable si, para cada $\varepsilon > 0$ hay un $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ tal que $\|x(0)\| < \delta \implies \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq 0$

- Inestable si no es estable, y

- Asintóticamente estable si es estable y existe una $r(x_0) > 0$ tal que $\|x(0)\| < r(x_0) \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

Observación A.1. Sea $r > 0$ el conjunto $B_r = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| < r\}$ define una vecindad de radio r alrededor del origen $x = 0$

Método directo de Lyapunov.

El método directo de Lyapunov basa su idea en las variaciones respecto del tiempo de una función escalar no negativa, cuyo valor puede ser interpretado como la energía total del sistema, es decir, si la dinámica del sistema es tal que la energía del sistema decrece, entonces eventualmente el sistema alcanza su estado de equilibrio.

Teorema A1 Sea $x = 0$ un punto de equilibrio para (2A) y V una función continuamente diferenciable, $D \subset \mathbb{R}^n$ y definida positiva, tal que

$$\begin{aligned} V(0) &= 0, \text{ en } B_r \\ \dot{V}(x) &\leq 0 \text{ en } B_r \quad \forall x \in D \end{aligned} \tag{A.3}$$

Entonces, $x = 0$ es estable.

Si

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ en } B_r - \{0\} \tag{A.4}$$

Entonces $x = 0$ es estable.

Teorema A2 el punto de equilibrio $x = 0$ de (2A) es exponencialmente estable si existen dos números positivos α y λ tales que:

$$\|x(t)\| \leq \alpha \|x(0)\| e^{-\lambda t}, \quad \forall t > 0 \tag{A.5}$$

En alguna bola B_r alrededor de origen.

Método indirecto de Lyapunov.

El primer método o método indirecto de Lyapunov expresa que las propiedades de estabilidad de un sistema no lineal, en una vecindad cercana a un punto de equilibrio, su fundamento se basa esencialmente que son las mismas que las de su aproximación lineal.

Sea el polinomio característica $p(s) = \det(sI - A) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n$, donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de aproximación lineal del sistema y $a_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$. Ahora bien cuando todos los valores propios de la matriz A satisfacen la condición $Re \lambda_i < 0 \quad \forall i$

entonces, A se llama una matriz estable o matriz de Hurwitz.

Teorema A3 Sea $x = 0$ un punto de equilibrio para el sistema no lineal (2A) donde f es continuamente diferenciable en una vecindad del origen. Sea

$$A = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (\text{A.6})$$

Entonces,

- Si $\text{Re}\lambda_1 < 0$ para todos los valores propios de A el punto de equilibrio es asintóticamente estable.
- Si $\text{Re}\lambda_1 > 0$ para todos los valores propios de A el punto de equilibrio es inestable.
- No se puede concluir nada acerca de la estabilidad del sistema no lineal (2A) cuando la aproximación lineal tiene al menos un valor propio sobre el eje imaginario.

Observación 2 Las condiciones de estabilidad basadas en la aproximación lineal de un sistema no lineal son totalmente locales.

Para estudiar la estabilidad global asintótica es necesario recurrir al método directo de Lyapunov. Si algunos valores propios de A tienen parte real igual a cero y el resto parte real negativa, entonces las técnicas anteriores son inconclusas. En tales casos la estabilidad del equilibrio esta determinada por los términos de orden mas alto que se eliminan en el procedimiento de linealización.

A.2. Simbología

Símbolo	Nombre
μ_x	Tasa de crecimiento máxima de la bacteria X
k_s	Coefficiente de saturación media
k_1	Tasa de mortandad de endogenos en la bacteria X
y_{xs}	Parámetro de consumo de glucosa
y_{xv}	Coefficiente de crecimiento de VFA asociado al crecimiento de la bacteria X
y_{xh}	Coefficiente de formación del H_2 asociado a la X
t_{lag}	Tiempo de latencia de la bacteria
η_y	Tasa de crecimiento máxima de la bacteria Y
k_a	Coefficiente de saturación media
k_2	Tasa de mortandad de endogenos en la bacteria Y
y_{ya}	Parametro de consumo de acetato
y_{yh}	Coefficinete de formacion de H_2 asociado al la bacteria Y
ε_1	Proporción de las bacterias X que se adaptan a la MEC
ε_2	Proporción de ácidos acéticos en el efluente de la MEC
E	Voltaje aplicado a la MEC
R	Constante de los gases ideales
D	Tasa de dilución
I_{MEC}	Corriente en la MEC
P	Presión atmosférica
T	Temperatura en la MEC